MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Asignatura Clave: CON015 **Numero de créditos** **Teóricos: 4** **Prácticos: 4**

Asesor Responsable: M.C. Eduardo Suárez Mejia (correo electrónico esuarez@uaim.edu.mx)
Asesor de Asistencia: Ing. Encarnación Apodaca Barreras (Correo electrónico eapodaca@uaim.edu.mx). Ing. Pedro Neyoy Neyoy (pneyoy@uaim.edu.mx)

INSTRUCCIONES PARA OPERACIÓN ACADÉMICA:

El S**umario** representa un reto, los **contenidos** son los ejes temáticos, los **activos** una orientación inicial para resolverlo y la síntesis concluyente, como **Posibilidad de Integración Conceptual** corresponderá a lo factible de un punto de vista temático amplio, , La visión global de los asuntos resueltos, **como Titular Académico,** te ofrecerá oportunidades de discusión que se enriquecerán en la medida que intensificas las lecturas, asistes a tu comunidad de estudio, te sirves de los asesores y analizas la ciberinformación disponible posicionándote de los escenarios informativos adecuados. **Los periodos de evaluación son herramientas de aprendizaje.** La acreditación es un consenso de relación con el nivel de competencia. Mantén informado a tu **tutor** de tus avances y estado de animo. Selecciona tus horarios de asesoria. **Se recomienda al Titular Académico** (estudiante) **que al iniciar su actividad de dilucidación, lea cuidadosamente todo el texto guión de la asignatura**. Para una mejor facilitación, el documento lo presentamos en tres ámbitos: 1.- Relación de las unidades, 2.- Relación de activos. 3.- Principia temática consistente en información inicial para que desarrolles los temas.

COMPETENCIA: Capacidad para conocer las diferentes formas en las que el dinero se incrementa a través del tiempo, así como los tipos de descuentos, anualidades, depreciaciones, todo ello para resolver problemas prácticos. Así mismo será capaz de elaborar modelos matemáticos financieros que faciliten la toma de decisiones. Será capaz de resolver los modelos matemáticos eligiendo las técnicas cuantitativas apoyándose en herramientas computacionales para resolver las situaciones que se le presenten.

SUMARIO: Identificar los elementos básicos de las matemáticas así como comprender y aplicar el método y técnica financiera que sea mas adecuado en la solución de problemas específicos que involucren una multiplicidad de factores del área administrativa.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

CONTENIDO

ACTIVOS

UNIDAD I
Interés simple e interés compuesto

I.1.- Interés simple
I.2.- Relación entre el interés comercial y el interés real
I.3.- Monto de un capital a interés simple
I.4.- Descuento Real, descuento Bancario
I.5.- Representación grafica del interés y del monto simple
I.6.- Monto a interés compuesto
I.7.- Problemas de monto
I.8.- Problemas de capital o valor presente
I.9.- Valor futuro
I.10.- Problemas de tasas de interés
I.11.- Problemas de tiempo
I.12.- Tiempo en que se multiplica un capital a interés compuesto
I.13.- Descuento a interés compuesto
I.14.- Crecimiento comparativo del monto a interés simple con el monto a interés compuesto.
I.15.- Capitalización de intereses en fracciones de año o tiempo fraccionario.
I.16.- interese nominal
I.17.- Relación entre tasa nominal y tasa efectiva o real.

Actividad: *Resolución de problemas.*

UNIDAD II
Anualidades

II.18.- Introducción
II.19.- Anualidad ordinarias (ciertas simples-vencidas)
II.20.- Anualidades anticipadas
II.21.- Anualidades diferidas vencidas
II.22.- Anualidades diferidas anticipadas
II.23.- Anualidades generales.

Actividad: *Resolución de problemas*

UNIDAD III
Amortización

III.24.- Concepto.
III.25.- Tablas de amortización.

Actividad: *Resolución de problemas*

UNIDAD IV
Depreciaciones

IV.26.- Método de promedios.
IV.27.- Método de porcentaje fijo.

IV.28.- Método de línea recta.

Actividad: *Resolución de problemas*

UNIDAD V
Bonos

V.29.- Generalidades.
V.30.- Tipos de Bonos
V.31.- Tasas de interés y valor actual de los bonos
V.32.- Valor de los bonos comprados a la fecha de pago de cupón.
V.33.- Compra de bonos con premio o, descuento.
V.34.- Valor en libros y amortización de prima .
V.35.- Valor de los bonos comprados entre fechas de pago de cupón.

Actividad: *Resolución de problemas*

ESCENARIOS INFORMATIVOS:

- Asesores locales
- Asesores externos.
- Disposición en Internet.
- Puntualidad en intranet.
- Fuentes directas e indirectas.

BIBLIOGRAFÍA

Ayres Frank JR.
1993, **Matemáticas Financieras**,
Editorial McGraw-Hill, México. pp. 230

Rivera Salcedo Jorge
1998 **Matemáticas Financieras**
Editorial IPN,, México, pp. 201

Lincoyan Portus Goviden
1999 **Matemáticas Financieras**
Editorial McGraw-Hill, México.

Cissel Cissel Flaspohler
Matemáticas Financieras.
Editorial CECSA, México.

Díaz mata y Aguilera Gómez
Matemáticas Financieras.
Editorial.- McGraw-Hill, México.

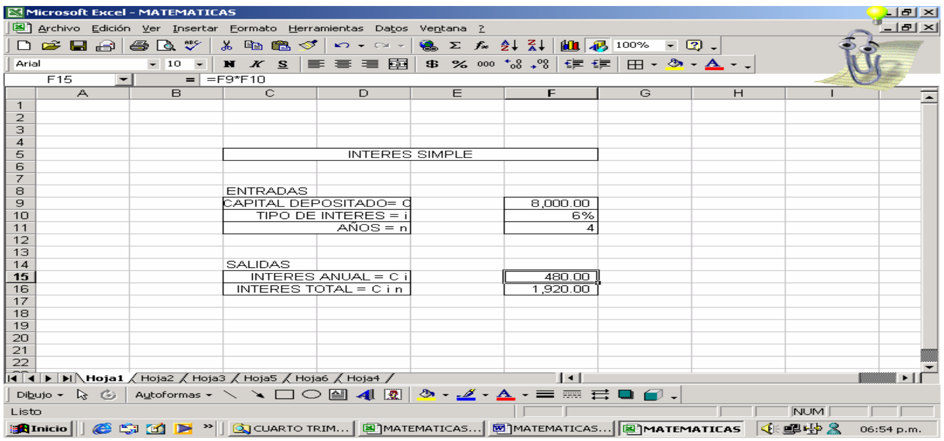
De la cueva, Benjamín
Matemáticas Financieras.
Editorial.- Porrúa, S. A. México.

Medina Serrano Antonio
1994 **Las funciones Financieras mas útiles llevadas al mundo empresarial**
Editorial Anaya Multimedia América, México, 225 pp.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

PRINCIPIA TEMATICA

I.1.- El interés simple es una modalidad de remuneración empleada principalmente en las cuentas de ahorro a plazo. La remuneración de un deposito a interés simple consiste en abonar periódicamente una cantidad de dinero fija denominada interés, y que abona en otra cuenta distinta, por ejemplo una cuenta corriente . la característica básica del interés simple reside precisamente en la separación entre la cantidad depositada principal y la cantidad remunerada interés.



I.2.- Si hacemos Ic/Ir, calcularemos la relación existente entre ambos intereses.
Esto es:

$$\frac{Ic}{Ir}=\frac{\dfrac{Cni}{100(360)}}{\dfrac{Cni}{100(365)}}=\frac{365Cni}{360(Cni)}.....(sacando..qu\operatorname{int}a..queda)..=\frac{73}{72}$$

Entonces tenemos que:

$$Ic=\frac{73}{72}Ir........................Y..............................Ir=\frac{72}{73}Ic.$$

I.3.- Es la cantidad que resulta de sumar el capital invertido con los interés generados.

Volviendo a nuestra formula: *I = M – C,* podemos obtener el monto simple, esto es:

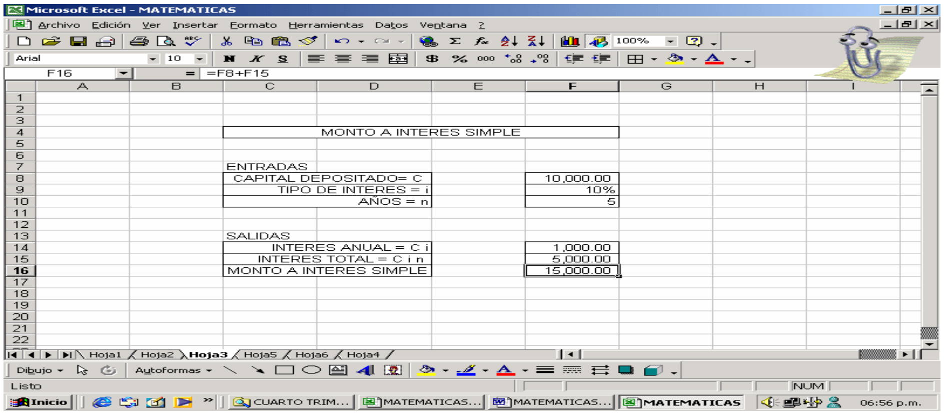
$$Si..I=Cni,.....y..M=I+C........entonces..M=Cni+C$$

$$factorizando...M=C(1+ni)$$

Ahora bien, al capital “C” se le conoce como valor presente o actual de una deuda, ya que es aquel capital que con una tasa de interés determinada es anterior a su vencimiento. El monto es el valor calculado a la terminación de la deuda, por lo tanto el valor presente estará dado por:

$$C=\frac{M}{1+ni}$$ *n = tiempo (años), i = interés.*

Calcular el monto a interés simple para un capital de 10,000 a una tasa de 10% en 5 años. (se deberá realizar en Excel).



MONTO A INTERES SIMPLE	
ENTRADAS	
CAPITAL DEPOSITADO= C	10,000.00
TIPO DE INTERES = i	10%
AÑOS = n	5
SALIDAS	
INTERES ANUAL = C i	1,000.00
INTERES TOTAL = C i n	5,000.00
MONTO A INTERES SIMPLE	15,000.00

I.4.- Descuento: Si el que solicita un préstamo firma un formato de descuento simple o bancario, el prestamista deducirá el interés del valor nominal del documento al principio, y el que solicita el préstamo recibirá el resto.
Al final del plazo del tiempo, aquel que solicito el préstamo pagara al prestamista el valor nominal (cantidad antes de hacerse deducible el interés).
Actualmente se tiene dos tipos de descuento; el descuento real o racional y el descuento bancario o comercial.
Descuento real o racional (Dr)
Si a una cantidad a liquidar a futuro le restamos su valor actual, determinamos un importe llamado descuento, o sea:

$$Si.......................D = M - C$$

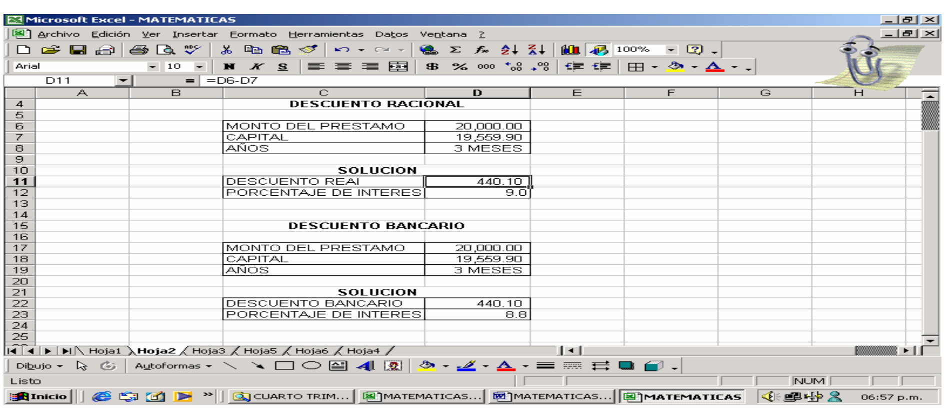
$$y..tenemos..que..M = C(1+ni)$$

$$entonces...........Dr = C + Cni - C$$

$$.........................Dr = Cni$$

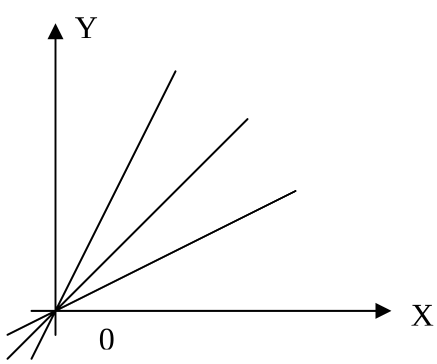
Nota: el descuento racional es igual al interés simple. (*I = Dr)*

Un clarificador firma un pagare por 20,000, el 15 de mayo de 2002, con vencimiento al 13 de agosto del mismo año y recibe solo 19,559.90. Calcular las tasas de descuento racional y bancario, a las que fue descontado el pagaré

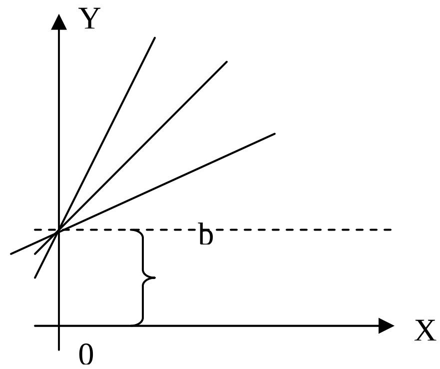


DESCUENTO RACIONAL	
MONTO DEL PRESTAMO	20,000.00
CAPITAL	19,559.90
AÑOS	3 MESES
SOLUCION	
DESCUENTO REAI	440.10
PORCENTAJE DE INTERES	9.0
DESCUENTO BANCARIO	
MONTO DEL PRESTAMO	20,000.00
CAPITAL	19,559.90
AÑOS	3 MESES
SOLUCION	
DESCUENTO BANCARIO	440.10
PORCENTAJE DE INTERES	8.8

I.5.- Representemos primero gráficamente $y = mx$ Y $y = mx + b$



y = mx



y = mx + b

$M = ni + I$

Donde: $M = y$

n = x

i = m (pendiente de la recta)

I = b

I.6.- Cuando un deposito se remunera a interés compuesto, los interés que se generan en cada período pasan a engrosar el principal (deposito). La consecuencia inmediata que se saca de este nuevo planteamiento es que, a diferencia de lo que ocurría con el interés simple, en un deposito remunerado a interés compuesto los interés que se generan en cada periodo van aumentando.

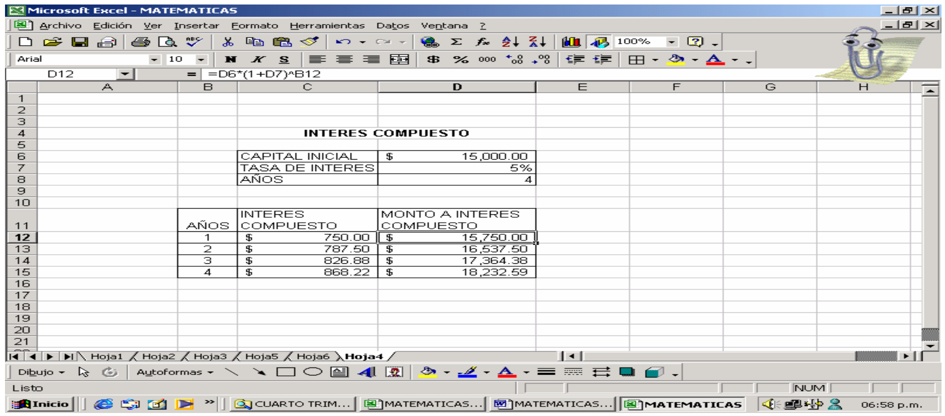
I.7.- Formula para obtener el monto a un interés compuesto.
Supongamos que se quiere saber cual es el monto al final de “n” años, si se tiene un capital de “C” pesos y una tasa de interés anual “i”.

Capital inicial...C
Interés al fin de año...Ci.....
Monto al fin de año..C + Ci
Factorizando: C + Ci = C (1 + i)
Capital al iniciar el 2º año... C(1 + i)
Interés al fin del 2º año..C(1 + i) i.
Monto al fin del año...C(1 + i) + C(1 + i) i
Factorizando: $C(1 + i)\ (1 + i) = C\ (1 + i)^2$
Capital al iniciar el 3º año... $C(1 + i)^2$
Interés al fin del 3º año..$C(1 + i)^2$ i.
Monto al fin del año...$C(1 + i)^2 + C(1 + i)^2\ i$
Factorizando: $C\ (1 + i)^3$

Y así sucesivamente, por lo tanto el monto al enésimo año será

$$M = C\ (\ 1 + i\ )^n$$

Calcular el monto a interés compuesto de un capital inicial de $ 15,000 a una tasa de interés anual del 5 % en un periodo de 4 años.

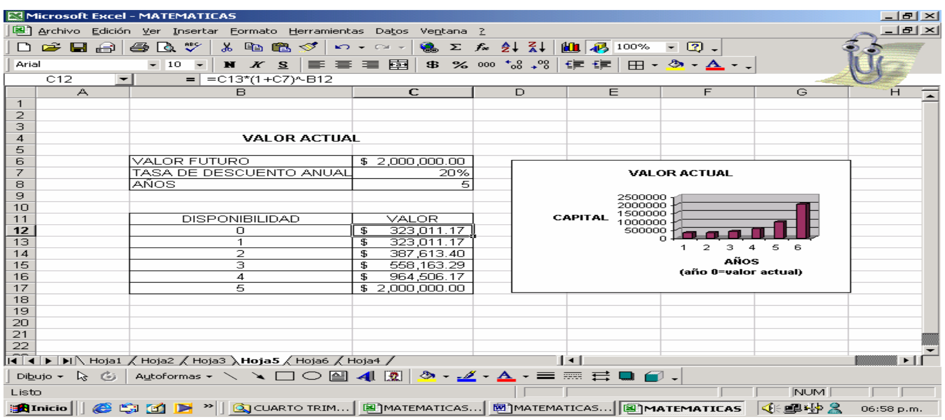


CAPITAL INICIAL	$ 15,000.00
TASA DE INTERES	5%
AÑOS	4

AÑOS	INTERES COMPUESTO	MONTO A INTERES COMPUESTO
1	$ 750.00	$ 15,750.00
2	$ 787.50	$ 16,537.50
3	$ 826.88	$ 17,364.38
4	$ 868.22	$ 18,232.59

I.8.- Si queremos hacer una inversión que nos genere una cantidad a cierto plazo, con ciertos intereses, estableciendo la cantidad a la que queremos llegar (valor futuro), puedo obtener el valor actual, el cual es el capital necesario que tengo que invertir para llegar a obtener la cantidad deseada. $Va = Vf\ (1 + i\ )^{-n}$

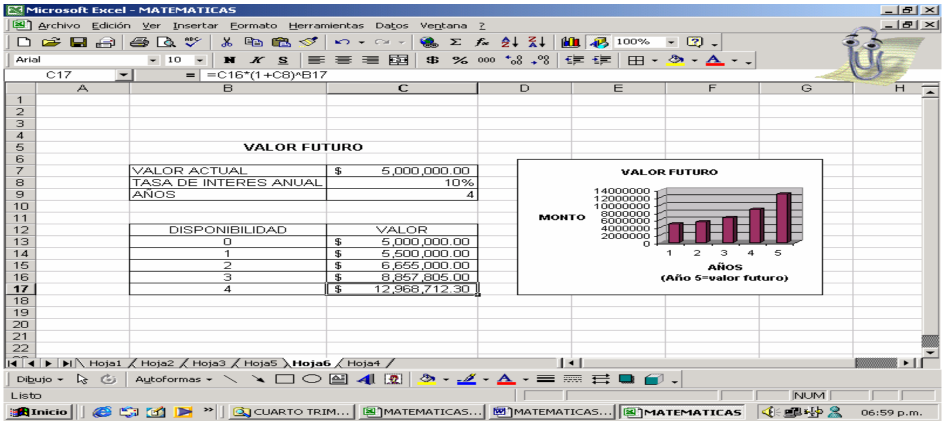
Que cantidad debe depositarse en un banco que abona el 20% de interés anual para que el saldo de la cuenta al fin de 5 años sea de 2,000, 000.00



VALOR FUTURO	$ 2,000,000.00
TASA DE DESCUENTO ANUAL	20%
AÑOS	5

DISPONIBILIDAD	VALOR
0	$ 323,011.17
1	$ 323,011.17
2	$ 387,613.40
3	$ 558,163.29
4	$ 964,506.17
5	$ 2,000,000.00

I.9.- Se depositan en un banco 5, 000,000 al 35% anual y se desea conocer el saldo al final del cuarto año.

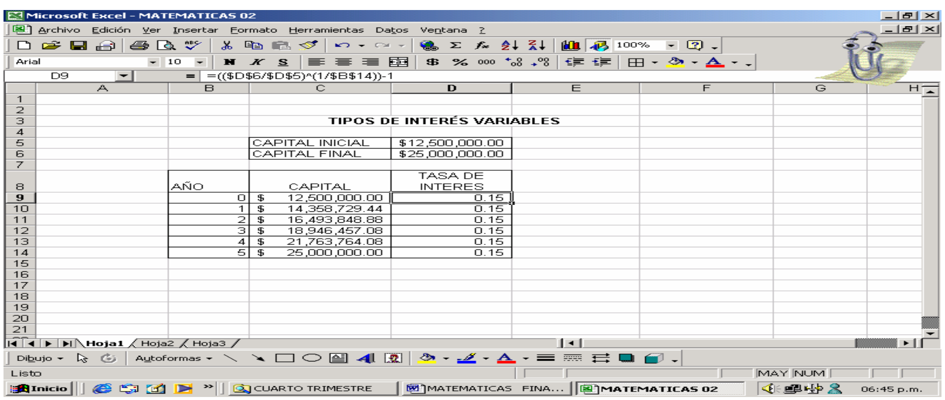


I.10.- Problemas de tasas de interés

Si se abre una cuenta bancaria con un capital de 12’ 500,000.00, y al final de 5 años se obtiene un monto de 25’ 000,000.00 se desea saber cual es el valor de la tasa otorgada.

FORMULA

$$I = \left[\frac{Cf}{C}\right]^{1/n} - 1$$



I.11.- Problemas de tiempo

En cuantos años un capital de 5’ 000,000.00 produce un monto de 75’ 000,000.00 si se aplica una tasa del 40% anual.

SOLUCION:

$$Si..............(1+i)^n = \frac{M}{C}$$

Por lo tanto , para despejar “n” tenemos que usar las propiedades de los logaritmos .

$$\text{Recordando: ....El..}\log A^n = n\log A$$
$$\text{...}\log AB = \log A + \log B$$
$$\text{...}\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$$
$$\text{...}\log \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n}\log A$$
$$n\log(1+i) = \log \frac{M}{C}$$
$$n = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)^n} = \frac{\log 75{,}000{,}000 - \log 5{,}000{,}000}{\log 1.4}$$
$$n = \frac{7.875061 - 6.698970}{1.176091} = 8.048362..\text{años}$$
$$n = 8..\text{años}..17..\text{dias}.$$

I.12.- Tiempo en que se multiplica un capital a interés compuesto.
Si de la formula $M = C(1+i)^n$ sustituimos el monto por dos veces el capital considerando que el monto en el caso que nos ocupa a de ser el doble del capital, entonces tenemos:

$$\text{Si...................}M = C(1+i)n$$
$$\text{y..hacemos......}M = 2C$$
$$\text{entonces..........}2C = C(1+i)^n$$
$$\text{......................}\frac{2C}{C} = (1+i)^n$$

$$2 = (1+i)^n$$
$$n\log(1+i) = \log 2$$
$$n = \frac{\log 2}{\log(1+i)}$$
$$\text{Por,,lo..tanto..se.puede..entender..facilmente..que:}$$
$$\text{Para..el..triple....}n = \frac{\log 3}{\log(1+i)}$$
$$\text{Para..el..cuadruple:...}n = \frac{\log 4}{\log(1+i)}$$
$$\text{y..asi..sucesivamente.}$$

Calcular el tiempo en que se duplica un capital cualquiera a una tasa de 7% anual.
SOLUCION:

$$n = \frac{\log 2}{\log(1+0.07)} = \frac{0.301030}{0.029384} = 10.244768$$
$$n = 10..\text{años}..2..\text{meses}..28..\text{dias}.$$

I.13.- Descuento a interés compuesto

Sabemos que el descuento esta dado *D* = *M* – *C* , por lo tanto, si es interés compuesto podemos decir que:

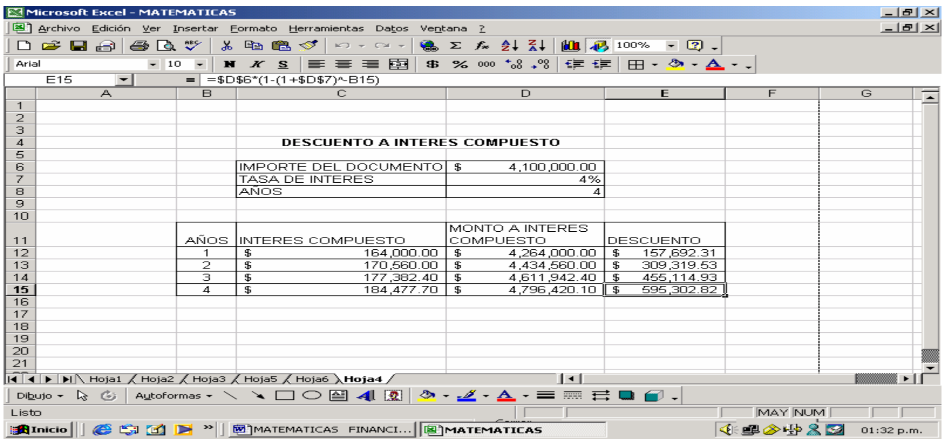
$$Si...............C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$Entonces....D = M - \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$D = M - M(1+i)^{-n}$$

$$D = M\left[1-(1+I)^{-n}\right]$$

Por un documento con valor de 4’ 100,000.00 con vencimiento dentro de cuatro años, nos han concedido un descuento. Si la tasa de la operación es del 4% anual, ¿cuál será el importe de dicho descuento?



DESCUENTO A INTERES COMPUESTO

IMPORTE DEL DOCUMENTO	$ 4,100,000.00
TASA DE INTERES	4%
AÑOS	4

AÑOS	INTERES COMPUESTO	MONTO A INTERES COMPUESTO	DESCUENTO
1	$ 164,000.00	$ 4,264,000.00	$ 157,692.31
2	$ 170,560.00	$ 4,434,560.00	$ 309,319.53
3	$ 177,382.40	$ 4,611,942.40	$ 455,114.93
4	$ 184,477.70	$ 4,796,420.10	$ 595,302.82

I.14.- Crecimiento comparativo del monto a interés simple con el monto a interés compuesto.

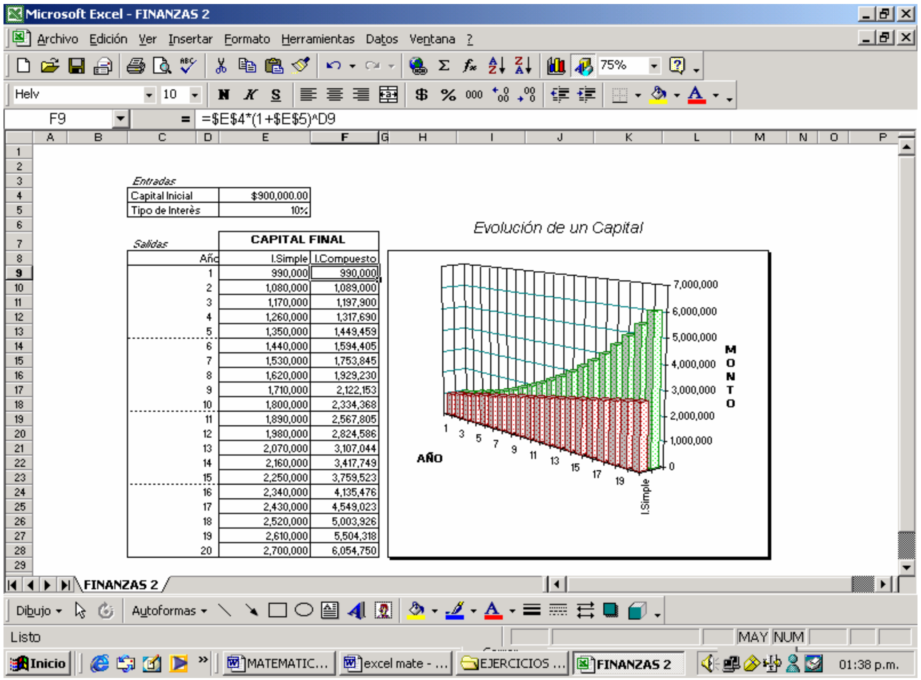
Dibujemos las graficas correspondientes a un monto con un capital de 1’ 000.00 a interés simple y a interés compuesto al 8% anual.

PARA EL INTERES SIMPLE

M = C(1+ n i), Es una progresión aritmética y su grafica es una línea recta.

PARA INTERES COMPUESTO.

$M = C(1+i)^n$, Es una progresión geométrica y su grafica es una curva.



Entradas

Capital Inicial	$900,000.00
Tipo de Interès	10%

Salidas

	CAPITAL FINAL	
Año	I.Simple	I.Compuesto
1	990,000	990,000
2	1,080,000	1,089,000
3	1,170,000	1,197,900
4	1,260,000	1,317,690
5	1,350,000	1,449,459
6	1,440,000	1,594,405
7	1,530,000	1,753,845
8	1,620,000	1,929,230
9	1,710,000	2,122,153
10	1,800,000	2,334,368
11	1,890,000	2,567,805
12	1,980,000	2,824,586
13	2,070,000	3,107,044
14	2,160,000	3,417,749
15	2,250,000	3,759,523
16	2,340,000	4,135,476
17	2,430,000	4,549,023
18	2,520,000	5,003,926
19	2,610,000	5,504,318
20	2,700,000	6,054,750

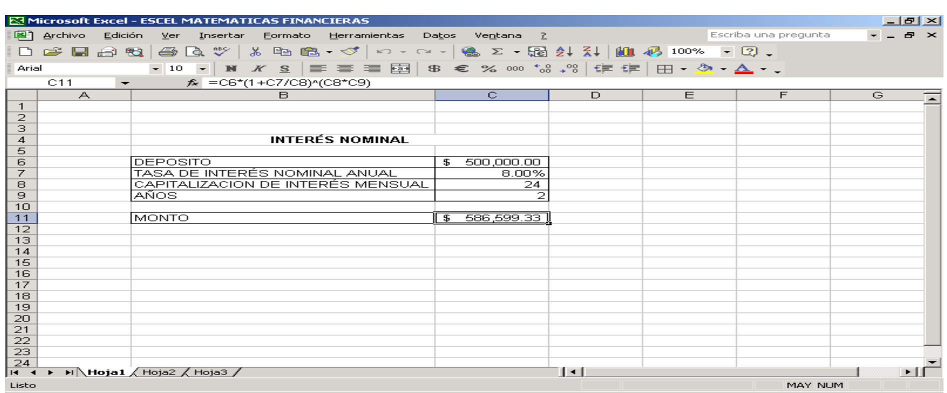
I.15.- Periodos de capitalización inferiores a un año.

Con frecuencia ocurre que el interés se capitaliza varias veces al año. En el caso de las cuentas maestras por ejemplo, los intereses se liquidan mensualmente. La expresión que nos da el monto o el valor final **Cf** de un capital **C** depositado durante **n** y cuyos intereses se capitalizan **q** veces anuales siendo el tipo de interés nominal anual **i** es:

$$Cf = Ca\left(1+\frac{i}{q}\right)^{n*q}$$

I.16.- Tipo de interese nominal.-Es el tipo de interés anual que se aplica a una operación.

Depositamos $ 500 000.00 remunerado al 8 % anual. Si la capitalización ocurre mensualmente:



INTERÉS NOMINAL

DEPOSITO	$ 500,000.00
TASA DE INTERÉS NOMINAL ANUAL	8.00%
CAPITALIZACION DE INTERÉS MENSUAL	24
AÑOS	2
MONTO	$ 586,599.33

I.17.- Relación entre tasa nominal y tasa efectiva o real.El mismo interés nominal puede producir distintos montos según se capitalice mas o menos veces al año. En consecuencia, el tipo de interés real de la operación se calculará teniendo en cuenta el interés nominal anual y el número de capitalizaciones anuales.
El capital final o monto generado en una operación en la cual existen **q** capitalizaciones anuales es :

$$Cf = C \left(1 + \frac{i}{q} \right)^{n * q}$$

Tipo de interés real de la operación **r** será aquel que sea capaz de generar el mismo monto **Cr** en una sola composición:

$$Cr = C * (1 + r)^{n}$$

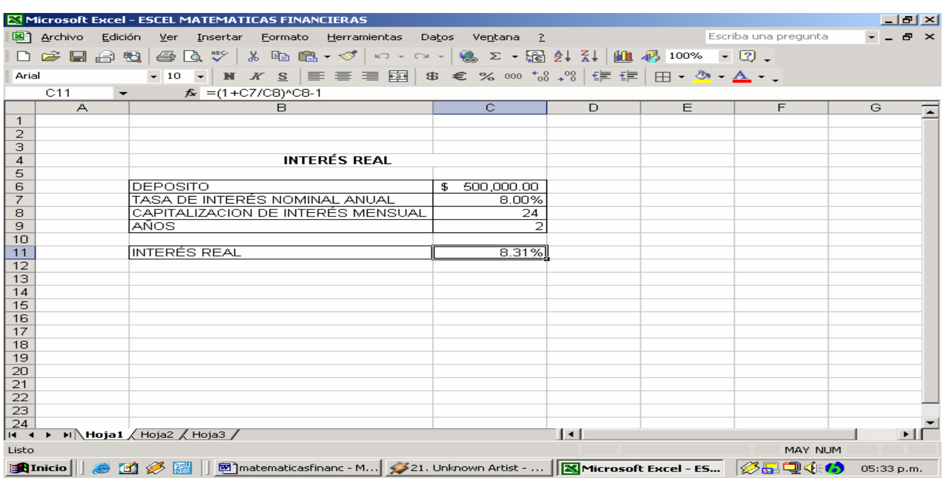
Para averiguar la relación entre **i** y **r** (interés nominal y el real) igualamos las dos expresiones anteriores

$$C * \left(1 + \frac{i}{q} \right)^{n * q} = C * (1 + r)^{n}$$

Con **n = 1** y despejando **r** obtenemos :

$$r = \left(1 + \frac{i}{q} \right)^{q} - 1$$

Esta expresión nos indica el tipo de interés real correspondiente a un tipo nominal anual que se capitaliza **q** veces anuales. Como se puede apreciar el tipo de interés real de una operación depende solo del tipo nominal de la operación **i**, y del número de capitalizaciones anuales **q.**



Actividades

1.- Calcular el interés simple que produce un capital de $50,000.00 en 3 años, 6 meses, 15 días al 20% anual.

2.- Calcular el interés real y ordinario o comercial de 1 millón a una tasa de interés del 8%, para cobrar del 9 de julio al 1º de octubre del mismo año,

a) Ambos en forma exacta.
b) En forma aproximada.

3.- Una persona pago 2,500.20 por un pagare de 2,400.00 firmado el 10 de abril de 1993 con 4.5% de interés simple. ¿En cuantos días lo pagó?

4**.-** Determinar el valor presente de una serie de bonos cuyo monto alcanza 5,800.00 y que vencen en dos meses, ¿Cuál es el descuento racional si se supuso una interés del 5%.

5.- Determinar el valor requerido o pago único con fecha focal, a) al día de hoy, b) un año después. Con interés simple del 6%; de una persona que firma un pagare de 10,000.00 que vence el día de hoy, 6 meses después se vencía otro de 20,000.00 con interés del 7%, y una año después se vencía otro pagare de 38,000.00 con un interés de 9%.

6.- Una persona adquiere un préstamo de 9,500.00 que vence dentro de 1.5 años; pero requiere pagarlos a los 2 años 1 mes y la tasa de interés simple fue del 2% mensual, determinar el valor del nuevo préstamo.

7.- Una persona abrió una cuenta bancaria con 200,000.00 y durante los 4 primeros años gano intereses del 10% convertible semestralmente, después de esos 4 años la tasa de interés se elevo al 16% convertible semestralmente. ¿Cuánto habrá en la cuenta de esa persona después de 8años de haber cambiado la tasa de interés?

8.- El señor Galeana tenia planeado formar un capital a 10 años, abriendo su cuenta en el banco con 5' 000,000.00 que le redituaría el 35% anual de intereses capitalizables semestralmente. Pero por necesidades imprevistas tuvo que retirar 2' 000,000.00 a los 6 años y medio. La señora quiere saber cuanto obtendrá al finalizar los 10 años que había planeado originalmente.

9.-Un señor otorga a su nieta de 8 años de edad 2' 000,000.00 que deposita en el banco, con el objeto de que la jovencita al cumplir los 18 años pueda retirar el dinero. Si la jovencita al cabo de cumplir los 18 años recibe 11' 345,600.00 ¿Cuál fue la tasa de capitalización anual que gano?

10.- Una persona deposita 7,500.00 en una cuenta ahorros que paga el 20% â con capitalización bimensual, ¿en que tiempo tendrá un monto de 100,000.00?

11.- Calcular la cantidad acumulada de 3' 000,000.00 por 5 años y cuarto al 4% convertible mensualmente.

II.18.- Introducción.

Podemos definir la anualidad como una sucesión de pagos iguales, como lo son las rentas, abonos, sueldos, etc. Las anualidades, se clasifican según el tipo de pago en dos grupos *ciertas o seguras y contingentes.* Las anualidades ciertas son aquellas en las que se conoce la fecha tanto de inicio como de terminación; y las contingentes son las anualidades en las que por algún motivo no se puede fijar alguna de las dos fechas.

Para su clasificación consideramos también que las anualidades pueden ser anticipadas o vencidas. En el primer caso es cuando el pago se hace al principio del periodo, y en el segundo caso es cuando se hace al final.

Representemos en unas graficas las anualidades “ciertas o seguras” (que también reciben el nombre de anualidades a plazo). Existen además otros tipos de anualidades, entre aquellas están las perpetuidades, que dado el poco uso que estas tienen no tocaremos.

ANUALIDAD VENCIDA

GRAFICAS.- ANUALIDAD VENCIDA

R R --------------- --------------- --------------- R
| | | | | | |

ANUALIDAD ANTICIPADA

R R --------- --------- --------- --------- --------- --------- R
| | | | | | | | | |

ANUALIDAD DIFERIDA VENCIDA

R R ------------- ------------- ------------- R
| | | | | | | |

ANUALIDAD DIFERIDA ANTICIPADA

R R --------------------------------- R
| | | | |

II.19.- Anualidad ordinarias (ciertas simples-vencidas).

Por valor presente o actual de una serie de anualidades se entiende el valor calculado en la época o fecha inicial de pagos de toda la serie (capital que impuesto a tasa y tiempo conocido, produce un monto determinado).

$$a_n\rceil_i = valor..presente..de..ina..serie..de..anualidades..de..un..peso$$

$$..........(lease..a..sub.."n"..i)$$

R = valor de la anualidad o renta.

$$A_n\rceil_i = valor..presente..de..una..anualidad..de.."R"..pesos.$$

$$i = tasa..de..\mathrm{int}\,eres$$

$$n = numero..de..ejercicios..(tiempo$$

V^N = Valor presente de un peso en “R” periodos, o factor de descuento.

$M_n]_i$ = Monto de la anualidad.

Deducción de la formula del valor presente de una serie de anualidades cualquiera que sea el importe de sus pagos.

Esta formula se puede deducir de dos maneras diferentes:

a) Tomando como base una serie de anualidades cuyo valor de los pagos asciende a la cantidad de un peso.

$$De..la..formula..M = C(1+i)^n$$

$$despejamos.."C",....C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Ahora bien, si hacemos que *M = 1,* entonces, *C = 1,* por lo tanto:

$$1 = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$1 = 1(1+i)^{-n}$$

Sustituyendo el valor de un peso por el valor presente de un peso en "R" periodos (V^n), nos queda:

$$V^n = (1+i)^{-n}$$

El factor $(1 + i)^{-n}$ se llama factor de descuento y nos permite calcular el valor presente de un capital.

Si el valor presente de una serie de anualidades de un peso lo hemos llamado $\boldsymbol{a_n}$] y ese valor presente es igual a la suma de los valores presentes o actuales de un peso en cada una de las anualidades o pagos de que se compone la serie, podemos escribir la siguiente igualdad:

$$a_n\big|_i = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + ... + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}$$

La igualdad que nos ocupa es una progresión geométrica descendiente cuya razón es $(1 + i)^{-1}$, puesto que:

$$(1 + i)^{-1}(1 + i)^{-1} = (1 + i)^{-2}$$

$$(1 + i)^{-2}(1 + i)^{-1} = (1 + i)^{-3}$$

* * *

* * *

* * *

$$(1 + i)^{-(n-1)}(1 + i)^{-1} = (1 + i)^{-(n-1)-1} = (1 + i)^{-n}$$

Sin embargo, para mayor facilidad de calculo, podemos invertir el orden de los sumandos sin alterar el valor de la igualdad y obtener una progresión geométrica ascendente de razón $(1 + i)^1$,

Esto es:

$$a_n\big]_i = (1+i)^{-n} + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-(n-2)} + ... + (1+i)^{-3} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-1}$$

Calculemos la suma de los "n" términos de esta progresión, haciendo uso de la formula respectiva.

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Efectuando las sustituciones de acuerdo con los términos de nuestra igualdad, tenemos:

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Si ahora consideramos la posibilidad de que el valor de los pagos sea de "R" en sustitución de $ 1.00, entonces la formula general queda:

$$Ra_{\overline{n}|i} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Pero que "A", es el valor presente de una anualidad de "R" pesos.

$$Donde.....A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]...............(1)$$

$$o,..bien....A_{\overline{n}|i} = Ra_{\overline{n}|i}.............................(2)$$

Para la expresión (1), utilizaremos la calculadora

Para la expresión (2), utilizaremos las tablas financieras.

Investigar; Calculo del tiempo en función del valor presente, Calculo de la renta, Calculo de la tasa de interés, calculo del monto.

EJEMPLO:

¿Cual será el valor de un préstamo que nos harían el día de hoy para pagar con 4 letras de 3, 500,000.00 cada una, de vencimientos escalonados de un año y al fin de cada año transcurrido a la fecha de operación al 30 % anual?

SOLUCION:

DATOS
i = *0.30*
R = 3 500 000
n = 9 AÑOS
A = ?

$$A = 3{,}500{,}000\frac{\left[1-(1.30)^{-9}\right]}{0.30} = 10{,}566{,}503.50$$

II.20.- Anualidades anticipadas.

Una anualidad anticipada es aquella que se cubre al comienzo de cada periodo.

Observemos el siguiente diagrama, en donde se puede apreciar con claridad la diferencia entre una anualidad vencida con una anualidad anticipada, y en el que se supone el pago de algunas anualidades ordinarias, en comparación con algunas anualidades anticipadas:

	R	R	R……	R	R	R	R
0	1	2	3……	(n – 3)	(n – 2)	(n – 1)	N Anual Ord.
R	R	R	R……	R	R	R	Anual anti.

Se puede advertir que en la anualidad ordinaria, la primera anualidad se paga al final del primer periodo, mientras que en las anticipadas se paga inmediatamente al iniciarse el plazo, Esto trae por consecuencia que el pago de la ultima anualidad ordinaria coincida con la terminación del tiempo, razón por la cual no devenga intereses y que su inversión se haga solamente para completar el monto de la serie. En cambio cuando las anualidades son anticipadas, la ultima de ellas se paga al principio del ultimo periodo, por lo que esta si causa intereses.

Así podemos establecer una equivalencia entre ambas anualidades, ya que como se puede observar en la siguiente grafica, que el último pago de una anualidad vencida para que coincida con el último pago de la anticipada se tendrá que iniciar en el periodo (- 1).

(Vencida)		R	R	R………	R	R	
	-1	0	1	2………	n - 2	n - 1	n
(Anticipada)		R	R	R………	R	R	

Obsérvese, que la fecha focal es (n – 1) y no “n”.

Formula del valor presente:
Consideremos que suprimimos el primer pago R de una anualidad anticipada, por lo que tendremos una anualidad vencida y no anticipada, solo que durante (n – 1) periodos, por lo tanto su valor presente será:

$A = Ra_{n-1}\rceil_i$ Que es el equivalente a una anualidad vencida pero que termina en (n – 1) y no en “n”.

Ahora bien tomando como fecha focal la fecha inicial podemos notar que el primer p’ago se hace efectivo puesto que es anticipado, por lo que podemos plantear la siguiente equivalencia:

$$A = Ra_{n-1}\rceil_i + R$$

Donde la segunda R es, de hecho, el primer pago que se había suprimido.

$$A = R\left[a_{n-1}\rceil_i + 1\right]$$

Donde *(a_{n-1} | $_i$ + 1)* es el valor presente de una serie de anualidades de un peso de una anualidad anticipada-
También podemos hacer lo siguiente:

$$A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right]$$

Formula del monto.
El monto de la ultima anualidad ordinaria es R, mientras que la ultima anualidad anticipada se convierte en un monto de: *R(1 + i).* Es decir. El monto de las anualidades ordinarias es igual al valor actual en un periodo, del monto de las anualidades anticipadas.

Tomando en cuenta lo anterior:
Monto de la anualidad ordinaria…………..$M = Rm_n|_i$
Monto de la anualidad anticipada…………$m = Rm_n|_i$ (1 + i).

$$M = R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]$$

$$Si...\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = m_{n+1}|_i$$

Por lo tanto la formula anterior se puede escribir de la siguiente manera:

$$M = R\left(M_{n-1}|_i - 1\right)$$

De la formula del valor presente y del monto, despejamos el tiempo “n”.

a) Del valor presente:

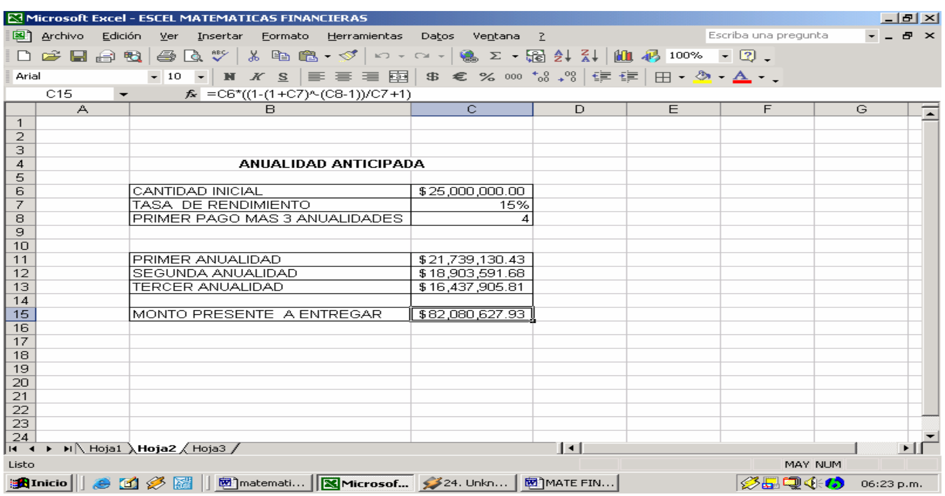
$$n = \frac{\log\left[\frac{R(1+i)}{R(1+I)-Ai}\right]}{\log(1+i)}$$

b) Del monto:

$$n = \frac{\log\left[\frac{Mi+R(1+i)}{R(1+i)}\right]}{\log(1+i)}$$

EJEMPLO:

Una persona que hace su testamento, indica el seguro que inmediatamente después de morir, le sea entregado a sus herederos la cantidad de 25,000,000.00 mas 3 anualidades (necesariamente por la misma cantidad), mismas que les serán entregadas al principio de cada año. Los beneficiarios quieren saber cuanto recibirán si el dinero se les entregara todo sin esperar los 3 años que indica el testamento, y si la tasa de rendimiento en ese momento es de 15 % anual.



II.21.- Anualidades diferidas vencidas.

Anualidad diferida: Si una anualidad vencida o anticipada se inicia cuando ha transcurrido algún tiempo, en el que no se efectúa ninguna condición en la anualidad, entonces decimos que su pago se ha diferido. En este tipo de anualidades anotaremos dos tiempos , uno diferido “K” y oto de pago “n”, mismos que hay que determinar con cuidado y con el auxilio de un diagrama para poder visualizar en donde se coloca el valor presente y las rentas de la anualidad de que se trata.

Valor presente
Cuando el primer pago se efectúa al final de “K” periodos, se observa que la anualidad se ha diferido (K – 1) periodos.

En el siguiente diagrama se muestra una anualidad vencida diferida “K” periodos.

Periodo diferido										
						R	R	R___	R	R
0	1	2	3	K-1	K	K+1	_____	_____	K+n-1	K+n
A					$A_{n\mid i}$					

Ahora bien, si consideramos el valor presente (A) en la fecha inicial (0), entonces se capitalizan intereses al transportar el valor presente (A) los “K” periodos, por lo cual podemos escribir.

$$A = F(1+i)^{-K} A_n |_i$$

Donde:

K es el intervalo
N es el tiempo de pago a partir de “K”
O sea que n = (K + n) – K

Podemos obtener una formula equivalente a la anterior, pero desde otro punto de vista.
Aprovechando el diagrama anterior, podemos calcular los valores presentes como una diferencia entre dos anualidades no diferidas, esto es:

Primero.- Si colocamos el valor presente en cero y tomamos a “n” como K + n, entonces:

$$A' = Ra_{K+n}\rceil_i$$

Segundo.- Si colocamos el valor presente en cero y tomamos “K” periodos, entonces:

$$A'' = Ra_{K}\rceil_i$$

Tercero.- El valor presente será, como habíamos dicho:

$$A = A' - A''$$

De donde “A” diferida “K” periodos es:

$$A = R\left(a_{k+n}\rceil_i - Ra_k\rceil_i\right)$$

El montote las anualidades diferidas es igual al monto de las anualidades ordinarias, solo que hay que considerar el tiempo en que se aplaza el primer vencimiento.

Trataremos de entender este concepto, a través del siguiente ejemplo.

EJEMPLO:

En una institución de crédito que abona el 2.5% mensual, se hacen depósitos de 500,000.00 cada fin de mes durante 3 años. Calcular el monto que tendrá 5 años después de haber efectuado el ultimo depósito.

Solución:
Esta anualidad es vencida, así que el monto se calcula con la formula:

$$M_{\,n\rceil i} = Rm_{n\rceil i}$$

Pero obsérvese que dicho monto viene siendo el capital inicial después de "K" periodos, K = 60, por lo tanto haremos lo siguiente:

$$M = C(1+i)^{n}$$

$$donde..n = k..(\,fecha..focal$$

$$C = M_{\,n\rceil i} = Rm_{n\rceil i}$$

$$M = Rm_{n\rceil i}(1+i)^{k}$$

$$Luego..entonces: K = 5(12) = 60$$

$$............................n = 3(12) = 36$$

$$.............................i = 0.025$$

$$.............................R = 500,000$$

$$Donde: M = 500,00m_{36\rceil 0.025}(1.025)^{60}$$

De la TABLA II se tiene que: $m_{36|0.025} = 57.30141263$

$$M = 500,000(57.30141263)(4.399790)$$

$$M = 126,057,091.00$$

II.22.- Anualidades diferidas anticipadas.

Valor presente:

Para poder demostrar la formula del valor presente de una anualidad anticipada diferida, nos valdremos del siguiente diagrama.

PERIODOS

0	1	2	_____	K - 1	K	K + 1	K + 2	_____	K +n-2	K +n-1	K +n
|	|	|			|	|	|		|	|	
Renta					R	R	R		R	R	

Valores actuales:

$$\frac{R}{(1+i)^{K}} \qquad \frac{R}{(1+i)^{k+1}} \qquad \frac{R}{(1+i)^{k+2}} \quad \_\_\_ \quad \frac{R}{(1+I)^{K+n-2}} \qquad \frac{R}{(1+i)^{K+n-1}}$$

Para mayor facilidad de cálculo invertimos el orden de la progresión y sumamos. Esto es:

$$A = \frac{R}{(1+i)^{k+n-1}} + \frac{R}{(1+i)^{k+n-2}} + ... + \frac{R}{(1+i)^{k+1}} + \frac{R}{(1+i)^{k}}$$

Esta progresión, como puede verse, es de orden creciente cuya razón es

$$\frac{1}{(1+i)^{-1}} = (1+i)$$

Así que, aplicando la formula de la suma en una progresión geométrica, se tiene:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$$

$$S_n = A = \frac{\frac{R}{(1+i)^{k+n-1}}\left[(1+i)^n - 1\right]}{(1+i)-1}$$

$$.............simplificando..................$$

$$A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i(1+i)^{k-1}}\right]$$

MONTO:

Considerando nuevamente que durante el tiempo diferido no se efectúa ninguna condición en la anualidad, entonces el monto de la anualidad diferida anticipada es igual al monto de la anualidad no diferida no anticipada, así que para su calculo establecemos una ecuación de equivalencia utilizando la fecha final como fecha local. Esto es:

$$Sea.....................M = C(1+i)^n$$

$$Donde.................Mn+1\rceil i$$

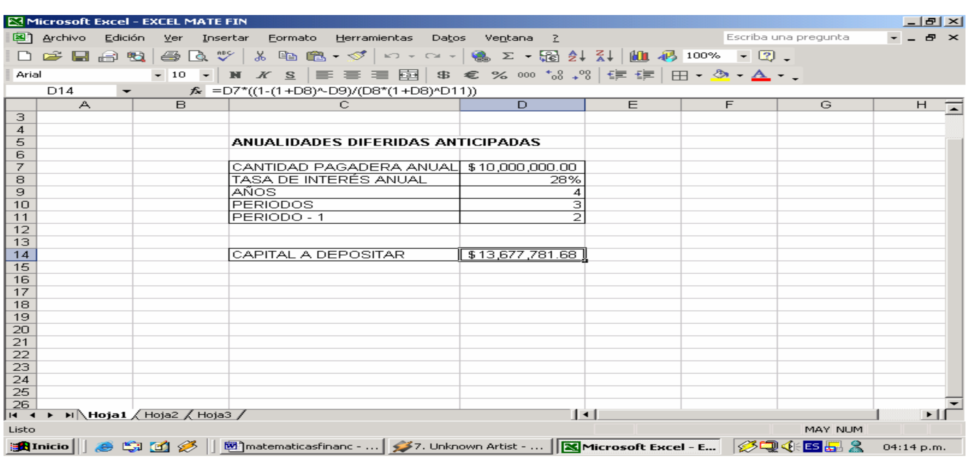
$$y..........................n = K$$

$$Donde....M = M_{n+1}\rceil_i (1+i)^k$$

$$y..como..M_{n+1}\rceil_i = R(M_{n+1}\rceil_i - 1)$$

$$Entonces..se..tiene..M = R(M_{n+1}\rceil_i - 1)(1+i)^k$$

EJEMPLO:
Que capital habrá que depositar en una institución de crédito para disponer de 10,000,000.00 pagaderos al principio de cada año durante 4 años a partir de 3 años de la fecha del depósito si dicha financiera abona el 28% anual.



II.23.- Anualidades generales.

Se consideran anualidades generales aquellas en las que el periodo de capitalización no coincide con el periodo de pago.

Para resolver problemas de casos de anualidad general es necesario modificar o hacer que coincidan los pagos o los periodos de capitalización, ajustándolos de manera que se puedan usar las formulas ya conocidas de anualidades sencillas.

Para poder convertir las anualidades generales sencillas podemos hacer lo siguiente:

a) Convertir la tasa de interés dada a una tasa equivalente para que coincida el periodo de pago con el de capitalización.
b) Encontrar el pago o renta equivalente para que coincida con la fecha de capitalización.

Analicemos dos casos:

1) El periodo de pago es mas largo que el de capitalización
2) El periodo de capitalización es mas largo que el pago.

Para el caso en el que el periodo de pago es mas largo que el de capitalización, la tasa equivalente se calcula con:

$$i = \left[1 + j(m)\right]^{m/p} - 1$$

Para el caso en el que el periodo de capitalización es mas largo que el periodo de pago, la tasa equivalente se calcula con:

$$j(m) = (1 + i)^{p/m} - 1$$

Donde: P = periodo de pago
m = periodo de capitalización.

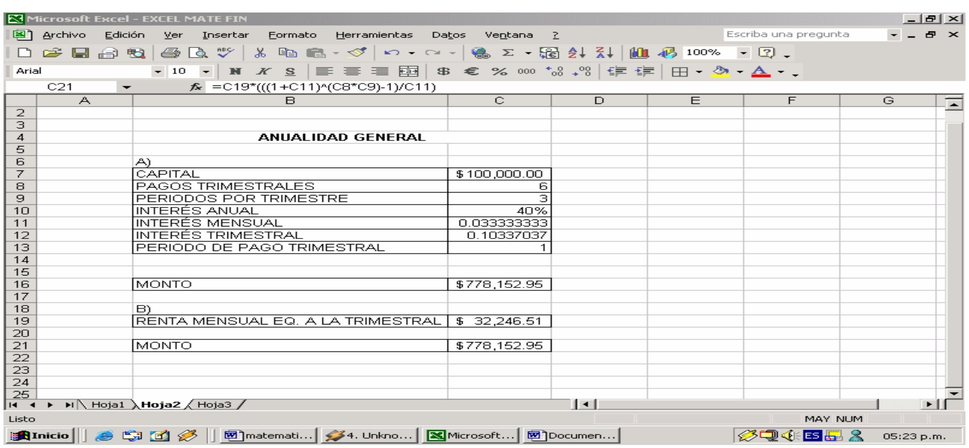
Observación: El decir que el periodo de pagos es mas largo que el de capitalización, no significa lo mismo que decir que p>m, ya que, puede suceder que p< m y el periodo de pagos seguir siendo mas largo que el de capitalización.

EJEMPLO:

Obtener el monto de 100,000.00 en 6 pagos trimestrales, si el interés es de 40% convertible mensualmente.

Lo podemos resolver de dos maneras:

a) Haciendo la tasa de interés equivalente:
b) Haciendo la renta equivalente:



	A	B	C
4		ANUALIDAD GENERAL	
6		A)	
7		CAPITAL	$ 100,000.00
8		PAGOS TRIMESTRALES	6
9		PERIODOS POR TRIMESTRE	3
10		INTERÉS ANUAL	40%
11		INTERÉS MENSUAL	0.033333333
12		INTERÉS TRIMESTRAL	0.10337037
13		PERIODO DE PAGO TRIMESTRAL	1
16		MONTO	$778,152.95
18		B)	
19		RENTA MENSUAL EQ. A LA TRIMESTRAL	$ 32,246.51
21		MONTO	$778,152.95

Actividades:

1) Hallar el monto de una anualidad de 200,000.00 mensuales durante 2 años 3 meses al 30% convertible mensualmente.

2) Una mujer de negocios envía a su hijo a otra ciudad, y le asigna un presupuesto mensual de 800,000.00. Para evitar frecuentes remesas de dinero hace un solo depósito en una cuenta bancaria que devenga intereses del 3% mensual. ¿Cuánto deberá depositar para cubrir el presupuesto de un año, si el primer retiro lo hace su hijo al termino del primer mes.

3) El dueño de una tienda de abarrotes piensa reunir 100 mil pesos para poder jubilarse, y quiere saber en cuanto tiempo lograra tal cantidad, si hace depósitos mensuales de $500.00 en un banco que otorga un interés de 3.5% mensual.

4) Una persona hereda 20' 000,000.00 y los invierte al 30% anual capitalizable semestralmente, conviniéndose que recibirá 20 pagos semestrales iguales debiendo recibir el pago inicial dentro de 5 años. Encontrar a cuanto asciende la anualidad.

5) Se pretende saber cual es el valor de las rentas mensuales anticipadas que sustituirían a rentas semestrales, también anticipadas de 10' 000,000.00. Si se tiene una tasa del 35% de interés convertible semestralmente.

III.24.- Amortización.

Podemos considerar que el termino amortizar es la extinción gradual de una deuda mediante pagos "R" periódicos, es decir realizados en intervalos de tiempos iguales que comprenden el interés y una parte del capital total.

Recordemos que la parte de la deuda no pagada en cierta fecha, se le conoce como capital insoluto. Dicho capital al inicio del plazo es la deuda original.

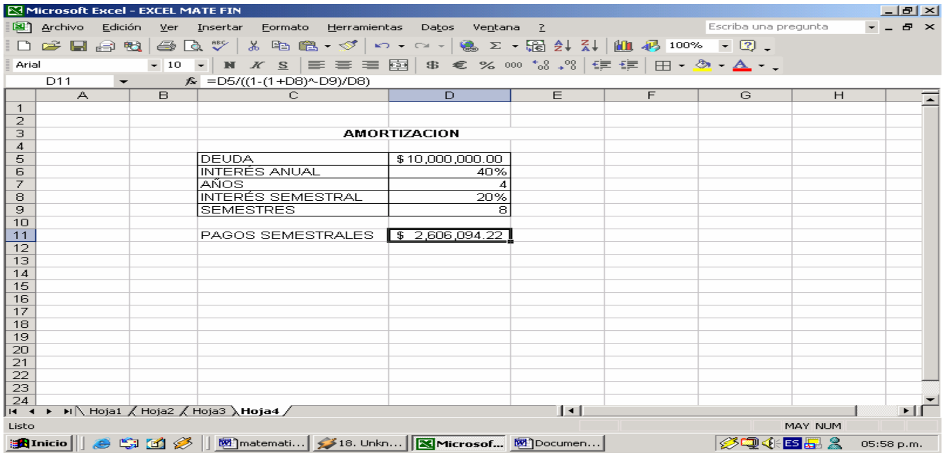
Ahora bien, para poder llevar un registro que indique tanto el capital pagado, como los intereses y el saldo al principio de cada periodo, formularemos una tabla llamada; ***Tabla de amortización.***

Dicha tabla se podrá llenar de la siguiente manera:

a) Se encuentra el número de pagos necesarios para amortizar la deuda.
b) Se calcula el valor de los pagos "R", que constituyen una anualidad cuyo valor presente es el capital insoluto al inicio del plazo.
c) Obtener el interés sobre saldos ó capital insoluto.

L diferencia de los pagos "R" con interés vencido será el capital pagado al final del periodo, que en consecuencia disminuirán tanto la deuda como el interés, y por ende, la cantidad destinada para disminuir la deuda aumenta en cada periodo.

EJEMPLO:
Una deuda de 10' 000,000.00 con interés del 40% convertible semestralmente, se va a amortizar mediante pagos semestrales iguales en los próximos cuatro años, el primero con vencimiento al termino de 6 meses.



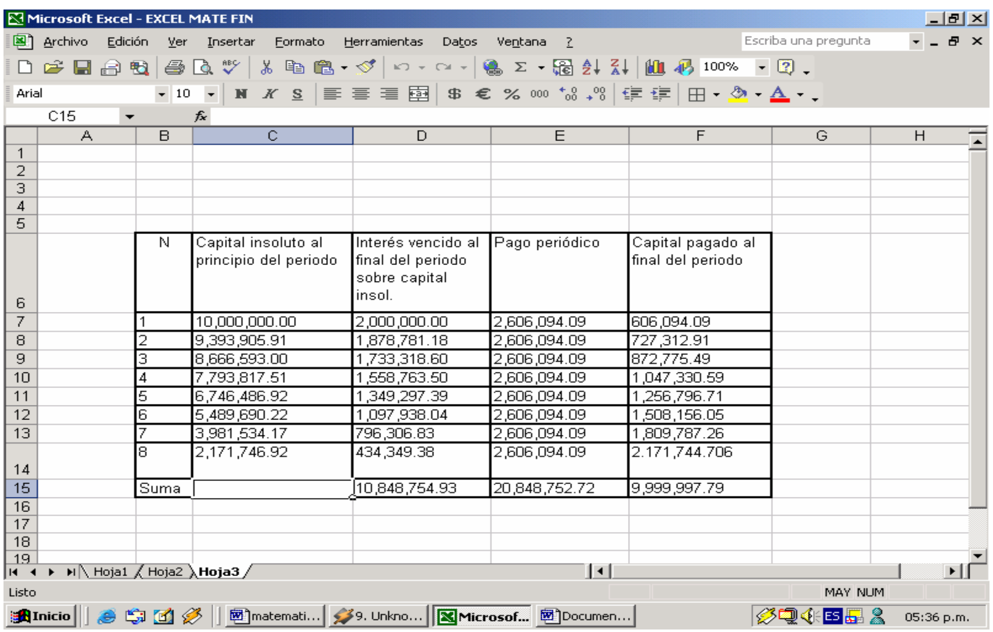
D11 =D5/((1-(1+D8)^-D9)/D8)

AMORTIZACION

DEUDA	$ 10,000,000.00
INTERÉS ANUAL	40%
AÑOS	4
INTERÉS SEMESTRAL	20%
SEMESTRES	8
PAGOS SEMESTRALES	$ 2,606,094.22

III.25.- Tablas de amortización.

CONSTRUCCION DE LA TABLA



N	Capital insoluto al principio del periodo	Interés vencido al final del periodo sobre capital insol.	Pago periódico	Capital pagado al final del periodo
1	10,000,000.00	2,000,000.00	2,606,094.09	606,094.09
2	9,393,905.91	1,878,781.18	2,606,094.09	727,312.91
3	8,666,593.00	1,733,318.60	2,606,094.09	872,775.49
4	7,793,817.51	1,558,763.50	2,606,094.09	1,047,330.59
5	6,746,486.92	1,349,297.39	2,606,094.09	1,256,796.71
6	5,489,690.22	1,097,938.04	2,606,094.09	1,508,156.05
7	3,981,534.17	796,306.83	2,606,094.09	1,809,787.26
8	2,171,746.92	434,349.38	2,606,094.09	2.171,744.706
Suma		10,848,754.93	20,848,752.72	9,999,997.79

Podemos observar en la tabla que:
Suma del pago periódico = suma del capital pagado + suma de intereses

Ahora bien, si queremos calcular el capital insoluto al finalizar un periodo determinado, lo podemos hacer con la siguiente formula.

$$C = Ra_{n-k}\rceil_i$$

Donde:
"n" es el tiempo en que se debe de amortizar la deuda.
"k" es el tiempo al finalizar el periodo convenido.

Tomemos como muestra de la tabla, el periodo 6; es decir, al finalizar el 5º semestre.
Por lo tanto n = 8
K = 5

$$Asi: C = 2{,}606{,}094.090 a_{8-5}\rceil_{0.2}$$

$$........C = 2{,}606{,}094.09 a_{3}\rceil_{0.2}$$

$$.......C = 2{,}606{,}094.09\left[\frac{1-(1.2)^{-3}}{0.2}\right]$$

$$C = 2{,}606.094.09(2.106482) = 5{,}489{,}690.291$$

Con esta formula, se pudo calcular el capital insoluto al principio del periodo requerido, sin necesidad de elaborar toda la tabla.

Actividades:

1) Una deuda de 100’ 000,000.00 se debe amortizar en 10 años con pagos semestrales a una tasa de 18% semestral. Hallar el capital insoluto al final del 7º año.

Depreciación:
2) Una deuda alcanza un monto total de 4’ 501,776.00 que debe ser cubierto el día 20 de julio, para ello se realizan depósitos de 500,000.00 mensuales al 48.5% anual. Se quiere saber cuando se debe hacer el primer depósito.

3) Con motivo de las ventas de primavera, una bodega ofrece al público lotes con ropa de segunda en $500.00 dando facilidades de pagar en 3 meses con abonos mensuales iguales y no de inmediato, a una tasa de interés de 5% mensual. Si un cliente aprovecha la citada facilidad el 15 de mayo pero puede efectuar su primer pago el día 15 de agosto; se quiere saber cual es la amortización mes a mes.

IV.26.- Introducción.
Definición.- Es la pérdida de valor de un activo fijo (edificios, equipo de oficina, maquinaria, equipo de transporte, etc.) como consecuencias del uso. Ahora bien, tomando en cuenta que ese activo hay que reemplazarlo al final de su vida útil, entonces cada año se traspasa parte de las utilidades a un fondo especial llamado ***fondo para la depreciación.*** A estos depósitos se les llama cargos por depreciación. (CxD).

En un momento determinado, si al costo original del activo le restamos el importe del fondo para la depreciación obtendremos el valor en libros. El valor en libros de un activo al final de su vida útil debe ser su valor de salvamento o valor de desecho. Este valor, al igual que la vida útil, es estimado, pues es imposible precisar cuanto podrán darnos en el futuro por el activo que vendamos como desperdicio (como fierro, madera, etc.)

Analizaremos dos métodos para depreciar activos, uno conocido como método de promedios o método lineal, y el otro conocido como el método de porcentaje fijo.

IV.27.- Método de promedios o método lineal.
En el método lineal, que es el método mas simple para depreciar activos, se efectúan depósitos anuales iguales en el fondo para la depreciación, durante toda la vida útil del activo.

EJEMPLO:

Se estima que una maquina de 4’ 000,000.00 tendrá una vida útil de 6 años y al final de dicho periodo un valor de salvamento de 400,000.00.
a) Encontrar la depreciación promedio anual.
b) Elaborar una tabla de depreciación en donde se muestre el valor en libros cada año.

SOLUCION:
a) Depreciación total = Costo – valor de salvamento
Depreciación total = 4’ 000,000 – 400,000 = 3’ 600,000
Depreciación promedio anual = 3’ 600,000/6 = 600,000.00

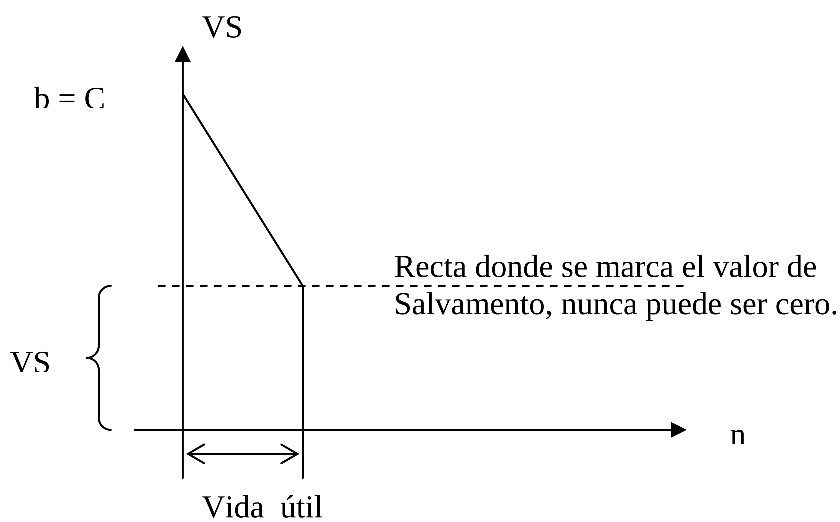
Ahora bien, hagamos el siguiente análisis;

$$D = C - VS$$
$$VS = -Dn + C$$

Comparando la ecuación del VS con la ecuación de la recta en su forma simplificada, Esto es:

$$y = mx + b$$
$$VS = -Dn + C$$

Donde: *Y* = *VS* (El eje de “y” es el eje de los valores de salvamento o rescate).
X = *n* (El eje de las “x” es el eje de los tiempos).
b = *C* (La ordenada al origen es el costo original).
m = *-Dn* (La pendiente “m” es la depreciación promedio anual o cargo por depreciación).



Que llevados a una grafica, tendríamos:

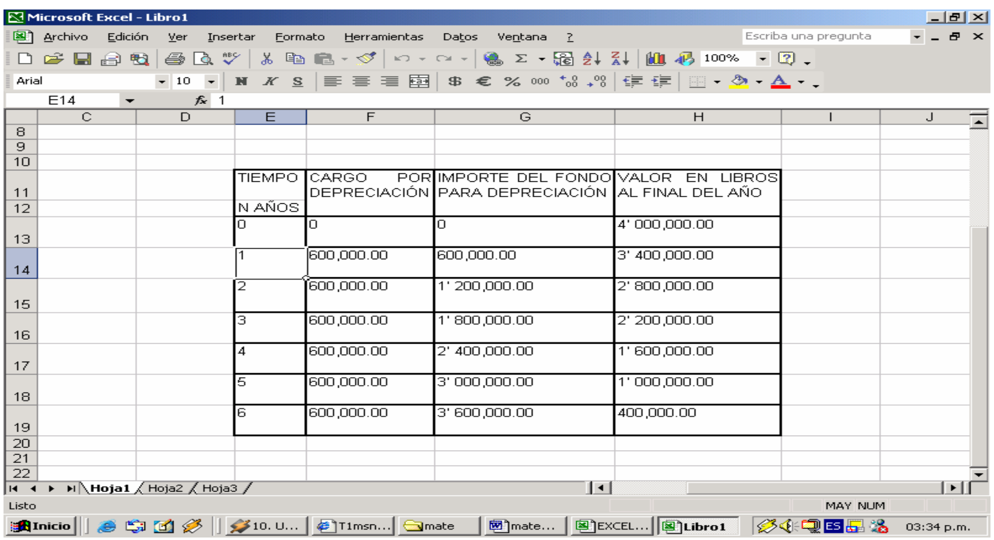
Obsérvese que el valor de salvamento nunca puede ser cero, ya que la depreciación a que nos referimos, es una depreciación contable y el activo depreciado, tendrá entonces, siempre un valor de rescate que depende de la vida útil y la depreciación promedio anual.

b) La tabla se puede formular de la siguiente manera:
VS = -Dn + C……………..n = tiempo en años.

$VS_0 = -6(10)^5(0) + 40(10)^5 = 10^5(40 - 0) = 4\ 000\ 000$
$VS_1 = -6(10)^5(1) + 40(10)^5 = 10^5(40 - 6) = 4\ 000\ 000$
$VS_2 = -6(10)^5(2) + 40(10)^5 = 10^5(40 - 12) = 4\ 000\ 000$
$VS_3 = -6(10)^5(3) + 40(10)^5 = 10^5(40 - 18) = 4\ 000\ 000$
Y Así sucesivamente hasta el sexto año:

Por otra parte, como el cargo por depreciación anual es de 600,000, el fondo para la depreciación se incrementa en esa cantidad cada año, mientras que el valor en libros decrece anualmente en esa misma cantidad, esto es.

4’ 000,000 – 600,000 = 3’ 400,000
3’ 000,000 – 600,000 = 2’ 800,000
2’ 800,000 – 600,000 = 2’ 200,000
Así sucesivamente hasta el sexto año.



TIEMPO N AÑOS	CARGO POR DEPRECIACIÓN	IMPORTE DEL FONDO PARA DEPRECIACIÓN	VALOR EN LIBROS AL FINAL DEL AÑO
0	0	0	4’ 000,000.00
1	600,000.00	600,000.00	3’ 400,000.00
2	600,000.00	1’ 200,000.00	2’ 800,000.00
3	600,000.00	1’ 800,000.00	2’ 200,000.00
4	600,000.00	2’ 400,000.00	1’ 600,000.00
5	600,000.00	3’ 000,000.00	1’ 000,000.00
6	600,000.00	3’ 600,000.00	400,000.00

IV.28.- Método de porcentaje fijo.

En el método de porcentaje fijo, la depreciación de un activo en su primer año de uso es frecuentemente mayor que la del segundo, y la del segundo es mayor que la del tercero, y así sucesivamente. El cargo por depreciación (C X D) que debe hacerse al final de cada año, es un porcentaje fijo del valor contable al principio de año.

Sean: *C = El costo original del activo.*
VS = Valor de salvamento
n = Años de vida útil.
p = Porcentaje fijo anual o tasa de depreciación.

Ahora bien si C es el costo original de un activo Cp será la depreciación, por lo tanto C – Cp es el valor contable. Esto es:

Costo original……………………………..C
Cargo por depreciación…………………<u>C p</u>
Valor contable al final del año…………C – C p
Factorizando……………………………C(1 – p)
Costo al principio del 2º año.………….C (1 – p)
Cargo por depreciación…………………<u>C (1 –p) p</u>
Valor contable al final del 2º año………C(1 –p) – C (1 –p)p´
Factorizando……………………………$C\ (1 – p)^2$
Costo al principio del 3º año………….$C\ (1 – p)^2$
Cargo por depreciación………………..$\underline{C\ (1 – p)^2\ p}$
Valor contable al final del 3º año…….$C\ (1 –p)^2 – C(1 – p)^2\ p$
Factorizando……………………………$C\ (1 – p)^{3*}$

Y así sucesivamente, los valores contables durante la vida útil del activo, corresponden a los términos de una progresión geométrica, esto es:

$$C\ (1 –p),\ C\ (1 – p)^2,\ C\ (1 – p)^3,\ C\ (1 – p)^4,……..,C\ (1 – p)^{n-1},\ C\ (1 – p)^n$$

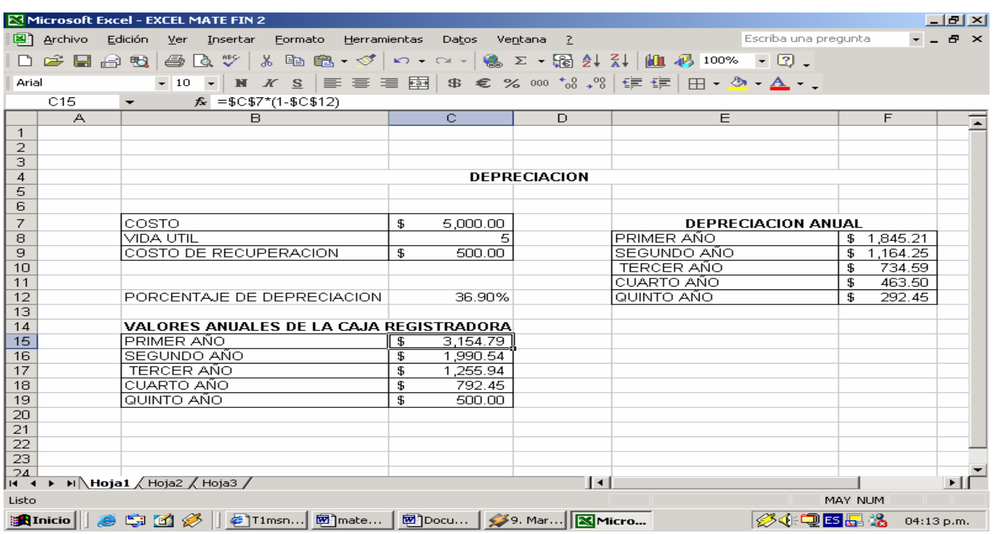
El valor contable al final de la vida útil es C $(1 – p)^n$, que será igual al valor del salvamento, Que escribiremos como:

$$VS = C\ (1 – p)^{\ n}$$

Para obtener el cargo por depreciación o depreciación anual, se utiliza la siguiente formula.

$$(CxD) = VC_n - VC_{n+1}$$

EJEMPLO:
Se estima que una caja registradora tiene un costo de $ 5,000, una vida útil de 5 años y un valor de salvamento de 500 Determinar el porcentaje fijo de depreciación y construir la tabla de depreciación.



COSTO	$	5,000.00
VIDA UTIL		5
COSTO DE RECUPERACION	$	500.00
PORCENTAJE DE DEPRECIACION		36.90%

VALORES ANUALES DE LA CAJA REGISTRADORA

PRIMER AÑO	$	3,154.79
SEGUNDO AÑO	$	1,990.54
TERCER AÑO	$	1,255.94
CUARTO AÑO	$	792.45
QUINTO AÑO	$	500.00

DEPRECIACION ANUAL

PRIMER AÑO	$	1,845.21
SEGUNDO AÑO	$	1,164.25
TERCER AÑO	$	734.59
CUARTO AÑO	$	463.50
QUINTO AÑO	$	292.45

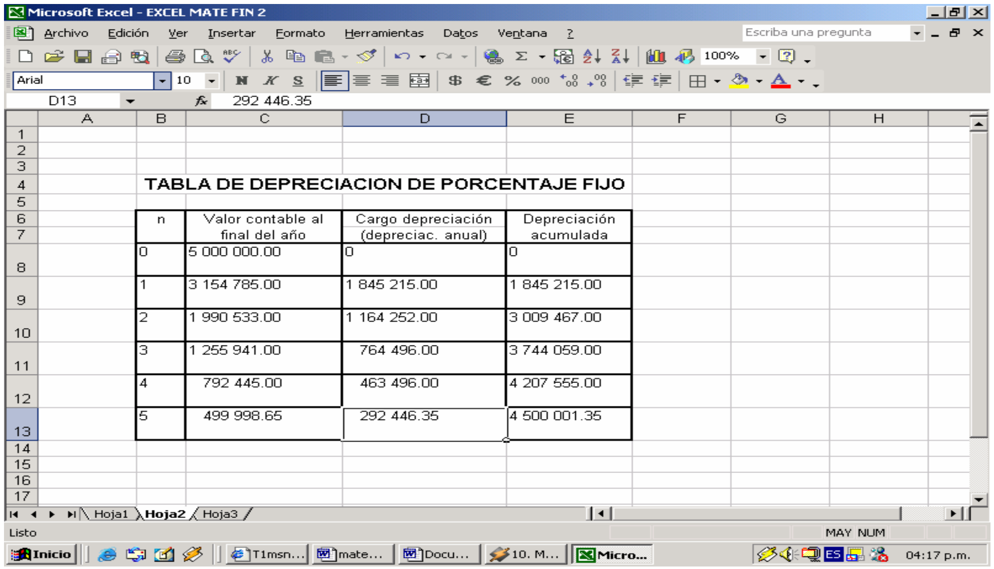


TABLA DE DEPRECIACION DE PORCENTAJE FIJO

n	Valor contable al final del año	Cargo depreciación (depreciac. anual)	Depreciación acumulada
0	5 000 000.00	0	0
1	3 154 785.00	1 845 215.00	1 845 215.00
2	1 990 533.00	1 164 252.00	3 009 467.00
3	1 255 941.00	764 496.00	3 744 059.00
4	792 445.00	463 496.00	4 207 555.00
5	499 998.65	292 446.35	4 500 001.35

Actividades.-

1) El dueño de una empresa compro una maquina en $2, 000.00. Tendrá obligación de abonar $200.00 cada 6 meses y pagara además el 30% semestral sobre saldos insolutos de su obligación por concepto de interés. Calcular el interés total que debe pagar.

2) En una oferta e compra una computadora con valor de 2,500.00 pagando el 25% de enganche y el saldo en mensualidades durante 12 años, con interés del 60% anual sobre saldos insolutos. ¿Cuánto se paga en total por la computadora?

3) A un motor con un costo de 150,000.00 se ha estimado un valor de salvamento de 5,000.00 y una vida probable de 30 años. Determinar; a) La tasa de de depreciación anual, b) El valor en libros al final del 2º año y c) el cargo por depreciación del 25º año.

4) Una maquina se compra en 100,000.00 y se le calcula una producción de 400,000 unidades. Su producción real en el primer año es de 150,000 unidades, en el 2º año es de 160,000 y, el 3º año es de 120,000. Calcular la depreciación de cada año y corranse los asientos.

5) Un equipo eléctrico costo 50,000.00 y tiene especificación de 7 años de vida útil al final de los cuales no tiene ningún valor, por lo cual se deberá reemplazar por otro de igual valor. Calcular el porcentaje de depreciación

V.29.- Bonos

Las inversiones llamadas Bonos u Obligaciones son promesas escritas de pago. Por ejemplo, la sociedad o gobierno que requiere de mover grandes capitales, no puede en muchas ocasiones, obtener dichos capitales de una sola fuente, entonces tiene que recurrir a la inversión de muchos individuos o compañías. De tal manera que puede solucionar su problema emitiendo dichos bonos u obligaciones.

Se dice que los inversionistas que adquieren los bonos, están prestando su dinero a esa sociedad que los emitió, por lo tanto se hacen acreedores a recibir sus intereses pagaderos en periodos regulares de tiempo.

V.30.- Tipos de Bonos

Los bonos son documentos de crédito que pueden ser transferidos a otras personas, unos por simple venta o al portador, y otros por endoso.

En caso de que un bono cambie de dueño por simple venta, se le llamara bono no registrado*;* y aquel bono que tiene el nombre de su propietario, y que carece de valor para cualquier otra persona se le llamara bono registrado***.***

Todos aquellos bonos al portador o registrados pagaran el valor nominal (capital o principal) y los intereses; al portador, con la presentación de un cupón que este impreso y va unido a la obligación (son desprendibles), y el bono registrado no requiere de dicho cupón, ya que tanto el capital como los intereses solo se pagaran a la persona registrada como tenedor del bono.

Terminología:
VALOR NOMINAL.- Es el capital que esta señalado en el bono.
VALOR DE REDENCION: Es el valor que el tenedor del bono rescata cuando de le reintegra su dinero.
Nota: Cuando el valor de redención es igual al valor nominal se dice que el bono es redimible a la par, y si no, dicho valor de redención se anota como un porcentaje de valor nominal del bono u obligación, y se les suele denominar; bonos sobre la par o premio, y bonos bajo la par o con descuento.

Los bonos generalmente son múltiples de 10, y los valores más usados son: 100; 500; 1,000; 10,000; y 50,000.

V.31.- Tasas de interés y valor actual de los bonos.

Al comprar un bono en una fecha de pago de intereses, se espera que produzca un rendimiento sobre el precio de compra , lo cual involucra dos tasas de intereses ; una, la tasa que la empresa emisora paga sobre el valor nominal (sobre el bono) “r”; y la otra, es el rendimiento hasta el vencimiento (sobre inversión) “i”; Esto es:

Valor actual de los bonos = valor actual de los intereses + valor actual del principal
El valor actual del principal = $C\ (1 + i)^{-n}$.

El valor actual de los intereses o anualidad, esta constituida por los cupones

$$Fra_{\overline{n}|i}$$

Donde:

V = Valor o precio de compra del bono para obtener un rendimiento “i”.
F = Valor nominal (o a la par) del bono.
r = Tasa de interés que se paga sobre la inversión por periodo de cupón.
(En realidad es lo que el inversionista gana por su inversión)
Fr = R = Anualidad vencida o valor de los intereses sobre el valor nominal a la tasa “r”
A = Valor presente de la anualidad.
C = Precio de redención (igual al valor nominal del bono, salvo que se señale lo contrario.
N = Numero de periodos de interés (o numero de cupones) hasta que se redima o venza el titulo.

V.32.- Valor de los bonos comprados a la fecha de pago de cupón.

Sabemos que el poseedor de un bono obtiene beneficios que son:

a) El valor o precio de redención, en una fecha llamada fecha de redención.
b) Pago periódico de intereses, a través de un cupón a medida que vence.

SEA:

Precio al día de hoy	Fr	Fr	Fr	____________	Fr	Fr + C
0	1	2	3	____________	n - 1	n

Donde la anualidad vencida es:

$$A = Ra_{\overline{n}|i}$$

$$y..como..R = Fr$$

$$entonces..A = Fr a_{\overline{n}|i}$$

$$ademas..C = Valor..nominal..del..bono..$$

$$que..a..interés..compuesto..es: \frac{C}{(1+i)^n} = C(1+i)^{-n}$$

Por lo tanto el valor del bono comprado a la fecha de pago de cupón es:

$$V = Fra_{\overline{n}|i} + C(1+i)^{-n} ---------(1)$$

O bien:

$$V = Fr\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + \frac{C}{(1+i)^n}$$

O también:

$$V = C + (Fr - Ci)a_{\overline{n}|i}$$

$$V = C + (Fr - Ci)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

EJEMPLO:

Un bono de 10,000 redimible a 10,250, se anota como un bono de 10,000 redimible a 102.5. De hecho; como el bono no es a la par, entonces tiene un porcentaje del valor nominal, esto es:

$$\frac{10,250}{10,000} = 1.025\%$$

Pero no se acostumbra escribir la palabra porciento, así de lo que se hace es:

$$\frac{10{,}250}{10{,}000} x100 = 102.5$$

V.33.- Compra de bonos con premio o, descuento.

Si el valor de un bono “V” es menor que el valor de redención “C”, se dice que fue comprado con descuento. Esto sucede si la tasa de interés del bono (r) es mayor que la tasa de rendimiento sobre la inversión (i) . Esto es:

$$D = C - V$$

Un bono se compra a prima o premio si su valor de compra “V” es mayor que su valor de redención o la par “C”. Esto sucede si la tasa de interés del bono (r) es mayor que la tasa de rendimiento sobre la inversión (i). Esto es:

$$P = V - C$$

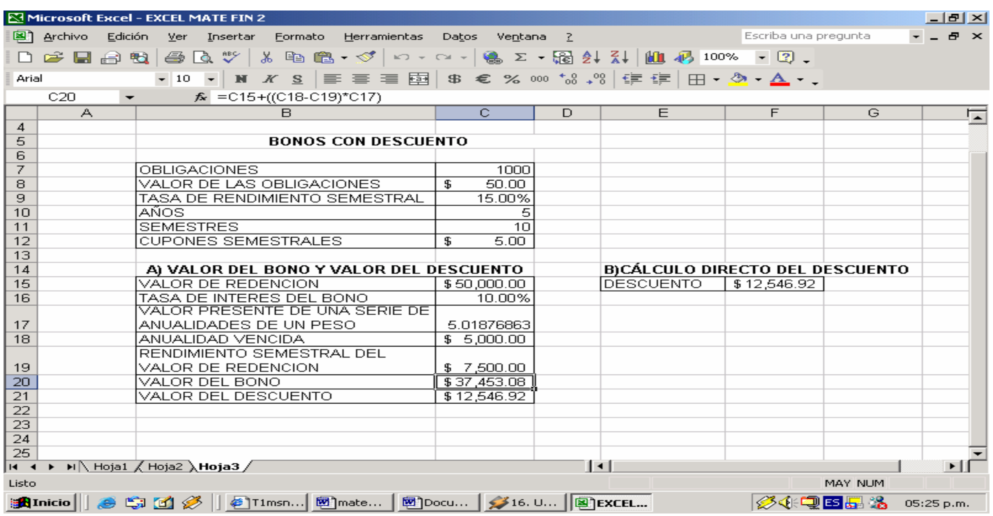
Formulas para obtener el valor del descuento y el valor de la prima en forma directa.

$$D = (Fr - Fi)a_{\overline{n}|i}$$
$$P = (Fr - Fi)a_{\overline{n}|i}$$

EJEMPLO.

Determinar el descuento para una emisión de 1,000 obligaciones de 50.00 cada una con cupones semestrales de 5.00 reembolsables al fin de 5 años con una tasa de rendimiento de 15% semestral.

Resolución del problema en dos formas diferentes.



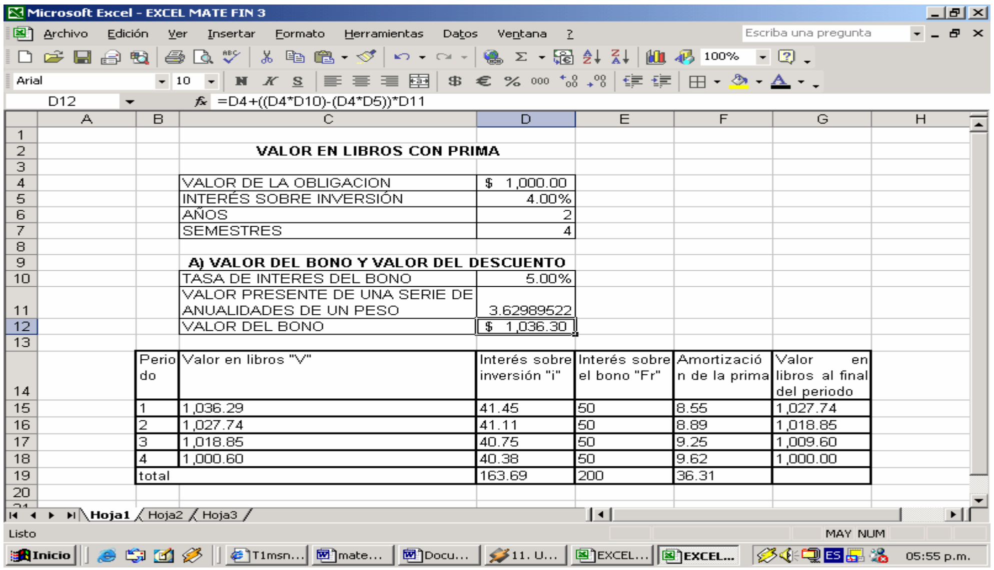
BONOS CON DESCUENTO		
OBLIGACIONES	1000	
VALOR DE LAS OBLIGACIONES	$ 50.00	
TASA DE RENDIMIENTO SEMESTRAL	15.00%	
AÑOS	5	
SEMESTRES	10	
CUPONES SEMESTRALES	$ 5.00	
A) VALOR DEL BONO Y VALOR DEL DESCUENTO		
VALOR DE REDENCION	$ 50,000.00	
TASA DE INTERES DEL BONO	10.00%	
VALOR PRESENTE DE UNA SERIE DE ANUALIDADES DE UN PESO	5.01876863	
ANUALIDAD VENCIDA	$ 5,000.00	
RENDIMIENTO SEMESTRAL DEL VALOR DE REDENCION	$ 7,500.00	
VALOR DEL BONO	$ 37,453.08	
VALOR DEL DESCUENTO	$ 12,546.92	

B)CÁLCULO DIRECTO DEL DESCUENTO	
DESCUENTO	$ 12,546.92

V.34.- Valor en libros y amortización de la prima.

Cuando un bono se compra con premio o con descuento, al transcurrir el tiempo su valor varía hasta llegar a su valor de redención, esto se puede calcular haciendo una tabla de inversión donde se muestre el cambio del valor en libros de los bonos. En dicha tabla se puede observar que la inversión siempre gana la tasa de rendimiento "i" y lo que sobra del cupón se utiliza para amortizar la prima.

Se tiene una obligación de 1,000, valor nominal que vence a la par dentro de 2 años al 5% semestral. Paga un rendimiento del 8% anual. Hacer la tabla de inversiones o valores.



VALOR DE LA OBLIGACION	$ 1,000.00
INTERÉS SOBRE INVERSIÓN	4.00%
AÑOS	2
SEMESTRES	4

A) VALOR DEL BONO Y VALOR DEL DESCUENTO

TASA DE INTERES DEL BONO	5.00%
VALOR PRESENTE DE UNA SERIE DE ANUALIDADES DE UN PESO	3.62989522
VALOR DEL BONO	$ 1,036.30

Periodo	Valor en libros "V"	Interés sobre inversión "i"	Interés sobre el bono "Fr"	Amortización de la prima	Valor en libros al final del periodo
1	1,036.29	41.45	50	8.55	1,027.74
2	1,027.74	41.11	50	8.89	1,018.85
3	1,018.85	40.75	50	9.25	1,009.60
4	1,000.60	40.38	50	9.62	1,000.00
total		163.69	200	36.31	

Calculo de las columnas.

1ª columna: 1,036.29 = V.
2ª columna: 1,036.29 (0.04) = 41.452
3ª columna: Fr = 50
4ª columna: 50 – 41.45 = 8.55
5ª columna: 1,036.29 – 8.55 = 1,027.74

V.35.- Valor de los bonos comprados entre fechas de pago de cupón.

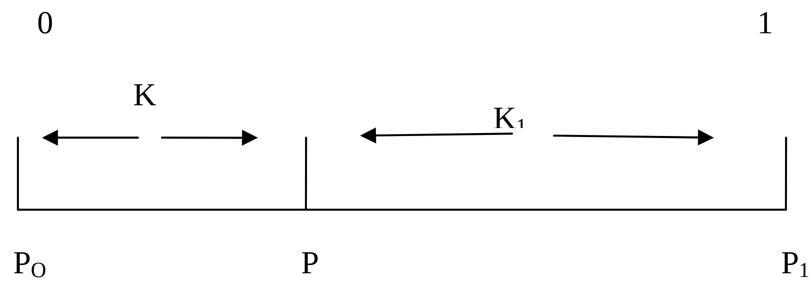
Hasta ahora, hemos analizado situaciones en que la compra del bono se han hecho exactamente en la fecha de pago de cupón, pero si hacemos la compra de un bono entre dos fechas de pago, es obvio que una parte del cupón no vencido pertenece al vendedor, y la otra parte al comprador, así que parta calcular el precio total que se pagara por la compra del bono, haremos lo siguiente.

a) Determinar el precio "p" de compra de un bono sin acumular el valor del cupón.
b) Determinar el precio "p" de compra de un bono acumulando el valor del cupón (recibe el nombre de precio efectivo, neto o flat)

Este último se puede calcular a través de 3 métodos, que son:

1) Método exacto o de interés compuesto.
2) Método aproximado o de interés simple.
3) Método por interpolación.

Representemos en la siguiente figura, los precios de compra del bono exactamente en la fecha de pago de cupón "Po" "P_1"



Donde:

Po es el precio en la fecha de pago inmediatamente anterior a la fecha de venta.
P es el precio del bono después de transcurrido un tiempo “K” (entre fechas de cupón).
P_1 Es el precio en la ultima fecha de pago o valor de redención.
K Es el tiempo transcurrido después de la primera fecha (Po).
K_1 Es el tiempo por transcurrir.

Ahora bien, establezcamos la siguiente razón:

$$\frac{P - P_0}{K} = \frac{P_1 - P}{K_1}$$

De esta expresión despejamos “P” que es el precio que buscamos, entonces tenemos que:

$$P = P_0 + K(P_1 - P_0)$$

EJEMPLO:
Una obligación de la compañía NEYOY S. A. de 1,000 tiene cupones fechados el 1º de enero con precio del bono de 950.10, y el 1º de julio con precio de 950.80. Se quiere saber el precio del bono sin valor acumulado del cupón, si dicho bono se vende el 5 de abril.
SOLUCION:
Datos.

Po = 950.10
P_1 = 950.80

Los días transcurridos del día 1º de enero al 5 de abril son 94 (considerando los meses de 30 días), así que:

$$K = \frac{94}{180}$$

Donde 180 = 6 meses x 30 días

$$P = 950.10 + \frac{94}{180}(950.80 - 950.10)$$

$$P = 950.10 + 0.3655 = 950.465$$

Actividades:

1) De un bono de 1,000 al 6% redimible (pagadero) el 1º de enero, 1º de mayo y 1º de septiembre de cada año, desde su emisión hasta el 1º de septiembre de 1992 inclusive que se estipula a 105, se quiere obtener el pago al 1º de septiembre de 1992 y los pagos cuatrimestrales.

2) Un bono de 500 al 8% en los meses de julio y diciembre redimible el 15 de diciembre de 1994 a 110, marca el pago al 15 de diciembre de 1994 de 500 (1.10) = 550. Y pagos semestrales de:

3) Un bono de 50,000.00 al 5%, redimible por 1,020 a 10 años y con un rendimiento de 7%, estipula un valor o precio de:

4) Obtener el valor que se puede pagar por un bono de 100, 4%, febrero, mayo, agosto, noviembre redimible a la par el 10 de noviembre de 1995, fue comprado el 1º de febrero de 1985 con una tasa de rendimiento sobre la inversión y por periodo de cupón de 6% convertible trimestralmente.

5) Una empresa emite 2000 obligaciones de 1,000.000 cada una, con cupones semestrales de 70.00 para ser reembolsados al fin de 6 años con una tasa de 4% semestral. Calcular el valor de la emisión.

INTEGRACIÓN CONCEPTUAL: **(El Titular Académico, conocerá las respuestas).** Tendrá los conocimientos necesarios para la resolución de problemas financieros que se le presenten, tanto de interés simple, interés compuesto, descuentos, anualidades, amortizaciones y bonos.

REPORTES CRÍTICOS O SUGERENTES A: Dr. Ernesto Guerra García, coordinador General Educativo.(Correo electrónico: eguerra@uaim.edu.mx) Benito Juarez No. 39, Mochicahui, El Fuerte, Sinaloa, México. C.P. 81890, Tel. 01 (689) 2 00 42 .