

# Digitalteknik

## 1. Digitalt och analogt

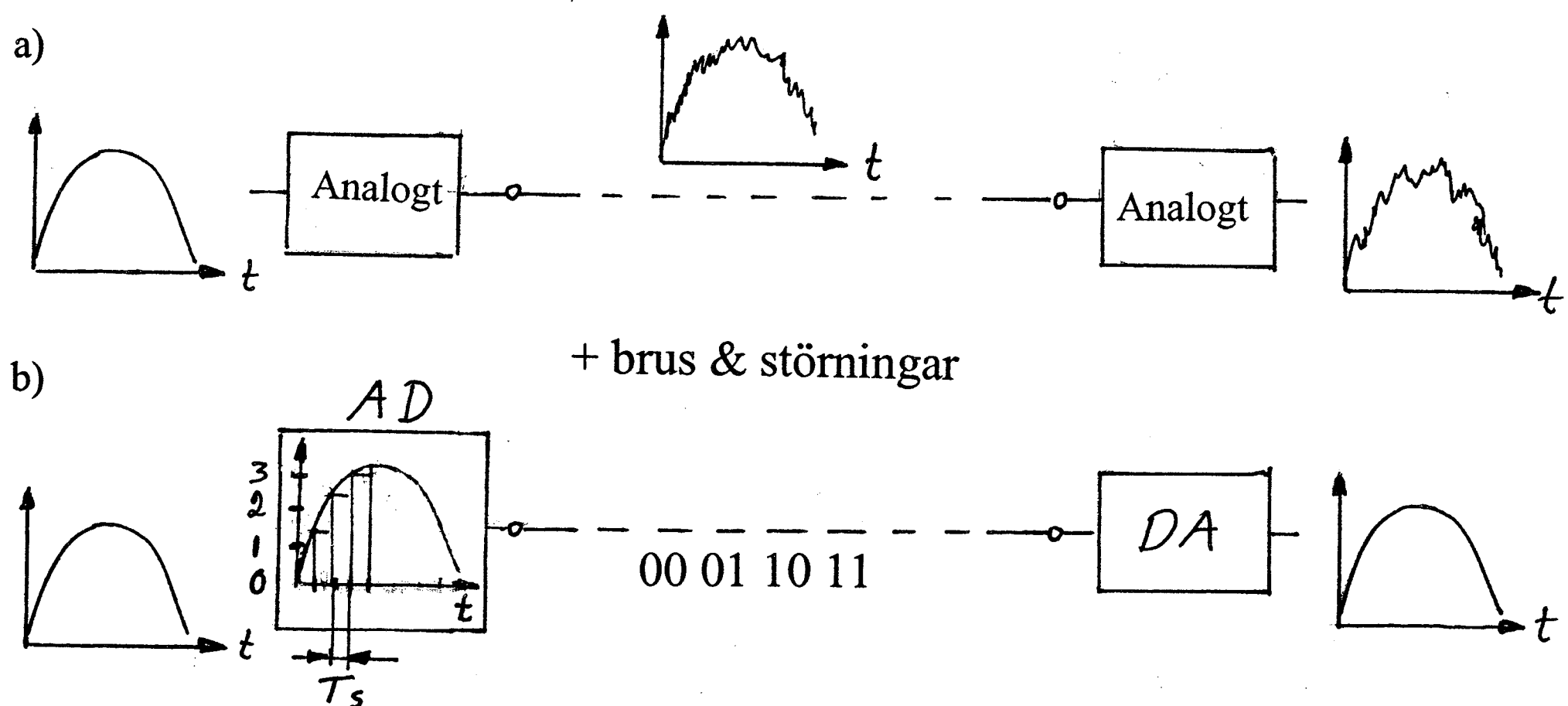
Digitalteknik är tekniken att behandla signaler som bara kan anta två värden. En lampa med strömställare är därför ett digitalt system med sina båda möjliga lägen, till och från. Annars är beteckningarna 1 och 0 eller hög och låg vanliga, i digital utrustning ofta representerade av en spänning kring 5 V respektive 0 V. En etta eller en nolla kallas i detta sammanhang en bit, "binary digit", informationsteorins grundenhet. På en CD finns någon miljard bitar, vars värden beror på om den enskilde bitens plats har ett hål eller inte.

Om strömställaren ovan kompletteras med en dimmer blir systemet analogt, eftersom ström, spänning etc. kan anta alla möjliga värden inom sina gränser. Icke analoga system kan bara anta ett antal diskreta värden och sägs vara kvantiserade (jämför med fysikens kvantmekanik). En telefons finger-skiva är därför en kvantiserad detalj och ett annat ord för "finger" är för övrigt "digitus". Digitaltekniken är ett specialfall med två diskreta värden.

Digitaltekniken kom med datorerna på 1940-talet och har efter hand tagit över mycket av den analoga tekniken, vilket resulterat i snabbare och störningsfriare signalbehandling och överföring och bättre möjlighet att lagra information. I den elektriska mättekniken har digitalmultimetrarna i stor utsträckning övertagit de gamla visarinstrumentens roll och möjliggjort mycket större flexibilitet med automatisk mätområdesinställning med mera. Men varierande signaler som på digitala instrument kan ge ett förvirrande intryck – våra hjärnor är ju analoga - studeras ofta bättre med visarinstrument, som dessutom ofta medger högre frekvens hos uppmätta spänningar och strömmar.

Digitalmultimetrar brukar ha fyra siffror i fönstret, varav den sista kan slå fel på ett par enheter på grund av elektroniken och oundviklig avrundning. Icke desto mindre är noggrannheten stor, men kan naturligtvis delvis vara fiktiv: Om 1,832 V avläses kan 1,8 V vara det relevanta svaret, t.ex. om den aktuella kretsen innehåller tioprocentiga resistorer och ett batteri, vars spänning kan ligga mellan 8,5 och 9,3 V. Sisu-regeln (skräp in, skräp ut) gäller fortfarande.

Figur 1 visar vad det är som gör digitaltekniken överlägsen. I det analoga systemet i 1a överförs en signal, vilket kan inkludera förstärkning och olika slags filtrering. Men kretsarna med sina transistorer, resistorer och andra komponenter tillför oundvikligen brus, vilket lätt hörs på en förstärkare utan insignal. Bruset beror på oregelbundenheter i elektronernas rörelser. Under överföringen, via ledning eller radio, adderas störningar utifrån, på radio atmosfäriska störningar, kosmiskt brus och signaler från andra sändare och ytterligare tillkommer på mottagarsidan. Metoder att reducera brus och andra störningar finns (dolbysystemet är ett exempel på detta), men till sist har alla analoga system en gräns för möjligheten att skilja på vad som är störning och vad som är reell signalvariation.



Figur 1 Signalöverföring. I det analoga systemet i a tillförs störningar i alla led och försämrar oundvikligen signalen efter hand. I det digitala systemet i b kvantiseras den analoga signalen, här till fyra nivåer 0-3 (som kan vara spänningar i volt) och skickas ut som en följd av ettor och nollor. I mottagarens DA-omvandlare återskapas den ursprungliga signalen. Om nivåskillnaden i det digitala systemet är 1V och störningarna mycket mindre är det osannolikt att en etta blir till en nolla eller tvärt om. Med fyra nivåer är kvantiseringen grov och resultatet troligen inte så bra, varför antalet kvantiseringsnivåer brukar väljas mycket större.

I figur 1b digitaliseras den analoga signalen i en AD-omvandlare (ADC, Analog to Digital Converter), varefter signalbehandling och överföring sker bitvis, d.v.s. i form av ettor och nollor. Till sist görs den åter analog i en DA-omvandlare, (DAC). I dessa kretsar finns också störningar, men om de är mycket mindre än nivåskillnaderna får de liten inverkan, vilket resulterar i stor störningsimmunitet.

AD-omvandlaren tar en viss tid på sig att digitalisera ett inkommet värde hos den analoga signalen. Den måste därför vänta med nästa, vilket gör att processen arbetar med sampling, där den analoga signalen känns av med jämna mellanrum, samplingstiden  $T_s$ , som framgår av figur 1b. Antalet sampel per sekund är samplingsfrekvensen  $f_s = 1/T_s$ . En central lag inom informationsteorin, samplingsteoremet, säger att samplingsfrekvensen måste vara minst dubbelt så stor som den högsta förekommande signalfrekvensen.

För att förstå hur en analog signal kan representeras av ettor och nollor tar vi nu en titt på det binära talsystemet.

## 2. Det binära talsystemet

Vårt talsystem, decimalsystemet, är ett positionssystem med tio siffror, inklusive nollan och med tio som bas ( $\delta\epsilon\kappa\alpha = 10$ ) så att t.ex.  $145 = 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$ . Systemet gör räkneoperationer enkla i motsats till det romerska med V för fem, X för 10 etc. Med två siffror i talsystemet, 0 och 1, blir basen i stället 2. Så är exempelvis

$$11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2 + 1 = 3$$

där index 2 talar om att talet är binärt. På samma sätt ser vi att  $10_2 = 2$ ,  $01_2 = 1$  och  $00_2 = 0$ . De fyra på varandra följande kvantiseringsnivåerna 0-3 i figur 1 ger därför vid digitaliseringen upphov till bitströmmen 00011011.

Som exempel på ett längre binärtal väljer vi

$$10110 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 22$$

där vi avstått från binärindex. Ett tal med 8 bitar kan som mest vara

$$2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 255$$

och kan därför koda 256 nivåer (inklusive noll). Förvandling av decimaltal till binärtal kan göras så här:

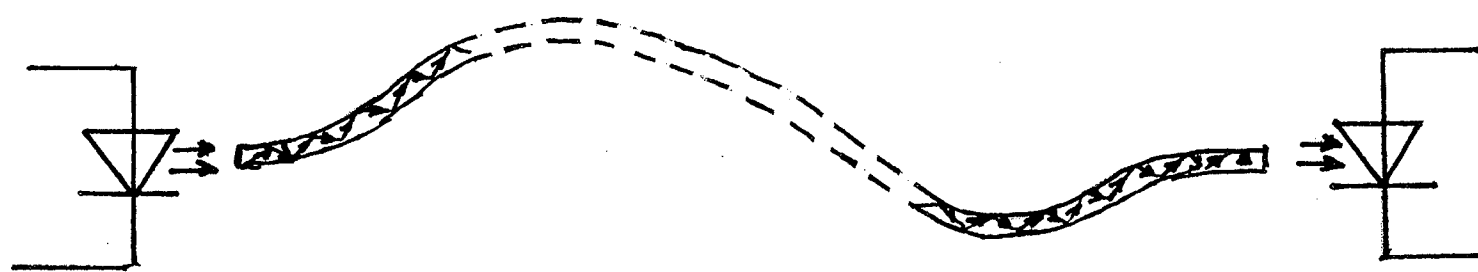
$$13 = 8 + 4 + 1 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1101$$

10-bitars binärtal är vanliga och ger 1024 nivåer eftersom  $1111111111 = 1023$ . I CD-spelare används 16 bitar per tal, "16 bitars ord", vilket ger 65536 nivåer per sampel.

Talsystem kan ha vilken bas som helst; en rest av ett system med tolv som bas är dussin,  $12^1$ , och gross,  $12^2 = 144$ . Det hexadecimala talsystemet förekommer i datorsammanhang och har 16 som bas. För det behövs flera ental, nämligen A = 10 och så vidare till F = 15.  $B9 = 11 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = 185_{10}$ . Fördelen framför t.ex. tolvsystemet är att omvandlingar mellan det hexadecimala och det binära systemet är särskilt enkla genom att varje hexadecimal siffra motsvaras av en grupp av fyra binära

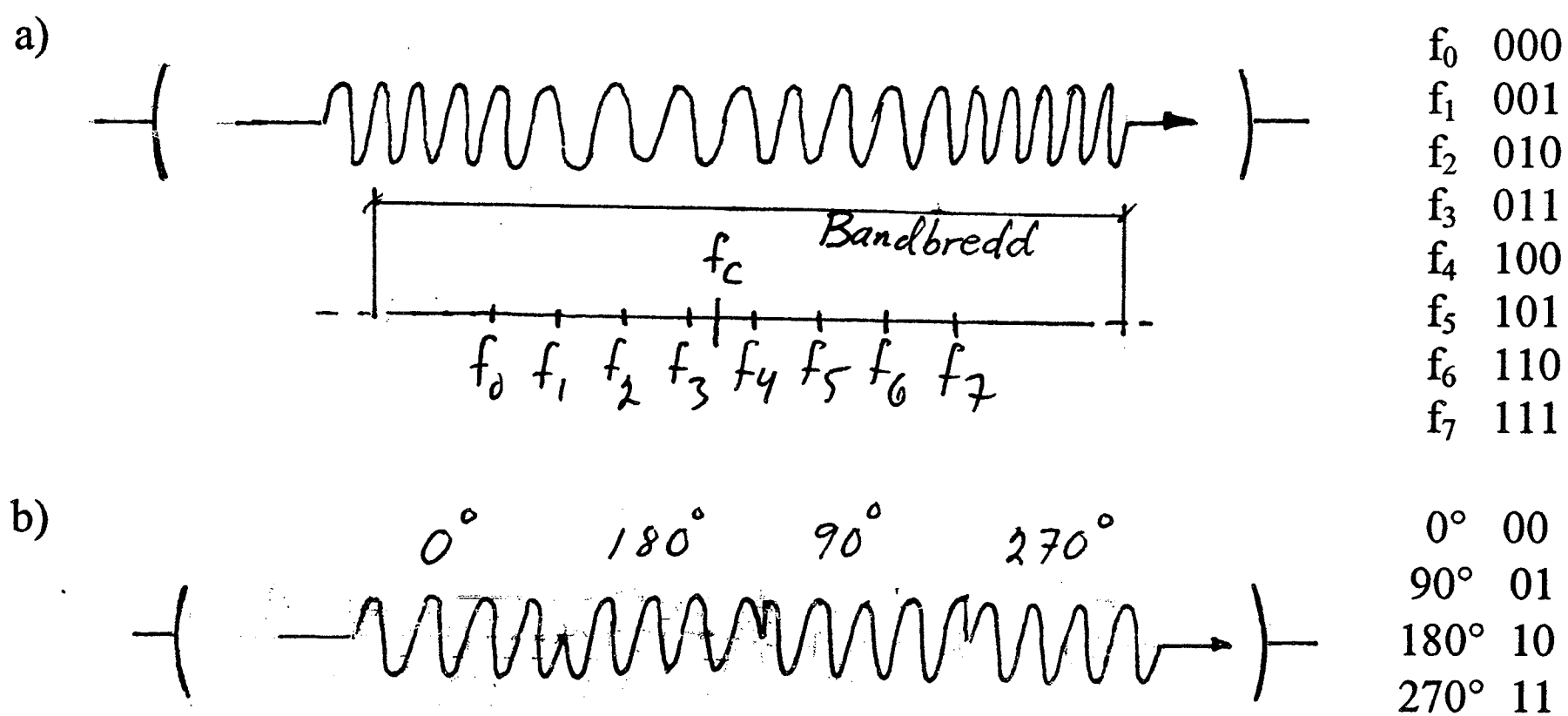
### 3. Dataöverföring

Dataöverföringen kan göras på många sätt. Med en elektrisk parledning mellan enheterna kan ettorna sändas som spänningspulser. (Men observera problemet med reflexioner; se sida 212!) Ett annat sätt, med ljusledare, visas i figur 2. En lysdiod, alternativt en halvledarlaser, ger en ljuspuls till ledaren för ettor. Mottagaren kan vara en fotodiod som visas, eller en fototransistor. I båda fallen finns bara två lägen, från och till, varför tekniken kallas on-off-keying, OOK.



Figur 2 Överföring på optisk ledare. Med optiska ledare kan stora datamängder överföras på kort tid. En annan fördel är att optiska ledare är svåra bugga eftersom de inte avger elektromagnetiska fält på samma sätt som elektriska ledare.

Figur 3a och b visar överföringar per radio. I 3a finns åtta möjliga frekvenser  $f_0$ - $f_7$ , samlade kring den s.k. bärvågsfrekvensen  $f_c$  (c för carrier). Om bluetoothbandet används skulle  $f_c$  kunna vara 2,4 GHz eller så och separationen mellan frekvenserna någon MHz. Som framgår av tabellen kan var och en av frekvenserna symbolisera ett av de åtta binära talen 000-111, vilket gör att tre bitar sänds för varje ny frekvens. Tätare frekvensbyten ger större bithastighet. Systemet kräver ett utrymme på frekvensbandet, en bandbredd, som är något större än  $f_7$ - $f_0$ . Takten i frekvensbytena, symbolhastigheten, har enheten baud.



Figur 3 Överföring per radio. a) Frekvensskiftsnyckling, FSK, med åtta frekvenser. b) Faskiftsnyckling, PSK, med fyra faser. I figuren är bärvågsperioden starkt överdriven. På bluetoothbandet är den  $\approx 1 / 2,4 \cdot 10^9 \text{ s} \approx 0,4 \text{ ns}$ .

I figur 3b finns bara en frekvens, bärvågsfrekvensen  $f_c$ . Men den kan fasförskjutas i förhållande till en referensfas, i detta fall  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  och  $270^\circ$ , vilket gett systemet beteckningen QPSK, Quaternary Phase Shift Keying. Med detta sänds två bitar per fasläge och om fasan ändras  $10^6$  gånger per sekund, 1 Mbaud, överförs  $2 \cdot 10^6$  bit per sekund,  $R = 2 \text{ Mbps}$ , (R för rate). Överföringshastigheten, bittakten, kan även anges i byte per sekund, där en byte är 8 bitar. Man skulle kunna tro att PSK gav bandbredden noll, men fasändringarna ger alltid, liksom frekvensändringarna, upphov till nya frekvenser kring  $f_c$ . PSK-system är vanliga och utnyttjas t.ex. i modem.

Låt oss räkna ut den bittakt som signalbehandlingskretsarna i en CD-spelare måste klara av! CD-spelares samplingsfrekvens är 44,1 kHz, d.v.s. de samplar (kvantiserar och digitaliserar) 44100 gånger per sekund. Varje sampling tar 16 bitar i anspråk, vilket ger

$$R = (44,1 \cdot 10^3 \text{ sampel/sekund}) \cdot (16 \text{ bitar/sampel}) \approx 0,7 \text{ Mbps}$$

Det visar sig att större bittakt kräver större frekvensutrymme för någorlunda felfri överföring. Det betyder att en större del av frekvensutrymmet behöver tas i anspråk, större bandbredd. CD:ns överföringshastighet skulle kräva 1 MHz eller så, till exempel hela området mellan 2400 och 2401 MHz, där då inga andra signaler får finnas. Därför kallas överföring med stor bithastighet "bredband". För närvarande anses bredband kräva omkring 0,5 Mbps samtidigt i båda riktningarna. (Men olika bittakter i olika riktningar förekommer.)

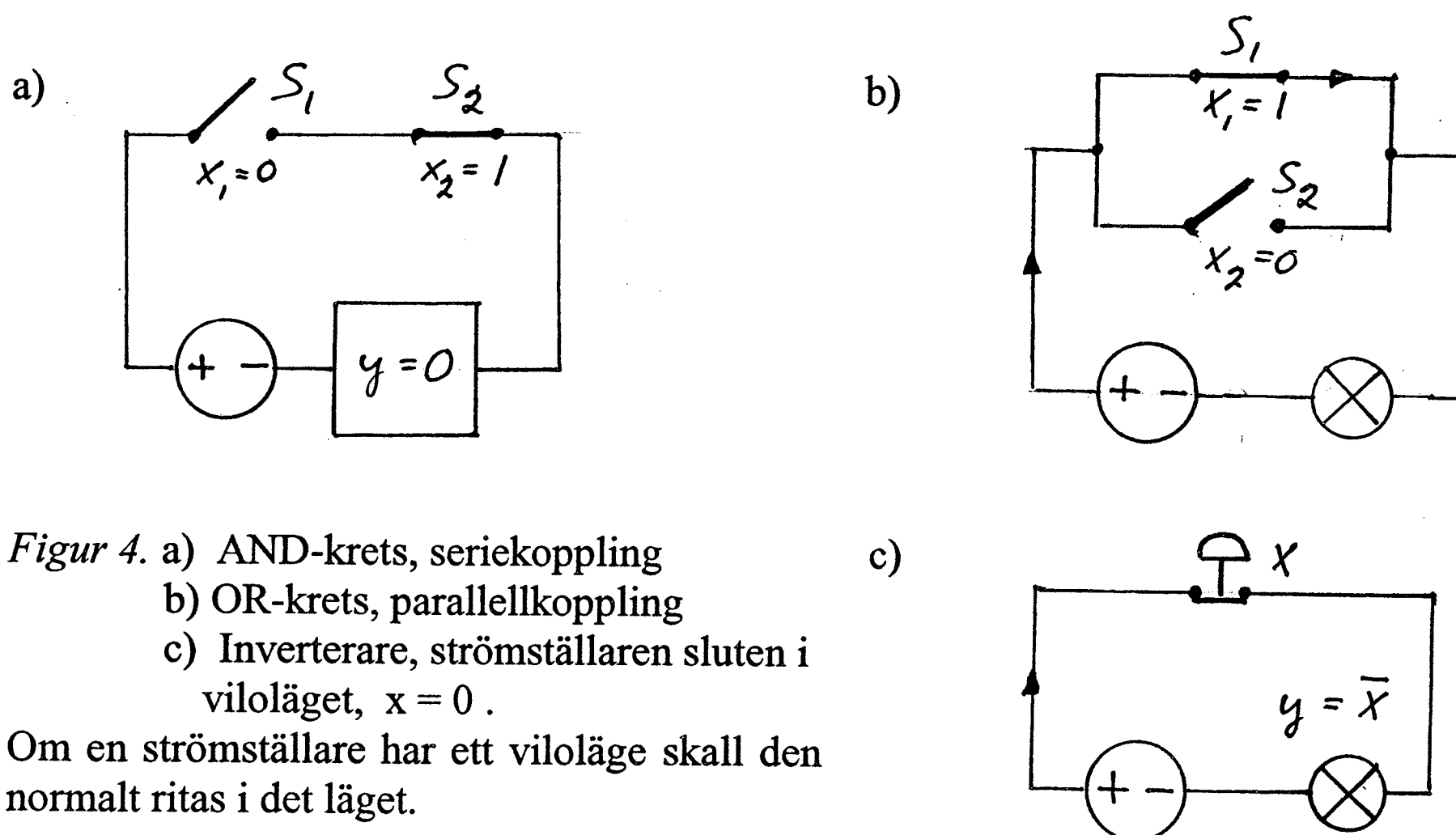
## 4. Grindar

Digitalteknik är inte begränsad till datorer. En digital signal kan vara mekanisk, exempelvis kan en broms med två lägen anta värdet 1 då den är tillslagen och 0 annars. Lampströmställare omvandlar en binär, mekanisk signal till en elektrisk (varefter lampan omvandlar till en optisk signal).

Många tekniska processer har digitala inslag. I bilar lyser en röd lampa om dörren är stängd och föraren sitter på plats men säkerhetsbältet inte är på när motorn startats. Vid kontroll av nytillverkade batterier måste deras polspänning överskrida ett bestämt värde för att de skall få gå vidare till förpackning. I sådana system finns därför villkor som kan uttryckas som binära tal och som med hjälp av digitala kretsar samverkar för avsedd funktion.

Grindarna är grundläggande element i digitala kretsar. Vi antar att en press av säkerhetsskäl måste startas med två ej närliggande tryckknappar samtidigt för att göra det omöjligt att ha en hand nära ett farligt ställe. Detta kan enkelt göras enligt figur 4a med strömställarna  $S_1$  och  $S_2$  i serie, som båda måste vara tillslagna för ström genom kretsen. Switcharna representerar värdena  $x_1$  och  $x_2$ , med 1 för sluten och 0 för öppen. För ström krävs  $x_1 = 1$  och  $x_2 = 1$ . Kretsen är därför en *OCH-krets*, *AND-krets*. Som integrerad enhet kallas den grind. Figur 5a visar AND-grindens *sanningstabell* och symbol, ett &-tecken.

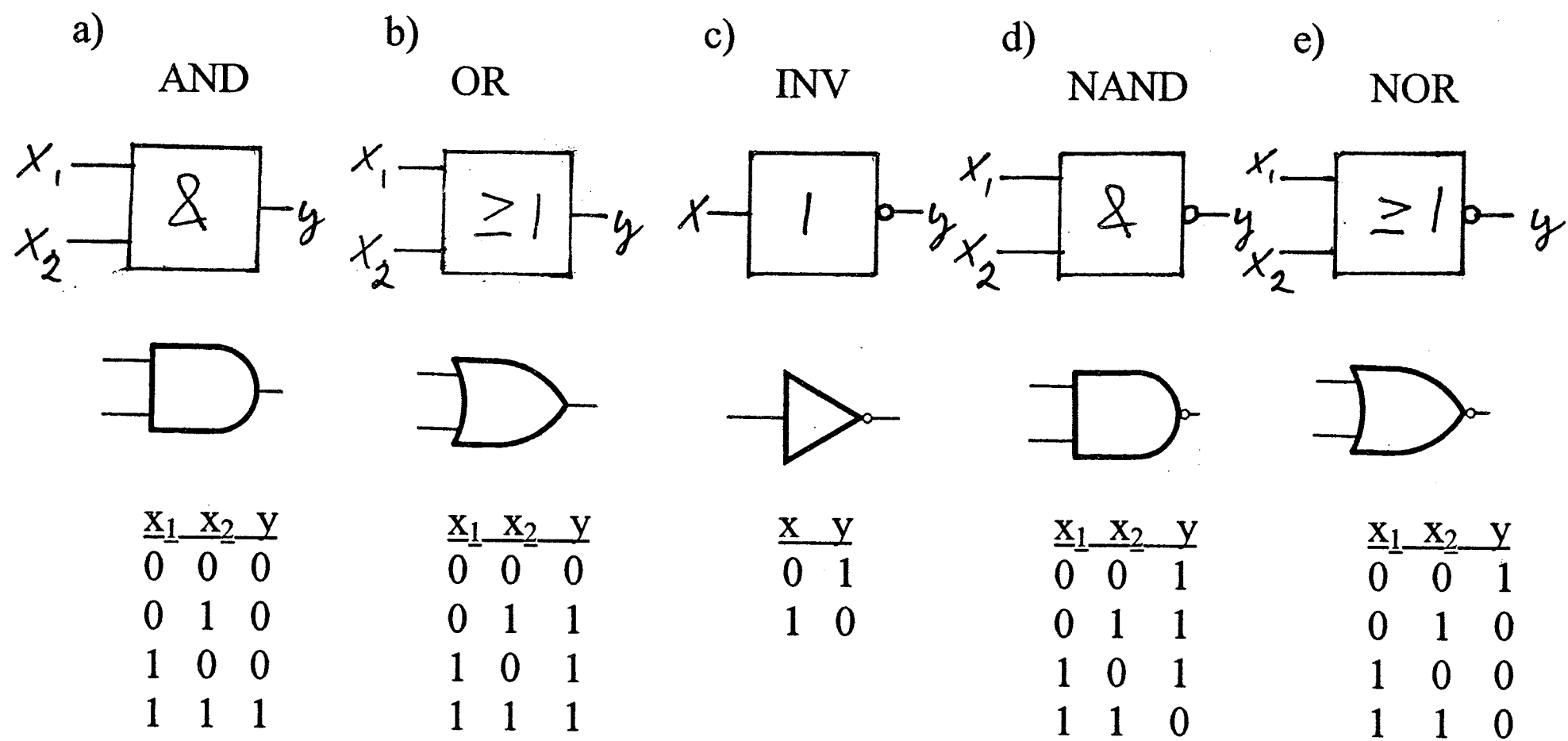
I figur 4b, med parallellkopplade strömställare, lyser lampan om  $S_1$  eller  $S_2$  är tillslagen, varför kretsen är en *OR-krets*; vi använder härnäst de engelska namnen. Figur 5b visar grindens sanningstabell och symbol, "större än eller lika med".



Figur 4. a) AND-krets, seriekoppling  
b) OR-krets, parallellkoppling  
c) Inverterare, strömställaren sluten i viloläget,  $x = 0$ .

Om en strömställare har ett viloläge skall den normalt ritas i det läget.

I figur 4c är strömställaren, som kan vara fjäderbelastad, sluten i sitt viloläge då  $x = 0$ . (Lämpligt med 0 för opåverkat läge.) Lampan lyser då,  $y = 1$ . Kretsen är en *inverterare*, för vilken  $y$  är komplementet till  $x$ , "icke  $x$ ". Man skriver  $y = \bar{x}$ . "Knorren" i symbolen i figur 5c anger inverteringen.

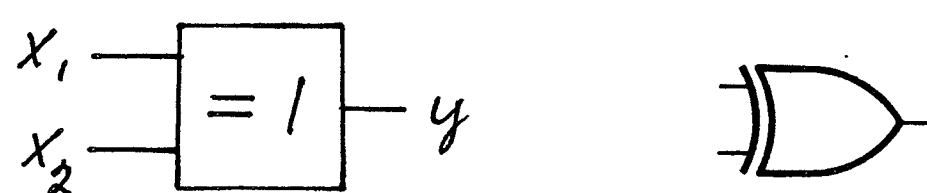


Figur 5 Grindar och sanningstabeller. De övre symbolerna är europeisk standard, men USA har en annan som visas undertill och är vanlig i databöcker. Sambandet med logiken gör att värdetabellerna kallas sanningstabeller. Lägg märke till hur tabellen med insignalerna  $x_1$  och  $x_2$  byggs upp. Tabellerna kan generaliseras till fler än två insignaler.

I figur 5d och e har AND- och OR-grindarnas utsignaler inverterats, vilket markeras med knorrar på utgångarna. Resultatet är NAND- och NOR-grindar.

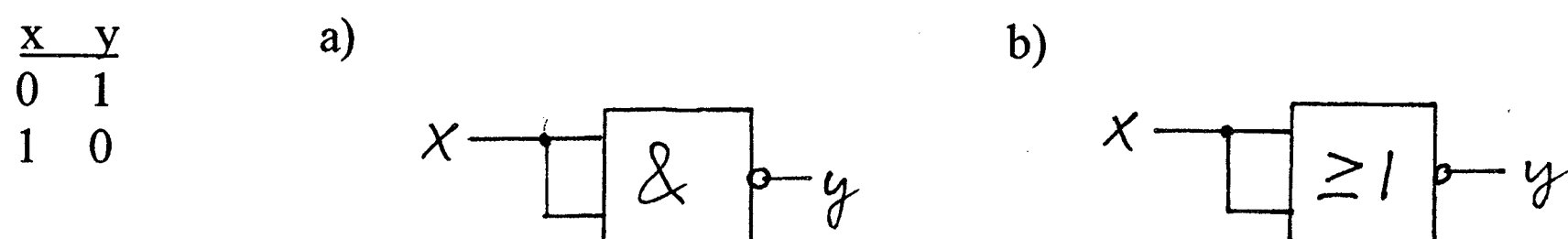
Ordet "eller" har olika betydelser i matematik och i dagligt tal. I det senare fallet menas oftast "antingen eller", men matematiskt utesluts ingen möjlighet: En matematiker som ombeds inhandla en flaska rött eller vitt vin kan mycket väl komma hem med båda. En grind för "antingen eller" visas i figur 6. Den kallas EXOR, Exclusive Or, uteslutande eller.

Figur 6 EXOR-grind med sanningstabell. Grinden utför funktionen "uteslutande eller", EXOR. Amerikansk symbol till höger.



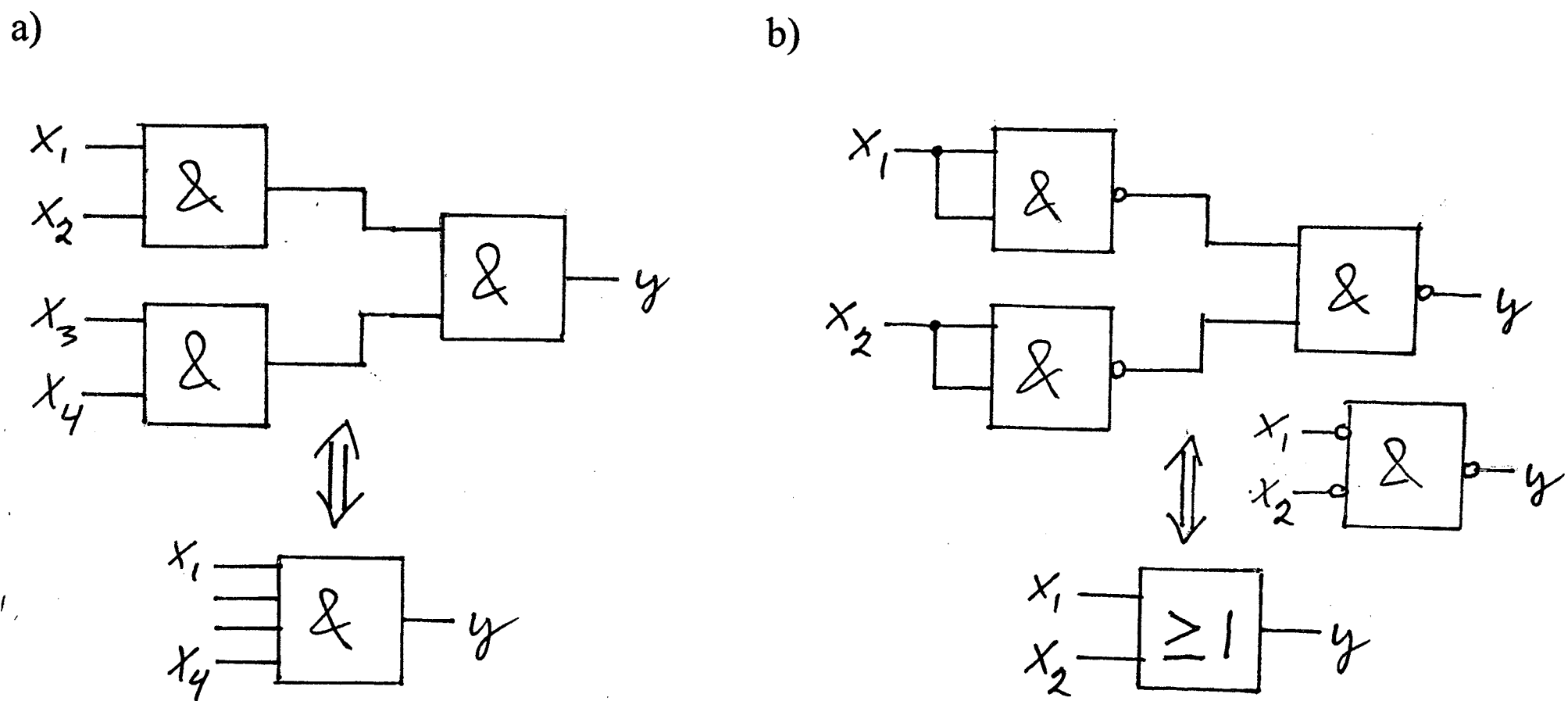
$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Figur 7 visar hur en NAND-grind respektive NOR-grind kan göras till inverterare genom sammankoppling av ingångarna. Eftersom det finns kapslar med flera sådana sådana grindar i kan extra inverterargrindar ofta undvikas.



Figur 7. Här har de båda ingångarna kopplats samman så att  $x_1 = x_2$ , vilket i båda fallen resulterar i inverterarfunktion, som sanningstabellerna i figur 5 d och e visar.

Sanningstabellerna i figur 5 är lätta att generalisera till flera insignaler. Grindar med flera ingångar finns också att tillgå, men kan realiseras med tvåingångars grindar som figur 8a visar.



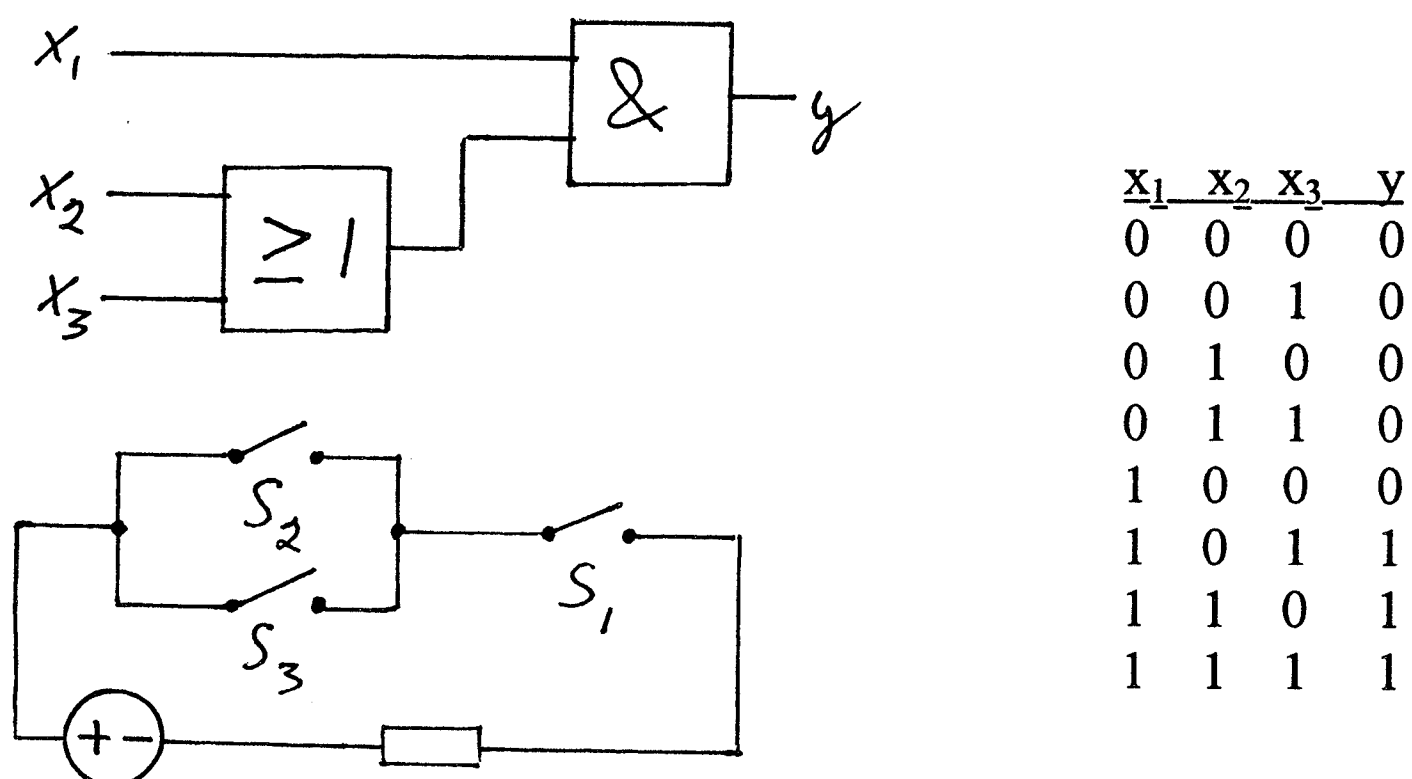
Figur 8. a) Tre tvåingångars AND-grindar realiserar en fyraingångars. b) Tre NAND-grindar realiserar en OR-grind. Se också figur 7a. I mellanledet har de båda inverterarna ritats som knorrar på den högra NAND-grindens ingång, vilket totalt resulterar i OR-funktion.

I figur 8b har en OR-grind ersatts av en NAND-grind med inverterare på ingångarna, även dessa i form av NAND-grindar. Tillvägagångssättet kan verka onödigt krångligt, men inte sällan kan det vara praktiskt med bara en sorts grindar i en krets. Ekonomiskt är det också så att priset på NAND-grindar är särskilt lågt p.g.a. stor tillverkningsvolym. För en liknande operation, se uppgift 8.

Låt oss som exempel ta en process som skall sätta igång om en knapp  $S_1$  är intryckt samtidigt som  $S_2$  eller  $S_3$ . Annorlunda uttryckt:

$$y = 1 \text{ om } x_1 = 1 \text{ och } (x_2 = 1 \text{ eller } x_3 = 1).$$

Det arrangeras med en AND-grind och en OR-grind enligt figur 9.

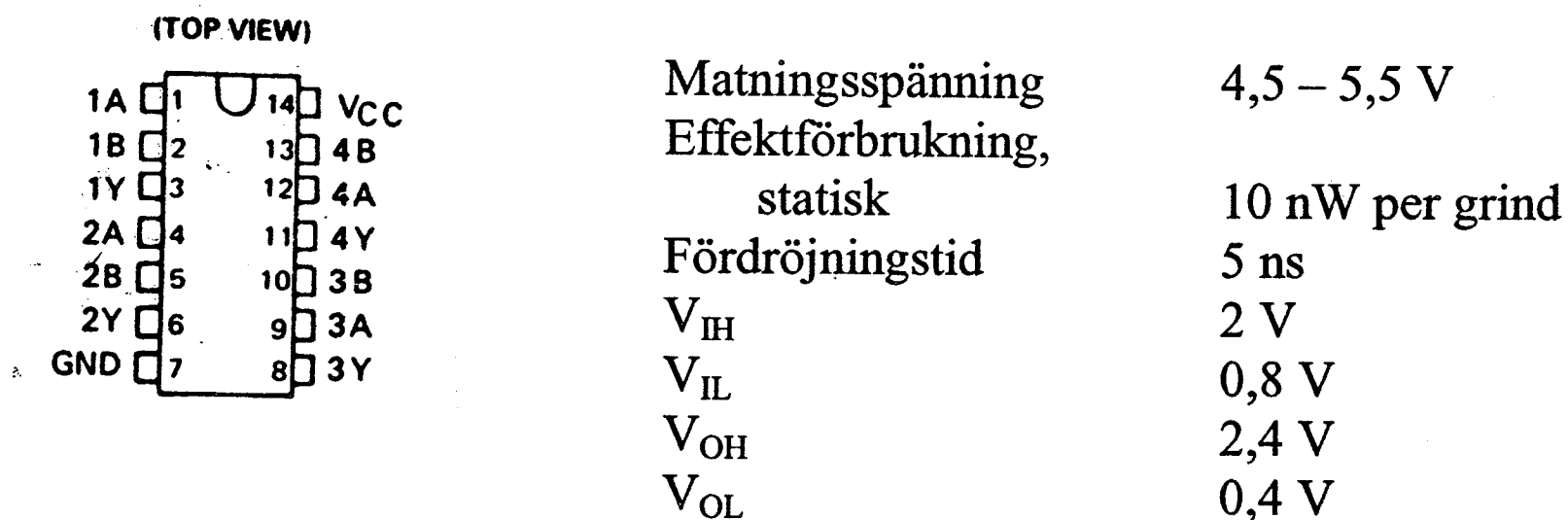


Figur 9 Ett grindnät. Funktionen kan också åstadkommas med tre strömställare.

## Grindar i praktiken

I 74-serien finns ett stort antal grindar att välja på. Den var ursprungligen i TTL-logik (se läroboken, figur 2.11), men görs numera i s.k. CMOS-teknik med fälteffekttransistorer. Namnet, Complementary Metall Oxide Silicon, talar om att transistorernas gate är isolerad med metalloxid, vilket gör att de drar mycket lite ström. En annan CMOS-serie, 4000-serien, finns också.

Figur 10 visar, tillsammans med en del typiska data, en 7400-kapsel med sina fyra tvåingångars NAND-grindar.



Figur 10 7400-kapsel. Bilden är i naturlig storlek. Matningsspänningen ansluts mellan GND och  $V_{CC}$ . Ben 1-3 tillhör grind 1, med ingångarna A och B och utgången Y. Kapseln finns också ytmonterad med betydligt mindre dimensioner.  $V_{OH} - V_{IH} = V_{IL} - V_{OL} = 0,4$  V. Dessa differenser, de statiska störmarginalerna, ger säkerhet mot störningar.

Grindarna ovan är TTL-kompatibla, vilket innebär att de har samma spänningsnivåer som TTL-kretsar med  $V_{CC} \approx 5$  V, men andra har ”CMOS-nivåer” som kan variera mellan cirka 1 och 20 V, vilket resulterar i större mångsidighet och immunitet mot störningar.

En utgång måste ofta mata flera ingångar i grindnätet. Hur många den klarar anges som FAN-out och är för standard (icke CMOS) TTL-kretsar ca 10. Med CMOS-kretsarnas stora inimpedans – av storleksordningen  $T\Omega$  – ökar FAN-out dramatiskt, men inte så mycket som man skulle kunna tro, eftersom kretsens oundvikliga kapacitanser i stället sätter gränsen. Ett typiskt värde kan vara 50, som dock ofta bör vara tillräckligt.

CMOS-kretsarnas effektförbrukning består av två delar, en statisk och en dynamisk. Den statiska är den utan insignaler, som är mycket liten. Men vid övergångarna mellan hög och låg kräver kretsarnas kapacitanser upp- och urladdning, vilket medför en dynamisk effektförbrukning. Den kan typiskt vara 0,1 mW vid 100 kHz, men ökar kvadratisk med frekvensen och dominerar därför starkt vid hög frekvens. Då kan små, ytmonterade kapslar vara att föredra på grund av sina mindre dimensioner, som medför snabbare värmeavgång. (Samma fenomen är till nackdel för småfåglar, men var bra för deras äldre anförvanter, jätteödlorna.)



## 5. Boolesk algebra

Det är inte svårt att föreställa sig mer komplicerade grindnät som är rätt svåra att reda ut med sanningstabeller. Ett hjälpmedel i sådana sammanhang kommer från logiken och den formalism som under 1800-talet utarbetades av matematikern George Boole (1815-1864). Det kunde gälla så kallad argumentanalys, att studera följderna av ett antal sanna och falska påståenden. Exempel: Det är osant att fru Svenssons husdjur inte är hund och inte är katt. Får man ta bort de tre negationer och säga att älsklingen är hund och katt? Eller är den kanske säkert en hund eller en katt?

För att reda ut saker som dessa försåg Boole sanna påståenden med det logiska värdet 1 och falska med värdet 0 och satte upp räkneregler för talen. Ett påståendes negation (motsats) utmärktes med ett streck över så att  $0 = \overline{1}$  och  $1 = \overline{0}$ ; falskt är icke sant och tvärt om. Den utvecklade algebran kallas logisk algebra och orsaken till namnet "sanningstabell" står nu klar.

Vi studerar AND-grindens sanningstabell och finner att den kan beskrivas med  $y = x_1 \cdot x_2$  och de vanliga reglerna för multiplikation ( $0 \cdot 0 = 0$  och så vidare). OR-funktionen symboliseras med additionssymbolen:  $y = x_1 + x_2$ , men här överraskas vi av  $1 + 1 = 1$ . Detta är en ny räkneregel.

Vi översätter grindnätet i figur 9 till boolesk algebra och får

$$y = x_1 \cdot (x_2 + x_3)$$

Sätts sanningstabellens sista värde trio in,  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ , blir resultatet med räknereglerna ovan

$$y = 1 \cdot (1 + 1) = 1 \cdot 1 = 1$$

vilket stämmer. Testa några andra kombinationer! En sammanfattning är

$a \cdot a = a$	(Seriekoppling)	(1a)
$a + a = a$	(Parallellkoppling)	(1b)
$a \cdot \overline{a} = 0$		(1c)
$a + \overline{a} = 1$		(1d)

(1c) kan sägas vara ett uttryck för att man inte både kan äta kakan och ha den kvar. (1d) betyder att det är alldeles säkert att man har en kaka eller inte. Med hjälp av sanningstabellerna för AND- och OR-grindar visas lätt räknereglerna

$a + 1 = 1$	(2a)
$a + 0 = a$	(2b)
$a \cdot 1 = a$	(2c)
$a \cdot 0 = 0$	(2d)

Två distributiva lagar finns

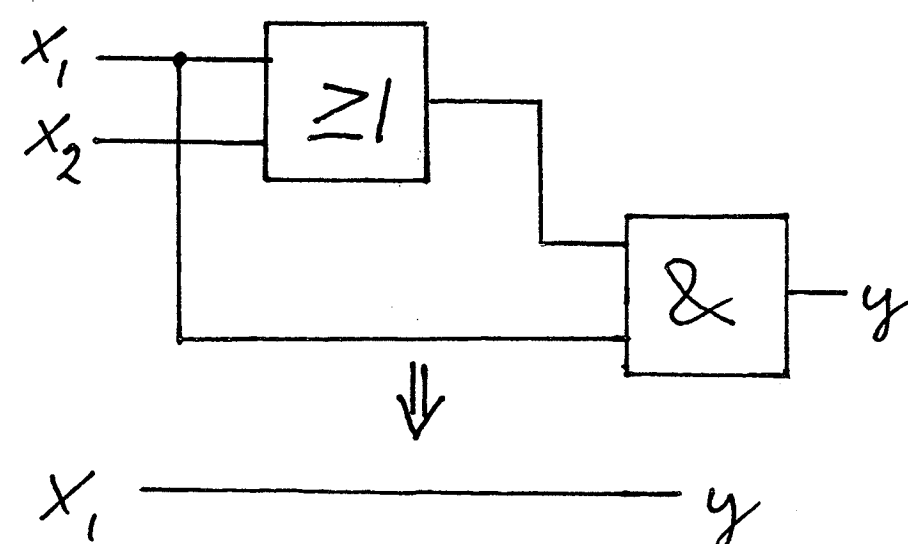
$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad (3a)$$

$$(a + b)(a + c) = a + b \cdot c \quad (3b)$$

där vi känner igen den första från matematiken. Med hjälp av denna och lagarna (1) och (2) visar vi (3b).

$$\begin{aligned} (a + b)(a + c) &= \\ &= a \cdot a + a \cdot c + b \cdot a + b \cdot c = \\ &= a + a \cdot c + b \cdot a + b \cdot c = \\ &= a(1 + a) + a \cdot c + b \cdot c = \\ &= a + a \cdot c + b \cdot c = \\ &= a(1 + c) + b \cdot c = \\ &= a + b \cdot c \end{aligned}$$

Figur 11. Detta nät kan uttryckas som villkoret  $y = 1$  endast om  $x_1$  eller  $x_2$  är 1 och  $x_1 = 1$ .



Som exempel analyserar vi grindnätet i figur 11. Översättning och därefter (3a) ger

$$y = (x_1 + x_2) \cdot x_1 = x_1 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_1$$

varav

$$\begin{aligned} y &= x_1 + x_2 \cdot x_1 = \\ &= x_1(1 + x_2) = \\ &= x_1 \cdot 1 = x_1 \end{aligned}$$

Nätet är således onödigt och ersätts av att  $x_1$  dras fram och bildar  $y$ ! (Det visas också lätt med sanningstabeller.)

Husdjursproblematiken ovan löses med de Morgans lagar

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b} \quad (4a)$$

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b} \quad (4b)$$

Man kan så att säga dela upp ett negationstecken i två, men då skall multiplikation och addition skiftas. För NAND- och NOR-grinden gäller

$$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$$

respektive

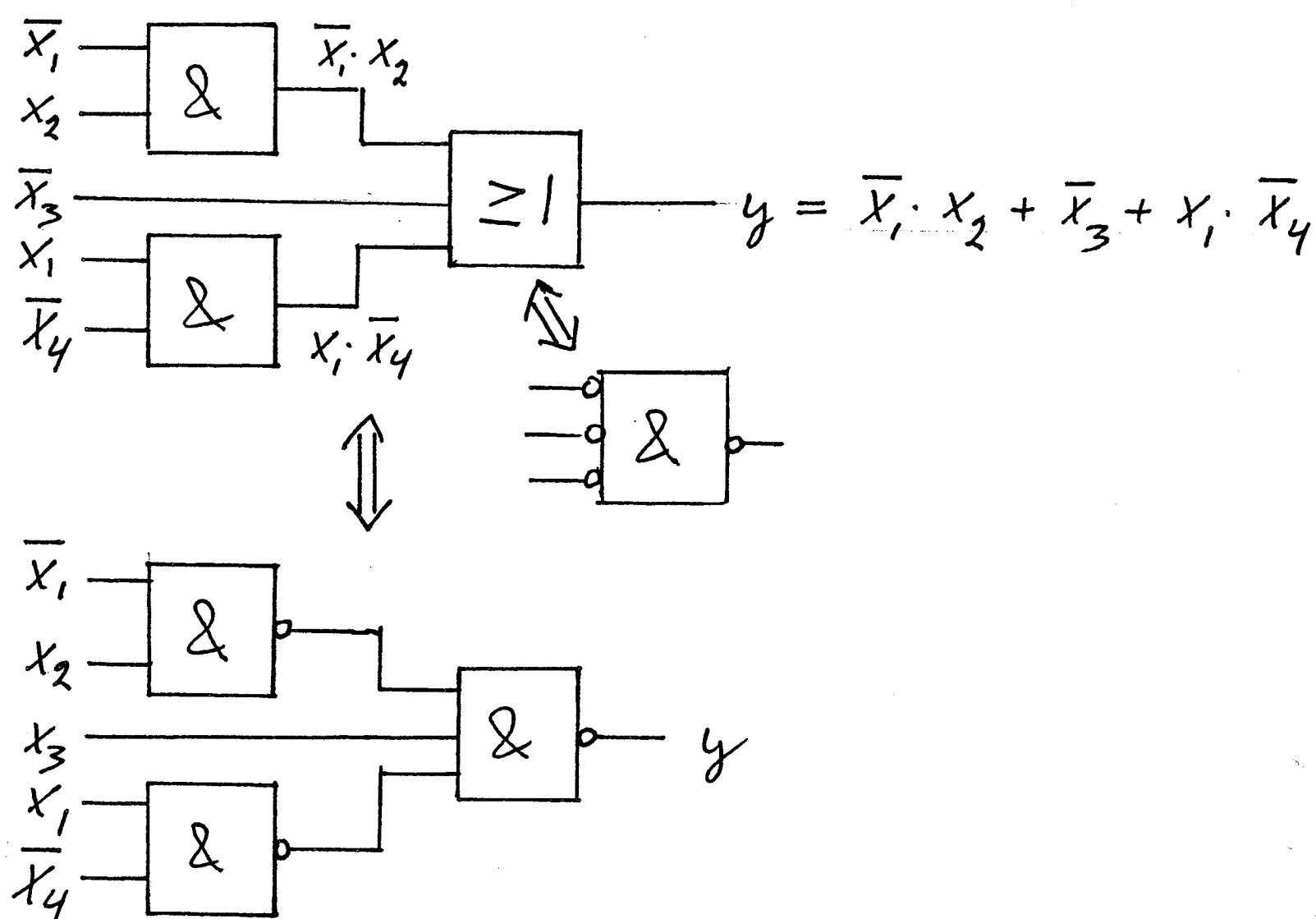
$$y = \overline{x_1 + x_2}$$

Nätet i figur 8b kan därmed översättas

$$y = \overline{\overline{x_1 \cdot x_2}} = \overline{\overline{x_1} + \overline{x_2}} = x_1 + x_2$$

d.v.s. en OR-funktion av  $x_1$  och  $x_2$ . Vi har utnyttjat att två negationer tar ut varandra,  $\overline{\overline{x}} = x$ .

Med hjälp av grindar kan alla logiska funktioner realiseras. Den booleska algebran ger möjlighet till matematisk behandling och därmed omritning och eventuell förenkling.



Figur 12 Omritning av AND/OR-nät. Treingångars OR-grinden har ersatts av en NAND-grind med inverterade ingångar enligt figur 8b. Observera att insignalen  $\overline{x_3}$  ersätts med  $x_3$ . Det logiska uttrycket för det nedre nätets utsignal  $y$  kan få ett annat utseende än det övres, men med hjälp av de Morgans lagar kan man visa att de är ekvivalenta, d.v.s. ger samma sanningstabell.

Figur 12 är ett exempel på ett AND/OR-nät. (Man ser att  $y = 1$  om  $x_1 = 0$  och  $x_2 = 1$  o.s.v.) OR-grinden kan göras om till en NAND-grind som visats och dess negerade ingångar därefter i stället placeras på AND-grindarnas utgångar. Resultatet är ett NAND/NAND-nät, som därför kan realiseras med enbart NAND-grindar, ofta en bra rationalisering som vi sett.

AND/OR-näts omvandling till NAND/NAND-nät har en motsvarighet i att OR/AND-nät kan göras om till NOR/NOR-nät.

För översättning från sanningstabell till funktion kan vi gå till EXOR-grinden. För  $y = 1$  krävs ( $x_1 = 1$  och  $\overline{x_2} = 1$ ) eller ( $\overline{x_1} = 1$  och  $x_2 = 1$ ).  $x_2 = 0$  är ju detsamma som  $\overline{x_2} = 1$  och så vidare. Därmed får vi för denna grind

$$y = x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2$$

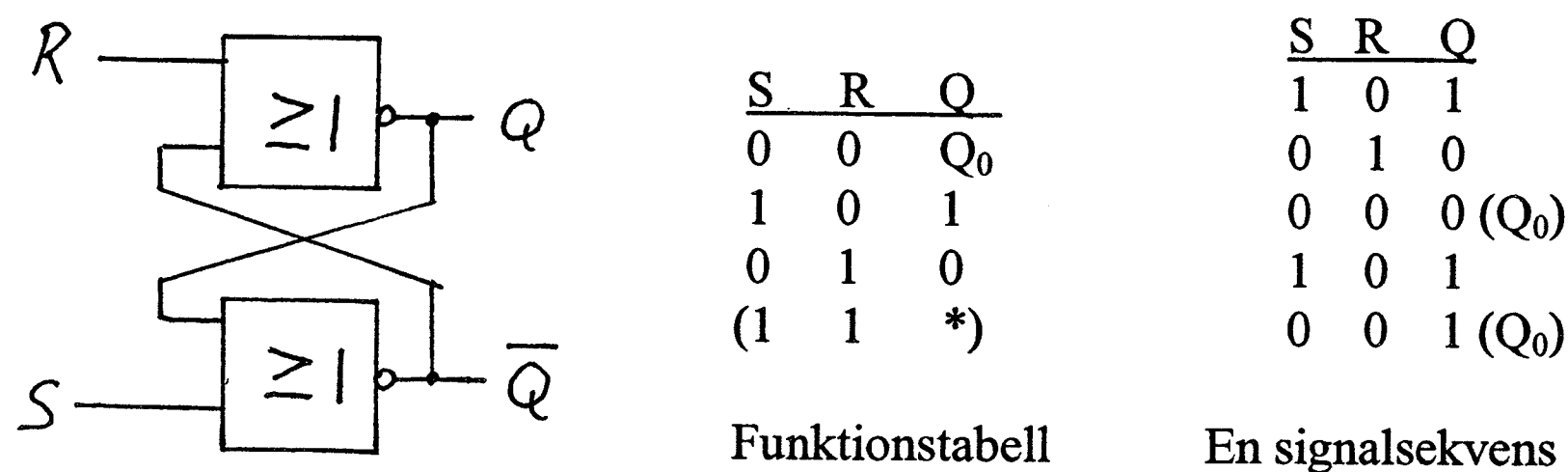
Se också övningsuppgift 7. Förutom lagarna ovan finns ett par andra som vi emellertid utelämnar här. (Uppgift 12 ger ett smakprov.)

## 6. Vippor

Vippor – engelska flip-flops – är kretsar med minnesförmåga som har vidsträckt användning i datorer och många andra sammanhang. De kan byggas upp av enskilda grindar.

### SR-latchen

Grindnätet i figur 13 har insignalerna S och R och två NOR-grindar med sanningstabeller enligt figur 5e. Man kontrollerar lätt att  $SR = (1; 0)$  medför utsignalen  $Q = 1$  och att  $SR = (0; 1)$  ger  $Q = 0$ . S står därför för 1-ställning, Set, och R för nollställning, Reset. Q och  $\bar{Q}$  är komplementära, vilket är betydelsefullt för kretsens funktion i många sammanhang.



Figur 13 SR-latch. Om insignalerna är (0; 0) då matningsspänningen slås på beror Q på små skillnader mellan de båda NOR-grindarna. Insignalkombinationen (1; 1) är förbjuden, vilket markeras med stjärna.

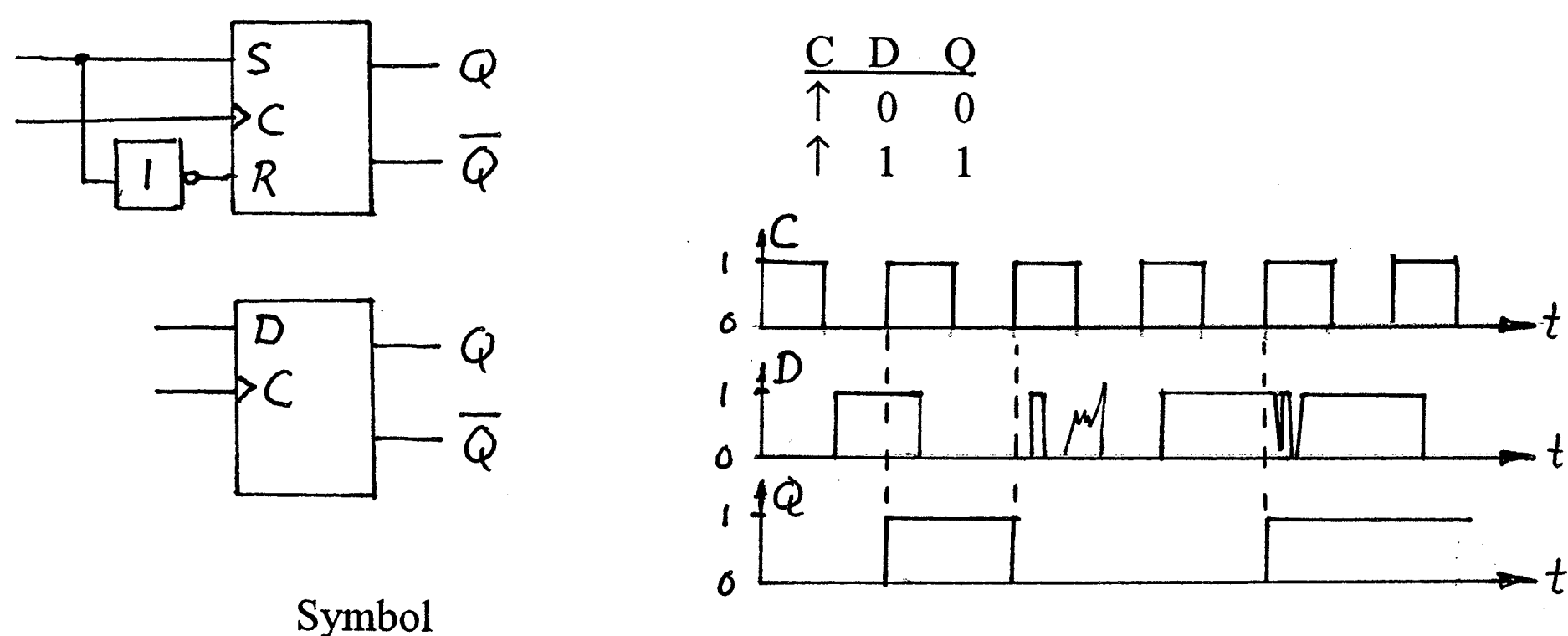
Det sista tillståndet  $SR = (1; 1)$  används inte eftersom Q får samma värde som i ett av de andra fallen och de båda utsignalerna inte längre är komplementära. Tillståndet sägs vara förbjudet.

Observera att S bara behöver vara 1 under ett ögonblick för att latchen skall 1-ställas om den var nollställd ( $Q=0$ ) innan. Vad som sedan händer med S spelar ingen roll och motsvarande gäller för insignalen R. Detta leder till signalsekvensen i figur 13, där man konstaterar att  $SR = (0; 0)$  kan ge både  $Q = 1$  och  $Q = 0$ ; vad det blir beror på föregående tillstånd, varför värdet betecknas  $Q_0$ . Kretsar med sådana egenskaper kallas *sekvenskretsar*, tillståndet  $SR = (0; 0)$  är *minnesfas*.

Latchen har egenskapen att vara *transparent*, d.v.s. en insignal som påverkar utsignalen gör det omedelbart (bortsett från den ofrånkomliga fördröjningen i elektroniken). Genom att koppla samman två latchar och utnyttja en *klocksignal* kan man komma från transparensen. Klocksignalen hoppar regelbundet mellan 0 och 1 och påverkar de båda latcharna så att utsignalen bara kan ändras då klockan går från låg till hög eller tvärt om, flanktrigging. En sådan krets är en *vippa*. SR-vippan har samma funktionstabell som SR-latchen.

## D-vippan

SR-vippan i figur 14 har klockingången C och den lilla vinkelmarkeringen talar om att utsignalen kan ändras bara då klocksignalen går från låg till hög, alltså på klockpulsens framkant. Därmed sägs vippan vara positivt flanktriggad. (Med en knorr vid vinkeln kan i stället negativ flanktrigging anges.) Inverterarkretsen på R-ingången gör att varken minnesfas eller förbjudet tillstånd kommer i fråga. Om insignalen  $D = 1$  då klockan går hög blir då  $Q = 1$  och om  $D = 0$  blir  $Q = 0$ . Detta visas i funktionstabellen där pilen uppåt anger den positiva flanktriggingen.



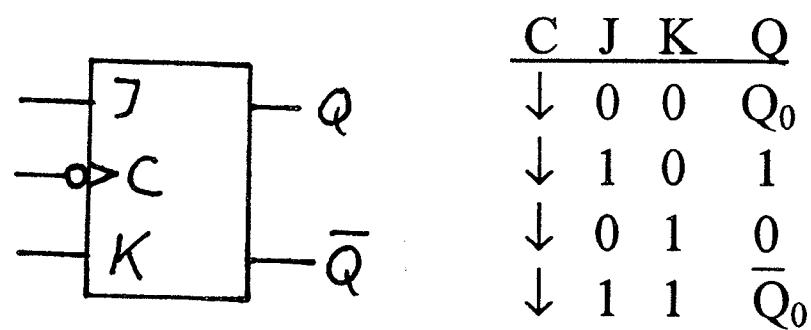
Figur 14 D-vippa. Av signalsekvensen framgår att en nolla eller etta på ingången D inte visas sig på Q förrän klockan går hög. Den positivt flanktriggade D-vippan har symbolen nedtill och kan konstrueras på annat sätt än med SR-vippa och inverterare.

D-vippan påverkar inte insignalen D mer än att denna visar sig på utgången först när klockan går hög (låg vid negativ flanktrigging), en fördröjning – delay – som gett vippan dess namn. Fördelen med klockningen är att man alltid vet när nya värden kommer ut, genom att det sker *synkront* i hela systemet som styrs av samma klocka. Dess frekvens, klockfrekvensen, kan numera ligga i GHz-området. Flanktriggingen bidrar till att motverka störningar, eftersom sådana måste komma mycket nära triggningsögonblicket för att få någon inverkan

D-vippan är en vanlig komponent i programmerbar logik.

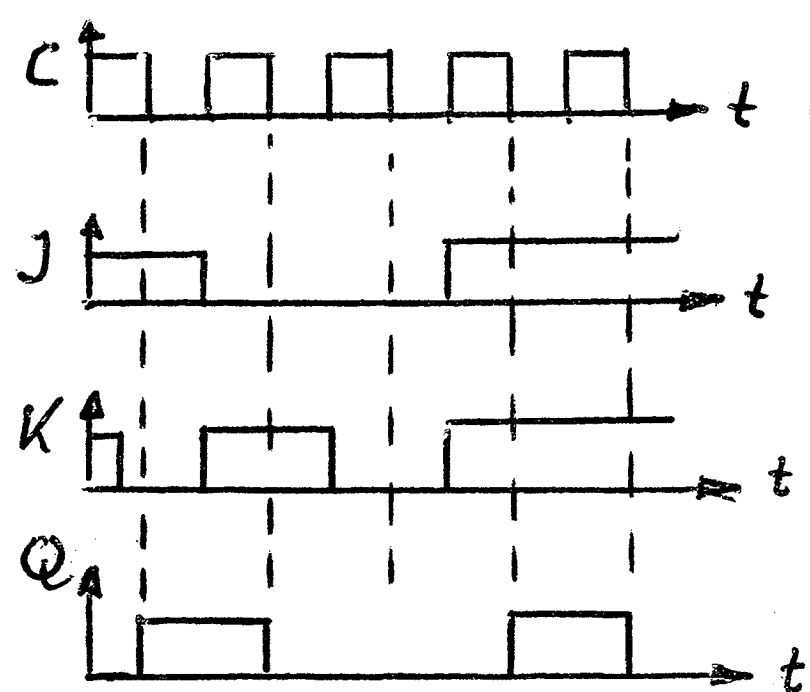
## JK- och T-vippan

Figur 15 visar symbolen för en klockad *JK-vippa* där ingångarna modifierats och nu kallas J och K. Klockkolumnens nedåtriktade pilar visar att vippan är negativt flanktriggad. De tre övre raderna i funktionstabellen är desamma som för SR-vippan.



Funktionstabell

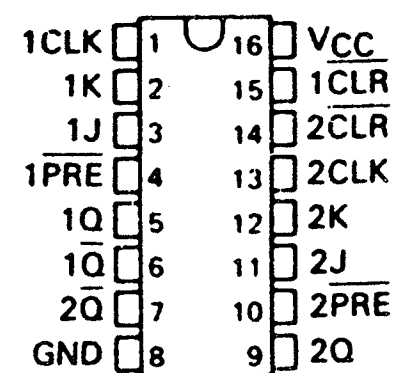
Figur 15 JK-vippa. Med olika J och K fås D-vippans funktionstabell och med lika T-vippans nedan.



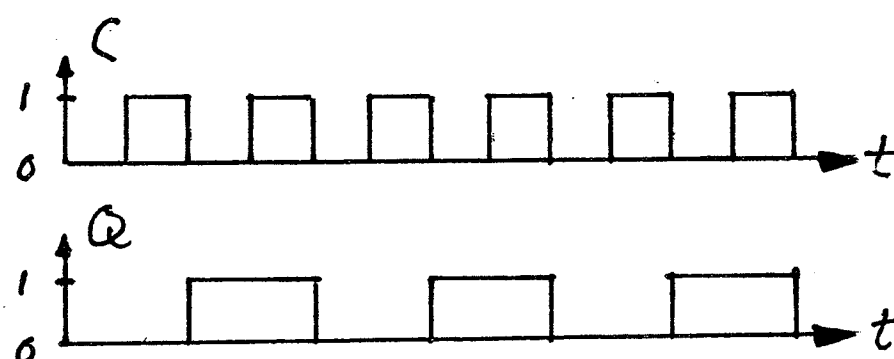
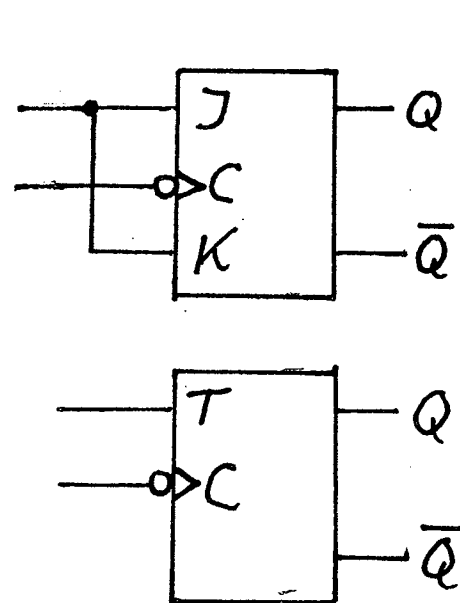
En signalsekvens

Skillnaden är att den tidigare förbjudna insignalkombinationen (1; 1) nu är tillåten och medför *toggling*, att Q:s värde ändras då klockan går låg. Om Q var 0 före flanken är den 1 efter och vice versa, en ändring som markeras med  $\bar{Q}_0$  i funktionstabellen. Figur 16 visar 74-seriens 74112 med kapseln i naturlig storlek. Den innehåller två negativt flanktriggade JK-vippor med extra ingångar för nollställning.

Figur 16 Den integrerade kretsen 74112 (Texas Instruments). Kretsen beskrivs som "dual JK negative-edge-triggered flip-flop with preset and clear". Matningsspänningen, 5 V, läggs mellan ben 8 och 16. Båda vipporna har preset- och clearingångar med vilka vipporna kan ett- respektive nollställas oberoende av klockan (CLK). Dessa ingångar är aktivt låga (markeras med överstrykning), vilket betyder att de verkar då deras signaler går låga.



Om J- och K-ingången kopplas samman fås en gemensam insignal  $J = K$ . Vippan kallas nu T-vippa (toggelvippa) med den gemensamma insignalen T som figur 17 visar.



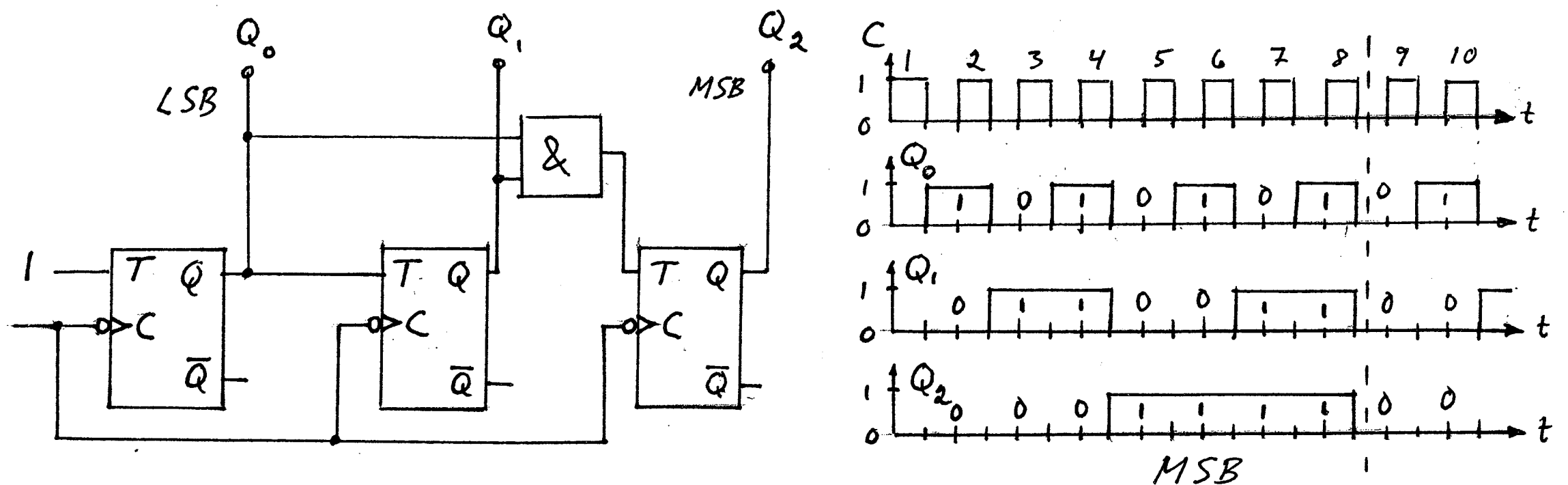
Signalföljd då  $T = 1$ . Frekvensen hos Q är halva klockfrekvensen.

Figur 17 T-vippa. Symbolen underst. Den konstrueras normalt inte utgående från JK-vippa, utan på mer specialiserat vis.

Den visade T-vippan är negativt flanktriggad och togglar därför när klocksignalen går låg om  $T = 1$ . Som signalföljden visar gör detta att klockfrekvensen halveras, vilket är en praktisk egenskap. Med n T-vippor efter varandra kan på så sätt frekvensdelning med faktorn  $2^n$  erhållas.

## 7. Räknare

De tre kaskadkopplade T-vipporna i figur 18 antas alla nollställda från början. Signalföljden visar de tio första klockpulserna och man känner igen den första vippans utsignal  $Q_0$  från figur 16. Nästa vippa, som har  $Q_0$  på sin T-ingång, togglar då  $Q_0 = 1$  med resultatet att frekvensen ånyo halveras.



Figur 18 Trebitars binärräknare.

Vi kan nu avläsa  $Q_1Q_0$  som binärt tal och finner t.ex. att, efter tredje klockpuls, talet är  $11_2 = 3$ . Kontroll av övriga visar att de två första vipporna räknar till 3 så att nollställning sker efter den fjärde klockpuls.

Vi vill att den tredje vippan skall fullfölja räknandet, varför  $Q_2$  skall bli 1 då klockpuls fyra går ned, ty då blir  $Q_2Q_1Q_0 = 100 = 4$  som sig bör. Innan nedgången är både  $Q_0$  och  $Q_1$  lika med 1, varför det kan ordnas som visas, med en AND-grind med  $Q_0$  och  $Q_1$  som insignaler, som då får den tredje vippan att togglar. Att räknandet sedan fortsätter till sju kontrollerar man lätt. Efter åttonde klockpuls nollställs räknaren, som sedan börjar om från början. Vi ser att

$$n = Q_2 \cdot 2^2 + Q_1 \cdot 2^1 + Q_0 \cdot 2^0$$

där  $n$  är antalet klockpulser, vilket gör anordningen till en trebitars binärräknare.  $Q_2$  är den mest signifikanta biten, *MSB*, och  $Q_0$  den minst signifikanta, *LSB*.

Färdiga räknarkapslar för både binär- och dekadräkning finns. De har finesser som att även kunna räkna ned och kan kaskadkopplas för utökat räkneområde.

## Övningsuppgifter

Ö1) På en ledning överförs kvantiserade spänningar mellan 0 och 5 V. Uppskatta hur stora störningarna kan tillåtas vara om antalet nivåer är  
 a) 16                      b) 128

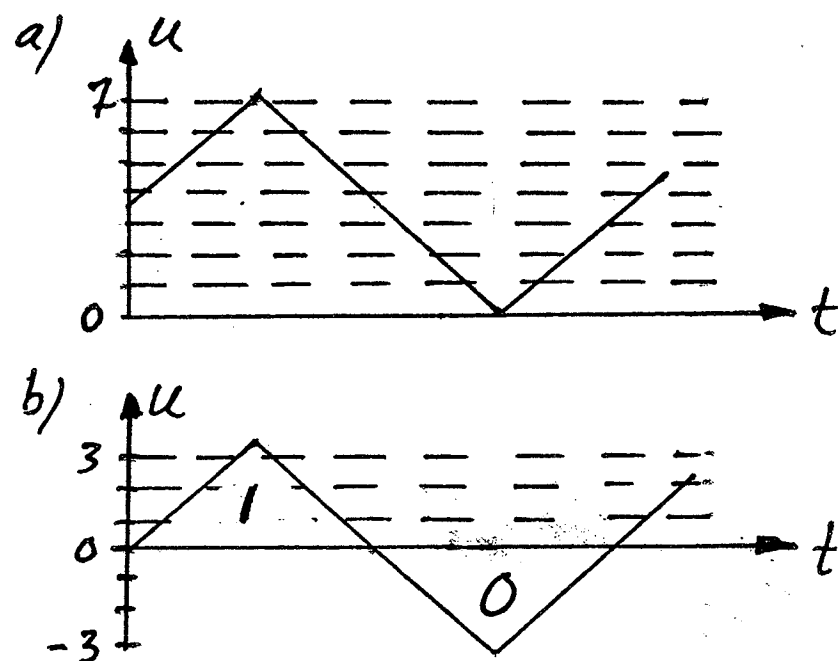
Ö2) Skriv som decimaltal a) 101 b) 11001 c) 111110 d) 111111111111  
 e) 0.1 f) 0.01 I det binära systemet sätts punkt i stället för decimalkomma.

Ö3) Skriv som binärt tal a) 6 b) 9 c) 65 d) 241 e) 1/32 f) 0,75

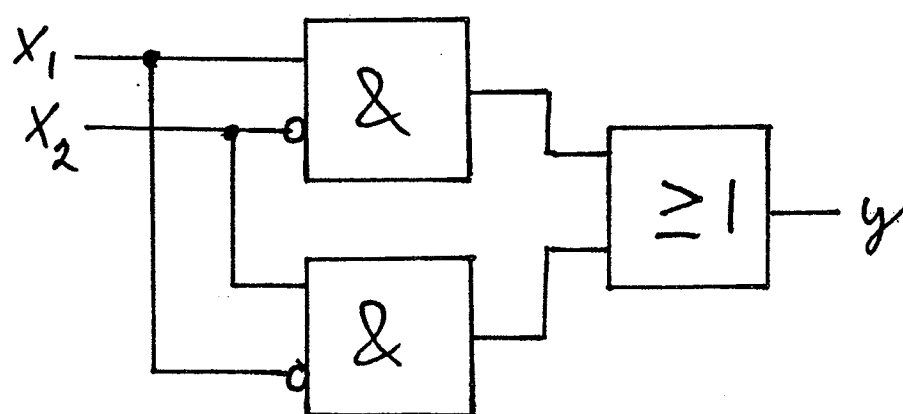
Ö4) Utför dessa räkneoperationer genom att sätta det andra talet under det första som för decimaltal. a) 1110 + 101 b) 1101 - 111

Ö5) a) Skriv 19 som hexadecimaltal.  
 b) Skriv C6A9 som decimaltal.  
 c) Skriv C6A9 som binärt tal.

Ö6) En spänning  $u$  samplas med samplingsfrekvensen  $f_s = 10$  kHz. Det kan göras som i a med 8 nivåer eller som i b med 4 nivåer och en bit, 1 eller 0, som anger spänningens tecken. Beräkna bittakten  $R$  i de båda fallen.



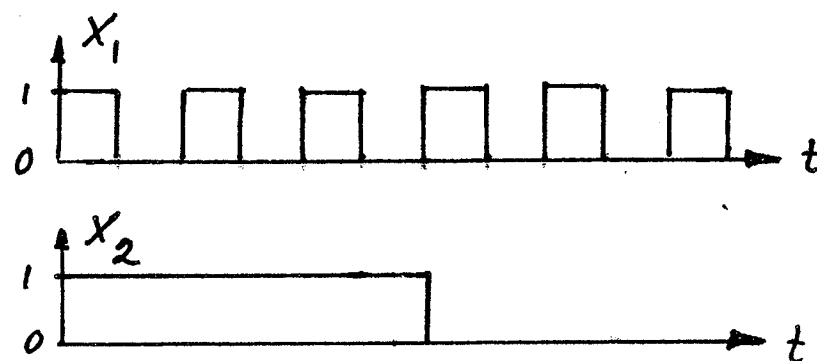
Ö7) Vilken värdetabell ger detta grindnät?



Ö8) Visa hur tre NOR-grindar kan bli en en AND-grind.

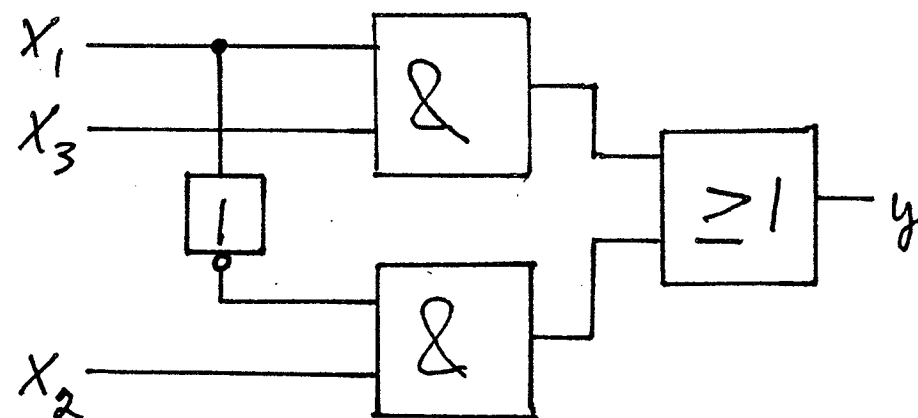
Ö9) Man har en treingångars a) AND-grind och b) NOR-grind, men behöver bara två av ingångarna. Oanvända ingångar skall emellertid inte lämnas oanslutna, så hur skall man göra i de båda fallen?

Ö10) En EXOR-grind förses med dessa insignaler. Rita utsignalen. Hur skulle man kunna karakterisera  $x_2$ -ingången?



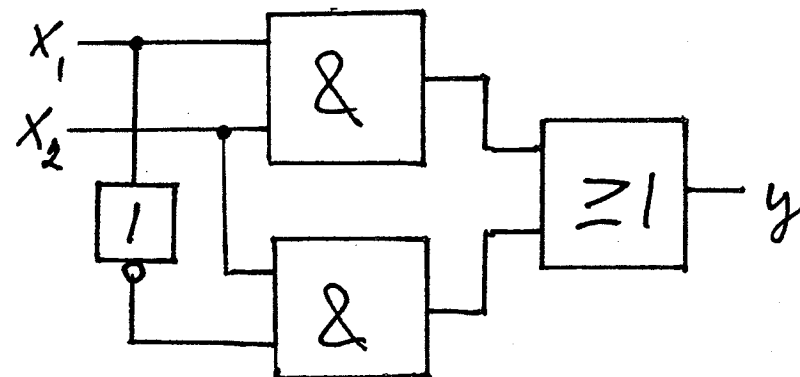


Ö11) Använd en 7400-kapsel enligt figur 10 för att göra en NOR-grind genom att rita anslutningarna mellan kapselns olika in- och utgångar och markera  $x_1$ ,  $x_2$  och  $y$ .

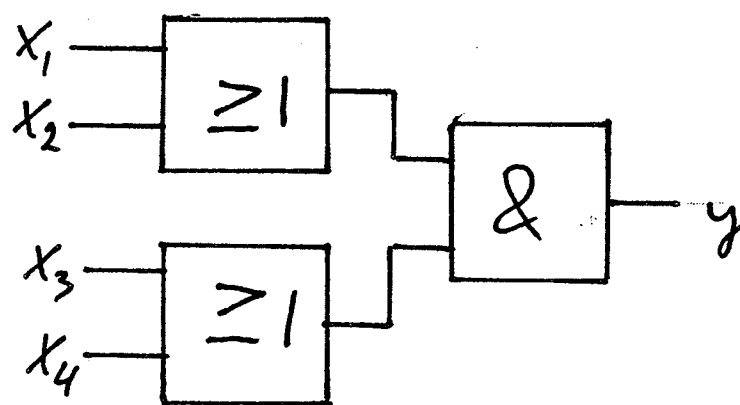


Ö12) Ta fram sanningstabellen och ett logiskt uttryck för detta grindnät. (Det logiska uttrycket kan förenklas om man tänker på att  $\bar{x} = 1$  då  $x = 0$  och vice versa.)

Ö13) Skriv upp en sanningstabell och ett booleskt uttryck för detta grindnät. Förenkla sedan det onödigt krångliga nätet, t.ex. med hjälp av boolesk algebra.



Ö14) a) Ta fram  $y$  som funktion av in-signalerna för detta OR/AND-nät och rita upp dess ekvivalenta NOR/NOR-nät. b) Utgå från det senare och använd logisk algebra för att ta fram den ursprungliga funktionen  $y$ .



Ö15) En spolanordning skall startas av en motor om vätsketemperaturen är tillräckligt hög ( $t=1$ ) om om en bakre gränslägesbrytare är till ( $g_1 = 1$ ) och en främre från ( $g_2 = 0$ ). Oberoende av detta skall den sätta igång om operatören trycker på en knapp ( $S = 1$ ). Rita ett grindnät och skriv upp ett logiskt uttryck.

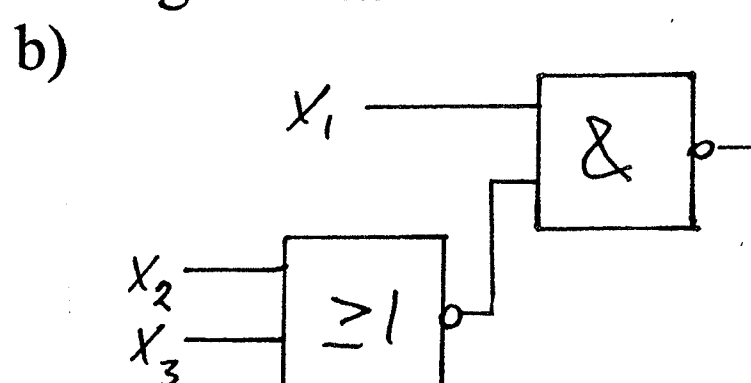
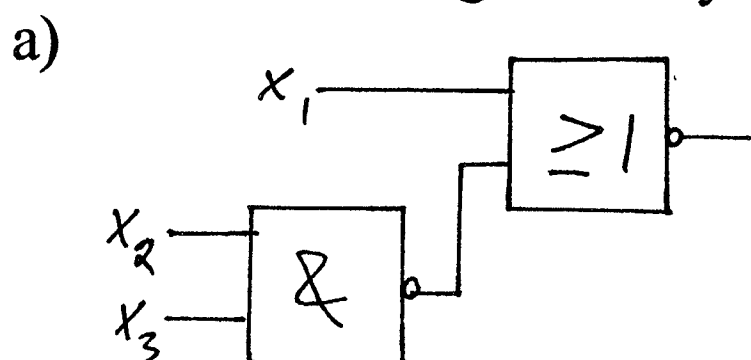
Ö16) En torkfläkt har en fläkt och ett värmeelement med var sin strömställare  $S_f$  och  $S_v$ , som har värdena 1 då de är till. Fläkten startar alltid om dess strömställare är till, men för att värmeelementet skall få starta måste fläkten vara till och temperaturen ligga under ett gränsvärde. Vid för hög temperatur ger ett termostat värdet  $T = 1$ . Endast tvåingångars grindar finns till hands.

a) Rita ett grindnät.

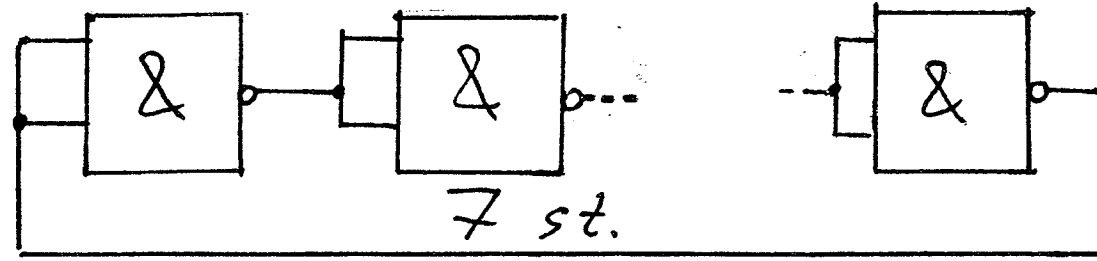
b) Rita ett för värmeslingan med enbart NAND- och NOR-grindar.

Ö17) En hiss för mattransport mellan ett kök och matförrådet i våningen under har en tryckknapp  $S$  för start;  $S=1$  ger start. Den stoppas i övre och i nedre läget av gränslägesbrytare  $g_k$  och  $g_m$ , som ger värdena 1 då hissen stannat. Rita en grindnät för hissens styrning. Utsignaler: "Upp" och "Ned"

Ö18) Ta fram enkla, logiska uttryck för dessa grindnät.



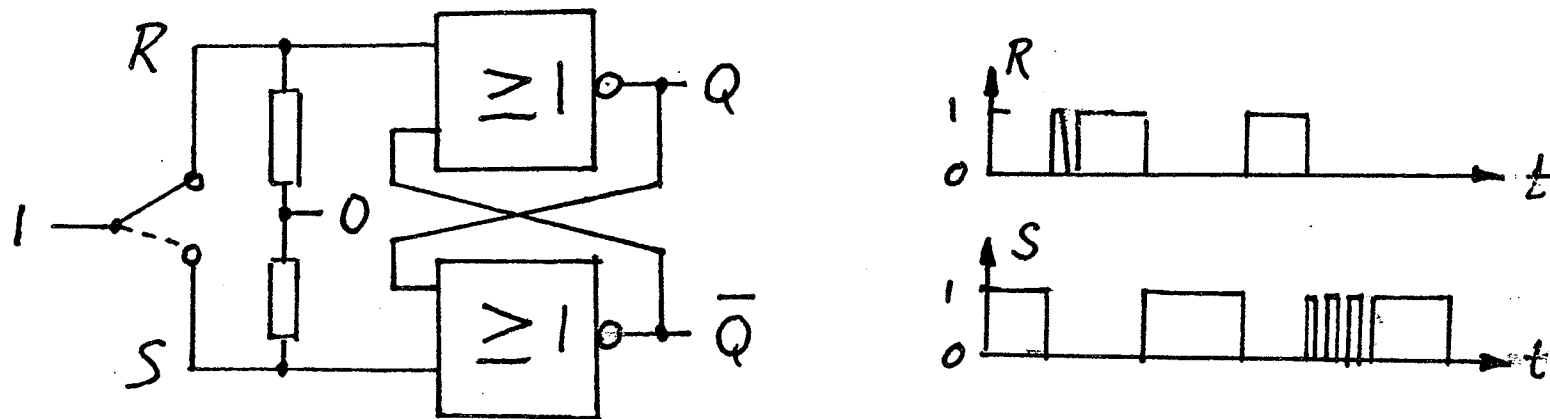
Ö19) Sju NAND-grindar från 7400-kapslar kopplas efter varandra till en sluten krets enligt schemat. Vad kan tänkas hända? Utnyttja angiven, approximativ fördröjningstid.



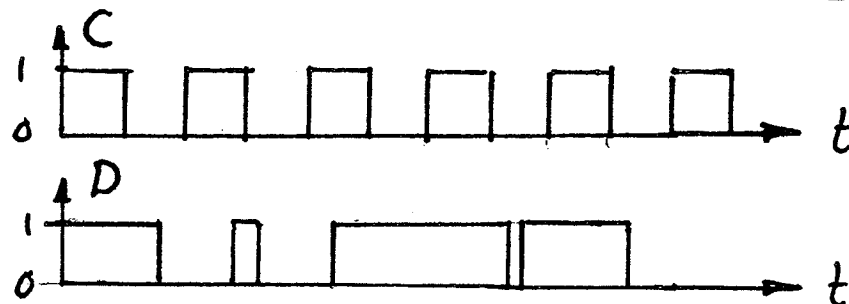
Ö20) Ta fram det logiska uttrycket  $y$  för fru Svenssons husdjur. Variablerna är påståendena  $h$  = "det är en hund" och  $k$  = "det är en katt".

Ö21) Rita schema för en SR-latch med NAND-kretsar och dess funktions-tabell.

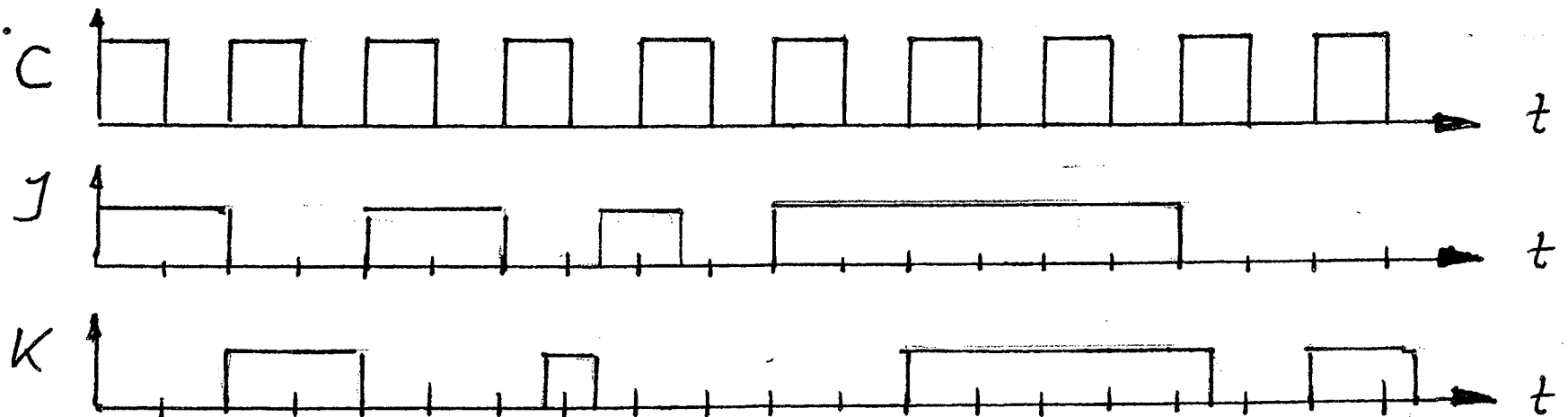
Ö22) Här kan switchen förse ingångarna med positiv spänning (hög). a) Rita utsignalen  $Q$  som funktion av tiden för denna insignalekvens. Observera att ingångarna är låga utan insignal p.g.a. motstånden som lagts till noll (jord). b) Vår för bör motstånden inte tas bort?



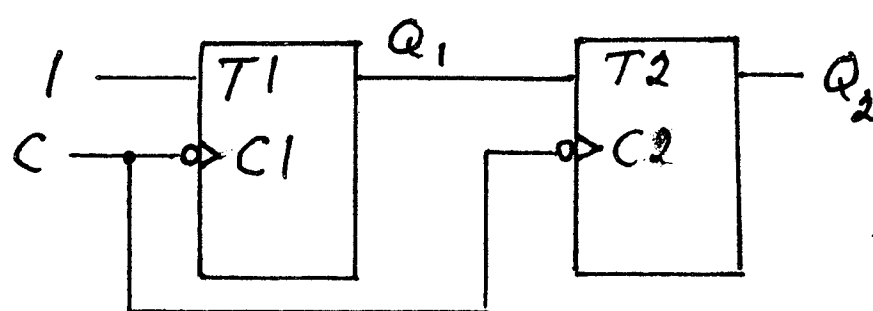
Ö23) Rita utsignalen från en positivt flanktriggad D-vippa med dessa insig-naler.



Ö24) Rita  $Q$  för denna sekvens av insignaler för JK-vippan i figur 15.



Ö25) Rita en klocksignal till dessa båda T-vippor och tillhörande utsignal  $Q_2$ .



Ö26) Utöka räknaren i figur 18 så att den kan räkna till 15.

## FACIT

Ö1) a)  $\approx 0,1$  V b)  $\approx 0,02$  V (I a är nivåskillnaden  $0,3$  V och om störningen kan få vara halva skillnaden får man  $0,15$  V. Men två värdesiffror går inte an här!) I praktiken, för små bitfel, bör störningarna vara betydligt mindre.

Ö2) a) 5 b) 25 c) 62 d) 4095 e) 0,5 f) 0,25 (Med decimalpunkt kan binära tal skrivas  $\dots a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0 + a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + \dots$ , där  $a_n = 0$  eller  $1$ .)

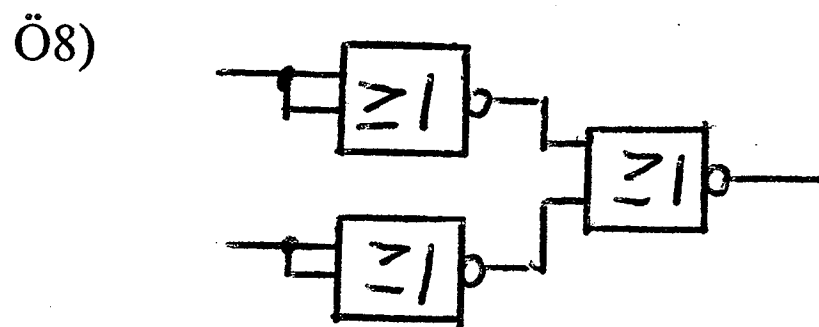
Ö3) a) 110 b) 1001 c) 11110001 d) 0.00001 e) 0.11 ( $0,75 = 0,5 + 0,25 = 2^{-1} + 2^{-2}$ )

Ö4) a) 10011 b) 110 (Man kan kontrollera genom att övergå till decimaltal.)

Ö5) a)  $13_{16}$  b)  $50857_{10}$  c) 1100 0110 1010 1001 (med mellanrum mellan fyrgrupperna, där den första är  $C = 1100_2$  o.s.v.)

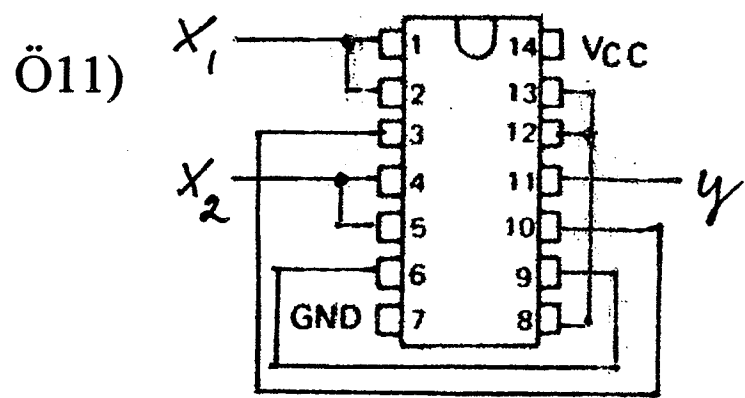
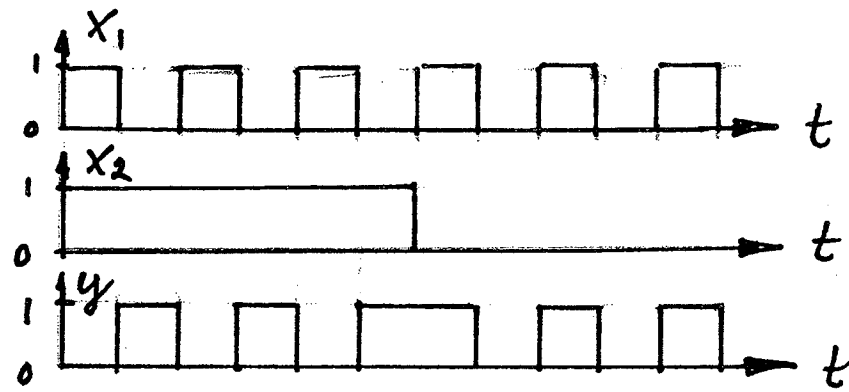
Ö6)  $R = 30$  kbps i båda fallen. (I det första fallet kräver 8 nivåer 3 bit. I andra kräver de 4 nivåerna 2 bit och tecknet 1 bit. Båda fallen ger samma resultat)

Ö7) Arrangemanget är en EXOR-grind.



Ö9) Man lägger den outnyttjade ingången a) hög (=1) b) låg (=0).

Ö10) Om  $x_2$  är låg är  $y = x_1$  och om  $x_2$  är hög är  $y = \bar{x}_1$ , d.v.s. signalen till  $x_2$  bestämmer om  $x_1$  inverteras eller ej.



Grindarna kan naturligtvis anslutas i annan ordning.

Ö12)

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$	$y = x_1 x_3 + \bar{x}_1 x_2$
0	0	0	0	
0	0	1	0	(Uttrycket kan förenklas till
0	1	0	1	$y = x_1 x_3 + x_2$ )
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	1	1	

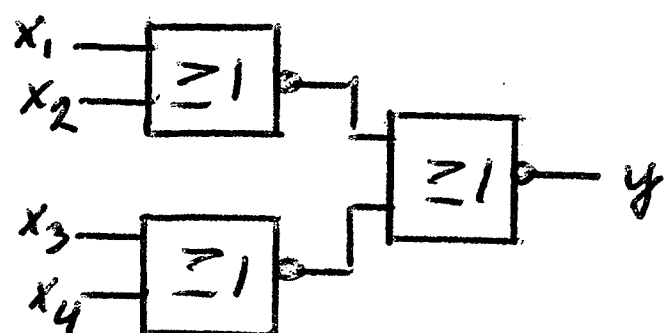
Ö13)

$x_1$	$x_2$	$y$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Man ser att  $y = x_2$  oberoende av  $x_1$ , vilket ger detta "nät":

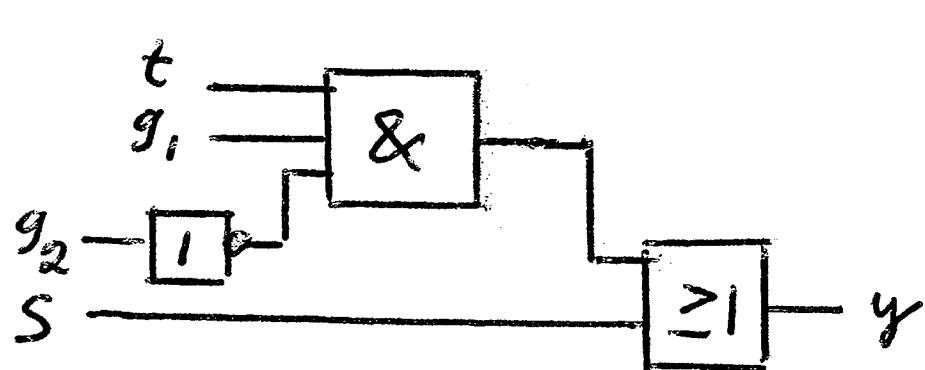
$$y = x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_2 = (x_1 + \bar{x}_1) x_2 = 1 \cdot x_2 = x_2$$

Ö14) a)  $y = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4)$



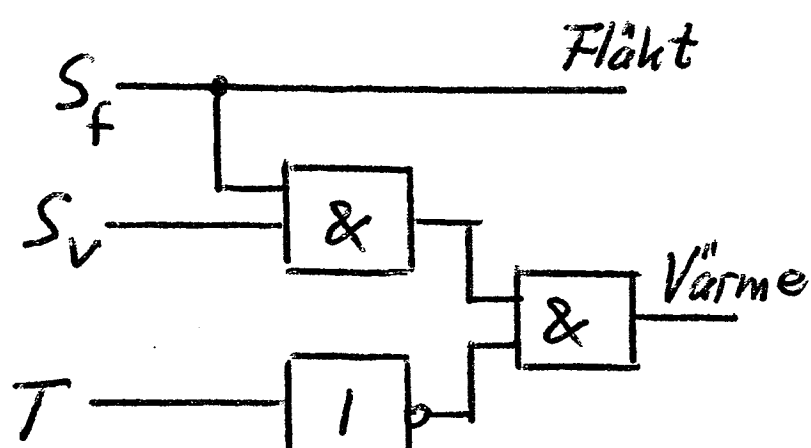
b)  $y = \overline{\overline{x_1 + x_2} \cdot \overline{x_3 + x_4}} =$   
 $= \overline{\overline{x_1 + x_2}} \cdot \overline{\overline{x_3 + x_4}} =$   
 $= (x_1 + x_2) \cdot (x_3 + x_4)$

Ö15)

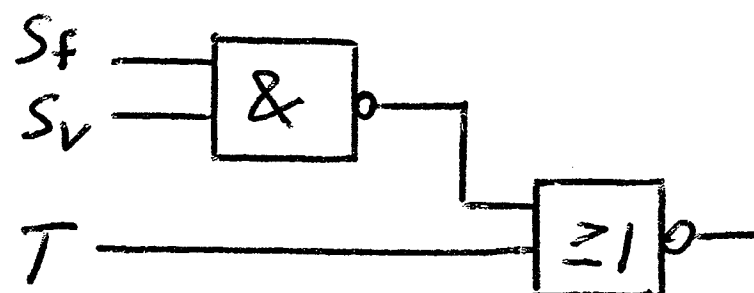


$$y = t \cdot g_1 \cdot \overline{g_2} + S$$

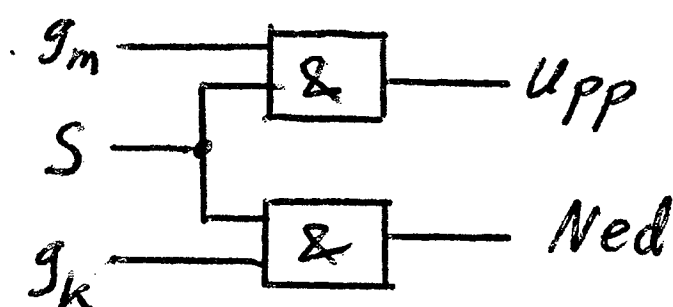
Ö16) a)



b)



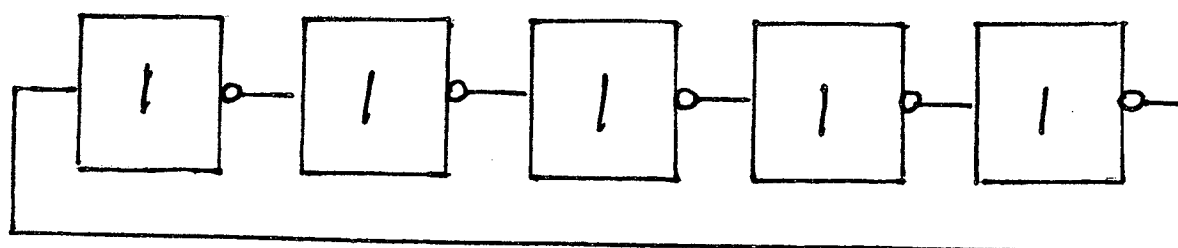
Ö17)



Ö18) a)  $y = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3$

b)  $y = \overline{x_1} + x_2 + x_3$

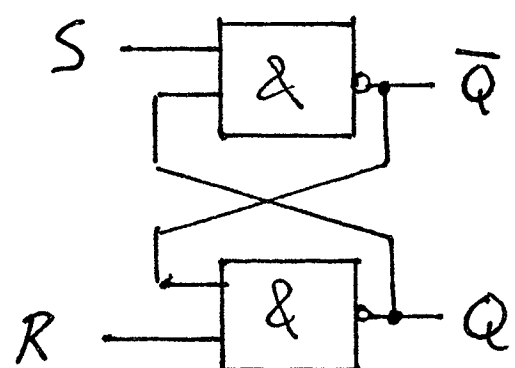
Ö19) Var och en av kretsarna utgör en inverterare, varför hela kopplingen är sju inverterare, kopplade i ring.



Något stabilt läge finns emellertid inte, utan signalerna kommer att svänga mellan hög och låg, varför kopplingen är en oscillator. Om insignalen till en av inverterarna går hög vid tiden  $t = 0$  går dess utgång låg 5 ns senare, en ändring som går framåt i ringen. Det gör att inverterarens ingång går låg efter  $5 \cdot 7 \text{ ns} = 35 \text{ ns}$ . Detta är därför en halv period, vilket gör svängningsfrekvensen till 14 MHz.

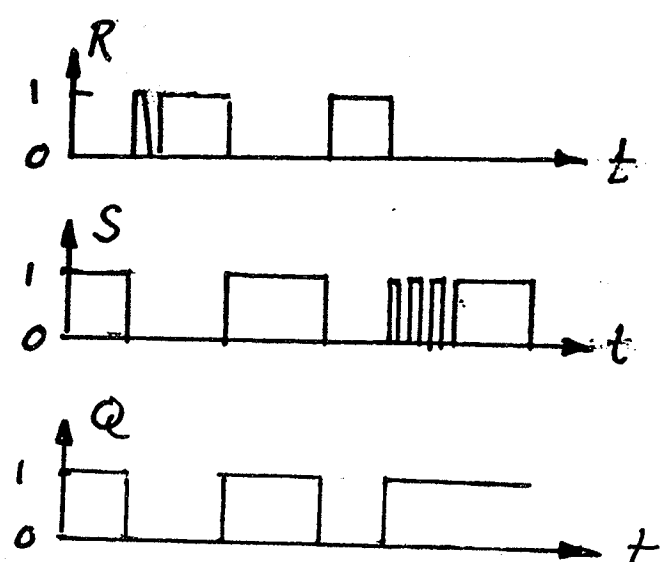
Ö20)  $y = \overline{\overline{h} \cdot \overline{k}} = \overline{\overline{h}} + \overline{\overline{k}} = h + k$  (Det är alltså en hund eller en katt.)

Ö21)



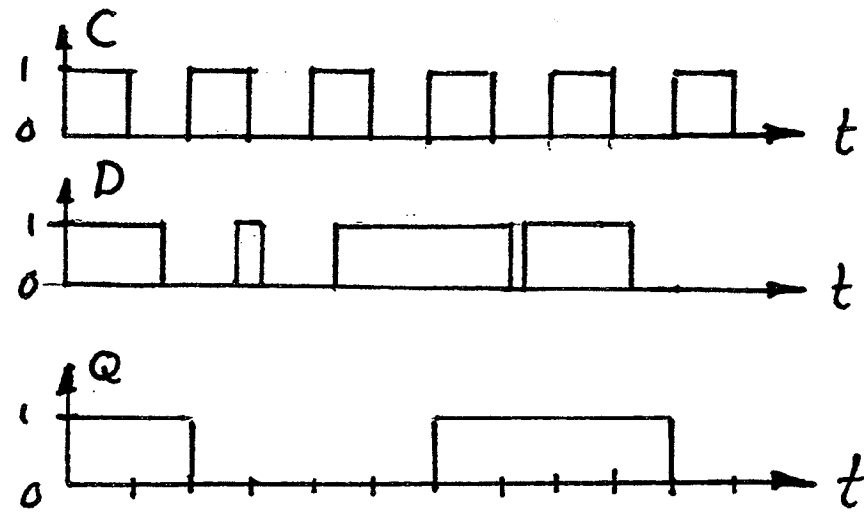
S	R	Q
1	1	$Q_0$
1	0	1
0	1	0
(0 0)		1)

Ö22)

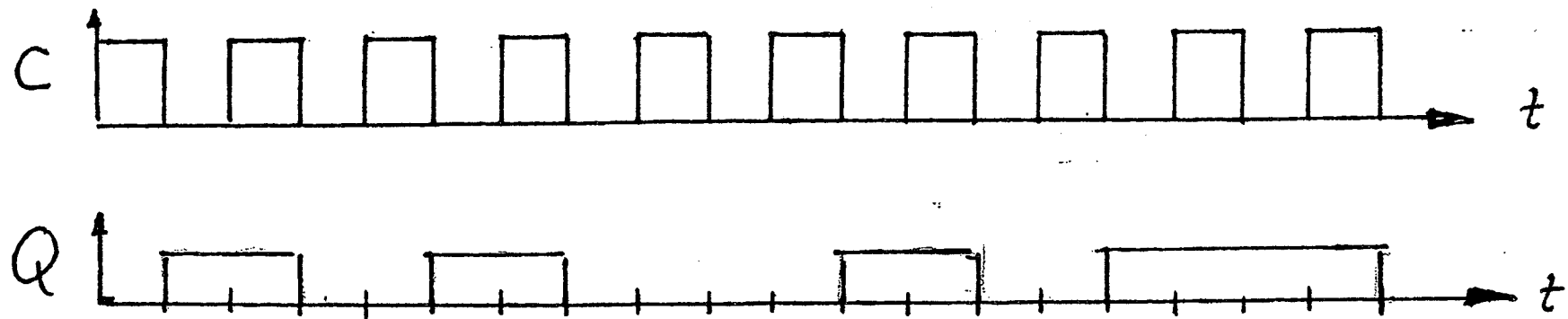


När man trycker på en knapp, t.ex. på ett tangentbord, är tillslaget normalt sådant att flera studsar sker och därför skulle kunna ge flera tecken på rad. Sådana kontaktstudsar elimineras med en anordning som denna, där switchen manövreras med en tangentbordsknapp och är återfjädrande med viloläget överst. b) Ingångar bör inte lämnas oanslutna.

Ö23)



Ö24)



Ö25) Se figur 18. Ersätt  $Q_0$  med  $Q_1$  och  $Q_1$  med  $Q_2$ .

Ö26)

