Arte e Scienza in Archimede

Parte Prima

Luca Nicotra*

La seconda parte di questo articolo sarà pubblicata in «ArteScienza» N. 3.

Sunto: *Archimede era figlio di un astronomo e nipote di un artista. Arte e scienza si trovano non soltanto nelle sue origini genealogiche ma anche in tutta la sua opera di matematico e ingegnere. Il recente restauro del codice C delle sue opere, nascosto in un palinsesto, ha rivelato molte importanti scoperte sul metodo di ricerca e sulle conoscenze matematiche di Archimede, alcune delle quali, come l'infinito attuale e il calcolo combinatorio, sono risultate in anticipo di 22 secoli rispetto a quelle che si riteneva acquisite soltanto con la matematica moderna del XIX e XX secolo. In particolare, è stato possibile comprendere che Archimede è il primo vero fondatore del calcolo infinitesimale e che tutti i matematici greci pensavano più per immagini che per parole. Ma tutte queste scoperte non sarebbero state possibili se uno dei direttori del progetto di restauro del palinsesto, Reviel Netz, non fosse oltre che un illustre filologo anche un appassionato cultore di matematica antica. Il restauro e la decifrazione del codice C di Archimede sono dunque il frutto di un lavoro interdisciplinare di altissimo valore, che ha collegato fruttuosamente conoscenze filologiche, matematiche, storiche e tecnologiche.*

Parole Chiave: Archimede, Metodo di Archimede, palinsesto, calcolo infinitesimale, Reviel Netz, William Noel, Codice C di Archimede.

Abstract: *Archimedes was the son of an astronomer and the grandson of an artist. Art and science are found not only in his genealogical origins but also throughout his work as a mathematician and engineer. The recent restoration of the C code of his works, tucked into a palimpsest, revealed many important discoveries on the search method and on Archimedes' mathematical knowledge, some of which, such as actual infinity and combinatorics, were in advance of 22 centuries than it was believed captured only with the modern mathematics of the 19th and 20th centuries. In particular, it has been possible to realize that Archimedes is the first true founder of calculus and presumably all Greek mathematicians thought more by images rather than by words. But all these discoveries would not have been possible if one of the directors of the restoration project of the palimpsest, Reviel Netz, was not only a noted philologist but also an avid lover of*

---

* Direttore responsabile di «ArteScienza», ingegnere e giornalista pubblicista, Presidente dell'Associazione culturale "Arte e Scienza"; luca.nicotra@fastwebnet.it.

ancient mathematics. Restoration and deciphering the Archimedes C code are thus the result of interdisciplinary work of great value, which linked fruitfully philological, mathematical, historical and technological knowledge.

Keyword: Archimedes, Archimedes Method, palimpsest, calculus, Reviel Netz, William Noel, Archimedes C code.

Citazione: Nicotra L., *Arte e scienza in Archimede. Parte Prima.* «ArteScienza», Anno I, N. 2, pp. 33-64.

1. Dal rotolo alla stampa: il calvario della sopravvivenza

Quando Archimede scriveva le sue opere, non esistevano né il libro né la stampa ma rotoli di papiro vergati a mano. Fino al I secolo d.C. i rotoli rimasero l'unico supporto di trasmissione scritta del sapere. Pur prestandosi molto bene a far seguire lo sviluppo di un ragionamento matematico, che procedeva di pari passo con lo srotolamento del rotolo, risultavano però molto scomodi in molte altre situazioni in cui, invece, era necessario saltare da un punto all'altro, costringendo a srotolare o riavvolgere di diecine e anche centinaia di metri il rotolo fino a posizionarsi nel punto cercato. I rotoli erano supporti bidimensionali, sviluppandosi secondo due dimensioni: larghezza e lunghezza. Un rivoluzionario passo in avanti si compì aggiungendo una terza dimensione, lo spessore: anziché avere un unico foglio lunghissimo (si arrivava anche a diverse centinaia di metri), si capì che era possibile tagliarlo in parti secondo la lunghezza e impilare tali parti (fogli)[1] l'una sopra l'altra cucendole lungo il lato più lungo: nasceva il libro, supporto tridimensionale della scrittura, con una larghezza, una altezza e uno spessore, normalmente non superiore a 5-6 cm. È stato calcolato che un libro di 400 pagine può contenere lo stesso numero di paro-

[1] In realtà si trattava di "quaterne" ovvero quattro bifogli (fogli doppi) inseriti l'uno dentro l'altro in modo da ottenere un quadernetto di otto fogli e quindi sedici pagine. Il codice era formato da queste quaterne impilate e quindi rilegate. Una tecnica ancora in uso nei libri attuali "cuciti".

le di un rotolo della stessa larghezza ma lungo 600 metri. Per trovare qualcosa che sta verso la fine, nel libro basta sfogliare, mentre nel rotolo occorre srotolare per centinaia di metri, operazione ben più scomoda. Dal I al IV secolo tutti gli antichi rotoli vennero ricopiati a mano dagli amanuensi sotto forma di libri e quindi eliminati. Anche le opere di Archimede subirono lo stesso *iter*.

Il trasferimento del sapere dai vecchi rotoli di papiro ai nuovi codici di pergamena richiedeva un gran lavoro. Non c'è da meravigliarsi quindi che fosse fatto preferibilmente per le opere più diffuse, quelle che a torto o a ragione riscuotevano - diremmo noi oggi - il maggior *share* fra il pubblico, quelle che erano più lette.

Fig. 1 - Ritratto di Archimede

Archimede (287, 212 a.C.) scrisse molte opere, che però hanno una caratteristica curiosa: erano create come missive indirizzate ai matematici di Alessandria d'Egitto[2] i quali, a loro volta, le smistavano ai pochi altri matematici del tempo che costituivano l'esiguo numero (forse qualche decina) dei suoi lettori. Alessandria, con la sua famosa biblioteca del Museo, era a quel tempo, sotto la dinastia dei Tolomei, il maggior centro culturale del mondo assieme a Siracusa. Non si trattava però di semplici lettere, bensì di veri e propri trattatelli, scritti nello stile ermetico di Archimede, destinati a un pubblico molto selezionato di matematici professionisti. Erano quindi opere altamente "esoteriche", di difficile comprensione spesso anche per gli stessi matematici, in quanto molti passaggi erano sottintesi da Archimede, perché da lui considerati ovvi per un matematico. Per tali motivi, non avendo un pubblico molto vasto, i rotoli di Ar-

[2] Dositeo, Eratostene, Aristarco di Samo e l'astronomo Conone, l'unico che lo capiva, come si lamentò Archimede alla notizia della sua morte.

chimede non erano fra i più "gettonati" dai copisti incaricati di trasformarli in libri. A questo si aggiunga che tra il III e il VI secolo gli eventi storici videro la caduta e la distruzione delle più importanti città del mondo antico, che erano anche i più importanti centri culturali. Ad Alessandria d'Egitto, dove probabilmente aveva soggiornato anche Archimede e dove si trovavano certamente molti suoi rotoli, il famoso Museo fu danneggiato nel 270 durante la guerra dell'imperatore Aureliano contro Zenobia, cui seguì nel 391, per opera dei cristiani, la distruzione del Serapeo, la gemella della famosa Biblioteca Alessandrina. Più tardi furono saccheggiate le più grandi città del mondo antico: nel 412 Roma dai goti, nel 540 Antiochia dai persiani e nel 580 Atene dagli slavi. Una sola grande città rimaneva indenne e sicura: Costantinopoli, la nuova Roma fondata dall'imperatore Costantino nel 330 come capitale dell'Impero Romano d'Oriente. I testi classici che poterono giungere fino a Costantinopoli furono quelli che si salvarono. Il salvatore delle opere di Archimede fu un certo Eutocio di Ascalona, un palestinese che dedicò la sua vita a raccogliere le opere del grande Siracusano, per farne un'edizione, arricchita dai suoi commenti, secondo la nuova tecnologia del libro manoscritto: il codice con fogli di pergamena.[3] Eutocio nacque nel 480 circa. Dunque nel VI secolo esistevano codici delle opere di Archimede. Contemporaneo di Eutocio era Isidoro di Mileto, uno dei due architetti-matematici che fecero i calcoli per la basilica di Santa Sofia a Costantinopoli. Utilizzando i codici di Eutocio, Isidoro curò una propria edizione delle opere di Archimede, cioè un altro codice, conservato a Costantinopoli, al riparo dalle distruzioni che altrove eliminavano per sempre i testi classici. La capitale dell'Impero Romano d'Oriente visse un periodo politicamente felice nel IX e X secolo, godendo di conseguenza anche di un clima ideale per la fioritura della cultura. Nel IX secolo fu introdotta un'altra innovazione nella tecnologia del libro: dalla scrittura capitale (a lettere

[3] Dal latino *caudex* poi divenuto *codex* = tronco d'albero. Con tale termine i romani indicavano il progenitore del moderno libro: un insieme di tavolette di legno cerate su cui scrivevano, legate assieme da anelli metallici o da strisce di cuoio incollate.

maiuscole) dei codici preesistenti si passò alla scrittura minuscola, propria delle missive. Gli eruditi bizantini riscoprirono l'immenso patrimonio dei testi classici conservati nelle loro biblioteche e vollero ricopiare i vecchi codici a lettere maiuscole in nuovi codici a lettere minuscole. Una volta copiati, i vecchi codici potevano essere distrutti, essendo di più difficile lettura. Basti pensare che l'uso delle maiuscole comportava la mancanza di spazi vuoti fra le parole: tutte le lettere erano in successione l'una dopo l'altra, senza alcuna divisione. La frammentazione in parole doveva essere fatta dal lettore stesso secondo il contesto. Nella scrittura minuscola, invece, le lettere di una stessa parola erano collegate fra loro, permettendo in tal modo una lettura più agevole.

Fu proprio nel IX secolo che da codici probabilmente del VI secolo nacquero i tre codici A, B, C che, in greco originale, raccoglievano tutte le opere di Archimede salvate dalla distruzione dei rotoli.[4] I codici A, B costituirono gli "archetipi" per le copie che furono fatte dagli amanuensi nel Medioevo e per le loro traduzioni in latino.[5]

[4] I codici A e B sono attualmente scomparsi. Il codice B fu visto l'ultima volta nel 1311 nella Biblioteca pontificia di Viterbo; il codice A invece fu visto l'ultima volta nel 1564 nella biblioteca di Rodolfo Pio, che già era appartenuta a Giorgio Valla, a Venezia. Nel 1492 Lorenzo il Magnifico inviò Angelo Poliziano a Venezia nella biblioteca del Valla affinché realizzasse una copia del codice A, non permettendo il Valla che il codice uscisse dalla sua biblioteca. Tale copia è oggi conservata nella Biblioteca Laurenziana di Firenze. Sulle traduzioni (soprattutto in latino) del codice A hanno studiato i più grandi scienziati del Rinascimento e Leonardo, Galileo e poi ancora Newton, Leibniz.

[5] La letteratura su Archimede è immensa. L'edizione critica tutt'oggi di riferimento è quella di J. L. Heiberg, *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, 3 volumi. Leipzig, Teubner, 1a ed. 1880-81, 2a ed. 1910-15, ristampato a Stuttgart, 1972 (testo greco e latino). La 2a ed. è scaricabile dal sito:
http://www.wilbourhall.org/index.html#archimedes.
Una seconda edizione di riferimento è la prima edizione (1938) di Eduard J. Dijksterhuis, *Archimede,* di cui è disponibile un'edizione aggiornata tradotta in italiano da G. Baroncelli, M. Bucciantini e M. Porta: E. J. Dijksterhuis, *Archimede. Con un saggio bibliografico di Wilbur R. Knorr*, Firenze, Ponte alle Grazie, 1989.
Altre edizioni complete sono: C. Mugler (a cura di), *Archimède*, 4 voll., Paris, Les Belles Lettres, 1972 (testo greco e francese) e anche P. ver Eecke, *Les oeuvres complètes d'Archimède suivies des Commentaires d'Eutocius d'Ascalon*, Vaillant-Carmanne, Liegi, 1960, 2 voll.; A. Frajese (a cura di) *Archimedes.* Torino, UTET, 1974. Questa edizione contiene

Nell'Europa del XIII e XV secolo circolavano due principali traduzioni latine di Archimede: una del frate domenicano Guglielmo di Moerbeke, terminata il 10-12-1269, e l'altra dell'umanista e matematico Jacopo da Cremona o da San Cassiano, eseguita in una data non ben definita del decennio 1440-1450. Recentemente gli studi di Paolo d'Alessandro e Pier Daniele Napolitani[6] hanno rinvenuto l'autografo della traduzione di Iacopo nel codice *Nouv. Acq. Lat. 1538* della Bibliothèque Nationale de France e hanno dimostrato che la sua traduzione latina delle opere di Archimede, contrariamente a quanto si riteneva prima, non ha utilizzato il codice A ma un testo diverso, che non potendo essere né il codice B (già scomparso nel 1311) né il codice C, induce a ipotizzare un quarto codice "archetipo" che si aggiungerebbe ai tre noti A, B e C.

Le opere di Archimede che ci sono pervenute sono le seguenti: *Sull'equilibrio dei piani (*Libri I e II), *Quadratura della parabola*, *Sulla sfera e il cilindro* (Libri I e II), *Sulle spirali*, *Sui conoidi e gli sferoidi*, *Sui corpi galleggianti* (Libri I e II), *Arenario*, *Metodo*, *Misura del cerchio*, *Stomachion*. Infine il *Libro dei lemmi* pervenuto solo attraverso una parafrasi araba, che tratta di particolari figure ottenute come

però soltanto la traduzione italiana; inoltre Frajese, essendo un matematico, più che semplicemente tradurre ha parafrasato il testo archimedeo in modo da renderlo comprensibile secondo la notazione matematica moderna. Numerose sono le edizioni storiche delle opere di Archimede (fra cui quelle di Niccolò Tartaglia, 1543; Federico Commandino, 1558; Francesco Maurolico, 1685) scaricabili dai siti:
http://bibdig.museogalileo.it/rd/bd del Museo Galileo;
http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/home/search?searchSimple=Archimedes del Max-Planck-Institut. L'edizione più importante del Seicento è quella di David Rivault *Archimedis opera quae extant*, Parigi, Claude Morel, 1615 (Firenze, Collezione privata). Rivault era un matematico e umanista, capace di parlare latino, greco, ebraico e arabo. Fu insegnante di matematica di Luigi XIII. Da ricordare l'edizione (in greco e in latino) curata da Giuseppe Torelli e pubblicata postuma nel 1792 dall'Università di Oxford: *Archimedis quae supersunt omnia, cum Eutocii Ascalonitae commentariis, ex recensione Josephii Torelli Veronensi cum nova versione latina (accedunt versiones variantes ex codd. Mediceo et Parisiensibus).* Sul significato e sull'importanza dell'opera di Archimede si vedano P.D. Napolitani, *Archimede. Alle radici della scienza moderna*, Le Scienze, Collana *I Grandi della Scienza*, ottobre 2001; inoltre P. D. Napolitani, G. Giorello, *Archimede. Il primo genio universale*, ("Capire la scienza", 2) Roma, Gruppo Editoriale l'Espresso, 2012.

[6] Paolo d'Alessandro, Pier Daniele Napolitani, *Archimede Latino. Iacopo da San Cassiano e il corpus archimedeo alla metà del Quattrocento*, Paris, Les Belles Lettres, 2012.

intersezioni di cerchi, e *Il problema dei buoi*, opera in versi su un rompicapo matematico. Inoltre, il matematico Pappo di Alessandria, vissuto nel IV secolo, cita Archimede come autore di un trattato *Sui poliedri semiregolari* (i 13 poliedri di Archimede)[7] e un ignoto autore arabo nel 1150, all'inizio di un suo trattato, afferma di tradurre fedelmente l'opera *Sugli orologi ad acqua* di Archimede. Purtroppo nessuna di tali opere è pervenuta fino a noi. Gli arabi attribuiscono ad Archimede molte altre opere non pervenute: *Sui triangoli rettangoli, Sui dati, Sulle figure quadrilatere, Sui circoli tangenti, Sull'ettagono nel circolo*.[8] Infine anche un'opera sulle sezioni coniche, che Apollonio di Perga avrebbe plagiato.

Oltre i contenuti anche lo stile degli scritti archimedei è originalissimo. Analogie eleganti e inattese, gusto della sorpresa, dell'arte di stupire (che molti secoli dopo fu tipica del barocco seicentesco), eleganza della prosa, bellezza matematica, sottigliezza dei ragionamenti fecero degli scritti di Archimede il modello ideale di perfezione da seguire nella trattatistica matematica quando, nel Seicento, nacque la scienza moderna.

2. Archimede oltre il mito

Fin dall'antichità proprio il carattere fortemente esoterico delle sue opere, combinato con la fama delle sue strabilianti invenzioni meccaniche, fece nascere ben presto il mito di Archimede, con la fioritura di numerosi aneddoti leggendari, alcuni falsi o di dubbia veridicità, come quelli a tutti noti della famosa frase: «Datemi un punto d'appoggio e solleverò il mondo», o della non meno celebre esclamazione «Eureka! Eureka!», subito dopo avere avuto la fulminante intuizione sulla legge dei corpi galleggianti mentre era

[7] A differenza dei 5 poliedri regolari di Platone che hanno per facce poligoni regolari dello stesso tipo (o triangoli, o quadrati, o pentagoni), i 13 poliedri di Archimede hanno come facce poligoni regolari di due o più tipi, dando luogo a una maggiore varietà di solidi. Sono detti semiregolari.
[8] Cfr. J. L Heiberg, *Questiones Archimedae*, Hauniae, 1879.

immerso nella vasca da bagno. Molte ragioni, poi, inducono a dubitare dell'incenerimento delle navi romane, con gli specchi ustori parabolici, durante l'assedio romano di Siracusa conclusosi nel 212 a. C. L'episodio, infatti, non è riportato da nessuno degli storici antichi del tempo[9] ma soltanto in tempi posteriori da Claudio Galeno (129-200 d.C.), Dione Cassio (155 – 235 d. C.) e dall'erudito bizantino del XII secolo d. C. Johannes Tzetzes. La citazione di quest'ultimo può essere stata influenzata dalla conoscenza delle abilità di incendiare le navi avversarie possedute dalla flotta bizantina. Un'altra ragione è che la temperatura di autoignizione del legno è superiore a 300 gradi centigradi, difficilmente raggiungibile con specchi ustori. Inoltre, l'insigne matematico Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), allievo di Galilei, fece notare che sarebbe stato impossibile per Archimede costruire un unico specchio ustorio concavo con un fuoco di diecine di metri (come richiesto per colpire le navi romane), poiché sarebbe stato necessario realizzarlo con una esigua curvatura, ottenibile soltanto con una meccanica di altissima precisione non disponibile ai tempi di Archimede. Se lo scienziato siracusano utilizzò veramente gli specchi ustori - afferma Cavalieri - doveva trattarsi di sistemi composti da due specchi parabolici, uno concavo e l'altro convesso, di curvature ragionevolmente più realizzabili: il primo specchio concentra i raggi sul suo fuoco, dal quale il secondo li invia paralleli sul bersaglio. Altri, invece, hanno ipotizzato che Archimede possa avere utilizzato un sistema di specchi piani. Già Leonardo da Vinci aveva progettato, senza però riuscire a realizzarlo, uno specchio ustorio concavo di 400 braccia (240 metri) di diametro, per realizzare

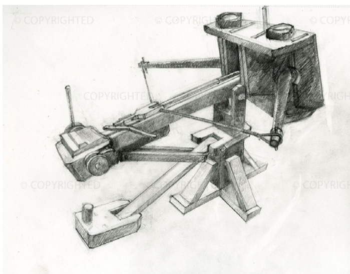

Fig. 2 - Catapulta a torsione (Museo Galileo, Firenze).

[9] Polibio (200-118 a. C.), che fu lo storico che più di altri ha riferito sui congegni meccanici ideati da Archimede durante l'assedio di Siracusa, non ne fa menzione.

un fuoco a 100 braccia (60 metri)!

Furono proprio i romani, per mano dei quali trovò la morte, a iniziare il mito di Archimede, attraverso i resoconti degli storici e le celebrazioni delle sue mirabili abilità matematiche nei versi di Catullo, Virgilio, Silio Italico e Orazio. Anche Cicerone fu un grande ammiratore di Archimede e contribuì a diffonderne la fama. Appassionato di astronomia, Cicerone definisce Archimede «mente divina» e descrive minuziosamente un planetario metallico costruito dallo scienziato e portato a Roma da Marcello come bottino di guerra.

Certamente l'aneddotica archimedea riportata da storici autorevoli come Polibio, Livio e Plutarco contribuì enormemente a perpetuare nei secoli il mito dello scienziato austero, sempre immerso nelle sue speculazioni, raggiungendo però anche vette di ridicolaggine, come per esempio nel ritratto di Archimede che ce ne dà Plutarco:

> Viveva continuamente incantato dalla geometria, che potremmo chiamare una Sirena a lui familiare e domestica, al punto di scordarsi persino di mangiare e curare il proprio corpo. Spesso, quando i servitori lo trascinavano a viva forza nel bagno per lavarlo e ungerlo, egli disegnava sulla cenere della stufa alcune figure geometriche, e appena lo avevano spalmato d'olio, tracciava sulle proprie membra delle linee col dito, tanto lo tormentava il diletto ed era veramente prigioniero delle Muse.[10]

Falsa è l'affermazione di Plutarco sul disprezzo da parte di Archimede verso le attività tecniche, ovvero manuali. Certamente questo era un atteggiamento molto diffuso fra gli intellettuali greci, ma non era sicuramente di Archimede, le cui numerose invenzioni tecnologiche son ben note e anzi più della sua opera puramente scientifica contribuirono a creare il suo mito. Archimede, infatti, è stato per secoli più noto come geniale ingegnere che come scienziato puro.

[10] Plutarco, *Vita Marcelli*, XVII, 6.

In realtà in Archimede la netta separazione fra scienza pura e scienza applicata (tecnica), come è stata intesa nel secolo XIX, è completamente assente.

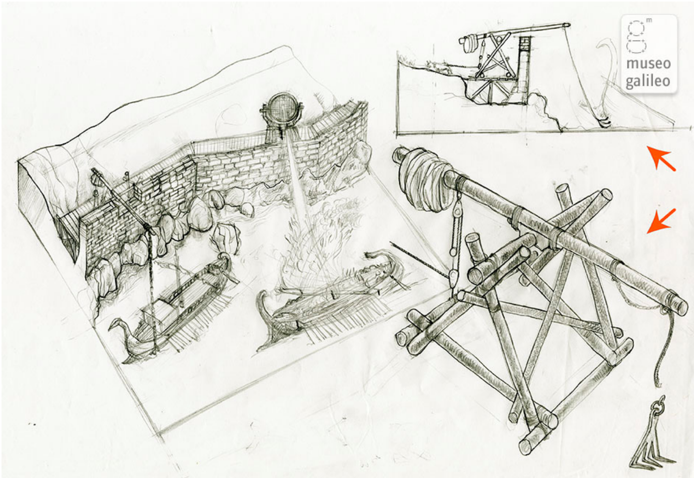

Fig. 3 - Manus Ferrea (Museo Galileo Firenze)

Durante l'assedio romano di Siracusa, nel 212 a. C., Archimede non utilizzò probabilmente gli specchi ustori parabolici ma, da fonti storiche attendibili, è certo che ideò macchine e sistemi di guerra a difesa della sua città che si dimostrò invitta, perché Siracusa cadde soltanto per fame.[11] Fra le principali macchine da guerra ideate da Archimede ricordiamo le catapulte a torsione (figura 2) con alzo e gittate variabili da lui calcolate matematicamente per evitare zone "franche", gru girevoli e la famosa *manus ferrea* che, grazie al principio della leva, sollevava le navi afferrate per la prua e le faceva ricadere in acqua (figura 3). Ciò a riprova della

[11] Le imprese di Archimede durante l'assedio romano di Siracusa sono narrate in Polibio (200 a.C. – 118 a.C., *Storia Universale*, Libro VIII, 3 - 7) che attinse a fonti dirette; in Tito Livio (59 a.C. – 17 d.C., *Storia di Roma dalla sua fondazione*, Libro XXIV, 34; in Plutarco (45 d.C. – 120 d.C., *Vite parallele: Vita di Marcello*); Dione Cassio Cocceiano (155 d.C. – 235 d.C., *Storia romana*, Libro XV). Gli specchi ustori non sono menzionati in nessuna opera di Archimede ma soltanto nell'opera citata di Dione (giunta però sino a noi attraverso compendi e traduzioni di Johannes Tzetzes e Johannes Zonaras, entrambi bizantini del sec. XII) e nell'opera *De temperamentis*, 3.2 di Claudio Galeno (129-200 d.C.).

dedizione del grande siracusano alle realizzazioni tecnologiche e non soltanto alle speculazioni puramente scientifiche. Tali abilità pratiche di realizzazione di macchine derivavano direttamente dal suo essere, come vedremo più avanti, figlio dell'arte oltre che della scienza. L'arte, nell'antica Grecia, era associata ad attività manuali e pratiche.

Anche l'austerità di Archimede tramandata dalla tradizione storica sembra non rispondere al vero. Al contrario, da alcuni suoi scritti emerge un certo gusto della burla e della sfida. Spesso Archimede, nelle sue lettere, annunciava ai matematici alessandrini soltanto gli enunciati delle sue scoperte invitandoli a trovare le "loro" dimostrazioni e soltanto successivamente rivelava le "sue". Anche sotto questo aspetto è stato un precursore delle famose disfide matematiche che furono così in voga nel nostro Rinascimento, di cui Niccolò Tartaglia fu uno dei più famosi protagonisti. A volte Archimede si prendeva burla delle capacità dei suoi colleghi matematici, mettendoli alla prova con sue scoperte gabellate per vere, come lui stesso rivela nell'introduzione alla sua opera *Sulle spirali* posta sotto forma di lettera a Dositeo:

> Ricorderai che ho proposto un certo numero di problemi matematici. Ho annunciato varie scoperte e ho chiesto ad altri studiosi di matematica di trovare le loro dimostrazioni di tali scoperte. Ebbene nessuno l'ha fatto. D'altra parte è tempo di rivelare un segreto: due di quelle scoperte annunciate erano, per così dire, "avvelenate".[12]

Avvelenate significava "false", autentiche trappole per «coloro che sostengono di saper scoprire tutto, ma non forniscono alcuna dimostrazione», come lui stesso spiega a Dositeo.

Tutt'altro che austero, Archimede amava il gioco e probabilmente la poesia. Il rompicapo matematico *Il problema dei buoi* fu da

[12] Cfr. Reviel Netz, William Noel, *Il codice perduto di Archimede. La storia di un libro ritrovato e dei suoi segreti matematici.* Milano, Rizzoli, 2007. Recentemente ripubblicato per il Corriere della Sera da RCS MediaGroup S.p.A. Divisione Quotidiani, 2014, p. 46.

lui proposto sotto forma di versi,[13] che qui riportiamo perché già dalla complessità dell'enunciato il lettore ne possa intuire l'enorme difficoltà:

Calcola, o amico, il numero dei buoi del Sole,
operando con cura, se possiedi qualche scienza;
calcola in qual numero essi pascolavano una volta sulle pianure
dell'isola sicula Trinacria, distribuiti in quattro gruppi
di vario colore; uno di aspetto bianco latteo,
il secondo splendente di color nero,
il terzo poi di un bruno dorato, il quarto screziato; in ogni
gregge i tori erano in quantità considerevole distribuiti
nei rapporti seguenti: ritieni i bianchi
come eguali alla metà ed alla terza
parte di tutti i neri ed ai bruni;
i neri poi eguali alla quarta parte
ed alla quinta degli screziati e a tutti i bruni;
i restanti screziati considerali poi
come eguali alla sesta e alla settima parte
dei tori bianchi e di nuovo a tutti i bruni.
Le giovenche erano invece distribuite nei rapporti seguenti:
le bianche erano eguali precisamente alla terza
e quarta parte di tutto il gregge nero;
le nere
alla quarta parte assieme alla quinta delle screziate
prese assieme ai tori; le screziate
erano precisamente eguali alla quinta parte ed alla sesta
di tutti gli animali del gregge bruno;
le brune poi vennero valutate eguali alla metà della terza parte
ed alla settima parte del gregge bianco.
Quando avrai determinato esattamente, o amico, quanti erano i buoi del Sole,
avrai distinto quanti erano i tori
ed avrai anche trovato quanti erano di ciascun colore,
non ti si chiamerà certamente ignorante né inabile nei numeri;
però non ti si annovererà ancora fra i saggi. Ma ora

[13] Sull'autenticità della forma epigrammatica del *Problema dei buoi* sono stati avanzati dubbi, poiché essa era in uso in tempi posteriori ad Archimede. Esso si trova elencato fra i 48 problemi della cosiddetta *Antologia greca*, una collezione di questioni aritmetiche, poste in forma di versi (epigrammi), aventi per soggetto l'applicazione dell'aritmetica a questioni pratiche, fatti naturali o legati alla vita ordinaria, quindi tali da non poter essere considerate dai matematici greci degne di far parte dell'aritmetica come scienza dei numeri, ma notevoli per il loro contenuto di calcolo. Il *Problema dei buoi* di Archimede fu riscoperto nel 1773 da G. E. Lessing nel codice 77 Gud. Grae. della Biblioteca di Wolfenbüttel e da lui pubblicato nello stesso anno in *Zur Geschichte der Literatur. Aus den Schätzen des Herzogl. Biblioihek zu Wolfenbüttel,* II Beitrag, Braunschweig).

bada bene a questi altri rapporti fra i buoi del Sole.
Quando i tori bianchi mescolavansi ai neri
formavano un gruppo equilatero
in altezza e larghezza; le vaste pianure della Trinacria
erano allora tutte piene di buoi;
invece i bruni e gli screziati riuniti
costituivano una figura
triangolare.
Quando avrai trovato tutto questo e l'avrai esposto sottoforma intelligibile
e avrai anche trovata la quantità totale dei buoi,
allora, o amico, per quanto hai fatto va superbo come un vincitore
e sta sicuro di venire considerato ricco di quella scienza.[14]

Il problema posto da Archimede trae spunto dall'episodio narrato nel dodicesimo libro dell'*Odissea* di Omero: giunti nell'isola sacra al Sole, la Sicilia, i compagni di Ulisse disobbediscono ai suoi ordini uccidendo il bestiame trovato nell'Isola, per farne un lauto banchetto, ma poi pagheranno duramente la loro disobbedienza. Evocando l'episodio omerico della macellazione dei buoi, con le conseguenti disavventure dei compagni di Ulisse, sembra che Archimede abbia voluto dare a quei versi anche il significato politico di ammonimento a non interferire con gli affari della sua Sicilia.

Senza entrare nei particolari, il problema posto nel rompicapo è matematicamente risolvibile con un sistema di sette equazioni in otto incognite dando luogo a una equazione risolvente indeterminata di secondo grado.[15] Ovviamente non sono ammesse soluzioni non intere, essendo impossibile avere frazioni di buoi... Dai matematici moderni è stato dimostrato che la soluzione più piccola è il numero di buoi 7766 seguito da 206541 zeri, ovvero un numero intero con ben 206545 cifre! Un numero di buoi che l'intera Sicilia non potrebbe contenere. Si è stimato che per scrivere ciascuno dei valori trovati per le otto incognite occorrerebbero 82 pagine e per scriverli tutti un volume di 660 pagine! ... «Il problema di Archimede merita di essere ascritto fra i più belli che annoveri la lettera-

[14] La traduzione qui presentata è tratta da Gino Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Milano, Hoepli, 1914, p. 936.
[15] Maggiori dettagli sul *Problema dei buoi* e l'indicazione del procedimento risolutivo si trovano in G. Loria, *Op. cit.*, pp. 932-939.

tura aritmetica, così bello che non ci sovviene alcuno che lo superi per eleganza di forma e valore di sostanza. Esso è difficile assai; ma chi può arrogarsi il diritto di negare ad un genio così originale e potente, qual era il Siracusano, la capacità di concepirlo e risolverlo?»[16]

Sembra che, venti secoli dopo, Carl Friedrich Gauss, il *Princeps Mathematicorum*, avesse trovato una soluzione del problema di Archimede.

3. Figlio dell'arte e della scienza

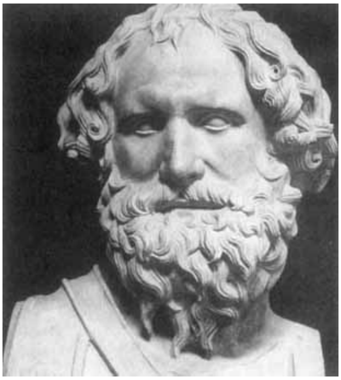

Fig. 4 - Busto di Archimede

Nella sua opera *Arenario* Archimede riporta stime diverse del rapporto fra i diametri del Sole e della Luna: nove per Eudosso di Cnido, dodici per l'astronomo «Fidia, figlio di Acupatro», traduzione dal greco «*Pheidia tou akoupatros*». Ma il filologo tedesco Friedrich Blass (1843-1907) osservò che non esiste nessun luogo e nessuna persona di nome Acupatros e che nel greco scritto tardo medioevale spesso non venivano inseriti spazi fra le parole. Inoltre, come è ben noto, i copisti amanuensi commettevano spesso errori nella copiatura dei testi originali. Pertanto Blass propose una rilettura di quella frase - che era priva di senso - sostituendo la lettera "k" di *akoupatros* con la "m" e introducendo uno spazio all'interno, in modo da ottenere la frase «*Pheidia tou amou patros*» di ben altro significato: «Fidia, mio padre». Dunque Archimede stesso, nell'*Arenario*, ci rivelerebbe - secondo Blass - che suo padre era un astronomo e si chiamava Fidia. Archimede pertanto sarebbe stato figlio di uno scienziato. Ma perché anche "fi-

[16] G. Loria, *Op. cit.*, p. 939.

glio dell'arte"? La risposta è un po' meno diretta ma ugualmente molto plausibile. Fidia è stato il più grande artista dell'antichità classica e da indagini storiche è risultato sempre che tale nome veniva per ciò stesso dato ai figli nelle famiglie di artisti. Dunque, con grande probabilità, al padre di Archimede era stato dato il nome Fidia perché il nonno stesso di Archimede era un artista e sperava che lo diventasse pure il figlio. Archimede avrebbe avuto dunque il padre scienziato e il nonno artista, ereditando dall'uno e dall'altro i rispettivi talenti: Archimede era figlio dell'arte e della scienza. Risultano quindi comprensibili la sua attitudine alle attività pratiche manuali (connesse all'arte) e il suo gusto dell'eleganza nella prosa e nella geometria da una parte e, dall'altra, la sua naturale disposizione verso la speculazione puramente scientifica, creando quel connubio fra arte e scienza che è una delle caratteristiche di Archimede ingegnere e scienziato.

Ma, a parte le sue origini, quale può essere il legame di Archimede con l'arte oltre quello, scontato, con la scienza? La risposta è immediata se per arte non s'intende ciò che invece intendiamo oggi in senso molto restrittivo pensando alle arti visive (pittura, scultura, architettura). Il significato più generale di arte è quello derivato dall'antichità e che i dizionari riportano alla voce "arte" come prima accezione: «Attività umana che si compie con l'ingegno e secondo regole dettate dall'esperienza e dallo studio» (Dizionario Garzanti); «Attività umana regolata da accorgimenti tecnici e fondata sullo studio e sull'esperienza» (Dizionario Zingarelli-Zanichelli). Nella seconda accezione si fa riferimento all'estetica in senso generico: «Attività umana volta a creare opere a cui si riconosce un valore estetico, per mezzo di forme, colori, parole o suoni» (Dizionario Garzanti); «L'attività, individuale o collettiva, da cui nascono prodotti culturali che sono oggetto di giudizi di valore, reazioni di gusto e sim.;» (Dizionario Zingarelli-Zanichelli). E soltanto nella terza e quarta accezione i citati dizionari fanno esplicito riferimento all'arte come complesso delle arti visive.

Fig. 5 - Il Palinsesto di Archimede.

L'opera scientifica di Archimede, frutto di un altissimo ingegno e di profondo studio, è pertanto già arte nel senso più generale e lo è ancora in senso estetico perché la prosa stessa e l'impostazione originalissima delle sue argomentazioni hanno un'eleganza e una bellezza riconosciute da chiunque abbia avuto la ventura di leggere gli scritti del grande siracusano.

4. Arte e scienza nell'analisi filologica del *Metodo*

Il restauro del codice C di Archimede, recentemente compiuto da Reviel Netz e William Noel, fornisce un ottimo esempio di sinergia fra tecnologia e conoscenza matematica, storica e linguistica. Reviel Netz è in particolare la persona che è stata in grado di "decifrare" il testo archimedeo del codice, essendo oltre che filologo (professore di lettere classiche e filosofia all'Università di Stanford negli USA) un profondo conoscitore della matematica antica, come pochi matematici di professione lo sono.

Il codice C di Archimede (figura 5) è stato rinvenuto come scrittura sottostante di un palinsesto, cioè di un libro che ha utilizzato la pergamena di precedenti manoscritti, cancellandone la scrittura per potervi scrivere di nuovo.

Nella fattispecie si tratta di un libro di preghiere del 1229 che utilizzò la pergamena del codice C delle opere di Archimede risalente al secolo X (975 d. C.) e quella di almeno altri quattro codici non ancora identificati.[17] Il testo di preghiere sovrascritto risulta

[17] Nel margine inferiore della prima pagina del palinsesto è scritto che il libro era stato consegnato dall'amanuense a una chiesa il 14 aprile 6737 secondo il calendario greco-ortodosso. Poiché questo iniziava a contare il tempo dall'inizio del mondo, che nel nostro

ruotato di 90° rispetto al testo originario sottostante, poiché, come era consuetudine per i palinsesti, l'amanuense riutilizzava ciascun foglio del codice originario ruotandolo di 90° e tagliandolo secondo la dimensione minore in modo da ottenere da esso due fogli (bifoglio del palinsesto). Nelle figure 6 e 7 risultano chiaramente visibili le due scritture sottostante e sovrastante del palinsesto, l'una di traverso all'altra.

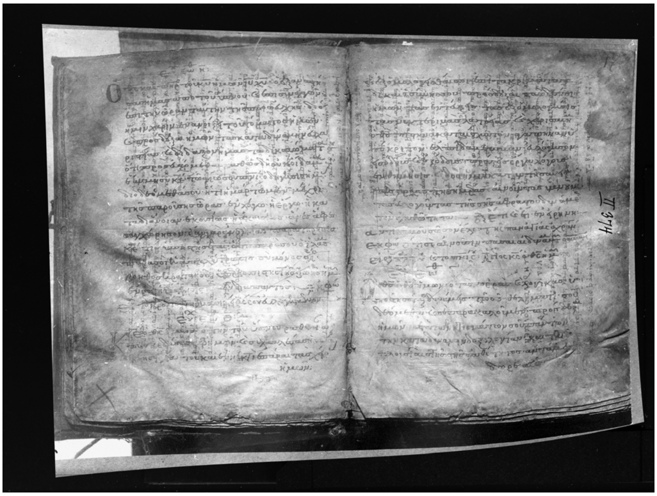

Fig. 6- Pagine del palinsesto di Archimede fotografate da J. L Heiberg.

Il palinsesto di Archimede è stato scoperto nel 1906 dal filologo danese Johan Ludvig Heiberg nella biblioteca Metochion del Santo Sepolcro di Costantinopoli, poi è nuovamente scomparso e infine è ricomparso il 29 ottobre 1998 a una famosa asta di Christie's a New York.

Heiberg non riuscì a leggere completamente il palinsesto, perché molte pagine erano praticamente illeggibili alla luce normale e non disponeva delle attuali tecniche fotografiche con illuminazione a diverse lunghezze d'onda, in particolare a luce ultravioletta.

calendario cade il 1° settembre 5509 a. C., «per ottenere la data moderna corrispondente al 14 aprile 6737 bisogna dunque sottrarre 5508 anni: il risultato è il 14 aprile 1229» (R. Netz, W. Noel, *Op. cit*. p. 187).

Può sembrare una contraddizione il termine "luce ultravioletta", in quanto i fotoni con lunghezze d'onda nell'ultravioletto sono notoriamente invisibili all'occhio e quindi non costituiscono la luce. In realtà accade questo: i fotoni che giungono sull'inchiostro della pergamena sono da questo assorbiti, mentre quelli che giungono sulle parti della pergamena prive di inchiostro vengono riemessi con lunghezze d'onda nel blu e quindi nello spettro visibile.

Il risultato è una specie di retroilluminazione con luce blu del foglio di pergamena che pone in risalto la scrittura (figura 7). [18]

Delle 354 pagine[19] del codice C, Heiberg ne fotografò soltanto 103: circa i 2/3 del codice non vennero quindi letti da Heiberg, il quale inoltre - essendo un filologo e non esperto di matematica -

Fig. 7 - Pagine del palinsesto di Archimede fotografate con luce ultravioletta.

[18] La storia completa e dettagliata del palinsesto assieme alla trascrizione completa del testo greco è stata pubblicata recentemente in Reviel Netz, William Noel, Nigel Wilson e Natalie Tchernetska (a cura di), *The Archimedes Palimpsest*, Cambridge, Cambridge University Press, 2001, 2 voll. Si può accedere anche al sito http://www.archimedespalimpsest.org. In particolare navigando nel sito è possibile scaricare le immagini delle pagine del palinsesto da: http://www.cis.rit.edu/people/faculty/easton/Archie/index.html

[19] I bifogli del palinsesto di Archimede sono infatti numerati da 1 a 177, ma tre sono stati persi.

concentrò tutto il suo lavoro sulla scrittura, trascurando completamente i 250 diagrammi presenti, di cui non comprese l'importanza. Netz, invece, da ottimo cultore della matematica antica, li ha studiati con molta attenzione, mettendo in evidenza che i matematici greci pensavano per diagrammi e non per parole. Un esempio, questo, di efficienza produttiva quando arte e scienza coabitano nella stessa persona.

Il codice C di Archimede contiene nel greco originale le opere *Sull'equilibrio dei piani* (l'ultima parte), *Sui corpi galleggianti*, *Metodo*, *Sulle spirali*, *Sulla sfera e il cilindro*, *Misura del cerchio*, *Stomachion* e oggi costituisce l'unico codice in greco delle opere di Archimede che possediamo.[20] Inoltre, esso è particolarmente importante perché è il solo codice che contiene Il *Metodo* e lo *Stomachion* e l'unica copia in greco dell'opera *Sui corpi galleggianti*. Le altre opere sono presenti in parte anche nel codice A e in parte nel codice B, permettendo così il confronto dei testi per le edizioni critiche. Il codice C ci è pervenuto privo della parte iniziale, di molte parti intermedie e della parte finale. È pertanto molto probabile che contenesse altre opere di Archimede. Dalla scrittura minuscola risulta attribuibile a un amanuense del X secolo (975), che molto probabilmente non capiva nulla del suo contenuto matematico, aspetto questo positivo in quanto gli ha impedito di inserire interpretazioni e aggiunte personali, falsando il pensiero di Archimede, a differenza di quanto è avvenuto con i traduttori arabi, che erano invece abili matematici.

Gran parte delle opere pagane dell'antichità è giunta fino a noi attraverso i palinsesti. Il termine palinsesto deriva dal greco πάλιν + ψηστός ovvero *pálin* + *psestòs* = raschiato di nuovo, in quanto si

[20] I codici A e B sono attualmente scomparsi. Il codice B fu visto l'ultima volta nel 1311 nella Biblioteca pontificia di Viterbo; il codice A invece fu visto l'ultima volta nel 1564 nella biblioteca di Rodolfo Pio, che già era appartenuta a Giorgio Valla, a Venezia. Nel 1492 Lorenzo il Magnifico inviò Angelo Poliziano a Venezia nella biblioteca del Valla affinché realizzasse una copia del codice A, non permettendo il Valla che il codice uscisse dalla sua biblioteca. Tale copia è oggi conservata nella Biblioteca Laurenziana di Firenze. Sulle copie del codice A hanno studiato i più grandi scienziati del Rinascimento e Leonardo, Galileo e poi ancora Newton, Leibniz.

raschiava il testo originario di una pergamena per potervi scrivere un nuovo testo. Tuttavia, i testi originari sono potuti riaffiorare nel tempo in quanto, prima del Medioevo, la loro rimozione veniva fatta usando latte e crusca d'avena, che non li cancellava completamente. Il testo originario (*scriptio inferior*, sottoscrittura) debolmente riaffiorato può così essere letto e, più spesso, "decifrato", a causa delle numerose lacune che presenta. I metodi medioevali di recupero della sottoscrittura erano altamente distruttivi, poiché impiegavano polvere di pietra pomice per raschiare il testo sovrascritto. La situazione non migliorò molto nemmeno in tempi più moderni quando, nell'Ottocento, si usarono prodotti chimici altamente distruttivi (tintura di bile e idrosolfuro di ammonio).

Un notevole servizio, invece, al recupero non distruttivo del testo sottoscritto dei palinsesti è offerto dall'attuale tecnologia di trattamento delle immagini, che impiega la luce ultravioletta e la fotografia. Il palinsesto viene smembrato liberandolo dalla rilegatura e le singole pagine sono fotografate con luci di differente lunghezza d'onda. Le diverse fotografie di una stessa pagina così ottenute vengono sovrapposte, in modo da aumentare il contrasto della sottoscrittura, che invece risulterebbe difficilmente leggibile con la luce normale. Inoltre, nei casi più difficili, è possibile anche ricorrere alla digitalizzazione delle immagini che permette di decifrare palinsesti altrimenti illeggibili.

Il citato libro di Reviel Netz e William Noel, *Il codice perduto di Archimede*, nei capitoli dispari (scritti da Noel) illustra dettagliatamente tutta la storia del recupero e del restauro del palinsesto di Archimede, mentre nei capitoli pari (scritti da Netz) illustra il paziente lavoro di decifrazione e interpretazione del suo contenuto matematico.

Quest'ultimo lavoro, nei passi straziati dalle mutilazioni del testo originario prodotte dalla cancellazione, assomiglia molto a una complicata indagine poliziesca, dove si procede per indizi e intuizioni. Il testo viene analizzato parola per parola, anzi spesso lettera per lettera in quanto a volte le parole sono state parzialmente cancellate. Per ricostruire un'intera frase si procede allora

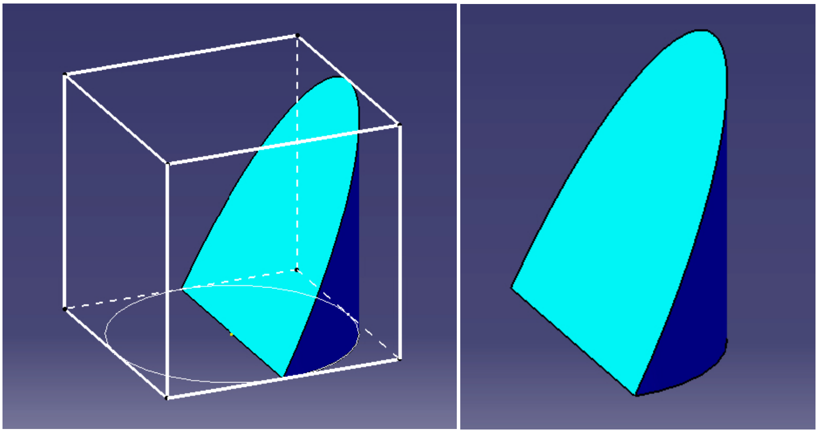

Fig. 8 - Unghia cilindrica (modello solido creato dall'autore con il programma CATIA).

per indizi, facendo ricorso ad approfondite conoscenze del greco antico, della storia antica, delle usanze antiche, della matematica antica e delle abitudini dell'autore del testo originario.

Un'idea di questo complesso lavoro altamente interdisciplinare, che vede veramente all'opera arte e scienza, può essere data da alcuni interessanti brani tratti dal libro di Netz e Noel a proposito della scoperta più innovativa e sensazionale fatta durante l'attenta rilettura e il restauro del palinsesto: la conoscenza e l'uso esplicito da parte di Archimede dell'infinito attuale nei calcoli, anticipando di 22 secoli quella definizione di infinito attuale che, come vedremo, soltanto nel secolo XIX fu data da Dedekind e Cantor.

La scoperta è stata fatta nel marzo 2001 da Reviel Netz, assieme allo storico giapponese della matematica Ken Saito, con la rilettura critica e la decifrazione di parti lacunose della proposizione numero 14 del *Metodo,* relativa al calcolo del volume di uno strano solido: l'unghia cilindrica (figura 8). Per capire come è fatto questo solido, si immagini di inscrivere entro un cubo un cilindro e di tagliare il cilindro e il cubo con un piano passante per il centro della base e lo spigolo opposto del cubo: l'unghia cilindrica è il solido delimitato da tale piano, dalla superficie del cilindro e dalla base del cubo. Effettivamente tale solido ricorda la forma dell'unghia di un dito. La sua superficie è composta da una superficie semiellittica, da una porzione di superficie cilindrica e da un semicerchio. A chi sarebbe potuto venire in mente di calcolare il volume di un solido così strano e complesso se non ad Archimede, che era sempre affascinato dalla sfida di misurare l'impossibile? Misurare ciò che è curvo, riducendolo a ciò che invece è delimitato da rette o da piani e quindi facilmente misurabile, ridurre il complesso al semplice: questa la sfida di tutta la sua opera scientifica.

Questo il racconto della febbrile e minuziosa ricerca filologica:

> ... Saito ritornava al libro che aveva portato con sé: una copia dell'edizione di Heiberg del Metodo di Archimede. Di lì a poco avremmo letto un brano di quel testo che fino ad allora era rimasto sconosciuto. Per qualche motivo a noi ignoto, nell'edizione a cura di Heiberg c'era una lacuna. Che cosa poteva aver scritto Archimede in quel passo? [...] Avremmo esaminato la parte centrale della proposizione 14, quella che Heiberg non aveva letto. [...] Ci era chiaro perché Heiberg non avesse potuto fare grandi progressi nella ricostruzione della parte mancante del testo: la pagina era in gran parte illegibile...[...] Anche alla luce ultravioletta la lacuna non sembrava lasciare speranze...[...] Riesaminammo di nuovo la conclusione della proposizione. Dopo aver dimostrato che il volume di mezzo cubo sta a quello dell'unghia cilindrica come l'area del rettangolo sta a quella del segmento parabolico, Archimede proseguiva eseguendo un veloce calcolo. [...] Lo stano oggetto a forma d'unghia ha un volume che è esattamente uguale a 1/6 del volume del cubo. [...] Ecco dunque un altro risultato elegante ottenuto da Archimede, questa volta, si direbbe, senza ricorrere ad applicazioni della fisica. I triangoli e i segmenti di retta non vengono posti su un'immaginaria bilancia. Vengono semplicemente sommati fra loro: un numero infinito di proporzioni che si sommano per dare un'unica proporzione. Come procede Archimede per compiere quest'operazione? Ignora semplicemente i paradossi e gli errori dell'infinito? Non volevamo rinunciare. Ritornammo alla lacuna del testo. [...] Dopo qualche minuto di frustrazione, feci qualcosa che non avrei dovuto fare. Sfilai il bifoglio dalla busta di plastica che lo conteneva. Senza la protezione della plastica, i riflessi prodotti dalla lampada a ultravioletti sulla pergamena divennero più chiari. Fissai la zona della pagina che aveva costretto Heiberg a la-

> sciare alcune righe vuote nel testo, cercando di individuare qualche traccia di caratteri greci.
>
> Credetti di aver visto qualcosa. All'inizio scartai quella possibilità, perché in quel contesto non aveva senso. Archimede non aveva motivo di usare quella parola. Eppure pensavo di aver visto quelle tre lettere in sequenza: *epsilon-gamma-epsilon*, εγε.
>
> «Penso di vedere "ege"» dissi infine a Ken. «Probabilmente qualcosa che ha a che fare con *mégethos*, la parola greca che significa "grandezza". Non ha molto senso».
>
> Perché, vedete, nella proposizione Archimede discuteva di alcuni oggetti geometrici concreti: un cilindro, un triangolo, una parabola. E in tale contesto un matematico greco non sarebbe passato a parlare di grandezze, in termini generali. [...]
>
> «Ne sono sicuro» dissi, guardando di nuovo la pagina. In effetti cominciavo a intravedere le tracce di una *theta* che seguiva immediatamente l'*epsilon-gamma-epsilon*.
>
> Dunque era *epsilon-gamma-epsilon-theta.* Senza alcun dubbio Archimede parlava di *mégethos*. Parlava di grandezze astratte.
>
> Questo processo di costruzione graduale delle certezze è tipico della lettura del palinsesto.

Torniamo al problema dell'infinito, precisando quali sono le sue due forme: potenziale e attuale.

L'*infinito potenziale* è l'iterazione senza limiti di un certo processo mentale. Per esempio, comunque pensate a un numero intero, esiste sempre un numero superiore. L'*infinito attuale o reale*, invece, è un insieme di infiniti elementi, come, per esempio, l'insieme dei numeri interi (1, 2, 3, … ovvero il numero di tutti i numeri interi. Uno dei paradossi cui dava luogo l'infinito attuale era che, contrariamente a quanto valido per gli insiemi finiti, il "tutto" risulta uguale in quantità (come numero di elementi) alla "parte". Un esempio, posto in evidenza da Galilei, è il seguente: gli infiniti numeri interi sono tanti quanti gli infiniti numeri pari, pur contenendoli, come risulta evidente dalla corrispondenza uno-uno fra ciascun numero intero e il numero pari ottenuto raddoppiandolo:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, …

Ma vediamo cosa ha scoperto Netz a proposito dell'infinito nell'opera di Archimede:

> Quindi entrambi ci mettemmo febbrilmente a ricostruire la possibile argomentazione di Archimede: disegnavamo figure, abbozzavamo proporzioni, provavamo a vedere come si potesse usare quel lemma per colmare la lacuna che divideva le sezioni scelte a caso dagli oggetti interi. Il lemma riguardava una somma di proporzioni. Quadrava. Era dunque possibile che Archimede sommasse proporzioni. [...]
>
> «Un momento, c'è un problema». Mi fermai, staccandomi a fatica dalla figura che avevamo disegnato. «Se la nostra ipotesi è giusta, significa che Archimede stava sommando un numero infinito di grandezze. E questo non torna. Si arriva a un risultato infinito; non è più possibile compiere calcoli».
>
> Ken Saito era d'accordo. Mancava ancora qualcosa. Il lemma usato da Archimede si basava su una proposizione che egli aveva dimostrato in *Conoidi e sferoidi*, ed era chiaro che in quel trattato si poteva dimostrare la proposizione solo nel caso di somme che riguardavano un numero finito di grandezze, perché altrimenti si sarebbe dovuto parlare di un oggetto composto da un numero infinito di grandezze, cosa che non aveva senso. Si sarebbe trattato di infinito reale, e come avrebbe potuto Archimede anche solo metter mano a un discorso sull'infinito reale?
>
> «Se c'è una cosa certa, è che i greci non usavano l'infinito reale. Qui c'è qualcosa che non va. Oppure qualcosa di davvero nuovo».

Il mistero e lo stupore per una scoperta presagita, ma che richiede una certezza scientifica, sono ai massimi livelli. Per far luce fra le parole difficilmente leggibili delle pagine lacunose del palinsesto, occorre ricorrere ai più potenti attuali strumenti tecnologici di recupero del testo:

> Quella stessa sera Ken e io spiegammo a Will che volevamo assolutamente vedere le immagini digitali di quella pagina: un capitolo completamente nuovo della storia della scienza attendeva di essere scritto sulla base di quelle riproduzioni. [...] Agli scienziati incaricati di realizzare le immagini digitali del palinsesto ci volle poco più di un mese; all'inizio di marzo [2001, n.d.A.] il CD-ROM finalmente arrivò. [...]

> Dopo quelle prime incursioni nel testo, la lettura si impantanò. Anche in questo caso si trattava di una caratteristica tipica del ciclo di analisi di un manoscritto: dopo aver ottenuto i primi successi, di solito sopravveniva un periodo di stasi. [...]
>
> Per un paio d'ore guardai le immagini... [...] Qualcosa catturò la mia attenzione: non era una semplice macchiolina ... [...] Era un accento acuto. E grazie alla mia familiarità con l'amanuense, potevo dedurne qualcosa di più: era il tipo di accento acuto che egli poneva di solito sopra a una iota. Era un po' come leggere il puntino di una i e, in base a quello, identificare la i.
>
> Di più: sapevo di che iota si trattava. Era una iota con un accento acuto e come tale poteva appartenere solo alla manciata di parole che contengono una iota accentata in quel modo. Un candidato probabile, in un contesto matematico, poteva essere la parola *Ísos*, «uguale». Era più che plausibile che Archimede parlasse di una cosa uguale a un'altra, giusto? E in effetti adesso che la stavo cercando riuscivo a vedere una sigma.
>
> Ma a cosa si riferiva quell'uguale? [...] Continuando a guardare, vidi un altro termine generale riconducibile alla teoria delle proporzioni: solo questa volta non si trattava di grandezza ma di quantità. Le due parole si combinavano perfettamente: «Eguale in quantità», *Ísos pléthei.* Era un buon greco matematico.

La scoperta che Reviel Netz e Ken Saito stanno per fare è davvero straordinaria: Archimede anticipò di 21 secoli l'uso corretto nei calcoli dell'infinito attuale, il cui ingresso nella matematica si pensava fosse avvenuto soltanto nel secolo XIX grazie ai grandi matematici tedeschi Julius Wilhelm Richard Dedekind e George Cantor allorché questi, con grande spregiudicatezza, definirono un insieme infinito[21] se e soltanto se contiene parti che hanno altrettanti elementi di esso, ovvero che possono essere posti in corrispondenza biunivoca, sciogliendo così i paradossi cui dava luogo l'infinito attuale.

Ma continuiamo con il racconto di Netz:

> Ecco dunque ciò che Archimede stava facendo in quel passaggio del testo: egli affermava che, considerando il numero infinito di

[21] La prima definizione di numero infinito comparve nell'opera di Dedekind intitolata *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (1872) [*Continuità e numeri irrazionali*].

sezioni prodotte nel cubo [...] i triangoli prodotti in questo modo [...] erano uguali in quantità alle linee nel rettangolo. Vedete? Per ogni sezione scelta a caso c'era un triangolo nel cubo che aveva per base una linea nel rettangolo. E Archimede faceva notare che il numero di triangoli di cui si componeva il prisma era uguale al numero di linee di cui si componeva ciascun rettangolo. Senza dubbio Archimede intendeva verificare che alla base di quel fatto c'era l'esistenza di un rapporto uno a uno. [...] Archimede ripeteva questo tipo di asserzione tre volte...[...]

Solo che, ed è questo il fatto fondamentale, quelle uguaglianze di numeri non assomigliavano a nulla di ciò che già conoscevamo della matematica greca. Gli oggetti che Archimede contava nella proposizione 14 del *Metodo* - gli insiemi di triangoli e di linee - erano tutti infiniti. Archimede stava compiendo calcoli espliciti con numeri infinitamente grandi.

Di più: Archimede compiva questi calcoli basandosi su un principio ben fondato. Sembrava asserire che un insieme infinito era uguale a un altro insieme infinito perché c'era un rapporto uno a uno fra i due insiemi. [...]

Ora si dà il caso che lo strumento della corrispondenza uno a uno sia proprio quello con cui fu formalizzato il concetto di infinito alla fine del XIX secolo, nientemeno che il fondamento della moderna teoria degli insiemi. A questo punto possiamo riassumere le lezioni che abbiamo appreso dalle pagine 105-110 del *Metodo*:

Primo, scopriamo che Archimede [...] si basò al contrario su specifici principi di sommatoria. Questo significa che stava già compiendo un passo verso il moderno calcolo infinitesimale e non lo stava semplicemente precorrendo in modo inconsapevole.

Secondo, scopriamo che Archimede faceva calcoli con infiniti reali, in totale contrasto con tutto quanto gli storici della matematica hanno sempre creduto. [...] Il concetto di infinito reale era dunque già noto agli antichi greci.

Terzo, vediamo che con questo concetto di infinito [...] nel III secolo a.C., a Siracusa, Archimede riuscì a cogliere un barlume della teoria degli insiemi, un prodotto della matematica più avanzata del tardo XIX secolo.

Incredibile: un matematico del secolo III a. C. che pensa come un matematico moderno del secolo XX d.C.!

5. La figura come strumento di astrazione

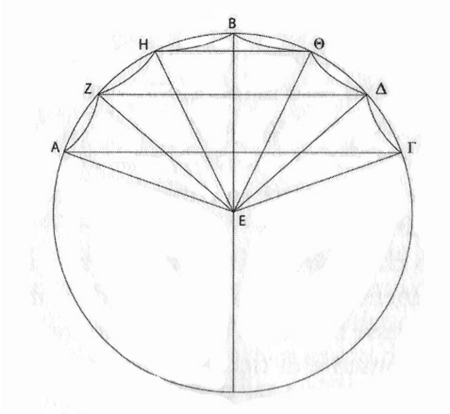

Fig. 9 - Diagramma relativo alla proposizione 38 del libro primo del trattato Sulla sfera e il cilindro. (Netz-Noel, Op. cit., p.106). Le corde AZ, ZH, HB, ecc... non sono disegnate come segmenti rettilinei ma come archi.

Filosofi e logici moderni diffidano dall'usare le figure nelle dimostrazioni matematiche, perché, sostengono, rappresentano sempre casi particolari, inducendo nell'errore col suggerire proprietà non valide nel caso più generale dell'enunciato. Insomma, le dimostrazioni devono basarsi esclusivamente sul linguaggio formale matematico, che è la lingua della matematica, senza nessun aiuto visivo. L'astrazione matematica non ammette "immagini": è iconoclasta come il Dio dei Dieci Comandamenti. Un esempio può far capire meglio: se una certa proprietà viene enunciata per un triangolo qualsiasi, non sarà mai possibile aiutarsi nella dimostrazione col disegnare un triangolo, perché non potremmo mai disegnare un triangolo qualsiasi: in realtà qualunque triangolo disegnassimo sarebbe sempre un particolare triangolo. Pur evitando i casi, palesemente particolari, del triangolo rettangolo, di quello isoscele e di quello equilatero, sarà tuttavia impossibile disegnarlo in modo che non sia né acutangolo, né ottusangolo.

Al contrario, la matematica greca, e quindi anche quella di Archimede, pur essendo astratta era una scienza "visiva", come sostiene Reviel Netz. [22]

In che senso visiva? Utilizzavano le figure in funzione illustrativa di una dimostrazione come facciamo noi oggi? La risposta è intrigante, la finalità non era illustrativa ma soltanto squisitamente

[22] R. Netz, W. Noel, *Op. cit.*, pp. 95-113.

euristica: la figura è soltanto un'interfaccia matematica fra la mente del matematico e la geometria, costituisce un aiuto, un suggerimento per trovare la corretta dimostrazione. Questa finalità spiega il modo diverso dal nostro con il quale i matematici greci rappresentavano le figure geometriche. E questo è emerso per la prima volta proprio dal restauro del palinsesto di Archimede. Mentre noi, per la funzione illustrativa che le conferiamo, disegniamo figure quanto più possibili fedeli all'enunciato, quindi come "rappresentazioni pittoriche", al contrario «i matematici greci scelsero di proposito di evitare le rappresentazioni pittoriche, preferendo invece figure "libere", schematiche, che non danno una rappresentazione realistica del loro oggetto».[23] Per essere più precisi essi rappresentavano le proprietà topologiche della figura geometrica, più ampie di quelle metriche, quelle cioè che anche in una figura "deformata" rimangono e che realmente interessano in un certo contesto. Il motivo per cui i matematici greci utilizzavano figure apparentemente "disegnate male" è proprio quello di evitare che figure "precise" potessero trarli in inganno conducendoli a conclusioni errate nella dimostrazione con l'introdurre elementi estranei all'enunciato. In questo caso si tratta di una precisione fittizia: crediamo di far meglio e invece la nostra precisione "arbitraria" si può rivelare un inganno per l'astrazione richiesta dalla dimostrazione. Per i greci le figure dovevano contenere soltanto le informazioni basilari per mostrarci l'identità delle entità geometriche di una certa proposizione. «Gli antichi diagrammi non sono illustrativi, sono informativi; fanno parte della logica della proposizio-

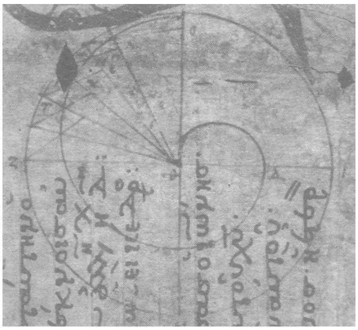

Fig. 10 - Diagramma relativo alla proposizione 21 del trattato Sulle spirali (Netz-Noel, Op. cit., p.115).

[23] *Ibidem*, p.111.

ne. Quindi possiamo definire la scienza greca come una scienza visiva», conclude Reviel Netz.[24] Vorrei a questo punto azzardare un parallelo: le figure (o meglio diagrammi) usate dagli antichi matematici greci stanno alle figure che noi oggi utilizziamo nei testi di geometria come l'arte astratta sta all'arte figurativa.

Per capire meglio la validità di quei diagrammi "mal disegnati", si pensi per esempio a un triangolo disegnato con un inchiostro rosso. In questo caso è ovvio che il fatto che sia rosso piuttosto che nero non altera l'idea di triangolo, perché il colore non fa parte della geometria. Dunque possiamo disegnare il triangolo con qualsiasi colore. Analogamente, se in un certo contesto non avesse importanza considerare l'ampiezza degli angoli, potremmo trascurare di disegnare i lati di un poligono con tratti rettilinei in modo da "precisare" l'ampiezza degli angoli e usare invece in maniera più generale e schematica tratti curvilinei, come realmente si trova in molte figure del palinsesto di Archimede (figura 9).

La stessa voluta imprecisione si ritrova nelle numerose rappresentazioni schematiche della spirale (figura 10) che emanano un particolare fascino estetico:

> La bellezza insita in questi disegni essenziali può essere davvero affascinante anche su un terreno puramente visivo. Da questo punto di vista lo studio di Archimede sulle Spirali lo è in modo marcato. Quasi tutte le sue figure tolgono il fiato, e si ha l'impressione che Archimede si dedichi allo studio delle spirali anche a causa di un rapimento estetico, visivo.[25]

Nel trattato *Sulla sfera e il cilindro* Archimede usa archi per rappresentare segmenti rettilinei, mentre al contrario nel trattato *Sulle spirali* usa segmenti rettilinei per rappresentare archi.

I diagrammi schematici della matematica greca, dunque, lungi dal viziare la logica delle dimostrazioni, erano potenti strumenti di astrazione e fanno pensare a qualche misterioso collegamento con la moderna arte astratta.

---

[24] *Ibidem*, p. 102.

[25] R. Netz, W. Noel, *Op. cit.*, p.115..

6. Il più grande scienziato di tutti i tempi

«La caratteristica generale più certa della tradizione scientifica europea è che essa consiste in una serie di note aggiuntive ad Archimede».[26]

Questa affermazione di Reviel Netz può sembrare esagerata, ma non lo è conoscendo la prudenza e lo spirito critico del suo autore. Alcune lapidarie ma incisive riflessioni saranno sufficienti a farci concordare con Netz.

Alla base della moderna scienza si trovano due pilastri che ne costituiscono le fondamenta: l'applicazione della matematica allo studio della realtà fisica e l'utilizzo del calcolo infinitesimale. A questi naturalmente va aggiunto il metodo sperimentale. Tutta la scienza moderna è stata sviluppata da queste due fondamenta metodologiche, che sono state create da Archimede. Nelle sue opere, infatti, si trovano chiaramente utilizzati sia i principi dell'analisi infinitesimale sia la matematica come linguaggio della realtà fisica, anticipando di ben diciotto secoli l'idea del gran libro della Natura così magnificamente espressa da Galilei[27] nel *Saggiatore* (1624):

> La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto.[28]

Archimede ben prima di Galilei ha saputo leggere per primo la lingua matematica nella quale è scritto l'Universo, ovvero la ma-

---

[26] *Ibidem*, p. 35.

[27] Archimede è menzionato da Galileo numerose volte nelle sue opere e sempre con accenti di venerazione: «un divino uomo [...] tutti gli altri ingegni a quello di Archimede inferiori»

[28] Galileo Galilei, *Il Saggiatore*, fine della prima giornata.

tematica nella fisica, ma ha anche per primo saputo leggere la fisica nella matematica.

Per tutte queste ragioni Reviel Netz afferma che «Archimede è lo scienziato più importante che sia mai vissuto».[29] Espressioni di questo tenore, su Archimede, se ne possono trovare a iosa, come quella del matematico John Wallis:

> Vir stupendae sagacitatis, qui pria fundamenta posuit inventionum fere omnium, de quibus promovendis aetas nostra gloriatur. [Uomo di stupenda sagacia, che pose le fondamenta di quasi tutte le invenzioni, del cui sviluppo si gloria la nostra epoca].

Sicuramente è stato il più grande scienziato universale dell'Antichità, sintesi altissima di tutto il pensiero scientifico dei suoi tempi; in lui la distinzione fra scienziato puro e applicato non aveva senso e dimostra che l'attuale distinzione è soltanto frutto dei limiti personali, non è ontologica. Il purismo, tanto osannato nei nostri tempi, è soltanto una dichiarazione di sconfitta nel comprendere la complessità della natura attraverso quella sua rappresentazione che chiamiamo cultura e sapere. Il purista illude se stesso credendo di porsi su un piano gnoseologico superiore con il suo isolarsi, in realtà, nella sua ristretta cella di ignoranza delle complesse interconnessioni che la natura presenta in ogni sua manifestazione. Le distinzioni nette non esistono in natura: non esistono fenomeni soltanto fisici o chimici, così come non esiste nessun essere vivente che sia soltanto e totalmente maschio o femmina. La natura è contraddistinta dalla complessità, e questo Archimede l'aveva capito più e prima di ogni altro.

Il separare in senso divorzista il puro pensiero o astrazione dalla realtà fisica o dal concreto, che è uno dei vanti del purismo, è soltanto un atto di boria intellettualistica, che trova sempre inaspettate smentite. Potremmo, per esempio, ripetere con Bruno de Finetti che l'astratto non è altro che il "multiconcreto". Ma qualcuno potrebbe obiettare che è possibile sviluppare una costruzione

[29] R. Netz, W. Noel, *Op. cit.*, p. 37.

matematica come sistema ipotetico-deduttivo, partendo da ipotesi coerenti non validate da alcuna esperienza fisica: una "pura" costruzione del pensiero. Ma la stessa modalità del pensiero non necessariamente corrispondente a una realtà fisica è veramente tale? Le geometrie non euclidee, quando furono scoperte, erano considerate semplici esercizi di logica, non più che curiosità matematiche, perché si pensava che non trovassero una "validazione" nella realtà fisica. Dopo qualche anno, invece, si constatò che erano la geometria di livelli della realtà fisica diversi da quello della nostra esperienza ordinaria. E così chi può veramente dimostrare che in qualche parte dell'immenso Universo quelle astrazioni matematiche che non trovano rispondenza nel nostro Pianeta non siano, invece, la lettura matematica della realtà fisica di altri mondi? Parmenide sarebbe d'accordo: pensare è essere, come è possibile pensare qualcosa che non è? Non è forse un velato riconoscimento del pensiero parmenideo la famosa frase di Einstein sulla matematica pura:

> La matematica non smetterà mai di stupirmi: un prodotto della libera immaginazione umana che corrisponde esattamente alla realtà.

Ringraziamenti

L'autore ringrazia il prof. Pietro Nastasi per la revisione del testo e i suoi preziosi suggerimenti.