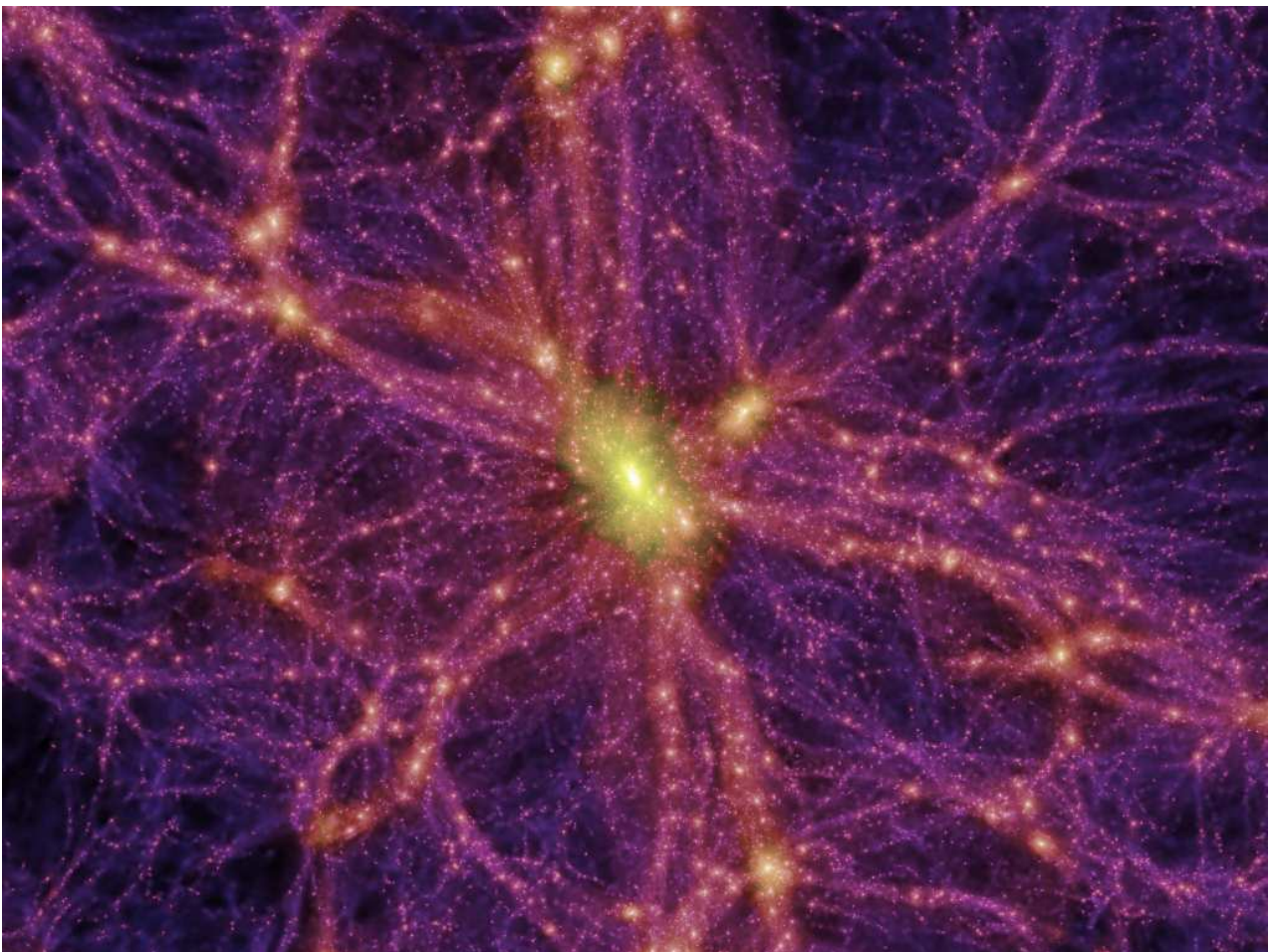


Strukturbildung I & II



Vortrag im Rahmen des Ausbildungsseminars
„Vom Urknall zu den Galaxien“



Thomas Schönberger
&
Christoph Brinsteiner

Inhaltsverzeichnis:

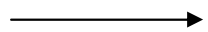
1. Erkennbare Strukturen im Kosmos	3
1.1 Galaxien und die Milchstraße = Galaxis	3
1.2 Lokale Haufen und die Lokale Gruppe	5
1.2.1 Die Unter-Gruppen der Lokalen Gruppe	6
1.2.2 Die Verteilung der Galaxien in der Lokalen Gruppe	8
1.3 Galaxien Superhaufen	9
1.3.1 Virgo Superhaufen	10
1.3.2 Der Große Attraktor	12
1.3.3 „Great Wall“ & “Sloan Great Wall“	13
2. Entstehung von Strukturen & Inhomogenitäten im Universum	14
2.1 Einführung	16
2.2 Gravitative Instabilität	17
2.3 Beschreibung durch lineare Störungstheorie	19
2.4 Beschreibung der Dichtefluktuationen	22
2.5 Evolution der Dichteschwankungen	23
2.6 Nichtlineare Strukturbildung	25
2.7 Beginn der Dichteschwankungen	29
3. Millennium Simulation	30
4. Literaturverzeichnis	32
5. Abbildungsverzeichnis	32

1. Erkennbare Strukturen im Kosmos

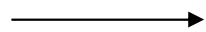
„Über hundert Milliarden Galaxien sind in unserem Weltall verstreut, und jede Galaxie enthält wiederum etwa hundert Milliarden Sterne. Um wie viele dieser Sterne sich Planeten drehen, wissen wir nicht, doch ist sicher, dass auf mindestens einem Planeten Leben entstanden ist.“

(„Big Bang“ von Simon Singh)

$100 \cdot 10^9$ Galaxien



$100 \cdot 10^9$ Sterne



sehr viele Planeten

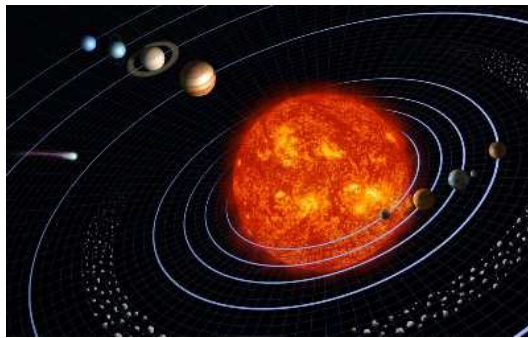


Abb. 1: Die Milchstraße

Abb. 2: Unser Sonnensystem

Abb. 3: Die Erde

(Aufnahme aus Apollo 17)

1.1 Galaxien und die Milchstraße = Galaxis

Sterne sind nicht chaotisch verteilt, sondern neigen dazu sich in Haufen anzusammeln um noch größere Strukturen zu bilden, die Galaxien.



Abb. 4: „Infrarotaufnahme der Milchstraße durch den Satelliten COBE“

Unsere Galaxis ist nach etwa $2/3$ der Hubble-Zeit ($H_T \approx 13,3 \cdot 10^9$ a) aus einer Supernova entstanden und gehört zum Galaxientyp Balkenspiralgalaxie „SB“ (englisch „*Spiral Barred*“). Ihre Spiralstruktur konnte durch Beobachtung der Verteilung von neutralem Wasserstoff bestätigt werden. Die Spiralarme, bestehend aus enormen Ansammlungen von Wasserstoff und den größten HII-Regionen (= interstellare Wolke aus leuchtendem Gas), sind die Sternentstehungsgebiete der Galaxis. Junge, blaue, heiße Sterne die durch die Gasemission entstanden sind, senden große Mengen UV-Licht aus, das den Nebel um sie ionisiert und zum leuchten bringt. Unsere Sonne (gelber Kreis in Abb.5) liegt zwischen den Spiralarmen *Sagittarius* und *Perseus*, auf dem *lokalen Arm*, auch *Orionarm* genannt.

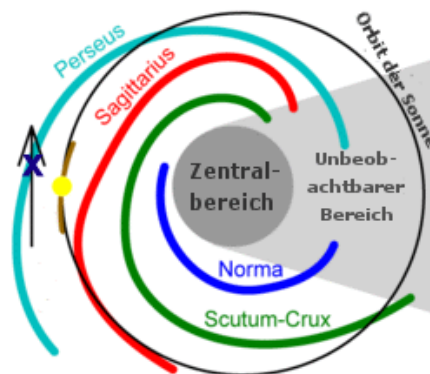


Abb. 5 schematischer Aufbau der Milchstraße

Mit den geschätzten 10^{11} Sternen und großen Mengen an interstellarer Materie, erreicht die Milchstraße eine Gesamtmasse von 1,9 Billionen Sonnenmassen und ist somit die mit Abstand massereichste Galaxie der Lokalen Gruppe (vgl. Andromedanebl: 1,2 Billionen Sonnenmassen). Die Galaktische Scheibe aus Sternen der Population I mit einem gigantischen Schwarzen Loch im Zentrum, das von weiteren schwarzen Löchern umkreist wird, misst eine Ausdehnung von ungefähr $100\,000 \text{ Lj} = 0,1 \text{ MLj} = 0,03 \text{ Mpc}$.

In einer sphärischen Anordnung um die Galaktische Scheibe befinden sich etwa 200 Kugelsternhaufen (Sterne der Population II), alte Sterne und ein Gas geringer Dichte die alle zusammen das sog. **leuchtende Halo** bilden (Ausdehnung von $165.000 \text{ Lj} \approx 50 \text{ kpc}$).

Beobachtungen von Hochgeschwindigkeitswolken, die sich in einem Art Ring senkrecht zur galaktischen Scheibe bewegen, lassen vermuten, dass die Milchstraße einmal eine Polarringgalaxie war, also aus der Verschmelzung zweier Galaxien entstand. Dabei könnten Teile der Magellan'schen Wolken abgerissen worden sein. Die Existenz des **dunklen Halos** würde die Anordnung dieses Polarrings erklären, das sich mit noch unbekannter Ausdehnung um jede Galaxie anordnet und aus **dunkler Materie** besteht. Von einem anfangs sphärisch geformten dunklen Halo geht man heute zu einem Ellipsoiden über. Die Existenz dieses Halos wird im Kap. 2 hergeleitet.

(Eine Übersicht über die Zusammensetzung der **Materie** im Universum, befindet sich am Ende von Kapitel 3)

1.2 Lokale Haufen und die Lokale Gruppe

Auch Galaxien sind nicht beliebig im Raum verteilt, sondern bevorzugen sich in kleinen Haufen anzusammeln. Diese kleinen Haufen bestehend aus mehreren Galaxien, bilden wiederum sog. lokale Haufen, aus dutzenden Galaxien. Man spricht dann von einer Gruppe und die darin befindlichen kleinen Galaxienhaufen, die meist nicht gleichmäßig im Haufen verteilt sind, bilden Untergruppen. Im Fall unserer Galaxis ergibt sich die sog. **Lokale Gruppe** mit 4 Untergruppen.

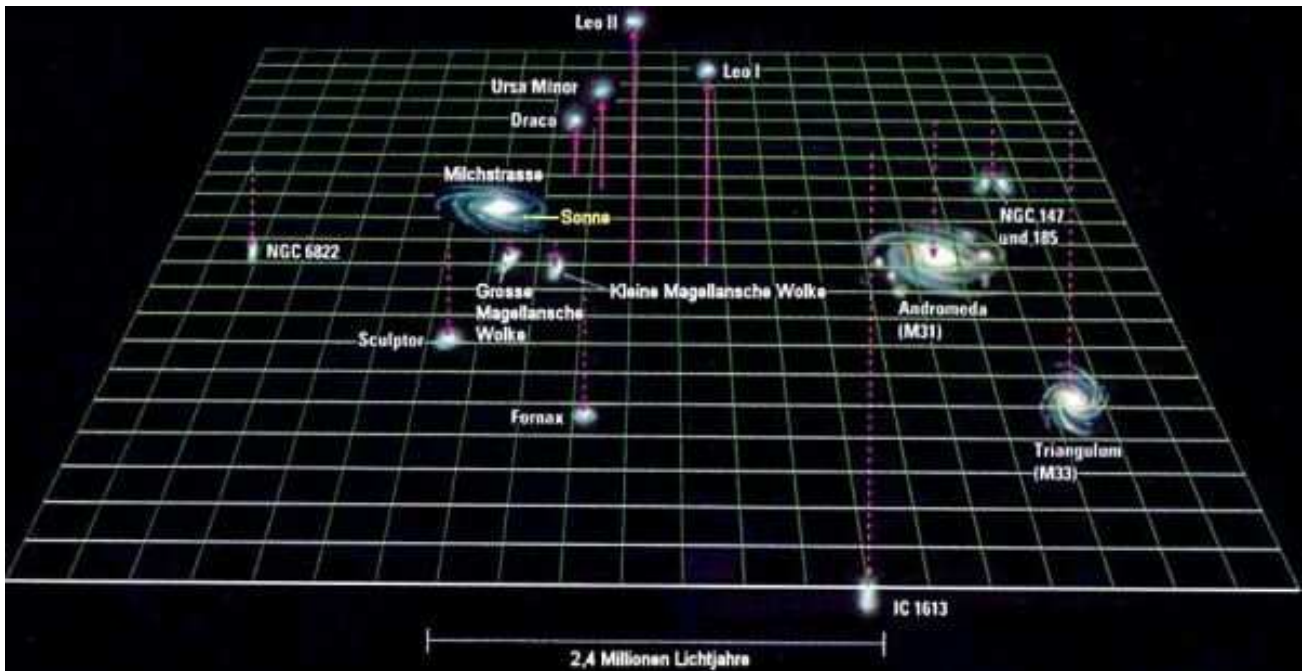


Abb. 6: Die Lokale Gruppe

Lokale Gruppe :=

- Objekte in unserem Umkreis von 5 - 7 MLj
- Gruppe gravitativ aneinander gebunden, echte physikalische Bindung (keine zufällige geometrische Struktur)

⇒ Computersimulationen ergaben 300 - 500 Zwerggalaxien, davon sind uns nur 40 bekannt.

Den Rest bilden evtl. **Dunkle Galaxien** aus **Dunkler Materie**.

1.2.1 Die Unter-Gruppen der Lokalen Gruppe

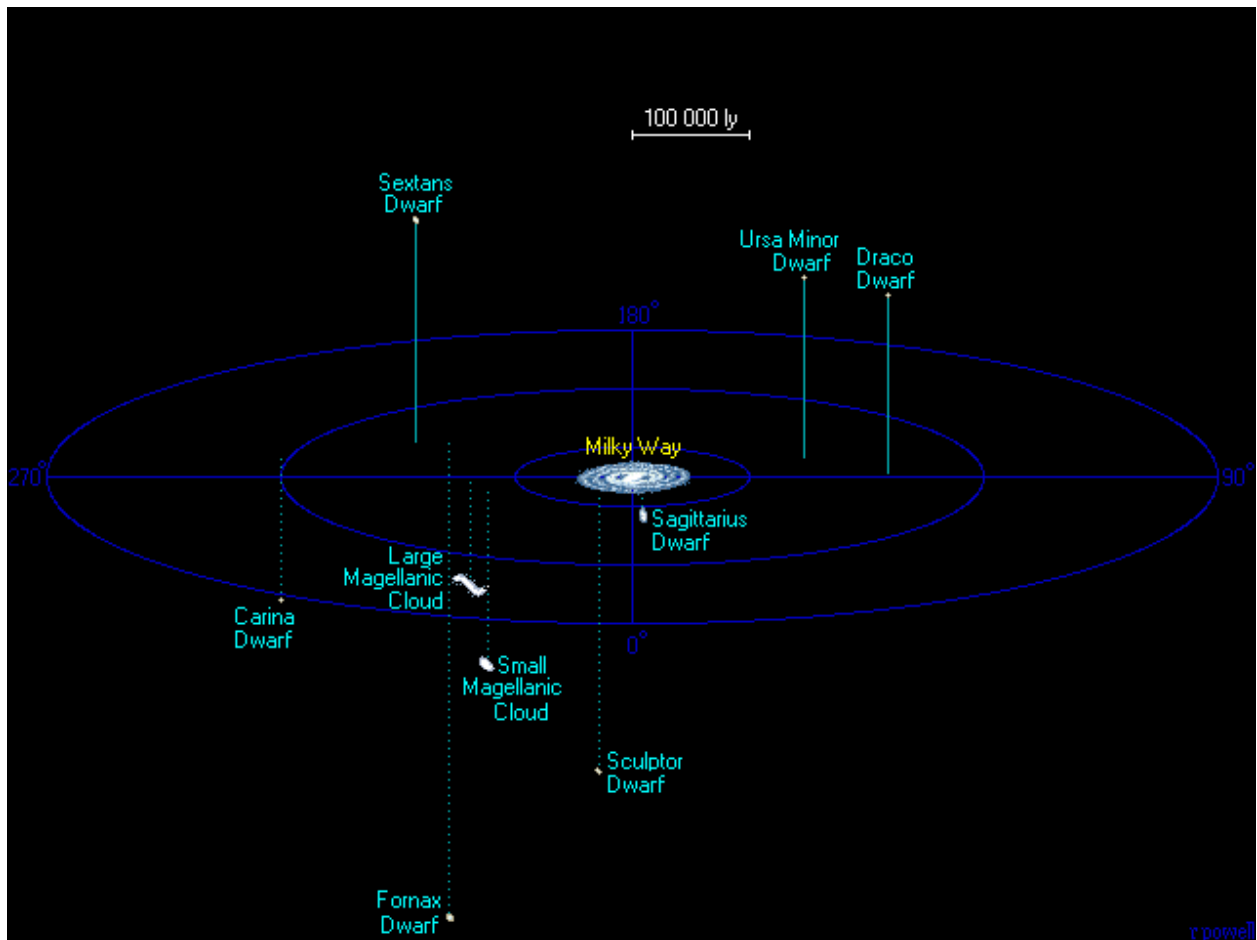


Abb. 7: Milchstraßen-Untergruppe

Milchstraßen-Untergruppe:

- **Milchstraße**
 - Große Magellansche Wolke (ESO 56-115)
 - Kleine Magellansche Wolke (NGC 292)
 - elliptische Sagittarius-Zwerggalaxie (SagDEG)
 - Sculptor-Zwerggalaxie
 - Canis-Major-Zwerggalaxie
 - Fornax-Zwerggalaxie
 - Draco-Zwerggalaxie
 - Carina-Zwerggalaxie
 - Phoenix-Zwerggalaxie
 - Ursa-Minor-Zwerggalaxie
 - Hercules-Zwerggalaxie
 - Zwerggalaxien Leo I, Leo II und Leo III

Andromeda-Untergruppe:

- **Andromeda-Galaxie = Andromedanebel (M 31)**
 - M110 (NGC 205, Andro-Alpha)
 - M32 (NGC 221, Andro-Beta)
 - Zwerggalaxien And I bis And IX (darunter die sphäroide Pegasus-Zwerggalaxie)
 - NGC 147 und NGC 185
 - IC 10
- Dreiecksnebel (M 33, NGC 598, Triangulumgalaxie)
 - Pisces-Zwerggalaxie (LGS 3)

Der Dreiecksnebel gehört zur Andromeda-Untergruppe oder bildet mit ihrer Satellitengalaxie LGS 3 eine eigene Untergruppe.

NGC-3109-Untergruppe:

- **NGC 3109**
- Sextans A
- Sextans B
- Antlia-Zwerggalaxie

Lokale-Gruppen-Wolke:

- Barnards Galaxie (NGC 6822)
- Aquarius-Zwerggalaxie
- Cetus-Zwerggalaxie
- IC 1613
- Wolf-Lundmark-Melote
- Irreguläre Sagittarius-Zwerggalaxie (SagDIG)

Lokale-Gruppen-Wolke := Restlichen Galaxien, die keiner der drei Unter-Gruppen zugeordnet werden können und sich im gemeinsamen Gravitationsfeld bewegen.

1.2.2 Die Verteilung der Galaxien in der Lokalen Gruppe

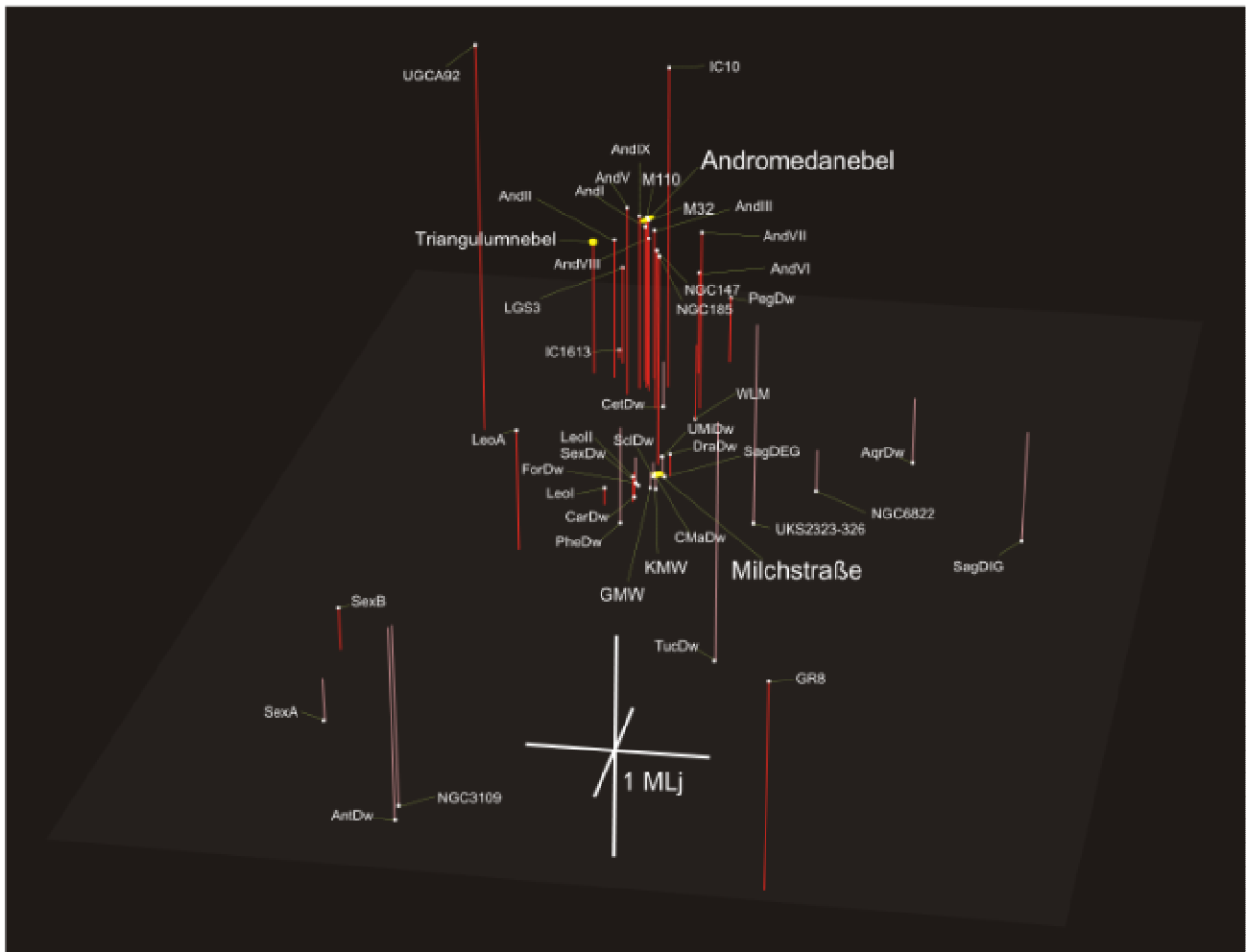


Abb. 8: Die Verteilung der Lokalen Gruppe

Die Mitglieder der Lokalen Gruppe bilden annähernd einen ellipsoiden Haufen, dabei zeigen sich zwei Hauptzentren, nämlich die Milchstraße und die Andromeda-Galaxie. Zusammen mit weiteren Nachbar-Gruppen entsteht ein **Superhaufen**.

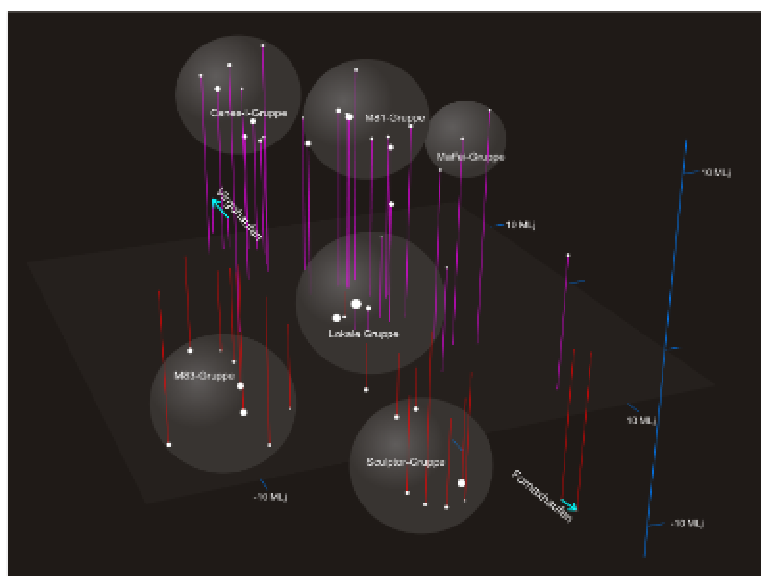


Abb. 9: Die nächsten Nachbarn der Lokalen Gruppe

1.3 Galaxien Super Haufen

Galaxien sind im Universum nicht gleich verteilt, sondern zeigen eine schaum- oder wabenartige Struktur, man spricht von den (bislang) größten für uns erkennbaren Strukturen im Universum aus **zigtausend** Galaxien. Das Innere der Waben entspricht dabei riesigen Leerräumen im Universum, den sog. „voids“ die von **Dunkler Materie** dominiert werden. Die Galaxien gruppieren sich wegen ihrer gegenseitigen gravitativen Anziehung zu Galaxienhaufen um diese Leerräume herum und bilden sozusagen die Wände der Waben, die man als **Filamente** bezeichnet. Mit bis zu einigen **hundert Millionen Lichtjahren** übertreffen ihre Ausdehnungen jede bislang genannte Skala. (100 Mpc = 326 MLj.)

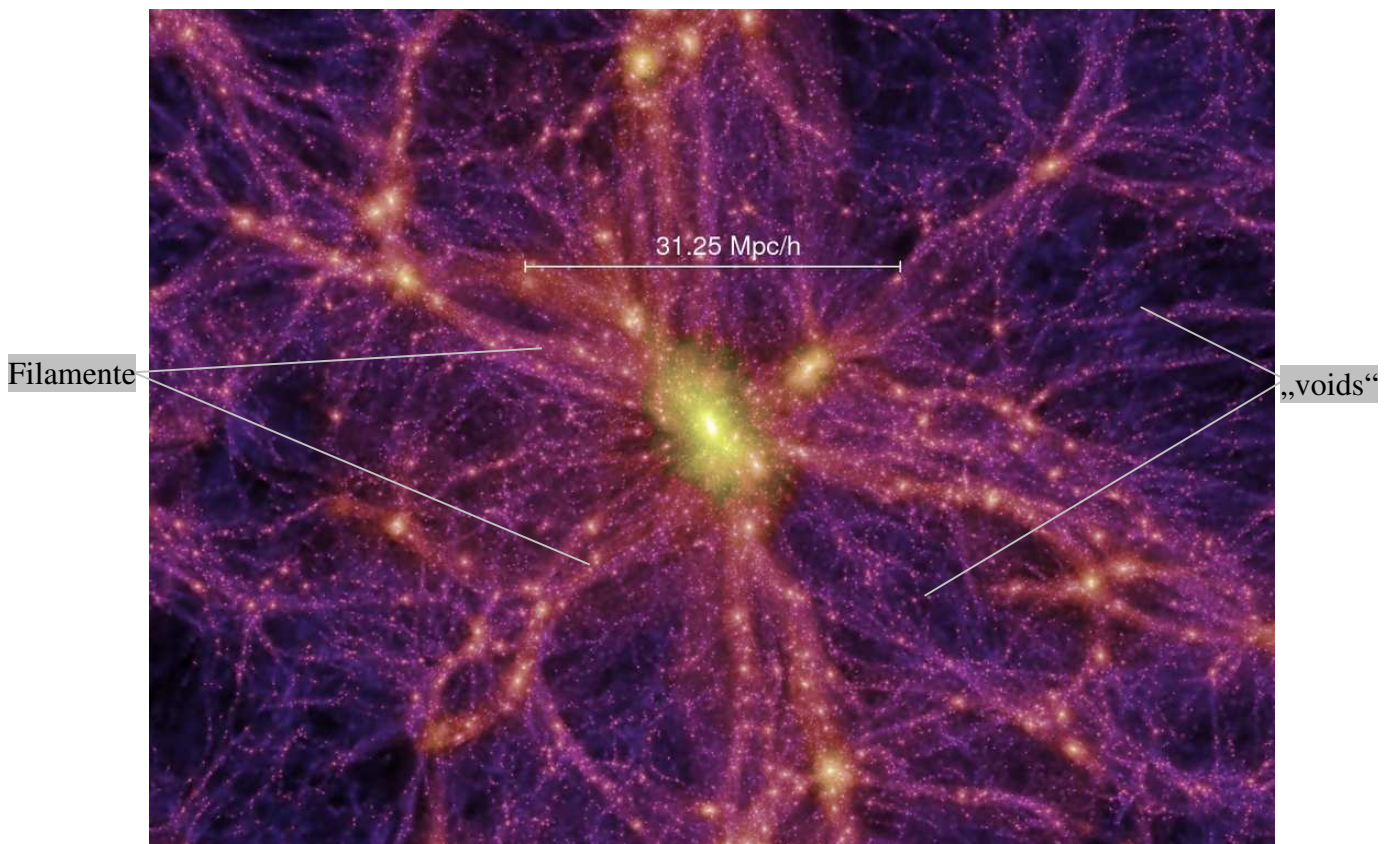


Abb. 10: Schnitt durch das Dichtefeld aus der Millenium-Simulation

Obiges Bild ist ein 15 Mpc/h dicker Schnitt durch das Dichtefeld im Universum, bei einer Rotverschiebung von $z = 0$. Dies ist keine Aufnahme, sondern eine Visualisierung der Millenium-Simulation, der weltgrößten N-Teilchen Simulation, die durch die Verteilung der **Dunklen Materie** im Universum erstellt werden konnte und im Kap. 3 vorgestellt wird.

Wie konnten so große „voids“ entstehen?

Setzt man die typische Eigengeschwindigkeit einer Galaxie bei etwa 600 km/s (= 0,002c) an, so würde es 163 Milliarden Jahre dauern, bis eine Galaxie so eine Lücke durchkreuzt hätte, also etwa das Zwölfwache des Alters des Universums (ca. 13,7 Milliarden Jahre). Folglich ist es extrem unwahrscheinlich, dass die Lücken durch eine auswärts gerichtete Bewegung der Galaxien gebildet wurden. Die Galaxien müssen sich relativ zu den „voids“ gebildet haben, wo sie derzeit sind, und die „voids“ die Verteilung der Galaxien zum Zeitpunkt ihrer Entstehung reflektieren.

Die baryonische Materie im frühen Universum war viel zu homogen, um gravitativ solche Strukturen bilden zu können.

⇒ **Dunkle Materie** zur Strukturbildung?

1.3.1 Virgo Super Haufen (auch *Lokaler Superhaufen* genannt)

Die Lokale Gruppe ist Bestandteil des Virgo-Superhaufens (Durchmesser von ≈ 200 MLj), der nach dem 65 MLj entfernten Virgo-Haufen (mit mind. 1300, vermutlich aber über 2000 Galaxien) in seinem Zentrum benannt ist. Dieser führt mit etwa 10^{15} Sonnenmassen ($\approx 2 \times 10^{45}$ kg) zu einer starken gravitativen Anziehung der Lokalen Gruppe, die sich mit dem allgemeinen kosmologischen Hubblefluss überlagert. Die kosmologische Rotverschiebung der Galaxien des Virgo-Haufens ist daher mit etwa 1000 km/s deutlich geringer, als man es bei der gegebenen Entfernung erwarten würde. Mit einem modernen Wert für die Hubble-Konstante $H_0=73$ km/s/Mpc wären etwa 1400 km/s zu erwarten. Die Differenzgeschwindigkeit zwischen dem Hubblefluss und der tatsächlichen Geschwindigkeit der Lokalen Gruppe, entspricht also einer relativen Bewegung auf den Virgo-Haufen zu und trägt die englische Bezeichnung „*Virgo Infall*“.

Zum Lokalen Superhaufen zählen neben der Lokalen Gruppe die zahlreichen Galaxiengruppen in unserer kosmischen Nachbarschaft, wie die M81-Gruppe, Sculptor-Gruppe, die die meisten helleren Galaxien enthalten.



Abb. 11: Schematischer Aufbau des Virgo-Superhaufens



Abb. 12: Virgo-Galaxienhaufen

Untersuchung unserer Umgebung bis $z = 0,1$ (fast 1,5 Milliarden Lichtjahre = 1500 MLj \approx 460 Mpc) hat etwa 130 Superhaufen ergeben. Die größten in unserer Nachbarschaft sind in der folgenden Tabelle aufgelistet:

Name	Entfernung	Größe
Horologium-Reticulum	900 Mio. LJ	32
Shapley-Superhaufen	660 Mio. LJ	25
Pisces-Cetus	914 Mio. LJ	17
Bootes	1033 Mio. LJ	12
Aquarius	1327 Mio. LJ	12
Cetus A	1400 Mio. LJ	11
Corona Borealis	1084 Mio. LJ	10
Herkules-Superhaufen	529 Mio. LJ	10
Aquarius-Cetus	852 Mio. LJ	8
Grus-Indus	1113 Mio. LJ	8
Leo	479 Mio. LJ	8
Lepus	587 Mio. LJ	8
Aquarius A	1171 Mio. LJ	6
Pegasus-Pisces B	961 Mio. LJ	6
Hydra-Centaurus	210 Mio. LJ	6
Aquarius-Capricornus	1240 Mio. LJ	5
Pegasus-Pisces A	1334 Mio. LJ	4
Perseus-Pegasus A	613 Mio. LJ	4
Perseus	276 Mio. LJ	3
Sextans	1323 Mio. LJ	3
Ursa Majoris	1100 Mio. LJ	3
Perseus-Pegasus B	461 Mio. LJ	2
Coma-Superhaufen	300 Mio. LJ	2

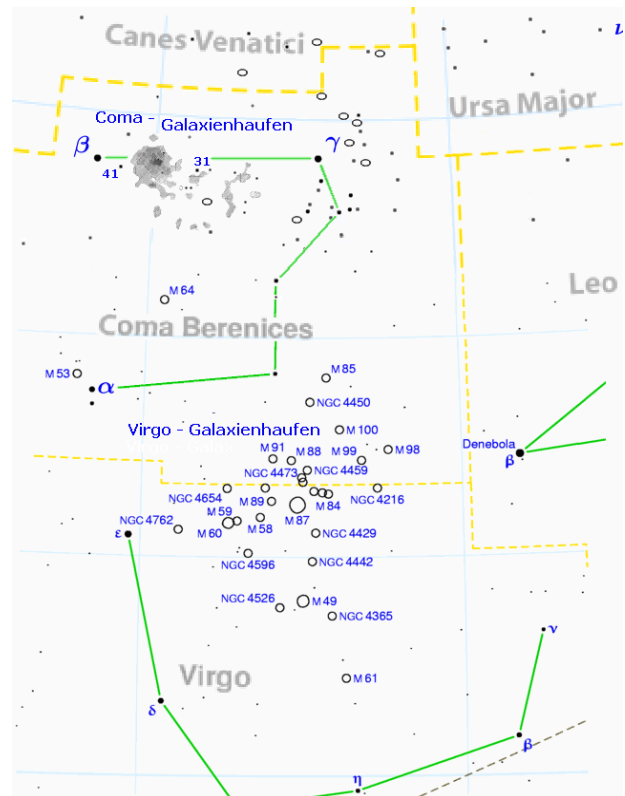


Abb. 13: Coma- und Virgo-Superhaufen

"Größe" gibt die Anzahl der reichen Galaxienhaufen an, aus denen der Superhaufen besteht.

1.3.2 Der Große Attraktor

Der Große Attraktor ist die (bislang) schwerste uns bekannte Struktur im Universum: ein Filament. Er befindet sich in einer Entfernung von 150 - 250 MLj von der Erde und besitzt eine Ausdehnung von ca. 400 MLj. Seine Masse wird in der Größenordnung von mehreren 10^{16} Sonnenmassen geschätzt.

Das Schwerkraftzentrum liegt im Norma-Galaxienhaufen – südlich des Skorpion – der schwer zu beobachten ist, da er von der Erde aus gesehen fast ganz in der Ebene der Milchstraße verborgen liegt.



Abb. 14: Der Große Attraktor

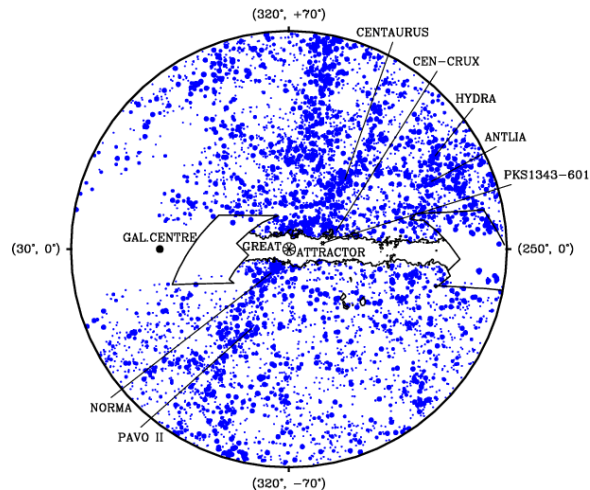


Abb. 15: Verteilung der Galaxien um Großen Attraktor

Diese gigantische Gravitationsanomalie, die auf unseren lokalen Galaxiensuperhaufen, die Große Mauer („Great Wall) mit dem Coma-Haufen und auch den Hydra-Centaurus-Superhaufen einwirkt, wurde durch Unregelmäßigkeiten im Hubble-Fluss von den „Seven Samurai“ entdeckt. Das heißt, dass sich die Galaxienhaufen in diesem Bereich voneinander weniger schnell entfernen, als dies bei einer homogenen Expansion des Universums der Fall wäre. Keine Eigenbewegung entspricht der „richtigen“ Fluchtgeschwindigkeit, dort wo die Hubble-Expansion etwa 4.500 km/s beträgt. (Entfernung \approx 200 MLj)

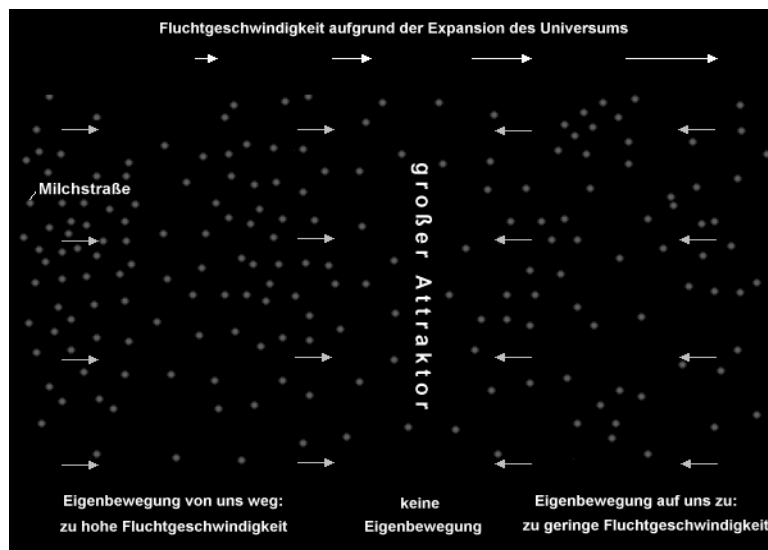


Abb. 16: Eigenbewegungen der Galaxien zum Großen Attraktor

Da die vermutliche Masse des Norma-Superhaufens und anderer bekannter Strukturen allein nicht ausreicht um den Effekt zu erklären, werden weitere, durch die Milchstraße verdeckte Strukturen als Bestandteile des Großen Attraktors vermutet. Der ungewöhnlich galaxienreiche Galaxienhaufen Abell 3627 im Sternbild Norma könnte ein mögliches Zentrum des Großen Attraktors sein.

"Seven Samurai": David Burstein, Roger Davies, Alan Dressler, Sandra Faber, Donald Lynden-Bell,

Roberto J. Terlevich, and Gary Wegner

Buch: "Die Reise zum großen Attraktor" von Alan Dressler

1.3.3 „Great Wall“ & „Sloan Great Wall“

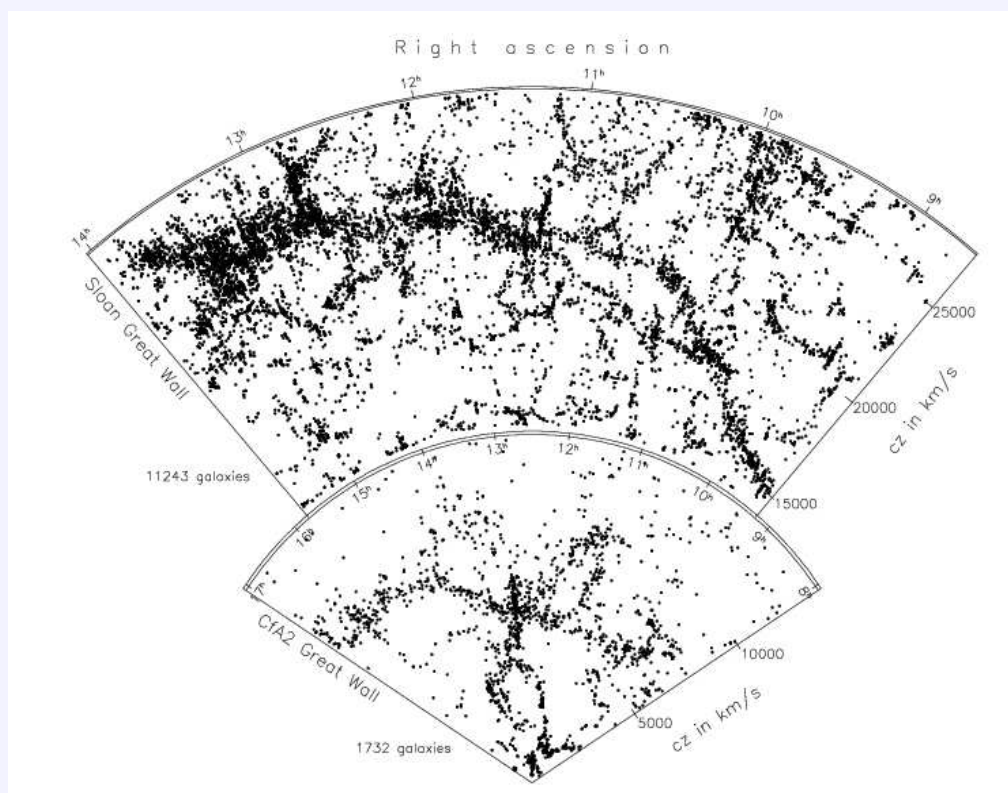


Abb. 17: Verteilung der Galaxien um die „Great Wall“ und „Sloan Great Wall“

Auch die „Great Wall“ ist ein Filament und bildet nach der „Sloan Great Wall“ die zweitgrößte bekannte zusammenhängende Struktur im Universum. Das Zentrum ist der Coma-Superhaufen. Sie liegt 200 MLj entfernt in Richtung des Sternbilds Jungfrau und hat eine Länge von 500 MLj, eine Dicke von nur 15 MLj und eine Höhe von mind. 300 MLj. Die Höhe kann möglicherweise noch größer sein, aber die Sicht ist durch die Extinktion der Milchstraße nach Süden begrenzt.

In der Großen Mauer liegen die Galaxienhaufen Abell 2151 (Hercules-Galaxienhaufen), 1656 (Coma-Haufen) und 1367 (Leo-Galaxienhaufen). Sie bewegt sich ebenso wie der Virgo-Superhaufen mit ca. 600 km/s Richtung Hydra-Centaurus-Superhaufen, und alle zusammen bewegen sich mit ähnlicher Geschwindigkeit zum Großen Attraktor.

Wie auch nicht anders zu erwarten, reicht die Gravitation der baryonischen Materie bei weitem nicht aus um solch großer Strukturen zu erklären ⇒ **Dunkle Materie**

Die „Sloan Great Wall“ ist demgegenüber mit rund 1,4 Mrd. Lichtjahren Länge fast dreimal so groß wie die Great Wall und stellt die größte bekannte zusammenhängende Struktur im Universum dar. Sie wurde mittels der Daten des Sloan Digital Sky Survey in einer Entfernung von rund einer Milliarde Lichtjahren im Jahr 2003 entdeckt.

Sie ist kein „Objekt“ im eigentlichen Sinne, da sie nicht gravitativ gebunden ist und ordnet sich somit nicht unserer Definition von Struktur unter. Vielmehr handelt es sich um eine kohärente Anordnung von Galaxien, die in der Zukunft zu mehreren gravitativ gebundenen Galaxienhaufen kollabieren dürfte.

Die größte bekannte „echte“ Struktur im Universum wurde im Juli 2006 durch das Subaru-Teleskop entdeckt; diese ist jedoch wesentlich kleiner als die Sloan Great Wall.

⇒ Ende der erkennbaren Strukturen ab 500 MLj

2. Entstehung von Strukturen & Inhomogenitäten im Universum

Frage: Wie konnten sich Strukturen trotz der Hubble-Expansion bilden?

Akustische Schwingungen im frühen Universum

Bereits vor der Rekombination hatten sich in der **dunklen Materie** schon erste, schwach ausgeprägte Massenkonzentrationen gebildet (Warum, erklärt die Abhilfe, siehe unten). Das eng gekoppelte Plasma aus Baryonen und Photonen folgte diesen Kondensationen, die Potentialtöpfe aus dunkler Materie darstellten. Doch dem Wunsch der Baryonen nach Zusammenballung stand der Druck der Photonen entgegen, der diese Plasmawolken wieder auseinander getrieben hat. Diese Plasmawolken begannen somit zu schwingen, ganz analog wie Schallwellen. Die größte schwingende Plasmawolke war bis zur Rekombinationszeit gerade einmal von einer Schallwelle durchlaufen worden. Noch größere Wolken konnten noch keinen Gegendruck aufbauen, sondern folgten einfach der Schwerkraft und zogen sich zusammen. Kleinere Wolken oszillierten mit höherer Frequenz und alle Schwingungen waren durch den Urknall in Phase. Bei der Kontraktion und Verdichtung wurde das Photonengas heißer, beim Auseinanderlaufen und Verdünnung kühlte es sich ab.

Zur Rekombinationszeit verließen die Photonen die Plasmawolken, und finden sich nun mit leichten Temperaturschwankungen am CMB-Himmel wieder.

Dichteschwankungen von 10^{-5} reichen aber nicht aus um Sterne zu bilden, da diese nur im gleichen Maße wie das Universum anwachsen können, nämlich um Faktor 1000.

⇒ Dichteschwankungen 10^{-3} sind immer noch zu gering

Abhilfe: Dunkle Materie Halo

Ein Untergrund aus dunkler Materie hat keine direkte Wechselwirkung mit der Strahlung, kann deshalb größere anfängliche Dichteschwankungen besitzen als normale Materie, hat einen größeren Anwachsfaktor und kann die Schwerkraftzentren vorgeben, in denen dann die normale baryonische Materie sich ansammelt.

Ein Raumbereich mit überdurchschnittlicher Masse im Universum bremst die Expansion durch seine eigene Schwerkraft stärker ab als es in seiner Umgebung der Fall ist. Der Kontrast zum Aussenbereich wird also im Laufe der kosmischen Expansion anwachsen und irgendwann so groß werden, dass die Eigengravitation überwiegt. Dann trennt sich dieser Materiekumpen ab, dehnt sich nicht mehr weiter aus, sondern nimmt nur noch als Ganzes an der kosmischen Expansion teil.

In dieser Kondensation dunkler Materie die als Halo bezeichnet wird, sammelt sich nun auch etwas normale, leuchtende Materie an, die durch Strahlung Energie verliert, abkühlt und zu Sternen und Galaxien kondensiert.

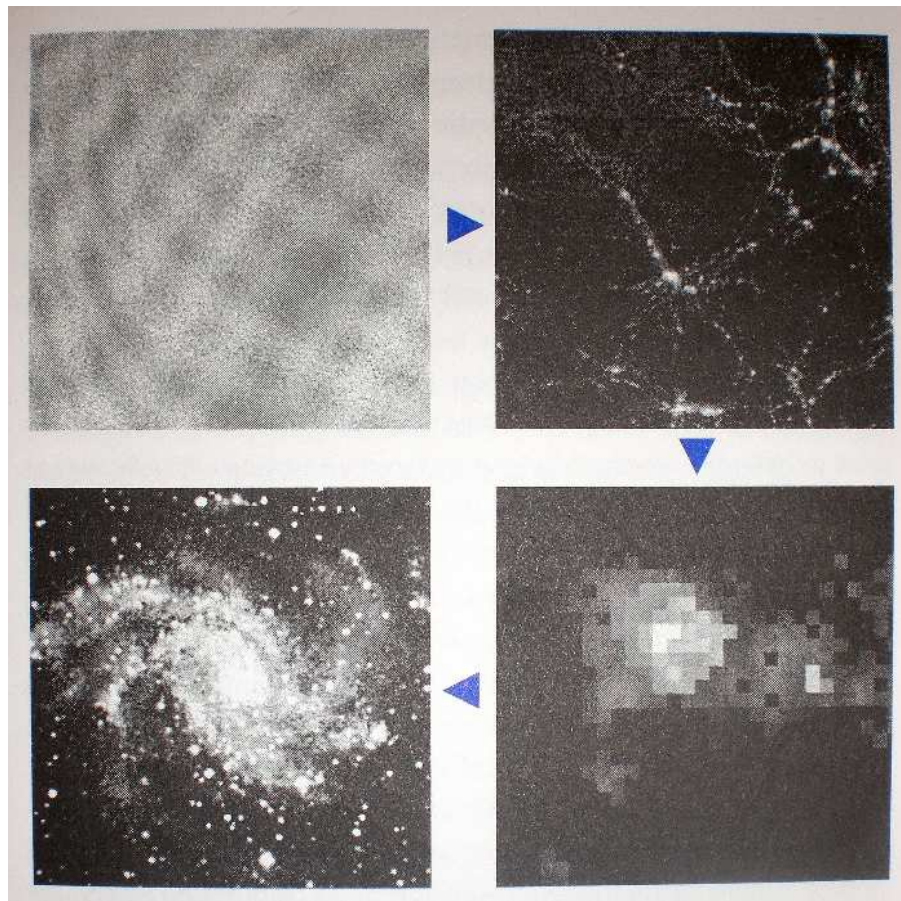


Abb. 18: Entstehung einer Galaxie

Die ersten kondensierten Wasserstoffwolken beobachtete man bei $z = 6$.

Bei $z = 3$ sieht man schon die ersten richtig ausgebildeten Galaxien mit leuchtenden Sternen in großer Zahl.

Die leuchtende Materie, also die Galaxien, wären sozusagen die Spitze eines Eisbergs aus dunkler Materie, der selbst nicht zu sehen ist, aber durch seine Schwerkraft die Verteilung und die Geschwindigkeit der Galaxien bestimmt.

Es können sich Halos verschiedener Größe bilden, darin zu verschiedenen Zeiten auch Galaxien verschiedener Art und Zahl.

Da die dunkle Materie eindeutig dominiert, versucht man in Modellen zur Strukturbildung im ersten Schritt nur die Strukturen zu bestimmen, die sich in der dunklen Materie herausbildeten. Im zweiten Schritt wird dann die normale Materie in den vorgeformten Schwerfeldern der dunklen Materie verteilt.

2.1 Einführung

Das Standard-Modell unseres Universums basiert auf dem **Kosmologischen Prinzip**:

Das Universum ist (räumlich) *homogen* und *isotrop*

Dies ist jedoch nur gerechtfertigt für große Skalen, da wir in Kap. 1 gesehen haben dass das Universum auf Skalen bis 500 MLj Strukturen zeigt und *inhomogen* ist (sonst könnten keine Sterne, Galaxien, Galaxienhaufen, Superhaufen und Filamente entstehen).

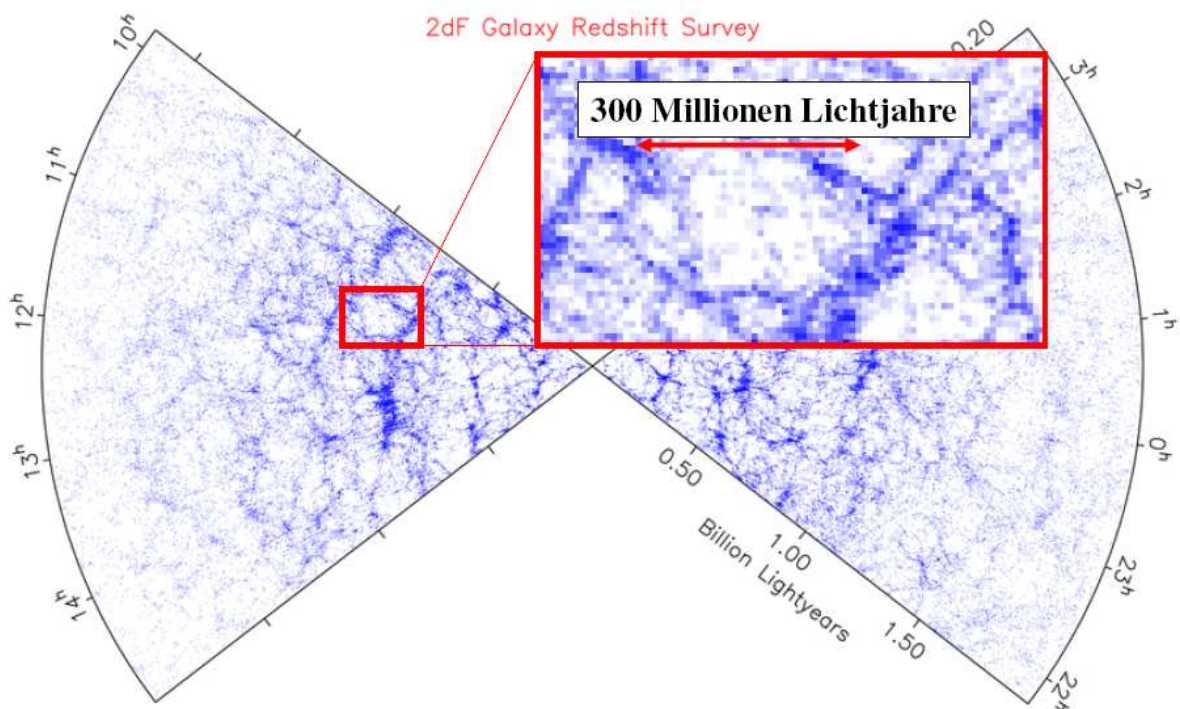


Abb. 19: Verteilung von mehr als 200 000 Galaxien

Um realistische Beschreibung des durchschnittlichen Verhaltens des Universums zu liefern, muss die Homogenität gefordert werden.

Frage: Existiert eine durchschnittlich große Skala, auf der das Universum *homogen* erscheint?

Bis heute gibt es kein Anzeichen für Strukturen mit einer linearen Dimension von $R \geq 100MLj$, also keine größeren Strukturen als die Filamente.

Somit kann man annehmen, dass das Universum bei durchschnittlicher Skala von $R \approx 200MLj$ homogen erscheint. Ein Vergleich mit dem Hubble-Radius ergibt:

$$R_H \equiv \frac{c}{H_0} \approx 4GLj \approx 1,3Gpc$$
$$\Rightarrow R \ll \frac{c}{H_0}$$

Dies liefert durchschnittlich $\left[\frac{R_H}{R}\right]^3 \approx 20^3 \approx 8000$ unabhängige Volumenteilchen pro Hubble-

Volumen und unsere Annäherung an ein homogenes Weltmodell erscheint gerechtfertigt.

Im kleineren Umfang ist das Universum inhomogen (siehe oben).

Und die Anisotropie der kosmischen Hintergrundstrahlung mit Fluktuationsschwankungen

$\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$ induziert schon kleine Schwankungen bei $z \approx 1100$

2.2 Gravitative Instabilität

Die geringe Anisotropie von CMB im Bereich $\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$ legt bei $z \approx 1100$ sehr kleine Amplituden der Dichteschwankungen nahe. Heute sind die Dichteschwankungen beträchtlich größer!

Beispiel: Ein massiver Galaxienhaufen mit $R \approx 1,5MLj$ hat über 200-mal mehr Masse, als eine durchschnittliche Kugel mit diesem Radius im Universum

Definition:

Relativer Dichte-Kontrast: $\delta(\vec{r}, t) := \frac{\rho(\vec{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} = \frac{\Delta\rho(\vec{r}, t)}{\bar{\rho}(t)}$

$\bar{\rho}(t)$: Durchschnittliche Materiedichte im Universum zum Zeitpunkt t

$\Delta\rho(\vec{r}, t)$: Dichteschwankung

\Rightarrow Bei $z \approx 1000$: $|\delta| \ll 1$

Der relative Dichte-Kontrast hängt mit der Temperaturfluktuation (CMB) zusammen:

$$\delta(\vec{x}) = 3 \frac{\Delta T(\vec{x})}{T}$$

Die Hubble-Expansion wird durch das Gravitationsfeld von $\bar{\rho}(t)$ eingeschränkt und die Dichteschwankungen erzeugen ein zusätzliches Gravitationsfeld.

Für sehr kleine Gravitationsfelder wird die Gravitation durch die Newton'sche Beschreibung ausgedrückt. Man verwendet hierbei einen Separationsansatz:

Gravitationsfeld der totalen Materieverteilung = Summe über durchschnittliche Materieverteilung + Summe über Dichteschwankungen.

In Regionen mit $\Delta\rho > 0$ (also auch $\delta > 0$) sind die Gravitationsfelder stärker als im kosmischen Durchschnitt.

- ⇒ Zusätzliche Selbst-Gravitation
- ⇒ Expansion langsamer als im Durchschnitt
- ⇒ Dichte nimmt langsamer ab
- ⇒ Relative Dichte wächst
- ⇒ Gravitationsfeld noch stärker

Dichteschwankungen wachsen mit der Zeit aufgrund ihrer Selbstgravitation, also auch die Inhomogenität des Universums; überdurchschnittlich dichte Regionen vergrößern ihren Dichtekontrast im Laufe der Zeit, während unterdurchschnittlich dichte Regionen ihren Dichtekontrast verkleinern, in beiden Fällen wächst $|\delta|$.

Die Entwicklung von Strukturen im Universum wird durch das Modell der **gravitativen Instabilität** beschrieben.

2.3 Beschreibung durch lineare Störungstheorie

Nun soll der Zuwachs von Dichteschwankungen genauer betrachtet werden:

Hier soll noch einmal betont werden, dass die verwendeten Längeskalen deutlich unter dem Hubble – Radius liegen, weshalb die Newton'sche Theorie herangezogen wird.

Solange die Fluktuationen genügend klein sind, kann man von einem linearen Wachstum ausgehen. Hier bietet sich die lineare Störungstheorie an: Für kleine Abweichungen vom homogenen Fall gleicht man die Lösungen diesem linear an.

Als zusätzliche Vereinfachung geht man davon aus, dass Materie im Universum nur aus Staub (stoßfreie Materie) mit Dichte $\rho(\vec{r}, t)$ bestehen soll. Durch diese Näherungen erhält man ein Fluid mit Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(\vec{r}, t)$, das den unten aufgeführten Bewegungsgleichungen genügt:

Bewegungsgleichungen:

Kontinuitätsgleichung	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = 0$	<i>Materie bleibt erhalten</i>
------------------------------	--	--------------------------------

Man erkennt, dass die Dichte bei divergierendem Geschwindigkeitsfeld, also wenn Teilchen sich voneinander wegbewegen, abnimmt; während Konvergenz zum Dichtezuwachs führt.

Eulergleichung	$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla \Phi$	<i>Impulserhaltung</i>
-----------------------	---	------------------------

$\frac{\nabla P}{\rho}$: Druckgradient (für Staub: $P \equiv 0$)

Φ : Gravitationspotential

Die Gleichung beschreibt das Verhalten der Flüssigkeit *unter dem Einfluss von Kräften*.

Poissongleichung	$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$
-------------------------	-------------------------------

Die Poissongleichung gibt die Beziehung zwischen Materiedichte ρ und Gravitationspotential Φ an.

Im Allgemeinen ist dieses System von Gleichungen analytisch nicht lösbar, trotzdem existiert eine spezielle exakte (kosmologisch relevante) Lösung für den Fall, dass man Lösungen für $|\delta| \ll 1$ konstruieren kann. Diese spezielle exakte Lösung ist der homogen expandierende Kosmos:

$\vec{v}(\vec{r}, t) = H(t)\vec{r}$ löst die Gleichungen, falls die Dichte ρ homogen ist, und falls die *Friedmann-Gleichung*

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)$$

für den Skalenfaktor gilt.

Bei kleinen Abweichungen vom homogenen Fall ergibt sich für den Dichte-Kontrast δ aus den Bewegungsgleichungen folgende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + \frac{2\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta$$

Man sieht, dass die partiellen Ableitungen nur von der Zeit abhängen, deshalb bietet sich ein Separationsansatz an: Man erhält Lösungen der Form

$$\delta(\vec{x}, t) = D(t) \tilde{\delta}(\vec{x}),$$

wobei $\tilde{\delta}(\vec{x})$ eine beliebige Funktion der Raum-Koordinate beschreibt und $D(t)$ der DGL

$$\ddot{D} + \frac{2\dot{a}}{a} \dot{D} - 4\pi G \bar{\rho}(t) D = 0$$

genügt.

Man findet zwei linear unabhängige Lösungen für diese, nämlich eine, die mit zunehmender Zeit monoton steigt, $D_+(t)$, und eine monoton fallende: $D_-(t)$

Letztere ist unbrauchbar, da die Dichteschwankungen mit der Zeit wachsen und $D_+(t)$ dominiert.

Folglich ergibt sich für den Dichtekontrast:

$$\delta(\vec{x}, t) = D_+(t) \delta_0(\vec{x})$$

Die räumliche Ausprägung der Dichteschwankungen ist durch die Wahl von „comoving coordinates“ $\vec{r} = a(t)\vec{x}$ gestoppt, lediglich ihre Amplituden wachsen mit dem „growth factor“ $D_+(t)$.

Normiert man diesen zu $D_+(t_0) = 1$, so gibt $\delta_0(\vec{x})$ die heutige Verteilung der Dichteschwankungen an, solange diese linear mit der Zeit wachsen.

Beispiel: Einstein – de Sitter Modell

Dies ist ein Spezialfall, der von Dichteparametern $\Omega_{dm} = 1$ und $\Omega_\Lambda = 0$ ausgeht. Für den

Expansionsfaktor gilt: $a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} \rightarrow \left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = \frac{2}{3t}$

Und damit ergibt sich für die durchschnittliche Dichte: $\bar{\rho}(t) = \frac{8H_0^2}{8\pi G} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-2}$

Dies liefert eine vereinfachte DGL: $\ddot{D} + \frac{4}{3t} \dot{D} - \frac{2}{3t^2} D = 0$

Der Ansatz $D \propto t^q$ ist deshalb gerechtfertigt, da alle obigen Terme die Dimension $\frac{D}{t^2}$ haben.

Man findet $q_1 = \frac{2}{3}$ und $q_2 = -1$, wobei q_2 wieder vernachlässigt werden kann. Deshalb erhält man als Lösung:

$$D_+(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} = a(t) \quad (\text{Wachstumsfaktor} = \text{Skalenfaktor})$$

Für verschiedene kosmologische Parameter ergeben sich folgende Beziehungen zwischen „growth factor“ $D_+(t)$ und Skalenfaktor $a(t)$ bzw. Rotverschiebung z :

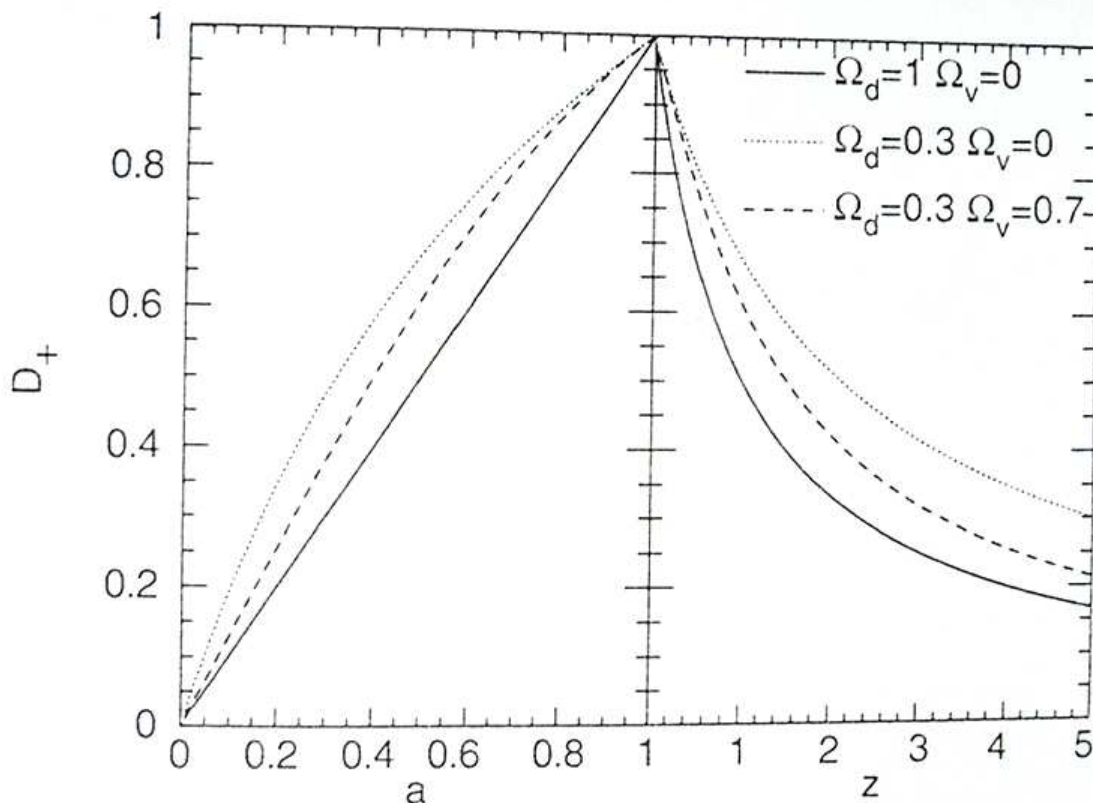


Abb. 20: „growth factor“

Die durchgezogene Linie entspricht dem Einstein – de Sitter Modell. Man erkennt den linearen Zusammenhang zwischen $D_+(t)$ und $a(t)$. Für andere kosmologische Parameter ist dies nicht der Fall, aber man sieht, dass sich die Kurven sehr ähnlich verhalten.

Insbesondere haben dadurch die Schwankungen seit der Epoche der Rekombination ($z \sim 1100$) um den Faktor $z \sim 1000$ wachsen können.

Deshalb würde man bei linearer Strukturbildung etwa $\delta > 10^{-3}$ bei $z \sim 1100$ erwarten. Ein Vergleich mit der Hintergrundstrahlung ergibt aber $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$.

Die Beobachtung zeigt, dass auf der Skala von Galaxienhaufen $\delta \gg 1$ gilt, doch die anfänglichen geringen Dichteschwankungen können bis heute nicht genug stark angewachsen sein, um solch nichtlineare Strukturen zu bilden.

Einen Ausweg bietet die Dominanz **dunkler Materie**, denn die Anisotropien der Hintergrundstrahlung geben nur Auskunft über den Dichtekontrast von Baryonen. Der Dichtekontrast der **dunklen Materie** kann bei $z \sim 1100$ schon ausgeprägter gewesen sein und Potentialtöpfe gebildet haben, in welche die Baryonen nach der Rekombination gefallen sind.

2.4 Beschreibung der Dichtefluktuationen

Zunächst stellt sich die nichttriviale Frage, wie man denn ein inhomogenes Universum quantitativ beschreiben soll oder wie man die Strukturen quantisieren soll. Denn kein kosmologisches Modell kann die Materieverteilung außerhalb der Milchstraße im Detail bestimmen, da diese von den speziellen Anfangsbedingungen im frühen Universum abhängt.

Deshalb sind bestenfalls *statistische Eigenschaften* von Masseverteilungen bestimmbar, wie z. B. die durchschnittliche Dichte von Galaxienhaufen oberhalb einer bestimmten Masse.

Dazu folgende Definition:

Zwei Universen sind **äquivalent**, wenn ihre Dichtefelder δ die gleichen statistischen Eigenschaften aufweisen. Ein statistisches Ensemble von äquivalenten Universen, deren individuelle Funktionen $\delta(\vec{x})$ sich unterscheiden, heißt „**random field**“

Ein Beispiel soll der Verdeutlichung dienen:

Beispiel: Wasserwellen auf der Oberfläche eines großen Sees

Als statistische Eigenschaften könnte man die Anzahl von Wellen einer bestimmten Wellenlänge oder die Verteilung der Amplituden angeben. Diese sind abhängig etwa von der Form und Tiefe des Sees, sowie von der Windstärke und Windrichtung.

Ändern sich die Eigenschaften des Windes nicht mit der Zeit, so sind zwei zu verschiedenen Zeiten aufgenommene Fotos statistisch gesehen ununterscheidbar.

Sind Oberflächentopographie und Windeigenschaften hinreichend bekannt, lässt sich zwar die Verteilung der Wellenamplituden berechnen, allerdings kann die Oberflächenamplitude des Sees nicht als Funktion des Ortes zu einem bestimmten Zeitpunkt angegeben werden!

Jeder Schnappschuss vom See ist eine Realisierung des „*random fields*“

Korrelationsfunktion

Galaxien sind räumlich nicht beliebig verteilt, sie bilden Gruppen, Haufen, Superhaufen.

Deshalb ist in Umgebung einer Galaxie die Wahrscheinlichkeit, eine weitere Galaxie zu finden, größer als in willkürlicher Umgebung.

Die Wahrscheinlichkeit, eine Galaxie im Volumenelement dV um einen Ort \vec{x} zu finden, beträgt

$$P_1 = \bar{n}dV ,$$

wobei \bar{n} die durchschnittliche Dichte von Galaxien angibt. P_1 ist also unabhängig von \vec{x} unter der Annahme eines statistisch homogenen Universums.

Die Wahrscheinlichkeit, zusätzlich eine Galaxie zur gleichen Zeit im Volumenelement dV um \vec{y} zu finden, ist dann:

$$P_2 = (\bar{n}dV)^2 [1 + \xi_g(\vec{x}, \vec{y})]$$

Hierbei bezeichnet $\xi_g(\vec{x}, \vec{y})$ die (2 - Punkte-) **Korrelationsfunktion**.

Wäre die Verteilung unkorreliert, so ergäbe sich $P_2 = (\bar{n}dV)^2 = P_1^2$.

Man wählt dV so, dass $P_1 \ll 1$ wird, was einem statistisch homogenen Universum entspricht. In diesem Fall hängt ξ nur von der Differenz $\vec{r} = \vec{x} - \vec{y}$ ab. Ist das Universum zudem statistisch isotrop, so hängt ξ nur von $r = |\vec{x} - \vec{y}|$ ab.

Die spektroskopischen Rotverschiebungsaufnahmen von Galaxien liefern folgende Näherung für Korrelationen:

$$\xi_g(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma}$$

Hierbei bezeichnet $r_0 \cong 5h^{-1}Mpc$ die Korrelationslänge. Im Gültigkeitsbereich zwischen $2h^{-1}Mpc \leq r \leq 30h^{-1}Mpc$ ergibt sich $\gamma \approx 1,8$

Im obigen Beispiel der Wasserwellen könnten die Korrelationsfunktionen der Wellenamplituden an den Orten \vec{x} und \vec{y} z. B. durch viele Schnappschüsse der Oberfläche bestimmt werden

Die Korrelationsfunktion stellt also die Mittel bereit, um die Struktur der Materieverteilung im Universum zu charakterisieren. Zur vollständigen Charakterisierung benötigt man allerdings $n - \text{Punkte} - \text{Korrelationsfunktionen}$.

Eine alternative Beschreibung ist mit dem äquivalenten „power spectrum“ möglich.

2.5 Evolution der Dichteschwankungen

Bisher ist zur Vereinfachung lineare Störungstheorie im Rahmen Newton'scher Gravitationstheorie betrachtet worden. Diese ist aber für größere Schwankungen nicht mehr gültig!

Deshalb sind einige Abwandlungen nötig. Diese sind gerechtfertigt, denn in der strahlungsdominanten Ära unterscheidet sich das Expansionsgesetz für $a(t)$ merklich von dem der materiedominanten Phase. Folglich ändert sich auch die Wachstumsrate der Dichteschwankungen. Außerdem ist eine Unterscheidung zwischen „hot dark matter“ (HDM) und „cold dark matter“ (CDM) nötig, welche sich durch verschiedene thermische Geschwindigkeiten der wesentlichen Bestandteile zur Zeit t_{eq} (als die Dichte von Strahlung und Materie gleich gewesen ist) auszeichnen.

Besteht **dunkle Materie** aus relativistischen Teilchen, so können diese sich frei bewegen, was zur Folge hat, dass die Dichteschwankungen sich nicht ausbilden können. Somit sind diese nicht gravitativ im Potentialtopf der Dichtekonzentration gebunden, was zur Auflösung des Potentialtopfs führt. Im HDM – Modell würden sich zunächst sehr große Strukturen bilden und Galaxien entstünden erst spät durch Fragmentierung

Die Beobachtung zeigt allerdings, dass Galaxien seit $z \sim 6$ existieren, was zum Widerspruch führt.

HDM führt zu Strukturbildung, die nicht mit der Beobachtung übereinstimmt, also kann HDM als wesentlicher Bestandteil der **dunklen Materie** ausgeschlossen werden!

Deshalb nimmt man heute die **dunkle Materie** als „kalt“ an, man geht allerdings von „mixed dark matter models“ (MDM) aus, bei denen HDM einen kleinen Beitrag liefert.

Gleicht die Galaxienverteilung der Verteilung von **dunkler Materie**, so lässt sich daraus die Korrelationsfunktion bestimmen.

Qualitatives Verhalten des Zuwachs der Dichtestörungen:

Dichtestörungen, die während der strahlungsdominanten Epoche in den Horizont eindringen, hören auf zu wachsen, bis Materie zum dominanten Energiegehalt des Universums wird, da die zunehmende Expansionsrate den Schwankungszuwachs verhindert. Anschließend wachsen diese Fluktuationen wie beschrieben mit $\delta \propto D_+(t)$, allerdings wird der Zuwachs kleiner.

Dringt im Vergleich dazu eine Schwankung während der materiedominanten Epoche ein, so wird die

Amplitude um den Faktor $\left(\frac{a_{enter}}{a_{eq}}\right)^2$ verkleinert, was das Verhalten der Transferfunktion erklärt:

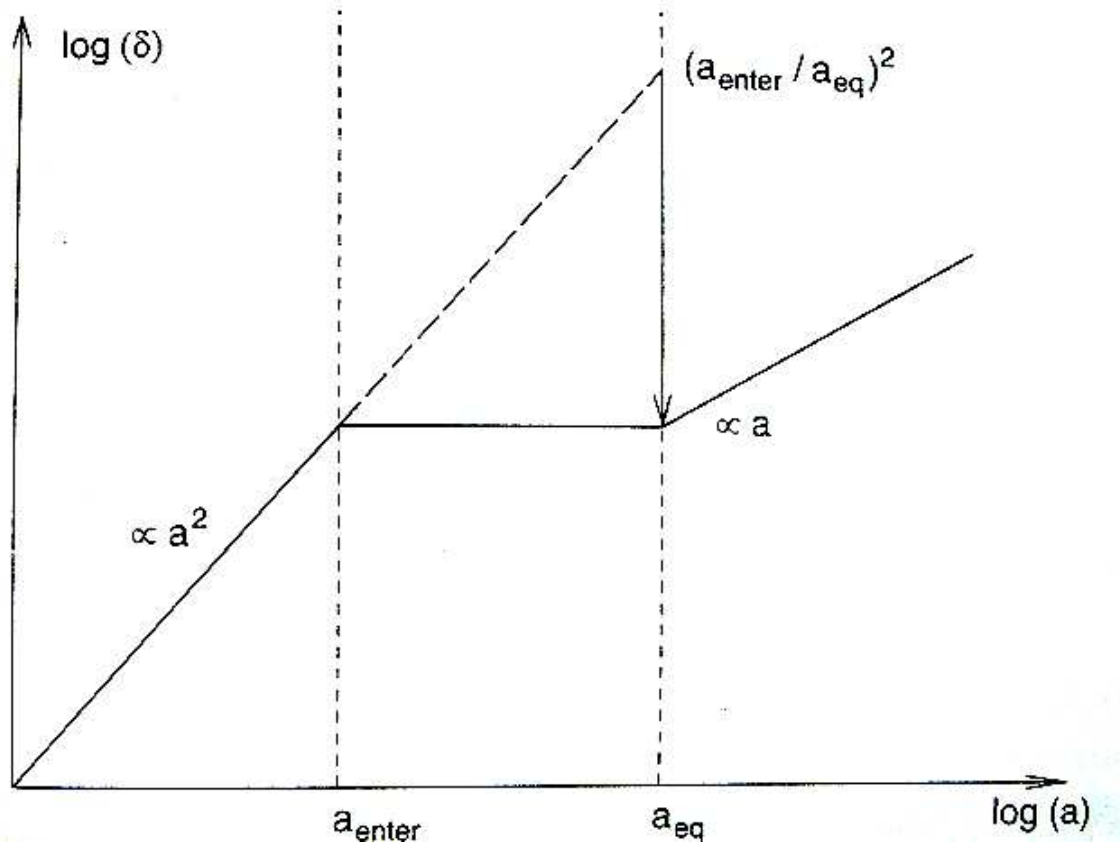


Abb. 21: Transferfunktion

Dichteverteilung von Baryonen

Die Entwicklung der Dichtefluktuationen von Baryonen ist anders als bei **dunkler Materie**! Der Grund hierfür liegt in der Wechselwirkung von Baryonen mit Photonen vor der Rekombination, denn die Baryonen werden durch Streuung von Photonen an freien Elektronen daran gehindert, in den Potentialtopf von **dunkler Materie** zu fallen, sie unterliegen dem Strahlungs-Druck. Erst nach der Rekombination können Baryonen in den Potentialtopf fallen und nach einiger Zeit gleicht die Verteilung der Baryonen der der **dunklen Materie**.

Grenzen der linearen Störungstheorie

Die Theorie der linearen Entwicklung von Dichteschwankungen sowie die Annäherung durch ein Fluid scheitert spätestens bei $|\delta| \sim 1$, diese Näherungen sind also nur eingeschränkt anwendbar. Insbesondere kann innerhalb dieser Theorie nicht die Bildung von Strukturen wie Galaxienhaufen geklärt werden!

2.6 Nichtlineare Strukturbildung

Die nichtlineare Störungstheorie erfordert großen Mathematischen Aufwand und man benötigt numerische Methoden. Das Ergebnis dieser Rechnungen kann in numerischen Simulationen veranschaulicht werden.

Modell des sphärischen Kollapses

Man betrachtet eine sphärische Region im expandierenden Universum mit Dichte $\rho(t)$ mit

$$\rho(t) = [1 + \delta(t)] \bar{\rho}(t)$$

Als Vereinfachung nimmt man die Dichte innerhalb der Sphäre als homogen an. Für kleines t ergeben sich geringe Dichteschwankungen, weshalb man für hinreichend geringen Dichtekontrast $\delta \ll 1$ zunächst von einem linearen Zuwachs $\delta(t) \propto D_+(t)$ ausgehen kann.

Für genügend kleines t_i mit $\delta(t_i) \ll 1$ gilt dann: $\delta(t_i) = \delta_0 D_+(t_i)$

δ_0 gibt den Dichtekontrast linear hochgerechnet zum heutigen Tag an.

Ist R_{com} der anfängliche „comoving radius“ der Sphäre, dann gilt für die Masse:

$$M = \frac{4\pi}{3} R_{com}^3 \rho_0 (1 + \delta_i) \approx \frac{4\pi}{3} R_{com}^3 \rho_0$$

Dies folgt aus $\bar{\rho} = \frac{\rho_0}{a}$ und dem physikalischen Radius $R = aR_{com}$

Man sieht: $R_{com} \sim M$ unabhängig von der Wahl von t_i und δ_0 (solange $\delta(t_i) \ll 1$)

Analog zum linearen Fall ergibt sich wegen der verstärkten Gravitationskraft innerhalb der Sphäre, dass diese weniger stark expandiert als durchschnittlich, demzufolge steigt der Dichtekontrast weiter an, wodurch die Expansionsrate auch weiter abgebremst wird.

Allerdings stimmen die Bewegungsgleichungen nur mit den Friedmann-Gleichungen für die kosmische Expansion überein, falls der Dichteparameter Ω_m der Sphäre nicht dem des durchschnittlichen Universums entspricht.

Ist nun die Dichte am Anfang hinreichend groß, so kommt die Expansion der Sphäre zum Stillstand, was theoretisch zum Kollaps der Sphäre bei $t_{coll} = 2t_{max}$ führt, wenn t_{max} den Zeitpunkt maximaler Expansion darstellt. Dies folgt daraus, dass Bewegungsgleichungen zeitlich reversibel sind.

Spezialfall: Einstein – de Sitter Model

Dieser Spezialfall mit Dichteparametern $\Omega_{dm} = 1$ und $\Omega_\Lambda = 0$ beschreibt ein „closed universe“:

Jede Sphäre mit $\delta_0 > 0$ kollabiert irgendwann. Für einen Kollaps bei $t_{coll} \leq t_0$ muss ein kritischer Wert δ_c überschritten werden:

$$\delta_0 \geq \delta_c = \frac{3}{20} (12\pi)^{2/3} \approx 1,69$$

Allgemein findet man:

$$\delta_0 \geq \delta_c (1 + z)$$

„Violent relaxation“: Gravitative Schwankungen in der Sphäre führen dazu, dass die Teilchen im Gravitationsfeld gestreut werden und **virialisieren**. Folglich befindet sich die Sphäre im Virial – Gleichgewicht mit durchschnittlicher Dichte

$$\langle \rho \rangle = \langle 1 + \delta_{vir} \rangle \bar{\rho}_{coll}$$

wobei $(1 + \delta_{vir}) \approx 178 \Omega_{dm}^{-0,6}$

In einer virialisierten Region gilt dann: $\langle \rho \rangle \sim 200 \rho_{cr}$

ρ_{cr} ist hier die kritische Dichte des Universums während Epoche des Kollaps

Beispielsweise muss ein massiver Galaxienhaufen mit Virialradius im Bereich von $1,5h^{-1}Mpc$ vom Kollaps einer Region mit ursprünglichem $R_{com} \sim 10h^{-1}Mpc$ gebildet worden sein. Solch eine virialisierte Massenkonzentration von **dunkler Materie** heißt **dunkle Materie Halo**. Halos von geringer Masse wachsen bei weiterer Zunahme von Materie.

Press – Schechter Modell (1974)

Ein ähnliches Modell ist das Press – Schechter Modell:

Man betrachtet ein Feld von Dichteschwankungen $\delta_0(\vec{x})$ und glättet dieses auf einer Skala R , der „comoving“ – Länge, so dass keine Schwankungen für Skalen $\leq R$ auftreten.

Maxima im geglätteten Feld $\delta_R(\vec{x})$ auf einer Skala $\geq R$ korrespondieren zu Massen-„Peaks“ der

$$\text{Masse } M \sim \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_0$$

Ist die Amplitude δ_R des Dichte-„peaks“ hinreichend groß, so wachsen die Dichteschwankungen in einer Sphäre vom Radius R nichtlinear, die Expansion wird gestoppt und die Sphäre rekollabiert.

Der für den Kollaps erforderliche Dichtekontrast $\delta_R \geq \delta_{min}$ kann für jedes kosmologische Modell und für jede Rotverschiebung berechnet werden.

Mit diesem Modell lässt sich die Dichte von **dunkler Materie** Halos im Universum als Funktion der Masse M und Rotverschiebung z bestimmen.

Für große Massen nimmt diese Dichte exponentiell ab, deshalb gibt es *sehr* wenig Haufen mit

$$M \geq 2 \times 10^{15} M_{Some}$$

Heute beträgt die Dichte von Haufen mit $M \geq 10^{15} M_{Some}$ etwa $10^{-7} Mpc^{-3}$.

Daraus ergibt sich eine durchschnittliche Entfernung zweier solcher Haufen von $\sim 100Mpc$.

Dies steht im Einklang mit der Beobachtung, denn der nächste massiver Haufen (*Coma*) ist $\sim 90Mpc$ von uns entfernt.

Solche Modelle heißen auch „bottom – up“ oder „hierarchical structure formation“, da kleine Strukturen, die sich früh bilden, später große Strukturen formen.

Das bedeutet, dass sich zuerst sehr massenarme Galaxien bilden sollten, dann die massiveren, und später Gruppen und Galaxienhaufen.

Vergleich mit numerischen Simulationen

Das Press – Schechter Modell basiert zwar auf Annahmen, die nicht im Detail gegeben sind, trotzdem erlaubt es erstaunlich genaue Vorhersagen der Dichte von Halos, die von Simulationen bestimmt worden ist. Erst seit Mitte der 90er Jahre gibt es auffällige Diskrepanzen mit dem Modell durch verbesserte Präzision und verbesserte Statistiken der numerischen Simulationen zur Strukturbildung

Die analytische Beschreibung ist durch das Modell des ellipsoidalen Kollapses ausgearbeitet worden, in dem sich die Dichte von Halos relativ zum Press – Schechter Modell verändert. Dies liefert gute Übereinstimmungen mit numerischen Ergebnissen.

Numerische Simulationen der Strukturbildung

Da die Gravitative Dynamik zu kompliziert ist, um analytisch im Detail behandelt zu werden, bedient man sich Simulationen der Strukturbildungen, welche die quantitative Unterscheidung der Vorhersagen verschiedener Modelle ermöglichen. Die Ergebnisse liefern einen wesentlichen Beitrag zum Standardmodell.

Sogar die baryonische Komponente und der Strahlungstransport (*Übertragung der Strahlungsenergie*) kann mit einbezogen werden. Dies gibt Einsicht auf den Einfluss der Strahlung beim Aufheizen und Abkühlen von baryonischer Materie.

Ausblick:

Mit einer Simulation von nur 1000 Teilchen konnte widerlegt werden, dass die Dunkle Materie ausschließlich aus Neutrinos besteht.

Sehr große Ausschnitte des Universums müssen mit einer hohen Massenauflösung simuliert werden, um zukünftige Tests von kosmologischen Modellen zu ermöglichen.

Grenzen:

Auf der einen Seite möchte man einen möglichst großen Ausschnitt des Universums simulieren, um zu statistisch sinnvollen Aussagen zu kommen; andererseits möchte man möglichst kleine Strukturen genau auslösen. Trotzdem ist das simulierte Volumen noch zu klein, um statistisch bedeutende Ergebnisse zu erhalten.

Aufgrund der Beschränktheit der Rechenzeit und des Speicherplatzes kann aber immer nur ein begrenzter dynamischer Bereich der Skalen simultan betrachtet werden. Die Entwicklung der Rechner, aber auch die Entwicklung stets verbesserter Algorithmen, sorgt für einen starken Fortschritt dieses Forschungsgebiets.

In den Simulationen werden keine einzelnen Elementarteilchen **dunkler Materie** aufgeführt werden, aus denen diese vermutlich aufgebaut ist, sondern man betrachtet „makroskopische Körper“ der Masse M , die sich in einem Volumen wie **dunkle Materie** – Teilchen verhalten.

Man kann nicht das volle Raumvolumen (*kann unendlich sein*) im Universum simulieren, sondern nur eine repräsentative Auswahl („*comoving cube*“), deren Weite sich allerdings über die größten beobachteten Strukturen hinaus erstreckt, um die Effekte auf großen Skalen nicht zu vernachlässigen.

Der Aufwand, Kräfte zu summieren, die auf einzelne Teilchen wirken, ist viel zu groß, deshalb schätzt man die Kräfte näherungsweise ab.

Die Anfangsbedingungen und kosmologischen Parameter sind nicht exakt bekannt, in der Simulation sind sie so gewählt worden, dass die Dichteverteilung für die heutige Epoche möglichst gut übereinstimmt.

Man muss auch beachten, dass im Laufe der kosmischen Entwicklung Baryonen das Dichte – Profil der DM – Halos verändert: Baryonen streuen, sie können abkühlen, sie bilden eine Scheibe und wachsen zusammen. Dies verändert das Gravitationspotential mit der Zeit, was sich auch auf die DM auswirkt. Dies wird in den Simulationen nicht beachtet!

Beispiel: **Millennium – Simulation**

Die Millennium – Simulation ist die bei weitem größte N – Teilchensimulation ($10.077.696.000 \sim 10^{10}$ Teilchen) mit einer Masse $M = 8,6 \times 10^8 h^{-1} M_{\text{Sonne}}$ und für ein kosmologisches Modell mit folgenden Parametern:

$$\Omega_{dm} = 0,25$$

$$\Omega_{\Lambda} = 0,75$$

$$h = 0,73 \text{ Hubble – Konstante}$$

$$L = 500h^{-1} \text{ Mpc Kantenlänge des Würfels}$$

Analyse der Simulationen

Aus der räumlichen Anordnung der Teilchen lässt sich das nichtlineare Leistungsspektrum $P(k, z)$ der Materieverteilung berechnen. Außerdem kann man nach kollabierten Massenkonzentrationen (z. B. **dunkle Materie** – Halos) und nach Voids suchen und Ergebnisse mit den beobachteten Größen vergleichen.

Das Ergebnis der Simulationen belegt, dass die Materiedichte im Universum beträchtlich kleiner ist, als die kritische Dichte!

Die direkte Verbindung zwischen den Ergebnissen der **dunkle Materie** – Simulationen und den beobachteten Eigenschaften des Universums verlangt ein Verständnis der Beziehung zwischen dunkler Materie und leuchtender Materie.

2.7 Beginn der Dichteschwankungen

Im Inflationsmodell beseitigt die frühe Phase der sehr schnellen exponentiellen Expansion des Kosmos die anfängliche Raumkrümmung. Durch die gewaltige Expansion werden mikroskopische Skalen zu makroskopischen Skalen ausgedehnt. Gemäß der Quantenmechanik ist eine gänzlich homogene Materieverteilung nicht möglich, also werden Quantenfluktuationen gedehnt auf Dichteschwankungen auf großen Skalen

Die verschiedenen Inflationsmodelle unterscheiden sich in ihren Vorhersagen über die relative Stärke der Schwankungen der Raumzeit. Solche Schwankungen sind eine Folge der ART, welche die Raumzeit selbst auch als dynamischen Parameter ansieht. Die Existenz von Gravitationswellen ist eine Konsequenz daraus. Diese Gravitationswellen hinterlassen einen „Fußabdruck“ in der Polarisation der CMB, was im Prinzip messbar wäre...

Zusammenfassung

Das Λ CDM – Modell der Kosmologie hat sich als enorm erfolgreich erwiesen, was die Beschreibung und Vorhersagen kosmologischer Beobachtungen angeht. Aufgrund dieses Erfolgs wird es als Standard – Modell betrachtet.

Diskrepanzen gibt es bei der Analyse von LSB („Low Surface Brightness“) – Galaxien. Die Rotationskurven der LSB – Galaxien im NFW (Navarro-Frenk-White) – Dichteprofil stimmen nicht mit den Erwartungen des Modells überein.

Entweder man findet den Grund für den Zwiespalt, oder man muss das Modell erweitern. Im ersten Fall hätte das Modell eine weitere Hürde überwunden und würde weiter bekräftigt, wobei im zweiten Fall neue Einsichten in die Physik der Kosmologie g

3. Millennium – Simulation

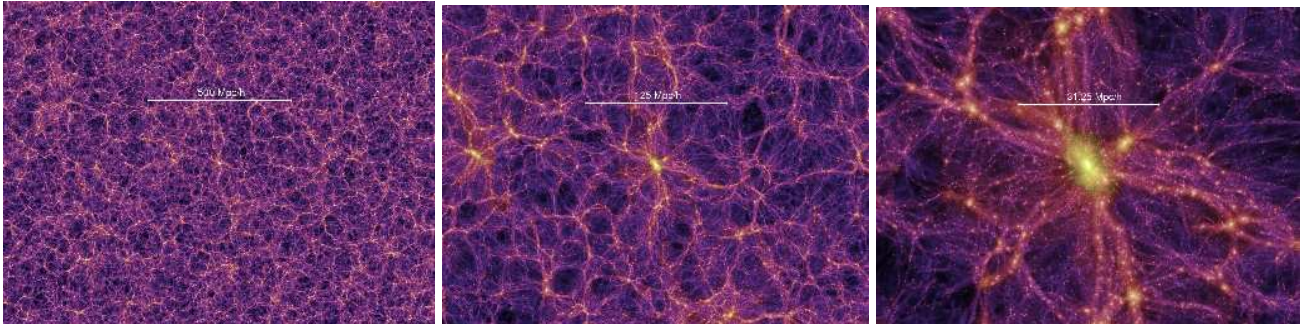
<http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/presse/>

Eine 3-dimensionale Visualisierung der *Millennium Simulation* zeigt ein Film mit einem Flug durch das simulierte Universum. Auf dem Weg wird ein massereicher Galaxienhaufen besucht, der einmal umrundet wird. Während der zwei Minuten Dauer dieser virtuellen Reise wird eine Strecke zurückgelegt, für die selbst das Licht mehr als 2.4 Milliarden Jahre benötigen würde.

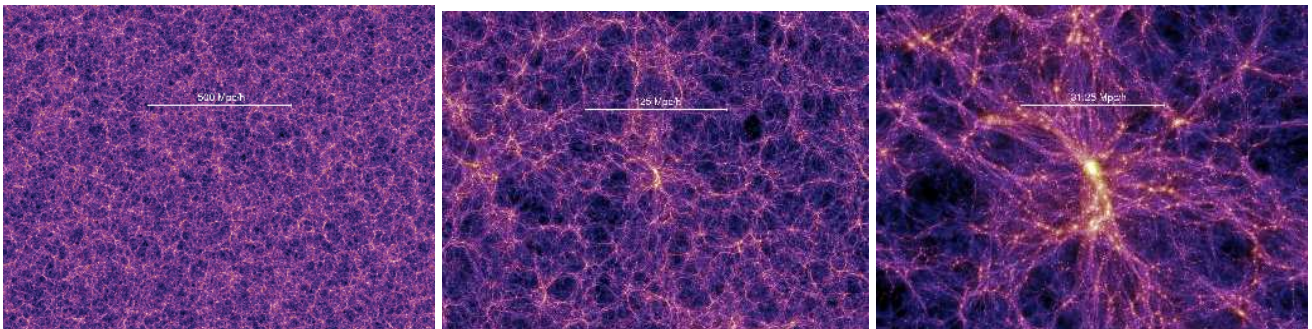
Ein weiterer Film zeigt die Verteilung der **dunklen Materie** im Universum zur heutigen Zeit, basierend auf der *Millennium Simulation*, der größten jemals ausgeführten N-Körper Simulation (mehr als 10^{10} Teilchen). Durch einen Zoom auf einen massereichen Galaxienhaufen zeigt der Film die Gestalt der Strukturen auf unterschiedlichen Skalen und illustriert damit den großen dynamischen Bereich der Simulation (10^5 pro Raumdimension). Der Zoom deckt Skalen von mehreren Gpc bis hinunter zu den kleinsten aufgelösten Substrukturen mit einer Größe von ~ 10 kpc ab.

Die folgenden Schnitte durch das Dichtefeld aus der Millennium-Simulation sind alle jeweils 15 Mpc/h dick. Für jede Epoche (in Gigayear)/Rotverschiebung werden jeweils drei Bilder, die einer Sequenz von Vergrößerungen um jeweils einen Faktor 4 entsprechen, gezeigt:

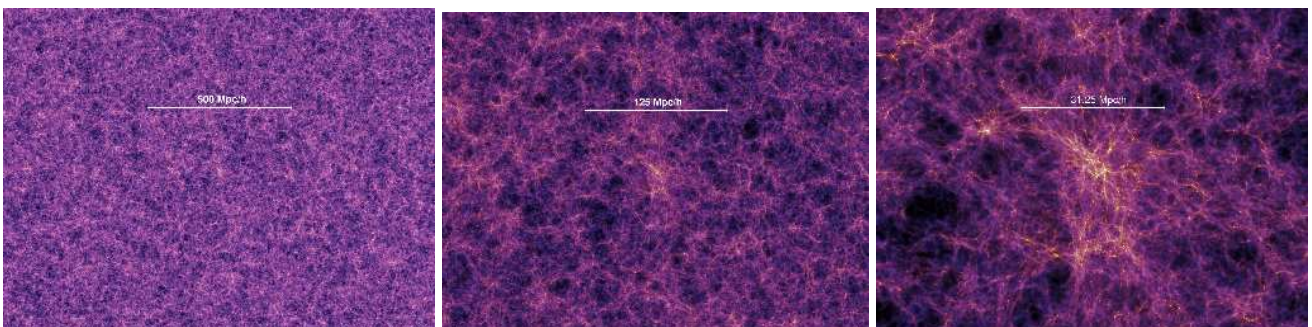
Rotverschiebung $z = 0$ ($t = 13.6$ Gyr)



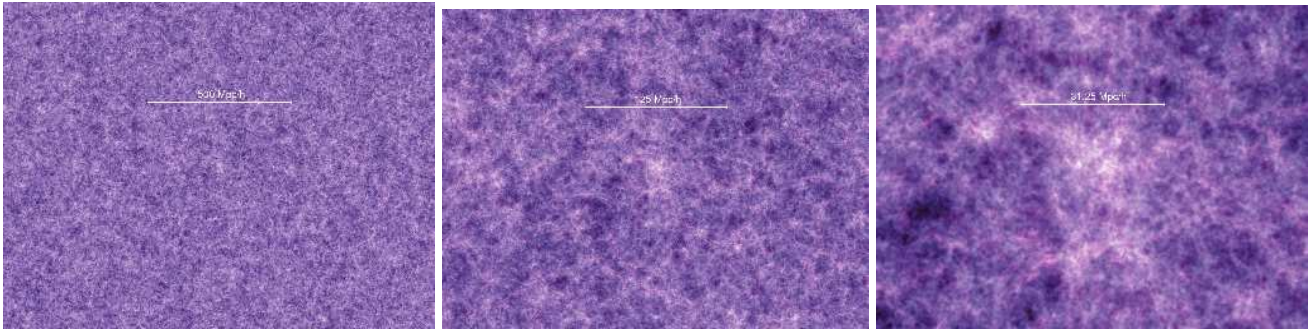
Rotverschiebung $z = 1,4$ ($t = 4.7$ Gyr)



Rotverschiebung $z = 5,7$ ($t = 1.0$ Gyr)



Rotverschiebung $z = 18,3$ ($t = 0.21$ Gyr)



Zusammensetzung des Universums:

$$\Omega = \Omega_b + \Omega_{dm} + \Omega_\Lambda$$

$$= \frac{\rho_b}{\rho_{c,0}} + \frac{\rho_{dm}}{\rho_{c,0}} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{c,0}}$$

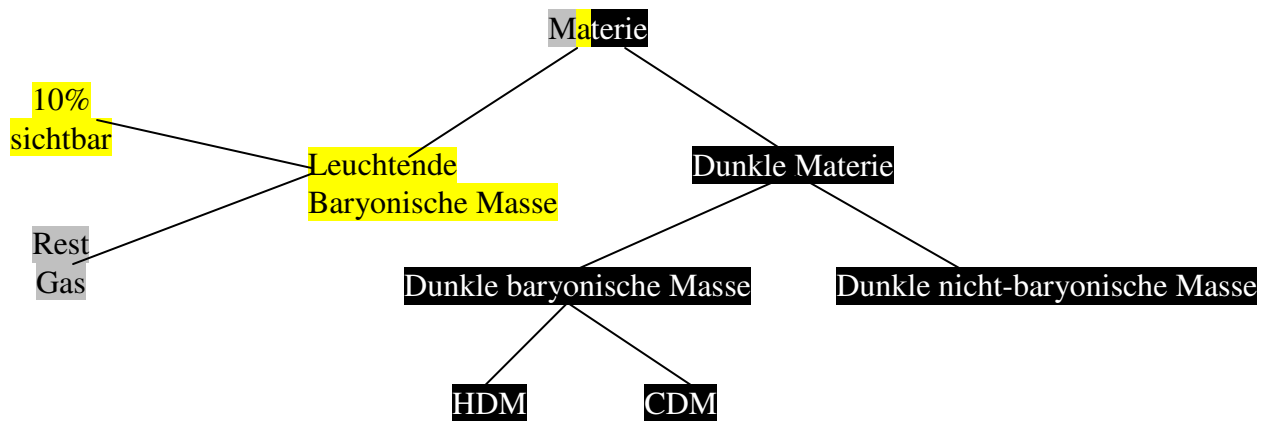
mit der Dichte der Vakuumenergie:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$$

und der kritischen kosmischen Dichte:

$$\rho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

$\Omega_b = 0.05$	sichtbar	klumpt
$\Omega_{dm} = 0.2$	unsichtbar	klumpt
$\Omega_\Lambda = 0.75$	unsichtbar	homogen



4. Literaturverzeichnis

- [1] Gerhard Börner, Kosmologie, S. Fischer, Frankfurt am Main, Oktober 2002
- [2] Peter Schneider, Extragalactic Astronomy and Cosmology, Springer Verlag, 2006
- [3] Simon Singh, BIG BANG, Carl Hanser Verlag München Wien, Mai 2007
- [4] <http://de.wikipedia.org>
- [5] <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/presse/>

5. Abbildungsverzeichnis

- Abb. 1/5: <http://de.wikipedia.org/wiki/Milchstra%C3%9Fe>
- Abb. 2: <http://de.wikipedia.org/wiki/Sonnensystem>
- Abb. 3: <http://de.wikipedia.org/wiki/Erde>
- Abb. 4: http://en.wikipedia.org/wiki/Milky_Way
- Abb. 6/11: http://www.drfreund.net/astronomy_localgroup.htm
- Abb. 7: <http://www.joergresag.privat.t-online.de/mybk4htm/chap32.htm>
- Abb. 8/9: http://de.wikipedia.org/wiki/Lokale_Gruppe
- Abb. 10: <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/presse/>
- Abb. 12: <http://de.wikipedia.org/wiki/Virgo-Superhaufen>
- Abb. 13: <http://de.wikipedia.org/wiki/Coma-Superhaufen>
- Abb. 14: <http://www.solstation.com/x-objects/greatatt.htm>
- Abb. 15:
<http://www.aanda.org/index.php?option=article&access=standard&Itemid=129&url=/articles/aa/full/2001/47/aah2872/node8.html>
- Abb. 16: http://www.seewetter-kiel.de/andromedagalaxie/galaxienhaufen_attraktor.htm
- Abb. 17: <http://www.astro.princeton.edu/~mjuric/universe/greatwalls.gif>
- Abb. 18: Gerhard Börner, Kosmologie, Frankfurt am Main, Oktober 2002
- Abb. 19: <http://www.usm.uni-muenchen.de/people/burkert/lectures/NK/v7web.pdf>
- Abb. 20/21: Peter Schneider, Extragalactic Astronomy and Cosmology, Springer Verlag, 2006