Hőmérsékleti sugárzás

Elméleti háttér

Ideális fekete test sugárzása

Egy ideális fekete test leírható egy egyenletes hőmérsékletű falú üreggel. A fala nemcsak kibocsát, hanem el is nyel energiát, és spektrális abszzorpcióképessége egységnyi minden hullámhosszon és hőmérsékleten. Benne termikus egyensúly alakul ki. A sugárzás oka, hogy az anyag töltései a hőmozgás következtében gyorsulnak, ezáltal sugároznak.

Egységnyi felület által a felületre merőleges irányban, egységnyi térszögben és hullámhossz-intervallumban kisugárzott teljesítmény:

$$I_\lambda \, d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} d\lambda$$

Ez a Planck-formula, amelyben c a fénysebesség, h a Planck-állandó, k a Boltzmann-állandó, T az abszolút hőmérséklet, λ a hullámhossz, I_λ a dλ hullámhossz-intervallumban kisugárzott teljesítmény.

Ezt integrálva kapjuk a Stefan-Boltzmann-törvényt, a T hőmérsékletű fekete test egységnyi felülete által kisugárzott teljesítményt:

$$P = \sigma T^4 \qquad \sigma = \frac{4\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \, W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$$

A Wien-féle eltolódási törvény:

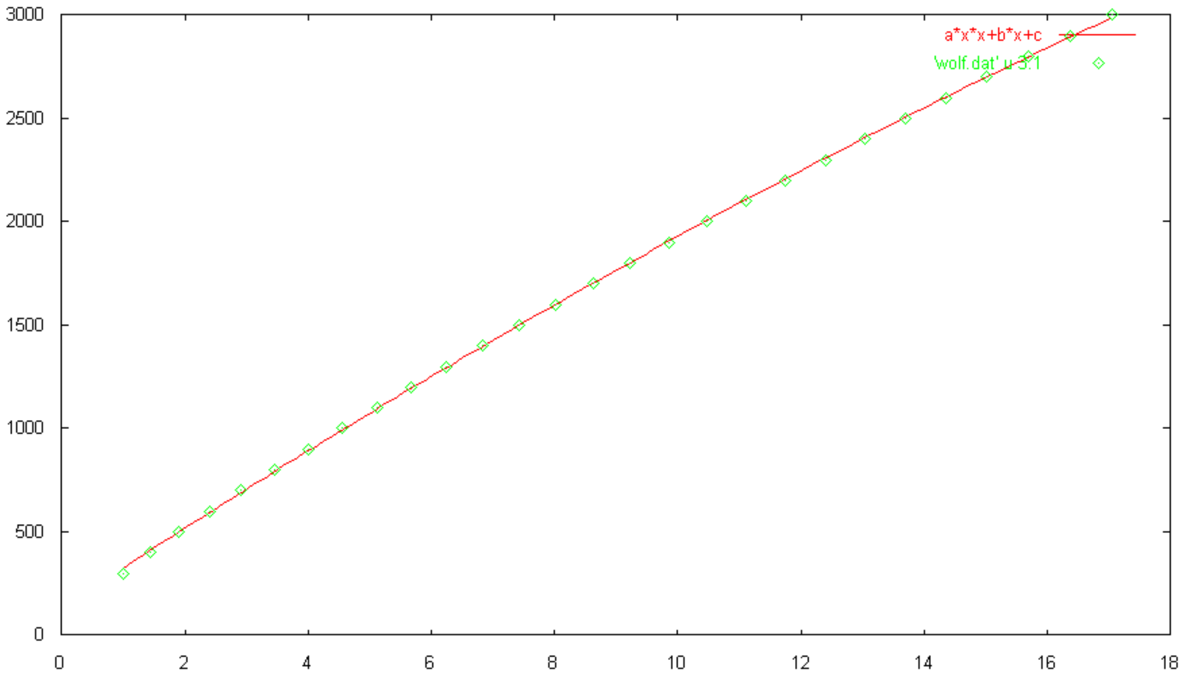
$\lambda_m T = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \, m \cdot K$, ahol λ_m a maximális hőmérséklethez tartozó hullámhossz T hőmérsékletű fekete test esetében.

1. mérés: A Stefan-Boltzmann törvényben a $P \sim T^4$ kapcsolat igazolása

Wolfrám izzószálra egyre nagyobb feszültségértékeket kapcsoltunk, ezzel negatív visszacsatolást értünk el. Mértük a teljesítmény – hőmérséklet kapcsolatot, ez utóbbit a wolfrám ellenállásából táblázat segítségével határoztuk meg.

Az izzószál ellenállásának változása a hőmérséklet emelkedésével közel lineáris, de a nagyobb pontosság miatt másodfokú görbét illesztettünk rá, e polinom segítségével tetszőleges ellenállás mellett meghatározható a hőmérséklet.

hőmérséklet [K]



Relatív ellenállás

az illesztés eredménye:

$T=ax^2+bx+c$

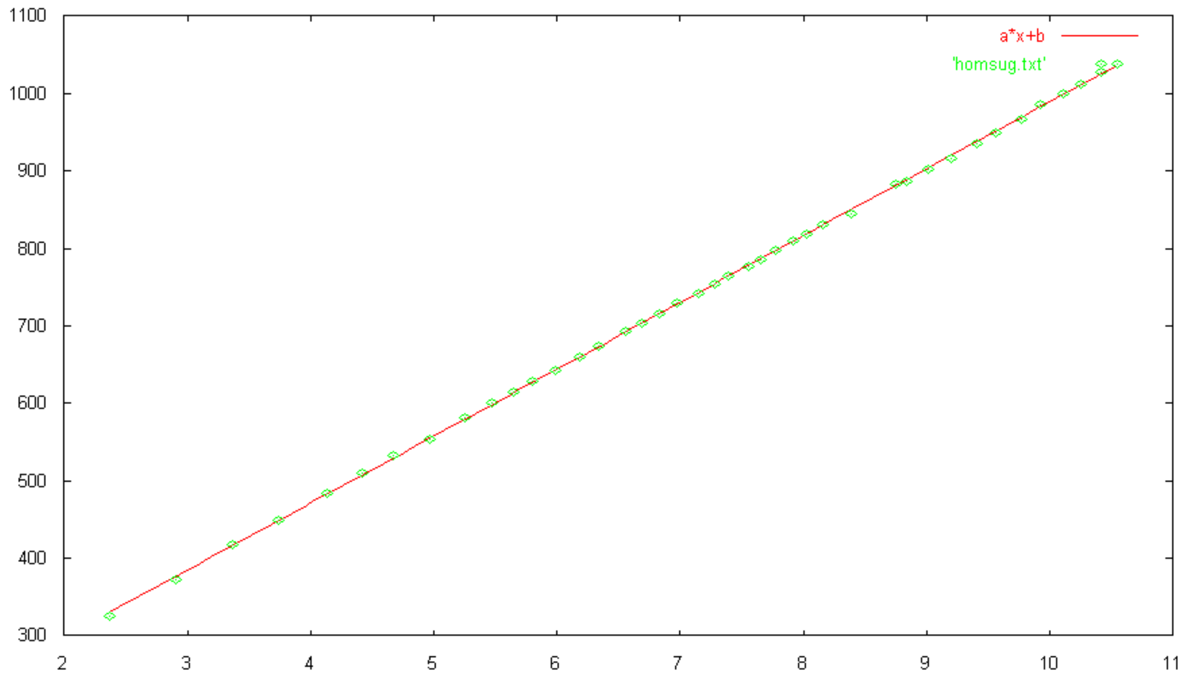
a	= -1.73246	± 0.07505	(4.332%)
b	= 197.115	± 1.366	(0.6932%)
c	= 130.7	± 5.181	(3.964%)

A feszültséget fokozatosan emeltük az izzószálon, közben leolvastuk az áramerősséget. A szobahőmérsékleti ellenállást a legkisebb feszültségnél mért adattal közelítettük. A hővezetés a kisnyomású levegő gyakorlatilag zérus hővezető képessége miatt hanyagolható el. A burát hűtöttük, hogy az ne adjon járulékot.

A mért adatokat az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

U [V]	I [mA]	$P^{1/4} = (U*I)^{1/4}$	R=U/I [Ω]	R_{rel}	T[K]
0,62	50,35	2,36	12,31	1	325,27
1,05	68,43	2,91	15,34	1,25	372,79
1,53	84,08	3,37	18,2	1,48	417,34
1,99	98,5	3,74	20,2	1,64	448,56
2,56	114,06	4,13	22,44	1,82	483,32
3,04	125,87	4,42	24,15	1,96	509,73
3,5	136,31	4,67	25,68	2,09	533,26
4,05	150,01	4,96	27	2,19	553,61
4,67	162,32	5,25	28,77	2,34	580,83
5,18	172,53	5,47	30,02	2,44	600,04
5,62	181,28	5,65	31	2,52	615,01
6,02	188,65	5,81	31,91	2,59	628,9
6,5	198,24	5,99	32,79	2,66	642,3
7,05	207,52	6,18	33,97	2,76	660,34
7,5	215,05	6,34	34,88	2,83	674,07
8,16	226,23	6,55	36,07	2,93	692,21
8,6	233,29	6,69	36,86	2,99	704,26
9,05	240,78	6,83	37,59	3,05	715,2
9,53	247,51	6,97	38,5	3,13	729,08
10,14	257,41	7,15	39,39	3,2	742,51
10,63	264,64	7,28	40,17	3,26	754,21
11,04	270,35	7,39	40,84	3,32	764,28
11,64	279,11	7,55	41,7	3,39	777,35
12,02	284,9	7,65	42,19	3,43	784,66
12,53	291,4	7,77	43	3,49	796,82
13,12	299,47	7,92	43,81	3,56	809
13,57	305,38	8,02	44,44	3,61	818,38
14,14	312,78	8,15	45,21	3,67	829,93
15,13	327,29	8,39	46,23	3,75	845,19
16,88	346,29	8,74	48,75	3,96	882,73
17,27	352,85	8,84	48,94	3,97	885,69
18,16	362,7	9,01	50,07	4,07	902,42
19,12	374,58	9,2	51,04	4,15	916,89
20,24	387,1	9,41	52,29	4,25	935,3
21,11	396,56	9,57	53,23	4,32	949,3
22,24	408,5	9,76	54,44	4,42	967,18
23,24	416,82	9,92	55,76	4,53	986,53
24,28	429,01	10,1	56,6	4,6	998,89
25,2	438,53	10,25	57,46	4,67	1011,66
26,26	448,16	10,42	58,6	4,76	1028,25
27,11	457,03	10,55	59,32	4,82	1038,84

A hőmérsékletnek a teljesítmény negyedik gyökétől való függése:
T[K]



$P^{1/4}$

Látszik, hogy a kapcsolat lineáris. Az illesztésből kapott adatok:

$P^{1/4}$ – T

a	= 86.3911	± 0.1552	(0.1796%)
b	= 125.4	± 1.153	(0.9192%)

Tehát feltételezhetjük a Stefan Boltzmann-törvény helyességét. A következő mérés során az arányossági állandót határoztuk meg.

2. mérés: A σ Stefan-Boltzmann-állandó meghatározása

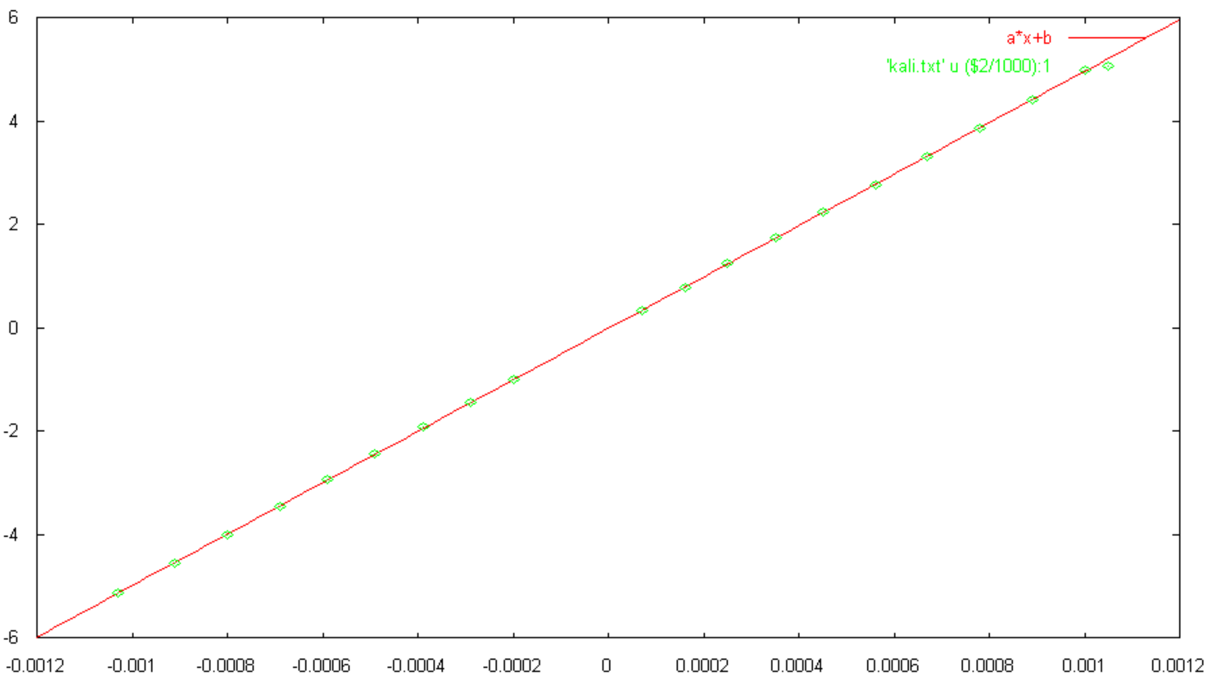
A hősugárzó test a mérés során egy kormozott felületű félgömb, amelyet általunk megadott hőmérsékletre tudunk felmelegíteni, s majd mérjük a sugárzását. A kályha hőmérsékletét platina ellenállás-hőmérővel mértük, a kisugárzott teljesítményt abból számoltuk, hogy milyen ütemben emelkedik a réz (termopár) szonda hőmérséklete.

Először az A/D konvertert kellett kalibrálnunk, majd az erősítőt is. A kettő összevetéséből meghatározható a kimeneti digitekből a bejövő feszültség, tehát mérhetővé vált a szonda hőmérséklete.

A kalibrálást az alábbi táblázat tartalmazza:

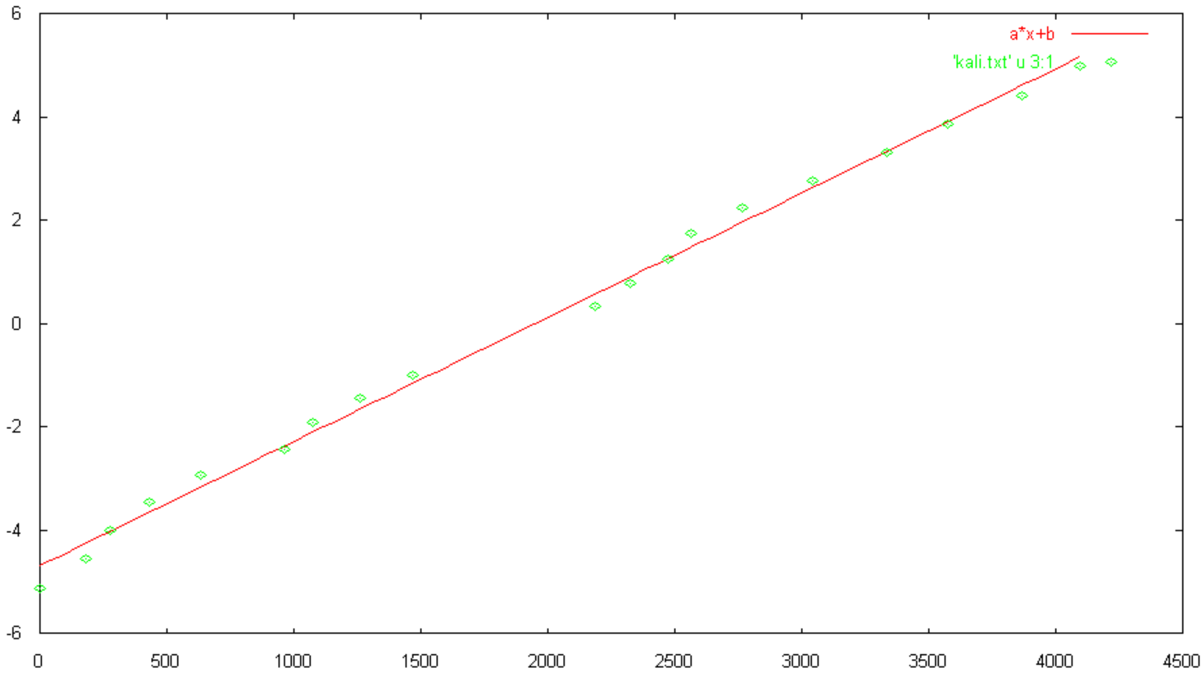
kimeneti jel U_{10} [V]	**A/D konverter jele U_2 [V]**	**erősítő jele (bemebeti jel) U_0 [mV]**	**kimeneti jel U_{10} (digitek)**
1,06E-002	5	1	4094,9
9,47E-003	4,43	0,89	3865,9
8,34E-003	3,86	0,78	3572,9
7,23E-003	3,31	0,67	3332,3
6,16E-003	2,77	0,56	3039
5,13E-003	2,25	0,45	2764,7
4,13E-003	1,74	0,35	2565,3
3,15E-003	1,25	0,25	2474,2
2,21E-003	0,78	0,16	2322,8
1,33E-003	0,33	0,07	2186,9
-1,32E-003	-1	-0,2	1468,7
-2,21E-003	-1,45	-0,29	1259,3
-3,14E-003	-1,92	-0,39	1073,1
-4,12E-003	-2,42	-0,49	963,9
-5,12E-003	-2,93	-0,59	630,9
-6,15E-003	-3,45	-0,69	431,4
-7,22E-003	-3,99	-0,8	276,5
-8,33E-003	-4,55	-0,91	181,1
-9,46E-003	-5,13	-1,03	0

A/D konverter jele U_2 [V]



erősítő jele (bemeneti jel) U_0 [V]

A/D konverter jele U_2 [V]



kimeneti jel [digit]

Ezen illesztésekből:

$U_2 = AU_0 + B$

$A = 4977 \pm 5$ $B = -4 \pm 3$ mV

$U_2 = a\,D + b$

$a = 2{,}41 \pm 0{,}03$ mV $b = -4680 \pm 88$ mV

Ebből

$U_0 = (4{,}83 \cdot 10^{-4} \cdot D - 9{,}4 \cdot 10^{-1})$ mV

U_0-ból meghatározható a szonda hőmérséklete:
a réz termopár feszültségkülönbség – hőmérséklet adatsorra egyenest illesztve:

$T=aU_0+b$

a	= 24.3222	±	0.05059	(0.208%)
b	= 0.591286	±	0.07129	(12.06%)

$T_{ref} = 23°C$

A kályha hőmérsékletét a platina ellenállás-hőmérővel határoztuk meg. Az ellenálláson átfolyatott áram 3 mA.

hőmérséklet [°C]	**ellenállás [Ω]**	**bemeneti digitszám**	**kimeneti max**	**kimeneti min**
390	243,6	2992	3536	3515
440	260,75	3195	3633	3615
475	272,57	3348	3708	3692

A D/A konverternél tudjuk, hogy

$$\frac{U}{D}=\frac{5}{4095}$$ az erősítés 5-szörös, tehát

$D=0{,}003\cdot 4095\cdot R$ az R ellenállás, mint ahogy a fenti táblázatban is a platina ellenállását jelzi. Tehát eszerint állítottuk be a kályha hőmérsékletét.

Ezután három különböző hőmérsékleten mértük a félgömb sugárzását.

A Stefan-Boltzmann-törvénybe betéve a hőmérséklet-vezetési tagokat is a következőt kapjuk:

$$\sigma=\frac{1}{F(T_s^4-T^4)}\left[mc_f\frac{dT}{dt}+\alpha_0(T-T_0)+\alpha_l(T-T_l)\right] \qquad (1)$$

ahol F=1 cm^2 a szonda felülete, T_s a félgömb hőmérséklete, T a szonda hőmérséklete, m=0,97g a lap tömege, c_f=380 J/(kg.K) a réz fajhője, $T_l \approx T_s$ a levegő hőmérséklete.

A szonda időbeli hőmérsékletének alakulására a felfűtési szakaszban exponenciálist illesztettünk

T(t).=a(b – exp(-t / c)) alakban.

Ennek segítségével az (1) egyenletből a következőt kapjuk:

$$F(T_s^4-T^4)=\frac{1}{\sigma}\left(\frac{-mc_f}{c}+\alpha_0+\alpha_l\right)T+\frac{1}{\sigma}\left(-\alpha_0 T_0-\alpha_l T_s+\frac{ab}{c}mc_f\right)$$

Ennek az egyenesnek a paraméterei σ, α_0, α_l. Kezdeti értékként, hogy az illesztés konvergáljon az első (390°C) adatsorból kiválasztottunk három értékpárt, majd mint egy háromismeretlenes egyenletrendszert megoldottuk. Ebből a kezdeti értékek

σ = 0.2645730122 . 10^{-8}, α_0= 5.310488820 . 10^{-4}, α_l. = 1.682402010 . 10^{-3}

Már itt is látszik, hogy csak egy nagyságrend különbség van az elméletileg várt σ-tól.

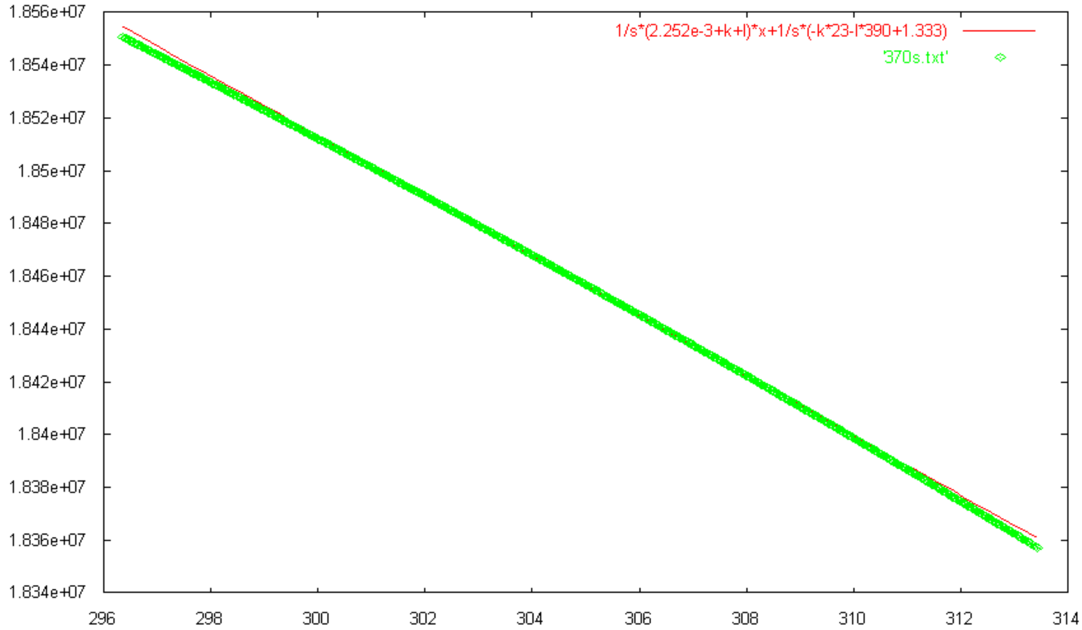
Az illesztések

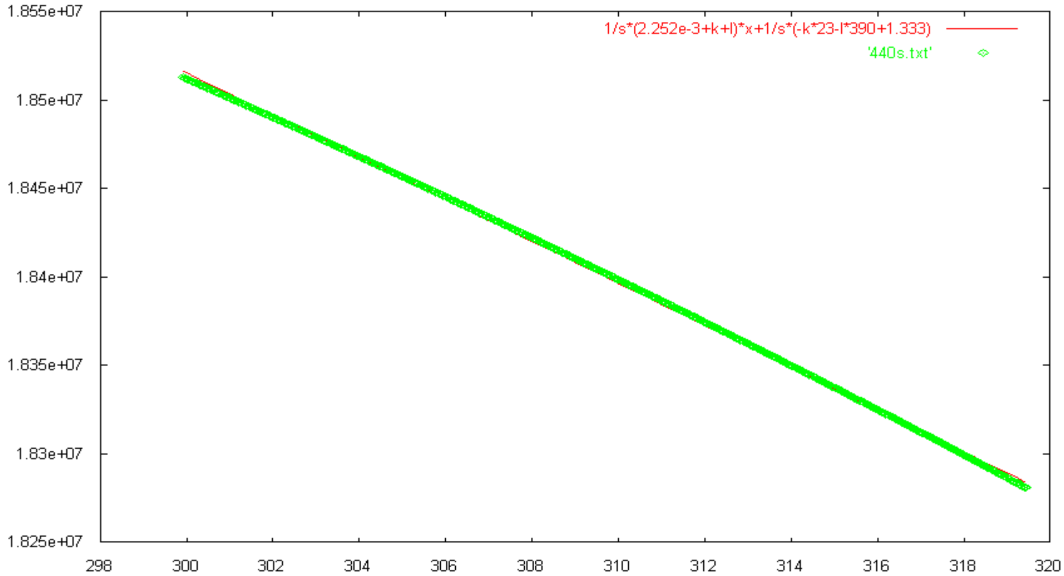
1. T = 390 °C 2. 440 °C 3. 475 °C

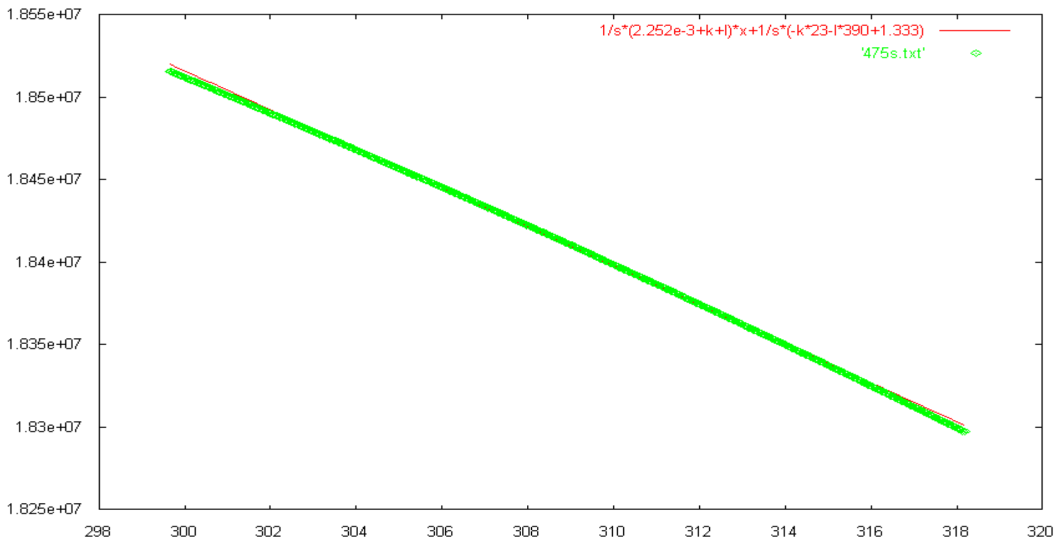
1	a = 320.192 ± 29.83	(9.318%)	σ = 8.04251e-08 ± 0.5677	(7.058e+08%)
	b = 1.85207 ± 0.07882	(4.256%)	α_0 = -0.00219229 ± 2.703e+04	(1.233e+09%)
	c = 101.989 ± 10.66	(10.45%)	α_l = -0.000972249 ± 3.346e+04	(3.442e+09%)
2	a = 129.526 ± 5.802	(4.479%)	σ = 5.94187e-08 ± 0.1771	(2.98e+08%)
	b= 3.06408± 0.08711	(2.843%)	α_0 = -0.00320096 ± 8408	(2.627e+08%)
	c= 26.3285 ± 2.001	(7.599%)	α_l = 0.000241687 ± 1.051e+04	(4.35e+09%)
3	a= 189.646 ± 8.141	(4.293%)	σ = 7.69908e-08 ± 0.6117	(7.945e+08%)
	b = 2.40334 ± 0.05841	(2.43%)	α_0 = -0.00236405 ± 2.906e+04	(1.229e+09%)
	c = 39.5191± 2.308	(5.84%)	α_l = -0.000796996 ± 3.628e+04	(4.551e+09%)

Az illesztésből a σ-ra nagyságrendileg pontos értéket kaptunk, azonban a hibája nagyon nagy, már akkor is ha csak abból indulunk ki, hogy különböző kezdeti paraméterekkel, akár ezen értékek kétszeresei is megjelentek σ-ra.

A következő ábrákon az illesztések látszanak.







Mindhárom illesztés esetében a hőmérséklet függvényében az $F(T_s^4 - T^4)$ van ábrázolva.