1961 г. Январь *Т. LXXIII, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФЛУКТУАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА

Ф. Г. Басс, С. Я. Брауде, Э. А. Канер, А. В. Мень

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Распространение радиоволн в реальной среде обычно сопровождается флуктуациями амплитуды, фазы и частоты, которые обусловлены пространственной неоднородностью среды и нестабильностью ее свойств во времени. Для электромагнитных волн непостоянство температуры, плотности и упругости водяных паров, связанное с турбулентными процессами, происходящими в тропосфере, проявляется через флуктуации диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon$. Эти флуктуации приводят к таким явлениям, как мерцание звезд, различного рода замирания и т. п., и связаны с рассеянием волн на неоднородностях.

Исследованием влияния флуктуаций на распространение волн в безграничной среде занимаются давно. Впервые на этот эффект обратил внимание Смолуховский. Эйнштейн рассчитал рассеяние на флуктуациях, а Рэлей объяснил с помощью этого голубой цвет неба. Указанным вопросам посвящено значительное число работ[1-14]. Во многих случаях, особенно при распространении электромагнитных волн в тропосфере, существенное влияние оказывает граница раздела (земная поверхность), наличие которой приводит к интерференционной, или, как говорят, «лепестковой» структуре поля излучения в пространстве,— за счет отражения волн от поверхности. Поэтому экспериментальные данные, полученные при наличии границы раздела, могут существенно отличаться от результатов расчета флуктуационных эффектов в свободном пространстве.

Как показывает более детальное рассмотрение этого вопроса, учет поверхности раздела приводит к качественно новым явлениям. Для иллюстрации укажем на два из них. Если границу раздела можно аппроксимировать хорошо отражающей плоскостью, у которой коэффициент Френеля близок к единице, то, как известно[15], регулярная составляющая поля за счет интерференции прямой и отраженной волн в некоторых точках пространства обращается в нуль (или будет очень малой). Кроме того, в начале первого интерференционного лепестка при малых углах скольжения тангенциальные компоненты поля убывают гораздо быстрее, чем в свободном пространстве, а именно: обратно пропорционально квадрату, а не первой степени расстояния (область применимости так называемой «квадратичной формулы» Введенского[15]).

В обоих случаях абсолютные флуктуации поля существенно не увеличиваются по сравнению со свободным пространством, тогда как относительные флуктуации должны, очевидно, резко возрастать.

Исследование флуктуаций электромагнитных волн над поверхностью раздела позволяет определить ряд важных характеристик среды, таких, как средний размер неоднородностей, среднеквадратичные флуктуации, функция корреляции диэлектрической проницаемости и т. п., а также выяснить влияние внешних факторов на эти характеристики.

Если флуктуации в безграничном пространстве изучены достаточно подробно[1-14] и по этому вопросу имеются две монографии[1,12], то влиянию поверхности раздела на флуктуации посвящено сравнительно немного работ, и в обзорной литературе этот вопрос не рассматривался.

В настоящем обзоре обсуждаются результаты теоретических и экспериментальных исследований флуктуаций амплитуд, фаз и других характеристик электромагнитных волн, которые распространяются над поверхностью раздела.

Первая (теоретическая) часть обзора посвящена рассмотрению флуктуаций над плоской границей раздела. Флуктуации в безграничной среде рассматриваются весьма кратко, причем основное внимание уделено тем аспектам проблемы, которые не получили достаточного освещения в литературе. Вторая часть содержит описание методики и результатов экспериментальных исследований флуктуаций.

В основном как теоретические, так и экспериментальные результаты относятся к случаю дальней зоны ($L\lambda \gg l^2$, L — длина трассы, λ — длина волны, l — характерный размер неоднородностей), когда влияние флуктуаций наиболее существенно. Если учесть, что в диапазоне сантиметровых волн, на которых проводились эксперименты, $\lambda \ll l$, то при характерных для тропосферы значениях параметров $|\delta\varepsilon| \sim 10^{-6}$, $l \sim 1 \div 10$ *м* и $\lambda \approx 10$ *см* дальняя зона соответствует дистанциям $L \gg 1000$ *м*. Заметим, что хотя всюду говорится об электромагнитных волнах, теоретические результаты в подавляющем большинстве случаев без изменений переносятся и на акустические волны.

I. ТЕОРИЯ

§ 1. Статистические характеристики электромагнитного поля

Полное статистическое описание случайного вектора дается функцией распределения его компонент. Если точка наблюдения удалена от излучателя на расстояние, много большее характерного радиуса корреляции l флуктуаций диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon$, то распределение электромагнитного поля является нормальным. Действительно, как показано ниже, случайные флуктуации электромагнитного поля являются линейным функционалом от $\delta\varepsilon$. Разбивая всю трассу, вдоль которой распространяется волна, на участки с размерами порядка радиуса корреляции, можно легко видеть, что флуктуации электромагнитного поля в точке наблюдения определяются суммой флуктуаций поля в каждом из участков. Так как число участков велико и флуктуации на каждом из них практически независимы, то поле в точке приема является суммой большого числа независимых случайных слагаемых, которая на основе центральной предельной теоремы теории вероятностей распределена нормально (см. *Прим. при корр.* на стр. 118).

Таким образом, функция распределения каждой из компонент поля $\mathscr{E}=\mathscr{E}_r+i\mathscr{E}_i$ ($\mathscr{E}_r$ и $\mathscr{E}_i$ — действительная и мнимая части $\mathscr{E}$) имеет вид

$$f(\mathscr{E}_r, \mathscr{E}_i)=A_0\exp\left[-\left(\frac{\xi_r}{a}\right)^2-\left(\frac{\xi_i}{b}\right)^2+2\frac{q\xi_r\xi_i}{ab}\right], \qquad (1,1)$$

где

$$\xi_r=\mathscr{E}_r-E_r,\quad \xi_i=\mathscr{E}_i-E_i,\quad E=\langle\mathscr{E}\rangle,$$
$$a^2=2(1-q^2)\langle\xi_r^2\rangle,\qquad b^2=2(1-q^2)\langle\xi_i^2\rangle, \qquad (1,2)$$
$$A_0=\frac{(1-q^2)^{1/2}}{\pi ab},\qquad q=\frac{\langle\xi_r\xi_i\rangle}{\pi ab}.$$

Косые скобки означают статистическое усреднение.

Таким образом, для полного статистического описания флуктуирующего электромагнитного поля необходимо знать средние и среднеквадратичные значения действительной и мнимой частей каждой компоненты полей, а также их автокорреляционную функцию $\langle\xi_r\,\xi_i\rangle$. Вопрос о нахождении этих величин будет рассмотрен ниже.

Из формулы (1,1) легко найти распределения фазы и модуля величины $\xi=\xi_r+i\xi_i$:

$$\left.\begin{aligned} f(\varphi)&=\frac{A_0}{2}\left(\frac{\cos^2\varphi}{a^2}+\frac{\sin^2\varphi}{b^2}-\frac{2q\sin\varphi\cos\varphi}{ab}\right)^{-1},\\ f(|\xi|)&=2\pi A_0\exp\left[-\frac{|\xi|^2}{2}(a^{-2}+b^{-2})\right]\times\\ &\times I_0\left(\frac{|\xi|^2}{2a^2b^2}[(a^2-b^2)^2+4q^2a^2b^2]^{1/2}\right),\end{aligned}\right\} \qquad (1,3)$$

где $\varphi=\arg\xi$, $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Формулы (1,3) подробно описаны в литературе (см., например, [16,17]). Зная функцию распределения (1,1), можно определить любые статистические характеристики флуктуирующего поля.

Рассмотрим два предельных случая. Первый из них отвечает тому, что квадрат среднего поля много больше среднего квадрата флуктуаций ($|E^2|\gg\langle|\xi^2|\rangle$), второй — случаю, когда средним полем можно пренебречь по сравнению с флуктуационным ($|E^2|\ll\langle|\xi^2|\rangle$).

В первом случае для статистических характеристик электромагнитного поля [18,19] имеем следующие формулы:

1. Средняя фаза $\langle\varphi\rangle$

$$\langle\varphi\rangle\equiv\left\langle\operatorname{arctg}\left(\frac{\mathscr{E}_i}{\mathscr{E}_r}\right)+\pi s(\mathscr{E}_r)\right\rangle=\varphi_0+(\langle\xi_r^2\rangle-\langle\xi_i^2\rangle)(\sin\varphi_0\cos\varphi_0+\cos2\varphi_0)|E^{-2}|, \quad (1,4)$$

где φ_0 — фаза среднего поля $E=|E|\exp i\varphi_0$, $s(x)=0$ $(x>0)$, $s(x)=1$ $(x<0)$, $\operatorname{arctg}x$ определен в интервале $(-\pi/2, \pi/2)$, а фаза — в интервале $(-\pi/2, 3\pi/2)$.

2. Среднеквадратичная флуктуация фазы $\langle\delta\varphi^2\rangle$:

$$\langle\delta\varphi^2\rangle = \langle(\varphi - \langle\varphi\rangle)^2\rangle = |E^{-2}|\,(\langle\xi_r^2\rangle \sin^2\varphi_0 + \langle\xi_i^2\rangle \cos^2\varphi_0 - \langle\xi_i\xi_r\rangle \sin 2\varphi_0). \quad (1,5)$$

3. Средняя амплитуда $\langle|\mathscr{E}|\rangle$:

$$\langle|\mathscr{E}|\rangle \equiv \langle(\mathscr{E}_r^2 + \mathscr{E}_i^2)^{1/2}\rangle = |E| + (\langle\xi_i^2\rangle\cos^2\varphi_0 + \langle\xi_i^2\rangle \sin^2\varphi_0 - \langle\xi_i\xi_r\rangle \sin 2\varphi_0\,(2|E|)^{-1}. \quad (1,6)$$

4. Средний квадрат флуктуаций амплитуды $\langle\delta A^2\rangle$:

$$\langle\delta A^2\rangle \equiv \langle(|\mathscr{E}| - \langle|\mathscr{E}|\rangle)^2\rangle = \langle\xi_r^2\rangle \cos^2\varphi_0 + \langle\xi_i^2\rangle \sin^2\varphi + \langle\xi_r\xi_i\rangle \sin 2\varphi_0. \quad (1,7)$$

5. Автокорреляция амплитуды и фазы $\left\langle\delta\varphi\frac{\delta A}{|E|}\right\rangle$:

$$\left\langle\delta\varphi\frac{\delta A}{|E|}\right\rangle \equiv \left\langle(\varphi - \langle\varphi\rangle)\frac{(|\mathscr{E}| - \langle|\mathscr{E}|\rangle)}{|E|}\right\rangle = \frac{(\langle\xi_i^2\rangle - \langle\xi_r^2\rangle)\sin 2\varphi_0}{2|E^2|} + \frac{\langle\xi_r\xi_i\rangle\cos 2\varphi_0}{E^2|}. \quad (1,8)$$

Так как при $\langle|\xi^2|\rangle \ll |E^2|$ $\delta\varphi$ и δA являются линейными функциями ξ_r и ξ_i, то они также распределены по нормальному закону. Формулы (1,4) — (1,8) были получены разложением соответствующих выражений в ряд по степеням $\xi_i/|E|$ и $\xi_r/|E|$. Весьма существенным является случай, когда $\langle\xi_r^2\rangle = \langle\xi_i^2\rangle = \frac{1}{2}\langle|\xi^2|\rangle$, а $\langle\xi_r\xi_i\rangle = 0$. При этом

$$\sigma = \langle\delta\varphi^2\rangle = \frac{\langle\delta A^2\rangle}{|E^2|} = \frac{\langle|\xi^2|\rangle}{2|L^2|}, \quad (1,9)$$

а автокорреляция между флуктуациями амплитуды и фазы равна нулю.

Во втором предельном случае имеет место неравенство $\langle|\xi^2|\rangle > |E^2|$. С целью упростить рассмотрение будем предполагать выполненными условия (1,9). Тогда фаза распределена равновероятно, а амплитуда — по закону Рэлея. Для статистических характеристик электромагнитного поля имеют место следующие соотношения:

$$\begin{gathered} f(\varphi) = (2\pi)^{-1},\ \langle\varphi\rangle = \frac{\pi}{2},\ \langle\delta\varphi^2\rangle = \frac{\pi^2}{3}, \\ f(|\xi|) = 2a^{-2}|\xi|\exp\left(-\frac{|\xi|^2}{a^2}\right),\ \langle|\xi|\rangle = \left(\frac{\pi}{8}\langle|\xi|^2\rangle\right)^{1/2}. \end{gathered} \quad (1.10)$$

Формулы (1,10) для $\langle\varphi\rangle$ и $\langle\delta\varphi^2\rangle$, очевидно, связаны с выбором интервала определения фазы $(-\pi/2,\ 3\pi/2)$.

Для характеристики относительного изменения амплитуды удобно использовать следующую величину:

$$\langle(\ln|\mathscr{E}| - \langle\ln|\mathscr{E}|\rangle)^2\rangle \approx \langle(\ln|\xi| - \langle\ln|\xi|\rangle)^2\rangle = \pi^2/24. \quad (1.11)$$

§ 2. Флуктуации электромагнитного поля в безграничном пространстве

Для решения поставленной задачи необходимо определить зависимость первых двух моментов от условий распространения (длины трассы, частоты и поляризации излучения и т. д.) и статистических характеристик диэлектрической проницаемости ε. Без ограничения общности можно считать среднее значение диэлектрической проницаемости ε равным единице:

$$\varepsilon = 1 + \delta\varepsilon. \quad (2,1)$$

где $\delta\varepsilon$ — флуктуация диэлектрической проницаемости. Корреляцию флуктуаций диэлектрической проницаемости будем предполагать однородной функцией, т. е. будем считать, что она имеет вид

$$\langle\delta\varepsilon(\mathbf{r}_1)\,\delta\varepsilon(\mathbf{r}_2)\rangle = \langle\delta\varepsilon^2\rangle\, W(|x_1 - x_2|,\ |y_1 - y_2|,\ |z_1 - z_2|). \qquad (2,2)$$

В силу статистической однородности среды $\langle\delta\varepsilon^2\rangle$ не зависит от координат, а коэффициент корреляции W зависит лишь от модулей разности компонент векторов $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ *).

В дальнейшем, как правило, вид функции корреляции не детализируется, ибо окончательные результаты от него зависят слабо.

Уравнения Максвелла, описывающие распространение электромагнитных волн от точечного источника в среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости, приводятся к виду

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathscr{E} - k^2(1 + \delta\varepsilon)\,\mathscr{E} = \mathbf{p}\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \qquad (2,3)$$

Зависимость от времени предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, $\mathbf{p} = 4\pi k^2\mathbf{d}$ ($\mathbf{d}$ — дипольный момент источника, $\mathbf{r}_0$ — радиус-вектор точки, в которой находится источник).

Флуктуации диэлектрической проницаемости в тропосфере малы, что позволяет для нахождения электромагнитного поля применить метод возмущений. Применение метода возмущений в его обычной форме, соответствующей борновскому приближению в задачах рассеяния, приводит к противоречию с законом сохранения энергии [8]. Чтобы избежать этого противоречия, приходится либо прибегать к перенормировке решения [8], либо вести расчет с учетом второго приближения в методе плавных возмущений [20]. Наиболее последовательным и наглядным путем можно получить соответствующие результаты, если использовать метод малых возмущений в форме, предложенной в работе [21].

Усредним уравнение (2,3) и усредненное уравнение вычтем из неусредненного. В результате для определения $\mathbf{E}$ и $\boldsymbol{\xi}$ получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E} - k^2(\mathbf{E} + \langle\delta\varepsilon\boldsymbol{\xi}\rangle) &= \mathbf{p}\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0),\\ \operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{\xi} - k^2\boldsymbol{\xi} &= k^2\,\mathbf{E}\,\delta\varepsilon. \end{aligned} \qquad (2,4)$$

При выводе второго уравнения системы были отброшены члены, квадратичные по $\delta\varepsilon$.

Решение второго уравнения системы (2,4) в свободном пространстве, как известно, имеет вид [21]

$$\xi_i(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{4\pi}\int d\mathbf{r}'\,\delta\varepsilon(\mathbf{r}')\left[\left(\delta_{ik} + \frac{1}{k^2}\frac{\partial^2}{\partial x_i'\,\partial x_k'}\right)\frac{\exp ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right]E_k(\mathbf{r}'). \qquad (2,5)$$

Подставляя (2,5) в (2,4), находим уравнение для среднего поля

$$\left[(\Delta + k^2)\,\delta_{ik} - \frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_k}\right]E_k(\mathbf{r}) + \frac{k^2\langle\delta\varepsilon^2\rangle}{4\pi}\int d\mathbf{r}'\,W(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\,E_k(\mathbf{r}')\times$$
$$\times\left[\left(\delta_{ik} + \frac{1}{k^2}\frac{\partial^2}{\partial x_i'\partial x_k'}\right)\frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right] = -p_i\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \qquad (2,6)$$

Это интегро-дифференциальное уравнение легко решается методом Фурье. Мы рассмотрим два предельных случая. Допустим сначала, что расстояния, на которых существенно изменяется электромагнитное поле, много больше характерного радиуса корреляции l. Другими словами, длина волны велика по сравнению с l (мелкомасштабные флуктуации). Тогда

---

*) Мы не будем рассматривать временной корреляции, связанной с движениями неоднородностей.

в уравнении (2,6) $E_k(\mathbf{r}')$ можно вынести за знак интеграла в точке $\mathbf{r}$, после чего уравнение (2,6) принимает вид [22]

$$\left(\Delta\delta_{ik}+k^2\varepsilon_{ik}-\frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_k}\right)E_k=-p_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0), \tag{2,7}$$

где

$$\varepsilon_{ik}=\delta_{ik}+\frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle}{4\pi}\int\frac{d\varrho}{\varrho}\,\frac{\partial^2 W(\varrho)}{\partial\varrho_i\,\partial\varrho_k}+$$
$$+\frac{ik^3\langle\delta\varepsilon^2\rangle}{4\pi}\left[\delta_{ik}\int d\varrho W(\varrho)-\frac{1}{6}\int d\varrho\varrho^2\,\frac{\partial^2 W(\varrho)}{\partial\varrho_i\,\partial\varrho_k}\right]. \tag{2,8}$$

Формула (2,8) для ε_{ik} получена в предположении, что $W(\varrho)$ зависит от всех трех компонент вектора ϱ. В одномерном случае, когда $W(\varrho)$ зависит лишь от одной координаты (например x),

$$\varepsilon_{xx}=1-\langle\delta\varepsilon^2\rangle,\qquad \varepsilon_{ik}=(1+ikl\langle\delta\varepsilon^2\rangle)\,\delta_{ik}, \tag{2,9}$$

причем i и k одновременно не равны x. Здесь $l=\int\limits_0^\infty dxW(x)$. Из (2,7) вытекает, что среднее электрическое поле в среде со случайными анизотропными однородными флуктуациями диэлектрической проницаемости описывается теми же уравнениями, что и в монокристалле, и, следовательно, в такой среде могут распространяться две волны с различными фазовыми скоростями [23].

Если $W(\varrho)$ зависит только от модуля ϱ, то оказывается [24], что

$$\varepsilon_{ik}=\left[1-\frac{1}{3}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\left(1-2ik^3\overline{l^3}\right)\right]\delta_{ik}, \tag{2,10}$$

где

$$\overline{l^3}=\int\limits_0^\infty d\varrho\varrho^2 W(\varrho).$$

В другом предельном случае, когда характерный радиус корреляции много больше расстояний, на которых существенно меняется электромагнитное поле (крупномасштабные флуктуации, $kl\gg 1$), уравнение (2,7), вообще говоря, не сводится к дифференциальному. Однако на достаточно больших расстояниях от излучателя волну во всей существенной области интегрирования в уравнении (2,6) можно рассматривать как плоскую, т. е. положить $\mathbf{E}(\mathbf{r}')=\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'))$. Для того чтобы такое приближение было законно, должно выполняться соотношение $kl^2\ll L$, где L — расстояние от излучателя до точки $\mathbf{r}$, которое по порядку величины совпадает с радиусом волнового фронта.

Ниже будет показано, что влияние флуктуаций на среднее поле сказывается только при больших L, и поэтому предположение о плоском волновом фронте не является существенным ограничением.

С учетом всего вышесказанного, при $kl\gg 1$ для среднего поля легко получить [24] следующее уравнение:

$$\left[\Delta+k^2\left(1+\frac{1}{2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\,ikl+\frac{1}{4}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\right)\right]\mathbf{E}=-\mathbf{p}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \tag{2,11}$$

Таким образом, влияние флуктуаций диэлектрической проницаемости на среднее поле учитывается с помощью введения комплексной эффективной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{\text{эфф}}=1+\frac{1}{2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\,ikl+\frac{1}{4}\langle\delta\varepsilon^2\rangle. \tag{2,12}$$

Действительная часть $\varepsilon_{эфф}-1$ описывает изменение фазовой скорости электромагнитных волн $(v_ф - c)/c = -\langle\delta\varepsilon^2\rangle/8$, а мнимая добавка в $\varepsilon_{эфф}$ связана с переходом энергии среднего поля в энергию флуктуационного поля за счет рассеяния на флуктуациях [24].

Перейдем к определению вторых моментов флуктуаций электрического поля. Мы ограничимся лишь случаем $kl \gg 1$. Если излучатель точечный, то среднее поле вдали от источника имеет в точке $\mathbf{R}$ вид

$$\mathbf{E}=\left(\frac{\mathbf{p}}{4\pi R}\right)\exp\left\{ik\left[1+\frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle}{4}\left(ikl+\frac{1}{2}\right)\right]R\right\}. \qquad (2,13)$$

Подставляя (2,12) в (2,5) и проведя усреднение, для $\langle|\xi^2|\rangle$ в точке $(L, 0, 0)$ получим

$$\langle|\xi^2|\rangle=\frac{p^2}{(4\pi L)^2}\left[1-\exp\left(-\frac{1}{2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll\right)\right]. \qquad (2,14)$$

С другой стороны, в той же точке для $|E^2|$ имеем

$$|E^2|=\frac{p^2}{(4\pi L)^2}\exp\left(-\frac{1}{2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2lL\right). \qquad (2,15)$$

Из (2,14) и (2,15) вытекает

$$\langle|\xi^2|\rangle+|E^2|=\frac{p^2}{(4\pi L)^2}. \qquad (2,16)$$

Это соотношение представляет собою закон сохранения энергии: сумма энергии флуктуационного поля и энергии среднего поля равна энергии поля в среде без флуктуаций.

Чтобы затухание играло существенную роль, показатель экспоненты в формуле (2,15) должен быть порядка единицы, что соответствует $k^2Ll \sim 1/\langle\delta\varepsilon^2\rangle \gg 1$. Таким образом, учет затухания среднего поля существен только на очень больших расстояниях $L \geqslant 1/(k^2l\langle\delta\varepsilon^2\rangle)$.

Если $\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll \ll 1$, то из (2,14) и (2,15) следует

$$\langle|\xi^2|\rangle\approx\frac{p^2\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2l}{2(4\pi)^2L}, \qquad |E^2|=\frac{p^2}{(4\pi L)^2}, \qquad (2,17)$$

откуда видно, что $\langle|\xi^2|\rangle \ll |E^2|$.

Подставляя (2,17) в (1,9), получаем обычные выражения для среднего квадрата флуктуаций амплитуды и фазы в дальней зоне (см., например, [3, 11]): при $\langle\delta\varepsilon^2\rangle\ k^2lL \gg 1$, $\langle|\xi^2|\rangle \approx \frac{p^2}{(4\pi L)^2} \gg |E^2|$. Как было указано в § 1, фаза флуктуационного поля при таком соотношении между средним и флуктуационным полем распределена равновероятно.

Ввиду малости $\langle\delta\varepsilon^2\rangle$ в тропосфере ($\langle\delta\varepsilon^2\rangle \sim 10^{-12}$) последний случай может реализоваться только для весьма коротких электромагнитных волн.

§ 3. Влияние поверхности раздела на флуктуации электромагнитного поля (качественное рассмотрение)

Прежде чем перейти к строгому решению задачи о влиянии поверхности раздела на флуктуации электромагнитных волн, представляется целесообразным выяснить основные физические явления, которые связаны со спецификой данной проблемы. Оказывается, что для ряда практически важных случаев необходимые результаты могут быть получены при использовании приближенного метода, в котором результирующее поле представляется в виде суммы прямой и отраженной от поверхности раздела волн. Используя эту методику, можно, в соответствии с результатами работ [25, 26], найти связь между флуктуациями фазы $\delta\varphi$ и относительной амплитуды $\delta A/|E|$ суммарного поля и отдельных компонент $\delta\varphi_1$ и $\delta A_1/|E_1|$. Эта связь такова:

$$\left\langle \frac{\delta A^2}{|E^2|} \right\rangle = \frac{1}{2}\langle\delta\varphi_1^2\rangle \,\mathrm{ctg}^2\frac{\alpha_\pm}{2}(1-W_\varphi)+\frac{1}{2}\left\langle\frac{\delta A_1^2}{|E_1^2|}\right\rangle(1+W_A),$$
$$\langle\delta\varphi^2\rangle=\frac{1}{2}\langle\delta\varphi_1^2\rangle(1+W_\varphi)+\frac{1}{2}\left\langle\frac{\delta A_1^2}{|E_1^2|}\right\rangle\frac{1}{2}\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha_\pm(1-W_A). \tag{3,1}$$

Здесь W_φ, W_A — коэффициенты корреляции между флуктуациями фаз и амплитуд компонент, $\alpha_- = \gamma$, $\alpha_+ = \pi + \gamma$, $\gamma \simeq 2khh_0/L$ — угол пространственного запаздывания между интерферирующими компонентами, знак плюс означает нормальную, а знак минус — тангенциальную компоненты поля соответственно, h, h_0 — высоты корреспондирующих пунктов.

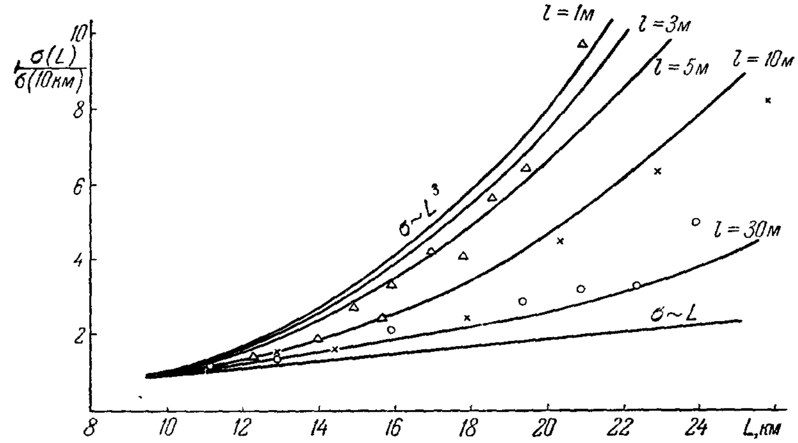


Рис. 1. Зависимость интенсивности флуктуаций от дальности; $\sigma(L)$ нормирована к ее значению при $L = 10$ км.
$h_0 = 10$ м, $h = 4$ м, $\lambda = 10$ см. ○, ×, △—экспериментальные измерения.

Соотношения (3,1) по аналогии с формулами для среднего поля [15] можно назвать «отражательными» формулами для флуктуаций.

Как следует из выражения (3,1) вблизи интерференционных минимумов, где $\alpha \approx 2\pi n$, $\langle\delta A^2\rangle/|E^2|$ и $\langle\delta\varphi^2\rangle$ стремятся к бесконечности, в то время как фактически в этих точках, как будет показано (см. § 4), это возрастание ограничено конечными пределами.

Для рассмотрения качественной картины в первом приближении можно полагать, что флуктуации амплитуд и фаз отдельных компонент поля мало искажаются при наличии поверхности раздела. Проиллюстрируем результат в частном случае. Пусть функция корреляции пульсаций диэлектрической проницаемости имеет вид:

$$\langle\delta\varepsilon_1\delta\varepsilon_2\rangle=\langle\delta\varepsilon^2\rangle\exp\left(-\frac{\varrho^2}{l^2}\right), \tag{3,2}$$

где ϱ — расстояние между точками пространства. Для дальней зоны [3, 5, 9]

$$W_\varphi = W_A = \frac{\pi^{1/2}l}{2z}\,\mathrm{erf}\left(\frac{z}{l}\right), \tag{3,3}$$

$$\langle\delta\varphi_1^2\rangle=\frac{\langle\delta A_1^2\rangle}{|E_1^2|}=\frac{1}{2}\pi^{5/2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\frac{lL}{\lambda^2}, \tag{3,4}$$

где

$$\operatorname{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-x^2)\,dx,\quad z=\frac{2hh_0}{h+h_0}\left(1+\left(\frac{h-h_0}{L}\right)^2\right)^{-1/2}.$$

Подставляя (3,3) и (3,4) в (3,1), получаем

$$\left\langle\frac{\delta A^2}{|E^2|}\right\rangle=\langle\delta\varphi^2\rangle=\frac{1}{4}\pi^{5/2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\frac{lL}{\lambda^2}\left\{\left[1-\frac{\pi^{1/2}l}{2z}\operatorname{erf}\left(\frac{z}{l}\right)\right]\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha_\pm}{2}+\right.$$
$$\left.+\left[1+\frac{\pi^{1/2}l}{2z}\operatorname{erf}\left(\frac{z}{l}\right)\right]\right\}. \quad (3,5)$$

В области малых углов, где для среднего поля справедлива квадратичная

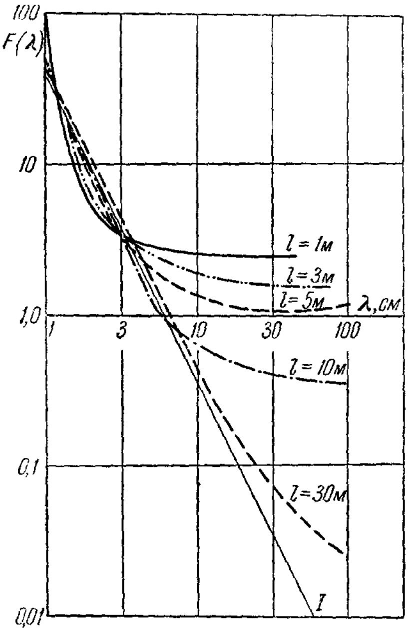


Рис. 2. Зависимость интенсивности флуктуаций от длины волны.
$L=30$ км, $h_0=40$ м, $h=5$ м,
$F(\lambda)=\frac{\sigma}{\langle\delta\varepsilon^2\rangle\, l}\cdot 4\cdot 10^{-12}$ град²/м.

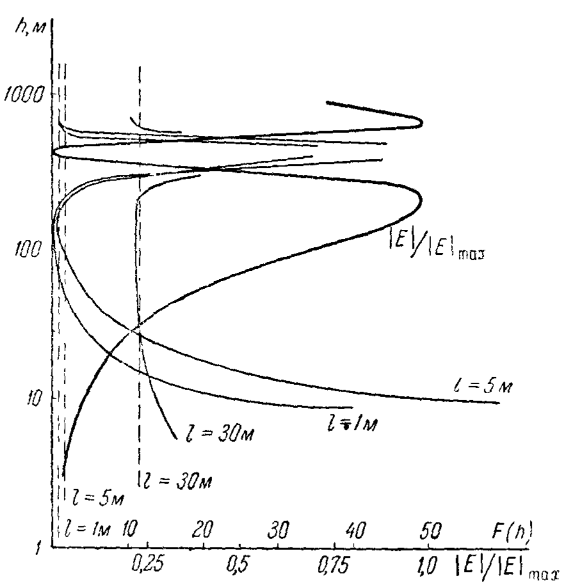


Рис. 3. Высотная зависимость флуктуаций.
$L=30$ км, $h=5$ м, $\lambda=10$ см,
$F(h_0)=\frac{\sigma}{\langle\delta\varepsilon^2\rangle}\cdot 4\cdot 10^{-12}$ град².

формула Введенского, (3,5) можно упростить. Полагая $\operatorname{ctg}\frac{\alpha_\pm}{2}\approx\frac{2}{\alpha_\pm}$ и

$$\left[1-\frac{\pi^{1/2}}{2}\frac{l}{z}\operatorname{erf}\left(\frac{z}{l}\right)\right]\left(\frac{Ll}{2\pi hh_0}\right)^2\gg\left[1+\frac{\pi^{1/2}}{2}\frac{l}{z}\operatorname{erf}\left(\frac{z}{l}\right)\right],$$

получаем

$$\left\langle\frac{\delta A^2}{|E^2|}\right\rangle=\langle\delta\varphi^2\rangle\approx\frac{\pi^{1/2}}{16}\langle\delta\varepsilon^2\rangle\frac{lL^3}{h^2h_0^2}\left[1-\frac{\pi^{1/2}}{2}\frac{l}{z}\operatorname{erf}\left(\frac{z}{l}\right)\right]. \quad (3,6)$$

Для иллюстрации полученных соотношений на рис. 1 приведены расчетные зависимости для $F(L)$, на рис. 2 – для $F(\lambda)$ и на рис. 3 – для $F(h_0)$:

$$F(L)=\frac{\langle\delta\varphi^2(L)\rangle}{\langle\delta\varphi^2(10\,км)\rangle},\quad F(\lambda)=\frac{\langle\delta\varphi^2(\lambda)\rangle}{\langle\delta\varepsilon^2\rangle\, l}\cdot 4\cdot 10^{-12}$$

и

$$F(h_0) = \frac{\langle \delta\varphi^2 (h_0) \rangle}{\langle \delta\varepsilon^2 \rangle} \cdot 4 \cdot 10^{-12}.$$

Как следует из (3,5) и (3,6), в зависимости от корреляции флуктуаций прямой и отраженной волн в начале первого интерференционного лепестка среднего поля возрастание интенсивности флуктуаций при увеличении расстояния происходит по закону L^x, где $1 \leqslant x \leqslant 3$ (см. рис. 1, на котором точками показаны экспериментальные данные, полученные в опытах, описанных ниже). Наличие поверхности раздела приводит к существенному ослаблению частотной зависимости флуктуаций (см. рис. 2), по сравнению со свободным пространством, где $F(\lambda) \sim \lambda^{-2}$. Весьма характерной является и высотная зависимость (см. рис. 3). Ниже максимума первого лепестка, при небольших значениях параметра l, $F(h) \sim h^{-2}$, а при больших l — высотная зависимость практически отсутствует. Таким образом, из качественного рассмотрения вытекает, что наличие гладкой поверхности раздела может привести к существенному изменению флуктуаций по сравнению со случаем свободного пространства. Хотя, в основном, приведенное выше рассмотрение и позволяет представить себе физическую картину процессов, связанных с влиянием поверхности раздела на флуктуации, тем не менее ряд важных вопросов, таких, например, как величины флуктуаций в минимумах среднего поля, высотная зависимость при произвольных высотах h и h_0 и т. п. могут быть решены лишь в рамках строгой теории, рассмотрению которой посвящены следующие параграфы.

§ 4. Флуктуационное и среднее поля над поверхностью раздела

При наличии поверхности раздела уравнения Максвелла (2,4) необходимо дополнить граничными условиями для компонент среднего и флуктуационного полей. Будем рассматривать плоскую границу раздела. Система координат выбрана так, чтобы ось Oz совпадала с внешней нормалью к поверхности $z=0$ и проходила через точку $\mathbf{r}_0$ с координатами $(0, 0, h_0)$, в которой расположен излучатель (h_0 — высота подъема его над поверхностью). Ось Ox выбираем вдоль проекции луча, соединяющего точку наблюдения $\mathbf{R}(L, 0, h)$ с точкой $\mathbf{r}_0$, на плоскость раздела.

Будем считать, что граница раздела обладает бесконечной проводимостью. (Об учете конечной проводимости будет сказано ниже). В соответствии с этим на поверхности выполняются следующие граничные условия:

$$(\mathbf{E}_-)_0 = (\xi_-)_0 = \left(\frac{\partial E_+}{\partial z}\right)_0 = \left(\frac{\partial \xi_+}{\partial z}\right)_0 = 0. \qquad (4,1)$$

Знаки минус и плюс, как и в § 3, соответствуют тангенциальным и нормальным компонентам. Индекс нуль означает, что соответствующие величины берутся при $z=0$.

Решение уравнений (2,4) для случайной составляющей легко написать в явном виде, если воспользоваться известными выражениями для функции Грина оператора $\Delta + k^2$ с граничными условиями (4,1).

Это решение имеет вид [27]

$$\xi_\pm(\mathbf{R}) = k^2 \int\limits_{z' \geqslant 0} d\mathbf{r}' \varphi_\pm(\mathbf{R}, \mathbf{r}')\, \mathbf{E}_\pm(\mathbf{r})\, \delta\varepsilon(\mathbf{r}'), \qquad (4,2)$$

где

$$\varphi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varphi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \pm \varphi(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}'|), \qquad \varphi(\varrho) = \frac{\exp ik\varrho}{4\pi\varrho}. \tag{4,3}$$

Точка $\mathbf{r}_1$ есть зеркальное отражение точки $\mathbf{r}$ в плоскости $z=0$. Интегрирование в (4,2) проводится по полупространству $z' \geqslant 0$ над поверхностью раздела. При известном среднем поле $\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r})$ выражение (4,2) дает решение для $\xi_{\pm}(\mathbf{R})$, с помощью которого можно найти все интересующие среднеквадратичные величины. Для определения $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ после подстановки (4,2) в первое из уравнений (2,4) получаем интегро-дифференциальное уравнение, аналогичное (2,6):

$$(\Delta + k^2)\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}) + k^4\langle\delta\varepsilon^2\rangle \int\limits_{z'\geqslant 0} d\mathbf{r}'\varphi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}')W(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \\ = -\mathbf{p}_{\pm}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \tag{4,4}$$

Интегральный член в (4,4), так же как и в (2,6), определяет затухание среднего поля за счет перехода энергии среднего сигнала во флуктуации.

Все дальнейшее рассмотрение проведено при условии $kl \gg 1$ (крупномасштабные флуктуации). В этом случае можно не учитывать малых поправок, связанных с членами $\frac{\partial}{\partial x_i}\operatorname{div}\mathbf{E}$ в (2,6). Как показывают точные оценки, относительный порядок отбрасываемых членов $(kl)^{-1} \ll 1$.

Поскольку затухание мало и играет роль лишь на достаточно больших расстояниях от источника, заменим интегральный член в (4,4) его асимптотическим выражением при больших r. (На малых расстояниях вид этого члена несуществен, так как им вообще можно пренебречь.) Можно показать, что при достаточно большом L, когда $D = 2L/kl^2 \gg 1$, верна асимптотическая формула

$$\int\limits_{z'>0} d\mathbf{r}'\varphi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')W(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\mathbf{E}(\mathbf{r}') = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}'\varphi(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)W(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\mathbf{E}(\mathbf{r}')\times \\ \times(1+O(1/D)). \tag{4,5}$$

Перейдем от интегро-дифференциального уравнения (4,4) к интегральному уравнению для $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, воспользовавшись соответствующей функцией Грина

$$\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}_{\pm}\varphi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + k^4\langle\delta\varepsilon^2\rangle \int\limits_{z'>0} d\mathbf{r}'\varphi_{\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \int\limits_{z''>0} d\mathbf{r}''\varphi_{\pm}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')\times \\ \times W(\mathbf{r}''-\mathbf{r}')\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}''). \tag{4,6}$$

Решение уравнения (4,6) обычным методом итераций, соответствующим борновскому приближению, как показано в § 2, пригодно лишь при $\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll \ll 1$, т. е. ограничено со стороны больших L.

Сделаем замену $\mathbf{r}'' = \mathbf{r}' + \boldsymbol{\varrho}$ в интеграле

$$\int d\mathbf{r}''\varphi_{\pm}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')W(\mathbf{r}''-\mathbf{r}')\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}'') = \\ = \int d\mathbf{r}' W(\varrho)\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r}'+\boldsymbol{\varrho})[\varphi(\varrho) \pm \varphi(|2z'\mathbf{e}+\boldsymbol{\varrho}|)], \tag{4,7}$$

где $\mathbf{e}$ — единичный вектор в направлении Oz.

Оценка интеграла по $\mathbf{r}'$ в (4,6) с помощью метода стационарной фазы показывает, что основной вклад при больших r вносит область значений $|z-z'| \leqslant (L/k)^{1/2}$. Поэтому с точностью порядка $W(\sqrt{L/k}) \ll 1$ при $D > 1$ нижний предел в (4,7) можно заменить на $-\infty$, а вторым членом пренебречь (с точностью, во всяком случае не меньшей, чем

$O(1/\sqrt{D})$ *). Следовательно, на больших расстояниях уравнение (4,4) приобретает вид

$$(\Delta+k^2)\,\mathbf{E}(\mathbf{r})+k^4\langle\delta\varepsilon^2\rangle\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\varrho\,W(\varrho)\,\varphi(\varrho)\,\mathbf{E}(\mathbf{r}+\varrho)=-\mathbf{p}_\pm\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \quad (4,8)$$

В дальнейшем нас всюду будет интересовать случай, когда высоты излучателя h_0 и точки наблюдения h над поверхностью раздела малы по сравнению с расстоянием между ними. В этом случае среднее поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}+\varrho)$ можно представить в виде $\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{k}\varrho)$, где вектор $\mathbf{k}$ по направлению совпадает с $\mathbf{r}-\mathbf{r}_0$. Таким образом, для нахождения среднего поля над идеально проводящей плоскостью достаточно заменить постоянную распространения k эффективной величиной $\varkappa$:

$$\mathbf{E}_\pm(\mathbf{r})=\mathbf{p}_\pm\varphi_\pm^{(\varkappa)}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0), \quad (4,9)$$

где $\varkappa$ определяется выражением

$$\varkappa=k+\frac{1}{2}k^3\langle\delta\varepsilon^2\rangle\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\varrho\,\varphi(\varrho)\,W(\varrho)\exp(i\mathbf{k}\varrho). \quad (4,10)$$

Заметим [18], что в том случае, когда коэффициент корреляции $W(\varrho)$ зависит лишь от $|\varrho|$, мы приходим к той же формуле (4,10) для $\varkappa$, но без ограничений на высоты h, $h_0\ll L$.

Уравнение (4,10) можно записать для эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{эфф}=\varkappa^2/k^2$:

$$\varepsilon_{эфф}=1+\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2(4\pi)^{-1}\int d\Omega_n\int\limits_0^{\infty}d\varrho\varrho W(\varrho\mathbf{n})\exp[ik\varrho(1-\mathbf{n}\mathbf{n}_0)], \quad (4,11)$$

где $\mathbf{n}$, $\mathbf{n}_0$ — орты в направлении ϱ и $\mathbf{k}$. В рассматриваемом случае крупномасштабных флуктуаций величину $k\varrho$ можно считать большой ($\varrho\sim l$). С помощью метода стационарной фазы легко убедиться в том, что основной вклад в интеграл по углам дают направления, для которых $\mathbf{n}\mathbf{n}_0\cong 1$, т. е. $\mathbf{n}\cong\mathbf{n}_0$. Произведя элементарное интегрирование, получим

$$\varepsilon_{эфф}-1=\frac{1}{2}ik\langle\delta\varepsilon^2\rangle\int\limits_0^{\infty}d\varrho\,W(\varrho\mathbf{n}_0)=\frac{1}{2}ik\langle\delta\varepsilon^2\rangle l. \quad (4,12)$$

Коэффициент затухания поля α при наличии границы раздела в случае крупномасштабных флуктуаций, очевидно, совпадает с таковым для свободного пространства (ср. с (2,12)):

$$\alpha=\operatorname{Im}\varkappa=k\operatorname{Im}\varepsilon_{эфф}^{1/2}=\frac{1}{4}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2 l, \quad (4,13)$$

где эффективный радиус корреляции равен $l=\int\limits_0^{\infty}W(\xi,0,0)\,d\xi$, поскольку $\mathbf{n}_0=(1,0,0)$.

---

*) Как показывают более точные оценки, относительная погрешность, связанная с пренебрежением этим слагаемым, гораздо меньше, а именно: порядка $D^{-1/2}\exp(-k^2l^2/2)$ при $W(\varrho)=\exp(-\varrho^2/l^2)$.

§ 5. Флуктуации амплитуды и фазы в дальней зоне[18, 19]

Наиболее интересно исследовать флуктуации в дальней зоне, когда выполнены следующие использованные выше неравенства:

$$\lambdabar \ll l \ll (\lambdabar L)^{1/2}\,{}^{*)} \quad \left(\lambdabar = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{c}{\omega} = \frac{1}{k}\right). \tag{5,1}$$

Как обычно, будем считать высоты h и h_0 малыми по сравнению с L. При вычислениях воспользуемся тем обстоятельством[19], что в дальней зоне ($l \ll (\lambdabar L)^{1/2}$) флуктуации относительной амплитуды и фазы с относительной точностью порядка $\ln(D/D) \ll 1$ ($D = 2L/kl^2 \gg 1$) равны между собой и определяются формулой (1,9).

Подставляя (4,9) в (4,2), получаем для $\langle |\xi^2| \rangle$:

$$\langle |\xi_\pm^2(\mathbf{R})| \rangle = \langle \delta\varepsilon^2 \rangle k^4 p_\pm^2 \iint\limits_{z', z'' \geq 0} d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''\, \varphi_\pm(\mathbf{R}, \mathbf{r}')\, \varphi_\pm^{(\varkappa)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \times$$
$$\times \varphi_\pm^*(\mathbf{R}, \mathbf{r}'')\, \varphi_\pm^{(\varkappa)*}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}_0)\, W(\mathbf{r}' - \mathbf{r}''), \tag{5,2}$$

где звездочка означает комплексное сопряжение. Используя неравенства (5,1), можно вычислить интегралы (5,2):

$$\langle |\xi_\pm^2(\mathbf{R})| \rangle = \langle \delta\varepsilon^2 \rangle \left(\frac{p_\pm k}{4\pi}\right)^2 L^{-1} \int_0^\infty d\xi \int_0^1 dt \exp(-2\alpha L t) \times$$
$$\times \left\{ W(\xi, 0, 0) + \frac{1}{2} W[\xi, 0, 2ht + 2h_0(1-t)] + \frac{1}{2} W[\xi, 0, |2ht - 2h_0(1-t)|] \pm \right.$$
$$\left. \pm \cos\frac{2khh_0}{L} [W(\xi, 0, 2ht) + W(\xi, 0, 2h_0(1-t))] \right\}, \tag{5,3}$$

где

$$\alpha = \frac{1}{4} k^2 l \langle \delta\varepsilon^2 \rangle.$$

Квадрат среднего поля при этих же предположениях имеет вид

$$|E_\pm^2| = \frac{2 p_\pm^2}{(4\pi L)^2} \exp(-2\alpha L) [1 \pm (\cos 2khh_0/L)]. \tag{5.4}$$

Рассмотрим различные предельные случаи.

На очень больших расстояниях, когда величина $\alpha L \gg 1$:

$$\langle |\xi_\pm^2(\mathbf{R})| \rangle \cong \frac{2|p_\pm^2|}{(4\pi L)^2 l} \left(1 \pm \cos\frac{2khh_0}{L}\right) \int_0^\infty d\xi \{W(\xi, 0, 0) + W(\xi, 0, 2h_0)\}, \tag{5,5}$$

$$\frac{\langle |\xi_\pm^2| \rangle}{|E^2|} = \left[1 + (l)^{-1} \int_0^\infty d\xi\, W(\xi, 0, 2h_0)\right] \exp(2\alpha L) \gg 1. \tag{5,6}$$

Как видно из (5,6), флуктуационная часть поля значительно больше регулярной составляющей, и, следовательно, $\langle \delta\varphi^2 \rangle = \pi^2/3$, а

$$\langle (\ln|\mathscr{E}| - \langle \ln|\mathscr{E}| \rangle)^2 \rangle = \frac{\pi^2}{24} \quad (\text{см. } (1,10)).$$

Следует заметить, что отношение $\langle |\xi^2| \rangle / |E^2|$ при наличии поверхности раздела не равно, вообще говоря, отношению потоков энергии

---

*) Смысл последнего неравенства состоит в том, что размер первой зоны Френеля $(\lambda L)^{1/2}$ должен быть велик по сравнению со средними размерами неоднородной.

рассеянного и среднего полей — в отличие от случая безграничного пространства, — поскольку суммарное поле представляет суперпозицию прямой и отраженной волн.

Рассмотрим случай, когда затухание не играет роли. В дальней зоне вдали от нулей среднего поля, согласно (1,9):

$$\sigma_{\pm}=\langle\delta\varphi^2\rangle=\frac{\langle\delta A^2\rangle}{|E^2|}=\frac{\langle|\xi_{\pm}|^2\rangle}{2|E^2|}=$$
$$=\frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2L}{4(1\pm\cos(2khh_0/L))}\int\limits_0^\infty d\xi\int\limits_0^1 dt\left\{W(\xi,0,0)+\frac{1}{2}W[\xi,0,2ht+2h_0(1-t)]+\right.$$
$$+\frac{1}{2}W[\xi,0,|2ht-2h_0(1-t)|]\pm\cos\frac{2khh_0}{L}[W(\xi,0,2ht)+$$
$$\left.+W(\xi,0,2h_0(1-t))]\right\}. \quad (5,7)$$

В дальнейшем, чтобы упростить запись формул, мы будем предполагать, что $W(x, y, z)=W(x)W(y)W(z)$, причем $W(0)=1$. Рассмотрим некоторые частные случаи.

На краю первого интерференционного минимума, где $\left(\frac{2khh_0}{L}\right)^2\ll 1$,

$$\sigma_-=\frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle L^3l}{8(hh_0)^2}\left\{1+\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dt\,[W(2ht+2h_0(1-t))+\right.$$
$$\left.+W(|2ht-2h_0(1-t)|)-2(1-2k^2h^2h_0^2L^{-2})(W(2ht)+W(2h_0t))]\right\}, \quad (5,8)$$

$$\sigma_+=\frac{1}{8}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll\left\{1+\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dt\,[W(2ht+2h_0(1-t))+\right.$$
$$\left.+W(|2ht-2h_0(1-t)|)+2W(2ht)+2W(2h_0t)]\right\}. \quad (5,9)$$

Формулы (5,8) и (5,9) показывают, что флуктуации в горизонтальной поляризованной волне не зависят от частоты и растут пропорционально кубу расстояния, тогда как в вертикально поляризованной волне интенсивность флуктуаций пропорциональна ω^2L.

В случае относительно больших высот (h, $h_0\gg l_z$, l_z — радиус корреляции по нормали к поверхности раздела)

$$\sigma_-=\frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle L^3l}{8(hh_0)^2},\quad \sigma_+=\frac{1}{8}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll,\quad \frac{\sigma_+}{\sigma_-}=\left(\frac{khh_0}{L}\right)^2\ll 1. \quad (5,10)$$

На малых высотах (h, $h_0\ll l_z$)

$$\sigma_-=\langle\delta\varepsilon^2\rangle\frac{L^3l}{60l_z^4}W^{\mathrm{IV}}(0),\quad \sigma_+=\frac{1}{2}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll, \quad (5,11)$$

где $W^{\mathrm{IV}}(0)=\left.\frac{d^4W(\zeta)}{d\zeta^4}\right|_{z=0}$ и предположено, что $W(z)$ есть четная функция $\zeta=\frac{z}{l_z}$; $W(\zeta)=W\left(\frac{z}{l_z}\right)$.

Когда одна из высот h, h_0 много больше, а другая — много меньше l_z:

$$\sigma_-=\frac{1}{4}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll\left\{1+\frac{1}{3}\left(\frac{L}{kh_{\max}l_z}\right)^2W''_\zeta(0)\right\}, \quad (5,12)$$
$$\sigma_+=\frac{1}{4}\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2Ll,$$

где $h_{\max}$ равно наибольшей из величин h, h_0.

Можно рассмотреть также и другие предельные случаи[19] общей формулы (5,7).

Сравнивая результаты приближенной и строгой теории, следует отметить, что в том случае, когда хотя бы одна из высот h или $h_0 \gg l_z$, вполне допустимо пренебречь влиянием границы раздела на функции корреляции W_φ и W_A, т. е. считать их такими же, как и в свободном пространстве (см. § 1). При этом результаты точного и приближенного расчетов в первом приближении совпадают, и для вычислений, связанных с инженерной практикой, можно пользоваться формулами и кривыми, приведенными в § 3, используя для значений флуктуаций в минимумах поля выражения, приведенные в точной теории (формулы (1,10) и (1,11)). На малых высотах (h, $h_0 \ll l_z$), а также в следующих приближениях поверхность оказывает существенное влияние на вид функций W_φ и W_A, и необходимо использовать формулы точной теории.

Как уже отмечалось выше, возрастание флуктуаций вблизи минимумов регулярного поля связано с интерференционной структурой электромагнитного поля в пространстве над поверхностью раздела. Интерференционные эффекты выражены наиболее отчетливо, когда амплитуды прямой и отраженной волн одинаковы. Если модуль F коэффициента отражения $F\exp(i\psi)$ отличен от единицы, интерференционные явления не приводят к столь сильному росту флуктуаций. В предельном случае малых F можно использовать формулы, полученные для безграничного пространства.

В случае конечной, но достаточно большой проводимости границы раздела различие в интенсивностях флуктуаций для горизонтальной и вертикальной поляризаций должно отсутствовать. Это связано с тем, что фаза ψ коэффициента отражения резко изменяется от 0 до π с уменьшением угла места, тогда как амплитуда F остается близкой к единице. Поэтому регулярная составляющая вертикально поляризованного поля убывает как L^{-2}, а не L^{-1}, как в случае бесконечной проводимости («лепесток приподнимается»), и флуктуации вертикальной компоненты описываются теми же соотношениями, что и при горизонтальной поляризации. Наконец, в промежуточной области значений F флуктуации должны возрастать с расстоянием быстрее чем L, но медленнее чем L^3.

Заметим, что, как указывалось выше, эффект резкого возрастания относительных флуктуаций вблизи интерференционных минимумов и на больших расстояниях связан не с резким увеличением абсолютных флуктуаций поля, а с уменьшением регулярной компоненты. С этой точки зрения следует ожидать, что при учете кривизны поверхности раздела (например, сферичности Земли) вне зоны прямой видимости, где регулярное поле экспоненциально падает с расстоянием, относительные флуктуации должны, по-видимому, нарастать по экспоненциальному закону. Весьма желательно проведение детального исследования этого вопроса.

§ 6. Корреляция флуктуаций над поверхностью раздела[28]

Наряду с флуктуациями амплитуды и фазы в одной точке, важными статистическими характеристиками являются корреляционные соотношения флуктуаций фаз и амплитуд в двух различных точках пространства. Вопрос о корреляции флуктуаций в случае безграничного пространства исследован во многих работах (например,[4, 5, 6, 9, 10, 11, 13]). Поэтому мы остановимся лишь на особенностях данной задачи, которые связаны с наличием поверхности раздела[28].

Можно показать, что в области, где флуктуационная часть поля мала по сравнению с регулярной составляющей:

$$K_\varphi \equiv \langle \delta\varphi_1 \, \delta\varphi_2 \rangle = \frac{\langle (\xi_{i1} E_{r1} - \xi_{r1} E_{i1})(\xi_{i2} E_{r2} - \xi_{r2} E_{i2}) \rangle}{|E_1 E_2|}, \tag{6,1}$$

$$K_A = \frac{\langle \delta A_1 \delta A_2 \rangle}{|E_1 E_2|} = \frac{\langle (\xi_{r1} E_{r1} + \xi_{i1} E_{i1})(\xi_{r2} E_{r2} + \xi_{i2} E_{i2}) \rangle}{|E_1 E_2|}. \tag{6,2}$$

Индексы 1 и 2 означают две различные точки пространства. Можно также определить и смешанную амплитудно-фазовую корреляцию; в случае дальней зоны ($D = 2L/kl^2 \gg 1$) эта корреляционная функция мала и не будет здесь рассматриваться.

Так же, как и для флуктуаций амплитуд и фаз, в дальней зоне функции K_φ и K_A равны, поскольку реальная и мнимая части $\langle \xi_1 \xi_2 \rangle = \langle \xi_{21} \xi_{r2} - \xi_{i1} \xi_{i2} \rangle + i \langle \xi_{i1} \xi_{r2} + \xi_{r1} \xi_{i2} \rangle$ малы по сравнению с $|\operatorname{Re} \langle \xi_1 \xi_2^* \rangle|$ и $|\operatorname{Im} \langle \xi_1 \xi_2^* \rangle|$ в отношении $\ln D/D$. Учитывая это обстоятельство, находим:

$$K = K_\varphi = K_A = \frac{1}{2|E_1 E_2|} \operatorname{Re} \{ \xi_1 \xi_2^* \exp [i(\varphi_2 - \varphi_1)] \}, \tag{6,3}$$

где $\varphi_2 - \varphi_1$ — разность фаз регулярных составляющих в точках $\mathbf{R}_2$ и $\mathbf{R}_1$.

С помощью формулы (4,2) для ξ можно вычислить $\langle \xi_1 \xi_2^* \rangle$ и затем найти корреляционную функцию K. При этом пренебрежем затуханием среднего поля, поскольку в дальнейшем рассматриваются лишь малые флуктуации амплитуды и фазы. Приведем результаты расчета для двух случаев: а) поперечная корреляция и б) продольная корреляция.

а) В первом случае точки $\mathbf{R}_1\left(L, -\frac{d}{2}, h - \frac{b}{2}\right)$ и $\mathbf{R}_2\left(L, \frac{d}{2}, h + \frac{b}{2}\right)$ лежат в плоскости $x = L$.

Полагая, как и ранее, $W(x, y, z) = W(x) W(y) W(z)$, получим следующий результат вычислений поперечной корреляции.

$$K_\pm = \frac{\langle \delta\varepsilon^2 \rangle k^2 L l}{4 [\cos (kh_0 b/L) \pm \cos (2khh_0/L)]} \int_0^1 dt \, W(td) \left\{ \cos \frac{kh_0 b}{L} \times \right.$$
$$\times \left[W(bt) + \frac{1}{2} W(2ht + 2h_0(1-t)) + \frac{1}{2} W(|2ht - 2h_0(1-t)|) \right] \pm$$
$$\left. \pm \cos \frac{2khh_0}{L} \left[W(2ht) + \frac{1}{2} W(2h_0(1-t) + bt) + \frac{1}{2} W(|2h_0(1-t) - bt|) \right] \right\}. \tag{6,4}$$

Эта общая формула справедлива при тех же предположениях, что и формулы предыдущего раздела ($\lambda \ll l \ll (\lambda L)^{1/2}$, h, $h_0 \ll L$). Она показывает, что поперечная декорреляция фаз и амплитуд в направлении оси z ($d = 0$) имеет место при $b \sim l_z$, а корреляция в направлении оси y ($b = 0$) существенна при $d \sim l_y$. На больших высотах

$$K_\pm = \frac{\langle \delta\varepsilon^2 \rangle k^2 L l \cos \left(\frac{kh_0 b}{L} \right)}{4 [\cos (kh_0 b/L) \pm \cos (2khh_0/L)]} \int_0^1 dt \, W(td) W(bt). \tag{6,5}$$

При больших b или d ($d \gg l_y$, $b \gg l_z$) $K_\pm$ убывает как $1/b$ или $1/d$. Обсуждение многочисленных предельных случаев содержится в работе [28].

б) Под продольной корреляцией мы будем понимать корреляцию флуктуаций в двух точках $\mathbf{R}_1(L, 0, h_0)$ и $\mathbf{R}_2(L + \Delta, 0, h_0)$, расположенных на одной высоте h_0 на прямой, параллельной оси x, на расстоянии Δ друг от друга ($\Delta \ll L$). Кроме того, зададим явный вид $W(\mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{l_x^2} - \frac{z^2}{l_z^2}\right)$ и будем считать $h_0 \gg l_z$. Тогда

$$K_{\pm} = \frac{\langle\delta\varepsilon^2\rangle k^2 lL}{4\left[\cos(kh_0^2\Delta/L^2) - \cos(2kh_0^2/L)\right]} \operatorname{Re}\exp\left(-\frac{ikh_0^2\Delta}{L^2}\right) \times$$
$$\times \int_0^1 dt \left[\left(1 + \frac{2i\Delta t^2}{kl_z^2}\right)\left(1 + \frac{2i\Delta t^2}{k/l_x^2}\right)\right]^{-1/2}, \quad (6,6)$$

где $l = \frac{(\pi)^{1/2}}{2} l_x$.

Из формулы (6,6) видно, что продольная корреляция имеет место на расстояниях порядка kl^2, т. е. примерно на тех же расстояниях, что и в безграничной среде. Другими словами, в направлении распространения волны флуктуации коррелированы на значительно бо́льших расстояниях, чем в поперечном направлении. Можно показать [28], что этот общий вывод не зависит от соотношения между h_0 и l_z.

В случае, когда $\Delta \gg kl^2$, корреляционная функция убывает как $\Delta^{-1/2}$. В области лепестковой структуры K является осциллирующей функцией расстояния Δ и обращается в нуль при $\Delta = (L^2/kh_0^2)(n + 1/4)\pi$, $n = 1, 2, 3\ldots$ На краю первого интерференционного минимума ($kh_0^2L^{-1} \ll 1$) осцилляции исчезают. В этом случае при $\Delta \gg kl^2$ и $l_x = l_z = l_0$

$$K_- = \langle\delta\varepsilon^2\rangle \frac{\pi lL^3}{16h_0^4}\left(\frac{kl_0^2}{\Delta}\right)^{1/2}, \quad K_+ = \frac{1}{16}\langle\delta\varepsilon^2\rangle \pi k^2 lL \left(\frac{kl_0^2}{\Delta}\right)^{1/2}. \quad (6,7)$$

Из рассмотрения различных предельных случаев можно сделать общий вывод о том, что корреляция вертикально поляризованной компоненты всегда растет пропорционально L, тогда как корреляционная функция при горизонтальной поляризации растет с дистанцией как L^3 (см. выше). Частотная и высотная зависимости для продольной и поперечной корреляций различны. Соображения относительно влияния конечной проводимости на интенсивность флуктуаций, приведенные в § 5, полностью относятся и к корреляционным функциям.

Полученные выше результаты справедливы вдали от нулей регулярной части поля. Однако легко видеть, что декорреляция фаз и амплитуд вблизи интерференционных минимумов наступит на расстояниях не бо́льших, чем в рассмотренном случае. Действительно, в силу центральной предельной теоремы ξ_r и ξ_i распределены нормально. На расстояниях, при которых флуктуации полей в разных точках пространства практически некоррелированы, функция совместного распределения величин ξ_r и ξ_i распадается на произведение функций распределения $f(\xi_r)$ и $f(\xi_i)$.

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ

При изучении условий распространения ультракоротких волн неоднократно отмечалось наличие интенсивных флуктуаций радиосигналов при их прохождении через тропосферу [15,29-32]. По мере того как ультракороткие волны находили все более широкое применение, наряду с изучением средних напряженностей полей все большее внимание уделялось исследованиям на этих волнах флуктуаций амплитуд, фаз, углов прихода и т. п. Хотя такие исследования начали проводиться сравнительно давно [33-35], однако до самого последнего времени эксперименты ставились таким образом, что полученные в них результаты отражали в большой мере специфику района, где проводились наблюдения, не позволяя сделать общих выводов, необходимых для сопоставления с теорией.

Сложность и многообразие земного рельефа и трудности, связанные с учетом его воздействия как на средние напряженности поля, так и на их флуктуации, приводят к тому, что большинство более поздних исследований, выполненных со сравнительно высокой точностью[41,42], проводилось лучом, «оторванным от земли», путем соответствующего выбора трасс и аппаратуры. Данные, полученные в этих опытах, практически соответствовали условиям неограниченного пространства, и их можно было сравнивать с выводами теории, разработанной для этого случая[11,12]. Очевидно, что для экспериментального изучения влияния поверхности раздела на флуктуации в первую очередь наиболее целесообразно было проводить такие опыты над гладкой поверхностью, в частности над морем. Такие исследования были начаты лишь в последнее время [26,43,44], и полученные в этих работах данные позволяют, в известной мере, провести количественные сопоставления с изложенной теорией, учитывающей влияние поверхности раздела на флуктуации радиосигналов.

§ 7. Методика измерений флуктуаций радиосигналов

При изучении флуктуаций необходимо иметь возможность определять законы распределения амплитуд, фаз, углов прихода и т. п. спектральные характеристики, пространственные и временные корреляционные функции и их зависимость от геометрии трассы, длины волны, метеорологических условий и т. д. Эти измерения следует провести как в «освещенной» зоне, для которой разработана теория (см. гл. I), так и в зонах «полутени» и «тени», где, несмотря на отсутствие теоретических вычислений, также крайне желательно получить экспериментальные данные.

Как следует из теоретического анализа, даже в «освещенной» зоне следует ожидать различия в характеристиках флуктуаций в зависимости от того, проводятся ли измерения в ближней ($\sqrt{L\lambda} \ll l$) или дальней ($\sqrt{L\lambda} \gg l$) зонах. Однако для волны с $\lambda > 1$ *см* в подавляющем большинстве случаев практический интерес представляют измерения, соответствующие дальней зоне, в которой флуктуации максимальны.

С точки зрения измерительной техники изучение флуктуаций представляет собой существенно более сложную техническую задачу, чем определение средних величин, поскольку резко возрастает влияние различных погрешностей (в частности, аппаратурных) на измеряемые эффекты.

С точки зрения методики измерений наиболее простым является определение амплитудных флуктуаций, которое проводится с помощью линейных либо логарифмических усилителей, причем с целью повышения точности выходное устройство (до системы записи) обычно выполняется по балансной схеме с компенсацией среднего значения (см., например, [42]). Таким образом, экспериментально определяется $\ln|\mathscr{E}| - \langle \ln|\mathscr{E}|\rangle$, или мало отличающаяся от последней (при флуктуациях небольшой интенсивности) величина $|\mathscr{E}| - \langle|\mathscr{E}|\rangle$.

Более сложной задачей является измерение фазовых флуктуаций. При проведении таких измерений требуется изготовление весьма сложной прецизионной аппаратуры[41-45]. Особенно большие трудности возникают при измерении флуктуаций «абсолютных» фаз сигналов*), характеризующих изменчивость «электрической длины» пути, проходимой радиоволнами. При таких измерениях требуется высокая относительная точность

*) Здесь подразумевается измерение фазы в приемном пункте установки относительно фазы передатчика.

(до 10^{-9} и выше) несущей частоты и эталонность пространственного расположения корреспондирующих пунктов [42]. Значительно проще дифференциальная методика — измерение разности фаз $\varphi_i - \varphi_k$ в двух (и большем числе) разнесенных точках пространства, которая часто используется при фазовых измерениях. В этом случае по существу определяются первые пространственные приращения функции, описывающей флуктуации «абсолютных» фаз. Измеряя $\varphi_i - \varphi_k$ и определяя средний квадрат этой величины $\langle(\varphi_i - \varphi_k)^2\rangle$ (так называемую структурную функцию), можно определить как интенсивность, так и функцию корреляции флуктуаций фаз. Такие измерения обычно проводятся в двух вариантах, когда точки приема, между которыми измеряются разности фаз, разнесены вдоль прямой, параллельной или перпендикулярной к направлению распространения радиоволн. В первом случае говорят о «поперечной», а во втором — о «продольной» корреляции флуктуаций. При таких измерениях можно определить зависимость флуктуаций от расстояния L между корреспондирующими пунктами и пространственного разноса точек приема d.

Кроме этих измерений, для сопоставления эксперимента с теорией желательно определение высотных зависимостей. Такие опыты могут быть проведены путем изменения высоты подъема антенн одного (или нескольких) корреспондирующих пунктов.

Методически наиболее целесообразно ставить опыты при неизменных положениях антенн на ряде фиксированных удалений L, расстояний между точками приема d и высот подъема h, h_0; осуществляя изменение параметров L, d, h, h_0 путем переключений.

Как следует из предварительных измерений, должна предусматриваться безынерционная запись флуктуаций с помощью эталонной аппаратуры, обладающей долговременной стабильностью. Эта аппаратура должна без искажений воспроизводить спектральный состав флуктуаций в частотном диапазоне от сотен и десятков герц, вплоть до самых низких частот (сотые и тысячные доли герца).

Если воспроизведение спектра со стороны высоких частот (сотен герц) не представляет особых технических трудностей, то в области очень низких частот (тысячные доли герца) существуют ограничения, связанные как с недостаточной эталонностью аппаратуры, так и с конечным временем измерения. Следует отметить, что в большинстве выполненных исследований вопросу об искажении спектра флуктуаций при измерениях уделялось недостаточное внимание. Так, в работе [41] применялась инерционная аппаратура, в связи с чем спектр частот флуктуаций, начиная с $0{,}1 \div 1$ *гц*, искажался. Как будет показано ниже, такие искажения спектра приводят к ряду неправильных выводов, и поэтому при прецизионных измерениях флуктуаций на эту сторону вопроса должно быть обращено серьезное внимание.

Анализируя методику измерений, необходимо учесть, что специфической особенностью флуктуаций, обусловленных турбулентностью тропосферы, является их существенная нестационарность. Вследствие этого при определении пространственной декорреляции флуктуаций высотной зависимости и т. п. следует отдать предпочтение методу одновременного, синхронного измерения на всех исследуемых трассах. Возможность сопоставления неодновременных опытов, особенно длительных, как было выяснено уже в ходе предварительных измерений, во многих случаях практически исключается. Известным приближением к этой методике является одновременное измерение по меньшей мере на двух смежных трассах, что позволяет дублировать одно из предыдущих для учета нестационарности при последующих измерениях [43, 44].

§ 8. Основные характеристики флуктуаций

Как уже отмечалось выше, для сопоставления с теорией следует использовать эксперименты по изучению флуктуаций над чисто морской трассой. Такие опыты проводились на частоте около 3000 *Мгц*, причем изучались, в основном, флуктуации разности фаз[43, 44] для вертикально поляризованного излучения на трассе длиной 33 *км*. Приемные и передающие антенны были неподвижны, однако предусматривалась возможность изменения высоты передающей антенны путем поочередного включения одного из трех передатчиков, антенны которых располагались на высотах 9, 18 и 35 *м* над уровнем моря соответственно. Приемные антенны измерительной установки находились на высоте $h=4$ *м* вдоль прямой, перпендикулярной к направлению распространения радиоволн. Имелась возможность путем переключения измерять поперечную корреляцию флуктуаций при расстояниях d между точками измерения от 2 до 100 *м*. Стабильность передающей и приемной аппаратур была такова, что спектр флуктуаций воспроизводился в диапазоне от 0,01 до 100 *гц*. С помощью такой установки измерен ряд основных характеристик флуктуаций разности фаз. На рис. 4 в масштабе, линеаризирующем нормальное распределение, приведены типичные интегральные распределения модуля разности фаз относительно среднего значения для одного из опытов летнего периода.

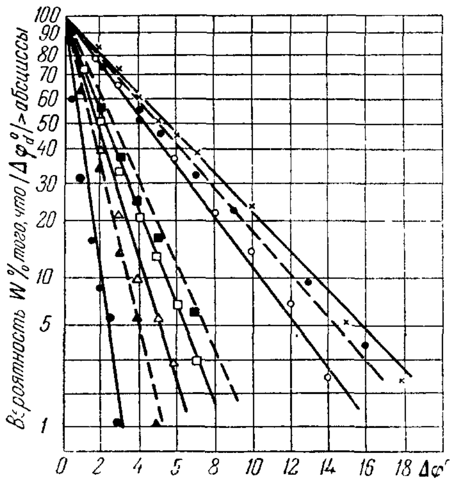


Рис. 4. Интегральные распределения флуктуаций разности фаз (по модулю) $|\varphi_1-\varphi_d|=\Delta\varphi_d$ при различных расстояниях d между приемными антеннами. $h_0=35$ *м*, $h=4$ *м*, $L=33$ *км*, $\lambda=10$ *см*. $\Delta\varphi_d=\varphi_1-\varphi_d$—отклонение разности фаз от среднего в электрических градусах, W—вероятность превышения флуктуациями (по модулю) $\Delta\varphi°$. ●, △, ⌋, ○, ×—соответственно $d=2$, 5, 10, 30, 100 *м*, ▲, ■, ● —повторные измерения.

В этих экспериментах разность фаз измерялась относительно первой (опорной) антенны. На рисунке различными значками приведены данные для расстояний d от двух до ста метров. Как видно из рисунка, в соответствии с теорией, экспериментальные точки хорошо ложатся на прямые, соответствующие нормальному распределению с различной величиной дисперсии. В опытах, результаты которых представлены на рис. 4, высоты антенн выбраны равными $h_0=35$ *м* и $h=4$ *м*, т. е. в этом случае корреспондирующие пункты находились в зоне прямой видимости. Качественно аналогичные результаты получены и для $h_0=18$ и 9 *м*, $h=4$ *м*, т. е. в области «тени» и «полутени».

Весьма существенной особенностью наблюдаемых флуктуаций является их нестационарность. При измерениях в течение интервалов времени, равных 5—10 минутам, нестационарность наблюдалась уже весьма часто, особенно в низкочастотной части спектра. Эта нестационарность возрастала с увеличением высот подъема приемных антенн и расстояния между ними. Хотя при изучении флуктуаций разности фаз, в отличие от измерений флуктуаций абсолютных фаз, низкочастотные компоненты спектра существенно ослабляются, тем не менее[41, 44] и в этом случае наблюдается увеличение спектральной плотности с понижением частоты. Такая тенденция заметна вплоть до частот 0,01—0,001 *гц*, которые еще воспроизводятся аппаратурой, применявшейся в этих работах. Текущие спектры этих флуктуаций, в отличие от спектров стационарных случайных процессов, характеризуются неравномерностью спектральной плотности и временно́й изменчивостью. Для иллюстрации на рис. 5 приведен текущий спектр интенсивности флуктуаций разности фаз в интервале частот от 0,03 до 0,36 *гц* с эквивалентной полосой анализа около 0,005 *гц*. На рисунке приведены значения интенсивности флуктуаций для ряда дискретных частот, отнесенных к полной интенсивности, для измерений с различными расстояниями d. Некоторые опыты повторялись дважды (при $d=5$, 10, 30 *м*). Как видно из рис. 4 и 5, при повторных измерениях, отделенных друг от друга всего пятиминутным интервалом времени, благодаря нестационарности наблюдаются значительные (до 2—3 раз) изменения интенсивности и частотного спектра флуктуаций.

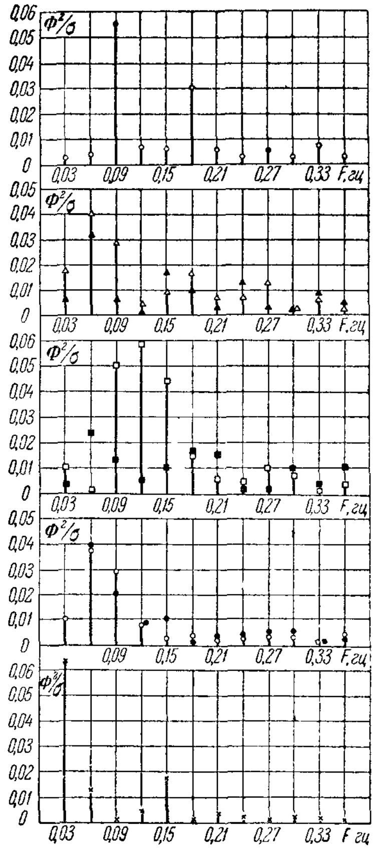


Рис. 5. Нормированные «текущие» спектры интенсивности флуктуаций разности фаз при различных расстояниях d между приемными антеннами.

Φ^2—мощность флуктуаций, в полосе 0,005 *гц*, отнесенная к данной частоте, σ—среднее квадратичное значение—полная «мощность» флуктуаций, $h_0=9$ *м*, $h=4$ *м*, $L=33$ *км*, $\lambda=10$ *см*. ●, △, □, ○, ×—соответственно $d=2$, 5, 10, 30, 100 *м*, ▲, ■, ●—повторные измерения.

Еще более существенные колебания интенсивности флуктуаций (доходящие до 25—100 раз на фиксированной трассе) отмечаются при измерениях в различных опытах. На рис. 6 изображены результаты измерения интенсивности флуктуаций разности фаз, полученные в опытах летне-осеннего периода для расстояний d между приемными антеннами, равных 2 и 100 *м**).

Характерно, что наибольшие изменения интенсивности в различные дни отмечались при небольших расстояниях между точками измерения. Следует ожидать, что этот эффект, наблюдавшийся непосредственно над поверхностью раздела, должен иметь место в дальней зоне и в неограниченной неоднородной среде, поскольку при малых $d (d<l)$ флуктуации разностей фаз определяются более сложной зависимостью от свойств среды, чем в случае больших d. Действительно, при $d<l$, $R_d \sim 1$ (R_d—коэффициент поперечной корреляции флуктуаций в точках, разнесенных на расстояние d) интенсивность разностно-фазовых флуктуаций определяется как флуктуациями абсолютных фаз сигналов, так и степенью их декорреляции:

$$\sigma(d) = \langle (\varphi_i - \varphi_k)^2 \rangle = 2\langle \varphi^2 \rangle (1 - R_d); \quad \langle \varphi_i^2 \rangle = \langle \varphi_k^2 \rangle = \langle \varphi^2 \rangle. \tag{8,1}$$

При измерениях с большой базой $d \gg l$ ($R_d \to 0$) корреляция флуктуаций несущественна, а интенсивность флуктуаций абсолютных фаз, как показано в [3, 5], практически не зависит от явного вида корреляционной функции для $\delta\varepsilon$.

*) В этих опытах воспроизводилась лишь низкочастотная часть спектра флуктуаций ($F \leqslant 0{,}36$ *гц*).

Отмеченная выше тенденция повышения спектральной плотности флуктуаций разности фаз с уменьшением частоты, естественно, усугубляется при измерении флуктуаций абсолютных фаз. Так, по данным непрерывных измерений этих флуктуаций в течение 40 часов [45], спектральная плотность изменяется пропорционально $F^{-2,8}$ в интервале частот от 10 до 10^{-4} *гц*.

Несмотря на наличие нестационарности, различие в интенсивностях флуктуаций и степени их декорреляции в пространстве, которые наблюдались при длительных измерениях на фиксированных трассах, оказалось возможным выявить некоторые общие закономерности, свойственные всем проведенным экспериментам. В частности, характер изменения интенсивности разностно-фазовых флуктуаций $\sigma(d)$ в зависимости от рас-

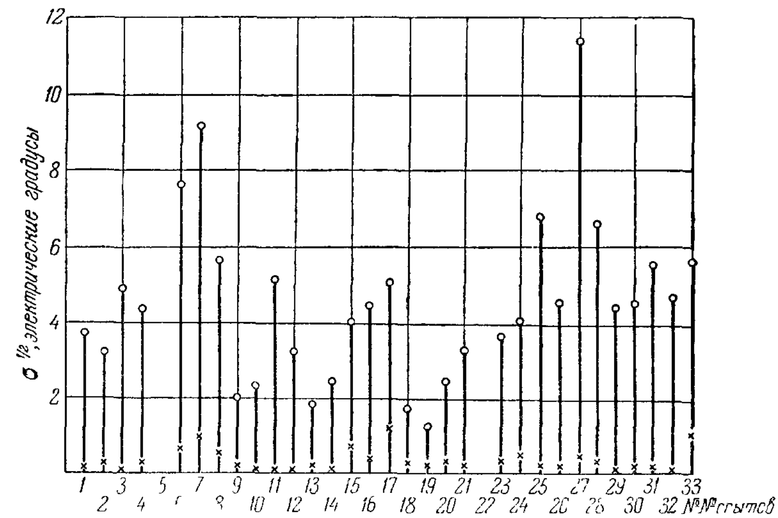


Рис. 6. Изменение интенсивности флуктуаций σ при измерениях на фиксированной трассе в летне-осенний период.

Спектр флуктуации воспроизведен до $F \leqslant 0,36$ *гц*, $h_0=35$ *м*, $h=4$ *м*, $L=33$ *км*, $\lambda=10$ *см*. Экспериментальные значения: $\times$, $\bigcirc$—$d=2$, 100 *м*.

стояния d, т. е. структурная и корреляционная функции флуктуации абсолютных фаз, остаются подобными в большинстве опытов.

Значительно большей изменчивостью характеризуется высотная функция интенсивности флуктуаций $\sigma(h)$. Как показывают экспериментальные исследования [43, 44], в зависимости от особенностей этой функции и степени нестационарности могут иметь место четыре качественно различных типа флуктуаций разности фаз.

Рассмотрим особенности каждого из них.

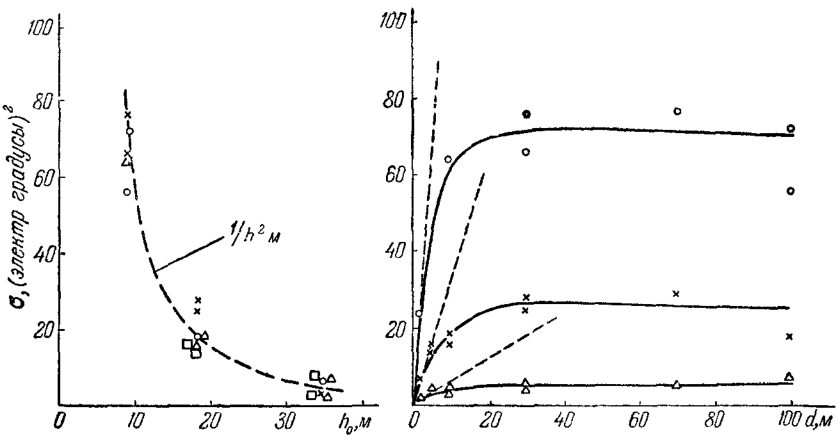
§ 9. Различные типы фазовых флуктуаций

Наиболее часто наблюдались фазовые флуктуации с характеристиками, которые можно назвать стандартными и квазистационарными. Характерным для такого типа флуктуаций в области ниже максимума первого интерференционного лепестка является уменьшение их интенсивности с увеличением высоты корреспондирующих пунктов. Как показывают измерения, интенсивность флуктуаций $\sigma \sim h^{-a}$, где $a \leqslant 2$.

Стандартному квазистационарному типу флуктуаций свойственна сравнительно высокая повторяемость как интенсивности $\sigma(d)$, так и временных (спектральных) характеристик.

Для иллюстрации этого типа флуктуаций на рис. 7, *а* приведена высотная зависимость $\sigma(d)$. Как видно из рисунка, независимо от d $\sigma\sim h^{-2}$. Такая высотная зависимость находится в хорошем качественном согласии с выводами теории [18, 19, 25, 26]. Однако количественного сопоставления экспериментальных данных с теорией провести не удается, ибо в этих опытах [44] высотная зависимость исследовалась не только для освещенной зоны, но и в области полутени. В частности, величина $L/L_г$ ($L_г$ — дистанция радиогоризонта) изменялась в пределах от 0,8 до 1,2. Как известно [15, 30], при таких значениях $L/L_г$ следует уже учитывать влияние кривизны поверхности раздела.

На рис. 7,*б* приведены структурные функции флуктуаций разности фаз $\sigma(d)$ для различных высот передатчика h_0. Как видно из рисунка.



а) *б)*

Рис. 7. Зависимость структурной функции флуктуаций фаз сигналов $\sigma(d)$ от высоты подъема передатчика h_0 и расстояния между приемными антеннами d.

$L=33$ *км*, $h=4$ *м*, $\lambda=10$ *см*. Экспериментальные значения: *а*) ○, ×, △, □ — $d=100$, 30, 10, 5 *м*; *б*) ○, ×, △ — $h_0=9$, 18, 35 *м*.

при увеличении d $\sigma(d)$ сперва быстро возрастает, а затем при $d\gg 5$—10 *м* рост $\sigma(d)$ замедляется и прекращается совсем. Наступает своеобразное «насыщение» величины $\sigma(d)$, которое свидетельствует о декорреляции флуктуаций в разнесенных антеннах (т. е. $d\gg l$). С помощью кривых $\sigma(d)$ можно определить корреляционные радиусы d_0. Пользуясь (7,1) имеем:

$$\frac{\sigma(d)}{\sigma(d_{\max})}=\frac{1-R(d)}{1-R(d_{\max})}\approx 1-R(d), \tag{9,1}$$

где $d_{\max}$ — расстояние, на котором наблюдается «насыщение» $\sigma(d)$ и $R(d_{\max})\approx 0$.

Зависимость $R(d)$, построенная по данным рис. 7, *б*, приведена на рис. 8, из которого следует, что корреляционные радиусы d_0, соответствующие значению $R(d)=0,5$, для высот, изменяющихся в пределах $9\div 35$ *м*, порядка $4\div 8$ *м*. Как видно из (9,1), масштаб неоднородностей можно определить, зная вид функции $R(d)$. К сожалению, разброс экспериментальных точек, связанный с нестационарностью флуктуаций, и отсутствие экспериментальных данных при $d<2$ *м* не позволяют найти из этих опытов точный вид функциональной зависимости $R(d)$, а также минимальное расстояние $d_{\min}$, где нарушается линейная зависимость $\sigma^{1/2}=f(d)$. Оценки показывают, что величина $d_{\min}$ не превышает нескольких метров, и область, соответствующая переходу этой зависимости от линейного роста к насыщению, составляет от 1—2 до 5—10 *м*. Эти результаты, по-видимому, не являются специфическими для измерений над поверхностью раздела, поскольку подобный вид структурной функции фазовых флуктуаций получен [41] на волне $\lambda=3$ *см* при работе с лучом, «оторванным» от поверхности. К сожалению, в этой работе методика измерений не предусматривала быстрого определения структурной функции при различных d *) и, кроме того, имело место существенное искажение спектра флуктуаций, вследствие чего полученные в работе [41] данные носят, в основном, качественный характер.

Путем сопоставления с расчетом результатов экспериментальных измерений структурных функций $\sigma(d)$, предварительно нормированных к их максимальным значениям, соответствующим $d_{\max}$, можно определить «масштабы неоднородностей» l. Хотя результаты такого определения l будут связаны с конкретным видом выбранной функции корреляции, однако, как показано в работах [5,28], различия для разных функций корреляции невелики. В частности, для гауссовой функции корреляции

$$\frac{\sigma(d)}{\sigma(d_{\max})}=\frac{1-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{l}{d}\,\mathrm{erf}\left(\frac{d}{l}\right)}{1-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{l}{d_{\max}}\,\mathrm{erf}\left(\frac{d_{\max}}{l}\right)}. \tag{9,2}$$

Определенные по измерениям [44] значения параметра l в соответствии с (9,2) для различных опытов приведены на рис. 9, из которого следует, что в интервале высот от 9 до 35 *м* над границей раздела параметр l может, в зависимости от метеорологических условий опытов, изменяться в 5—10 раз, составляя в среднем 3—6 *м*. Интересно отметить, что бóльшим высотам h_0 обычно соответствуют бóльшие значения l.

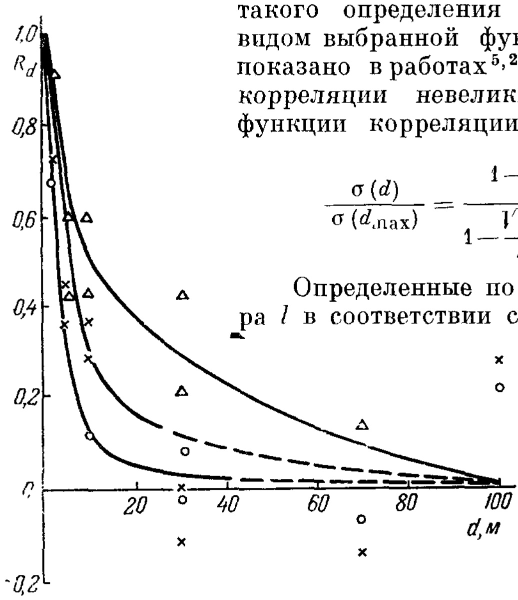


Рис. 8. Зависимость поперечной корреляции флуктуаций абсолютных фаз от расстояния d между приемными антеннами.

$L=33$ *км*, $h=4$ *м*, $\lambda=10$ *см*. Экспериментальные значения: ○, ×, △—$h_0=9$, 18, 35 *м*.

Следует подчеркнуть, что результаты такого экспериментального определения масштабов неоднородностей существенно определяются степенью воспроизведения при измерениях спектра флуктуационных частот.

Устранение высокочастотных составляющих спектра приводит к замедлению роста $\sigma(d)$ с увеличением d, и наоборот, исключение низкочастотных компонент спектра обусловливает более быструю декорреляцию флуктуаций, чем в том случае, когда спектр воспроизведен полностью. Эти положения можно проиллюстрировать данными, приведенными на рис. 10, где показаны результаты раздельных измерений флуктуаций в высокочастотном ($F_{\text{гр}}>0{,}36$ *гц*) и низкочастотном ($F_{\text{гр}}<0{,}36$ *гц*) интервалах спектра. По данным ряда опытов, при граничной частоте $F_{\text{гр}}=0{,}36$ *гц* $l_{\text{в}}=1-3$ *м* (для высокочастотных измерений) и $l_{\text{н}}=10\div 30$ *м* (низкочастотные измерения). Если уменьшать величину $F_{\text{гр}}$, то экспериментально измеренное значение l увеличивается, и наоборот [42, 43], с увеличением $F_{\text{гр}}$

*) Общее время измерения структурной зависимости в работе [41] составляло несколько часов.

l уменьшается. Такие измерения показывают, что в согласии с теорией турбулентности [11, 12] изучаемые флуктуации обусловливаются «неоднород-

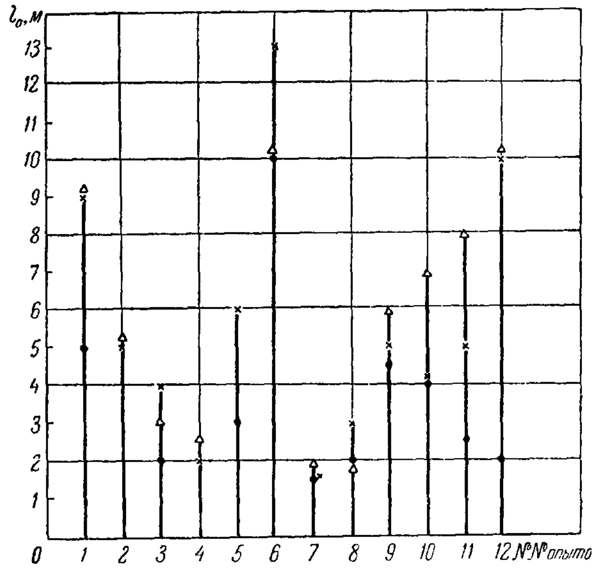


Рис. 9. Определение масштабов неоднородностей по измерениям над морем на фиксированной трассе структурной функции фазовых флуктуаций.

L – 33 *км*, λ=10 *см*, h=4 *м*. Экспериментальные значения: ●, ×, △—h_0=9, 18, 35 *м*.

ностями» различных размеров, причем высокочастотная часть спектра флуктуаций связана с мелкомасштабными, а низкочастотная часть —

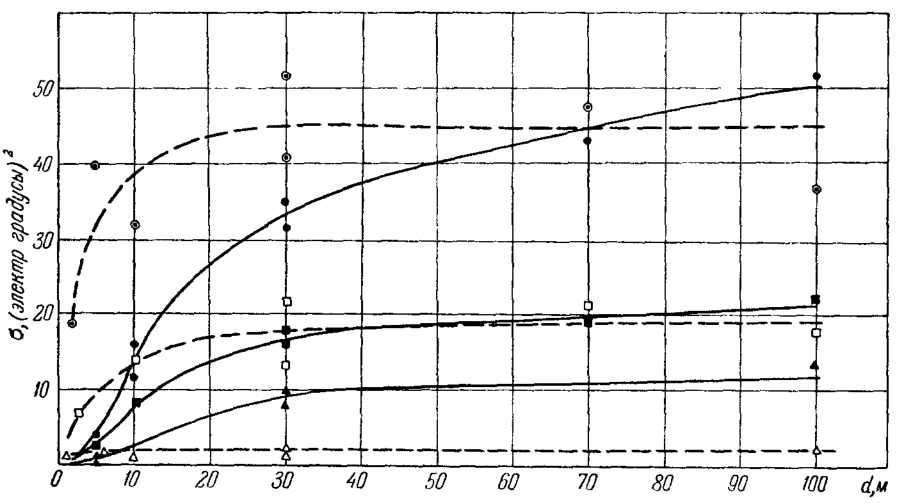


Рис. 10. Структурные функции фазовых флуктуаций $\sigma(d)$ при частичном воспроизведении спектра флуктуаций.

L= 33 *км*, h=4 *м*, λ=10 *см*. Измерение низких частот флуктуаций (<0,36 *гц*): ●, ■, ▲—соответственно h_0=9, 18, 35 *м*. Измерение высоких частот флуктуаций (>0,36 *гц*): ⊙, □, △—h_0 = 9, 18, 35 *м*.

с крупномасштабными образованиями. Таким образом, появляется возможность изучать с помощью соответствующей аппаратуры спектр размеров неоднородностей в тропосфере.

Как следует из вышеизложенного, влияние высокочастотной части спектра флуктуаций разностей фаз наиболее существенно при небольших расстояниях d между антеннами, где она составляет основную «энергию» флуктуаций. Этот результат согласуется также с непосредственным определением спектров и временны́х корреляционных функций при различных d. Подобный эффект обычно наблюдается и при изменении высот подъема антенн. Уменьшение высоты подъема, так же как и сближение приемных антенн, приводит к относительному расширению флуктуационных спектров.

Во всех случаях отмечается тенденция резкого уменьшения спектральной плотности с повышением частот флуктуаций. С верхней стороны энергетический спектр разностно-фазовых флуктуаций при $2\ м < d < 100\ м$ ограничивается частотами порядка десяти герц. Как уже отмечалось, понижение частоты флуктуаций сопровождается увеличением спектральной плотности вплоть до частот $\sim 10^{-3}$ *гц*; однако более подробные данные о спектре разностно-фазовых флуктуаций в литературе отсутствуют и приводятся лишь для флуктуаций абсолютных фаз [45].

К другому типу, который можно назвать стандартным нестационарным, относятся флуктуации, отличающиеся резкой нестационарностью. Наблюдаются существенные изменения качественного характера и интенсивности, доходящее до двух-трех и более раз при повторных измерениях, раздвинутых во времени на пять-десять минут, и даже в течение одного измерения. Как показывают эксперименты, несмотря на нестационарность, и в этом случае во многих опытах основные характеристики флуктуаций остаются качественно такими же, как и в первом случае. В частности, высотная зависимость $\sigma_d(h_0)$, структурная функция $\sigma(d)$ качественно такие же, как и приведенные на рис. 7.

Опыты, проведенные над морем, с квазистационарными и нестационарными стандартными характеристиками флуктуаций составляли от 70% (в летне-осенний период) до 90% (в осенне-зимний) от общего числа измерений [43, 44].

Вместе с тем в ряде случаев наблюдаются высотные зависимости флуктуаций, существенно отличающиеся от стандартных. При высотах корреспондирующих пунктов значительно ниже максимума первого лепестка с ростом высоты h_0 флуктуации могут монотонно увеличиваться, или же проходят через максимум. Такие нестандартные высотные зависимости особенно сильно проявляются в медленных флуктуациях, т. е. когда не воспроизводятся высокочастотные компоненты *). Данные одного из опытов, где наблюдался такой аномальный тип флуктуаций, приведены на рис. 11, *а*, *б*. Типичным для флуктуаций этого типа является то обстоятельство, что аномальная высотная зависимость наиболее резко выражена при максимальных расстояниях d, когда основная доля «энергии» флуктуаций обусловлена большими неоднородностями. При уменьшении расстояния d высотная зависимость интенсивности флуктуаций обычно приближается к стандартной.

Характерно, что при таких измерениях высотная зависимость близка к стандартной для «быстрых» флуктуаций, при изучении которых не воспроизводилась низкочастотная часть спектра. Отметим, что измерения с резко выраженной высотной аномалией встречаются сравнительно редко. Значительно чаще наблюдаются случаи со слабо выраженной или явно отсутствующей высотной зависимостью, являющиеся, по-видимому, переходными от измерений первых двух типов к опытам третьего вида.

---

*) При полном воспроизведении спектра флуктуаций аномальный характер высотной зависимости оказывался ослабленным.

Примером таких измерений с вырожденной высотной зависимостью, проведенных при полном воспроизведении спектра, может явиться рис. 11, *в*.

Еще большая нестационарность при измерениях на фиксированной трассе в области значительно ниже максимума первого лепестка отмечалась в отдельных случаях при кратковременных измерениях, сопровождавшихся необычайно резким увеличением интенсивности флуктуаций — так называемыми «флуктуационными вспышками». Таким вспышкам обычно предшествуют большие и нестационарные флуктуации. В течение нескольких минут фазовые флуктуации быстро возрастают ($\delta\varphi > 2\pi$),

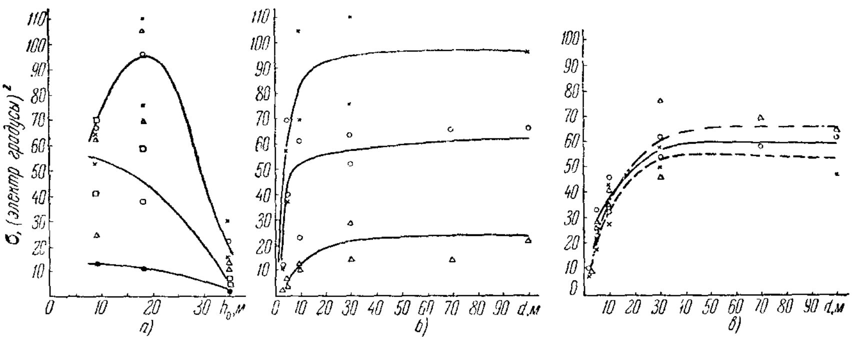


Рис. 11. Характеристики фазовых флуктуаций при аномальной высотной зависимости: $L = 33$ *км*, $h = 4$ *м*, $\lambda = 10$ *см*.

а, *б*) воспроизведены низкочастотные спектральные компоненты ($<0,36$ *гц*): ○, ×, △, □—d_0=100, 30, 10, 5, 2 *м*; •, ×, △—h_0=9, 18, 35 *м*; *в*) воспроизведен полный спектр флуктуации: ○, ×, △—h_0=9, 18, 35 *м*.

сопровождаясь глубокими и частыми замираниями амплитуды. Продолжительность такого состояния, как правило, не превышала нескольких десятков минут, после чего восстанавливалась обычная картина.

Сравнительно хорошее качественное согласие экспериментальных данных с теорией позволяет предположить, что используемая в теории идеализация турбулентной среды, которая принимается локально изотропной и статистически однородной, не противоречит опытам в приземных слоях тропосферы.

Несмотря на то, что в реальной тропосфере имеют место образования с различными масштабами неоднородностей, для качественного объяснения ряда закономерностей — вида высотной зависимости, структурной функции, и т. п., оказывается достаточным описание среды с помощью корреляционной функции пульсаций диэлектрической проницаемости, имеющей единственный характерный масштаб.

Совсем иначе обстоит дело для флуктуаций аномального типа. Наличие высотных характеристик, при которых интенсивность флуктуаций может возрастать с увеличением высоты, не объясняется теорией, развитой в гл. I. Из приведенных экспериментальных данных можно сделать заключение, что в этом случае для объяснения наблюдаемых эффектов следует привлечь анизотропию и неоднородность крупномасштабных образований в вертикальном направлении. Такое предположение в известной мере согласуется с тем, что аномальные высотные характеристики обычно наблюдаются при большой нестационарности флуктуаций.

Весьма своеобразное объяснение находит явление флуктуационных вспышек. Очевидно, что резкое увеличение флуктуаций, когда изменение разности фаз превышает 2π, если бы оно наблюдалось в безграничной среде, могло быть объяснено лишь увеличением интенсивности пульсаций диэлектрической проницаемости вдоль трассы в десятки и даже сотни раз, что, по-видимому, маловероятно.

Учет поверхности раздела показывает, что причиной такого аномального возрастания флуктуаций может явиться изменение средней рефракции на трассе, приводящее к интерференционному минимуму в месте приема. Последнее согласуется с тем фактом, что обычно «флуктуационные вспышки» при приеме в области ниже максимума первого интерференционного лепестка отмечались при пониженной рефракции, т. е. при подъеме лепестка.

§ 10. Зависимость флуктуаций от расстояния и метеорологических условий

Недавно было проведено исследование зависимости флуктуаций фаз от расстояния между корреспондирующими пунктами в зоне прямой видимости и за радиогоризонтом [25, 26], причем флуктуации разности фаз между приемными антеннами, разнесенными на расстояние $d = 10$ *м*, измерялись методом «движущегося передатчика». Эти опыты, проводившиеся при неизменных высотах антенн $h_0 = 10$ *м* и $h = 4$ *м*, показывают, что характер зависимости интенсивности флуктуаций от расстояния в разных опытах не остается неизменным и отклоняется от закона $\sigma \sim L$, который следовало бы ожидать в случае неограниченной неоднородной среды *).

Некоторые результаты ряда таких измерений были приведены вместе с расчетными зависимостями на рис. 1, где показана зависимость дисперсии разностно-фазовых флуктуаций от дистанции, нормированной к ее значению для дальности 10 *км*. Как следует из рисунка, в пределах зоны прямой видимости (стандартная дальность радиогоризонта в этих измерениях $L_г = 22$ *км*) эта зависимость всегда более быстрая, чем L, и может доходить до L^3. За пределами радиогоризонта в области «полутени» отмечается еще более быстрый рост флуктуаций, доходящий при $1 \leqslant L/L_г \leqslant 2$ до L^6.

Выше неоднократно отмечалось непостоянство и изменчивость флуктуационных характеристик как во время эксперимента, так и при переходе от опыта к опыту. В связи с этим естественно попытаться отыскать корреляционную связь между величинами флуктуаций радиосигналов и метеорологическими условиями. Следует указать, что результаты радиоизмерений, как правило, носят интегральный характер, поскольку они определяются процессами, протекающими во всей области, примыкающей к трассе распространения, в то время как метеорологические измерения обычно носят локальный характер. Ввиду этого было бы целесообразно провести одновременные метеорологические измерения в различных точках пространства. К сожалению, в литературе отсутствуют подробные данные, посвященные этому вопросу. Некоторое упрощение может быть допущено при анализе очень медленных, квазистационарных тенденций, которые можно оценить, проводя измерения в низкочастотном участке спектра флуктуационных частот, поскольку в этом случае может ожидаться существенная корреляция измерений в различных точках пространства. Подобные определения флуктуаций абсолютных фаз на частоте 9400 *Мгц* и индекса рефракции, рассчитанного на основании записи температуры, давления и влажности, проведенные в работе [45] в условиях, близких к безграничному пространству, на трассе длиной 9,4 мили, показало наличие между ними существенной корреляции, доходящей до 0,915.

---

*) Отметим, что измерения, проведенные в условиях, близких к случаю «безграничной среды», например [42], где исследуются флуктуации абсолютных фаз, довольно хорошо согласуются с этим законом.

Сопоставление фазовых флуктуаций, воспроизведенных в значительно более широкой полосе частот, с некоторыми результатами усредненных метеоизмерений, проводившихся[44] на обоих концах трассы длиной 33 *км*, приведено на рис. 12. Как следует из данных этой работы, установить непосредственную функциональную связь между величиной флуктуаций и метеоизмерениями на краях трассы (температурой, давлением, влажностью и т. п.) не представляется возможным. Тем не менее большое число измерений, проведенных над морской поверхностью, позволяет отметить некоторые тенденции. Так, например, увеличение скорости ветра,

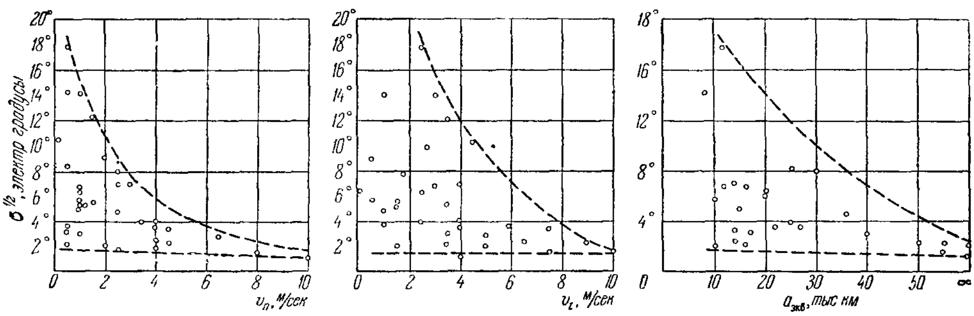


Рис 12 Влияние ветра v и радиорефракции $a_{экв}$ на флуктуации разностей фаз (среднеквадратичные значения) при измерениях над морем.
$L=33$ *км*, $h=4$ *м* $\lambda=10$ *см*, v_t—составляющая ветра вдоль трассы (в *м/сек*), v_n—составляющая ветра поперек трассы (в *м/сек*)

независимо от его направления, и рост волнения моря обычно сопровождаются понижением интенсивности флуктуаций. Уменьшение флуктуаций отмечалось также, как правило, при повышенной радиорефракции вплоть до эквивалентного радиуса земли $a_{экв} \to \infty$ и при пасмурной и дождливой погоде. Наибольшие флуктуации наблюдались в безветренные солнечные дни при отсутствии волнения моря. Аналогичные результаты предварительных измерений приведены также в работе[45].

Влияние метеорологических условий находит естественное объяснение в рамках предложенной выше модели, учитывающей наличие поверхности раздела. Наличие ветра, усиление волнения моря и т. п. приводят к диффузному рассеянию радиоволн и уменьшению эффективного коэффициента зеркального отражения. Поэтому интерференционные эффекты, из-за которых возрастают флуктуации, становятся менее резко выраженными, что, в свою очередь, приводит к уменьшению флуктуаций. С этой точки зрения понятно, что флуктуации увеличиваются при отсутствии ветра и волнения моря.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из теоретического рассмотрения и из экспериментальных данных, приведенных в настоящем обзоре, поверхность раздела оказывает весьма существенное влияние на флуктуации радиосигналов. Наличие поверхности раздела приводит к более быстрому росту флуктуаций с дистанцией, изменяет частотную зависимость, обусловливает появление флуктуационных вспышек, приводит к резкому возрастанию интенсивности флуктуаций в минимумах среднего поля, определяет своеобразную высотную зависимость и т. п. Хотя полученные данные о флуктуациях сигналов над поверхностью раздела представляют большой интерес, все же ряд задач, связанных с рассматриваемой проблемой, еще не решен, главным образом потому, что подробное изучение этих вопросов начато фактически в последние годы.

Учитывая новизну задачи и ее актуальность, представляется целесообразным наметить некоторые направления, в которых, как нам представляется, следовало бы вести дальнейшие исследования.

В области теории необходимо учесть влияние кривизны поверхности раздела и определить флуктуации не только в зоне прямой видимости, но и в области «полутени» и «тени», где интенсивности флуктуаций становятся весьма значительными и где их влияние практически наиболее важно.

Второй важной задачей теории является возможно более полный учет анизотропии и временной нестабильности среды. В частности, даже при разработке феноменологической теории желательно было бы учесть наличие спектра масштабов неоднородностей в турбулентной среде [12].

В экспериментальных исследованиях должна быть детально изучена частотная зависимость интенсивности флуктуаций в возможно более широком диапазоне. Кроме того, желательно поставить эксперименты, где наряду с радиоизмерениями необходимо провести также широкие метеорологические исследования, что позволит установить связь между ними и использовать метеоизмерения для прогноза характера и интенсивности флуктуаций радиосигналов.

Так как воспроизведение тех или иных спектров флуктуаций радиосигналов уже сейчас позволяет судить о размерах неоднородностей, то в дальнейшем целесообразно попытаться более последовательно использовать радиометоды для изучения физических процессов, протекающих в турбулентной тропосфере.

Примечание при корректуре. Вопрос о распределении поля требует уточнения. Распределение амплитуды описывается нормальным гауссовским законом лишь в случае малых флуктуаций поля, когда $\langle |\xi^2| \rangle \ll |E^2|$, другими словами, если дистанция L мала по сравнению с «длиной затухания» α^{-1} (α—декремент ослабления среднего поля за счет рассеяния на неоднородностях, см. формулы (2,12) и ниже). При этом флуктуации поля и диэлектрической проницаемости действительно связаны линейным соотношением. На больших расстояниях ($\alpha L \gg 1$) распределение поля, по-видимому, подчиняется нормально-логарифмическому закону [3, 11, 12] так же, как и в случае одномерных крупномасштабных флуктуаций, когда это можно строго доказать с помощью метода ВКБ. Однако применяемый ниже метод вычисления первых двух моментов функции распределения поля [21] по существу не связан с конкретным видом этой функции, а использует лишь закон сохранения энергии и поэтому справедлив на любых расстояниях. Применительно к тропосфере этот вопрос представляет чисто академический интерес, поскольку длина затухания, как правило, настолько велика, что практически всегда распределение является нормальным.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. J. Bergman, Phys. Rev. **70**, 486 (1946).
2. В. А. Красильников, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **13**, 33 (1949).
3. А. М. Обухов, Изд. АН СССР, сер. геофиз., **17**, 155 (1953).
4. Л. А. Чернов, ДАН СССР **98**, 953 (1954).
5. R. B. Muchmore, A. D. Wheelon, PIRE **43**, 1437 (1955).
6. A. D. Wheelon, R. B. Muchmore, PIRE **43**, 1450 (1955).
7. В. А. Красильников, А. М. Обухов, Акуст. ж. **2**, 1079 (1956).
8. А. А. Чернов, Акуст. ж. **3**, 192 (1957).
9. В. Н. Каравайников, Акуст. ж. **3**, 165 (1957).
10. В. И. Татарский, ДАН СССР **120**, 298 (1958).
11. Л. А. Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, М., Изд. АН СССР, 1958.
12. В. И. Татарский., Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере, М., Изд. АН СССР, 1959.
13. А. В. Мень, Изв. вузов СССР (Радиофизика) **2**, 395 (1959).
14. A. D. Wheelon, J. Atmos. Terr. Phys. **15**, 185 (1959).

15. Б. А. Введенский, А. Г. Аренберг, Распространение УКВ, М., Связьиздат, 1938.
16. В. И. Бунимович, Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, М., «Изд. Сов. Радио», 1951.
17. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, М., Изд. «Сов. радио» (1957).
18. Э. А. Канер, Ф. Г. Басс, ДАН СССР **127**, 792 (1959).
19. Э. А. Канер, Ф. Г. Басс, Изв. вузов СССР (Радиофизика) **2**, 553 (1959).
20. Т. А. Широкова, Акуст. ж. 5, 485 (1959).
21. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, В. М. Цукерник, Уч. записки ХГУ. Тр. физ.-мат. ф-та **2**, 41 (1950).
22. Ф. Г. Басс, Изв. вузов СССР (Радиофизика) **2**, 1015 (1959).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред., М.. Гостехиздат, 1959.
24. Э. А. Канер, Изв. вузов СССР (Радиофизика) **2**, 827 (1959).
25. А. В. Мень, С. Я. Брауде, В. И. Горбач, ДАН УССР, № 7, 740 (1959).
26. А. В. Мень, В. И. Горбач, С. Я. Брауде, Изв. вузов СССР (Радиофизика) **2**, 388 (1959).
27. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн, М., Гостехиздат, 1953.
28. Ф. Г. Басс, Э. А. Канер, Известия вузов СССР (Радиофизика) **2**, 565 (1959).
29. C. R. Burrows, S. S. Attwood, Radio Wave Propagation, N. Y., Academic Prews Inc. Publ., 1949.
30. Распространение ультракоротких радиоволн, М., Изд. «Сов. радио», 1954.
31. С. Я. Брауде, И. Е. Островский, А. М. Иванченко, Я. Л. Шамфаров, Ф. С. Санин, О распространении ультракоротких волн над морем, М., Изд. «Сов. Радио», 1949.
32. С. Я. Брауде, В. Л. Герман, И. Е. Островский, И. М. Безуглый, В. И. Амосов, П. В. Блиох, Ф. С. Санин, В. М. Цукерник, Я. Л. Шамфаров, Распространение электромагнитных колебаний сантиметрового диапазона над морем при наличии «атмосферного волновода» и в условиях повышенной рефракции, М., Изд. «Сов. Радио», 1951.
33. C. R. Burrows, A. R. Decino, L. Hunt, PIRE **23**, 1507 (1935).
34. K. G. Maclean, G. S. Wickizer, PIRE **27**, 501 (1939).
35. A. Waynick, PIRE 28, 468 (1940).
36. G. S. Wickizer, A. M. Braaten, PIRE **35**, 670 (1947).
37. W. M. Sharpless, PIRE **34**, 837 (1946).
38. A. B. Crawford, W. M. Sharpless, PIRE **34**, 845 (1946).
39. A. W. Straiton, J. R. Gerhardt, PIRE **86**, 916 (1948).
40. A. W. Straiton, PIRE **37**, 808 (1949).
41. A. P. Deam, B. M. Fannin, PIRE **43**, 1402 (1955).
42. J. W. Herbstreit, M. C. Thompson, PIRE **43**, 1391 (1955).
43. А. В. Мень, С. Я. Брауде, В. И. Горбач, ДАН СССР **125**, 1019 (1959).
44. А. В. Мень, С. Я. Брауде, В. И. Горбач, Радиофизика **2**, 848 (1959).
45. M. C. Thompson, H. B. Janes, J. Res. NBS **63D**, 45 (1959).