

Справедливо подчеркивая огромный вклад отечественных ученых, в частности новосибирской школы, в становление и развитие теории динамического хаоса, автор излагает историю вопроса. Популярно написанная статья, несомненно, будет интересна нашим читателям.

АКАДЕМИК Б.В. ЧИРИКОВ: ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА В ТРУДАХ НОВОСИБИРСКОЙ ШКОЛЫ

Р. Р. Мухин

Хаос, упорядоченность, детерминизм, нелинейная динамика, синергетика... Эти термины все чаще мелькают на страницах научных журналов, проблемам хаоса и самоорганизации посвящаются научные конференции. Новую область знаний – *нелинейную динамику* – рассматривают то как междисциплинарный подход, то как науку о структурах и свойствах эволюционных процессов в нелинейных динамических системах.

Как бы ни относились к этой области, ее уже невозможно игнорировать. Нелинейная динамика, в особенности ее важнейшая часть – *теория динамического хаоса*, представляет одно из крупнейших достижений науки ушедшего века. К числу основоположников теории динамического хаоса принадлежит академик Борис Валерианович Чириков.

Реализация крупных проектов, таких как атомная программа, управляемый термоядерный синтез (УТС), освоение космического пространства, оказала мощное стимулирующее воздействие на развитие физики вообще и нелинейной динамики, в частности. В 1958 г. в только что созданном Институте ядерной физики (ИЯФ) Сибирского отделения АН СССР начался цикл исследований динамики заряженных частиц в магнитной ловушке. Проблема была поставлена Г.И. Будкером [1] и связана с удержанием плазмы для УТС, коллективными процессами в плазме,

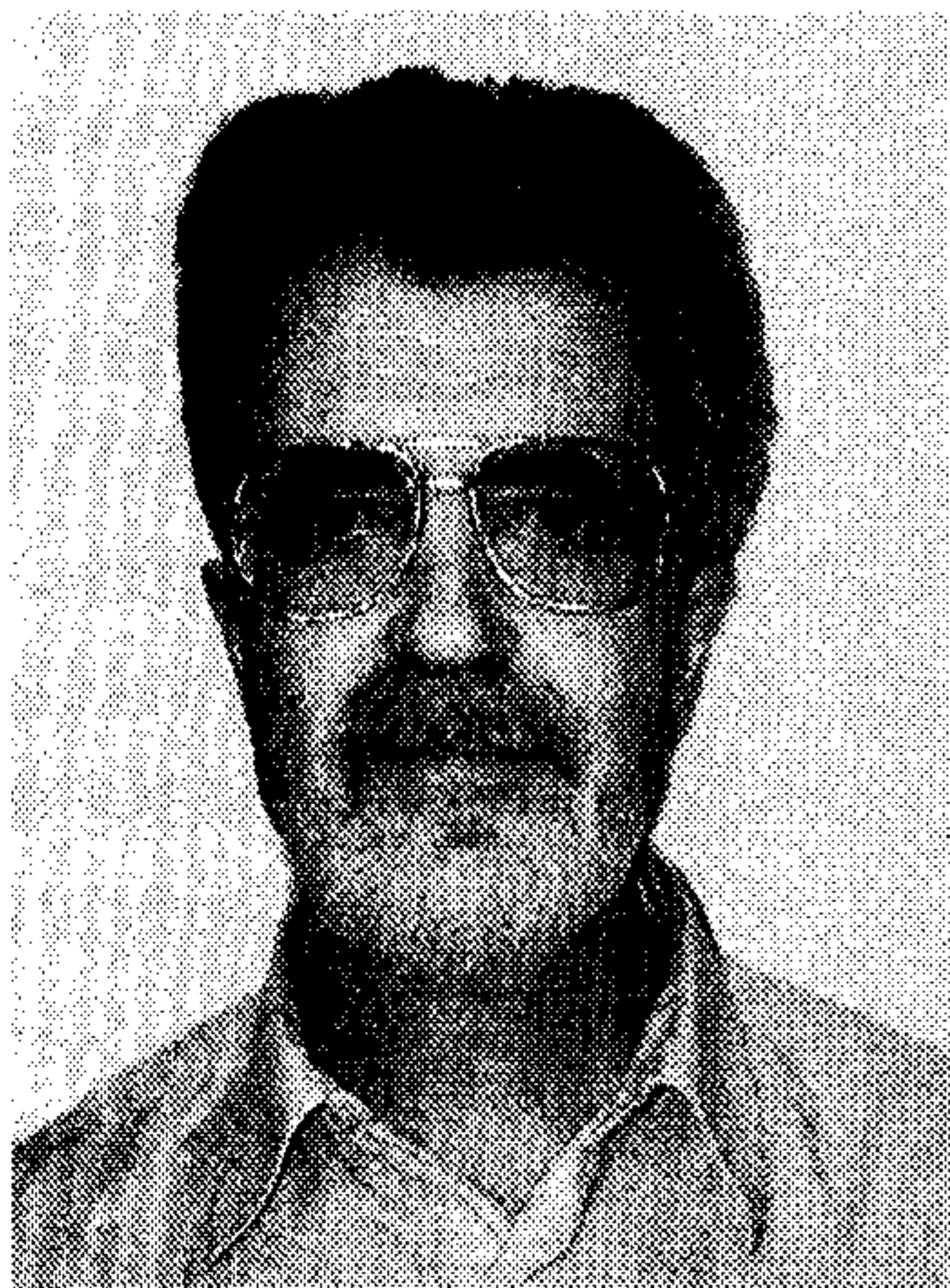
условиями устойчивости движения заряженных частиц в циклических ускорителях. Полученные экспериментальные данные свидетельствовали о необычном механизме потерь частиц, что, как впоследствии выяснилось, было связано с их хаотическим поведением.

В адресованном мне письме Чириков вспоминал:

«В течение многих лет наша небольшая группа (В.В. Вечеславов, Ф.М. Израйлев, Д.Л. Шепелянский и я) занимается исследованием так называемого динамического хаоса. Это удивительное явление позволяет понять природу и механизм статистических законов (таких, например, как знаменитый закон возрастания энтропии, т.е. беспорядка или хаоса), играющих столь значительную роль в природе. А началось все с “простой” задачи Будкера, как мы говорим теперь, а фактически – с очень интересных (как всегда с Андреем Михайловичем¹) обсуждений или, лучше сказать, горячих споров о судьбе заряженных частиц в магнитной ловушке...

В том далеком 1954 году молодой Андрей Будкер выдвинул свой подход к решению проблемы УТС, решению, казавшемуся тогда таким близким. Вместо того чтобы удерживать заряженные частицы плазмы вместе с магнитными линиями (как предложили А.Д. Сахаров и И.Е. Тамм), Андрей Михайлович предполагал преградить путь частицам вдоль магнитного поля с помощью, как он шутил, “железных пробок”. Дело, конечно, не в самих пробках, а в областях повышенного магнитного поля, от которых и отражаются вращающиеся частицы. Простейший вопрос, на который нужно было дать немедленный ответ, чтобы можно было серьезно рассматривать это предложение, состоял в следующем: способна ли такая “ловушка с магнитными пробками” удерживать достаточно долго (миллионы колебаний) хотя бы одну заряженную частицу? В этом и состояла задача Будкера. И хотя на первый взгляд она казалась очень простой, Андрей Михайлович сразу понял или, лучше сказать, интуитивно почувствовал, что теоретическое решение здесь едва ли возможно.

Интуиция Будкера оказалась весьма глубокой: как выяснилось впоследствии, его задача была не просто очень сложной, но и принципиально неразрешимой полностью, как и знаменитая задача трех тел в небес-



МУХИН Равиль Рафкатович – кандидат химических наук, доцент кафедры математики Старооскольского технологического института.

¹ Будкера звали Герш Ицкович, но среди физиков он известен как Андрей Михайлович.

ной механике. В обоих случаях движение системы может стать при определенных условиях хаотическим, т.е. весьма запутанным и непредсказуемым, несмотря на обманчивую простоту уравнений движения и отсутствие в системе каких-либо случайных параметров или шума.

Не зная всего этого, Будкер предложил другое решение задачи – изящный эксперимент с тритием в магнитном поле, который был быстро осуществлен С.Н. Родионовым. Эксперимент показал, что электроны распада трития действительно удерживаются в ловушке достаточно долго, а значит, предложение Будкера не закрывается, по крайней мере, столь тривиально. Работа пошла. Однако в экспериментах выяснилось также, что время жизни электрона в ловушке является все же конечным, хотя и очень большим. Каким-то образом электроны медленно “выползают” из ловушки. В чем дело? Каков механизм такой медленной неустойчивости движения?

Андрей Михайлович не предполагал проведения дальнейших исследований этого тонкого явления, справедливо считая, что проблема УТС совсем не в этом. Однако зерна чисто научного интереса были брошены и дали всходы. Впоследствии были проведены и настоящие (лабораторные, как сейчас говорят) эксперименты с реальными электронами, магнитными полями, выпрямителями, усилителями и прочей экспериментальной “кухней”. Но вскоре стало ясно, что такие простые системы, как одна частица в магнитном поле (в отличие, скажем, от плазмы в целом), гораздо проще и эффективнее исследовать с помощью так называемых численных экспериментов, т.е. путем численного интегрирования уравнений движения на компьютере. Основным преимуществом численного эксперимента является полная информация о состоянии и движении системы, недостижимая в лабораторных экспериментах. Вот тут-то мы и увидели этот удивительный динамический хаос. Частица двигалась так, словно на нее действовали какие-то случайные силы, хотя никаких других сил кроме простой силы Лоренца в магнитном поле на самом деле не было. Со времен Больцмана с его гипотезой “молекулярного хаоса” считалось, что подобное нерегулярное движение возможно лишь в очень сложных системах с огромным числом степеней свободы. А здесь – всего лишь одна частица в аксиально симметричном магнитном поле, всего две степени свободы! Открылась какая-то совершенно новая область явлений, и оторвать нас от этих исследований было уже невозможно. Возникло новое, хотя и небольшое, направление работ в нашем Институте².

Андрей Михайлович был не в восторге от такого поворота дел, поскольку это направление уходило в сторону от основной тематики ИЯФа. Однако перед лицом нашего энтузиазма он проявил понимание и терпение к исследованиям, которые были, во всяком случае, не бесполезны для физики. В свое оправдание перед моим Учителем Андреем Михайловичем Будкером могу лишь сказать, что эти работы никогда не отвлекали сколько-нибудь заметных сил и средств ИЯФа, а их результаты время от времени даже использовались при разработках ускорителей и плазменных установок института.

² Институт ядерной физики СО АН СССР, ныне – имени Г.И. Будкера.

Конечно, мы были не единственными и не первыми в мире, даже в нашей стране, исследователями динамического хаоса. Однако, благодаря задаче Будкера, мы оказались в числе первых и очень немногих в то время физиков, рискнувших заняться такой проблемой. С тех пор исследования в этой области непрерывно расширяются, особенно на Западе».

Совершим беглый экскурс в историю. Идея связать статистическое описание с локальной неустойчивостью механического движения восходит еще к Дж.К. Максвеллу и А. Пуанкаре. Пуанкаре принадлежат многие концепции и методы современной нелинейной динамики, хотя не все носят его имя. В дальнейшем указанная идея неоднократно привлекала внимание физиков, среди которых М. Смолуховский, М. Борн, Д.И. Блохинцев. Смолуховский выразил идею статистического описания гамильтоновых систем словами “малые причины, большие следствия” [2]. Поначалу речь шла об интуитивных догадках, о потенциальной возможности хаотического поведения. На следующем этапе была создана математическая теория и получены строгие результаты в рамках эргодической теории.

Эргодическая теория – раздел теории динамических систем, возникший из попыток обосновать статистическую физику на динамической основе и изучающий статистические свойства динамических систем. Один из первых шагов сделал Ж. Адамар, который рассматривал математическую модель движения материальной точки по гладкой поверхности без воздействия внешних сил (геодезические потоки). Д. Хедлунд и Э. Хопф показали, что на многообразиях отрицательной кривизны геодезические потоки сильно неустойчивы и обладают свойством перемешивания. При перемешивании форма капли “фазовой жидкости” подвергается значительным искажениям и быстро растекается по различным областям фазового пространства. Системы с перемешиванием были положены Н.С. Крыловым, очень талантливым и рано умершим учеником В.А. Фока, в основу исследований по обоснованию статистической физики [3]. Крылов предвосхитил многие результаты, полученные позже, и его работы до сих пор не утратили своего значения. Долгое время они оставались неизвестными на Западе и получили всеобщее признание лишь после их опубликования на английском языке в 1977 г.

В 50–60-е годы происходило бурное развитие теории динамических систем. В первую очередь исследованиями А.Н. Колмогорова и его школы, а также С. Смейла, А.Д. Аносова. Труды Колмогорова о влиянии возмущений на интегрируемые гамильтоновы системы (теория КАМ – Колмогоров, Арнольд, Мозер) [4] и по эргодической теории [5, 6] трудно переоценить. В теории КАМ, в которую важный вклад внесли также В.И. Арнольд и Ю. Мозер, разработана сходящаяся теория возму-

щений и показано, что существует критическое значение параметра возмущения, определяющее границу устойчивости. В исследованиях по эргодической теории Колмогоров ввел такие фундаментальные понятия, как *динамическая энтропия* и *K-системы*. Понятие динамической энтропии было усовершенствовано Я.Г. Синаем, поэтому ее еще называют энтропией Колмогорова–Синая.

В трудах новосибирской школы, в первую очередь самого Б.В. Чирикова, сложный и длительный процесс формирования понятия динамического хаоса завершился открытием этого феномена в конкретных физических системах и установлением его основных характеристик. Именно после этих исследований стало ясно, что хаос – не плод воображения математиков, а широко распространенная реальность. Феномен хаотического движения в системах с небольшим числом степеней свободы был понят и осознан, что привело к пересмотру концептуальных установок. Первые результаты были доложены Чириковым на одном из самых представительных съездов ученых – Международном конгрессе математиков в Москве в 1966 г. А ведь на Западе идеи хаоса привлекли к себе серьезное внимание только в середине 70-х годов.

Для теории уже имелась прочная математическая база в двух предельных случаях: устойчивых динамических систем, описываемых теорией КАМ, и максимально неустойчивых систем, описываемых эргодической теорией. Строгий анализ общих динамических систем, который включал бы теорию КАМ и эргодическую теорию в качестве частных случаев, наталкивается на трудности принципиального характера и остается делом будущего. Большинство реальных систем относится как раз к промежуточному случаю. Несмотря на грандиозные успехи современной эргодической теории, она непосредственно применима к незначительному числу реальных систем. Среди них наибольшую известность получили системы бильярдного типа, для которых Я.Г. Синай математически строго доказал наличие перемешивания [7].

Итак, задача состояла в изучении реальных физических систем в общем случае с использованием математических средств, которые были к тому времени разработаны. При недостатке строгих результатов особое значение приобретали полукачественные методы, базирующиеся на физическом подходе. В отличие от дедуктивных математических схем в основе физической теории хаоса, которую еще называют теорией стохастичности, часто лежат оценки по порядку величины, дополненные результатами численных экспериментов. С помощью теории стохастичности можно не только увидеть общую картину возникновения и развития хаоса, но нередко получить количественные соотношения. Надо отметить, что качест-

венное рассмотрение физических задач, оценка величин, неожиданные аналогии входят в число самых сильных сторон Чирикова как ученого.

По поводу численного эксперимента дадим некоторые пояснения. Сама его идея исходит от пионеров применения ЭВМ в научном анализе Э. Ферми и Дж. фон Неймана, этому вопросу посвящена глава “Вычислительные машины как эвристическое средство исследования” известной книги С. Улама [8]. Сложность изучаемых систем существенно ограничивает возможности стандартных теоретических схем, поэтому требуются экспериментальные подходы – либо физический, лабораторный эксперимент, либо численный. И в том и в другом случае обычно не удается предугадать, каков будет результат. В этом отличие численного эксперимента от численных методов, при использовании которых часто удается оценить, что примерно должно получиться. В настоящее время численный эксперимент стал самостоятельным методом исследования наряду с теорией и лабораторным экспериментом. Чириков одним из первых в нашей стране стал широко применять его в своих исследованиях.

Несмотря на достижения теории, идеи о хаотическом поведении систем с небольшим числом степеней свободы не были восприняты большинством физиков. Понадобилось подробное рассмотрение конкретных физических систем, ставшее возможным только с помощью физической теории хаоса, чтобы феномен динамического хаоса и факт его широкой распространенности получили признание. Значительную роль в развитии теории хаоса сыграл профессор Технологического института штата Джорджия Дж. Форд, который фактически первым в США начал изучать обнаруженное явление в применении к конкретным физическим системам. Однако на родине его работы не получили должного признания.

Выделим главные черты феномена динамического хаоса:

- хаотическое поведение демонстрируют детерминированные системы классической механики с небольшим числом степеней свободы (всего 1.5!);
- чувствительная (экспоненциальная) зависимость от начальных условий;
- типичность хаоса, его широкая распространенность в самых разнообразных физических ситуациях.

В работах Чирикова чаще всего фигурируют нелинейные колебания, которые следует понимать в обобщенном смысле как движение в ограниченной части пространства. В то же время теория нелинейных колебаний, созданная школами Андронова и Крылова–Боголюбова, имеет дело главным образом с диссипативными системами как наиболее важными для практических целей либо с рассмотрением асимптотического поведе-

ния. Гамильтоновы системы, находившие применение в задачах небесной механики либо в старой квантовой теории, на какое-то время отошли на второй план, но создание новых ускорителей, проблема управляемого термоядерного синтеза и другие насущные вопросы “больших” проектов способствовали возрождению интереса к гамильтоновым системам, которые в основном изучались в новосибирской школе. Замечу, что в XIX в. наиболее важными в практическом отношении считались консервативные системы, а неконсервативные относили к “искусственным системам” [9].

Построение теории происходило по давно и успешно применяемой схеме, когда задача не имеет точного решения: на исследуемую систему, движение которой полностью известно, действует малое возмущение. Использовались простые и наглядные, но нетривиальные модели, например, одномерный нелинейный осциллятор под действием периодического возмущения. К такой модели приводят многие физические задачи, она демонстрирует разнообразие в поведении движения и позволяет установить особенности перехода от регулярного движения к хаотическому. Для описания движения необходимы три величины: угловая переменная, скорость и время. Здесь мы имеем дело с расширенным трехмерным фазовым пространством. Размерность фазового пространства имеет принципиальное значение: только при размерности больше двух возможен переход детерминированной системы в состояние с хаотическим движением.

Центральным понятием теории является нелинейный резонанс. Его использовали еще Л. Эйлер и Ж.-Л. Лагранж в задаче трех тел (либрационное движение планет). Отличительная особенность нелинейной системы состоит в том, что при наличии единственного резонанса она описывается системой дифференциальных уравнений, которая интегрируется в квадратурах, то есть движение является квазипериодическим, устойчивым. В нелинейной системе амплитуда колебаний зависит от частоты, а значит, имеет место неизохронность, благодаря которой стабилизируется действие резонансного возмущения. Картина оказывается совершенно иной при наличии двух и более резонансов: из-за взаимодействия резонансов появляется область неустойчивости очень сложной структуры. В этой области движение системы становится хаотическим, и его можно описывать статистическими методами.

Важнейшие результаты были изложены Чириковым уже в первой его работе по проблеме Будкера “Резонансные процессы в магнитной ловушке” [10]. В ней рассмотрены резонансы между ларморовским вращением заряженной частицы в магнитном поле и медленными колебаниями ее

вдоль силовых линий. Постановка задачи относится еще к 1928 г. [11], когда была показана роль резонансов в изменении адиабатического инварианта (магнитного момента частицы). Рассматривая механизм разрушения интегралов движения и развития неустойчивости, Чириков формулирует простой и эффективный физический критерий возникновения хаотического движения в нелинейных гамильтоновых системах. В указанной работе [10] этот критерий назван критерием стохастичности, в литературе он больше известен как критерий Чирикова. Он основан на понятии перекрытия нелинейных резонансов и зависит от соотношения между шириной резонанса $\Delta\omega$ и расстоянием до ближайшего соседнего резонанса $\Delta = |\omega_{i+1} - \omega_i|$. Величина

$$S = \frac{\Delta\omega}{\Delta} \quad (1)$$

называется константой связи. Перекрытию резонансов отвечает значение $S \geq 1$, что означает переход к нерегулярному, хаотическому движению [10, 12].

С помощью критерия стохастичности Чириков дал объяснение результатам исследований по удержанию электронов в ловушке Будкера. В дальнейшем этот критерий был детально проверен в самых разнообразных задачах по оценке момента перехода к хаотическому движению. После такого перехода становится возможным статистическое описание. Детальная информация о траекториях системы в этом случае теряется, зато удается достичь очень существенного упрощения, поскольку для описания системы оказывается достаточно намного меньшего числа переменных. Сокращенное статистическое описание, имеющее давнюю историю, начиная с Л. Больцмана (1872), производится с помощью кинетических уравнений. Вывод кинетических уравнений предполагает наложение дополнительных условий, таких, например, как приближение хаотических фаз (ПХФ), что включает в рассматриваемую систему элемент случайности. Изучение хаоса привело к пониманию того, что статистическое описание может быть применено к системам с небольшим числом степеней свободы ($N = 1.5$) без каких-либо дополнительных условий. Это расширяет, причем очень значительно, область использования мощных статистических методов.

Статистическое описание тесно связано с восходящей к Больцману проблемой обоснования статистической механики. Не вдаваясь в эту глубокую и сложную тему, в современное понимание которой так много внесла новосибирская школа, выделим основные ее аспекты.

Проблема состоит в обосновании статистических законов, исходя из законов динамики. Согласно новому подходу, учитывающему феномен ди-

намического хаоса, статистическую механику следует рассматривать как частный случай классической механики. Считалось, что традиционные системы классической механики ведут себя регулярным образом. Сейчас ясно, что при определенных условиях классические системы могут демонстрировать хаотическое поведение. В этом смысле статистическая система представляет собой частный случай динамической: поведение динамической системы либо регулярное, либо хаотическое, и это ее внутреннее свойство.

Для систем с хаотическим поведением вопрос об изолированности теряет смысл, поскольку абсолютно замкнутых систем не существует. Диссертация Чирикова [13] содержит интересную оценку. Предположим, что существует совершенно изолированная система, состоящая из молекул газа. В классической модели газа движение молекул хаотическое. В качестве внешнего возмущения примем гравитационное взаимодействие молекулы газа с протоном “на другом конце Вселенной”, то есть на расстоянии $\sim 10^{10}$ световых лет. Даже такое ничтожное взаимодействие полностью изменяет движение молекулы всего за ~ 60 столкновений с другими молекулами (то есть за время $\sim 10^{-8}$ с).

Надо сказать, что результаты работы о резонансных процессах в магнитных ловушках [10] уже оставили бы имя Чирикова в истории исследований динамического хаоса. Но он сделал гораздо больше. Обратимся к совместной работе Чирикова с Заславским [14]. В ней анализируется одна из первых задач, в которой на простой физической модели показано, как к маломерной динамической системе можно применить статистическое описание. Рассматривается механизм стохастического ускорения Ферми, предложенный для объяснения происхождения быстрых частиц в космических лучах [15]. Идея заключается в том, что при “столкновениях” с движущимися магнитными полями в межзвездной среде частицы должны ускоряться. Такие “столкновения” можно представить как столкновения с телами очень большой массы с хаотическим распределением скоростей. Частица приобретает или отдает энергию в зависимости от того, движется ли тело ей навстречу или от нее. Поскольку “встречных” тел больше, частица чаще приобретает энергию, чем отдает, благодаря чему возникает эффективное ускорение. Задачей Ферми занимался С. Улам. Он провел численное исследование и получил отрицательный результат, то есть практически отсутствие ускорения.

Заславский и Чириков детально изучили механизм ускорения Ферми на простой модели: частица движется между двумя бесконечно тяжелыми стенками, с которыми она сталкивается по законам упругого удара, причем одна из стенок строго

периодически колеблется. Был получен критерий стохастичности, эквивалентный критерию Чирикова, и показано, что существуют три качественно различные области значений скорости частицы: I – область действия ускорения Ферми, III – область малых устойчивых колебаний скорости частицы, II – промежуточная область. Было найдено простое объяснение отрицательному результату Улама. Оказалось, что он принял такие значения параметров, которые не соответствуют области действия ускорения Ферми. Для области I, где движение является стохастическим, Заславский и Чириков ввели функцию распределения и записали кинетическое уравнение. Численные расчеты показали справедливость сделанных предположений. Один из важных результатов – установление ограничения максимально достижимой скорости механизмом Ферми. Заложенные в работе [14] идеи и методы получили развитие в дальнейших исследованиях. Оставался один шаг до формулировки основной черты динамического хаоса, позже названной “чувствительной зависимостью от начальных условий”. Это было сделано в работах новосибирской школы [16], а также Синаем в биллиардных задачах [7].

Огромную роль в развитии нелинейной динамики сыграла другая работа Ферми, выполненная вместе с Пастой и Уламом (проблема ФПУ) [17]. Она, по существу, явилась численным моделированием на примере конкретной физической системы “основной проблемы динамики”, сформулированной Пуанкаре. Задача о конечной теплопроводности твердых тел привела к модели, представляющей собой одномерную решетку – набор точечных масс, связанных пружинами. Авторы предполагали, что при возбуждении нескольких низших мод движение решетки хаотизируется вследствие нелинейного взаимодействия и энергия распределится между всеми модами колебаний. Результат численного расчета оказался совершенно неожиданным: энергия не термализовалась, движение решетки очень напоминало квазипериодический процесс. Дальнейшее известно. Проблема ФПУ стимулировала новаторскую работу Н. Забуски и М. Крускала [18], которая привела к повторному открытию солитона, и начался “солитонный бум”.

Однако этим проблема не была полностью закрыта. Действительно ли Ферми и его соавторы ошибались и система нелинейных осцилляторов представляет собой полностью интегрируемую систему? Ранняя смерть не позволила Ферми довести решение задачи до конца. Ситуация прояснилась после появления работы Ф.М. Израйлева и Б.В. Чирикова “Статистические свойства нелинейной струны” [19]. К этому времени было завершено построение теории КАМ, доказаны основные теоремы. Поэтому Израйлев и Чириков с самого начала стояли на твердой почве строгой

математической теории, и отрицательный результат (четкий квазипериодический характер движения вместо стохастичности), описанный Ферми и соавторами [17], представлялся совершенно естественным: при достаточно малом возмущении движение нелинейной системы сохраняет квазипериодический характер.

С точки зрения теории динамических систем, следовало ожидать существования критического значения возмущения, при котором начинается стохастичность, что и определило цель исследования: установить границы стохастичности для цепочки осцилляторов с нелинейным взаимодействием. Была проведена оценка этой границы и сделан вывод, что при возбуждении низших мод стохастичность возникает лишь для очень больших нелинейных возмущений. Стал ясен результат работы [17]: в ней рассматривались случаи, когда возбуждались низшие моды, которые априори казались естественным начальным условием. Наоборот, для высших мод стохастичность начинается уже при очень малой нелинейности.

Для описания взаимодействия нелинейных резонансов оказалось очень удобным отображение его динамических переменных

$$\bar{p} = p + K \sin x, \quad \bar{x} = x + \bar{p}, \quad (2)$$

которое сам Чириков назвал *стандартным отображением* [20] (его также часто называют отображением Чирикова). Строго говоря, отображение (2) было придумано не Чириковым, его применил еще В.И. Векслер для описания динамики частиц в первом циклическом ускорителе релятивистских частиц – микротроне [21], затем его использовал целый ряд других авторов. (Применительно к микротрону x – фаза ускоряющего напряжения, p – канонически сопряженное действие, K – параметр модели.) Основное внимание уделялось регулярному ускорению, которое возможно при специальных значениях параметра $K = K_n = 2\pi n$. Размер области устойчивости на фазовой плоскости быстро спадает с ростом n и даже при $n = 1$ занимает менее 1%.

Что происходит при иных начальных условиях, позднее выяснил Чириков, детально изучая стандартное отображение (2). К нему сводятся многие физические задачи, в частности движение заряженной частицы в магнитной ловушке. В самом простом случае стандартное отображение описывает движение осциллятора под действием периодических коротких толчков. Существует критическое значение параметра $K = K_1$, когда движение становится глобально неустойчивым и регулярные толчки вызывают “случайные” колебания осциллятора.

Стандартное отображение, простое и элегантное, оказалось настолько содержательным, что служит эталонным при изучении различных

свойств хаоса. Оно стало объектом изучения и среди математиков. Важнейший результат: с помощью стандартного отображения было получено описание движения в окрестности сепаратрисы любого нелинейного резонанса. Сама проблема была поставлена А. Пуанкаре (1890) при изучении задачи трех тел.

Пуанкаре выявил особую роль сепаратрис в появлении хаотической динамики. Если система является интегрируемой, то сепаратрисы представляют собой сдвоенные поверхности. Неинтегрируемое возмущение снимает вырождение, в результате пересечения устойчивого и неустойчивого многообразий возникают гомоклинические или гетероклинические траектории. Их окрестности называют гомоклинической структурой, наличие которой приводит к хаотической динамике вблизи сепаратрисы, где образуется так называемый стохастический слой. В окрестности разрушенной под действием возмущения сепаратрисы стохастический слой представляет собой ту минимальную область фазового пространства, где зарождается хаос. Из сказанного ясна важность изучения гомоклинической структуры и, в частности, оценки толщины стохастического слоя. В этом направлении была проведена целая серия математических исследований.

Первая оценка расщепления сепаратрисы принадлежит В.К. Мельникову [22]. Сложность задачи не позволила получить строгих оценок толщины стохастического слоя, поэтому исследователи обратились к физическому подходу, основанному на критерии перекрытия резонансов. Впервые такой подход использовался при рассмотрении проблемы разрушения магнитных поверхностей [23]. В общей форме решение было дано Заславским и Чириковым в их известном обзоре [12]. Основой рассмотрения явилось стандартное отображение, с помощью которого изучалось движение в стохастическом слое. Таким способом удалось не только определить размер стохастического слоя, но и выявить детали его сложной структуры, состоящей из центральной части, где имеет место сильная диффузия, и периферии со слабой диффузией и значительным количеством островков с устойчивым движением. Эти результаты имели концептуальное значение в эволюции представлений о динамическом хаосе. Они дают возможность проследить весь путь от зарождения хаоса и развития неустойчивостей до перехода к состоянию с глобальной стохастичностью.

Значительную роль в таком переходе играет механизм *универсальной неустойчивости многомерных нелинейных колебаний*, предсказанный В.И. Арнольдом в 1964 г. (диффузия Арнольда) [24]. Диффузия Арнольда также обусловлена стохастической неустойчивостью, но происходит при любом сколь угодно малом возмущении.

Многомерность, как и в небесной механике, предполагает $N \geq 3$ для консервативной системы и $N \geq 2$ для неконсервативной. Диффузия Арнольда проявляется в самых разных процессах – от динамики Солнечной системы (гибель астероидов, попадающих в резонанс с Юпитером) до удержания протонов в накопительных кольцах ускорителей на встречных пучках.

Диффузия Арнольда анализировалась Чириковым с соавторами в ряде работ [13, 25], получены оценки скорости диффузии для широкого класса нелинейных гамильтоновых систем. Это явление происходит внутри стохастического слоя при специальных начальных условиях малой меры. Однако в реальных системах из-за различных случайных возмущений при любых начальных условиях имеет место обычная диффузия; в результате система приводится к ближайшему стохастическому слою, после чего в игру вступает диффузия Арнольда. Работы Чирикова и Заславского (с учениками) по теории хаоса в гамильтоновых системах относятся к разряду классических и получили всеобщее признание. Но их вклад не ограничивается гамильтоновыми системами.

Весьма примечательным является доклад Чирикова и Израйлева [26] на представительной международной конференции в Тулузе (1973), посвященной теории динамических систем, дискретным отображениям и численному моделированию. Конференция явилась одной из первых крупных международных встреч исследователей, специализирующихся в перечисленных областях; она состоялась за несколько лет до того, как хаос стал привлекать всеобщее внимание. Чирикову, который никогда не был членом КПСС, время от времени разрешали зарубежные поездки, но на конференцию в Тулузу его не пустили, и его совместный с Израйлевым доклад зачитал Дж. Форд.

Здесь следует сделать некоторые разъяснения. Выше уже говорилось об островках устойчивости – областях регулярного движения при любых, сколь угодно больших значениях K . Подобная система не является структурно устойчивой, ее движение может измениться качественным образом под действием сколь угодно малого дополнительного возмущения. Таким возмущением может служить слабая диссипация [26]. Было обнаружено, что через некоторое время хаотическое движение вырождается в периодическое. При сильной диссипации в системе неожиданно происходило образование какой-то структуры. Этот факт интересен тем, что, как впоследствии выяснилось, в данном случае имело место одно из первых наблюдений рождения странного аттрактора в численном эксперименте.

Новые, непривычные идеи и понятия не могли быть восприняты сразу, нужно, чтобы прошло определенное время. Как вспоминает Израйлев,

чуть позже он показал результаты эксперимента математикам, но они не признали странного аттрактора на представленных картинках, поскольку те были получены с помощью дискретного отображения, а в известной работе Д. Рюэля и Ф. Такенса о странных аттракторах [27] речь шла о потоках. Позднее (1976) аналогичные результаты получил М. Эно [28], и он использовал понятие странного аттрактора.

В этой истории вполне определенную роль сыграли внешние по отношению к науке обстоятельства. Чирикова не пустили во Францию, и он был лишен возможности обсудить со специалистами новые данные. Существенно также и то, что математический аппарат теории диссипативного хаоса в то время только появлялся и еще не стал общепринятым. Имевшиеся результаты не сразу получили ту оценку, которой заслуживали.

Линию развития теории динамического хаоса на ее завершающем этапе, когда был открыт феномен диссипативного хаоса, можно изобразить цепочкой Смейл–Рюэль, Такенс–Лоренц. Была и другая линия, исходившая из Нижнего Новгорода, где Неймарк и Шильников с учениками развивали одно из направлений теории динамических систем. Основу этого направления составляют: метод точечных отображений, гомоклинические структуры, бифуркационные явления [29]. Одним из результатов исследований в данной области явилось открытие ныне широко известной системы Шильникова (1970) [30]: при определенных условиях наличие петли седло-фокуса влечет за собой хаотическое поведение. При благоприятных обстоятельствах этот результат мог сыграть более значительную роль.

До сих пор речь шла о хаосе в динамических системах классической механики. Однако истинной механикой реальных физических систем является квантовая механика, и рано или поздно должен был встать вопрос о том, в какой мере хаотическое движение распространяется на квантовые динамические системы. Один из первых шагов по расширению теории хаоса классических систем на квазиклассическую область был сделан Заславским [31, 32] и Чириковым с соавторами [33]. В последней работе проведено исследование квантового движения на простой модели стандартного отображения, о которой здесь много говорилось. Конечно, результаты работы [33] были лишь предварительными, но из них вытекало, что квантовые эффекты весьма существенны даже в далекой квазиклассической области. Однако гораздо более важна постановка новых вопросов, таких как принцип соответствия в применении к системам с хаотическим поведением в классическом пределе или соответствие между поведением классической и квантовой систем в зависимости от интервала времени, в пределах которого про-

водится сравнение. Поиски ответов на эти и другие вопросы стимулировали развитие исследований по квантовому хаосу.

Большое значение для распространения идей нелинейной динамики имели обзоры и диссертации Чирикова и Заславского, где не только излагались и обобщались полученные результаты, но систематизировались взгляды и концепции новой области знания. Обзоры [12, 13] стали первыми в мире работами такого рода, посвященными динамическому хаосу – новой тогда области, совершенно не знакомой большинству физиков. Диссертация Чирикова [13] сразу же была издана на английском языке в Европейском центре ядерных исследований (ЦЕРН) [34]. К сожалению, на родине труд Чирикова опубликован не был и остается малодоступным. А ведь он содержит целую россыпь оригинальных идей.

Тут мы имеем дело с неким парадоксом. С одной стороны, наши достижения не всегда получают на Западе ту оценку, какой заслуживают. Это признается и западной историографией. С другой стороны, иногда мы сами бываем лишены доступа к основополагающим отечественным трудам. Широкую известность среди исследователей хаоса во всем мире получил еще один обзор Чирикова [35] – до настоящего времени он остается одним из наиболее цитируемых. В нем последовательно и глубоко излагаются положения концепции динамического хаоса в гамильтоновых системах, причем рассмотренные простые модели оказались применимы к огромному разнообразию реальных физических задач, что привело к выработке общих взглядов на природу статистических законов в классической механике.

По существу, в упомянутых обзорах и диссертациях изложена исследовательская программа, которую принимают в качестве критерия сформированности научной школы. Характерная черта деятельности новосибирской школы нелинейной динамики – использование простых, но в то же время очень содержательных моделей на основе сочетания строгих математических методов (теория КАМ, эргодическая теория, дифференциальная динамика и т.д.) и качественных физических оценок с широким применением численного эксперимента для широкого круга актуальных физических задач.

Упомяну еще одну работу Чирикова (совместную с Вечеславовым) – о хаотической динамике кометы Галлея [36]. Изучение движения кометы Галлея в свое время оказало сильнейшее влияние на развитие небесной механики и становление научного мировоззрения. Возвращение кометы Галлея в 1759 г., предсказанное Э. Галлеем и А. Клеро, явилось триумфом небесной механики, сложилось представление о ней как эталоне регулярности и предсказуемости. Проанализировав движе-

ние кометы Галлея с учетом данных о ее возвращении за период с 240 г. до н.э., Чириков и Вечеславов показали, что динамика кометы – хаотическая, а проведя оценку времени ее пребывания в Солнечной системе, объяснили аномалии ранних ее появлений. По иронии судьбы то, что составило фундамент представлений о детерминизме, оказалось нерегулярным и непредсказуемым.

Б.В. Чириков – одновременно основатель и виднейший представитель новосибирской школы нелинейной динамики, новосибирской не строго географически, а по месту зарождения школы. Новые задачи и объекты исследования, идеи, концепции и методы, возникнув в ИЯФе, получили дальнейшее развитие в Институте физики (Красноярск), Институте космических исследований и в различных исследовательских центрах за рубежом. Без вклада новосибирской школы современную нелинейную динамику представить невозможно.

Автор признателен Ф.М. Израйлеву, благодаря беседам с которым ему удалось получить дополнительные сведения о деятельности академика Б.В. Чирикова и новосибирской школы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будкер Г.И. Термоядерные реакции в системе с магнитными пробками // Физика плазмы и проблема управляемых реакций. Т. 3. М.: Изд-во АН СССР, 1958. С. 3.
2. Смолуховский М. // Успехи физ. наук. 1927. № 6.
3. Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики. М.: Изд-во АН СССР, 1950.
4. Колмогоров А.Н. О сохранении условно периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Доклады АН СССР. 1954. № 4.
5. Колмогоров А.Н. Новый метрический инвариант транзитивных динамических систем и автоморфизмов пространств Лебега // Доклады АН СССР. 1958. № 5.
6. Колмогоров А.Н. Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов // Доклады АН СССР. 1959. № 4.
7. Синай Я.Г. К обоснованию эргодической гипотезы для одной динамической системы статистической механики // Доклады АН СССР. 1963. № 6.
8. Улам С. Нерешенные математические задачи. М.: Наука, 1964.
9. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний // Механика в СССР за 50 лет. Т. 1. М.: Наука, 1968. С. 137.
10. Чириков Б.В. Резонансные процессы в магнитных ловушках // Атомная энергия. 1959. Т. 6. В. 6.
11. Андронов А.А., Леонтович М.А., Мандельштам Л.И. К теории адиабатических инвариантов // Журн. рус. физ.-хим. общества. 1928. № 5.

12. Заславский Г.М., Чириков Б.В. Стохастическая неустойчивость нелинейных колебаний // Успехи физ. наук. 1971. Т. 10. В. 1.
13. Чириков Б.В. Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности. Докт. дисс. Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1969.
14. Заславский Г.М., Чириков Б.В. О механизме ускорения Ферми в одномерном случае // Доклады АН СССР. 1964. № 2.
15. Fermi E. On the Origin of the Cosmic Radiation // Phys. Rev. 1949. V. 75.
16. Заславский Г.М. Статистическая необратимость в нелинейных системах. М.: Наука, 1970.
17. Fermi E., Pasta J., Ulam S. Study of non Linear Problems // Studies of Nonlinear Problems. I. Los Alamos Report. LA, 1940, 1955.
18. Zabusky N.J., Kruskal M.D. Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states // Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15.
19. Израйлев Ф.М., Чириков Б.В. Статистические свойства нелинейной струны // Доклады АН СССР. 1966. № 1.
20. Чириков Б.В. Взаимодействие нелинейных резонансов. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1978.
21. Векслер В.И. Новый метод ускорения релятивистских частиц // Доклады АН СССР. 1944. Т.43.
22. Мельников В.К. Качественное описание сильного резонанса в нелинейной системе // Доклады АН СССР. 1963. Т. 148.
23. Filonenko N.N., Sagdeev R.Z., Zaslavsky G.M. Destruction of magnetic surfaces by magnetic field irregularities // Nucl. Fusion. 1967. V. 7.
24. Арнольд В.И. О неустойчивости динамических систем со многими степенями свободы // Доклады АН СССР. 1964. № 1.
25. Гадиак Г.В., Израйлев Ф.М., Чириков Б.В. Предварительные численные эксперименты по диффузии Арнольда // Препринт ИЯФ 74-49. Новосибирск, 1974.
26. Chirikov B.V., Izrailev F.M. Some numerical experiments with a nonlinear mappings: stochastic component // Colloq. Intern. du C.N.R.S. Toulouse, 1973. P. 409.
27. Ruelle D., Takens F. On the nature of Turbulence // Commun. Math. Phys. 1971. V. 20.
28. Henon M. A two-dimensional mappings with a strange attractor // Com. Math. Phys. 1976. V. 50.
29. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
30. Шильников Л.П. К вопросу о структуре расширенной окрестности грубого состояния равновесия типа седло-фокус // Матем. сб. 1970. № 1.
31. Заславский Г.М., Филоненко Н.Н. Статистические свойства энергетического спектра "скользящих" электронов с перемешивающимися классическими траекториями // Журн. exper. теор. физики. 1973. Т. 65. Вып. 2.
32. Заславский Г.М. Статистика энергетических уровней при разрушении интегралов движения // Журн. exper. теор. физики. 1977. Т. 73. Вып. 6.
33. Израйлев Ф.М., Казати Дж., Форд Дж., Чириков Б.В. Стохастические колебания квантового маятника под действием периодического возмущения // Препринт ИЯФ 78-46. Новосибирск, 1978.
34. Chirikov B.V. Research Concerning the Theory of Nonlinear Resonance and Stochasticity. Geneve: CERN, 1971.
35. Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Reps. 1979. № 5.
36. Chirikov B.V., Vecheslavov V.V. Chaotic dynamics of comet Halley // Astron. Astrophys. 1989. V. 221.

