Среден свободен пробег и ефективен диаметър на въздушни молекули

/допълнителен материал/

Среден свободен пробег според дефиницията на Клаузиус е средното разстояние което изминават молекулите на газа от един удар до друг.

Нека да разделим разглежданият обем газ на множество тънки успоредни слоеве. Всяка молекула от газа може участва в два вида движения:

а) хаотично топлинно движение със средна дължина на свободен пробег $\lambda = \frac{v_{cp}}{i}$ където, $v_{cp} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ е средната скорост а *i* е броя стълкновения за 1 sec.

б) насочено движение със скорост $v \ll v_{cp}$ по посоката на движение на слоя, като в даден момент слоевете могат да имат скорости v_1 и v_2 и съответно импулси K_1 и K_2.

Импулсите на слоевете не остават постоянни, тъй като вследствие на топлинното хаотично движение тече непрекъснат преход на молекули от единия слой в другия. Приемаме че движението на молекулите става само по три взаимно-перпендикулярни оси (разглеждаме кубче газ (*) имащо 6 страни с равна вероятност за пресичане), повърхността *S* между слоевете за 1 сек. бива пресичана от $N = \frac{1}{6} n v_{cp} S$ на брой молекули (*n* е концентрацията на газа). Попадайки в другия слой, в резултат от удари с молекулите от слоя, молекулата отдава (ако идва от слоя с по-висока скорост) или получава импулс (ако идва от слоя с по-малка скорост). В резултат, импулса на слоя с по-висока скорост намалява, а импулса на слоя с по-ниска скорост нараства. Този механизъм е еквивалентен на действието на тангенциална сила на триене приложена към слоя с по-висока скорост и ускоряваща сила приложена към слоя с по-ниска скорост.

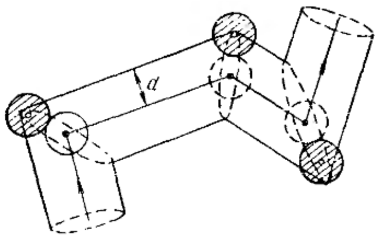
Посредством разгледания механизъм към по-бавния слой за 1 sec се пренася импулс: $K = N(mv_1 - mv_2) \implies K = \frac{1}{6} n v_{cp} m S \Delta v t$. В реалният случай обаче, скороста на молекулите при преход от един слой в друг не се изменя скокообразно а плавно и имаме безкрайно малко изменение на скоростта за разстоянието dy между слоевете. Потокът на импулса е в посока на намаляване на скоростта: $F = \frac{dK}{dt} = -\frac{1}{6} v_{cp} 2\lambda\rho \frac{dv}{dy} S$. От аналогията между израза за потока на импулса и закона на Нютон за вътрешното триене $F = \boldsymbol{\eta} \left|\frac{dv}{dy}\right| S$ получаваме за динамичният вискозитет $\eta = \frac{1}{3} v_{cp} \lambda\, \rho$. Можем да определим η от закона на Поазьой $\eta = \frac{\pi r^4 t\, \Delta p}{8lV}$, като за средния свободен пробег получаваме:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{3\pi r^4 \sqrt{\pi RT}}{16 V l p \sqrt{2\mu}}\, t\, \Delta p}$$

Можем да определим експериментално средния свободен пробег λ за въздух чрез капилярния вискозиметър на Поазьой измервайки налягането Δp предизвикаващо преминаване на въздух с обем *V* през капилярка (с радиус *r* и дължина *l*) за време *t* (*p* и

T са налягане и температура на околната среда, *R* е универсалната газова константа а μ е моларната маса на въздуха).

Нека да си представим грубо молекулите като сферички с диаметър *d*. Две молекули изпитват стълкновение, ако при движението им техните центрове се доближат на разстояние по-малко от *d*. Разстоянието *d* се нарича още *ефективен диаметър на молекулите*. Ако си представим, че всички молекули с изключение на една са неподвижни и движението на тази молекула става в коленчато цилиндърче с радиус *d* и дължина v_{cp} (обем $\pi d^2 v_{cp}$), то тогава средния брой на стълкновенията на молекулата за 1 sec е: $i = n\,\pi d^2 v_{cp}$ (*n* е броят молекули в еденица обем), ср. свободен пробег е: $\lambda = \frac{v_{cp}}{i} = \frac{v_{cp}}{n\,\pi d^2 v_{cp}} = \frac{1}{n\pi d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$ където √2 е корекционен множител отчитащ движението на всички молекули.



От уравнението на Менделеев-Клапейрон имаме: $pV = nkT$ и $p_oV = n_0kT_o$ (n_o е концентрацията при налягане p_0=1 атм и температура T_0=273K $\Rightarrow$ $n = \frac{pT_0}{p_oT}n_o$) за ефективният диаметър получаваме израза:

$$d = \sqrt{\frac{p_oT}{pT_0\pi\lambda\sqrt{2}n_o}}$$

(*) При разглеждане чрез по-сложен модел (всички посоки на движение на молекулите са равновероятни) са валидни формулите:

$$\eta = \frac{1}{2}v_{cp}\lambda\,\rho, \qquad \lambda = \frac{\pi r^4\sqrt{\pi RT}}{8Vlp\sqrt{2\mu}}\,t\,\Delta p$$

Използвана литература:

„Курс Общей Физики" - И.В.Савелиев

„Ръководство за лабораторни упражнения"- Н.Илков, Л. Длъгников

Изготвил: гл. ас. Т. Арабаджиев