

FZM450 Elektro-Optik

2. Hafta

Işığın Elektromanyetik Tanımlanması-1:

Boşlukta Elektromanyetik Dalgalar

2. Hafta Ders İçeriđi

- Maxwell Denklemleri
- Boşlukta Maxwell denklemleri ve ozümleri
- Işığı oluşturan elektrik ve manyetik alanlar arasındaki ilişki
- Faz ve grup hızları
- Işığın kuantumluluğu
- EM dalga ile iletilen enerji

Elektromanyetik Dalgalar-Maxwell Denklemleri

J. C. Maxwell, elektrik ve manyetizmaya yönelik çalışmaları birleştirerek ışığın elektromanyetik tabiatlı olduğunu göstermiştir

Maxwell denklemleri en genel olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss Yasası- Elektrik}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{Gauss Yasası- Manyetik}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Faraday Yasası}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad \text{Amper Yasası}$$



$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left[\underbrace{\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}}_{\text{Maxwell'in katkısı}} + \mathbf{J} \right] \quad \text{Maxwell'in katkısı ile Amper Yasası}$$

Burada; \mathbf{E} elektrik alan, \mathbf{B} manyetik alan, ρ uzaysal yük yoğunluğu, \mathbf{J} ise akım yoğunluğudur ϵ_0 boş uzayın elektriksel, μ_0 ise manyetik geçirgenliği olup sayısal değerleri

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m (Boş uzayın elektriksel geçirgenliği)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-9}$ H/m (Boş uzayın manyetik geçirgenliği)

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-1

“..And God said 'Let there be light: and there was light' ”
Eski Ahid. Yaradılış 1:3

Boşlukta $\mathbf{J}=0$ (akım yoğunluğu), $\rho=0$ (yük yoğunluğu) olacağından Maxwell denklemleri

$$(1) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$(3) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(4) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left[\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} \right] \quad \Longrightarrow \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

\mathbf{E} ve \mathbf{B} hem konumun hem de zamanın fonksiyonları olduğundan vektörel olarak en genel şekilde aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = E_x(x,y,z,t)\hat{\mathbf{i}} + E_y(x,y,z,t)\hat{\mathbf{j}} + E_z(x,y,z,t)\hat{\mathbf{k}}$$
$$\mathbf{B}(x,y,z,t) = B_x(x,y,z,t)\hat{\mathbf{i}} + B_y(x,y,z,t)\hat{\mathbf{j}} + B_z(x,y,z,t)\hat{\mathbf{k}}$$

Burada 6 bileşen (3 \mathbf{E} alan, 3 de \mathbf{B} alan bileşeni) ve 4 değişken (3 konum (x,y,z) ve zaman t) vardır

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-2

Bu denklemleri nasıl eş zamanlı olarak çözeriz?

3. denklemin dönüşünü (curl) alıp, manyetik alan (curlB) yerine denklem (4)'yi koyarsak

$$(3) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right]$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Vektörel eşitlik $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E})$ kullanıldığında

$$-\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Boş uzayda $\rho=0$ olduğu için $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-3

Genel dalga Denklemi

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

şeklinde yazabiliriz.

Yukardaki denklem üç boyutta dalga denklemi formundadır.

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

* Işık hızı diğer hızlar gibi v ile değil de c ile gösterilir. Bu gösterim, latince “hızlı” anlamına gelen “celer” kelimesinden gelmektedir

Dalğanın ilerleme hızı ise $c=1/(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}$ ve değeri:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7}) \cdot (8,85 \times 10^{-12})}} = 2,99 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(Boş uzayda elektromanyetik dalğanın (ışığın) yayılma hızı)

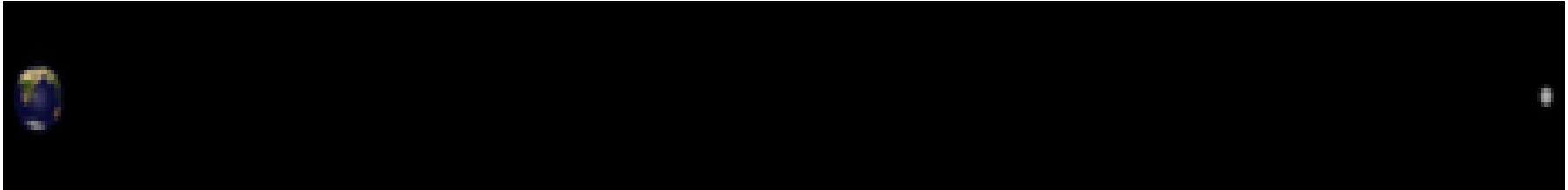
Boş uzayda elektromanyetik dalğanın (ışığın) yayılma hızı

☺ **Ödev 2.1: Manyetik alan içinde benzer dalga denklemini aşağıdaki gibi sağladığını gösteriniz!**

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

Işık Hızı

$$c = 2,99 \times 10^8 \text{ m / s}$$



Işık, Dünya'dan Ay'a 1.2 saniyede gitmektedir.

http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_light

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-4

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

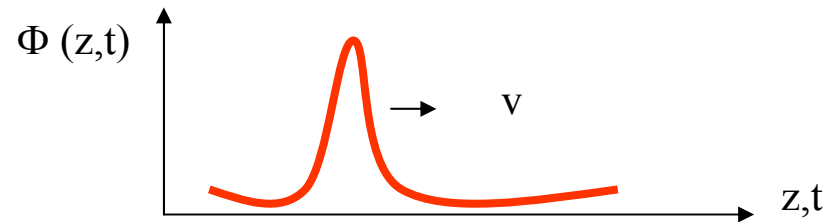
Bu denklemler $\nabla^2 \Phi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$ dalga denklemi formundadır

Burada $\Phi(x, y, z; t) = E, B$ $\frac{1}{v^2} = \varepsilon_0 \mu_0$

Bu denklemlerin çözümleri nedir?

Basitlik olması açısından üç boyutta verilen bu dalga denklemini bir boyut için yazarsak

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad \Phi(x, y, z; t) \Rightarrow \Phi(z; t) \quad \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



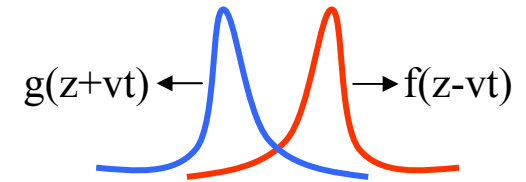
Burada, z dalganın ilerleyiş doğrultusunu, t zamanı, v ise dalganın yayılma hızını göstermektedir

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-5

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

Bu diferansiyel dalga denklemin en genel çözümü

$$\Phi(z,t) = f(z-vt) + g(z+vt)$$



formunda olması durumunda dalga denkleminin çözümünü sağlar

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi}{\partial (z-vt)} \cdot \frac{\partial (z-vt)}{\partial z} \quad \implies \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \Phi' \cdot 1 \quad \implies \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \Phi'' \cdot 1$$

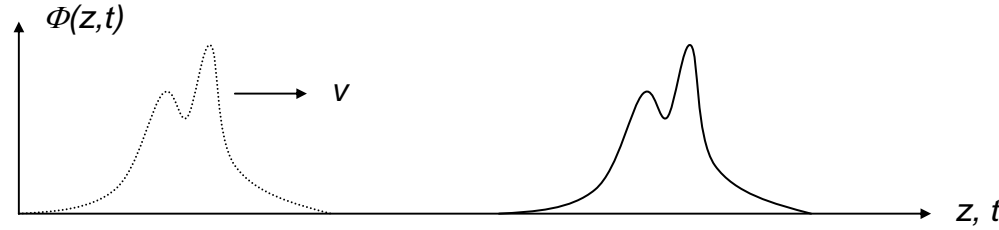
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial (z-vt)} \cdot \frac{\partial (z-vt)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial (z-vt)} \cdot (-v) \quad \implies \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Phi'' \cdot (v^2) \quad \implies \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Phi'' \cdot (v^2)$$

$$\Phi'' = \frac{1}{v^2} \Phi'' (v^2)$$

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-5

Yukarıdaki ifade bize argümanı $(z \pm vt)$ olan herhangi bir f veya g fonksiyonunun dalga denklemini sağlayacağını söylemektedir (önemli olan f veya g 'nin formu değil de argümanın $(z \pm vt)$ şeklinde olması)

Örneğin aşağıdaki atma şekline sahip olan dalga x -ekseni boyunca v hızı ile ilerleyen dalga denklemini sağlayacaktır



Ancak,

$$f(z - vt) = 3 \ln(z) e^{-vt}$$

fonksiyonu çözüm **değildir** çünkü $(z-vt)$ ifadesi bu denkleminde tam olarak $(z-vt)$ şeklinde değildir!

$$f(z, t) = 3e^{-(z-vt)^2}$$

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-7

Basitlik olsun diye yukarıdaki dalga denklemini tek boyutta çözelim

Yayıma doğrultusunu z-yönünde seçersek yukarıdaki denklemin çözümlerinin

$$f(z-ct) = E(x,y,z,t) = E(z-ct)$$

$E(z,t)$ vektörel nicelik

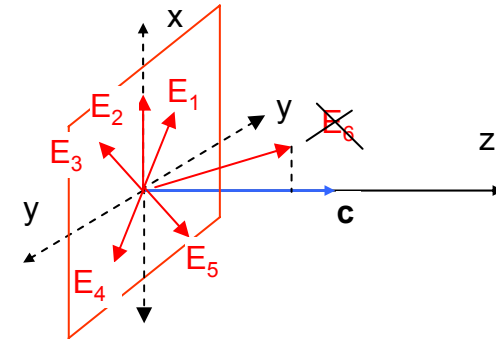
$$(1) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad \text{olması gerektiğinden} \quad \rightarrow \rightarrow = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$E(z,t), \quad x \text{ ve } y \text{'nin fonksiyonu olmadığından} \quad \frac{\partial E_x(z-ct)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial E_y(z-ct)}{\partial y} = 0 \quad \text{ve}$$

$$E(z,t), \quad z \text{'nin fonksiyonu olduğundan} \quad \frac{\partial E_z(z-ct)}{\partial z} = 0 \Rightarrow E_z = 0 \quad \text{olması gerekir}$$

- **Önemli Sonuç:** E alanın yayılma doğrultusunda hiç bir bileşeni olmayacaktır, E alanı tümüyle z doğrultusuna dik bir düzlemde (xy-düzlemi) bulunacaktır

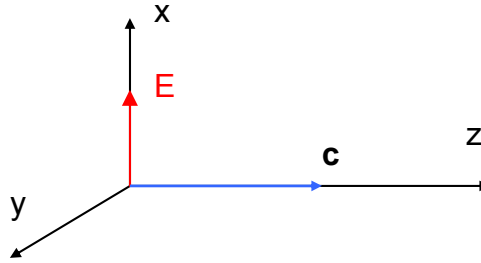
Elektrik alan ilerleme yönü olan z-doğrultusuna dik yönde enlemesine (transverse) titreşim yapmaktadır
Yani ışık enlemesine bir dalgadır



Boşlukta Elektromanyetik Dalga-7

E_x için özel duruma bakalım E_x alanının x doğrultusunda olduğunu düşünelim

$E_y(x,y,z,t)=0$ (uygun koordinat sistemi seçerek bu koşulu sağlayabiliriz)



Dalga denkleminin çözümünün $E_x(x,y,z,t)=E_{ox}\sin[k(z-ct)]$ şeklinde olduğunu düşünebiliriz

Burada k bir sabittir ve fiziksel olarak ne anlama geldiği sonra detaylı olarak anlatılacaktır

$t=0, z=0$ da $E_x(x,y,z,t)=E_{ox}\sin[k(z-ct)]=0$ ki bu özel durumu gösterdiğinden $k(z-ct)$ terimine ϕ gibi bir faz açısı ekleyerek $t=0$ ve $z=0$ da dalganın sıfırdan farklı bir değer almasını sağlayabiliriz

Dolayısı ile Maxwell denklemini sağlayan dalga denkleminin aradığımız çözümü

$$E_x(x,y,z,t)=E_{ox}\sin[k(z-ct)+\phi] \quad E_y=0 \quad E_z=0$$

ϕ : faz açısı

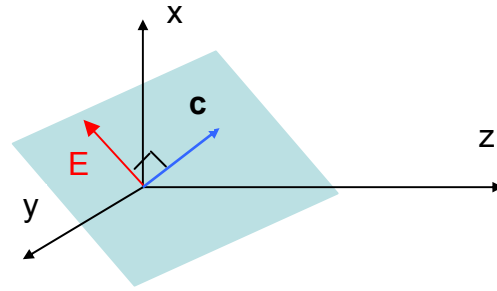
E_{ox} : genlik

k: dalga vektörü

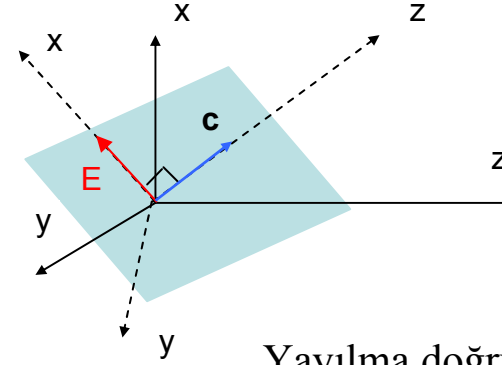
z: yayılma doğrultusu c: yayılma hızı

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-8

Yayıma doğrultusunu özel bir doğrultu(z) değil de genel olduğu duruma bakalım, yani yayılma doğrultusu z değil de herhangi bir yön olmuş olsun



Yayıma doğrultusu z



Yayıma doğrultusu r

Bu durumda dalga denkleminin çözümünün

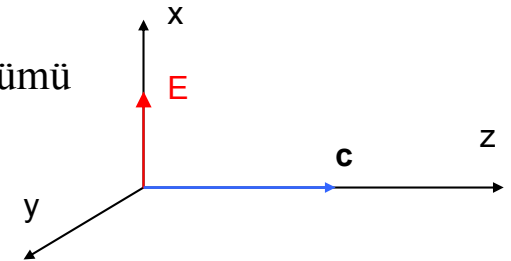
$$E_x(x,y,z,t)=E_{0x}\sin[k(r-ct)] \quad \text{şeklinde olduğunu düşünebiliriz}$$

Dolayısı ile Maxwell denklemini sağlayan dalga denkleminin aradığımız çözümü

$$E_x(x,y,z,t)=E_{0x}\sin[k(z-ct)+\phi] \quad E_y=0, E_z=0$$

ϕ : faz açısı

E_{0x} : genlik k: dalga vektörü z: yayılma doğrultusu c: yayılma hızı



Boşlukta Elektromanyetik Dalga-9

Bu dalganın uzaysal değişimine bakacak olursak ($t=0$)

$$E_x(x,y,z,t)=E_{ox}\sin[k(z-ct)+\phi]$$

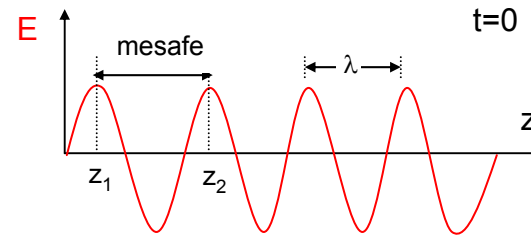
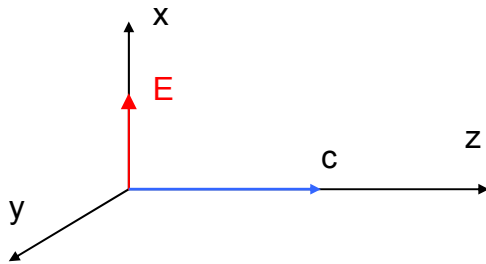
$$\left. \begin{array}{l} kz_1+\phi=\pi/2 \\ kz_2+\phi=5\pi/2 \end{array} \right\}$$

Ardışıl iki maksimum noktaya karşı gelmektedir

$$k(z_2-z_1)=5\pi/2-\pi/2=2\pi$$

$$(z_2-z_1)=2\pi/k\equiv\lambda \quad \text{Dalgaboyu}$$

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{k dalga vektörü}$$



Boşlukta Elektromanyetik Dalga-10

Bu dalganın zaman içerisindeki değişimine bakacak olursak ($z=0$)

$$E_x(x,y,z,t)=E_{0x}\sin[k(z-ct)+\phi]$$

$$ckt_1-\phi=\pi/2$$

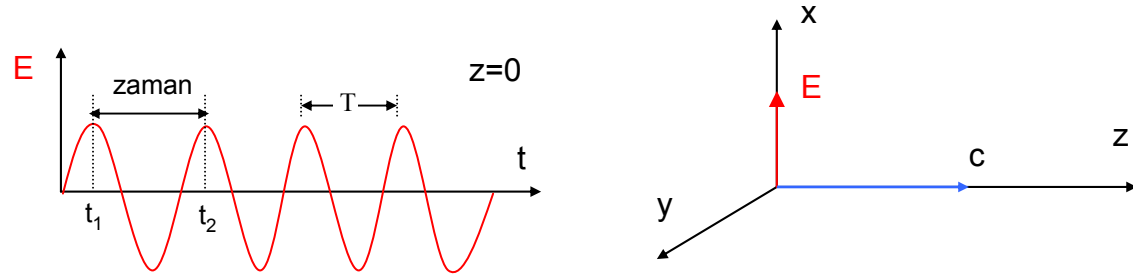
$$ckt_2-\phi=5\pi/2$$

Ardışıl iki maksimum noktaya karşı gelmektedir.

$$ck(t_2-t_1)=5\pi/2-\pi/2=2\pi$$

$$(t_2-t_1)\equiv T \text{ Periyod}$$

$$ckT=2\pi$$



Periyot (T) bir tam salınım için geçen süredir. Birimi saniyedir.

Frekans (ν) ise birim zamandaki salınım sayısıdır ve birimi 1/saniye=Hertz (Hz) dir.

Frekans ile periyod arasındaki ilişki

$$T = \frac{1}{\nu}$$

$$T \equiv \frac{2\pi}{ck} = \frac{1}{\nu} \Rightarrow ck = 2\pi\nu \equiv \omega$$

Açısal frekans

$$\omega=2\pi\nu$$

ω =açısal frekans (rad/s) ν =frekans(1/s)

$$T \equiv \frac{2\pi}{ck} = \frac{2\pi}{c\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)} = \frac{\lambda}{c}$$

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-1 1

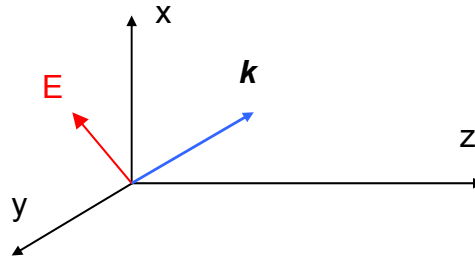
Dalgaboyu (λ) yerine vektörel nicelik olan dalga vektörünü (\mathbf{k}) tanımlayalım

$$\mathbf{k} \begin{cases} \text{büyüklüğü} \implies k = \frac{2\pi}{\lambda} & (\text{dalga sayısı}) \\ \text{yönü ise ilerleme yönü veya faz hızının doğrultusundadır} \end{cases}$$

Seçtiğimiz koordinat sistemi için \mathbf{k} 'yi yazarsak $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{k}$

Yukarıdaki çözümü yeni tanımladığımız nicelikler
(dalga vektörü \mathbf{k} ve açısal frekans ω) cinsinden yazarsak dalga denkleminin
çözümlerini herhangi bir \mathbf{k} doğrultusunda ilerleyen en genel çözümler şeklinde yazabiliriz

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = E_0 \sin[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \phi]$$



Boşlukta Elektromanyetik Dalga-12

B manyetik alanı için neler söyleyebiliriz? E alanı ile ilişkisi nedir?

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E}(z,t) = E_{ox} \sin[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \phi]$$

Manyetik alan, E alan için yapılan benzer işlemlerden sonunda B'nin de dalga denklemi formunda olduğu görülecektir

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B}(z,t) = B_o \sin[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \phi']$$

3. Maxwell denkleminde

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$E_x(z,t) = E_{ox} \sin[kz - \omega t + \phi]$$

$$\vec{E} = E_{ox} \sin(kz - \omega t + \phi) \hat{i}$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = +\omega B_o \cos(kr - \omega t + \phi')$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\hat{j} \left[-\frac{\partial}{\partial z} E_x(z,t) \right] = \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{j}$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = +\omega B_o \cos(kz - \omega t + \phi') = \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{j}$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = +\omega B_o \cos(kz - \omega t + \phi') = \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{j} = -k \hat{j} E_{ox} \cos(kz - \omega t + \phi)$$

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-13

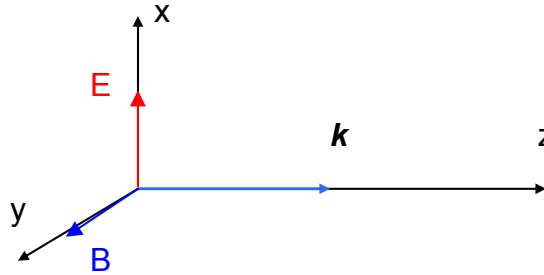
$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = +\omega B_o \cos(kz - \omega t + \phi') = \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{j} = -k \hat{j} E_{ox} \cos(kz - \omega t + \phi)$$

Yukarıdaki denklemin eşit olabilmesi için hem argümanlarının hem de katsayılarının eşit olması gerekmektedir

Argümanların eşitliğinden $kz - \omega t + \phi' = kz - \omega t + \phi \implies \phi' = \phi$ (E ve B'nin fazı aynı)

Genliklerin eşitliğinden $\omega B_o = k E_{ox} \hat{j} \implies \text{---} \hat{\text{---}}$

Dolayısı ile \mathbf{B}_o , y-doğrultusunda olmak zorundadır



* E, x-doğrultusunda ise B alanı MUTLAKA y-doğrultusunda olmalıdır

$$\frac{E_{ox}}{B_{oy}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \nu\lambda = c$$

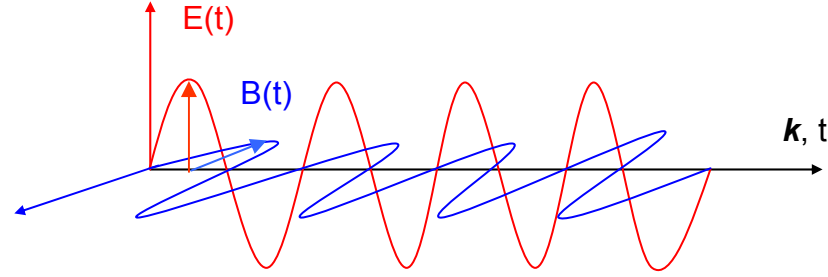
E_{ox} , B_{ox} den 8 mertebe daha büyük!

😊 **Ödev 2.2:** xz düzleminde hareket eden düzlem dalganın k dalga vektörü $k=2i+j$ ise;

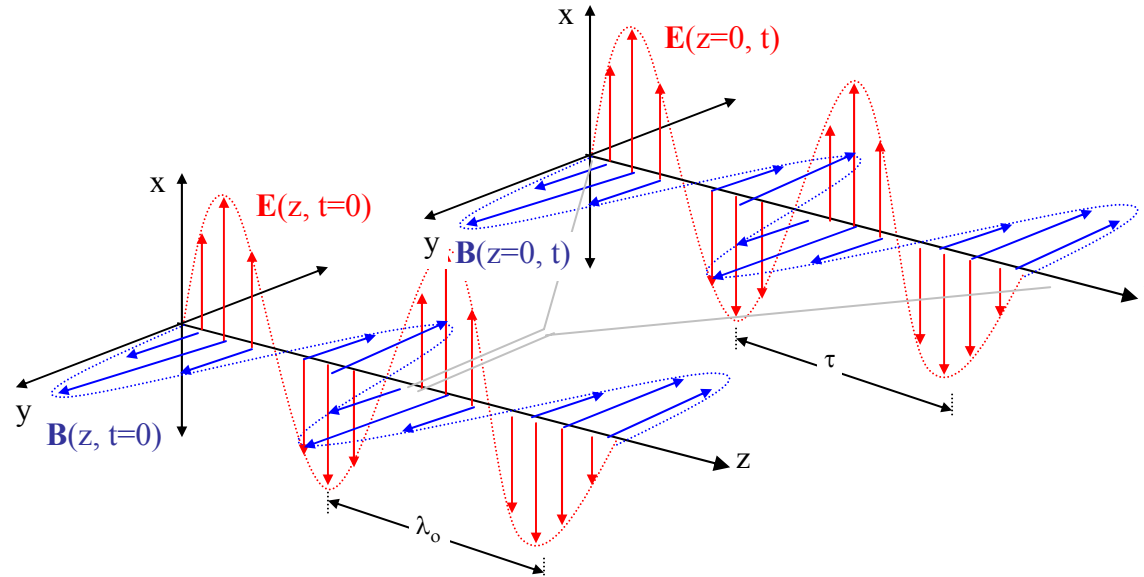
Buna göre

- (a) Elektrik alan (E) ile k dalga vektörünün diklik koşulunu sağladığını
- (b) Manyetik alan (B) ile k dalga vektörünün diklik koşulunu
- (c) E ve B nin diklik koşulunu sağladığını gösteriniz.

Boşlukta Elektromanyetik Dalga-15



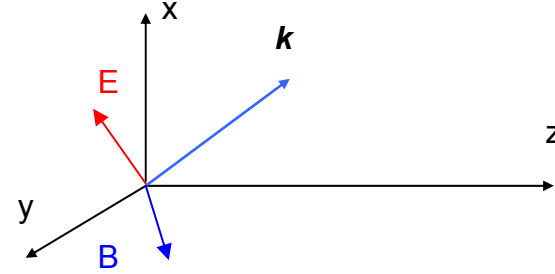
Elektromanyetik dalgayı oluşturan elektrik (\mathbf{E}) ve manyetik (\mathbf{B}) alan bileşenleri birbirlerine ve aynı zamanda dalganın ilerleyiş yönü olan \mathbf{k} vektörüne diktir. Alan bileşenleri hem zaman içinde hem de konuma bağlı olarak periyodik bir değişim gösterir. Zaman içerisindeki salınım ω , uzaysal konumdaki salınım ise \mathbf{k} ile temsil edilir



Boşlukta Elektromanyetik Dalga-15

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \phi]$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \sin[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \phi]$$



Dalga Denkleminin farklı gösterimi

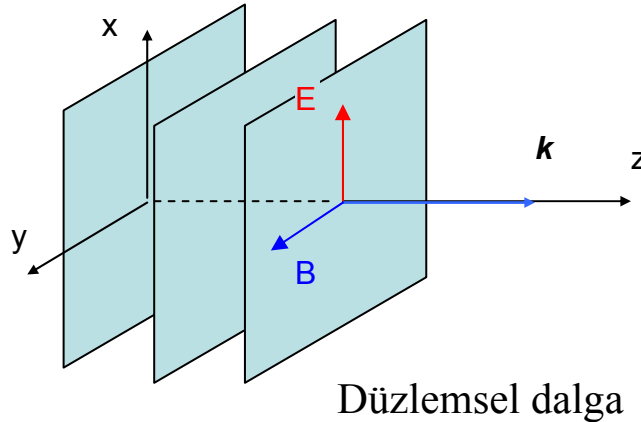
Türetilen dalga denkleminin düzlemsel dalga çözümlerini daha şık bir şekilde kompleks gösterim kullanarak vektörel formda yazabiliriz.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)}$$

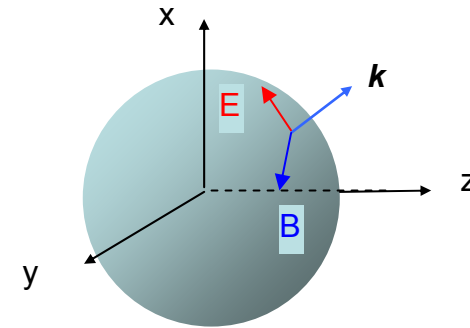
$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi')}$$

Burada \mathbf{k} , dalga vektörü, i ise kompleks sayıdır.

Dalga Şekilleri

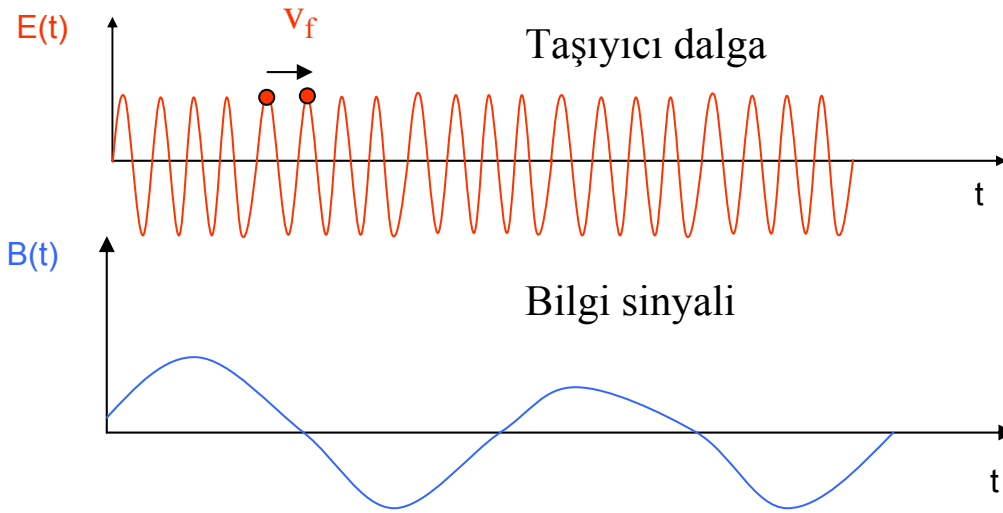


Düzlemsel dalga



Küresel Dalga

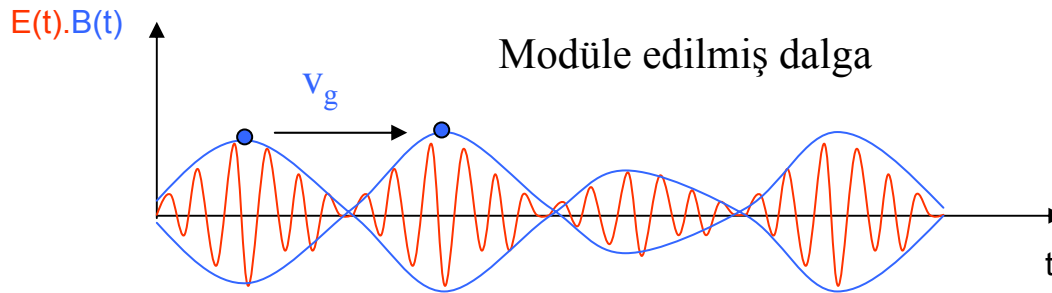
Grup ve Faz Hızı-1



Modüle edilmediği için bilgi iletmez!

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

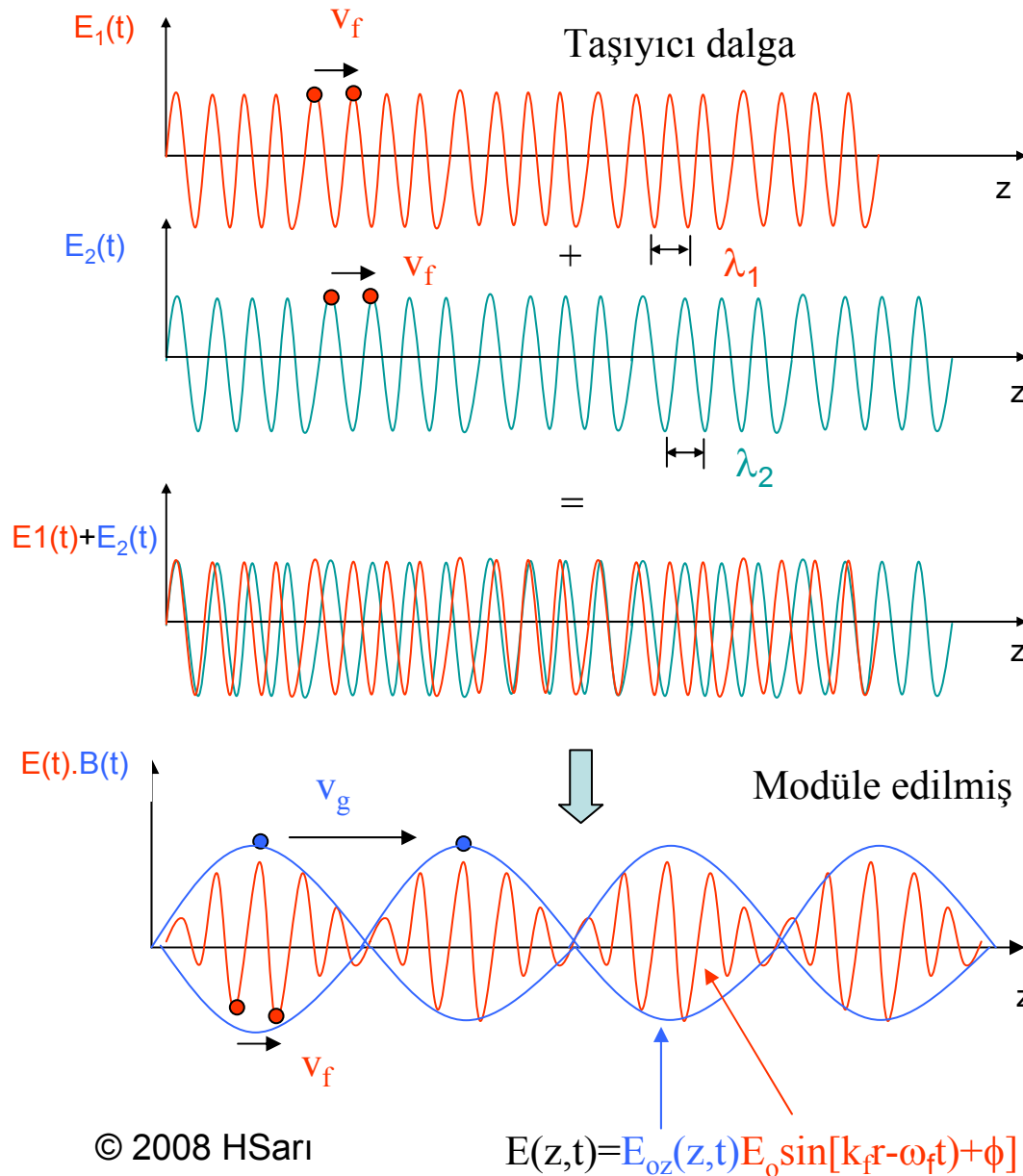
Bilgi sinyali



Bilgi iletimi

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Grup ve Faz Hızı-2



$$E_1(z,t) = E_o \cos[k_1 x - \omega_1 t]$$

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \nu\lambda \quad \text{Faz Hızı}$$

$$E_2(z,t) = E_o \cos[k_2 x - \omega_2 t]$$

$$k_m = (1/2)(k_1 - k_2) \quad k_f = (1/2)(k_1 + k_2)$$

$$\omega_m = (1/2)(\omega_1 - \omega_2) \quad \omega_f = (1/2)(\omega_1 + \omega_2)$$

$$E(z,t) = 2E_o \cos(k_m x - \omega_m t) \sin[k_f x - \omega_f t + \phi]$$

$$E(z,t) = E_{oz}(z,t) E_o \sin[k_f t - \omega_f t + \phi]$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Grup Hızı}$$

😊 **Ödev 2.3:** SI birim sisteminde verilen düzlemsel elektromanyetik dalgayı (ışığı) düşünelim

$$E_x=0, E_y=2\cos[2\pi \times 10^{14}(t-x/c)+\pi/2], E_z=0$$

- a) Bu dalganın
frekansı,
dalga boyu,
hareket doğrultusu,
genliği,
faz açısı ve
polarizasyon doğrultusu nedir?
- b) Bu dalganın manyetik alan (B) bileşenini için bir ifade türetin.

Elektromanyetik Alanda Depo Edilen Enerji-1

Elektromanyetik dalganın en önemli özelliklerinden biri de enerji taşıyabilmesidir

*Elektrik ve Manyetik alanlarda depo edilen
Enerji Yoğunluğu (birim hacim başına enerji)*

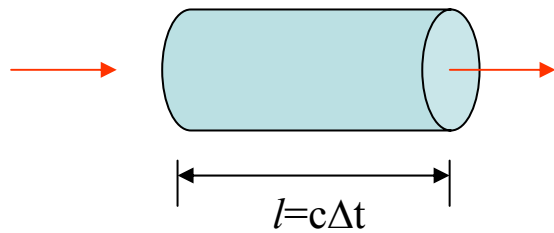
$$u_{EM} = \frac{1}{2} \epsilon_0 |E|^2 + \frac{1}{2\mu_0} |B|^2$$

Elektromanyetik alan durumunda E ve B ilişkili olduğu için

$$|E| = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} |B| \Rightarrow |B| = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} |E|$$

$$u_{EM} = \epsilon_0 |E|^2 = \frac{1}{\mu_0} |B|^2$$

Elektromanyetik enerji iletimini ifade edebilmek için birim yüzeyden birim zamanda iletilen enerjiyi simgeleyen S niceliği kullanılır Enerji akısı=S=enerji/(alan-zaman)



SI birim sisteminde birimi W/m^2 dir

$$|S| = \frac{u_{EM} (\Delta t c) A}{A \Delta t} = u_{EM} c = \epsilon_0 |E|^2 \frac{1}{2\epsilon_0 \mu_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E|^2$$

Elektromanyetik Alanda Depo Edilen Enerji-2

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) = c^2 \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B})$$

S vektörüne Poynting vektör denir EM dalganın birim zamanda birim yüzeyden ilettiği enerji akısının ölçüsüdür

$$|S| = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E|^2 = c \epsilon_0 |E|^2$$

Enerji aktarım yönü dalganın yayılma (k) yönündedir

Düzlemsel dalgalar için |S|

$$E(r,t) = E_0 \cos[(kr - \omega t) + \phi]$$



$$|S| = \frac{|E_0|^2}{\mu_0 c} \cos^2(kr - \omega t + \phi)$$

Enerji akısı |S|=enerji/(alan-zaman)

Işık algılayıcılar (dedektörler), ışığın frekansı çok yüksek olduğu için ($\omega \approx 10^{15}$ Hz) bu hıza ayak uyduramazlar. Gerçekde dedektörlerin algıladığı, bu kadar hızlı değişen ışık sinyalinin zaman ortalamasıdır

$$\langle \cos(kr - \omega t + \phi) \rangle = 1/2$$

$$\langle |S| \rangle = I = \frac{|E_0|^2}{2\mu_0 c}$$

eski ismi Şiddet (Intensity)
yeni ismi Parlaklık (Irradiance)

$$\langle |S| \rangle = I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle$$

$$\langle |S| \rangle = I = \frac{c}{\mu_0} \langle B^2 \rangle$$

Elektromanyetik Alanda Depo Edilen Enerji-3

Elektrik alan E, madde içindeki yüklere daha etkin şekilde kuvvet uygulayarak iş yapabildiği için EM dalgayı oluşturan E alanına **optik alan** denir ve optikte

$$\langle |S| \rangle = I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle$$

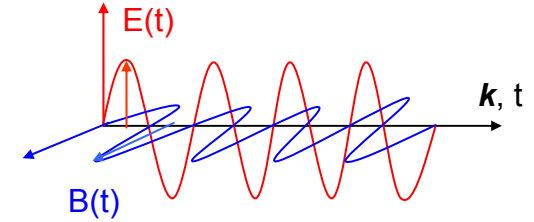
Niceliği tercih edilir

Elektromanyetik Dalga-Kesiklilik(Kuantumluluk)

Şimdiye kadar elektromanyetik dalgayı, yani ışığı, klasik olarak inceledik

Klasik olarak ışığı tanımlamak için

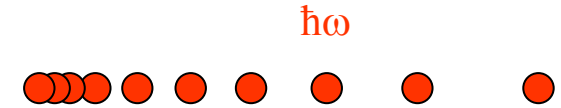
Elektrik alan	E
Dalga vektörü	k
Açısal frekans	ω
Parlaklık	I



Elektromanyetik alanın kuantalanmışdır ve alan kuantasına “foton” denir

Kuantun bakış açısından ışık

Durgun kütlesi	$m=0$
Momentum	$p=\hbar k$
Enerji	$E=\hbar\omega$
Akı	$I=\text{foton sayısı}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$



$$\text{Enerji}=(\text{Foton sayısı})\times(\text{foton enerjisi})=N\hbar\omega$$

Özet-1

- Işık, elektromanyetik tabiatlıdır
- Işık, elektrik (E) ve manyetik (B) alanın özel olarak salınımından oluşmaktadır
- Bu alanlar her zaman hem birbirlerine dik, hem de yayılma doğrultusuna diktir
- Elektromanyetik dalganın boşluktaki hızı boşluğun ϵ_0 ve μ_0 değerlerine bağlıdır
Boşluk için bu değer

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7}) \cdot (8,85 \times 10^{-12})}} = 2,99 \times 10^8 \text{ m / s}$$

- Işığın oluşturan elektrik alanın büyüklüğü (E) manyetik alanın (B) büyüklüğünden dalganın yayılma hızı kadar daha büyüktür

$$\frac{E_{ox}}{B_{oy}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \nu\lambda = c$$

Dolayısı ile ışığın madde ile olan etkileşmesinde elektrik alan bileşeni etkindir ve bu alana [Optik Alan](#) denir

Özet-2

- Faz hızı taşıyıcı dalganın, grup hızı ise modüle edilmiş dalganın(bilginin) hızıdır
- EM alan kuantalıdır ve kuantal birimine **foton** denir
- Işık, Poynting vektör ile verilen yön ve doğrultuda enerji taşır
- Dedektörler **Poynting** vektörün zaman ortalaması olan $\langle |S| \rangle$ değerini ölçerler bu da birim yüzey alanı başına düşen güç olan enerji akısıdır