



7. Extensometría

7.1. INTRODUCCIÓN

Para poder llevar a cabo el cálculo y diseño, o el análisis, de los diferentes componentes de una máquina o de una estructura sometidos a diferentes cargas es preciso conocer la distribución de fuerzas que tienen lugar en dichos componentes. Así, por ejemplo, para el correcto diseño de ejes, recipientes a presión, soportes para estructuras, ... , debe de tenerse en cuenta la carga que dichos elementos pueden soportar y las deformaciones que pueden admitirse en los mismos. La resistencia de materiales proporciona la base teórica necesaria para predecir estas características básicas de todo diseño mecánico, permitiendo comprender el comportamiento de estos elementos sometidos a cargas. Sin embargo, en el caso de geometrías o hipótesis de carga complejas, puede ocurrir que el análisis teórico no sea suficiente, y que sea preciso llevar a cabo una serie de medidas de carácter experimental para poder completar el diseño o el análisis.

Un cuerpo sometido a la acción de unas cargas exteriores sufrirá una serie de deformaciones (elásticas) que darán lugar a la aparición de unas tensiones y, por lo tanto, de unas fuerzas de carácter interno, que equilibren esas cargas exteriores. En este sentido, el diseño de un componente o estructura desde el punto de vista ingenieril tendrá como objetivo conseguir que la distribución de tensiones dentro del material de que está compuesto el elemento sometido a estudio no supere unos determinados límites de seguridad (por ejemplo, no alcance nunca el límite elástico).

En la mayor parte de los casos, las tensiones no podrán ser medidas de forma directa, pero sí podrán obtenerse a partir de las deformaciones que haya sufrido el material. El objetivo perseguido en este tema es llevar a cabo la medida de esas deformaciones que tienen lugar en los componentes antes citados, ya que influirán de forma directa en el diseño mecánico de los mismos.

7.2. ANÁLISIS DE TENSIONES

7.2.1. CONCEPTO DE TENSIÓN UNITARIA

La barra de la Figura 1 está sometida a un esfuerzo de tracción F_N . Si se corta la barra según una sección BB perpendicular a su eje, la resultante de las tensiones que actúan sobre la sección de corte, de área A_c , será igual a F_N . Suponiendo una distribución uniforme de F_N a lo largo de la superficie, puede introducirse el concepto de **fuerza por unidad de superficie**, σ_a , como:

$$\sigma_a = \frac{F_N}{A_c} \tag{1}$$

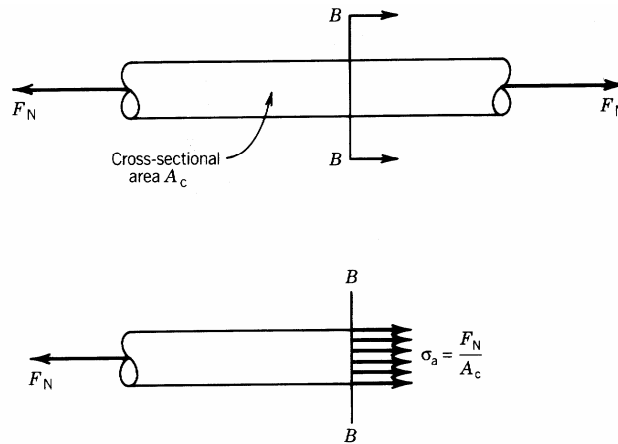


Figura 1 - Barra sometida a esfuerzo de tracción
A partir de la ecuación (1), se define el concepto de **tensión unitaria**:

$$\sigma = \lim_{\Delta A_c \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A_c} = \frac{dF_N}{dA_c} \tag{2}$$

que es el esfuerzo por unidad de área que se ejerce entre las dos partes de un cuerpo, dividido idealmente por un determinado plano BB, a través de una superficie de BB de tamaño infinitesimal, alrededor de un punto.

La tensión unitaria se refiere a un punto y a un plano (BB). Como es una fuerza, la tensión unitaria es un vector, por lo que, por regla general, podremos considerar 3 componentes, una normal y dos situadas en el plano - *tensión normal* y *tensiones tangenciales* - y se suelen designar σ y τ , respectivamente.

Por convenio, la tensión se identificará con dos subíndices: el primero identifica el plano donde está aplicada la tensión (corresponde a la normal a este plano) y el segundo corresponde a la dirección de la tensión (Figura 2).

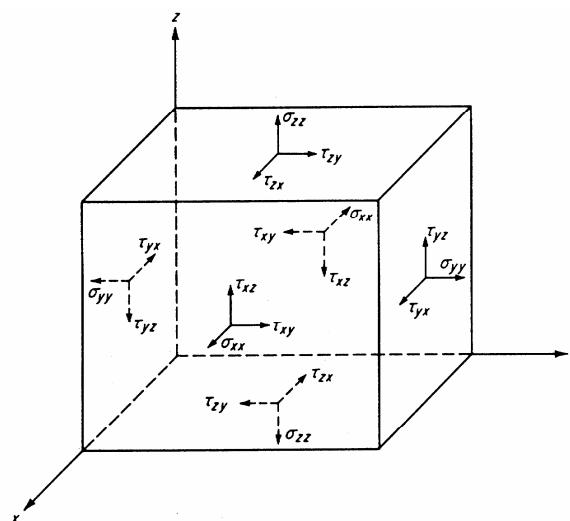


Figura 2 – Convenio de notación para las tensiones

7.2.2. ESTADO PLANO DE TENSIONES

Se estudia a continuación el caso en el que el elemento diferencial está sometido a tensiones paralelas a dos de los ejes (x e y en este caso) como se representan en la Figura 3.

En este caso, tal como se deduce de la figura, se cumple que:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (3)$$

y, por lo tanto: $\tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$.

Supóngase conocidos $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ y que se quiere calcular $(\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \tau_{x_1y_1})$. Los ejes (x_1, y_1) se obtienen a partir de (x, y) con un giro θ (en el sentido indicado en la Figura 4).

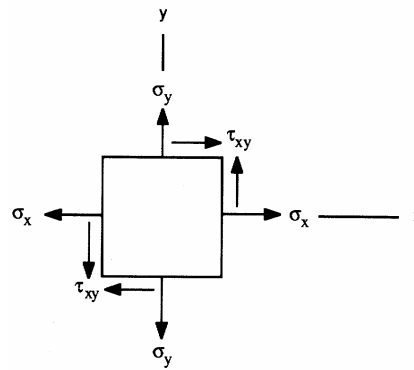


Figura 3 - Elemento en esfuerzo plano

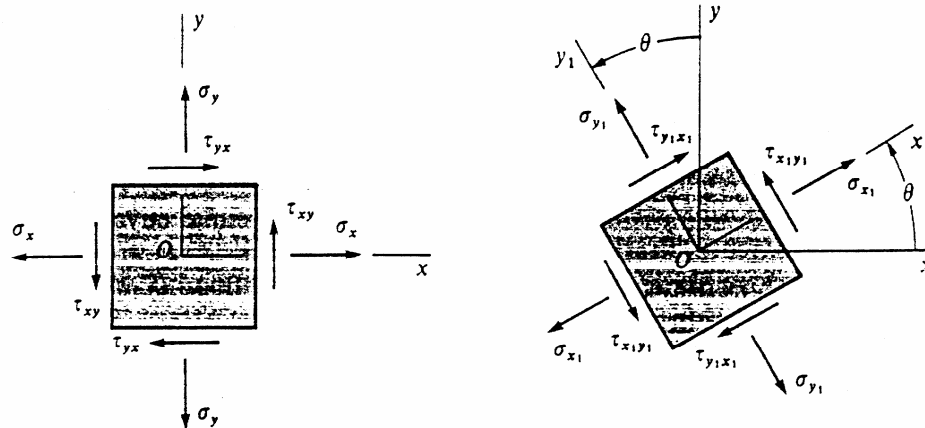


Figura 4 - Elementos en esfuerzo plano

Para relacionar $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ y $(\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \tau_{x_1y_1})$ es útil acudir a la Figura 5, que permite establecer los esfuerzos que actúan sobre una cuña en esfuerzo plano.

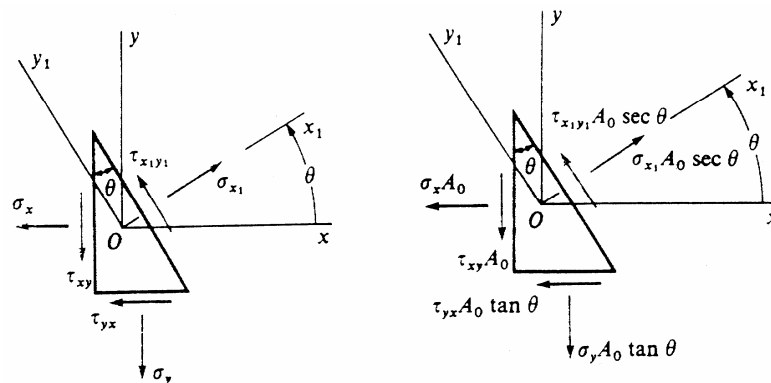


Figura 5 - Elemento en forma de cuña en esfuerzo plano (esfuerzos y fuerzas)
Al analizar el equilibrio de este elemento se deducen las siguientes relaciones:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (4)$$

$$\sigma_{y_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (5)$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (6)$$

donde se cumple que $\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y$

El caso más general de esfuerzo plano se reduce a estados de esfuerzos más simples bajo condiciones especiales tal como se esquematiza en la Figura 6.

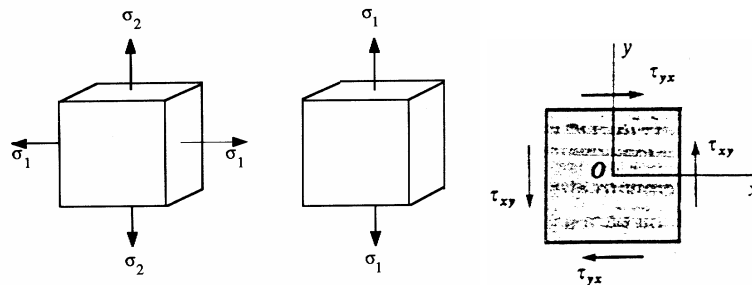


Figura 6 - Casos particulares de tensión plana (biaxial, uniaxial, cortante puro)

7.2.3. ESFUERZOS PRINCIPALES Y ESFUERZOS CORTANTES MÁXIMOS

Suponiendo un estado plano de tensiones y utilizando por tanto las expresiones anteriores, se quiere calcular el valor σ_{x_1} máximo. Puesto que:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (7)$$

el máximo se obtendrá derivando la expresión (7)

$$\frac{d\sigma_{x_1}}{d\theta} = 0 = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cos 2\theta \quad (8)$$

despejando se obtiene el ángulo θ_p que cumple la ecuación (8)

$$\operatorname{tg}(2\theta_p) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (9)$$

Habrán dos valores distintos de θ_p que cumplen la ecuación (9) - y que difieren en 90° -. A los valores de los esfuerzos que corresponden a los ejes definidos por θ_p los llamaremos **esfuerzos (o tensiones) principales** y tendrán lugar, por lo tanto, en planos perpendiculares entre sí. Los valores de esas tensiones principales σ_1 y σ_2 se pueden obtener sustituyendo (θ_p) y $(\theta_p + 90^\circ)$ respectivamente en la ecuación (7)

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (11)$$

Si se considera ahora la ecuación (6) que proporciona el esfuerzo cortante:

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen}2\theta_p + \tau_{xy} \cos 2\theta_p \quad (12)$$

de donde se puede deducir que, sustituyendo el valor de $\operatorname{tg}(\theta_p)$ que proporciona la ecuación (9) en la ecuación (12), $\tau_{x_1y_1} = 0$. Por tanto, **los esfuerzos cortantes son nulos sobre los planos principales**.

De la misma forma que se ha hecho para σ_{x_1} , calcularemos ahora el valor de θ para el que $\tau_{x_1y_1}$ es máximo. Recuérdese que:

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen}2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (13)$$

Derivando e igualando a cero la derivada,

$$\frac{d\tau_{x_1y_1}}{d\theta} = 0 = -(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \operatorname{sen}2\theta \quad (14)$$

de donde despejando se obtiene el ángulo θ_s que cumple la ecuación (14)

$$\operatorname{tg}(2\theta_s) = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (15)$$

La ecuación (15) proporciona también dos valores de θ_s que difieren 90° . Comparando θ_s con θ_p se obtiene la siguiente relación

$$\operatorname{tg}(2\theta_s) = \frac{-1}{\operatorname{tg}(2\theta_p)} \Rightarrow \theta_s = \theta_p \pm 45^\circ \quad (16)$$

De la ecuación (16) se deduce que **los planos de esfuerzo cortante máximo están orientados a 45° de los planos principales**.

Si ahora se calcula τ_{\max} para $\theta = \theta_s$ a partir de las ecuaciones (13) y (15), se obtiene la siguiente expresión

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (17)$$

y recordando las expresiones de σ_1 y σ_2 , (10) y (11):

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (18)$$

7.2.4. CÍRCULO DE MOHR

Partiendo de las ecuaciones ya conocidas en las que σ_{x1} y τ_{x1y1} se obtienen en función de σ_x , σ_y , τ_{xy} :

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (19)$$

$$\tau_{x1y1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (20)$$

Las dos ecuaciones anteriores se pueden reordenar, elevando al cuadrado y sumando para obtener una expresión en la que los distintos valores (σ_{x1} , τ_{x1y1}), cuando varía θ , forman un círculo que en unos ejes (σ_x , τ_{xy}):

- tiene por centro el punto $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$

- tiene un radio de valor igual a $\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

Luego conocidos (σ_x , σ_y , τ_{xy}) es útil una representación conocida por **círculo de Mohr** (Figura 7) en el que podemos reconocer las direcciones principales, las tensiones principales y las tensiones en cualquier otro plano de una forma gráfica y sencilla.

La construcción del círculo de Mohr se lleva a cabo teniendo en cuenta que:

- para $\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{x1} = \sigma_x \quad \tau_{x1y1} = \tau_{xy}$
- para $\theta = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \sigma_{y1} = \sigma_y; \quad \tau_{x1y1} = -\tau_{xy}$

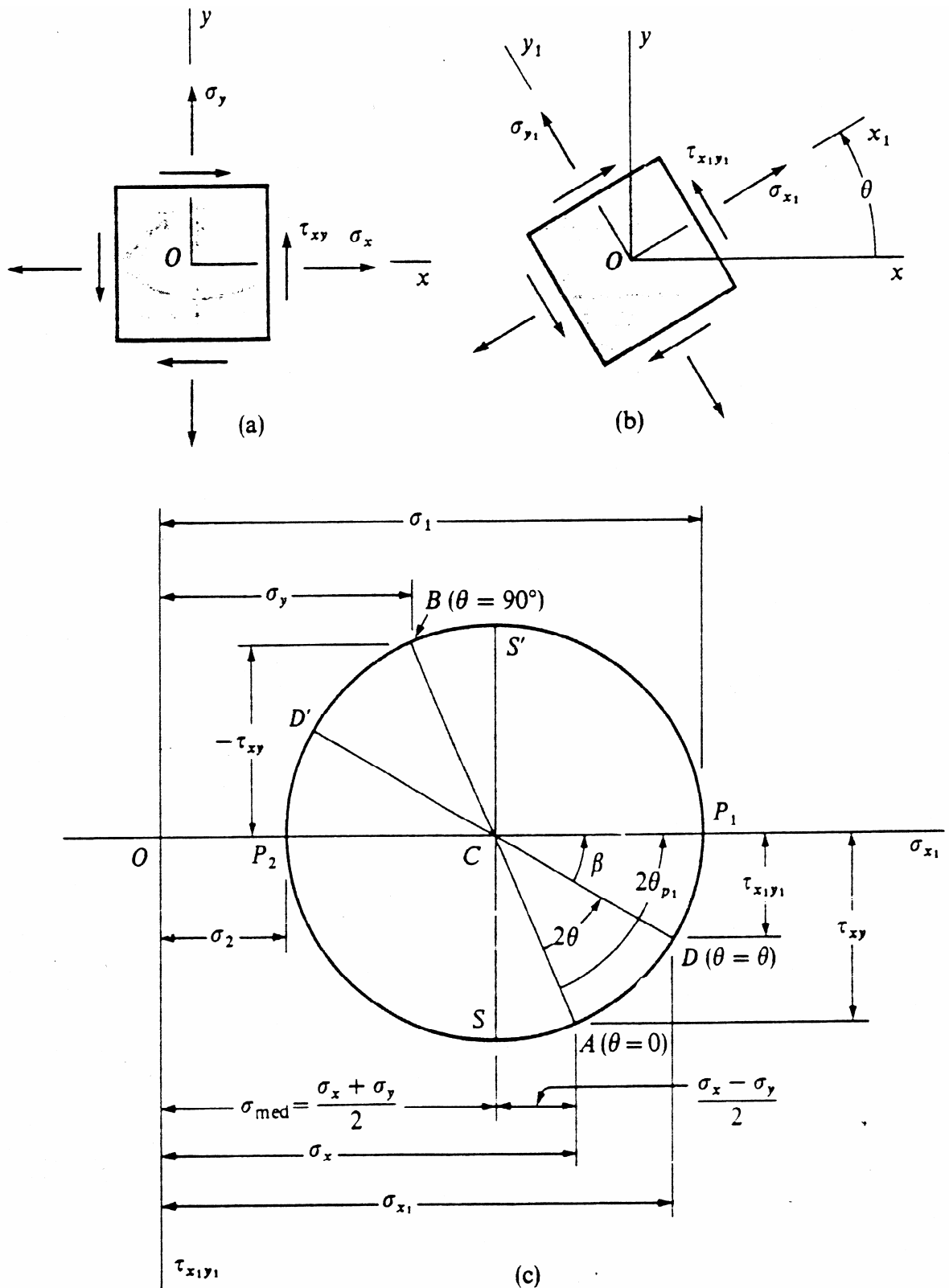


Figura 7 - Círculo de Mohr para esfuerzo plano

7.3. RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN

7.3.1. TENSIÓN PLANA

Supóngase que existe una relación lineal entre la deformación de un material y la tensión a la que está sometido. La expresión más sencilla es la **Ley de Hooke** que relaciona tensión y deformación mediante el módulo de Young (E):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (21)$$

Si consideramos el caso del esfuerzo plano (Figura 8), la deformación unitaria según la dirección x - ε_x - es provocada por σ_x - en una cantidad σ_x/E - y por σ_y - en una cantidad $-\nu\sigma_y/E$ (**efecto Poisson**) - luego:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (22)$$

y de igual forma pueden hallarse expresiones como (22) para ε_y y ε_z .

A su vez, el esfuerzo cortante ocasiona una distorsión del elemento diferencial, en forma de deformación angular γ_{xy} relacionada con τ_{xy} a través del módulo de cizalladura G. Luego las relaciones tensión/deformación pueden expresarse, en el caso de **tensión plana**:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (23)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (24)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (25)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (26)$$

o bien;

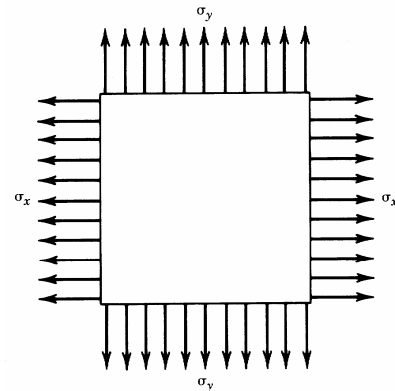


Figura 8 - Esfuerzo plano, biaxial

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \quad (27)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \quad (28)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (29)$$

7.3.2. APLICACIÓN

La utilidad del desarrollo anterior puede verse en el ejemplo que sigue. Supongamos que fuéramos capaces de determinar las deformaciones unitarias con algún elemento de medida y quisiéramos determinar las *tensiones* a las que está sometido el material en un punto determinado, así como las *direcciones principales* y las *tensiones en cualquier otra dirección*. La pregunta es ¿cuántos elementos de medida harían falta?

Supóngase que se colocan tres elementos (A, B, C) alrededor de un punto O tal y como se indica en la Figura 9 y según unas referencias (x, y) que elegimos arbitrariamente.

Si ahora se toman los ejes (x_1, y_1), utilizando las ecuaciones de transformación para deformación plana particularizadas para $\theta = 45^\circ$:

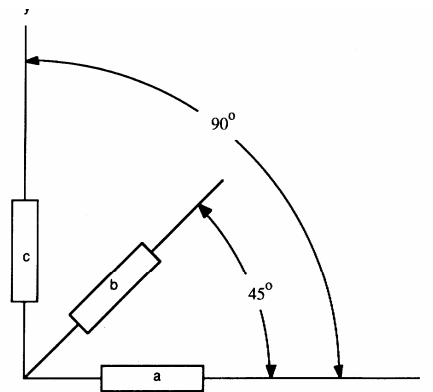


Figura 9 - Situación de los ejes de referencia ($\epsilon_x = \epsilon_a$ y $\epsilon_y = \epsilon_c$)

$$\epsilon_{x_1} = \epsilon_b = \frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{2} + \frac{\epsilon_a - \epsilon_c}{2} \cos 90^\circ + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 90^\circ \quad (30)$$

despejando se obtiene;

$$\gamma_{xy} = 2\epsilon_b - \epsilon_a - \epsilon_c \quad (31)$$

De esta manera, obtenidos $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ se pueden hallar $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ y, posteriormente - con la ayuda del círculo de Mohr - las tensiones principales, las direcciones principales y las tensiones según cualquier otro eje.

7.4. EXTENSOMETRÍA

La **extensometría** es la técnica más utilizada para el **análisis experimental de tensiones**. Su fundamento básico es la variación de la resistencia producida en un hilo de conductor cuando se alarga o contrae, y se emplea también en otras aplicaciones como por ejemplo la **construcción de transductores**.

7.4.1. TEORÍA BÁSICA

La expresión (32) proporciona la resistencia eléctrica de un conductor cilíndrico de diámetro D , longitud l y resistividad ρ :

$$R = \rho \frac{4l}{\pi D^2} \quad (32)$$

Derivando la expresión anterior y *suponiendo que ρ es independiente de la deformación*:

$$dR = 4\rho \frac{dl \cdot \pi D^2 - l \cdot 2\pi D \cdot dD}{\pi^2 D^4} = 4\rho \frac{dl}{\pi D^2} - 4\rho \frac{2l \cdot dD}{\pi D^3} \quad (33)$$

a partir de la ecuación anterior se puede hallar la variación de resistencia relativa:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - 2 \frac{dD}{D} \quad (35)$$

Teniendo en cuenta la relación entre deformaciones longitudinales y transversales (efecto Poisson) la ecuación (35) puede simplificarse utilizando el módulo de Poisson, ν :

$$\frac{dD}{D} = -\nu \frac{dl}{l}$$

$$\frac{dR}{R} = (1 + 2\nu) \frac{dl}{l} = K \cdot \varepsilon \quad (36)$$

La ecuación anterior proporciona la ley de proporcionalidad entre deformaciones unitarias y variaciones relativas de resistencia. Al factor **K**, que relaciona ambas cantidades, se le denomina **factor de galga**.

Si ν fuera igual a 0.3, el factor de galga según la ecuación (36) debería ser 1.6. En la práctica, se comprueba que no es así; por tanto, la hipótesis que se hizo para derivar la ecuación (32) de que ρ no variaba con la deformación no es correcta. Si se deriva de nuevo la ecuación (32) teniendo en cuenta la variación de ρ se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - 2 \frac{dD}{D} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (37)$$

Para poder simplificar la ecuación anterior, la variación de la resistividad se relaciona con la variación de volumen según la relación:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} \quad (38)$$

siendo **C** la llamada **constante de Bridgman**.

Teniendo en cuenta que el volumen de un hilo de diámetro D y longitud l es $V = (\pi D^2/4) \cdot l$, el valor de dV vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$dV = \frac{\pi D \cdot dD}{2} l + \frac{\pi D^2}{4} dl \quad (39)$$

Las expresiones de V y dV en función de D y l se puede utilizar para hallar la variación relativa de volumen:

$$\frac{dV}{V} = 2 \frac{dD}{D} + \frac{dl}{l} \quad (40)$$

y sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (38) se obtiene la variación relativa de resistividad en función de D , l y la constante C definida anteriormente:

$$\frac{d\rho}{\rho} = 2C \frac{dD}{D} + C \frac{dl}{l} \quad (41)$$

y sustituyendo esta expresión en la ecuación (37)

$$\frac{dR}{R} = (1 + C) \frac{dl}{l} + (C - 1) \cdot 2 \frac{dD}{D} \quad (42)$$

La expresión anterior puede simplificarse utilizando el módulo de Poisson:

$$\boxed{\frac{dR}{R} = [1 + C - (C - 1) \cdot 2\nu] \cdot \varepsilon} \quad (43)$$

ecuación que permite hallar, con la hipótesis de que ρ varía con la deformación, una nueva expresión para el **factor de galga**:

$$\boxed{K = 1 + C - (C - 1) \cdot 2\nu} \quad (44)$$

La expresión (44) permite hacer los siguientes comentarios acerca del valor del factor de galga, K :

- En la mayoría de las aleaciones $C \cong 1$, por lo que $K \cong 2$.
- Cuando se supera el límite elástico, $\Delta V \cong 0$ y además $\nu = 0.5$ por lo que también en este caso $K \cong 2$, lo que representa una ventaja.
- En bandas de semiconductores, C puede ser del orden de 100 y, además, su signo depende de las impurezas (tipo P o N). Se alcanzan así valores de $K \cong 100 \div 200$. Las bandas de semiconductores se utilizan, por ello, para medir señales débiles (por ejemplo, en acelerómetros).

7.4.2. CONSTRUCCIÓN DE BANDAS EXTENSOMÉTRICAS

La evolución seguida en la elaboración y utilización de bandas extensométricas ha pasado por las tres etapas siguientes.

- Inicialmente, se empleó hilo de conductor unido en sus extremos al material base sobre el que realizar la medida de deformaciones y tensiones.
- Posteriormente, se hizo uso de hilo de conductor adherido al material base objeto de la medida, a través de, o por medio de, adhesivos.

- Finalmente, en la actualidad, las técnicas de extensometría están basadas en el uso de bandas extensométricas fabricadas mediante técnicas de circuito impreso (Figura 10).

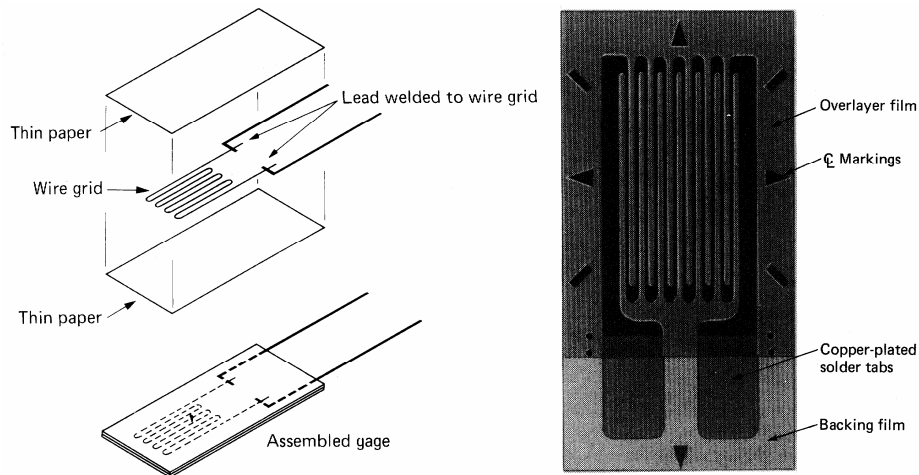


Figura 10 – Bandas extensométricas de circuito impreso

En este sentido, en la Figura 11, pueden observarse diferentes tipos de bandas extensométricas.

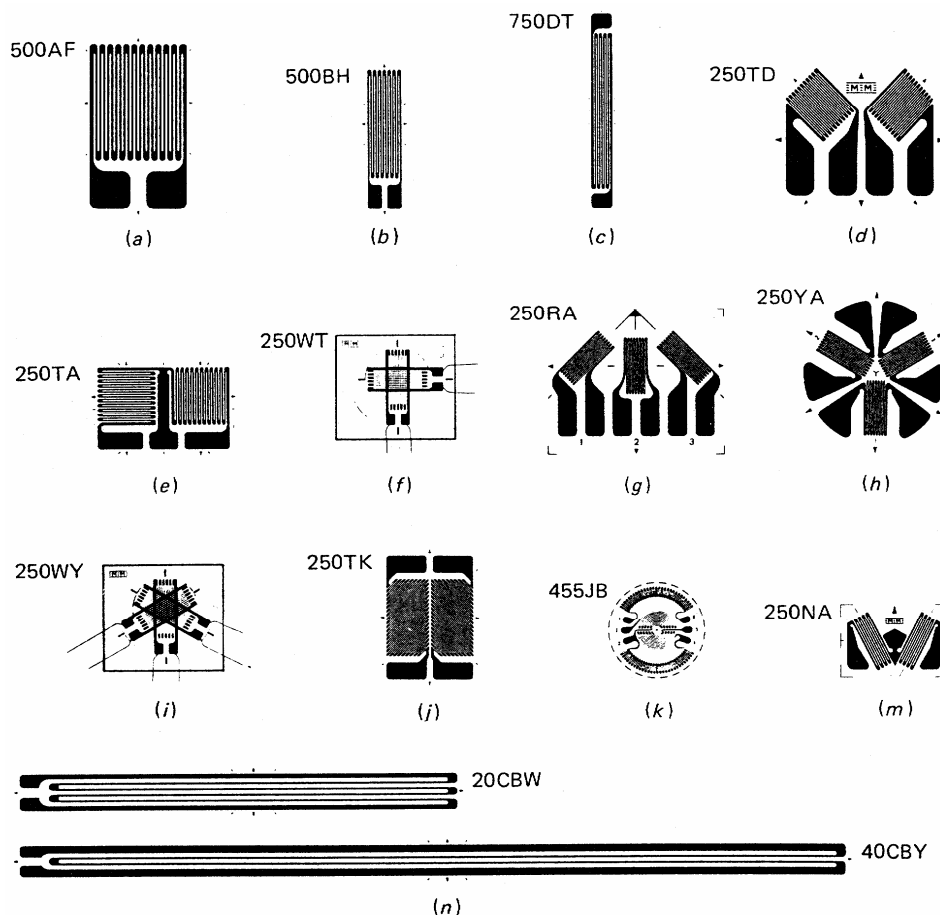


Figura 11 – Formas típicas de bandas extensométricas: bandas simples, rosetas de 2 y tres bandas, bandas para la medida de esfuerzos a cortante, bandas para tensiones en diafragmas y bandas para la medida de tensiones en hornigón.

7.4.3. ELEMENTOS DE UNA BANDA EXTENSOMÉTRICA. MATERIALES UTILIZADOS

Los componentes que pueden distinguirse en una banda extensométrica instalada aparecen reflejados en la Figura 12:

- 1- Material Soporte.
- 2- Adhesivo.
- 3- Banda extensométrica. Conductor.
- 4- Terminales para soldar.
- 5- Soldadura.
- 6- Hilo conductor.
- 7- Recubrimiento protector.

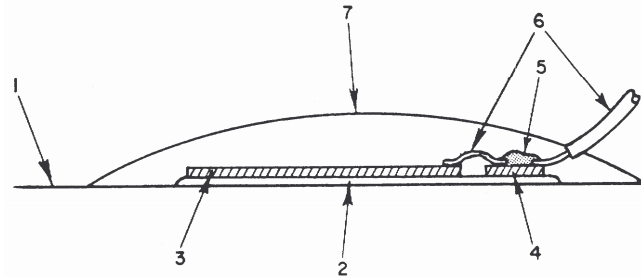


Figura 12 – Banda extensométrica

Las características a cumplir por cada uno de estos cuatro elementos dependen de cada aplicación: medidas de carácter estático o dinámico, influencia de la temperatura, material a medir, ...

7.4.3.1. Soportes

Los soportes sirven de ayuda al manejo e instalación de la banda, mantienen los conductores alineados y proporcionan soporte a los terminales (Figura 13).

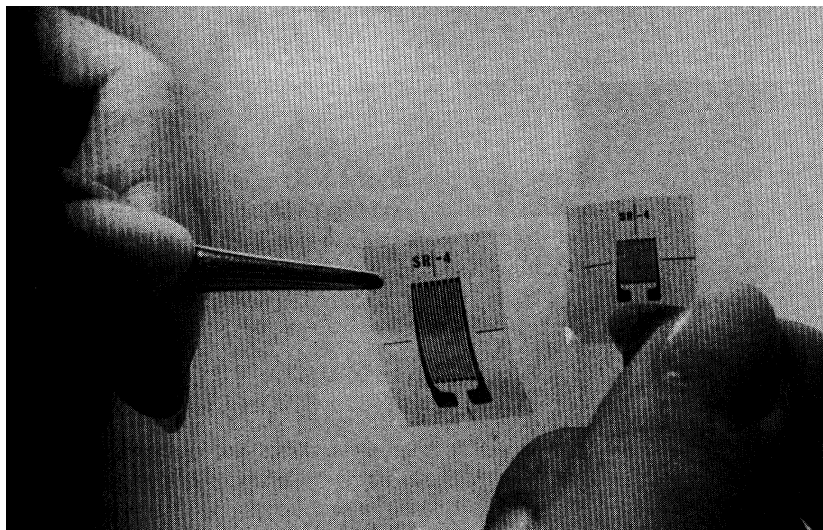


Figura 13 – El material soporte facilita el manejo de la banda
Deben cumplir las siguientes características:

- Ser aislantes, resistentes y flexibles.
- El módulo de cortadura debe ser razonablemente alto y evitarse efectos viscoelásticos, ya que las deformaciones deben transmitirse al conductor a través del soporte.

Por lo general, en función de las temperaturas (Tabla 2.1), se utilizan los siguientes materiales:

- Hasta 90°C, se utilizan aglutinantes de nitrocelulosa en combinación con refuerzo de papel delgado.
- Hasta 200° ÷ 300°C, se utilizan soportes fenólicos o de baquelita.

- Por encima de 300°C, suelen también utilizarse ciertas resinas epoxi y poliamidas, con papel de fibra de vidrio como refuerzo.

7.4.3.2. Adhesivos

Los adhesivos requieren propiedades similares a los soportes ya que actúan en serie con el soporte. Por tanto, *las prestaciones de la banda estarán determinadas por el elemento más débil*. Interesa que la capa de adhesivo sea delgada. Se suele usar en función de las temperaturas de aplicación (Tabla 2.1):

- El más utilizado es el Cianocrilato, que cura enseguida.
- Las resinas epoxi, fenólicas y poliamidas admiten temperaturas más altas. Las poliamidas pueden utilizarse por encima de 300°C.
- Por encima de 350°C, los plásticos orgánicos se oxidan. En estos casos, se utilizan cerámicas u óxidos de aluminio.
- A temperaturas de unos 700°C, las cerámicas empiezan a perder características (por ejemplo, el aislamiento eléctrico).
- También se emplean, para altas temperaturas, soportes metálicos soldados por puntos a la estructura que se desea medir.

Grid and Backing Materials	Recommended Adhesive	Permissible Temperature Range, °C
<i>Foil on epoxy</i>	Cyanoacrylate	-75 to 95
<i>Foil on phenol-impregnated fiberglass</i>	Phenolic	-240 to 200
<i>Strippable foil or wire</i>	Ceramic	-240 to 400 (to 1000 for short-time dynamic tests)
<i>Free filament wire</i>	Ceramic	-240 to 650 (to 1100 for short-time dynamic tests)

Tabla 2.1 – Materiales soporte y adhesivos. Recomendaciones genéricas

7.4.3.3. Conductores

La selección del conductor está muy relacionada con el factor de galga, con su variación con la temperatura y con la sensibilidad a variaciones térmicas. También debe considerarse si la aplicación es estática o dinámica. En el primer caso, la sensibilidad a variaciones es menos importante.

La mayor parte de las aleaciones dan un factor de galga decreciente con la temperatura (Figura 14), a excepción del Constantan o Advance que aumenta ligeramente.

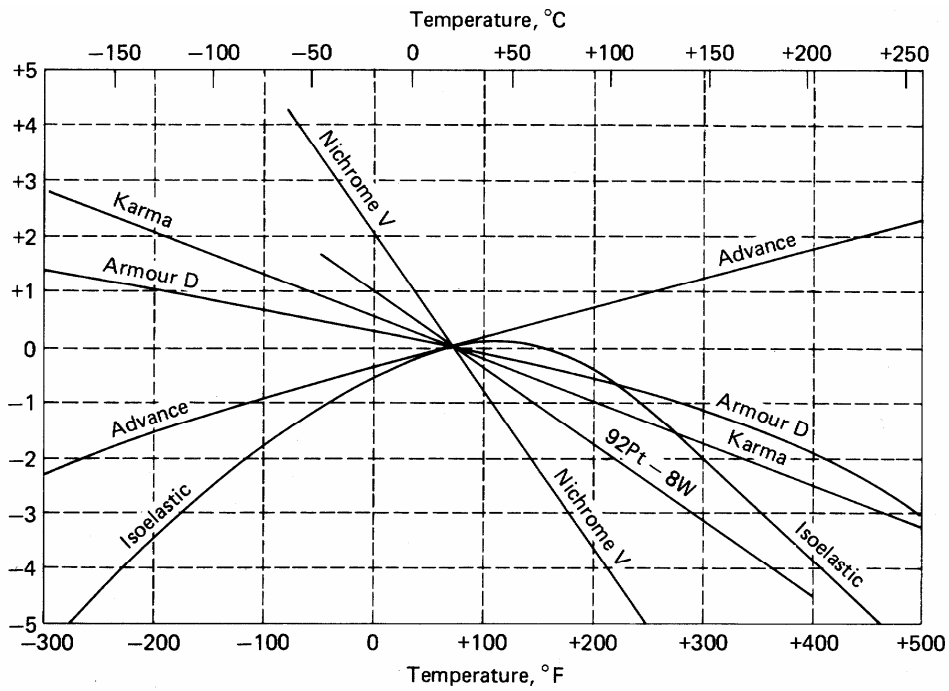


Figura 14 - Variación del factor de galga (K) con la temperatura. % de variación con respecto al valor a 75° F (24° C)

Como se ha comentado anteriormente, la utilización de semiconductores permite aumentar el factor de galga hasta $K=100$ (las bandas habituales tienen $K \approx 2$). En general, se utiliza un único cristal de silicio. Sin embargo, los cambios de resistencia son menos lineales en bandas de semiconductores:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left(\frac{T_0}{T}\right) \cdot \epsilon \cdot K_1 + \left(\frac{T_0}{T}\right) \cdot \epsilon^2 \cdot K_2 \quad (45)$$

donde;

- R_0 es la resistencia de la banda sin tensión a la temperatura T_0 .
- T es la temperatura a la que se lleva a cabo la medida (K).
- K_1, K_2 son constantes.

Las bandas de semiconductores no son más sensibles a los cambios de temperatura, pero su influencia se nota más por tener mayores factores de galga.

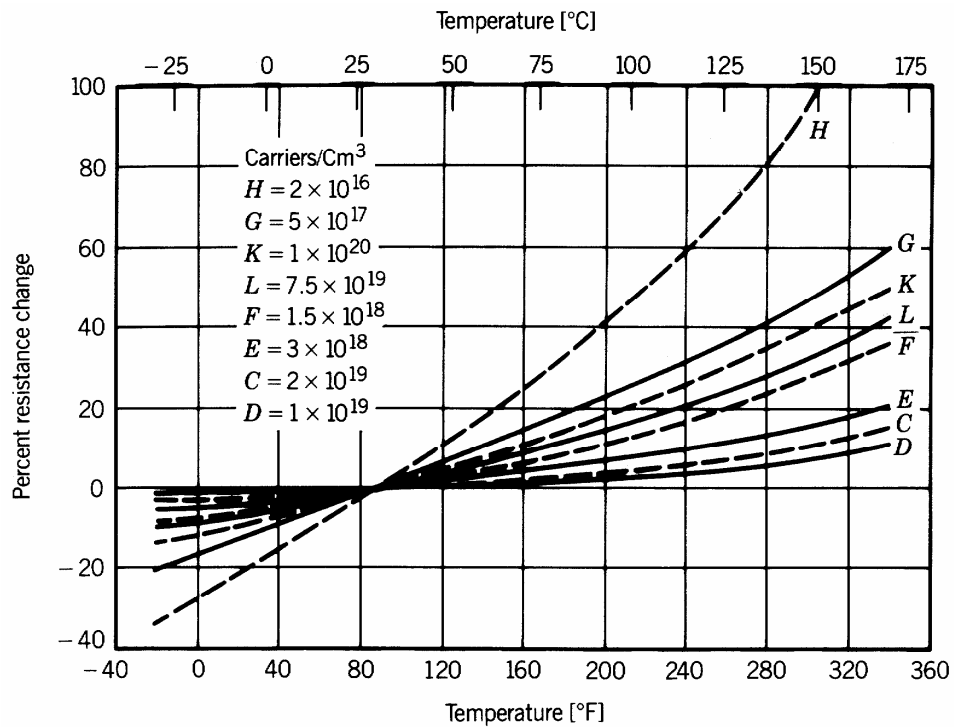


Figura 15 – Banda de semiconductor tipo P. Efecto de la temperatura en la resistencia para varias concentraciones de impurezas.

7.4.4. FACTORES DE GALGA PARA DIFERENTES MATERIALES.

En la tabla 2.2 se presenta la composición y factor de galga de algunos de los materiales más empleados en la fabricación de bandas extensométricas y que hemos venido refiriendo a lo largo de este capítulo.

Material	Composición	Factor Galga
Advance o Constantan	45 Ni, 55 Cu	2.1
Karma	74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe	2.0
Isoelastic	36 Ni, 8 Cr, 0.5 Mo, 55.5 Fe	3.6
Nichrome V	80 Ni, 20 Cr	2.1
Platino-Tungsteno	92 Pt, 8 W	4.0
Armour D	70 Fe, 20 Cr, 10 Al	2.0

Tabla 2.2 - Composición y factores de galga de distintos materiales

El material de dominado **Advance o Constantan** es el más utilizado ya que es capaz de mantener constante el factor de galga hasta deformaciones muy elevadas (8%). En estado recocido puede llegar a un 20%, pero con "offset".

La aleación **Karma** también es muy utilizada, presentando tres ventajas sobre el Constantan:

- Puede alcanzarse compensación de temperatura sobre un rango más elevado.
- Ofrece una mejor resistencia a fatiga debido a su composición Ni-Cr.
- Mantiene una excelente estabilidad con el tiempo.

La aleación **Isoelastic** presenta la ventaja de su sensibilidad, pero no puede compensarse en temperatura, por ser muy sensible a ella. Se utiliza en medidas de carácter dinámico.

Las aleaciones **Nichrome V**, **Platino-Tungsteno** y **Armour D** se emplean en aplicaciones muy especiales en las que resultan de gran importancia la resistencia a temperaturas elevadas y a la oxidación.

7.4.5. EFECTO TÉRMICO SOBRE LAS MEDIDAS

El efecto térmico en el comportamiento de las bandas extensométricas es muy importante (Figura 16), especialmente en medidas de larga duración.

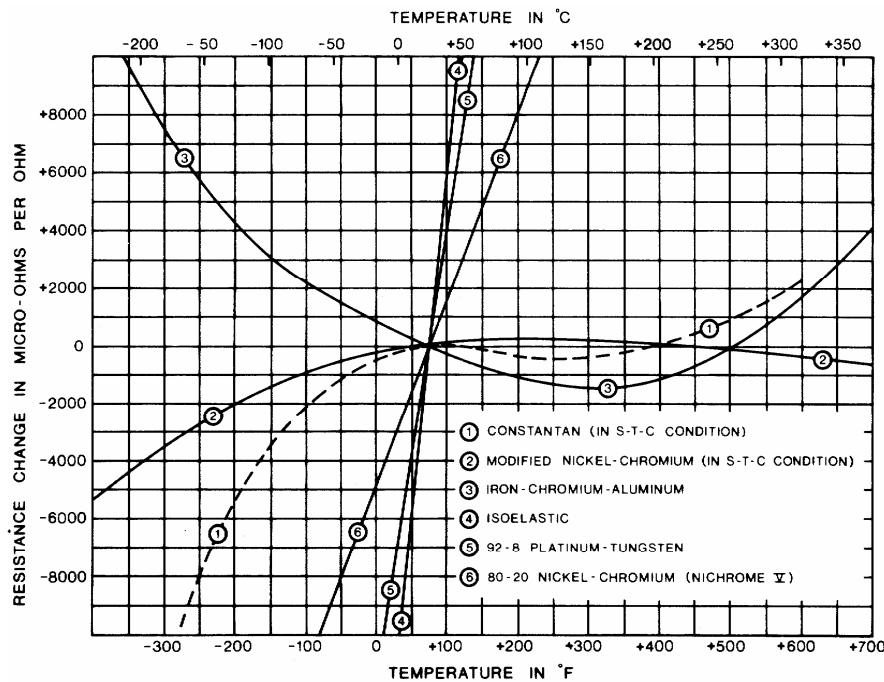


Figura 16 – Efecto de la temperatura sobre la resistencia de la banda
 En la sensibilidad de una banda extensométrica respecto de la temperatura influyen:

- La **variación de la resistividad**:

$$\rho(T) = \rho_0 \cdot \{1 + \beta_\rho \cdot (T - T_0)\} \tag{46}$$

luego la variación relativa de la resistividad será:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \beta_\rho \cdot (T - T_0) \tag{47}$$

- La **dilatación del conductor** (l y D):

$$l = l_0 \cdot \{1 + \lambda_b \cdot (T - T_0)\} \tag{48}$$

$$D = D_0 \cdot \{1 + \lambda_b \cdot (T - T_0)\} \tag{49}$$

luego las variaciones relativas de la longitud y del diámetro serán:

$$\boxed{\frac{\Delta l}{l_0} = \lambda_b \cdot (T - T_0)} \quad (50)$$

$$\boxed{\frac{\Delta D}{D_0} = \lambda_b \cdot (T - T_0)} \quad (51)$$

- La **dilatación del material** a medir:

$$l = l_0 \cdot \{1 + \lambda_e \cdot (T - T_0)\} \quad (52)$$

luego la variación relativa será

$$\boxed{\frac{\Delta l}{l_0} = \lambda_e \cdot (T - T_0)} \quad (53)$$

Una vez halladas las expresiones (47), (50), (51) y (53), se puede calcular la **variación**, al variar la temperatura, **de la resistencia relativa de la banda**. Para llevar a cabo este cálculo habrá que superponer dos efectos:

- El debido a la variación térmica, considerando una banda aislada:

$$\frac{\Delta R_T}{R} = \frac{\Delta l}{l} - 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta \rho}{\rho} = (\beta_\rho - \lambda_b) \cdot (T - T_0) \quad (54)$$

- El debido a la deformación diferencial que sufre la banda al verse obligada a dilatarse por el material a medir.

$$\frac{\Delta R_d}{R} = K \frac{\Delta l_d}{l} = K \cdot (\lambda_e - \lambda_b) \cdot (T - T_0) \quad (55)$$

Sumando ambas expresiones

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_T}{R} + \frac{\Delta R_d}{R} = [\beta_\rho - \lambda_b + K \cdot (\lambda_e - \lambda_b)] \cdot (T - T_0)} \quad (56)$$

A veces, esta relación se expresa:

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = K \alpha_t \cdot (T - T_0)} \quad (57)$$

siendo α_t la *deformación unitaria aparente producida por un incremento de temperatura de 1°C*. Atendiendo a la ecuación (56), su valor será:

$$\boxed{\alpha_t = \frac{\beta_\rho - \lambda_b}{K} + \lambda_e - \lambda_b} \quad (58)$$

Este factor α_t es de una gran importancia. Obsérvese que **si $\alpha_t \cong 0$** , no hay variación de la resistencia con la variación de la temperatura: **la banda es la autocompensada** para su utilización con ese material concreto. La autocompensación, por lo tanto, se dará para un material concreto ya que recordando las expresiones anteriores:

- $\lambda_b \rightarrow$ coeficiente de dilatación del conductor con que está fabricada la banda extensométrica.
 - $\lambda_e \rightarrow$ coeficiente de dilatación de la estructura o material a ensayar.
 - $\beta_p \rightarrow$ coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura.
- y por lo tanto, la ecuación (58) se anulará para una combinación de estos tres parámetros.

Material	$\beta_p \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C}^{-1})$	$\lambda_b \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C}^{-1})$	Estructura	$\lambda_e \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C}^{-1})$
Constantan	3.7	1.7	Aluminio	2.5
Karma	3.0	1.0	Acero	1.1
Isoelastic	17.9	0.4	Cobre	1.7
Nichrome V	11.3	1.3	Titanio	0.9

Tabla 2.3 - Características térmicas de aleaciones de interés

Los conductores de Constantan se utilizan para fabricar bandas autocompensadas para temperaturas de hasta 200°C. Por otro lado, las aleaciones de Karma pueden mantener la autocompensación hasta unos 400°C.

7.5. CIRCUITO DE INSTRUMENTACIÓN: PUENTE DE WHEATSTONE

El **puente de Wheatstone** es el montaje más utilizado para la medida de la variación de la resistencia relativa $\Delta R/R$, producida en la medición con bandas extensométricas.

En una de las ramas del puente de Wheatstone se coloca la banda de medida (Figura 17), mientras que el resto de las ramas se completan con resistencias pasivas de valor nominal idéntico al de la banda de medida no deformada.

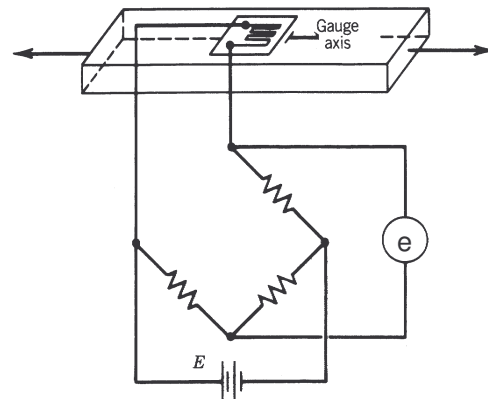


Figura 17 – Puente de Wheatstone

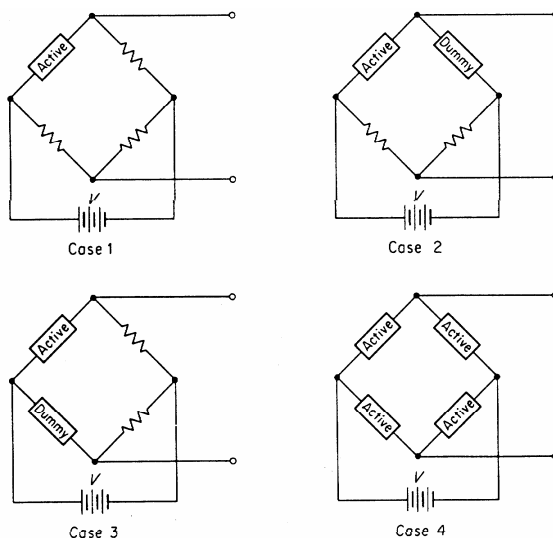


Figura 18 – Configuraciones del puente de Wheatstone

Esta configuración se conoce como **cuarto de puente**. En la figura 18, puede observarse otros dos tipos de configuración:

- Completando el puente con 4 bandas extensométricas de análogas características (caso 4). Lo que se conoce como **operación en puente completo**.

- Utilizando sólo dos bandas situadas en ramas contiguas: **operación en medio puente** (casos 2 y 3).

7.5.1. CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

Tomando de referencia la figura 19, se deducirán a continuación las relaciones que deben existir entre las resistencias de las cuatro ramas para que exista equilibrio en el puente, es decir la tensión "e" sea nula. Esta condición se cumplirá si:

$$I_1 \cdot R_1 = I_4 \cdot R_4 \quad (59)$$

siendo

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad I_4 = \frac{E}{R_3 + R_4} \quad (60)$$

de donde la condición de equilibrio resulta, sustituyendo (60) en (59):

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (61)$$

y operando con esta expresión (61) resulta:

$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}} \quad (62)$$

7.5.2. TENSIÓN DE SALIDA

En el aparato anterior se ha hallado la condición de equilibrio. Si suponemos ahora conocidos los valores de las resistencias, la relación del **desequilibrio** e del puente con la **tensión de alimentación** E , tiene la siguiente expresión:

$$e = [I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4] = \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] \cdot E \quad (63)$$

Diferenciando la ecuación (63) se pueden estudiar las variaciones de e cuando varía únicamente la resistencia R_1 (una sola rama activa)

$$de = \left(\frac{dR_1 \cdot (R_1 + R_2) - R_1 \cdot dR_1}{(R_1 + R_2)^2} \right) \cdot E = \frac{R_2 \cdot dR_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot E \quad (64)$$

y por lo tanto, si en la rama 1 hay colocada una banda extensométrica con un factor de galga K (Figura 17), la ecuación anterior se puede transformar como sigue:

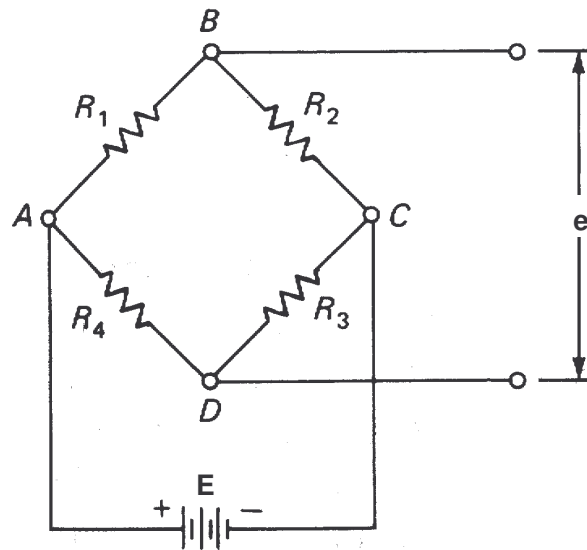


Figura 19 – Puente de Wheatstone

$$\boxed{de = \frac{R_2 \cdot R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot E \cdot \frac{dR_1}{R_1} = \frac{R_2 \cdot R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot E \cdot K \cdot \varepsilon} \quad (65)$$

La ecuación (65) se simplifica si consideramos las resistencias utilizadas en el puente de igual valor $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$:

$$\boxed{de = \frac{E \cdot K}{4} \cdot \varepsilon} \quad (66)$$

En todo el desarrollo anterior, hemos supuesto que únicamente existía **una rama activa**. Si suponemos ahora que hay **cuatro ramas activas** (Figura 18, caso 4) y diferenciamos la ecuación (63):

$$de = \left[\frac{(R_1 + R_2) \cdot dR_1 - R_1 \cdot (dR_1 + dR_2)}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{dR_4 \cdot (R_3 + R_4) - R_4 \cdot (dR_3 + dR_4)}{(R_3 + R_4)^2} \right] \cdot E = \left[\frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left(\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} \right) - \frac{R_3 \cdot R_4}{(R_3 + R_4)^2} \cdot \left(\frac{dR_4}{R_4} - \frac{dR_3}{R_3} \right) \right] \cdot E \quad (67)$$

La expresión (67) puede simplificarse si se supone que inicialmente el puente de Wheatstone estaba equilibrado; es decir que, recordando la ecuación (61), se cumple que:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad (68)$$

lo que equivale, multiplicando miembro a miembro ambas expresiones, a:

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{R_3 \cdot R_4}{(R_3 + R_4)^2} \quad (69)$$

La expresión anterior sustituida en la ecuación (67) queda en la forma:

$$de = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left[\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3} - \frac{dR_4}{R_4} \right] \cdot E \quad (70)$$

La ecuación (70) se puede transformar de nuevo, utilizando el factor de galga, K, (y suponiendo el mismo para las cuatro ramas):

$$\boxed{de = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot K \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \cdot E} \quad (71)$$

Tal y como se hizo en el caso de una sola rama activa, si se supone que inicialmente los valores de las cuatro resistencias coinciden ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4$), la ecuación anterior se simplifica obteniéndose:

$$\boxed{de = \frac{E \cdot K}{4} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)} \quad (72)$$

La expresión (72) resulta de suma importancia ya que de ella se deduce que para el **punte completo** (cuatro ramas activas):

- Las deformaciones unitarias correspondientes a ramas del puente opuestas se suman (ε_1 y ε_3 ; o bien ε_2 y ε_4).

- Las deformaciones unitarias correspondientes a ramas del puente adyacentes se restan (ε_1 y ε_2 ; o bien ε_3 y ε_4).

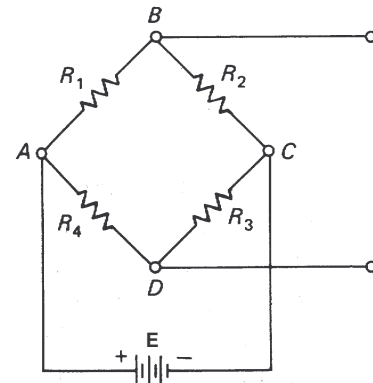


Figura 20 – Punte Completo

7.5.3. OPERACIÓN POR DESEQUILIBRIO Y EN EQUILIBRIO

El puente de Wheatstone relaciona el desequilibrio del puente con las variaciones de resistencia de las ramas, y existen dos formas de operar con él:

- + En equilibrio.
- + En desequilibrio.

7.5.3.1. Operación en equilibrio

Si se supone que inicialmente el puente estaba equilibrado, en la operación por equilibrio se compensa la variación de resistencia producida en una rama variando la resistencia en otra hasta equilibrar de nuevo el puente. Se utilizará la ecuación (2.74):

$$de = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left[\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3} - \frac{dR_4}{R_4} \right] \cdot E \quad (73)$$

Este método sólo es válido para procesos lentos. Nótese también que en la operación en equilibrio la variación de la tensión de alimentación no introduce error en la medida.

7.5.3.2. Operación en desequilibrio

Suponiendo que inicialmente el puente está equilibrado, en la operación en desequilibrio se mide la tensión de desequilibrio, Δe . La ventaja de este método es que puede utilizarse en medidas dinámicas. Sin embargo, en la operación por desequilibrio se produce un error que se analiza a continuación.

Se considerará una sola rama activa para simplificar el desarrollo. En la ecuación (63) se provoca una variación de resistencia R_1 que pasa a tener un valor de $R_1 + \Delta R_1$. Esto provoca una variación en la tensión del puente, Δe :

$$\Delta e = \left[\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] \cdot E \quad (74)$$

Si inicialmente el puente estaba equilibrado, según (61) puede sustituirse el segundo sumando de la ecuación anterior:

$$\Delta e = \left[\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] \cdot E \quad (75)$$

operando,

$$\Delta e = \left[\frac{R_1 \cdot (R_1 + R_2) + \Delta R_1 \cdot (R_1 + R_2) - R_1^2 - R_1 \cdot \Delta R_1 - R_1 \cdot R_2}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2) \cdot (R_1 + R_2)} \right] \cdot E \quad (76)$$

de donde

$$\Delta e = \left[\frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2) \cdot (R_1 + R_2)} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \right] \cdot E \quad (77)$$

por diferenciación de la ecuación (63) se obtuvo la ecuación (65) que se repite a continuación para que se pueda comparar con la ecuación (77):

$$de = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot E \cdot \frac{dR_1}{R_1} \quad (65')$$

Es importante observar que la expresión (65') relaciona linealmente la variación relativa de resistencia - dR_1/R_1 - y el desequilibrio del puente - de -, mientras que la expresión (77) es no lineal. La diferencia entre ambas permite calcular el **error de linealidad**, δ :

$$\delta = \Delta e - de = \left[\frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2) \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2)} - \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right] \cdot E \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (78)$$

operando:

$$\delta = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \left[\frac{1}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2)} - \frac{1}{(R_1 + R_2)} \right] \cdot E \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (79)$$

expresión de la que resulta

$$\delta = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot \left[\frac{-\Delta R_1}{(R_1 + R_2) \cdot (R_1 + \Delta R_1 + R_2)} \right] \cdot E \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (80)$$

y el error relativo responde a la siguiente expresión:

$$\frac{\delta}{\Delta e} = \frac{-\Delta R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (81)$$

de donde, el **error relativo** es

$$\frac{\delta}{\Delta e} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot K \cdot \varepsilon = -\frac{K}{2} \cdot \varepsilon \quad (82)$$

Una conclusión importante es, por tanto, que el error relativo es tanto mayor cuanto mayor es la deformación unitaria a medir. Además, el error de medida es mayor cuanto mayor es el desequilibrio del puente de Wheatstone, para reducirlo se opera sobre una situación inicial de puente en equilibrio.

Un error adicional en la operación en desequilibrio proviene de posibles variaciones en la tensión de alimentación E. Este error no se produce, como ya se ha visto, en la operación en equilibrio.

Ejemplo de error de linealidad:

Si se mide una deformación unitaria ε , de valor $\varepsilon = 5000 \cdot 10^{-6} = 5000 \mu\varepsilon$, para un factor de galga $K = 2$, el error relativo según (82) sería -0.005, es decir un -0.5%.

7.5.4. COMPENSACIÓN DEL EFECTO TÉRMICO

El montaje eléctrico en puente de Wheatstone permite la compensación del efecto térmico. Supongamos que R_1 es la banda activa. Si se completa el puente de Wheatstone, con dos resistencias pasivas R_3 y R_4 y una banda extensométrica R_2 pegada al mismo material de ensayo y soportando las mismas variaciones térmicas (Figura 21a), recordando la ecuación (70):

$$\Delta e = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \left[\frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3} - \frac{dR_4}{R_4} \right] \cdot E \quad (83)$$

De donde se deduce que el desequilibrio del puente de Wheatstone debido a variaciones térmicas se anula ya que las variaciones de resistencia en R_1 y R_2 son similares. La misma compensación se alcanza si la banda se sitúa en la rama 4 (Figura 21b).

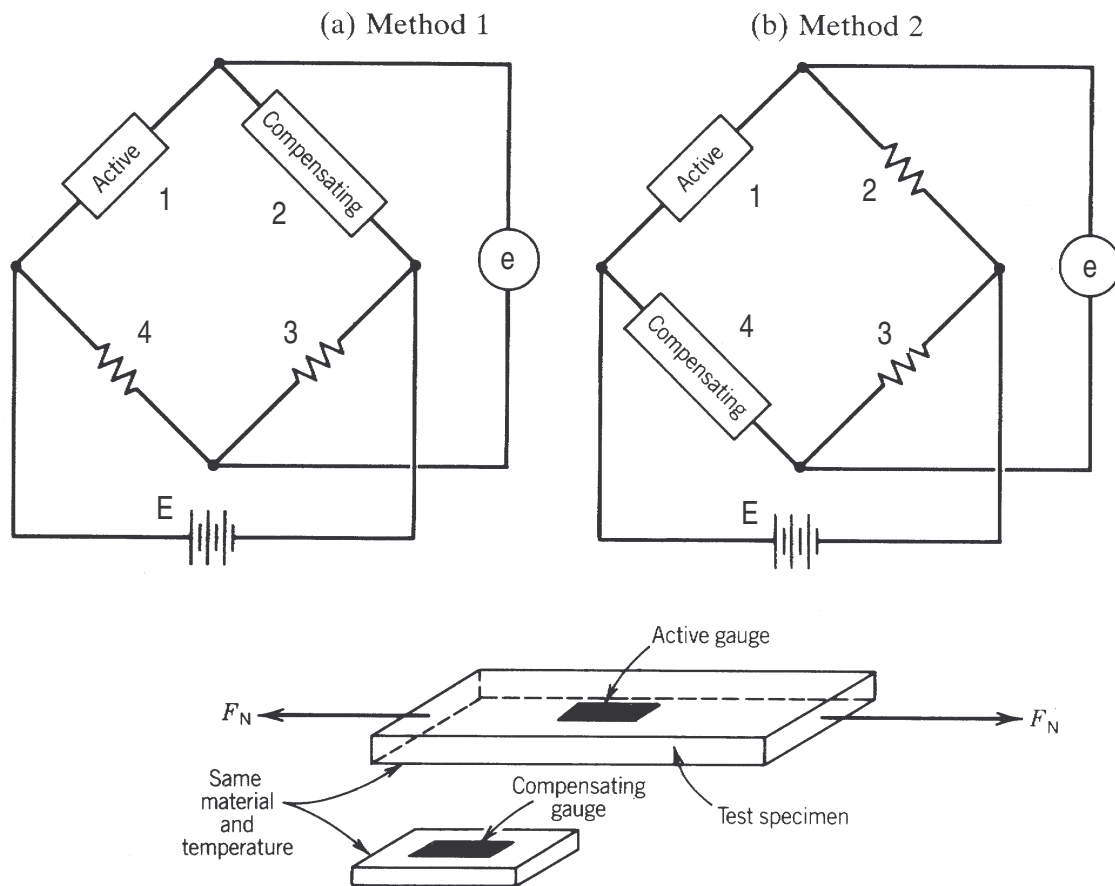


Figura 21 – Compensación del efecto térmico con el puente de Wheatstone

También se produce una compensación del efecto térmico si las cuatro ramas del puente de Wheatstone están formadas por bandas extensométricas. Esta característica es de gran utilidad en la construcción de transductores.

En la compensación del efecto térmico a través de su montaje en puente de Wheatstone, interesa utilizar bandas con idénticas características de sensibilidad térmica más que bandas autocompensadas. La selección de bandas y el emparejamiento adecuado de las mismas permiten alcanzar los mejores resultados.

7.6. DETERMINACIÓN DEL ESTADO BIDIMENSIONAL DE TENSIONES. ROSETAS.

En realidad este punto se trató en el apartado dedicado a recordar algunos puntos de resistencia de materiales. En aquel momento (apartado 2.3.2), se hablaba de algún elemento capaz de medir deformaciones unitarias estudiando el comportamiento de las bandas extensométricas. Volvamos sobre el problema.

Los puntos situados sobre la superficie, en general están sometidos a un estado de tensiones bidimensional definido por las tensiones (σ_x , σ_y , τ_{xy}). Utilizando lo que se ha visto sobre extensometría, se puede intentar medir (ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy}) para poder determinar (σ_x , σ_y , τ_{xy}).

Las bandas extensométricas permiten medir directamente ϵ_x y ϵ_y , pero no γ_{xy} . Midiendo las deformaciones unitarias ϵ en tres direcciones distintas, se puede determinar γ_{xy} ya que las Resistencia de Materiales proporciona una relación entre las deformaciones según ejes que forman un ángulo θ (45° en la Figura 22):

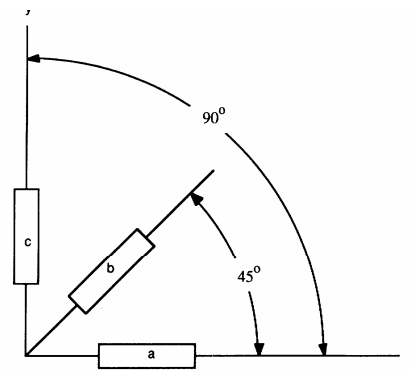


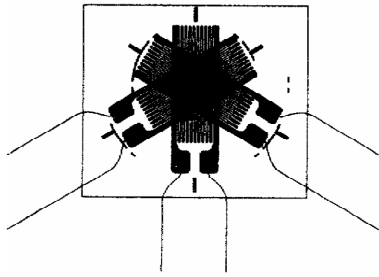
Figura 22 – Disposición bandas

$$\epsilon_{x'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \text{sen} 2\theta \quad (84)$$

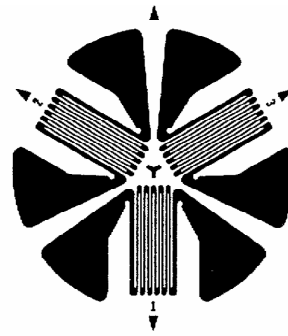
Si se conocen las deformaciones unitarias en las tres direcciones distintas, pueden establecerse tres ecuaciones con tres incógnitas para hallar $(\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy})$ de las que se obtienen su valor.

Al conjunto de tres bandas extensométricas orientadas según tres direcciones del mismo punto se le denomina **roseta**. Normalmente las 3 bandas de una roseta se colocan a 45° . En algunos casos, también se sitúan a 120° .

Algunos autores denominan también **rosetas** al conjunto de varias bandas en un soporte único (no necesariamente tres).

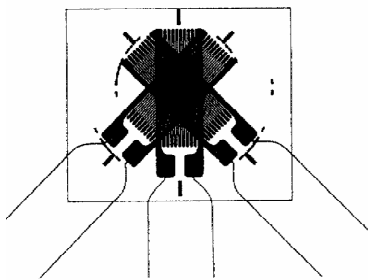


Stacked Type

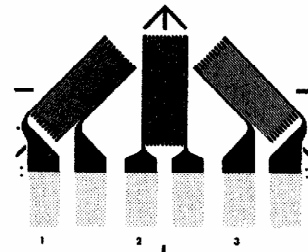


Single-Plane Type

Three-Element 45° (Rectangular) Rosettes

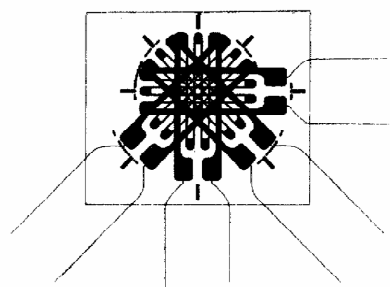


Stacked Type



Single-Plane Type

Four-Element Tee-Rectangular Rosette



Stacked Type

Figura 23 - Diversos tipos de rosetas de tres bandas

7.6.1. APLICACIÓN ROSETA A 45°

En este caso, sean tres bandas (a, b, c) situadas según 3 direcciones a 45° (Figura 24). Dos de las direcciones (a y c) coinciden con x e y, de forma que:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_a \quad \varepsilon_{x'} = \varepsilon_b \quad \varepsilon_y = \varepsilon_c$$

Aplicando la ecuación (84):

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c$$

y las tensiones serán:

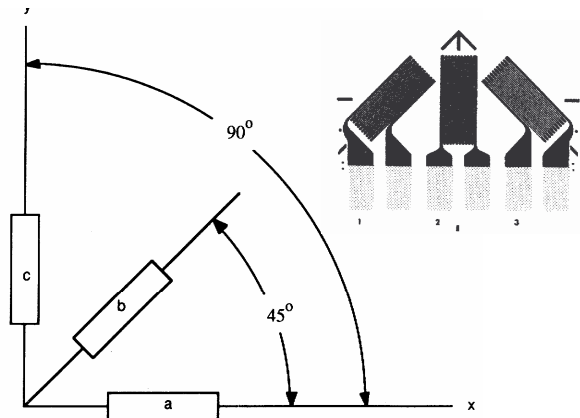


Figura 24 – Roseta a 45°

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \nu \cdot \varepsilon_3) \quad (85)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\varepsilon_3 + \nu \cdot \varepsilon_1) \quad (86)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot (2 \cdot \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (87)$$

A partir de $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ pueden calcularse las tensiones principales y su dirección.

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \text{tg}^{-1} \left(\frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (88)$$

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (89)$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (90)$$



7.7. SINOPSIS

El análisis experimental de la distribución de tensiones que tiene lugar en un cuerpo puede llevarse a cabo utilizando diferentes técnicas de medida. Cada una de estas técnicas proporcionará información sobre las tensiones superficiales presentes en el elemento ensayado. El diseño y la selección del sistema de medida de tensiones apropiado comienza por la elección de la técnica de medida.

La técnica, desarrollada en este tema, de medida de tensiones mediante bandas extensométricas - basadas en la variación de la resistencia eléctrica de un hilo con su deformación - proporciona método de gran versatilidad para la medida de la tensión en un punto determinado del elemento estudiado. La selección de la banda extensométrica incluye la selección de sus cuatro componentes principales: el tipo de adhesivo a utilizar, el material soporte, el recubrimiento a utilizar y material para la banda. Otro tipo de consideraciones incluirán la selección de la resistencia total de la banda, la orientación - en su posicionamiento sobre el cuerpo a analizar - de la misma, los márgenes de temperatura o el máximo de deformación permitida. Además, el posicionamiento de las bandas en el puente de Wheatstone podrá proporcionar una compensación del efecto térmico o la eliminación de determinadas componentes de la tensión.

Dado que el objetivo de este curso es estudiar diferentes tipos de instrumentación mecánica y las técnicas de medida asociadas a los mismos, aspectos tales como la localización los puntos de medida adecuados o la interpretación de los resultados obtenidos, requieren de un análisis que cae fuera de dicho objetivo.