

RAPPORT DELTACOMMISSIE

---

BIJDAGEN III

RIJKSWATERSTAAT

BESCHOUWINGEN OVER  
STORMVLOEDEN  
EN GETIJBEWEGING

BIBLIOTHEEK  
Dienst Weg- en Waterbouwkunde  
Van der Burgweg  
Postbus 5044, 2600 CA Delft  
Tel. 015 - 823111

12 NOV. 1991

# REPORT OF THE DELTA COMMITTEE

## CONTRIBUTIONS III

- III.1 – Considerations on the highest water levels in the Dutch coastal area during the storm surge of 1st February, 1953
- III.2 – The frequency curves of high water in the tidal area of the Netherlands
- III.3 – Considerations on the chance of very high storm surges
- III.4 – Description of the storm-surge warning service
- III.5 – Squall oscillations and gust bumps during storm surges
- III.6 – Tidal computations, hydraulic and electric models, from a general point of view
- III.7 – Methods of tidal computation
- III.8 – Tidal research by means of the hydraulic-electric analogy

# RAPPORT DE LA COMMISSION DU DELTA

## CONTRIBUTIONS III

- III.1 – Considérations sur les niveaux de marée haute à la côte néerlandaise lors de la marée-tempête du 1er février 1953
- III.2 – Les courbes de transgression des niveaux de marée haute dans la région des marées aux Pays-Bas
- III.3 – Considérations sur la chance de niveaux très élevés à marées-tempête
- III.4 – Description du service d'avertissement en cas de marées-tempête
- III.5 – Oscillations de giboulées et bourrasques lors de marées-tempête
- III.6 – Calculs de marées, recherches hydrauliques et électriques sur modèles réduits, vus en général
- III.7 – Méthodes de calculs de marées
- III.8 – Examen des marées à l'aide de l'analogie hydro-électrique

# RAPPORT DELTACOMMISSIE

## BIJDRAGEN III

Dit deel van het Rapport Deltacommissie bevat de volgende bijdragen:

Bijdrage III.1 – <i>P.J. Wemelsfelder</i> . Beschouwingen over de hoogwaterstanden in het Nederlandse kustgebied, opgetreden tijdens de stormvloed van 1 februari 1953 . . . . .	7
Bijdrage III.2 – <i>P.J. Wemelsfelder</i> . De overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden in het Nederlandse getijgebied . . . . .	55
Bijdrage III.3 – <i>P.J. Wemelsfelder</i> . Beschouwingen over de kans op zeer hoge stormvloedstanden . . . . .	87
Bijdrage III.4 – <i>P.J. Wemelsfelder</i> . Beschrijving van de stormvloedwaarschuwingsdienst . . . . .	109
Bijdrage III.5 – <i>P.J. Wemelsfelder</i> . Bui-oscillaties en buistoten tijdens stormvloeden . . . . .	115
Bijdrage III.6 – <i>J.B. Schijf</i> . Getijberekeningen, hydraulisch en elektrisch modelonderzoek in algemeen verband gezien . . . . .	131
Bijdrage III.7 – <i>J.J. Dronkers</i> . Methoden van getijberekening . . . . .	143
Bijdrage III.8 – <i>J. C. Schönfeld, H. J. Stroband</i> . Getijonderzoek door middel van de hydraulisch-elektrische analogie . . . . .	211





## VOORWOORD

Deze bijdragen maken deel uit van het Rapport Deltacommissie, dat is samengesteld uit het Eindverslag en de Interimadviezen van deze commissie en uit een aantal bijdragen.

De volledige uitgave bestaat uit de volgende zes delen:

- Deel 1. Eindverslag en Interimadviezen van de Deltacommissie.
- Deel 2. Bijdrage van het Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut over stormvloed en - Bijdrage I.
- Deel 3. Bijdragen van het Mathematisch Centrum over stormvloed en - Bijdragen II.
- Deel 4. Bijdragen van de Rijkswaterstaat over stormvloed en getijbeweging - Bijdragen III.
- Deel 5. Bijdragen van Prof. Ir. Th. J. Thijsse en de Rijkswaterstaat betreffende de opzet van het Delta-plan en de gevolgen van de deltawerken - Bijdragen IV.
- Deel 6. Bijdragen van de Rijkswaterstaat, het Waterloopkundig Laboratorium en de Werkgroep voor het onderzoek naar de spanningstoestand in zeedijken, bevattende onderzoekingen, van belang voor het ontwerpen van dijken en dammen - Bijdragen V.  
Bijdrage van Prof. Dr. J. Tinbergen over de economische balans van het Delta-plan - Bijdrage VI.

Een overzicht van de inhoud van de zes delen is opgenomen achter in deel 1.

De Deltacommissie spreekt gaarne haar erkentelijkheid uit jegens de auteurs van de in deel 4 opgenomen bijdragen voor hun bereidheid om de resultaten van hun werk in deze vorm ter beschikking te stellen.

De verantwoordelijkheid voor de inhoud van deze bijdragen berust geheel bij de Rijkswaterstaat.

's-Gravenhage, november 1960.

DE DELTACOMMISSIE

## FOREWORD

These contributions form part of the Report of the Delta Committee, which is made up of the Final Report and the Interim Reports of this Committee and a number of contributions.

The complete edition consists of the following six volumes:

- Volume 1. Final Report and Interim Reports of the Delta Committee.
- Volume 2. Contribution of the Royal Netherlands Meteorological Institute on storm surges - Contribution I.
- Volume 3. Contributions of the Mathematical Centre on storm surges - Contributions II.
- Volume 4. Contributions of the Rijkswaterstaat (Governmental Service for Roads and Waterworks) on storm surges and tidal movements - Contributions III.
- Volume 5. Contributions of Prof. Ir. J. Th. Thijsse and the Rijkswaterstaat, regarding the conception of the Delta Plan and the consequences of the Delta Works - Contributions IV.
- Volume 6. Contributions of the Rijkswaterstaat, the Hydraulics Laboratory, and the Working Group for Examining Stress-distributions in Sea Dikes, including investigations of importance to the designing of dikes and dams - Contributions V.  
Contribution of Prof. Dr. J. Tinbergen. Balance sheet of the Delta Plan - Contribution VI.

A summary of the contents of each of the six volumes is given at the back of volume 1.

The Delta Committee wishes to express its appreciation to the authors of the contributions contained in volume 4 for their willingness to place the results of their work at the Committee's disposal.

The Rijkswaterstaat is responsible for the entire contents of these contributions.

The Hague, November 1960.

THE DELTA COMMITTEE



BIJDRAGE III.1

RIJKSWATERSTAAT

BESCHOUWINGEN

OVER DE HOOGWATERSTANDEN

IN HET NEDERLANDSE KUSTGEBIED,

OPGETREDEN TIJDENS DE STORMVLOED

VAN 1 FEBRUARI 1953



## INHOUDSOVERZICHT

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	9
0.2 Overzicht van de tabellen . . . . .	10
0.3 Overzicht van de figuren . . . . .	10
0.4 Literatuur . . . . .	11
0.5 Summary . . . . .	12
0.6 Résumé . . . . .	12
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 Inleiding. . . . .	13
1.2 Auteur . . . . .	13
<b>2.0 Astronomisch getij en opperwater . . . . .</b>	<b>13</b>
2.1 De fase van de maan . . . . .	13
2.2 De maansafstand . . . . .	14
2.3 De astronomische getijhoogte . . . . .	15
2.4 Het opperwater . . . . .	18
<b>3.0 Samentreffen van storm en getij . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>4.0 Waterstanden. . . . .</b>	<b>22</b>
4.1 De hoogste stormvloedstanden . . . . .	22
4.2 De opzetten . . . . .	31
4.3 Overschrijding van het grenspeil . . . . .	31
4.4 Topografisch overzicht . . . . .	36
4.5 Beweging van de stormvloed op de Noordzee . . . . .	36
4.6 De hoogte van de zeespiegel op het moment van hoogwater te Brouwershaven op 1 februari 1953, 03.00 M.E.T. . . . .	39
4.7 De opzet van de drie stormvloedhoogwaters langs de kusten der Noordzee . . . . .	40
<b>5.0 Overschrijdingsfrequentie . . . . .</b>	<b>44</b>
5.1 De overschrijdingsfrequentie van de stormvloed 1953 . . . . .	44
5.2 Overeenkomstige 1953-standen langs de kust . . . . .	44
<b>6.0 Stormeffect . . . . .</b>	<b>46</b>
6.1 Wat te verstaan onder stormeffect? . . . . .	46
6.2 De bepaling van het stormeffect. . . . .	47
6.3 De getijbeweging tijdens de stormvloed. . . . .	47
6.4 De stormeffectkrommen aan de kust. . . . .	49
6.5 De tijdstippen van het maximum stormeffect ten opzichte van het windverloop . . . . .	50

6.6	De tijdstippen van het maximum stormeffect ten opzichte van het astronomisch getij . . . . .	50
6.7	De grootte van het maximum stormeffect. . . . .	50
6.8	Het geografische maximum van het maximum stormeffect . . . . .	51
<b>7.0</b>	<b>De relatieve plaats van 1953 in de rij van stormvloed.</b> . . . . .	<b>53</b>

## 0.2 OVERZICHT VAN DE TABELLEN

2.3.1	Overzicht van de diverse waarden van het astronomisch hoogwater . . . . .	16
2.4.1	Afvoer oppervlakt tijdens de stormvloed, met vergelijkingswaarden. . . . .	18
2.4.2	Nadere beschouwing van de op 1 februari 1953 te Dordrecht opgetreden stand van N.A.P. + 373 cm . . . . .	19
4.1.1	Waterhoogten tijdens de stormvloed 1953 . . . . .	23
4.1.2	Topstanden langs de Hollandse IJssel . . . . .	28
4.1.3	Elementen, waaruit de stormvloedstand te Harlingen is samengesteld . . . . .	30
5.2.1	Waterstanden, overeenkomende met N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven (O'53) . . . . .	44
6.4.1	Stijging van de zeespiegel bij de stormvloed van 1 februari 1953, vergeleken met regelmatig voorkomende stijgingen van het astronomisch getij . . . . .	49
6.8.1	Waargenomen maximum stormeffecten . . . . .	51
6.8.2	Gecorrigeerde stormeffecten. . . . .	52
6.8.3	Aequivalente stormeffecten, gaande langs de kust van zuid naar noord . . . . .	53

## 0.3 OVERZICHT VAN DE FIGUREN

2.1.1	Het optreden van een aantal belangrijke stormvloed met betrekking tot de maanfase . . . . .	13
2.2.1	De maansafstand bij de voornaamste stormvloed. . . . .	14
2.3.1	Getijbeweging te Vlissingen en te Den Helder van half januari tot half februari 1953 . . . . .	15
2.3.2	Het astronomisch getij op 1 februari 1953 . . . . .	17
2.4.1	Afvoeren van Rijn en Maas in de winter 1952/'53 en (ter vergelijking) in de winter 1940/'41 . . . . .	19
3.0.1	Geregistreerde waterstanden en stormeffectkrommen van enige waarnemingsstations langs de Noordzeekust . . . . .	20
3.0.2	Het samentreffen van de stormvloed met de regelmatige reeks van astronomische hoogwaters . . . . .	21
4.1.1	Situatie van de peilschalen in het getijgebied . . . . .	26
4.1.2	Hoogste stormvloedstanden 1 februari 1953 in geografisch verband . . . . .	27
4.1.3	Verloop van de verbindingslijn der hoogste waterstanden langs de kust in vergelijking met grenspeil en gemiddeld hoogwater . . . . .	29
4.2.1	De opzetten van de hoogwaters I, II en III en het maximum stormeffect langs de kust . . . . .	30
4.3.1	De overschrijding van het grenspeil door hoogwater I . . . . .	32
4.3.2	De overschrijding van het grenspeil door hoogwater II . . . . .	33
4.3.3	De overschrijding van het grenspeil door hoogwater III . . . . .	34
4.4.1	Plaatsbeschrijving van de stormvloed . . . . .	35

4.5.1	Situatie van de peilschalen 1 tot 21 aan de Noordzeekusten en schematische aanduiding van de baan van het sterk verhoogde getij (het ramphoogwater) . . . . .	37
4.5.2	Tijdstippen van hoogwater I, hoogwater II en hoogwater III op 31 januari–1 februari 1953 ter plaatse van de peilschalen 1 tot 21 . . . . .	38
4.6.1	Plastiek van de hoogte van de zeespiegel ten opzichte van het gemiddeld zeeniveau op het tijdstip van hoogwater te Brouwershaven, 1 februari 1953, 03.00 M.E.T. . . . .	39
4.6.2	De plastiek van figuur 4.6.1, gezien uit de richting Noorwegen . . . . .	39
4.7.1	De opzet van de hoogwaters I, II en III langs de kust van de Noordzee . . . . .	40
4.7.2	Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in oostelijke richting . . . . .	41
4.7.3	Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in westelijke richting . . . . .	42
4.7.4	Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in noordoostelijke richting . . . . .	42
4.7.5	Aanduiding van enige markante punten in de plastiek van de opzet van het ramphoogwater, gezien in noordelijke richting . . . . .	43
6.2.1	Normale en door de storm gestoorde waterstanden te Hoek van Holland . . . . .	48
6.6.1	Tijdstip van het maximum stormeffect ten opzichte van het astronomisch getij . . . . .	50
6.8.1	Gestyleerd verloop van het maximum stormeffect langs de kust. . . . .	52

**0.4 LITERATUUR** De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]

1. *Rijkswaterstaat* Verslag over de stormvloed 1953. 's-Gravenhage, 1961.
2. *Rijkswaterstaat* Tienjarig Overzicht der Waterhoogten 1941–1950, Afdeling V, Stormvloed. 's-Gravenhage, 1954.

## 0.5 SUMMARY

### Considerations on the highest water levels in the Dutch coastal area during the storm surge of 1st February, 1953.

This contribution describes the water levels caused by the storm surge of 1st February, 1953.

In 2.0 and 3.0 the conditions of the astronomical tide and of the river discharges prevailing on the day of the surge are discussed.

In 4.0 the water levels are described with respect to their dependence on time and space, and the increase in the water level at high water is considered. The surge levels are compared with those of previous surges.

In 5.0 the frequency of excess of the surge levels is considered.

In 6.0 a characterization of the storm surge is attempted by the introduction of what is called the "storm effect". The dependence of the storm effect on time and space is treated.

In 7.0 the relative importance of the 1953 storm surge is discussed, with reference to Contribution III.3.

The author of this contribution is Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 0.6 RÉSUMÉ

### Considérations sur les niveaux de marée haute à la côte néerlandaise lors de la marée-tempête du 1er février 1953.

Cette contribution traite des niveaux des eaux, occasionnés par la marée-tempête du 1er février 1953.

En 2.0 et en 3.0, on parle de la marée astronomique et du débit des rivières, tels qu'ils se sont présentés les jours de la tempête.

En 4.0, on étudie les niveaux des eaux dans leur dépendance du temps et de l'espace et on considère l'élévation du niveau à marée haute. Les plus hautes niveaux des marées pendant la tempête sont comparés à ceux des autres marées de tempête qui ont eu lieu précédemment.

En 5.0, on examine la fréquence de dépassement des niveaux de marées de tempête.

En 6.0, on essaie de donner une description de l'onde de tempête en provoquant ce que l'on appelle „l'effet de tempête”.

On traite également la dépendance de l'effet de tempête du temps et de l'espace.

En 7.0, on commente l'importance relative de la marée de tempête de 1953, également en rapport avec la Contribution III.3.

Cette contribution est due à l'ingénieur P. J. Wemelsfelder.



## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

De stormvloed van 1 februari 1953 neemt door zijn bijzonder hoge standen en grote uitgebreidheid, alsmede door zijn rampspoedige gevolgen, een unieke plaats in onder alle stormvloeden, waarvan een behoorlijke documentatie voorhanden is. In het kader van het Rapport Deltacommissie is een uitvoeriger beschrijving van deze uitzonderlijke stormvloed op zijn plaats. De betreffende gegevens en figuren zijn ontleend aan het „Verslag over de stormvloed van 1953” [1].

Uiteraard kan zulk een beschrijving op vele punten niet anders worden gegeven dan tegen de achtergrond van gegevens omtrent stormvloeden in het algemeen. In vele opzichten zal deze beschrijving dus tevens vergelijking zijn.

Aangezien deze vergelijkingen in de regel het uitzonderlijke karakter van deze stormvloed doen uitkomen en daaruit licht de conclusie zou worden getrokken, dat een stormvloed als die van 1 februari 1953 als het ware een non plus ultra voorstelt, een exceptioneel natuurgebeuren, op welke herhaling wij niet meer te rekenen hebben, is, waar dit pas geeft, ook gewezen op de mogelijkheden van hogere stormvloedstanden, zulks in aansluiting op andere bijdragen <sup>1)</sup>.

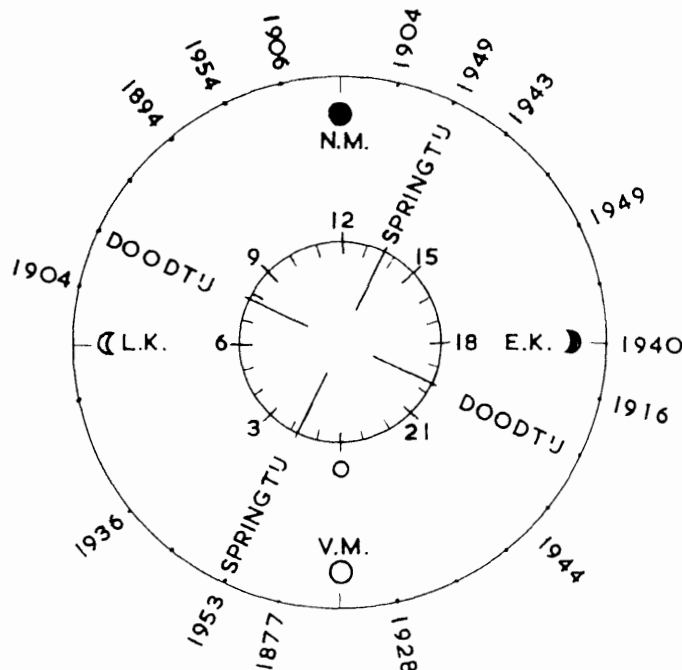
### 1.2 Auteur

De bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 ASTRONOMISCH GETIJ EN OPPERWATER

### 2.1 De fase van de maan

Tot nu toe is er nimmer enig verband gevonden tussen het optreden van zware stormen en de fase van de maan. De fase van de maan of, wat hetzelfde is, de schijngestalte van de maan, ontstaat door de



Figuur 2.1.1. Het optreden van een aantal belangrijke stormvloeden met betrekking tot de maanfase

<sup>1)</sup> Zie de Bijdragen I, II.2, III.2 en III.3.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

De stormvloed van 1 februari 1953 neemt door zijn bijzonder hoge standen en grote uitgebreidheid, alsmede door zijn rampspoedige gevolgen, een unieke plaats in onder alle stormvloeden, waarvan een behoorlijke documentatie voorhanden is. In het kader van het Rapport Deltacommissie is een uitvoeriger beschrijving van deze uitzonderlijke stormvloed op zijn plaats. De betreffende gegevens en figuren zijn ontleend aan het „Verslag over de stormvloed van 1953” [1].

Uiteraard kan zulk een beschrijving op vele punten niet anders worden gegeven dan tegen de achtergrond van gegevens omtrent stormvloeden in het algemeen. In vele opzichten zal deze beschrijving dus tevens vergelijking zijn.

Aangezien deze vergelijkingen in de regel het uitzonderlijke karakter van deze stormvloed doen uitkomen en daaruit licht de conclusie zou worden getrokken, dat een stormvloed als die van 1 februari 1953 als het ware een non plus ultra voorstelt, een exceptioneel natuurgebeuren, op welke herhaling wij niet meer te rekenen hebben, is, waar dit pas geeft, ook gewezen op de mogelijkheden van hogere stormvloedstanden, zulks in aansluiting op andere bijdragen <sup>1)</sup>.

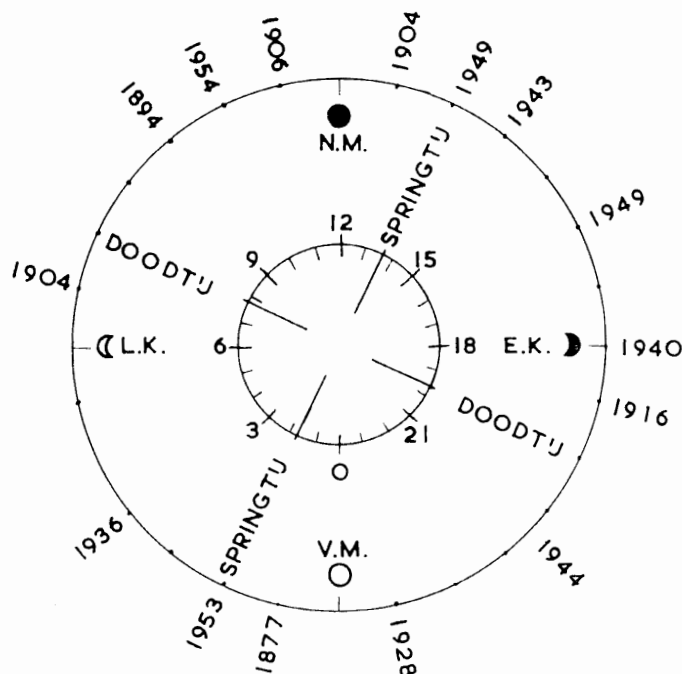
### 1.2 Auteur

De bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 ASTRONOMISCH GETIJ EN OPPERWATER

### 2.1 De fase van de maan

Tot nu toe is er nimmer enig verband gevonden tussen het optreden van zware stormen en de fase van de maan. De fase van de maan of, wat hetzelfde is, de schijngestalte van de maan, ontstaat door de



Figuur 2.1.1. Het optreden van een aantal belangrijke stormvloeden met betrekking tot de maanfase

<sup>1)</sup> Zie de Bijdragen I, II.2, III.2 en III.3.

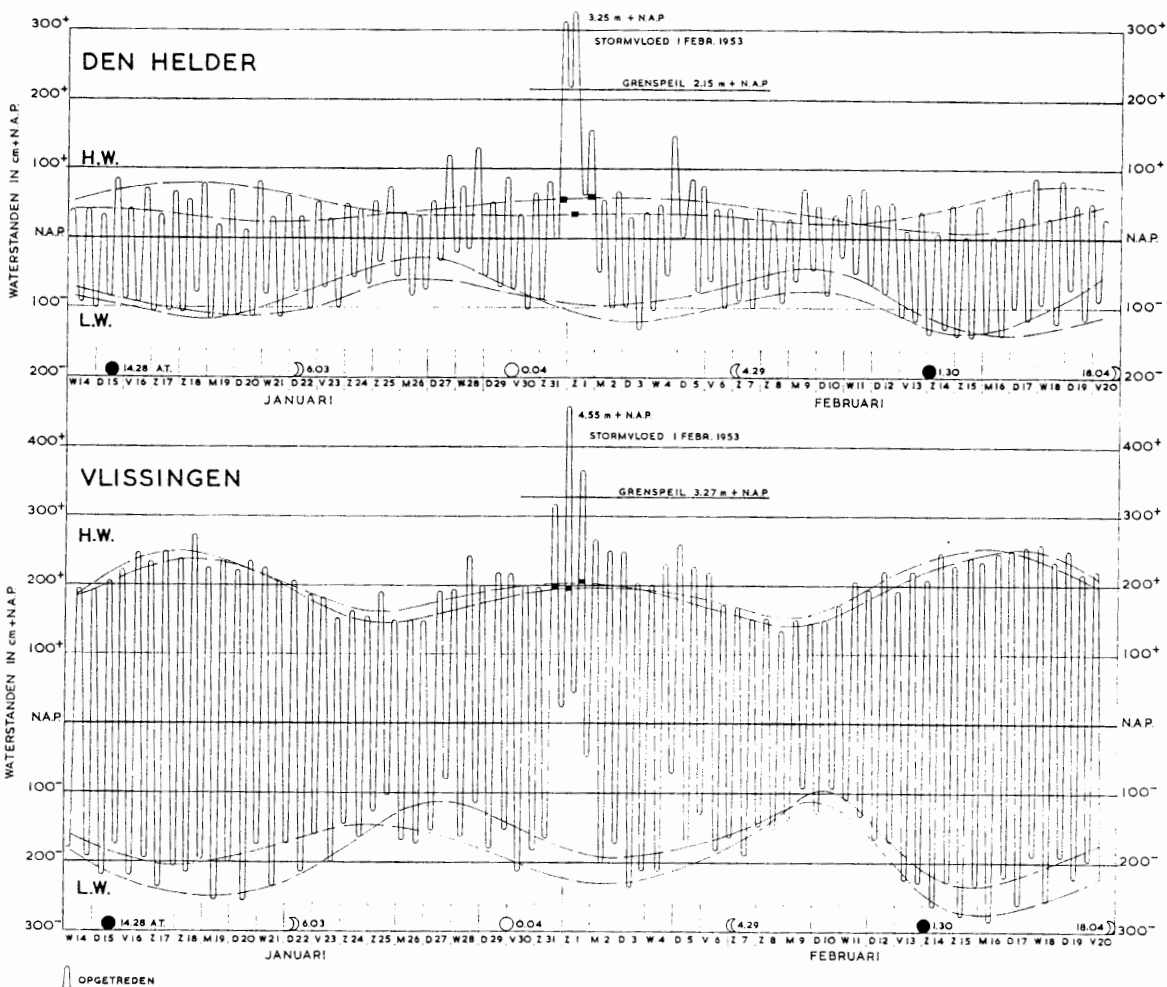
wordt uitgedrukt in het aantal boogminuten, waarin de aardstraal wordt gezien vanuit het middelpunt van de maan. Deze waarde varieert globaal tussen:

- 61' bij maan in perigeum (afstand maan-aarde is minimum);
- 54' bij maan in apogeum (afstand maan-aarde is maximum).

In figuur 2.2.1 is deze hoekwaarde (parallax) langs een lijnstuk afgezet. Daarnaast zijn aangetekend de voornaamste stormvloeden, opgetreden na 1870. Er blijkt uit, dat de stormvloeden geen voorkeur hebben voor een grote of kleine maansafstand. Bij de stormvloed van 1953 stond de maan precies in het apogeum, dus op de grootste afstand van de aarde, bij een parallax van 54'. Daarmede staat deze stormvloed bijna onderaan in de reeks van figuur 2.2.1. Dienovereenkomstig waren de astronomische getijhoogten bijzonder laag. Het samentreffen van volle maan en de stand van de maan in het apogeum leidde tot een hoogwater, dat formeel een springtij was, maar voor dit geval enige centimeters lager was dan het normale (gemiddelde) getij.

### 2.3 De astronomische getijhoogte

Aan de Nederlandse kust is de getijbeweging van halfdaags karakter, d.w.z. er zijn in een etmaal twee hoogwaters en twee laagwaters, elkaar opvolgende met een gemiddelde tussenruimte van 12 uur en 25 minuten.



Figuur 2.3.1. Getijbeweging te Vlissingen en te Den Helder van half januari tot half februari 1953

De gemiddelde waarde van het tijverschil (het hoogteverschil tussen hoogwater en laagwater) bedraagt:

Westerschelde tot meer dan . . . . .	4 m;
Zuidhollandse benedenrivieren . . . . .	2 m;
Westelijke Waddenzee . . . . .	1 à 1½ m;
Eems . . . . .	2½ m.

De hoogten van hoogwater en laagwater zijn aan voortdurende periodieke wijzigingen onderhevig ten gevolge van:

- het veranderlijke culminatie-uur van de maan;
- de veranderlijke afstand van de maan;
- de veranderlijke afstand van de zon;
- de veranderlijke declinatie, zowel van zon als van maan, waardoor de dagelijkse ongelijkheid ontstaat.

De getijbeweging aan de Nederlandse kust volgt met een tijdsverschil van ongeveer 2¼ dag de astronomische variaties. Figuur 2.3.1 geeft daarvan een beeld van half januari tot half februari 1953.

De getijbeweging van 1 februari was dus gecorreleerd met de astronomische constellatie van 30 januari. Deze werd, naar gedeeltelijk reeds werd behandeld in 2.1 en 2.2, bepaald door: volle maan op 30 januari 00.44 M.E.T.; maan in apogeum 1 februari 13.00 M.E.T.; declinatie zon zuidelijk, maan noordelijk, daardoor elkaar tegenwerkende declinatie-invloeden, dus kleine dagelijkse ongelijkheid.

Tabel 2.3.1 geeft een gedetailleerde vermelding van de astronomische vloedhoogten tijdens de stormvloed voor negen plaatsen langs de kust.

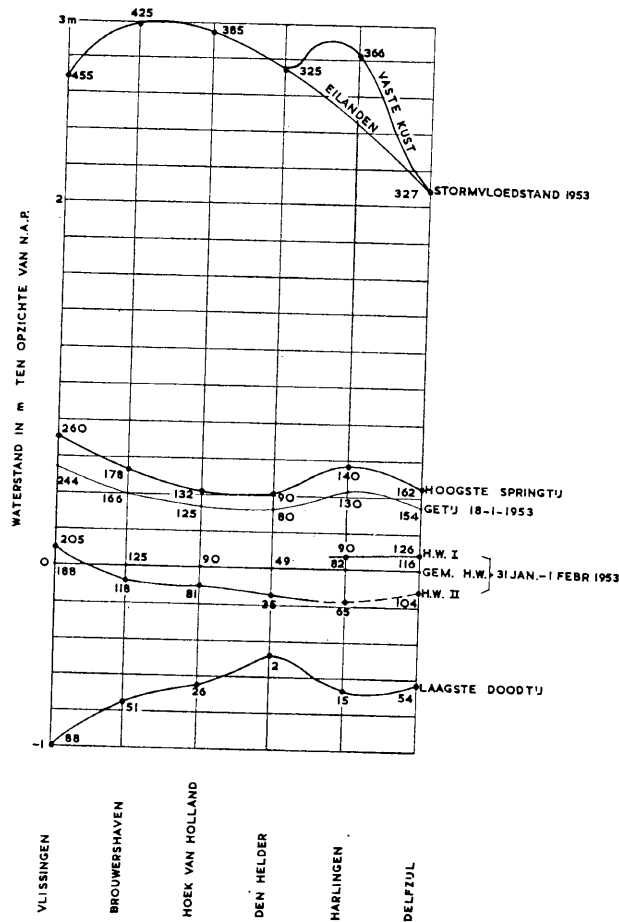
Tabel 2.3.1  
Overzicht van de diverse waarden van het astronomisch hoogwater, in cm + N.A.P.

	Laagste astronomisch hoogwater sinds 1901	Gemiddeld hoogwater 1941-1950	Hoogste astronomisch hoogwater sinds 1901	Voorspeld hoogwater			Het astronomisch hoogwater van 18-1-1953 ter vergelijking
				I zaterdag n.m. 31-1-1953	II zondag v.m. 1-2-1953	III zondag n.m. 1-2-1953	
	1	2	3	4	5	6	7
Vlissingen . . . . .	88	188	260	198	<b>195</b>	205	242
Zierikzee . . . . .	63	138	191	146	<b>130</b>	148	179
Brouwershaven . . . . .	51	125	178	133	<b>118</b>	136	166
Hellevoetsluis . . . . .	43	103	144	109	<b>94</b>	108	137
Hoek van Holland . . . . .	26	90	132	96	<b>81</b>	97	125
IJmuiden . . . . .	17	83	115	90	<b>80</b>	92	112
Den Helder . . . . .	2	49	90	55	<b>35</b>	60	80
Harlingen . . . . .	15	82	140	90	65	100	130
Delfzijl . . . . .	54	116	162	126	104	130	154

De vetgedrukte cijfers behoren bij het hoogste stormvloedhoogwater, vermeld in tabel 4.1.1.

Tabel 2.3.1 geeft het voorspelde hoogwater I (zaterdagmiddag) in kolom 4, hoogwater II (zondagochtend) in kolom 5 en hoogwater III (zondagmiddag) in kolom 6. Het voorspelde astronomische aandeel van het hoogste hoogwater van de stormvloed is vet gedrukt <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Voor de overige peilschalen in Nederland zie tabel 4.1.1.



Figuur 2.3.2. Het astronomisch getij op 1 februari 1953. Hoogste springtij, laagste doortij en hoogste stormvloedstand, uitgezet ten opzichte van gemiddeld hoogwater in de betreffende plaats

Ter vergelijking zijn toegevoegd de kolommen 1 en 3 met respectievelijk laagste en hoogste astronomisch hoogwater sinds 1901 en kolom 2 met gemiddeld hoogwater 1941-1950. In kolom 7 is vermeld het astronomisch hoogwater van 18 januari 1953, hetwelk maar weinig lager was dan het hoogste astronomisch hoogwater, vermeld in kolom 3.

De betekenis van het astronomisch deel van het hoogwater voor de totale stormvloedhoogte blijkt nader uit figuur 2.3.2.

Alle hoogten zijn in deze figuur uitgezet ten opzichte van gemiddeld hoogwater. Ter vergelijking zijn mede de hoogste stormvloedstanden van 1953 aangegeven. Uit deze figuur blijkt:

1. dat de astronomische hoogte van het ramphoogwater (H.W. II), behalve te Vlissingen, overal lager was dan gemiddeld hoogwater;
2. dat het hoogste springtij een 50 à 60 cm hoger is gelegen dan de hoogte van het astronomisch getij, dat tijdens de stormvloed optrad. Bij samentreffen met deze hogere astronomische standen zouden de stormvloedstanden dus een 50 à 60 cm hoger zijn geworden. (De stormvloed van 1825 viel inderdaad twee dagen na volle maan in het perigeum, dus bij een getijconstellatie, overeenkomende met die van 18 januari 1953);
3. dat het aandeel van de storm zelf in het hoogste hoogwater in 1953 langs een groot deel van de kust het zes- à zevenvoudige was van de verhoging van het gemiddeld hoogwater ten gevolge van het hoogste astronomische aandeel.

## 2.4 Het opperwater

In een groot gedeelte van het gebied der benedenrivieren heeft de afvoer van Rijn en Maas invloed op de hoogte van de stormvloedstanden. De grootte van deze afvoeren tijdens de stormvloed is gegeven in tabel 2.4.1.

Tabel 2.4.1  
Afvoer opperwater tijdens de stormvloed, met vergelijkingswaarden

Rivier	Minimum afvoer	Afvoer op 1-2-1953	Gemiddelde afvoer in stormseizoen	Zeer hoge afvoer	Bekende maximum afvoer (1926)	
	1	2	3	4	5	
Rijn te Lobith	in m <sup>3</sup> /sec. . . . .	620	1 600	2 200	10 000	13 000
	in % . . . . .	28	73	100	455	590
Maas te Lith	in m <sup>3</sup> /sec. . . . .	25	360	450	2 000	3 000
	in % . . . . .	6	80	100	445	665

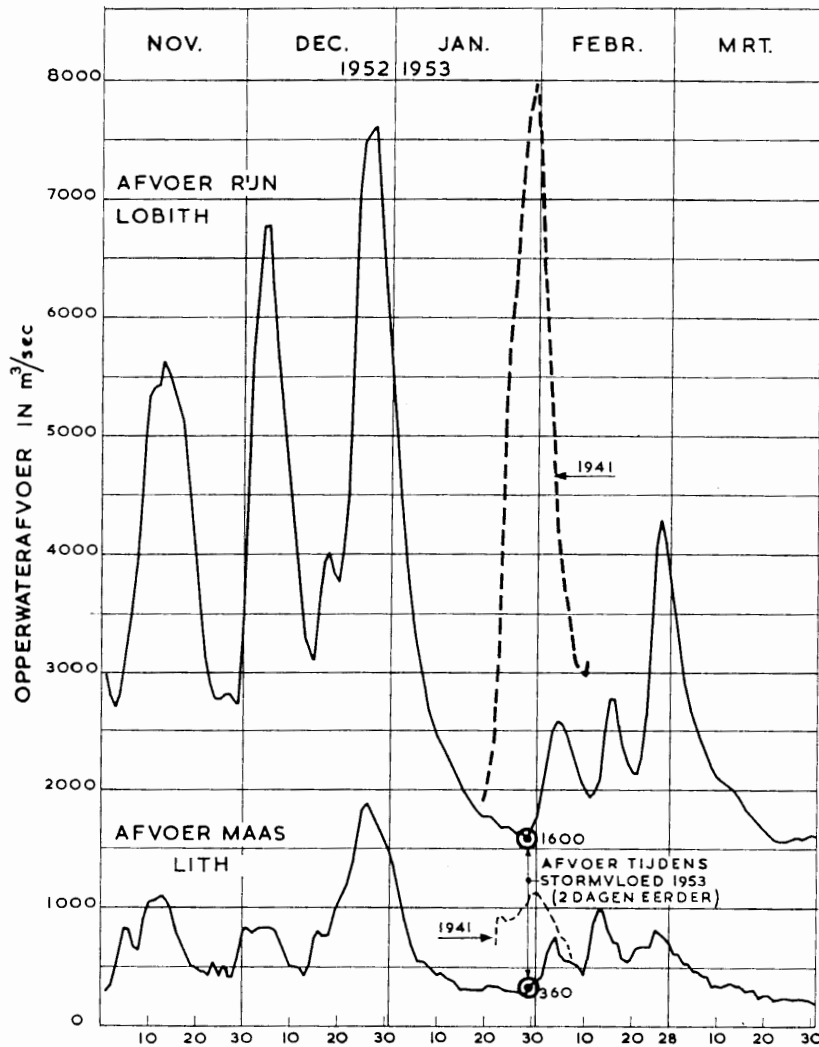
Uit deze tabel blijkt (kolom 2), dat zowel Rijn als Maas een afvoer hadden, lager dan het normale wintergemiddelde (kolom 3). De afvoer van de Maas is alleen van belang voor Bergse Maas en Amer tot Lage Zwaluwe. Op het Hollands Diep en alle ten noorden daarvan gelegen wateren overheerst de Rijnafvoer.

Figuur 2.4.1 geeft het verloop van de afvoeren van Rijn en Maas in de winter 1952/'53. Duidelijk blijkt hieruit het gunstige moment van de stormvloed ten opzichte van de afvoer. Ter vergelijking zijn aangegeven de afvoeren zoals deze zijn voorgekomen in de winter 1940/'41, toen de afvoer van de Rijn te Lobith op 30 januari 7950 m<sup>3</sup>/sec bedroeg en de afvoer van de Maas te Lith 1050 m<sup>3</sup>/sec.

Wat betreft de getalswaarden van de invloed van het opperwater wordt verwezen naar [1]. Ter oriëntering zij hier medegedeeld, dat voor Dordrecht de toestand, welke daar op 1 februari 1953 kritiek was, door het lage opperwater en mede door toevallige factoren begunstigd werd. Bij de stormvloed van 1906 bijv. was de opperwaterafvoer 4800 m<sup>3</sup>/sec. Bij de op dezelfde datum in 1941 optredende afvoer van 7950 m<sup>3</sup>/sec (figuur 2.4.1) zou in Dordrecht het peil kunnen zijn geworden, als berekend in tabel 2.4.2.

Tabel 2.4.2  
Nadere beschouwing van de op 1 februari 1953 te Dordrecht opgetreden stand van N.A.P. + 373 cm

	Verklaring van het gunstige peil te Dordrecht op 1 februari 1953	Mogelijke opbouw van een ongunstig peil te Dordrecht (bij dezelfde stormvloedhoogten aan de kust)
	1	2
Peil gemiddeld corresponderende met de in 1953 te Hellevoetsluis opgetreden waterstand . . . . .	N.A.P. + 380 cm	N.A.P. + 380 cm
Invloed opperwater		
1. bij Rijnafvoer van 1 februari 1953 . . . . .	— 5 cm	+ 33 cm
2. bij 7950 m <sup>3</sup> /sec (1941) . . . . .		mogelijk + 7 cm
Toevallige invloeden . . . . .	in feite — 2 cm	
In feite werd op 1 februari 1953 bereikt het peil . .	N.A.P. + 373 cm	
Dezelfde stormvloed zou te Dordrecht onder andere omstandigheden een stand kunnen veroorzaken van . . . . .		N.A.P. + 420 cm

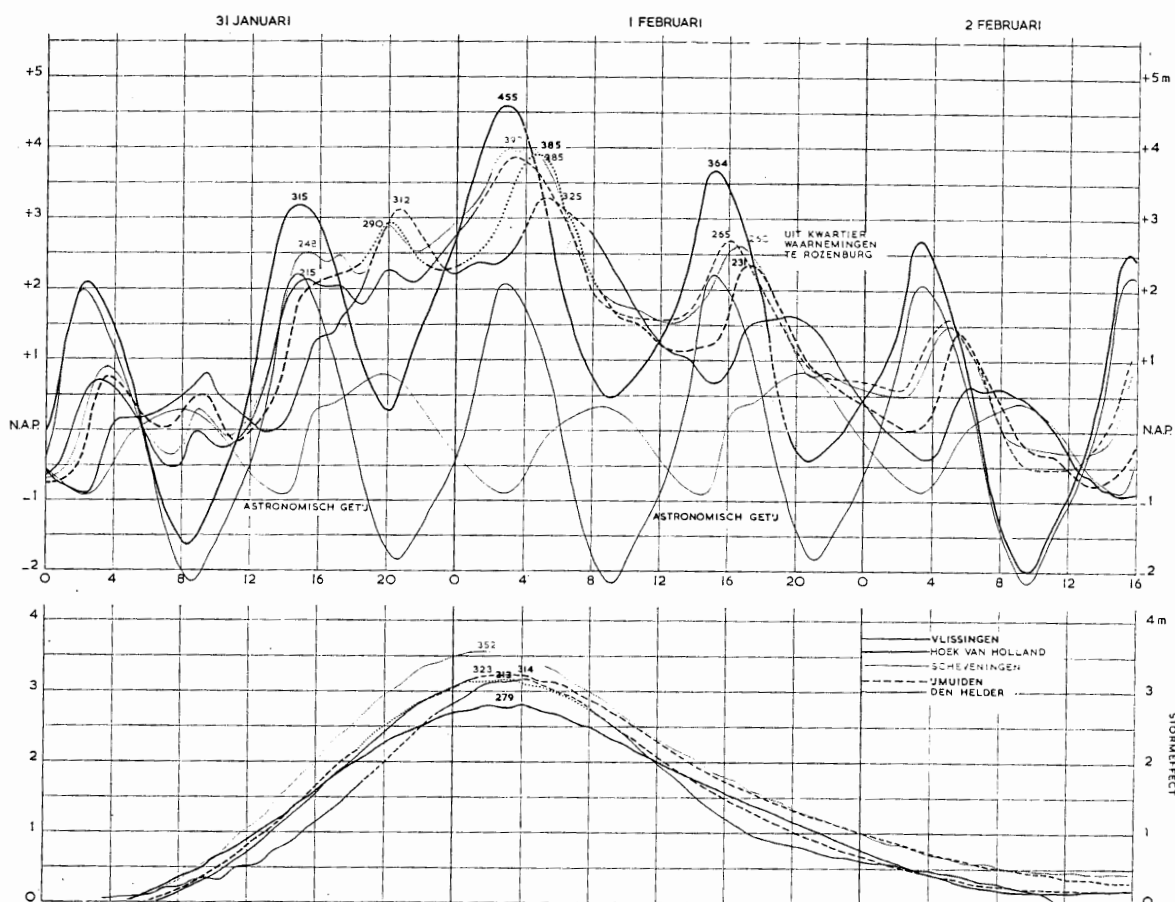


Figuur 2.4.1. Afvoeren van Rijn en Maas in de winter 1952/'53 en (ter vergelijking) in de winter 1940/'41

Uit de berekening blijkt, dat de waterstand te Dordrecht volgens zeestand en opperwaterinvloed N.A.P. + 380 — 5 cm = N.A.P. + 375 cm had kunnen zijn. In feite was hij nog 2 cm lager. Vermoedelijk is dit een gevolg van de geringere additionele opwaaiing op de benedenrivieren ten gevolge van de matige windkrachten. Uit overeenkomstige berekeningen van diverse stormvloeden is gebleken, dat ook toevallige verhogingen mogelijk zijn. Deze kunnen 1 à 1½ dm en meer bedragen. In kolom 2 is een matige, toevallige verhoging van + 7 cm ingevoegd. Bij de Rijnaflow van 7950 m<sup>3</sup>/sec, opgetreden op 1 februari 1941, zou de opperwaterinvloed te Dordrecht op 33 cm gesteld moeten worden. Derhalve zou bij het samentreffen van deze Rijnaflow en een zelfde stormvloed als 1 februari 1953 te Dordrecht een waterstand kunnen optreden van N.A.P. + 420 cm. Dat is bijna ½ m hoger dan de waterstand geweest is.

### 3.0 SAMENTREFFEN VAN STORM EN GETIJ

Een stormvloedhoogwater komt tot stand door het samentreffen van de door de storm opgewekte stuwung met het astronomische hoogwater.



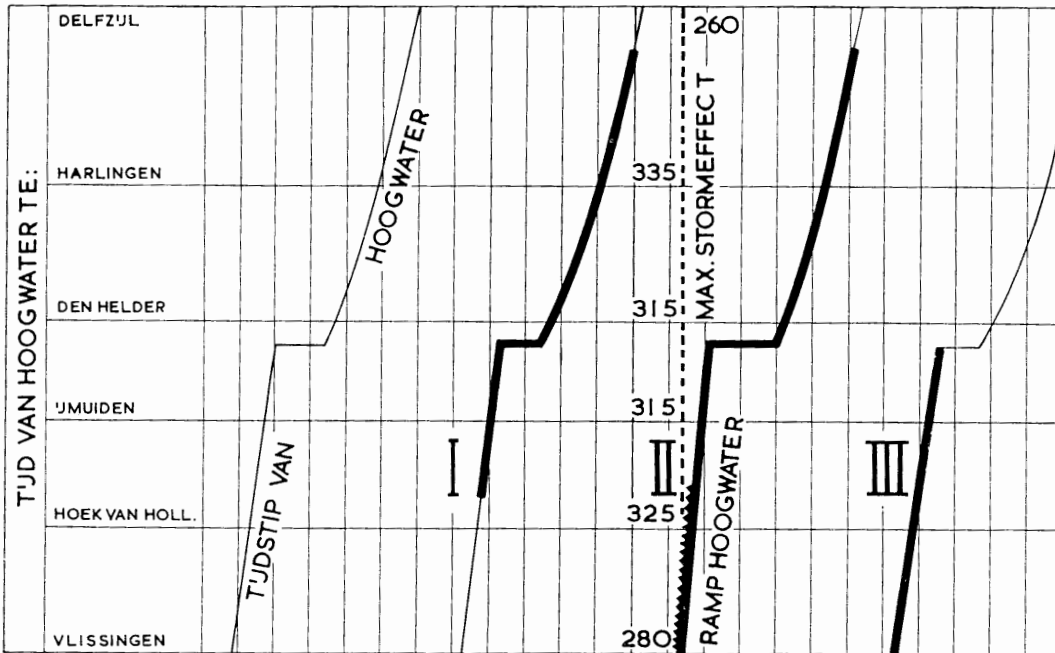
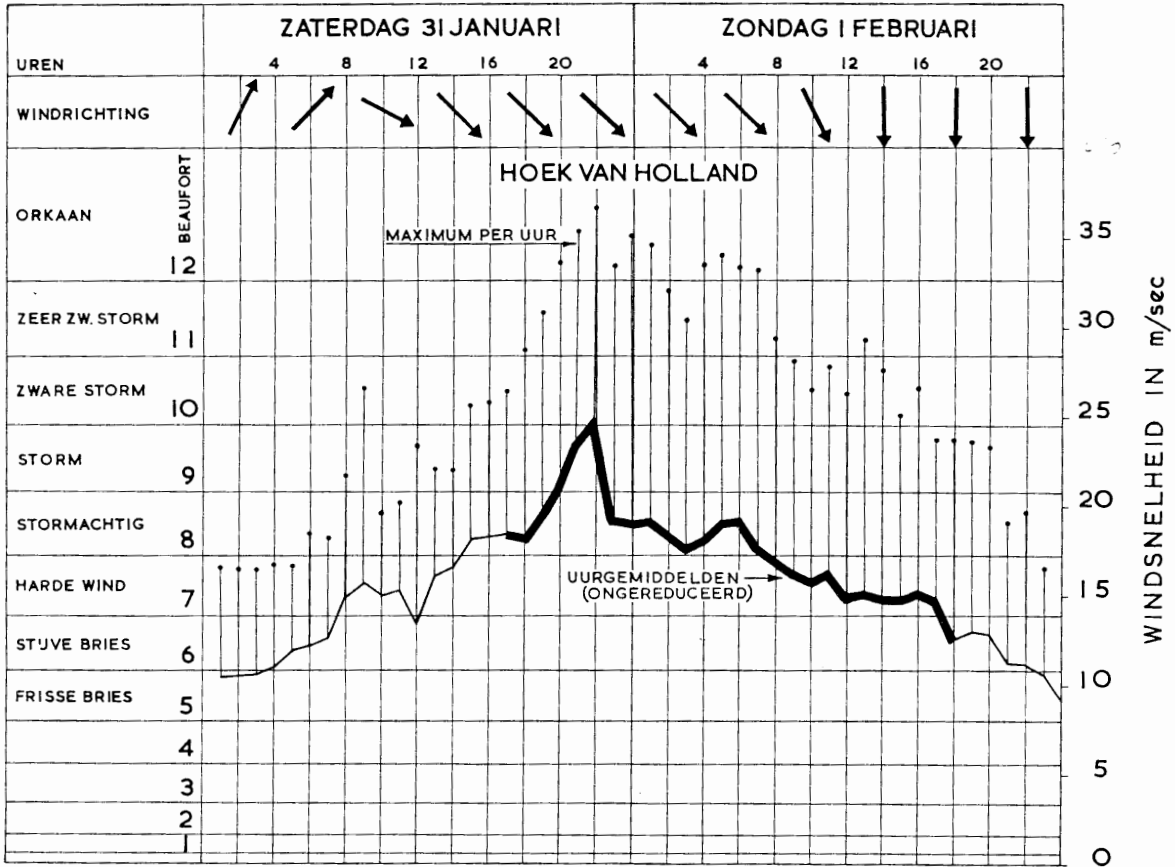
Figuur 3.0.1. Geregisteerde waterstanden en stormeffectkrommen van enige waarnemingsstations langs de Noordzeekust

Ter illustratie zijn in figuur 3.0.1 voor verschillende plaatsen langs de Noordzeekust, nl. Vliissingen, Hoek van Holland, Scheveningen, IJmuiden en Den Helder, de stormvloedkrommen voor de stormvloed 1953 weergegeven. Bovendien is voor Vliissingen en Den Helder het voor de stormdagen geldende astronomische getij weergegeven, evenals het gecorrigeerde verschil (zie 6.0) tussen de geregisteerde waterstanden en dit astronomische getij, het zg. stormeffect. Ook voor de andere hierboven genoemde plaatsen zijn de stormeffectkrommen bepaald. Het blijkt dan, dat drie opvolgende astronomische hoogwaters bij de stormvloed van 1 februari 1953 zijn betrokken.

Opgemerkt wordt nog, dat de registratie te Hoek van Holland 2 uren vóór het bereiken van de grootste hoogte afgebroken werd. Het verloop van deze kromme kon evenwel met behulp van betrouwbare visuele waarnemingen, om de 15 minuten verricht aan de sluis op Rozenburg, worden gecompleteerd.

In figuur 3.0.2 is het samentreffen van de hoogwaterstanden van het astronomisch getij en de stormvloed van 1953 langs de kust grafisch voorgesteld.





Figuur 3.0.2. Het samentreffen van de stormvloed met de regelmatige reeks van astronomische hoogwaters. Door de storm zijn de hoogwaters I, II en III over het zwaar getekende gedeelte opgezet tot boven het „grenspeil”. De lijn ----- geeft het moment van optreden van het maximum stormeffect aan.

In het onderste deel is een grafiek gegeven van het verloop van het astronomische hoogwater langs de kust. Elk hoogwater loopt in ongeveer 10 uur van Vlissingen naar Delfzijl. De hoogwaters op een zelfde plaats volgen elkander op met een tussenruimte van 12 uur 25 minuten.

In het bovenste gedeelte is een grafiek gegeven van het verloop van de windsnelheden (uurgemiddelden) en de maximale stoten per uur te Hoek van Holland met de bijbehorende windrichtingen.

Wanneer de waterstand door de wind wordt opgestuwd tot het grenspeil, dat gedefinieerd wordt als de hoogwaterstand, die gemiddeld éénmaal in de twee jaar wordt overschreden, dan wordt die vloed een stormvloed genoemd.

In figuur 3.0.2 zijn de betreffende gedeelten met een dikke lijn aangeduid. De drie daarbij betrokken hoogwaters zijn met I, II en III aangegeven.

Het eigenlijke ramphoogwater is voor het zuidwestelijke gedeelte het met een zaagtand geaccentueerde hoogwater II. Het was het hoogwater van 1 februari 03.00 à 04.00 M.E.T. Dat zelfde hoogwater bereikte het noorden des lands om 10.00 à 12.00 M.E.T. De storm was toen al zo ver afgenomen, dat de daar optredende hoogten niet meer catastrofaal waren. Bij het voorgaande hoogwater I was de storm op de Noordzee nog in zijn ontwikkelingsstadium. Langs de kust in het zuiden was het tijdstip nog te vroeg om tot hoge standen te leiden. Toen dit hoogwater I echter om 20.00 à 22.00 M.E.T. de Waddenzee bereikte, was de storm intussen zover aangegroeid, dat in dit gebied op verscheidene plaatsen de hoogste standen van deze stormvloed zijn opgetreden. Mede is in figuur 3.0.2 aangegeven het tijdstip van de maximale opstuwing ontleend aan de gegevens van figuur 3.0.1. (zie verder 6.5). Deze kromme van de windsnelheid is voor het gedeelte, dat door de drie stormvloedtijdvakken I, II en III wordt bestreken, eveneens dik getekend.

## 4.0 WATERSTANDEN

### 4.1 De hoogste stormvloedstanden

De maximale waterhoogten, voorgekomen bij de stormvloed in 1953, zijn vermeld in tabel 4.1.1.

De ligging der in deze tabel opgenomen peilschalen is gegeven in figuur 4.1.1.

Onder „stormvloedstand 1953”, opgenomen in kolom 4 van tabel 4.1.1, wordt verstaan de hoogste gemiddelde waterstand, zonder golfbeweging of golfoploop<sup>1)</sup>, terwijl ook de buien, die niet langer dan enige vijftallen minuten stand houden, en de daardoor veroorzaakte extra buistuwingen zijn geëlimineerd<sup>2)</sup>.

Figuur 4.1.2 geeft een grafische voorstelling der hoogste standen op de zeearmen en langs de kust.

De standen zelf zijn op verticale schaal aangegeven ten opzichte van N.A.P., horizontaal zijn de peilschaalstations op geografische lengte uitgezet. Men verkrijgt op deze wijze een semi-geografische uitbeelding van de opgetreden standen. Deze voorstelling is, althans wat de grote zeearmen betreft, enigszins het spiegelbeeld van het kaartje van figuur 4.1.1.

Een nadere beschouwing leert het volgende:

1. Op de vier grote zeearmen lopen de waterstanden in landwaartse richting sterk op.
2. Er blijken grote en regelmatige verschillen te bestaan tussen de maximale waterstanden aan de zuidelijke oevers en die aan de noordelijke oevers.
3. De verschillen in hoogte tussen de zuidelijke en noordelijke oevers der grote zeearmen verlopen regelmatig. Zij bedragen dicht bij de monding op:

de Westerschelde . . . . .	40 cm;
de Oosterschelde . . . . .	30 cm;
de Grevelingen . . . . .	15 cm;
het Haringvliet . . . . .	10 cm;
de Rotterdamse Waterweg . . . . .	5 cm.

<sup>1)</sup> Bedoeld wordt de top van de met een streeplijn aangegeven kromme van figuur 3.1.1 van Bijdrage III.5.

<sup>2)</sup> Zie Bijdrage III.5.

Tabel 4.1.1

Tabel van de waterhoogten tijdens de stormvloed van 1953

Peilschrijvers, welke de stormvloed volledig hebben geregistreerd zijn cursief gespatieerd, die welke gedeeltelijk hebben geregistreerd zijn cursief

Waarnemingspunt	Gemiddeld H.W. 1941-1950	Astro- nomisch H.W. volgens getijtafel	Grens- peil	Storm- vloed- stand 1953	Hoogste waterstand zonder 1953		Stormvloed 1953 hoger dan		
					jaar	hoogte	hoogst bekende stand	grens- peil	Astro- nomisch H.W. (opzet)
<b>Westerschelde</b>									
Hedwipolder . . . . .	245	246	395	543	—	—	—	148	297
Bath . . . . .	245	247	405	560	1906	483	77	155	313
Walsoorden . . . . .	229	233	375	525	1906	460	65	150	292
Waarde . . . . .	224	227	370	515	1906	470	45	145	288
<i>Hansweert</i> . . . . .	218	222	365	507	1906	460	47	142	285
Hoedekenskerke . . . . .	212	212	355	490	1906	439	51	135	278
<i>Terneuzen</i> . . . . .	206	214	355	496	1906	427	69	141	282
Ellewoutsdijk . . . . .	199	202	345	475	1906	410	65	130	273
Borsele . . . . .	192	197	335	470	1877	402	68	135	273
Hoofdplaat . . . . .	196	205	345	485	1906	430	55	140	280
Zuid-Kraaijert . . . . .	190	196	340	470	1906	410	60	130	274
<i>Vlissingen</i> . . . . .	188	195	327	455	1906	392	63	128	260
Breskens . . . . .	196	204	335	480	1906	415	65	145	276
Cadzand . . . . .	188	193	340	475	1906	415	60	135	282
Westkapelle . . . . .	169	172	305	435	1906	375	60	130	263
<b>Oosterschelde</b>									
Bergen op Zoom . . . . .	194	187	365	517	1906	485	32	152	330
Tholen . . . . .	187	183	360	481	1928	450	31	121	298
Gorishoek . . . . .	180	164	340	470	1906	434	36	130	306
<i>Wemeldinge</i> . . . . .	166	158	330	468	1906	432	36	138	310
Goese Sas . . . . .	157	155	315	465	1906	408	57	150	310
Kortgene . . . . .	156	152	300	454	1906	390	64	154	302
Vere . . . . .	153	143	300	450	1825	382	68	150	307
Stavenisse . . . . .	150	142	305	450	1906	397	53	145	308
<i>Zierikzee</i> . . . . .	138	130	290	432	1906	382	50	142	302
Colijnsplaat . . . . .	142	141	285	445	1906	380	65	160	304
Vlietepolder . . . . .	143	137	285	435	—	—	—	150	298
Burghsluis . . . . .	136	128	275	420	1825	365	55	145	292
<b>Grevelingen enz.</b>									
Ooltgensplaat . . . . .	132	118	305	440	—	—	—	135	322
<i>Dintelsas</i> . . . . .	135	130	320	455	—	—	—	135	325
<i>Steenbergse Sas</i> . . . . .	145	137	320	465	1825	382	83	145	328
<i>Bruinisse</i> . . . . .	147	135	315	450	1906	391	59	135	315
Ouddorp . . . . .	124	117	275	420	1894	370	50	145	303
<i>Brouwershaven</i> . . . . .	125	118	275	425	1825	375	50	150	307
Repart . . . . .	119	113	265	418	1894	345	73	153	305
Oude Hoeve (Renesse) . . . . .	124	110	250	410	1906	332	78	160	300
<b>Haringvliet enz.</b>									
<i>Willemstad</i> . . . . .	129	120	300	435	1928	366	69	135	315
Numansdorp . . . . .	126	116	295	430	1928	375	55	135	314
Tiengemetten . . . . .	122	115	300	435	1897 1928	364	71	135	320
Middelharnis . . . . .	108	100	275	417	1894	342	75	142	317
<i>Hellevoetsluis</i> . . . . .	103	94	265	410	1894	346	64	145	316
Goederede . . . . .	103	96	260	405	1894	340	65	145	309
<b>Noordzeekust</b>									
<i>Hoek van Holland</i> . . . . .	90	81	242	385	1894	328	57	143	304
<i>Scheveningen</i> . . . . .	91	95	260	397	1894	353	44	137	302

Tabel 4.1.1 (vervolg)

Waarnemingspunt	Gemiddeld H.W. 1941-1950	Astro- nomisch H.W. volgens getijtafel	Grens- peil	Storm- vloed- stand 1953	Hoogste waterstand zonder 1953		Stormvloed 1953 hoger dan		
					jaar	hoogte	hoogst bekende stand	grens- peil	Astro- nomisch H.W. (opzet)
					1	2	3	4	5
<i>Katwijk</i> . . . . .	88	90	265	405	1825	369	36	140	315
<i>Ijmuiden</i> . . . . .	83	80	230	385	1894	340	45	155	—
<i>Petten</i> . . . . .	—	—	215	350	1863	308	42	135	301
<i>Den Helder</i> . . . . .	49	35	215	325	1954	289	36	110	290
<b>Waddenzee</b>									
<i>Oude Schild</i> . . . . .	53	57	230	332	1954	302	30	102	275
<i>Vlieland (haven)</i> . . . . .	74	76	250	316	1954	310	6	66	240
<i>Terschelling</i> . . . . .	75	77	245	318	1954	302	16	73	241
<i>Nes</i> . . . . .	90	100	270	320	1906	356	n	50	220
<i>Schiermonnikoog</i> . . . . .	94	100	280	325	1906	400	n	45	225
<i>Rottumeroog</i> . . . . .	98	106	310	350	1916	420	n	40	244
<i>Westerland</i> . . . . .	58	43	245	370 <sup>1)</sup>	1954	337	33	125	327
<i>Den Oever</i> . . . . .	61	47	255	370	1954	355	15	115	323
<i>Kornwerderzand</i> . . . . .	78	84	275	373	1954	386	n	98	289
<i>Harlingen</i> . . . . .	82	90	273	366	1954	369	n	93	276
<i>Nieuw-Bildt</i> . . . . .	90	95	270	360	1954	370	n	90	265
<i>Oostmahorn</i> . . . . .	94	105	300	318	1906	420	n	18	213
<i>Nieuwe Zijlen</i> . . . . .	100	107	300	330	1944	430	n	30	223
<i>Zoutkamp</i> . . . . .	102	108	310	341	1825	445	n	31	233
<i>Delfzijl</i> . . . . .	116	126	334	327	1825	460	n	— 7	201
<i>Fiemel</i> . . . . .	127	—	360	350	—	—	n	— 10	—
<i>Nieuwe Statenzijl</i> . . . . .	132	142	370	370	1877	541	n	0	228
<b>Maas, Bergse Maas, Amer</b>									
<i>Lith (dorp)</i> . . . . .	166	200	—	407	1926	775	n	—	207
<i>Sint-Andries (Maas)</i> . . . . .	156	189	—	403	1926	724	n	—	214
<i>Blauwe Sluis</i> . . . . .	145	180	—	400	1926	651	n	—	220
<i>Hedel</i> . . . . .	133	168	—	395	1926	574	n	—	227
<i>Hedikhuizen</i> . . . . .	125	157	—	390	1926	520	n	—	233
<i>Andel (Maas)</i> . . . . .	127	145	285	370	1926	465	n	85	225
<i>Heesbeen</i> . . . . .	120	138	275	376	1926	464	n	101	238
<i>Drongelense Veer</i> . . . . .	118	134	265	374	1926	386	n	109	240
<i>Capelse Veer</i> . . . . .	115	120	260	370	1926	318	52	110	250
<i>Mond der Donge</i> . . . . .	127	117	260	378	1916	314	64	118	261
<i>Drimmelen</i> . . . . .	127	115	265	380	1916	320	60	115	265
<i>Lage Zwaluwe</i> . . . . .	131	120	285	400	1916	353	47	115	280
<b>Biesbos</b>									
<i>Werkendam (binnen)</i> . . . . .	—	—	260	390	1889	301	89	130	—
<i>De Reught</i> . . . . .	—	—	275	390	1928	325	65	115	—
<i>Ottersluis (binnen)</i> . . . . .	—	—	280	390	1916	350	40	110	—
<i>Helsluis (binnen)</i> . . . . .	—	—	280	390	1916	348	42	110	—
<b>Dongebied</b>									
<i>Oosterhout (Rode brug)</i> . . . . .	—	—	240	259 <sup>2)</sup>	1944	253	n	19	—
<i>'s-Gravenmoer (Hoge brug)</i> . . . . .	—	—	235	253 <sup>2)</sup>	1949	256	n	18	—
<i>Raamsdonksveer (Willemsbrug)</i> . . . . .	—	—	245	266 <sup>2)</sup>	1951	258	—	—	—
<i>Waalwijk (stoomgemaal)</i> . . . . .	—	—	230	271 <sup>2)</sup>	1916	263	—	—	—
<i>Besoijen (ophaalbrug)</i> . . . . .	—	—	235	270 <sup>2)</sup>	1916	263	—	—	—

<sup>1)</sup> H.W. I is 363; H.W. II is niet waargenomen, doch gelijkgesteld aan Den Oever.

<sup>2)</sup> De hoogte van de kaden (N.A.P. + 250 à 260 cm) bepaalt de maximum hoogte van elke stormvloed.  
n = Hoogste stand 1953 lager dan kolom 4.

Tabel 4.1.1 (vervolg)

Waarnemingspunt	Gemiddeld H.W. 1941-1950	Astro- nomisch H.W. volgens getijtafel	Grens- peil	Storm- vloed- stand 1953	Hoogste waterstand zonder 1953		Stormvloed 1953 hoger dan		
					jaar	hoogte	hoogst bekende stand	grens- peil	Astro- nomisch H.W. (opzet)
<b>Waal, Boven-Merwede, Nieuwe Merwede, Hollands Diep</b>									
<i>Sint-Andries (Waal)</i> . . . . .	311	330	—	475	1926	878	n	—	145
<i>Zaltbommel</i> . . . . .	243	250	—	446	1926	752	n	—	196
<i>Herwijnen</i> . . . . .	195	190	—	421	1926	599	n	—	231
<i>Andel (Waal)</i> . . . . .	175	165	310	410	1926	520	n	100	245
<i>Gorinchem</i> . . . . .	167	157	305	404	1926	476	n	99	247
<i>Werkendam (buiten)</i> . . . . .	153	147	290	398	1926	360	38	108	251
<i>Ottersluis (buiten)</i> . . . . .	—	—	280	400	1916	350	50	120	—
<i>Kop van 't Land</i> . . . . .	140	138	280	401	1916	345	56	121	263
<i>Deneplaat</i> . . . . .	135	126	285	397	1928	341	56	112	271
<i>Moerdijk</i> . . . . .	128	120	290	410	1928	371	39	120	290
<b>Beneden-Merwede, Oude Maas, Brielse Maas, Noord, Kil, Spui</b>									
<i>Helsluis (buiten)</i> . . . . .	139	131	280	390	1916	348	42	110	259
<i>Sliedrecht</i> . . . . .	138	130	285	385	1916	348	37	100	255
<i>Dordrecht</i> . . . . .	130	120	275	373	1916	343	30	98	253
<i>Puttershoek</i> . . . . .	125	120	275	375	1916	340	35	100	255
<i>Goidschalxoord</i> . . . . .	115	105	265	380	1928	318	62	115	275
<i>Poortugaal</i> . . . . .	112	101	260	378	1928	306	72	118	277
<i>Spijkenisse</i> . . . . .	101	92	255	367	1916	320	47	112	275
<i>Vondelingenplaat</i> . . . . .	100	91	250	377	—	—	—	127	286
<i>Ablasserdam</i> . . . . .	121	109	270	371	1916	350	21	101	262
<i>'s-Gravendeel</i> . . . . .	127	117	275	385	1916	344	41	110	268
<i>Willemsdorp</i> . . . . .	121	120	285	405	1928	352	53	120	285
<i>Oud-Beijerland</i> . . . . .	114	105	265	388	1916	335	53	123	283
<i>Zuidland</i> . . . . .	113	104	275	405	1928	333	72	130	301
<b>Lek, Nieuwe Maas, Rotterdamse Waterweg</b>									
<i>Culemborg</i> . . . . .	197	196	—	421	1926	693	n	—	225
<i>Vreeswijk</i> . . . . .	157	155	—	400	1926	579	n	—	245
<i>Jaarsveld</i> . . . . .	138	132	—	392	1926	490	n	—	260
<i>Schoonhoven</i> . . . . .	123	111	270	382	1926	347	35	112	271
<i>Streefkerk</i> . . . . .	118	106	265	378	1916	340	38	113	272
<i>Krimpen aan de Lek</i> . . . . .	118	108	260	371	1916	335	36	111	263
<i>Rotterdam</i> . . . . .	109	99	255	375	1916	331	44	120	276
<i>Vlaardingen</i> . . . . .	102	91	250	371	1916	322	49	121	280
<i>Maassluis</i> . . . . .	92	83	240	375	1894	325	50	135	292
<b>Hollandse IJssel</b>									
<i>Haastrecht</i> . . . . .	130	121	275	378	1916	330	48	103	257
<i>Gouda</i> . . . . .	126	115	275	375	1916	334	41	100	260
<i>Krimpen aan de IJssel</i> . . . . .	116	106	260	372	1894	301	71	112	266

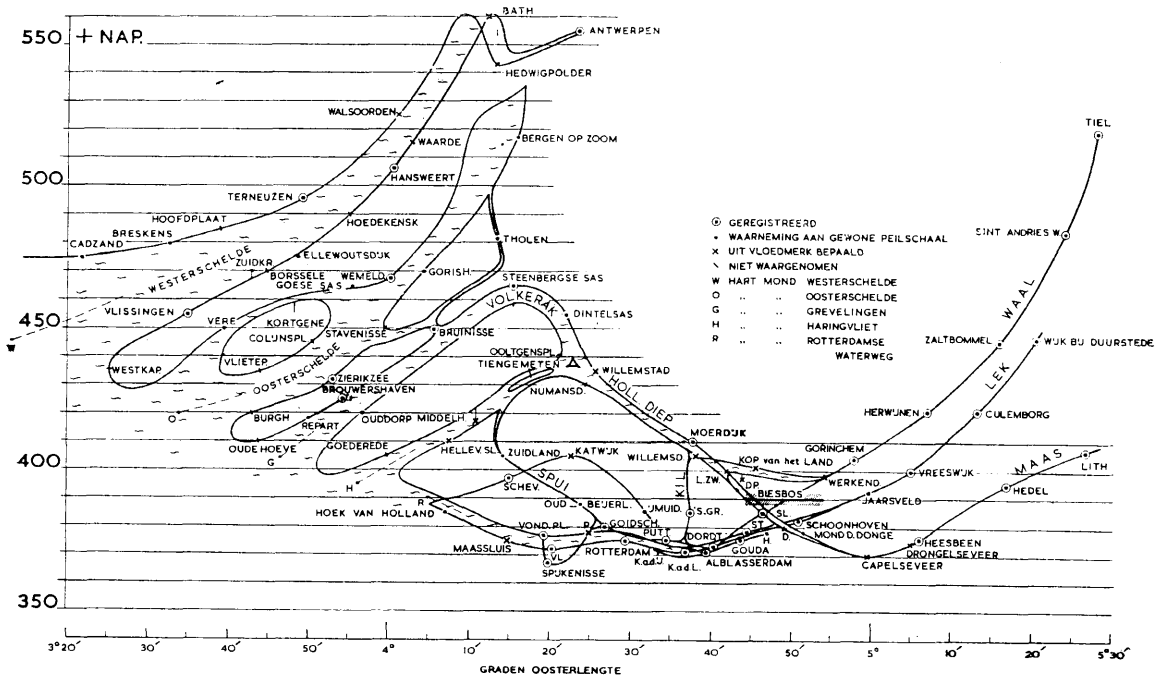
n = Hoogste stand 1953 lager dan kolom 4.



Figuur 4.1.1. Situatie van de peilschalen in het getijgebied

4. Telkenmale worden de hogere standen gevonden aan de zuidelijke oevers. De oorzaken daarvan kunnen zijn opwaaiing overdwars door de noordwestelijke windrichting en de draaiing van de aarde. Bij een breedte  $B$ , een snelheid  $V$ , een hoeksnelheid van de aarde  $\omega$  en een geografische breedte  $\zeta$  is het dwarsverval ten gevolge van de kracht van Coriolis:  $\frac{2\omega VB \sin \zeta}{g}$ .

Men komt met deze formule tot dwarsvervallen in de orde van grootte van 1/3 of 1/4 deel van de uit figuur 4.1.2 op te meten dwarsverhangen, zodat de belangrijkste oorzaak gelegen is in de wind, dus in een aanzienlijke opwaaiing overdwars.



Figuur 4.1.2. Hoogste stormvloedstanden 1 februari 1953 in geografisch verband

(Toegepaste afkortingen: D = Drimmelen; DP = Deneplaat; 's-G = 's-Gravendeel; H = Haastrecht; KadL = Krimpen aan de Lek; KadIJ = Krimpen aan de IJssel; L.ZW = Lage Zwaluwe; P = Poortgaal; Putt = Puttershoek; Sl = Sliedrecht; St = Streefkerk; Vl = Vlaardingen; Vond.pl = Vondelingenplaat)

Zoals in een andere bijdrage is behandeld <sup>1)</sup>, vertonen de vier grote zeearmen een overeenkomstig oplopen der stormvloedhoogten naar het oosten toe. Dit in oostelijke richting oplopen wordt teweeggebracht door drie factoren, nl.:

1. de trechterwerking voor de getijbeweging;
2. de trechterwerking voor het stormeffect;
3. het windeffect op de zeearmen zelf in langsrichting.

Onder trechterwerking wordt verstaan het omhooglopen van de waterstanden tegen het gesloten einde van een zeearm of baai. Dit wordt veroorzaakt door de invloed van de traagheidskrachten bij de voortplanting van het getij of de stormvloed.

De Rotterdamse Waterweg onderscheidt zich van de vier grote zeearmen, doordat de waterstanden hier niet omhoog lopen, doch in oostelijke richting zelfs lager worden.

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.2.

Bij het samenstellen van figuur 4.1.2 is mede gebruik gemaakt van overeenkomstige figuren, geldend voor andere stormvloed, gemiddeld hoogwater en grenspeil. De grote regelmaat van de verkregen figuren gaf een belangrijke steun aan het opstellen van die voor de stormvloed van 1953. Onder meer kon daaruit worden afgeleid, dat lokale invloeden bijkomstig zijn ten aanzien van het algemene patroon. Voorts konden enkele uitvallende waarden worden onderkend en terzijde gesteld.

De vraag kon worden gesteld of niet ten gevolge van dijkdoorbraken het in figuur 4.1.2 gegeven patroon is verwrongen.

1. In de Brabantse Biesbos, nl. te Waalwijk en Besoijen, werden bij het hoogwater III hogere standen waargenomen dan bij hoogwater II. In deze gebieden werd nl. het hoogwater II door de uitgebreide inundaties inderdaad aanmerkelijk verzwakt. Het na die inundaties komende hoogwater III gaf daardoor hogere standen.
2. Van alle zeearmen en benedenrivieren is de kans op enige invloed van inundaties of te lage dijken wel het grootst geweest voor de Eendracht, de Oude Maas en de Hollandse IJssel.

Voor de peilschaal te Tholen, gelegen aan de smalle Eendracht met in deze omgeving ernstige doorbraken, kan met het oog op figuur 4.1.2 een eventuele verlaging ten hoogste enige cm hebben bedragen. Van de Oude Maas is niet bekend, wanneer precies de dijkdoorbraken zijn opgetreden. Bij reconstructie in modelproeven blijkt te Dordrecht en Puttershoek een verlaging van 10 cm wel mogelijk. Of deze verlaging in feite is opgetreden, is onbekend. Voor de Hollandse IJssel worden enige waarden gegeven in tabel 4.1.2.

Tabel 4.1.2  
Topstanden langs de Hollandse IJssel in cm + N.A.P.

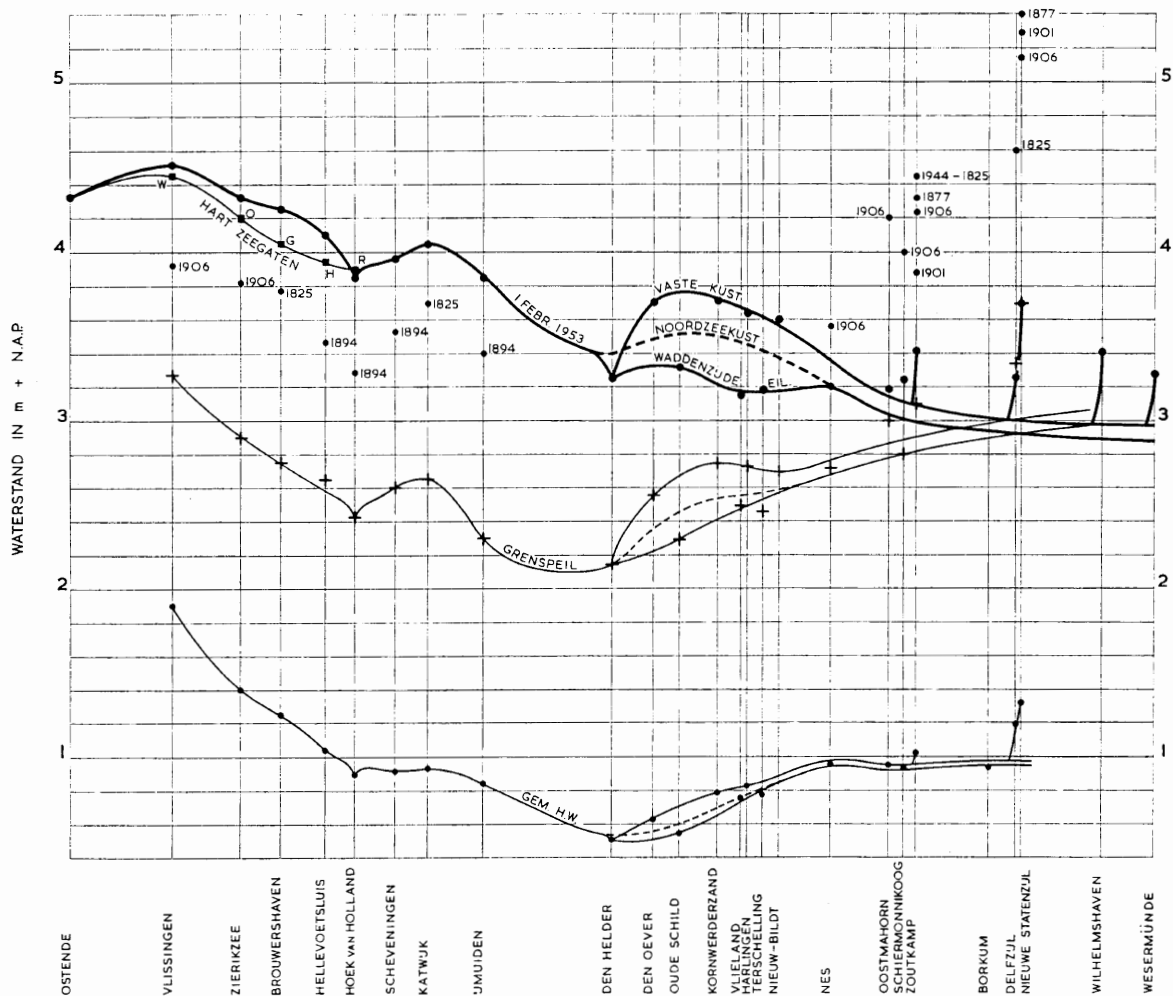
Plaats	1916	1953	1954
Rotterdam . . . . .	331	375	320
Gouda . . . . .	334	375	322

De hoogte van de kruin der dijken van de Hollandse IJssel bedroeg in 1953 ongeveer N.A.P. + 380 cm. De gemeten waterstanden op 1 februari 1953 zijn praktisch dezelfde. Het water heeft daar over de gehele lengte van deze rivier met de kruin gelijk gestaan. Uiteraard is er dan ook over de gehele lengte veel golfoverslag geweest. Men zou nu kunnen menen, dat de waterstand daardoor in Gouda dezelfde was als te Rotterdam, omdat het niet meer hoger stijgen kon. Het meerdere toegevoerde water zou over de dijkkruinen zijdelings zijn afgevoerd. Vergelijken wij echter de standen 1953 met die van 1916 en 1954, dan ziet men een zelfde onderlinge verhouding, terwijl er toen, bij de zoveel lagere waterstanden, beslist geen zijdelings afvloeien is geweest. Berekent men de mogelijke hoeveelheden water die bij standen van 1953 over de dijkkruinen en door beginnende doorbraken zijdelings kunnen zijn afgevoerd, dan vindt men zo kleine bedragen, dat zij geen bijdrage tot enige verlaging kunnen hebben opgeleverd.

3. Uit een zorgvuldig onderzoek is gebleken, dat aan geen der andere peilschalen ook maar de geringste invloed was te bespeuren van nabij of verderaf gelegen doorbraken. Ter verklaring daarvan kan gelden, dat ten tijde van de stormvloed zelf de doorbraken nog maar in een eerste stadium waren, zodat de hoeveelheden zijdelings afgevoerd water zo gering waren, dat daarvan geen verlaging van de waterstanden op de zeearmen het gevolg kan zijn geweest.

In figuur 4.1.3 is het verloop van de waterstanden langs de kust gegeven. Voor het zuidwesten zijn de waterstanden vermeld, die volgens figuur 4.1.2 zijn opgetreden in de lijn van de kust in het hart van de zeearmen en aldaar aangeduid met de letters W, O, G, H, R. Deze standen zijn een 10 à 20 cm lager dan die aan de eerste peilschaal op die zeearm. Alleen aan de Rotterdamse Waterweg (punt R) is de stand aan de kustlijn hoger.





Figuur 4.1.3. Verloop van de verbindingslijn der hoogste waterstanden langs de kust in vergelijking met grenspeil en gemiddeld hoogwater

Ten noorden van Den Helder is het verloop meer samengesteld. Men vindt hier een lijn „vaste kust”, die juist tegen de Afsluitdijk een top vertoont omstreeks N.A.P. + 370 à 380 cm, vervolgens vrij snel in oostelijke richting daalt en even voorbij de Lauwerszee beneden het grenspeil ligt. Verder is aangegeven de lijn der waterstanden langs de binnenzijde der Waddeneilanden. Deze lijn ligt aanzienlijk lager, voor het gedeelte Texel en Vlieland ongeveer 50 cm. Voorts is aangegeven het veronderstelde verloop van de hoogste standen aan de zeezijde der eilanden, zulks in overeenstemming met de interpolatie van het maximum stormeffect, aangegeven in figuur 4.2.1.

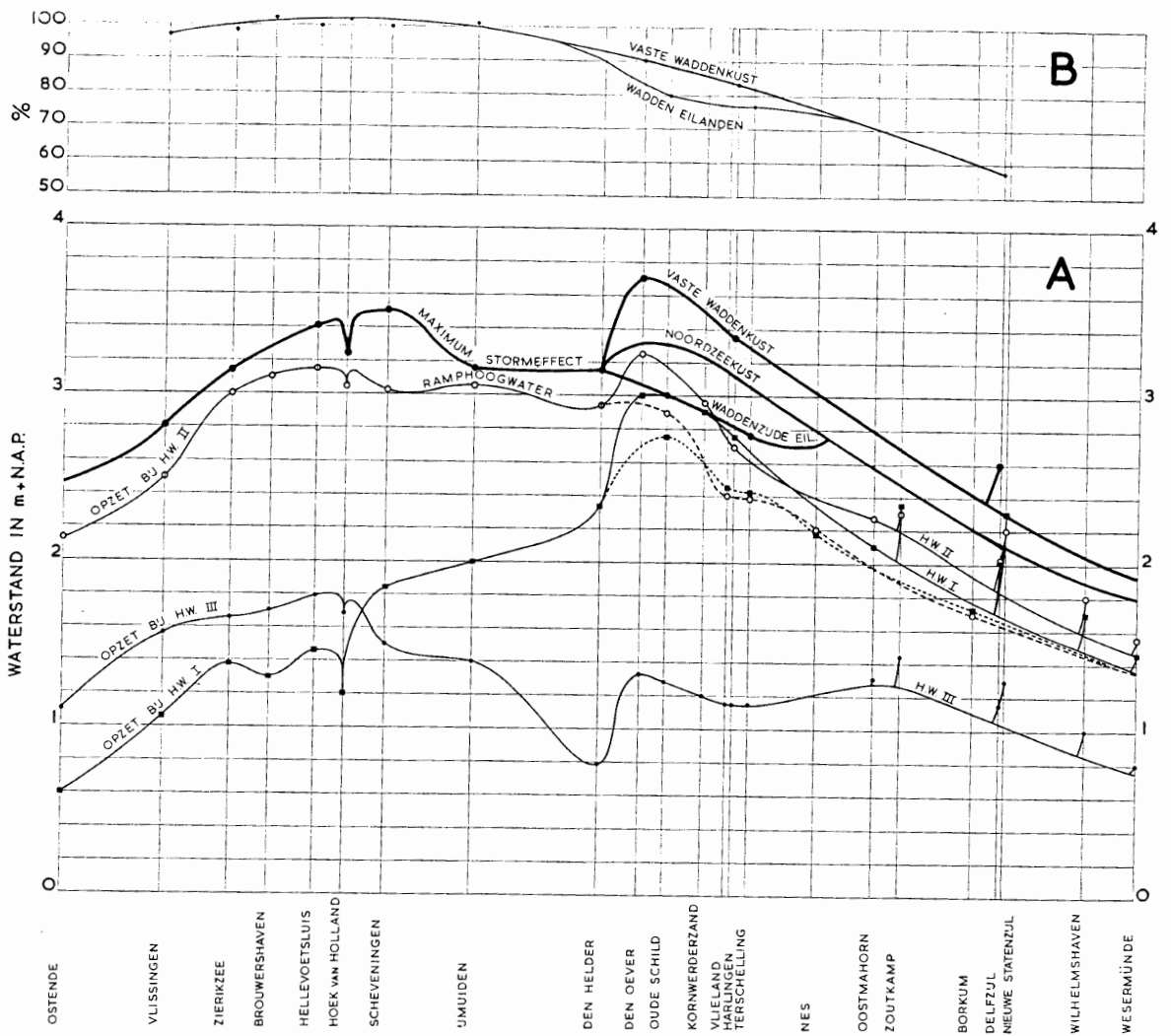
Aan dit gedeelte van de lijn liggen geen waarnemingen ten grondslag. Indien het getekende verloop juist is, heeft er in de zeegaten een verval gestaan op het moment van het maximum hoogwater van ongeveer 30 cm. De situatie op de Waddenzee ten tijde van hoogwater en ter hoogte van Harlingen kan worden gekarakteriseerd als in tabel 4.1.3.

Ten oosten van Ameland is de eilandenrij zodanig onderbroken, dat niet goed meer onderscheid kan worden gemaakt tussen stormvloedhoogten aan de vaste kust en aan de buitenkant der eilanden. Wel treedt in Lauwerszee en Dollard een sterke verhoging op, ten dele een gevolg van trechterwerking en ten dele van additionele opwaaiing.

In figuur 4.1.3 zijn mede aangegeven de hoogste stormvloeden vóór 1953, dit zijn 1825, 1877, 1894, 1906 en 1944. In tabel 4.1.1 zijn in de kolommen 5 en 6 vermeld de tot voor 1953 als hoogste bekend staande waterstanden en in kolom 7 hoeveel de stormvloed 1953 hoger is geweest. In het gehele zuidwesten is de stormvloed 1953 hoger geweest, en wel met bedragen, die in het rampgebied variëren

Tabel 4.1.3  
Elementen, waaruit de stormvloedstand te Harlingen is samengesteld

	Astronomisch hoogwater in cm	Verhoging van de zeespiegel boven het astronomisch getij in cm	Totaal in cm
Noordzeekust . . . . .	N.A.P. + 80	266	N.A.P. + 346
Verlies in de zeegaten . . . . .	- 5	- 25	- 30
Toeneming op de Waddenzee aan de vaste kust (Harlingen) . . . . .	+ 15	+ 35	+ 50
	N.A.P. + 90	276	N.A.P. + 366



Figuur 4.2.1. A De opzetten van de hoogwaters I, II en III en het maximum stormeffect langs de kust.  
B Het opgetreden maximale stormeffect, uitgedrukt in procenten van een stormeffect ter plaatse, overeenkomende met N.A.P. + 340 cm te Hellevoetsluis.

van 50 tot 70 cm. Dit houdt in, dat deze stormvloed enige decimeters hogere standen veroorzaakte dan waarop oudere waterbouwkundige constructies in het algemeen berekend waren. Het op grote schaal falen der zeeweringen moet in eerste instantie worden toegeschreven aan de hoogte van de stormvloed.

Voor vergelijking van de stormvloedhoogten van 1 februari 1953 met de hoogten van de stormvloeden, waargenomen sinds 1825, wordt verwezen naar [2].

## 4.2 De opzetten

Onder „opzet” wordt verstaan het verschil tussen waargenomen hoogwater en voorspeld hoogwater, ongeacht het verschil in tijd tussen die beide. De grootte van de opzet is voor een aantal waarnemingsstations vermeld in tabel 4.1.1, kolom 9. Is ter plaatse de feitelijke waterstand het belangrijkste getal, de opzet geeft het belangrijkste getal ter typering van de in de hoogste waterstand begrepen stormvloed.

Figuur 4.2.1 toont het verloop van de opzet langs de kust. De opzet van hoogwater I is in het zuidwesten nog maar klein. Ze is van Zierikzee tot voorbij IJmuiden 1,20 à 1,40 m, doch maximaal te Den Helder met bijna 3 m. Daarna loopt de opzet regelmatig terug en is in de Duitse Bocht nog slechts 1½ m.

Het hoogwater II vertoont een bijna constante opzet van ongeveer 3 m van Brouwershaven tot oorbij Texel. Het maximum aan de vrije kust is op omstreeks 3,10 m te stellen. Op de Waddenzee is het maximum 3,25 m te Den Oever. Naar het oosten neemt ook deze opzet regelmatig af en is in de Duitse Bocht weer 1½ m. Dat de lijn van de opzet bij Vlissingen en Ostende sterk terugloopt, kan worden toegeschreven aan de lekwerking van het Kanaal.

Voorts is nog aangegeven de grootte van de opzet van het hoogwater III. Deze bereikt in het zuidwesten geen grotere waarden dan 1,75 m.

## 3 Overschrijding van het grenspeil

In 3.0 is het grenspeil gedefinieerd als de hoogte, die gemiddeld éénmaal per twee jaren door een hoogwater wordt overschreden. Bij overschrijden er van wordt van stormvloed gesproken. De mate van overschrijding leent zich bij uitstek voor een regionale beschrijving van de stormvloed. Stijgen er eerdere hoogwaters in successie boven grenspeil, dan wordt gesproken van een „tandem-stormvloed”, waarmee dus wordt aangeduid, dat het één enkele storm betreft, doch meerdere vloeden (wel te onderscheiden van een „tweeling-stormvloed”, waarbij er sprake is van twee afzonderlijke depressies en twee zelfstandige stormvloeden, die elkaar snel in de tijd opvolgen). Bij de stormvloed van 1 februari 1953 kwamen er drie hoogwaters in successie boven het grenspeil.

Langs de kust is het *hoogwater I* boven het grenspeil gestegen tussen Katwijk en Rottumeroog (figuur 4.3.1.). Het maximum valt tussen Den Helder en Den Oever met overschrijdingen van 97, 118 en 109 cm. Oostelijk van dit maximum lopen de grootten van de overschrijding snel terug en zijn zelfs vóór de monding van de Eems nul. In Zeeland komt plaatselijk een kleine overschrijding van het grenspeil voor.

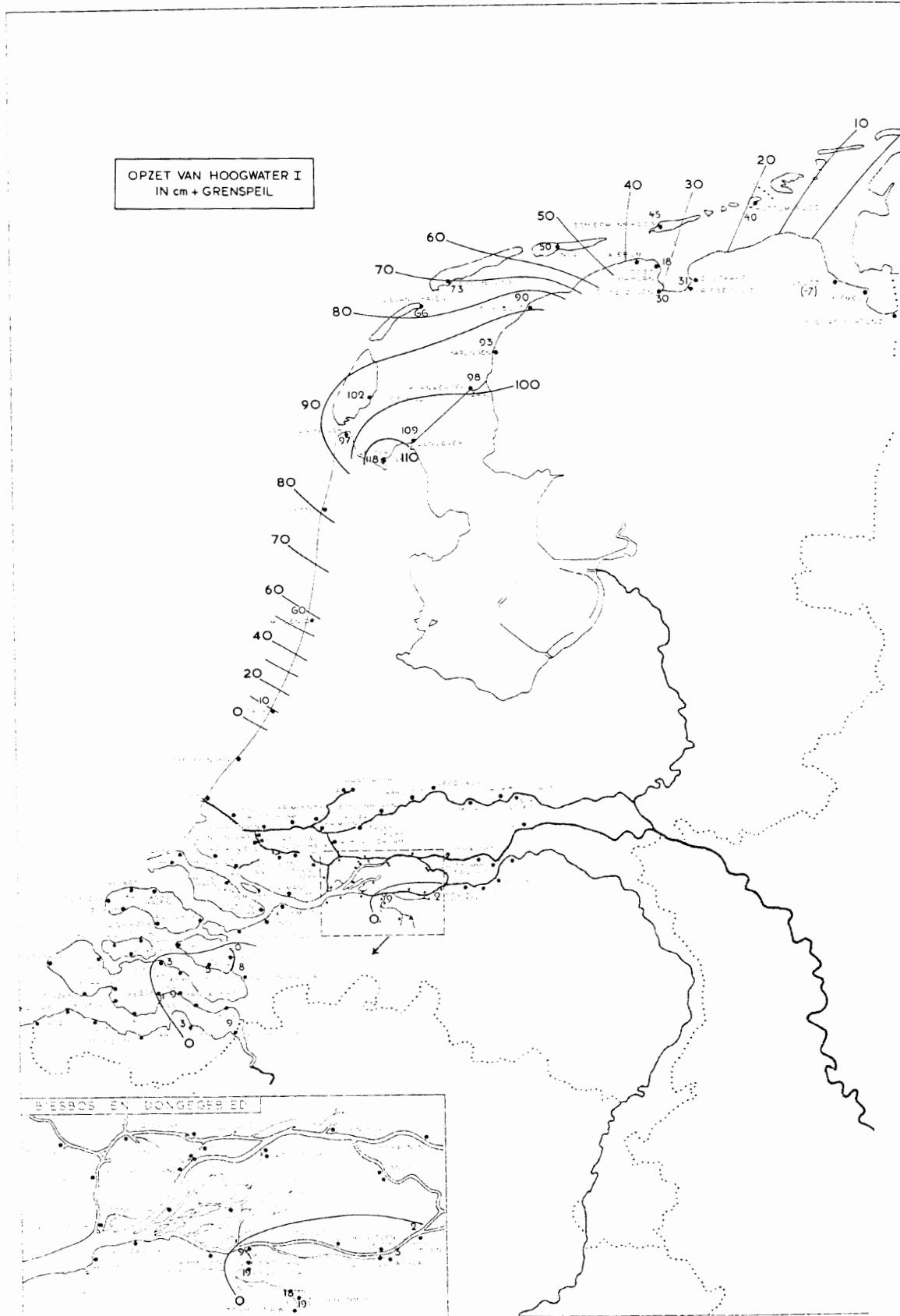
De topografie van *hoogwater II* is weergegeven in figuur 4.3.2. Het grenspeil is hier overschreden geheel Zuidwest-Nederland, langs de duinenkust, de westelijke Waddenzee en de noordelijke Waddenzee, ongeveer tot aan de Lauwerszee.

De lijnen van gelijke verhoging vertonen een bijzonder regelmatig beeld. In het grootste gedeelte van het rampgebied is de overschrijding iets meer dan 140 cm. Tegen de Brabantse oever zijn er verhogingen tot even boven 150 cm. De uiterste zuidwesthoek blijft beneden 140 cm, kennelijk als gevolg van de lekwerking van het Nauw van Calais.

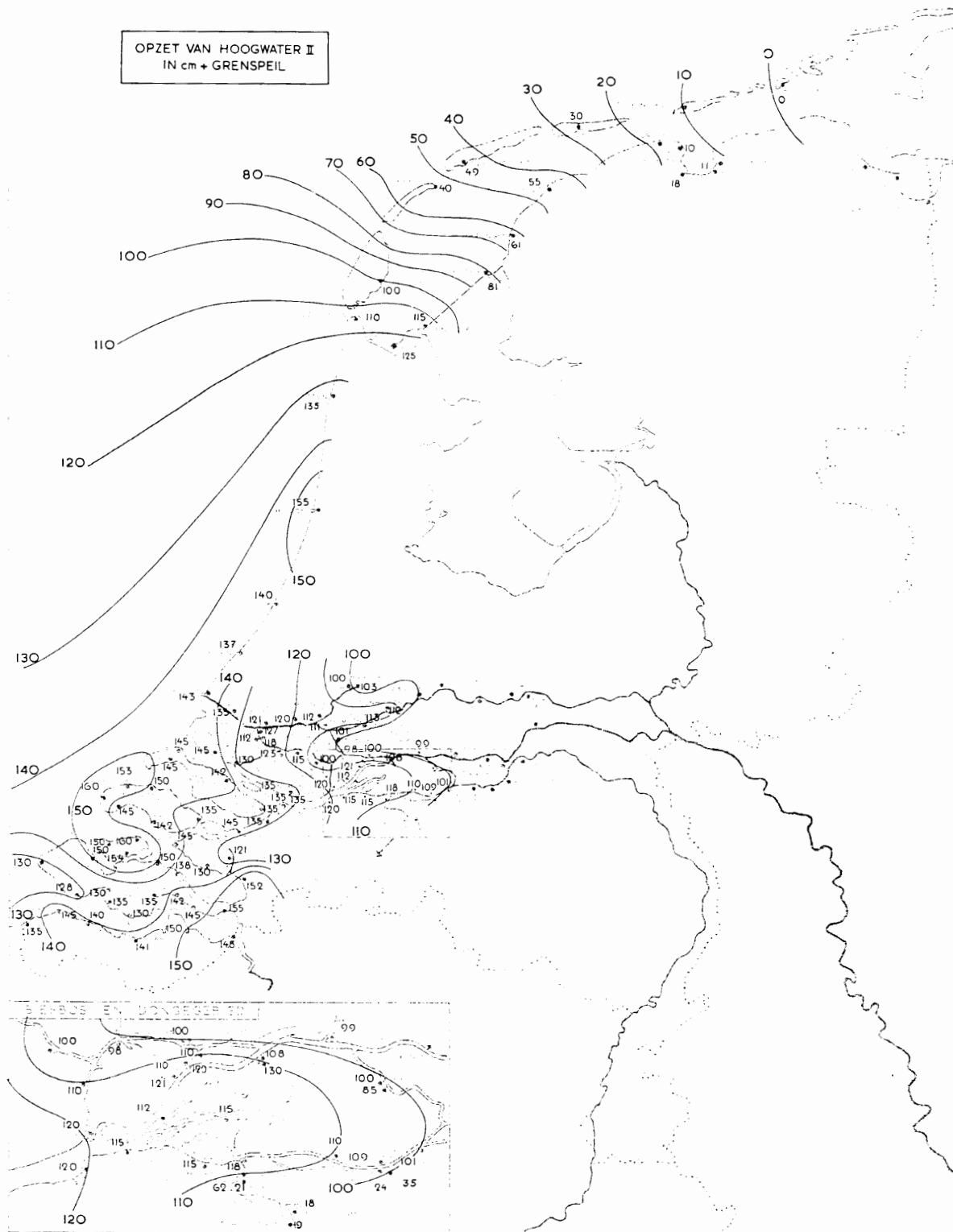
Op Zuidhollands gebied dalen de overschrijdingen regelmatig van 140 tot 100 cm. Beoosten de kust van 100 cm heeft de stormvloed geen betekenis meer. Langs de kust strekt zich de lijn van overschrijdingen boven 130 cm uit tot voorbij Petten.

Het gebied, omsloten door de lijn van 140 cm, komt in grote trekken overeen met de meest gevaarlijke gebieden. Globaal genomen kan men zeggen, dat het gehele stelsel van dijken heeft gefaald in gebieden, waar de waterstanden hoger kwamen dan 120 à 140 cm boven het grenspeil.

Boven het grenspeil komt het *hoogwater III* in geheel Zuidwest-Nederland en langs de kust tot IJmuiden (figuur 4.3.3.). De bedragen variëren tussen 0 en 40 cm, met in het hart van het rampgebied



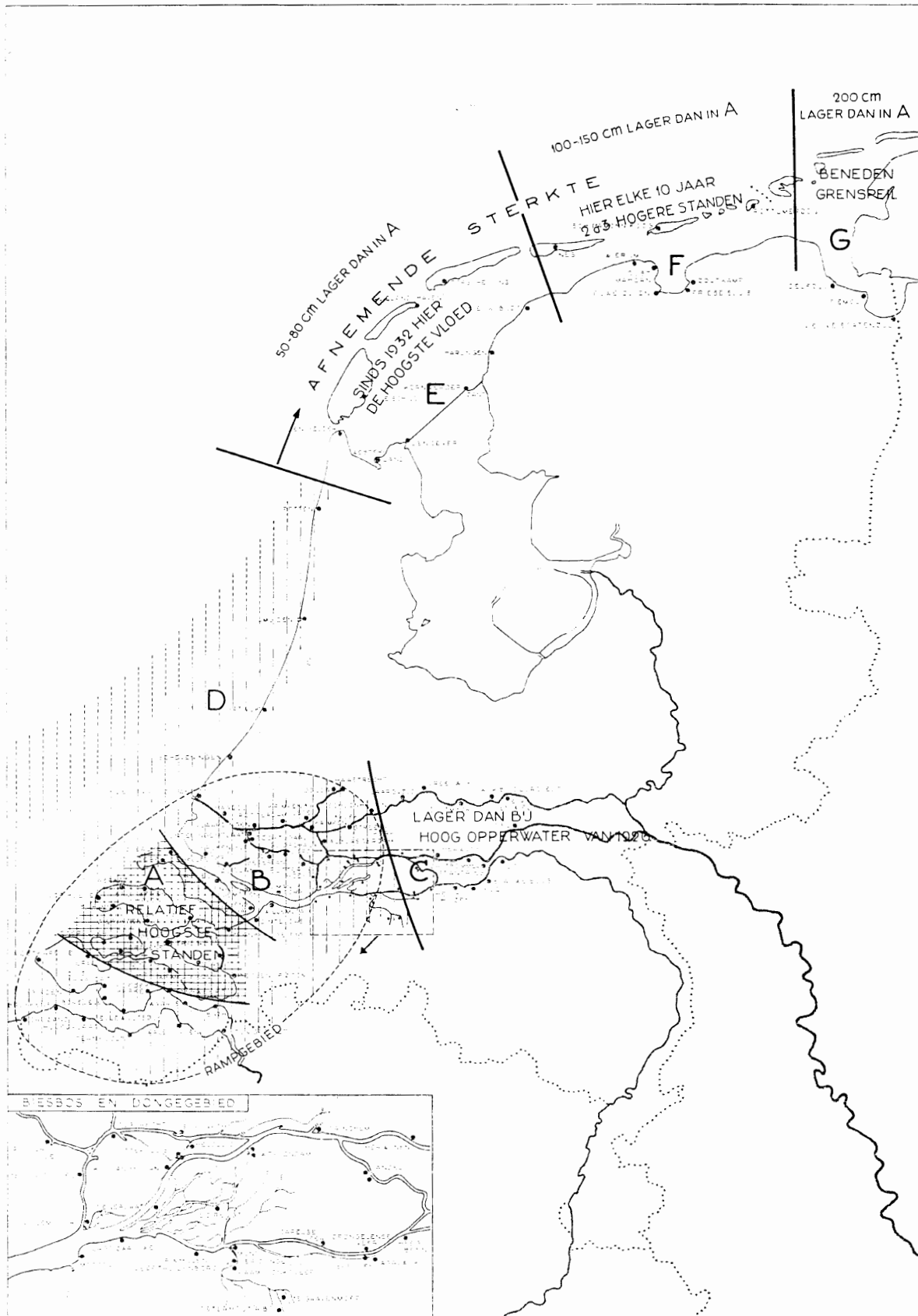
Figuur 4.3.1. De overschrijding van het grenspeil door hoogwater I



Figuur 4.3.2. De overschrijding van het grenspeil door hoogwater II



Figuur 4.3.3. De overschrijding van het grenspeil door hoogwater III



Figuur 4.4.1. Plaatsbeschrijving van de stormvloed

overwegend 30 cm. Dit betekent te Brouwershaven een stormvloedhoogte van N.A.P. + 305 cm, een hoogte, die in 100 jaar tijds zeventien maal werd overschreden. Te Zierikzee was hoogwater III N.A.P. + 310 cm, welke stand in 100 jaar dertig maal werd overschreden. Dit derde hoogwater is dus op zich zelf beschouwd eveneens nog een zware stormvloed, die gemiddeld slechts eens in de 3 à 6 jaar wordt overtroffen, doch de voornaamste betekenis ligt hierin, dat na het ramphoogwater in hetzelfde gebied nóg een zo zwaar getij volgde. Dit is noodlottig geworden, aangezien dit derde zware getij oorzaak werd van de verdere voltooiing van vele doorbraken.

#### 4.4 Topografisch overzicht

In figuur 4.4.1 is een samenvattend overzicht gegeven van de intensiteiten, waarmede de stormvloed zich manifesteerde.

Naar afnemende intensiteit zijn 7 gebieden onderscheiden, aangeduid door de ingeschreven letters A tot en met G.

- A. Dit geeft globaal het gebied, waar de stormvloed het felst heeft gewoed met standen 130 à 150 cm boven het grenspeil: Grevelingen en Oosterschelde.
- B. Dit betreft de streek, waar de vloedhoogten 10 à 20 cm lager bleven en de schaden iets minder ernstig waren.
- C. In het westelijk gedeelte van C veroorzaakte de stormvloed weliswaar hoge standen, doch deze waren hier lager dan bij het hoogopperwater van 1926.
- D. Langs de gesloten kust waren de standen relatief bijna even hoog als in A en B, doch de duinenrij heeft daartegen standgehouden.
- E. In de westelijke Waddenzee waren de hoogten 50 à 80 cm lager dan in A, doch aangezien sinds de afsluiting in 1932 in dit gebied nog geen zwaardere stormvloeden waren voorgekomen, gaf de stormvloed van 1953 hier voor het eerst hoge standen. Deze werden bij de stormvloeden van 22 en 23 december 1954, overeenkomende met die van 1894 en 1916, geëvenaard en op sommige punten overtroffen.
- F. De stormvloed was hier 100 à 150 cm lager dan in A en lager dan een reeks van stormvloeden, waaronder die van 1825, 1877, 1901, 1906, 1944.
- G. De waterstanden bleven beneden het grenspeil, de stormvloed van 1953 was hier geen stormvloed meer.

De gebieden E, F, G tonen een snel naar het oosten afnemende hevigheid aan.

#### 4.5 Beweging van de stormvloed op de Noordzee

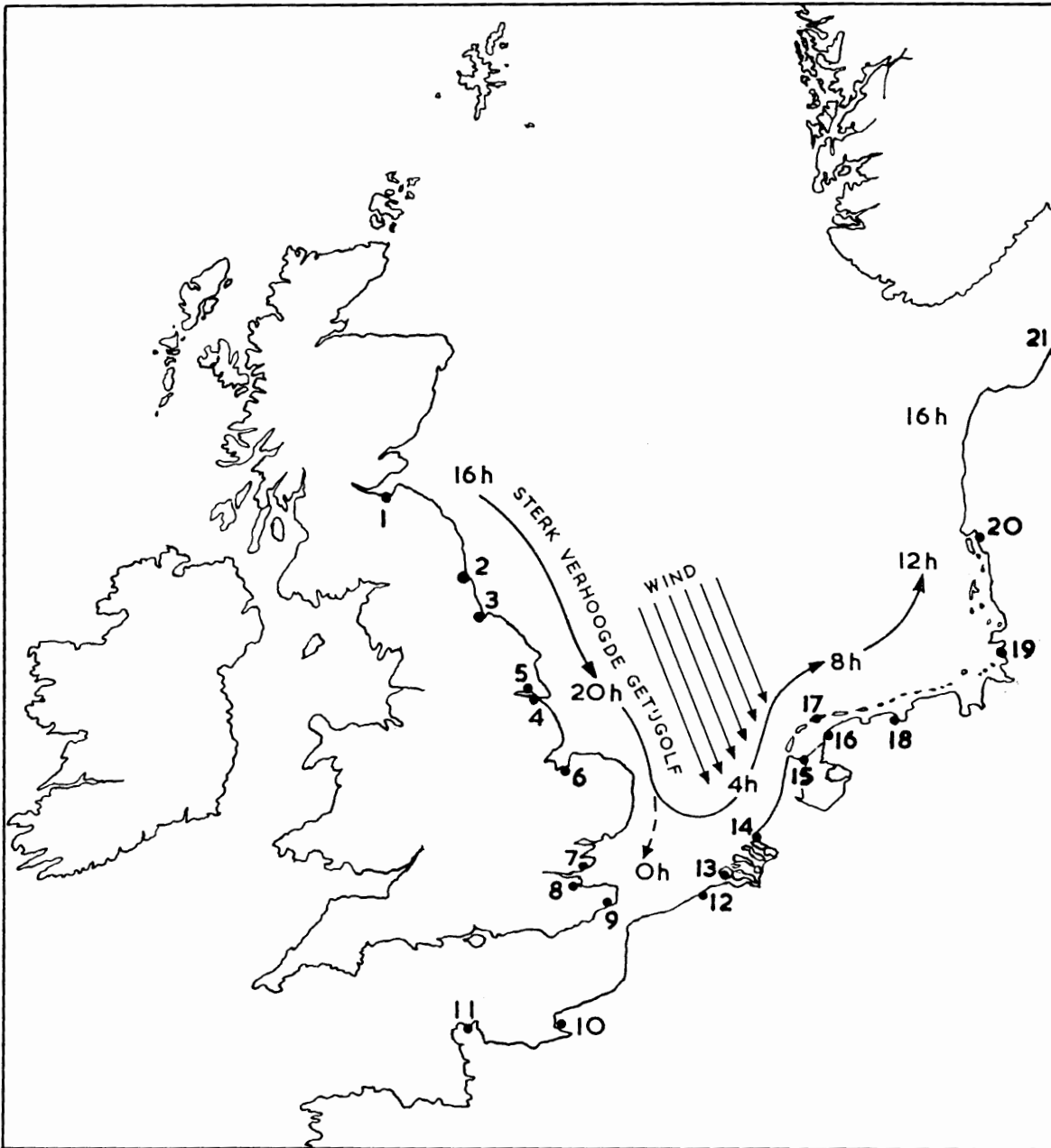
Men dient hetgeen zich voor de Nederlandse kust en op de Nederlandse zeearmen heeft voorgedaan, te zien als onderdeel van een stormvloed, die op de Noordzee tot ontwikkeling kwam en in zijn uitwerking een belangrijk gedeelte van de Noordzee trof.<sup>1)</sup>

Een samenvattend en gestyleerd beeld van de ontwikkeling van de stormvloed op de Noordzee wordt gegeven in figuur 4.5.1. In deze figuur zijn de 21 peilschalen aangegeven, die voor het overzicht worden gebruikt. In verband met het ontbreken van gegevens over het verloop van het zeeniveau op grotere afstand van de kust zijn in de navolgende beschrijving enige hypothesen over dit verloop gemaakt. Voor een samenvattend beeld als hier wordt beoogd te geven, kunnen deze aanvullende hypothesen van nut worden geacht.

Zoals bekend, heeft de voortplanting van het getij naar de Noordzee plaats rond de kust van Schotland. Het hoogwater verplaatst zich daarna langs de oostkust van Schotland en Engeland en steekt over naar de oostkust van de Noordzee via de kust van Nederland en Oost-Friesland. In de zuidelijke Noordzee wordt het getij beïnvloed door de getij-impuls, die via het Kanaal komt. Vervolgens loopt het getij langs de Nederlandse kust, de Duitse Bocht en de Deense kust, zoals schematisch in figuur 4.5.1 is aangegeven.

<sup>1)</sup> Voor de beschrijving hiervan wordt verwezen naar Bijdrage I.





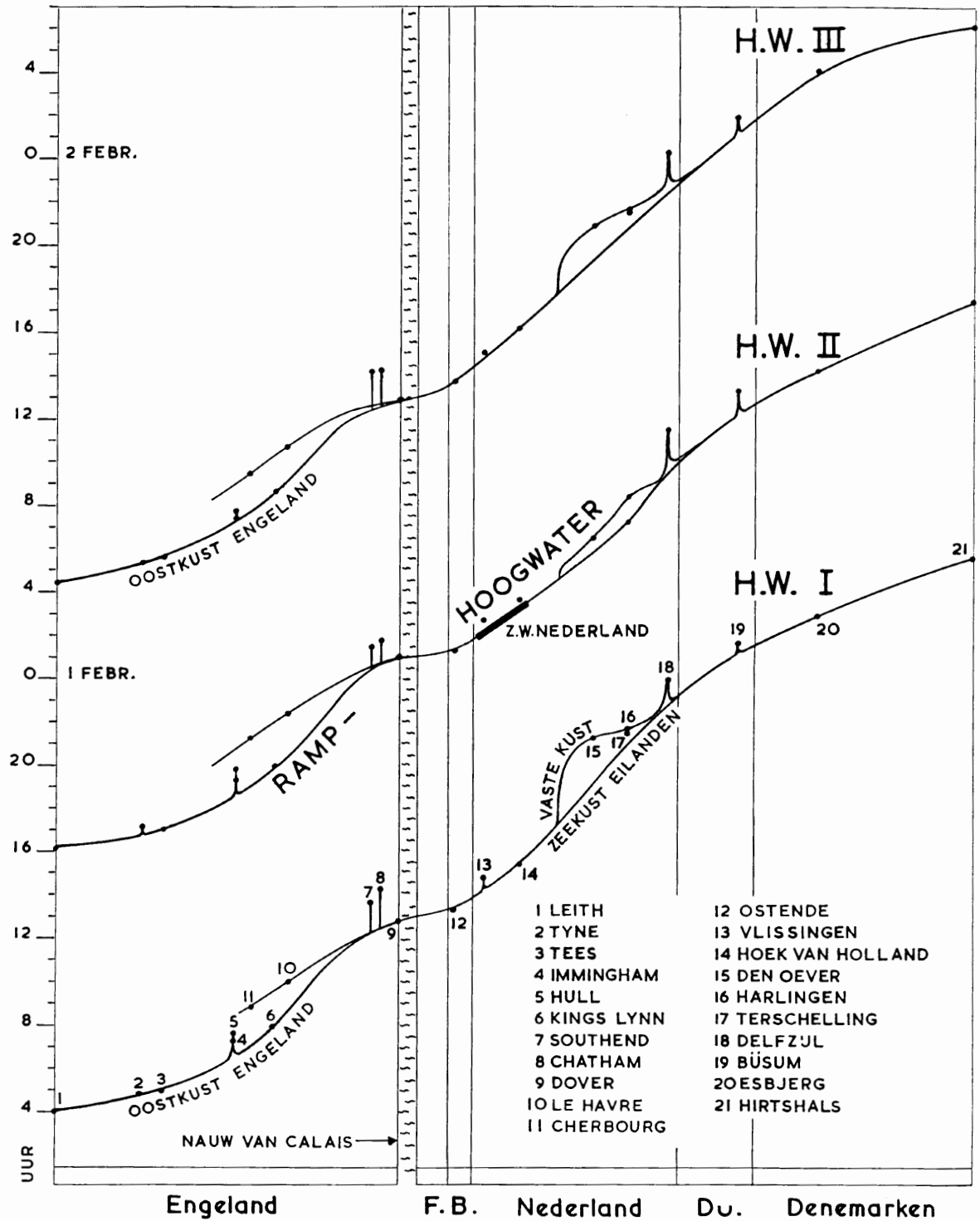
Figuur 4.5.1. Situatie van de peilschalen 1 tot 21 aan de Noordzeekusten (zie voor de namen figuur 4.5.2) en schematische aanduiding van de baan van het sterk verhoogde getij (het ramphoogwater). Tijdsaanduiding in M.E.T.

Het zich ontwikkelen en manifesteren van de stormvloed van 31 januari–1 februari 1953 stelle men zich als volgt voor: De eerste fase is die van aandrijving van het water in de westelijke helft van de Noordzee door de noordwester storm, die alleen deze westelijke helft treft, als aangegeven in figuur 4.5.1. De tijdstippen, waarop het hoogwater van de dagen 31 januari en 1 februari de peilschalen 1 tot en met 21 passeert, zijn in figuur 4.5.2 grafisch voorgesteld.

Men ziet hier, dat het hoogwater ruim 24 uren nodig heeft om van de peilschaal Leith (1) tot Hirtshals (21) te lopen.

De abcis in deze figuur is de gestrekte weergave van een gestyleerde kustlijn, te beginnen bij Edinburgh (peilschaal Leith), langs Englands oostkust naar het zuiden, bij Dover en Calais het Kanaal

## TJEDEN VAN H.W. OP 31 JANUARI EN 1 FEBRUARI 1953

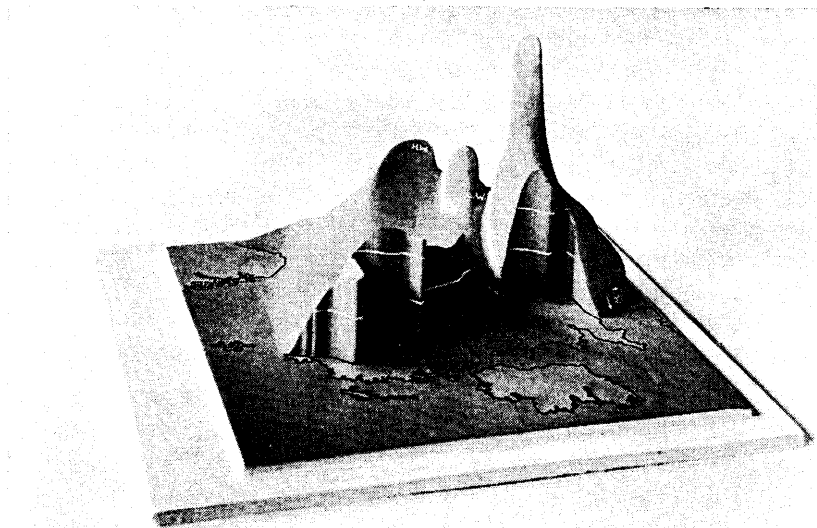


Figuur 4.5.2. Tijdstippen van hoogwater I, hoogwater II en hoogwater III op 31 januari-1 februari 1953 ter plaatse van de peilschalen 1 tot 21. Het hoogwater heeft ruim 24 uur nodig om van Leith (1) naar Hirtshals (21) te lopen

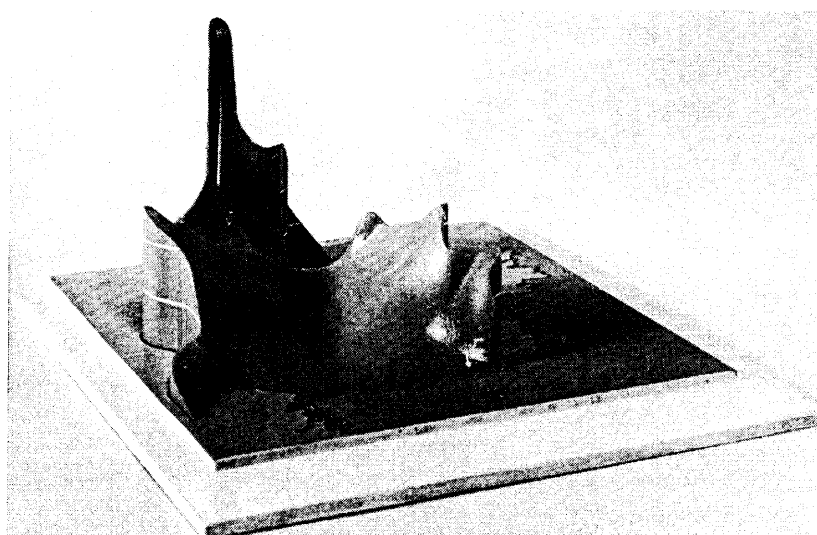
overstekende en vervolgens langs de Nederlandse kust, de Duitse Bocht naar de noordpunt van Denemarken lopende.

#### 4.6 De hoogte van de zeespiegel op het moment van hoogwater te Brouwershaven op 1 februari 1953, 03.00 M.E.T.

In figuur 4.6.1 is een afbeelding gegeven van de hoogte van de zeespiegel van de Noordzee op het moment van hoogwater te Brouwershaven op 1 februari, 03.00 M.E.T.



Figuur 4.6.1. Plastiek van de hoogte van de zeespiegel ten opzichte van het gemiddeld zeeniveau op het tijdstip van hoogwater te Brouwershaven, 1 februari 1953, 03.00 M.E.T.



Figuur 4.6.2. De plastiek van figuur 4.6.1, gezien uit de richting Noorwegen. Op de Noordzee is rechts het hoogwater te zien tegen Englands oostkust, op de achtergrond links het bijzonder hoge ramphoogwater te Brouwershaven en iets meer naar voren links het hoogwater te Wilhelmshaven

Te Leith is het volgende hoogwater bijna gearriveerd, in de Washbaai (Kingslynn) is het laagwater, te Brouwershaven weer hoogwater, laagwater aan de Waddenzee, hoogwater in de Duitse Bocht. Deze plastische voorstelling heeft dus betrekking op de horizontale doorsnede, aangebracht in figuur 4.5.2 op het tijdstip 1 februari 03.00 M.E.T.

Het laagwater aan de Washbaai ligt juist op de hoogte van het gemiddeld zeeniveau, het laagwater op de Waddenzee op N.A.P. + 2 m.

Tussen de letters H.W. voor Wilhelmshaven en L.W. voor de westelijke Waddeneilanden vertoont de plastiek een secundaire top. Dit is geen hoogwater, doch de sterke verhoging van het laagwater op de Waddenzee van Den Oever tot Harlingen.

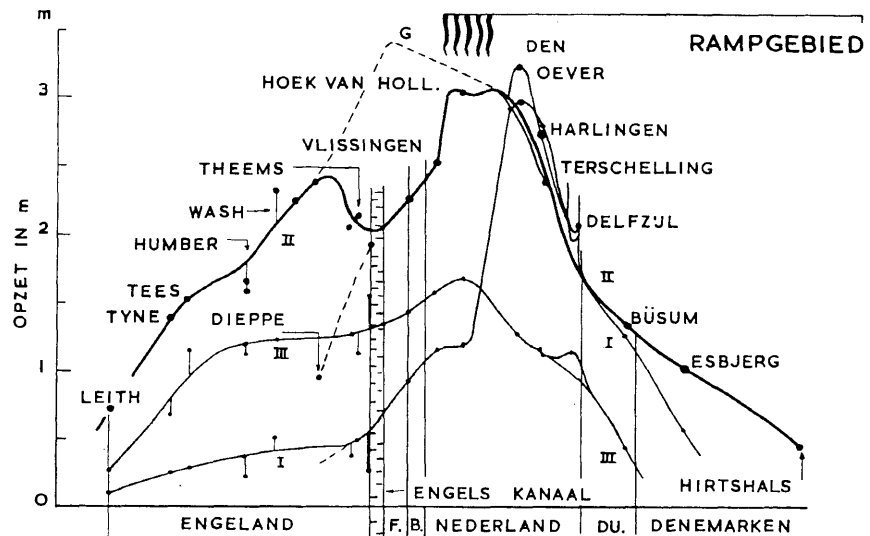
De plastiek doet ook zien, dat er een groot verval is geweest in het Nauw van Calais naar het laagwater, dat zich op dat moment ongeveer te Cherbourg bevond.

Van de hoogte van de zeespiegel in het midden van de Noordzee staan geen gegevens ter beschikking.

De door de stormvloed opgewekte stroom, die zich volgens 4.5 langs de Engelse oostkust beweegt en daarna langs de Nederlandse, Duitse en Deense kust, zal een aanzienlijk dwarsverval opwekken ten gevolge van de kracht van Coriolis. Bij een snelheid van 50 cm/sec komt men reeds tot een dwarsverval van midden Noordzee tot kust van circa 60 cm. Vermoedelijk zal dus bij een stormvloed de waterstand in het midden van de Noordzee weinig van de middenstand afwijken. Het is niet uitgesloten, dat er een relatief laag gedeelte is voorgekomen. De modellering van de trog, die op figuur 4.6.2 duidelijk tot uitdrukking komt, is volgens deze hypothese uitgevoerd.

#### 4.7 De opzet van de drie stormvloedhoogwaters langs de kusten der Noordzee

De langs de kusten der Noordzee opgetreden verhogingen zijn grafisch voorgesteld in figuur 4.7.1. De abcis is dezelfde als in figuur 4.5.2. In verticale richting is uitgezet de hoogte der hoogwaters boven het astronomisch getij van die dag, dus de opzet. De bij deze stormvloed betrokken drie hoogwaters zijn weer aangeduid met I, II en III.



Figuur 4.7.1. De opzet van de hoogwaters I, II en III langs de kust van de Noordzee

De opzet van hoogwater I, van omstreeks 04.00 M.E.T. tot 14.00 M.E.T. op zaterdag 31 januari de Engelse oostkust passerende, is volgens figuur 4.7.1 nog geen 50 cm. Doch aan de andere zijde van het Nauw van Calais is dit hoogwater reeds met 70 cm verhoogd. De verhoging neemt snel toe en bereikt een maximum van N.A.P. + 3,25 m in het gebied van de Waddenzee. Verder oostwaarts gaande, neemt de verhoging snel af.

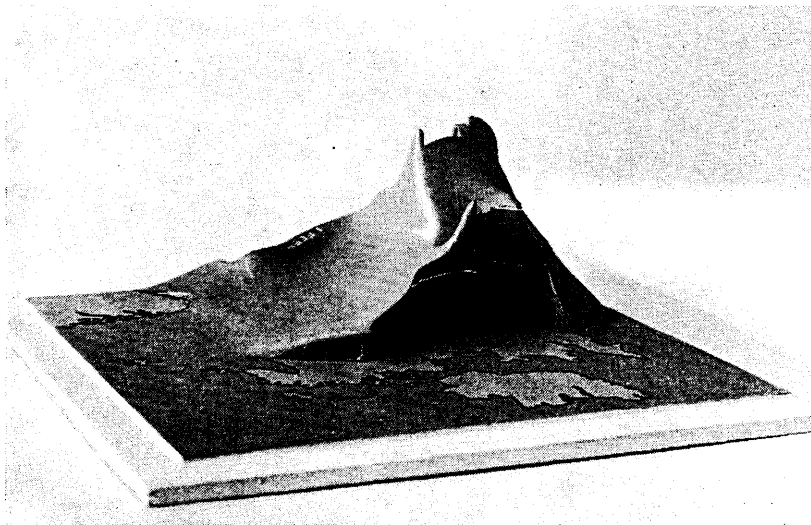
Alvorens hoogwater II te bespreken, beschouwen we eerst hoogwater III, dat optrad toen de storm reeds aan het afnemen was. Dit derde hoogwater is langs de Engelse kust globaal 1 m hoger dan de hoogte van het astronomische hoogwater. De opzet langs de Belgische en Zeeuwse kust is reeds

aanzienlijk minder dan bij het ramphoogwater. Dit hoogwater bereikt een top nabij Hoek van Holland van 1,60 m boven astronomisch getij. Naar het oosten gaande, valt de verhoging tot nul terug.

Het hoogwater II is overal het ramphoogwater. Te Leith was de verhoging nog slechts 75 cm; deze loopt op tot ongeveer 2 m voor de Theemsmonding. Bij een afgesloten Nauw van Calais zou de waterstand misschien een verloop hebben gehad als in figuur 4.7.1 is aangegeven door de bloklijn G. Het verloop van de verhoging in de richting van het Nauw van Calais wordt gevonden door het punt Vlissingen met het punt Dieppe te verbinden. In het Kanaal zelf is de verlagende werking dus wellicht 1,5 m geweest. Te Vlissingen is hiervan nog 50 à 75 cm merkbaar. Een uitgesproken maximum bereikt de opzet van hoogwater II voor de Nederlandse kust, ongeveer van Brouwershaven tot IJmuiden, waar de opzet 3,05 m bedroeg. Voorbij Den Helder valt de opzet snel terug, is voor de Eemsmoeding al de helft en loopt tot een onbeduidend bedrag af aan de noordpunt van Denemarken.

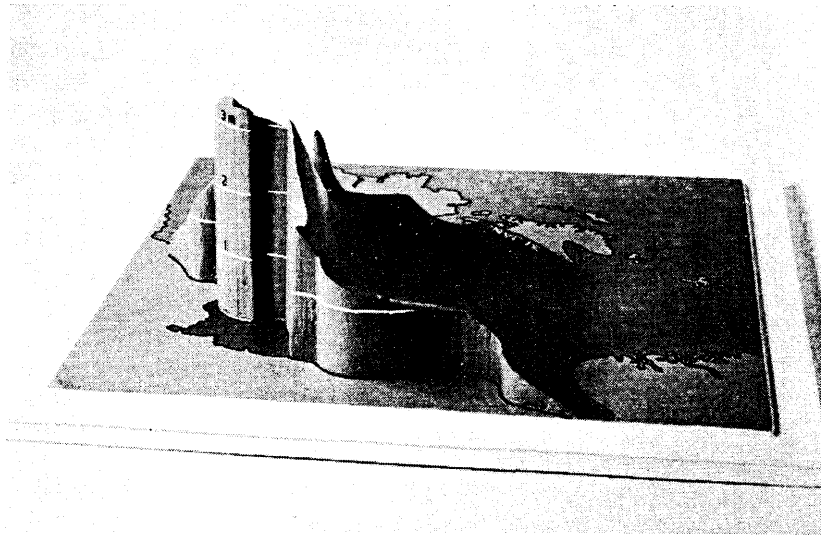
Dat de opzetcurven van hoogwater I, II en III in hoofdtrekken alle min of meer dezelfde vorm vertonen, met een maximum juist vóór de Nederlandse kust, is begrijpelijk, aangezien de wind gedurende de hele storm in dezelfde hoek heeft gestaan, te weten tijdens H.W. I tussen W en WNW, tijdens H.W. II ongeveer NW en tijdens H.W. III NW-N.

Ten einde zich de opzetten langs de kusten van de Noordzee beter voor ogen te kunnen stellen, is een plastic vervaardigd, waarin de in figuur 4.7.1 gegeven opzetten verticaal zijn uitgezet op een plattegrond van de Noordzee. De figuren 4.7.2, 4.7.3 en 4.7.4 geven de foto's van deze ruimtelijke voorstelling. Voor goed begrip wordt er op gewezen, dat deze plastic niet een momentopname van de zeespiegel geeft. In de eerste plaats zijn de astronomische getijhoogten afgetrokken. In de tweede plaats traden de hier ruimtelijk voorgestelde opzetten niet simultaan op, doch in opeenvolging en wel, zoals figuur 4.5.2 dit nader aangeeft, in een tijdsverloop van ruim 24 uur de kust van Leith over Dover-Calais tot Denemarken doorlopende.

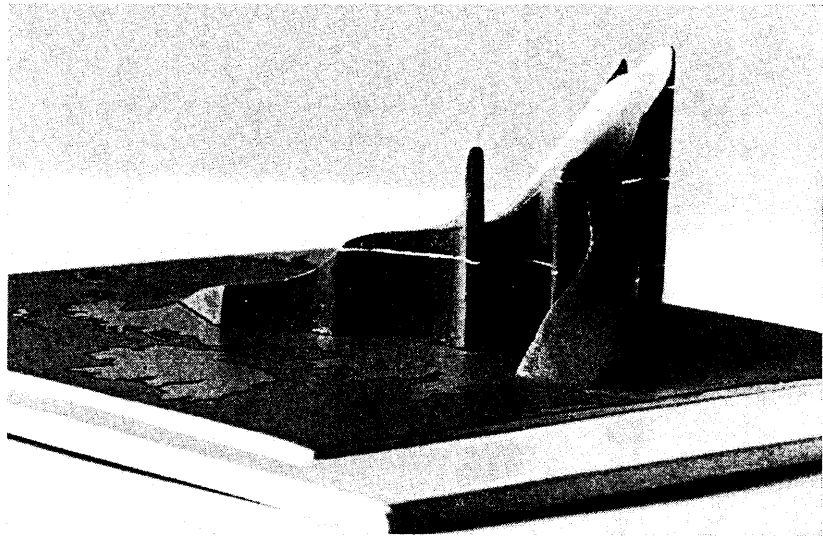


Figuur 4.7.2. Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in oostelijke richting. Men ziet het regelmatig oplopen van de opzet langs de Engelse oostkust van de waarde nul bij Edinburgh tot ongeveer 2 m nabij Dover. In de Washbaai loopt de opzet sterk omhoog.

Nadat de driftstroom de bodem van de zak, als hoedanig men de Noordzee kan zien, had bereikt en opgetorend was tegen de Nederlandse kusten, moest het water weer terugstromen. Onder invloed van de aardrotatie geschiedde dit afwijkend naar rechts, dus via de oostelijke helft van de Noordzee, langs Sleeswijk-Holstein en Denemarken. De verhogingen, die dus eerst langs de Engelse oostkust optraden, kwamen aan het einde van de storm voor aan de Duitse Bocht en de westkust van Denemarken.



Figuur 4.7.3. Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in westelijke richting. Hier ziet men het regelmatig afnemen van de stormvloedverhoging langs de Duitse Bocht en Deense kust. Tegen de Waddenkust loopt de opzet plotseling sterk omhoog. De horizontale lijnen stellen resp. voor 1, 2 en 3 m opzet. De betreffende cijfers markeren juist het rampgebied.



Figuur 4.7.4. Plastische voorstelling van de opzet van het ramphoogwater boven het astronomisch hoogwater, gezien in noordoostelijke richting. Uit deze richting ziet men hoeveel hoger de opzetten zijn tegen de Nederlandse kusten dan aan de Engelse kust. Ook hier ziet men het aflopen via het Kanaal.

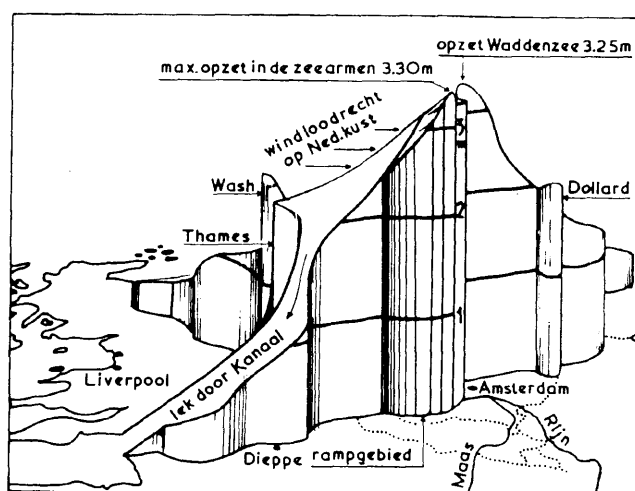
De maquette brengt ten aanzien van de bereikte verhogingen de volgende punten naar voren:

1. Er is een nullijn, lopende ongeveer van Aberdeen precies oost naar Frederikshaven aan de noordpunt van Denemarken (figuren 4.7.2 en 4.7.3).  
Het zeeniveau ten zuiden van deze lijn is onder invloed van de storm verhoogd.

2. De verhogingen tegen de Engelse oostkust annex aan de zuidgaande stroom gedurende het opkomen van de storm (figuur 4.7.2) zijn van dezelfde orde van grootte als die tegen de Sleeswijkse en Deense kust aan het einde van de storm (figuur 4.7.3). Zowel voor Engeland als voor Denemarken is het Corioliseffect méér oorzaak van de verhogingen aan de kust dan de directe opwaaiing.
3. De verhoging langs de Engelse kust (figuur 4.7.2) loopt regelmatig op tot voorbij de Theemsbaai; van extra trechterwerking in de zuidelijke Noordzee is echter, ten gevolge van de afzuigende werking van het Nauw van Calais niets meer merkbaar.
4. Tegen de Nederlandse kust is de verhoging onevenredig veel groter; vrijwel het dubbele van het bedrag, dat men zou vinden bij rechtlijnig doortrekken van het vlak van verhoging boven de Noordzee.

Hiervoor zijn de volgende redenen aan te voeren:

- a. De wind stond in ons land ongeveer loodrecht op de kust, wat noch in Engeland, noch in de Duitse Bocht of Denemarken het geval was.
- b. Juist als de stormvloedgolf de Nederlandse kusten passeert, is het effect daarvan het hevigst.
- c. De diepte van de zee is in de zuidelijke Noordzee het kleinste. Het is geenszins uitgesloten, dat de invloeden in het ondiepe bankengebied vrij kort voor de kust een relatief grote rol spelen.



Figuur 4.7.5. Aanduiding van enige markante punten in de plastic van de opzet van het ramphoogwater, gezien in noordelijke richting.

5. Door het Kanaal heen loopt de opzet weer tot nul terug (figuren 4.7.2 en 4.7.5). Het model illustreert de sterke daling van de opzet in zuidwestelijke richting van Hoek van Holland via Vlissingen en Ostende.
6. Opvallend is het steile oplopen van de opzet bij de Waddeneilanden (figuur 4.7.3) in vergelijking met die op de Noordzee ten noorden daarvan. Hier wordt over een afstand van enige tientallen kilometers aan de opzet van de Noordzee nog 1 à 1½ m toegevoegd, zulks terwijl toch bij de stormvloed 1953 de windkrachten in het noorden niet bijzonder groot waren. Indien deze ruimtelijke uitbeelding de situatie van 1953 voor de Waddenzee wel ongeveer goed zou aangeven, dan zou dit er een mogelijke aanwijzing voor zijn, dat kortstondige, doch extreme windsterkten, als bijvoorbeeld voorgekomen op 4 februari 1944, inderdaad uitzonderlijk hoge standen kunnen geven voor dit gebied, verre boven die van 1953 uitgaande.
7. De doorgangen via Helsdeur, Vliestroom e.d. zijn te nauw om de Waddenzee nagenoeg geheel tot Noordzeepeil op te vullen. Doch achter de eilanden ontstond op de ondiepe Waddenzee een flinke additonele opwaaiing, waardoor bijv. tegen de Afsluitdijk een opzet van 3,25 m werd bereikt.

8. Gewezen dient nog te worden op de trechterwerking in Wash en Theems, die op de figuren 4.7.2 en 4.7.5 goed zichtbaar wordt. Op de Nederlandse zeearmen treedt een dergelijke verhoging van de opzet in landwaartse richting in veel geringere mate op als gevolg van hun kortere lengte en kleinere diepte.

## 5.0 OVERSCHRIJDINGSFREQUENTIE

### 5.1 De overschrijdingsfrequentie van de stormvloed 1953

De relatief hoogste standen van deze stormvloed traden op te Brouwershaven en omgeving. Voor deze standen is de overschrijdingsfrequentie  $3,3 \cdot 10^{-3}$  d.w.z. 3 maal per 1000 jaar zullen waterstanden optreden, hoger dan die van 1953.

Voor de overschrijdingswaarden van de waterstanden van andere plaatsen zij verwezen naar [1] en naar de desbetreffende bijdrage.<sup>1)</sup>

### 5.2 Overeenkomstige 1953-standen langs de kust

Uit het voorgaande is gebleken, dat de stormvloed op zijn hevigst was voor de kop van Schouwen en dat in de omgeving van Grevelingen en Oosterschelde de relatief sterkste verhogingen van de waterstanden plaats vonden.

Uiteraard is dit een toevalligheid. De ervaring leert, dat de relatief hoogste standen bij een bepaald hoogwater nu in dit, dan in een ander gedeelte van het kustgebied kunnen vallen. Zo was de stormvloed van 1906 het hevigst op Westerschelde en Dollard, die van 1944 op een kleine kuststrook bij de Lauwerszee, die van 1916 op de benedenrivieren en de vroegere Zuiderzee.

De vraag doet zich voor, wat de stormvloedhoogten elders aan de kust zouden zijn geworden, indien aldaar een stormvloed, „gelijkwaardig” aan 1953 zou zijn opgetreden. Hieronder wordt verstaan een stormvloedhoogte met dezelfde overschrijdingswaarde.

Het antwoord op deze vraag zal tevens aangeven hoeveel de standen elders in Nederland relatief zijn achtergebleven bij die in Zuidwest-Nederland, hetgeen een punt van fundamenteel belang is voor het juist verstaan van deze stormvloed.

De betreffende peilen worden aangegeven als „overeenkomstige 1953-standen” of O'53<sup>1)</sup>. Als punt van uitgang is genomen de stormvloedstand N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven, die de relatief hoogste stand is, opgetreden bij de stormvloed 1953. De als O'53 vastgestelde peilen zijn vermeld in tabel 5.2.1.

Tabel 5.2.1  
Waterstanden, overeenkomende met N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven (O'53)

Meetplaats	Hoogwaterstanden in cm boven N.A.P.		Stormvloed 1953 ten opzichte van O'53
	In 1953 opgetreden	O'53 (corresponderende met N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven)	
Hedwiggolder . . . . .	543	545	— 2
Bath . . . . .	560	560	0
Hansweert . . . . .	507	515	— 8
Terneuzen . . . . .	496	485	+ 11
Vlissingen . . . . .	455	455	0
Breskens . . . . .	480	475	+ 5
Cadzand . . . . .	475	470	+ 5
Westkapelle . . . . .	435	435	0
Bergen op Zoom . . . . .	517	530	— 13
Tholen . . . . .	481	515	— 34

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.2.



Meetplaats	Hoogwaterstanden in cm boven N.A.P.		Stormvloed 1953 ten opzichte van O'53
	In 1953 opgetreden	O'53 (corresponderende met N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven)	
Wemeldinge . . . . .	468	475	— 7
Vere . . . . .	450	445	+ 5
Stavenisse . . . . .	450	450	0
Zierikzee . . . . .	432	435	— 3
Colijnsplaat . . . . .	445	435	+ 10
Vlietepolder . . . . .	435	430	+ 5
Burghsluis . . . . .	420	420	0
Ooltgensplaat . . . . .	440	440	0
Dintelsas . . . . .	455	455	0
Steenbergse Sas . . . . .	465	465	0
Bruinisse . . . . .	450	450	0
Brouwershaven . . . . .	425	425	0
Repart . . . . .	418	405	+ 13
Oude Hoeve . . . . .	410	400	+ 10
Moerdijk . . . . .	410	425	— 15
Willemstad . . . . .	435	445	— 10
Middelharnis . . . . .	417	420	— 3
Hellevoetsluis . . . . .	410	415	— 5
Goedereede . . . . .	405	410	— 5
Dordrecht . . . . .	373	375	— 2
Puttershoek . . . . .	375	380	— 5
Goidschalxoord . . . . .	380	385	— 5
Spijkenisse . . . . .	367	375	— 8
Rotterdam . . . . .	375	380	— 5
Vlaardingen . . . . .	371	380	— 9
Maassluis . . . . .	375	385	— 10
Hoek van Holland . . . . .	385	395	— 10
Scheveningen . . . . .	397	420	— 23
Katwijk . . . . .	405	430	— 25
IJmuiden . . . . .	385	400	— 15
Den Helder . . . . .	325	395	— 70
Oude Schild . . . . .	332	410	— 78
Vlieland . . . . .	316	420	— 104
Terschelling . . . . .	318	420	— 102
Nes . . . . .	320	455	— 135
Westerland . . . . .	363	465	— 102
Den Oever . . . . .	370	475	— 105
Kornwerderzand . . . . .	373	480	— 107
Harlingen . . . . .	366	470	— 104
Nieuw-Bildt . . . . .	360	455	— 95
Oostmahorn . . . . .	318	485	— 167
Delfzijl . . . . .	327	540	— 213

De tabel vermeldt voorts de in feite opgetreden hoogste stand en het verschil tussen deze opgetreden stand en de O'53-stand. Uit deze kolom blijkt, dat in geheel Zeeland de werkelijk opgetreden standen bijna precies overeenkomen met de kenmerkende stand N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven. Men treft enig achterblijven aan in het oostelijk einde van de Oosterschelde. Mogelijk dat voor Tholen enige verlaging is opgetreden door inundaties (zie 4.1). Voorts is de opzet door de wind in dit gebied relatief kleiner geweest ten gevolge van de naar verhouding niet zo grote windkrachten over de zee-armen zelf. <sup>1)</sup>

Op Grevelingen-Krammer-Volkerak is praktisch alles relatief even hoog als N.A.P. + 425 cm te Brouwershaven, doch langs het Haringvliet is er een toenemende relatieve achterstand in oostelijke

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.2.

richting. Op de Zuidhollandse rivieren is de achterstand globaal 10 cm. Langs de vaste kust loopt de achterstand op van 10 cm te Hoek van Holland tot 70 cm te Den Helder. Op de westelijke Waddenzee is die 100 cm en neemt in oostelijke richting toe tot 213 cm te Delfzijl. Van de Waddenzee cijfers is reeds een bespreking gegeven in 4.1.

## 6.0 STORMEFFECT

### 6.1 Wat te verstaan onder stormeffect?

Tot hiertoe is uitvoerig aandacht geschonken aan de opzet en in het bijzonder aan de maximale opzet, die zich bij de stormvloed 1953 manifesteerde. Uiteraard is deze waarde niet voldoende om de stormvloed te karakteriseren. Immers, de opzet is afhankelijk van het tijdstip van de storm ten opzichte van de cyclus van de getijbeweging.

Een verschuiving van de storm van enkele uren kan tot aanmerkelijke verschillen in stormvloedstanden leiden, al naar gelang het samentreffen van de grootste uitwerking van de storm met een hoogwater dan wel met een laagwater samenvalt of er tussen in valt.

Een algemene beschrijving van de invloed van de storm kan worden gegeven door een kromme, die het verloop van de verheffing van de zeespiegel door de storm aangeeft. Deze door de stormkrachten opgewekte verheffing, die met een kleine waarde of met nul begint, oploopt tot een hoogste waarde en weer afneemt tot nul is oorzaak, dat de hoogwaters tijdens de stormvloed abnormale hoogten bereiken.

Om deze verheffing van de zeespiegel uit de waarnemingen af te leiden, zou men volgens de navolgende twee methoden te werk kunnen gaan.

- A. *Vanuit theoretisch standpunt* kunnen de geregistreerde krommen opgebouwd worden gedacht uit de volgende drie componenten:
  - a. Het getij, zoals het zich zou hebben gemanifesteerd bij afwezigheid van de storm.
  - b. De invloed van de storm, zoals deze zich zou hebben gemanifesteerd in de Noordzee zonder getijbeweging.
  - c. De wisselwerkingseffecten, die tot ontwikkeling kwamen door het samentreffen van de invloed b en getij a.
- B. *Vanuit praktisch standpunt* kunnen de geregistreerde krommen samengesteld worden gedacht uit de volgende twee componenten:
  - a. Het getij, zoals het zich praktisch aan ons voordoet en dus beïnvloed is door de stormvloed. Volgens de praktijkervaring blijkt dan het periodieke verschijnsel van het getij verkleind, vervroegd en vervormd te zijn.
  - b. Het stormeffect, zoals zich dit als regelmatig verloopend verschijnsel (zie 6.2) praktisch aan ons voordoet. In grootte, vorm en verloop in de tijd is dit wel enigszins beïnvloed door het getij en de wijze van samentreffen, doch als zodanig vertoont het geen variaties in de perioden van het astronomisch getij.

Om de eerste werkwijze toe te passen kan gebruik gemaakt worden van het astronomische getij, hetwelk nauwkeurig kan worden berekend. Doch voor het kunnen bepalen van de wisselwerkingseffecten zou beschikt moeten worden over een dieper inzicht in het bewegingsmechanisme dan op dit moment het geval is. Zou dit inzicht ter beschikking staan, dan zou uit de waarnemingen kunnen worden afgeleid het onder A.b bedoelde effect van de stormvloed 1953. Dit te kennen zou in zoverre van belang zijn, dat wij dan in staat zouden zijn willekeurige combinaties met andere getijmanifestaties te onderzoeken en ook meer nauwkeurig de uitwerking van de windkrachten op de zee te onderzoeken. De werkwijze A zal dan voeren tot een verdiept inzicht in de diverse factoren, die een stormvloed samenstellen. Voora'snog is het om verschillende redenen evenwel nog niet mogelijk deze methode toe te passen.

Wel kan men het A.a bedoelde getij van de waarnemingen aftrekken en aldus de som van A.b en A.c bepalen. Dit residu is voor het karakteriseren van de stormvloed niet wel bruikbaar en geeft licht aanleiding tot velerlei misverstand. Wel kan het als materiaal voor verdere analyses dienen.

De methode B biedt het voordeel, dat de beschikbare waarnemingen direct bewerkbaar zijn zonder dat een gedetailleerde kennis van het bewegingsmechanisme vereist is. De splitsing tussen de onder B.a en B.b. bedoelde componenten is daarbij gebaseerd op het verschil in karakter tussen het getij als een min of meer periodiek fluctuerend verschijnsel en het stormeffect als een continu verschijnsel, dat eerst regelmatig oploopt en na het bereiken van het maximum regelmatig afloopt.

Deze splitsing, die praktisch zodanig geschiedt, dat een regelmatig verloopende „stormeffect-kromme” wordt verkregen, is weliswaar vanwege zijn empirische karakter niet geheel eenduidig. Doch in de praktijk geeft dit evenwel geen grote moeilijkheden. *Het is het onder B.b bedoelde stormeffect, dat ter karakterisering van de storm 1953 hier is gebruikt.*

Aan de hand van figuur 6.2.1 wordt de bewerking nader toegelicht.

## 6.2 De bepaling van het stormeffect

Zou er op 1 februari 1953 geen storm zijn geweest, dan zouden de waterstanden van de diverse peilmeetstations het „normale” astronomisch gefixeerde verloop hebben gehad.

In figuur 6.2.1 is dit met de letter G voor Hoek van Holland aangegeven. Ten gevolge van het stormeffect verheft zich de zeespiegel tot het niveau S in figuur 6.2.1. De werkelijk geregistreerde waterstand R slingert om de lijn S op dezelfde wijze als het astronomische getij G slingert om de constante gemiddelde zeespiegel Z. In de lijn S mogen geen daagse en halfdaagse componenten, voor zover die tot de normale getijbeweging behoren, worden toegelaten. Verder is bij het bepalen van de kromme S uit de geregistreerde kromme R gestreefd:

- a. naar een zo gestrekt mogelijk verloop;
- b. naar een verloop, dat mede in de registratie van naburige peilmeetstations wordt teruggevonden.

Door op deze wijze S te bepalen, worden daarin verschillende elementen van de waterbeweging, die wel tot de uitwerking van de storm gerekend moeten worden, niet opgenomen. Dit zijn:

- a. de windgolven, welke overigens door passende dempingsconstructies niet tot de peilschrijver kunnen doordringen;
- b. de bui-oscillaties en de buistoten, waarvan de quasi-perioden variëren van enkele minuten tot meer dan een uur. De amplituden liggen in de orde van grootte van één of weinig dm. Tijdens de stormvloed 1953 waren de buistoten van geringe betekenis in vergelijking tot die bij sommige andere stormvloeden <sup>1)</sup>.
- c. het effect van enkele storingen en secundaire depressies, die slechts merkbaar zijn in één enkel peilmeetstation.

Opgemerkt wordt, dat het stormeffect volgens de kromme S niet geheel identiek hoeft te zijn aan de opwaaiing, die de storm zou teweegbrengen bij afwezigheid van getijbeweging.

## 6.3 De getijbeweging tijdens de stormvloed

Door het stormeffect S te bepalen op de in de vorige paragraaf aangegeven wijze, wordt een goed beeld verkregen van de invloed van de storm op de zeespiegel.

De lijn R slingert rond de lijn S ten gevolge van de getijbeweging, buistoten en andere locale meteorologische detailinvloeden.

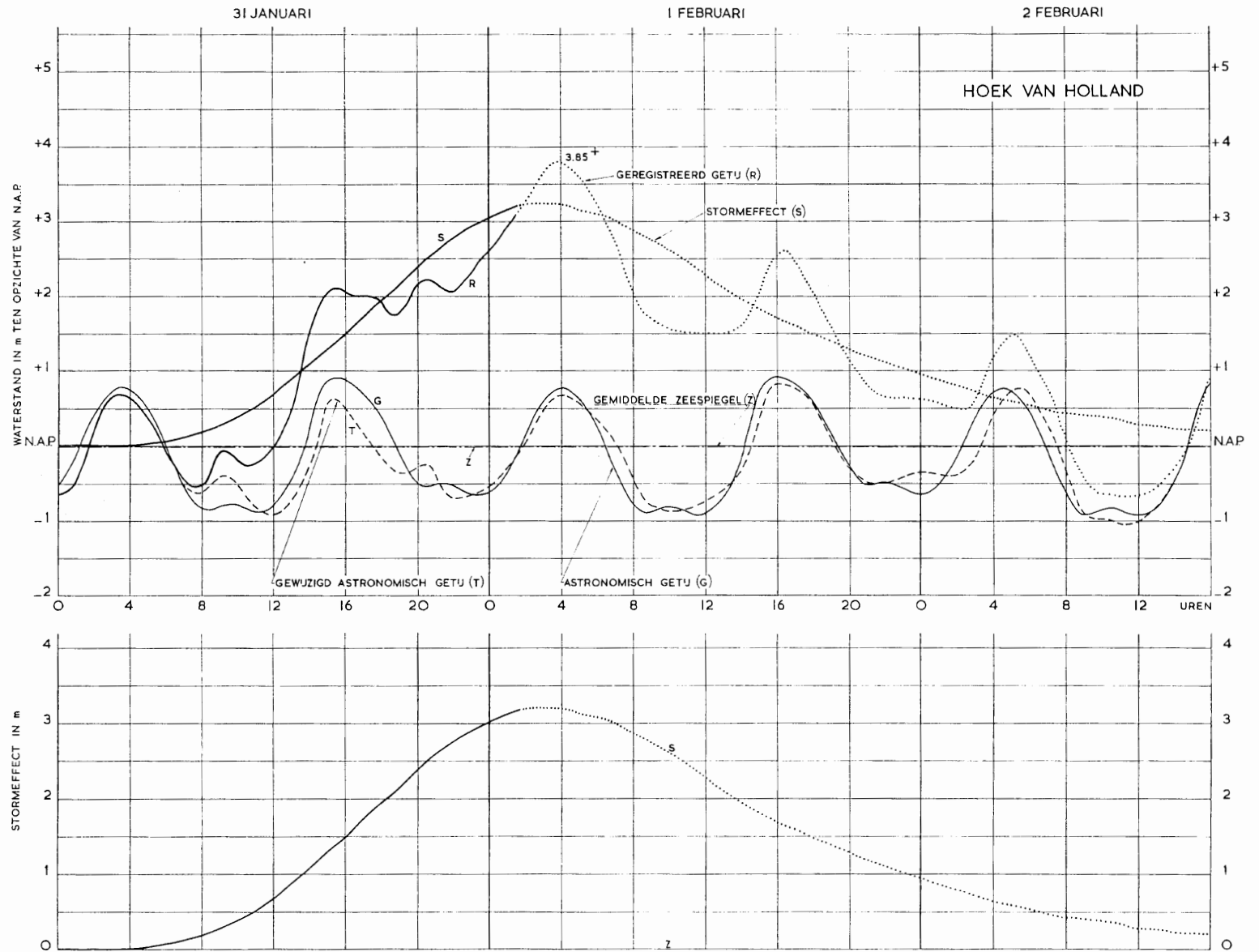
De getijbeweging is niet dezelfde als die, welke zou zijn opgetreden bij afwezigheid van de storm. Ze is namelijk beïnvloed door de storm in die zin, dat door de veranderde waterdiepte en de door de windkrachten opgewekte stroming de wrijving en de Corioliskrachten niet onaanzienlijk wijzigen.

In figuur 6.2.1 is de wijziging aangegeven, die de getijbeweging ondergaat. G geeft het normale verloop aan op 1 februari 1953 zonder storm en T de getijbeweging, die door de storm is gewijzigd.

---

<sup>1)</sup> Zie verder Bijdrage III.5.

Figuur 6.2.1. Normale en door de storm gestoorde waterstanden te Hoek van Holland



Het blijkt nu, dat deze op grond van gedeeltelijk praktische en gedeeltelijk theoretische overwegingen bepaalde getijkromme T ten opzichte van G vervroegd, verzwakt en vervormd is.

De *vervroeging* wordt veroorzaakt door de grotere diepte, die de voortplantingssnelheid verhoogt. Voor Hoek van Holland (figuur 6.2.1) is deze vervroeging niet opvallend, wel voor meer binnenwaarts gelegen peilschalen. Voor waarnemingsstations, gelegen aan de zuidoostelijke oever van de Waddenzee, bedraagt de vervroeging ruim 1 uur.

De *verzwakking* drukt uit, dat de laagwaters hoger blijven en de hoogwaters naar verhouding lager blijven. Voor Hoek van Holland kan dit gesteld worden op ongeveer 20 cm. Dit verschijnsel wordt zichtbaar veroorzaakt door de invloed, genoemd onder A.c in 6.1.

De *vervorming* wordt veroorzaakt door de zich bij de storm wijzigende stromingssituatie in het ondiepe kustgebied. Bij de normale getijbeweging is de waterbeweging vooral geconcentreerd in de geulen. Bij de hogere waterstanden wordt relatief de stroming over de platen en banken belangrijker. Hierdoor treedt een secundaire vervorming van de getijkromme op. Frappante voorbeelden vertoont figuur 6.2.1 in de eerste twee laagwaters, waarin de agger zeer versterkt naar voren komt.

#### 6.4 De stormeffectkrommen aan de kust

Van 22 peilmeetstations werden aan de hand van de registraties de stormeffectkrommen voor de stormvloed van 31 januari–1 februari 1953 geconstrueerd. In figuur 3.0.1 zijn de stormeffectkrommen opgenomen van de nabij of aan de kust gelegen peilmeetstations: Vlissingen, Hoek van Holland, Scheveningen, IJmuiden en Den Helder. Voor de overige wordt verwezen naar [1].

Onder het maximum stormeffect wordt verstaan de top van de stormeffectkromme. Gewezen wordt op het regelmatige verloop van het stormeffect zowel in de tijd als in de ruimte. Bovendien is het maximum stormeffect overal praktisch even groot en gelijktijdig.

Uit de geregistreerde stormvloedkrommen blijkt, dat geen snelle stijgingen van de zeespiegel zijn opgetreden (zie tabel 6.4.1).

Tabel 6.4.1

Stijging van de zeespiegel bij de stormvloed van 1 februari 1953, vergeleken met regelmatig voorkomende stijgingen van het astronomisch getij

Waarnemingsstation	Stijgingen bij stormvloed 1 februari 1953 in m		Regelmatig voorkomende stijgingen van het astronomisch getij in m	
	Stijging van laagwater tot hoogwater	Maximum stijging gedurende 1 uur	Van L.W. tot H.W. bij gemiddeld getij	Maximum per uur bij springtij
	1	2	3	4
Vlissingen . . . . .	4,80	1,60	4,90	1,60
Hansweert . . . . .	5,50	2,10	5,20	1,80
Hoek van Holland . . . . .	2,40	1,15	2,00	0,90
Harlingen . . . . .	3,45	1,15	2,30	0,75

Uit kolom 1 blijkt, dat de grootste stijgingen voorkwamen op de Westerschelde. De stijgingen van 4,80 en 5,50 m zijn echter niet abnormaal groot. Zelfs bij gemiddeld tij komen deze grootten ook bij geringe windinvloeden reeds voor (vergelijk kolom 3).

Kolom 2 geeft enkele cijfers over de maximale stijging gedurende 1 uur. Ook deze cijfers hebben weinig opvallends en zij wijzen er niet op, dat een hogere stormvloedstand zal gaan optreden. Met alleen deze cijfers ter beschikking zou men zelfs niet tot een stormvloed concluderen.

De stormvloedkrommen Hoek van Holland, Scheveningen en andere (zie figuur 3.0.1) vertonen na hoogwater I wel enige stijgingen en dalingen. Overigens geldt, dat de krommen in verhouding tot die bij sommige andere stormen (o.a. die van december 1954) een rustig karakter vertonen. Er waren weinig of geen buistoten, zoals die bij sommige stormvloeden veelvuldig voorkomen.

### 6.5 De tijdstippen van het maximum stormeffect ten opzichte van het windverloop

Voor de kustplaatsen Vlissingen, Hoek van Holland, IJmuiden, Den Helder, Harlingen en Delfzijl zijn die tijdstippen in hun onderlinge samenhang aangegeven in figuur 3.0.2. Kenmerkend is, dat het maximum stormeffect vrijwel langs de gehele kust gelijktijdig optreedt. Alleen in Scheveningen valt dit tijdstip 2 uur eerder (zie figuur 3.0.1). De kromme van deze plaats heeft een enigszins afwijkend verloop, vergeleken met de andere stations, nl. een hoger oplopen bij de stijging en een eerder bereiken van het maximum. Mogelijk speelt hier een additionele opwaaiing tegen de gesloten kust of een buistoot een rol.

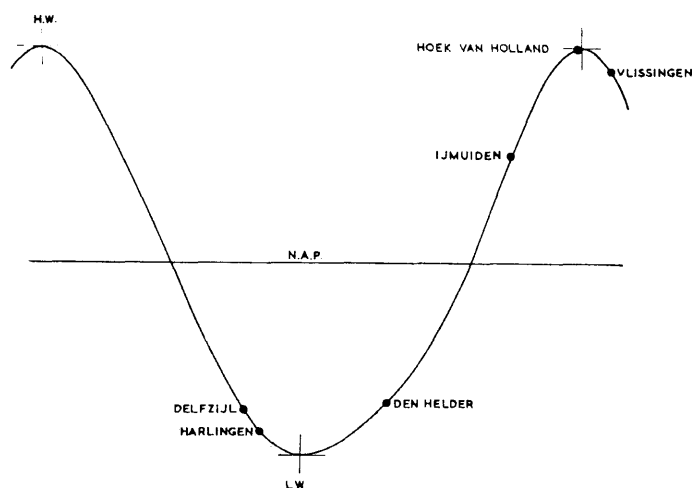
Vergelijking met het diagram der windsnelheden van figuur 3.0.2 toont aan, dat het maximum stormeffect 4 à 5 uren later is opgetreden dan het tijdsinterval, waarop de grootste windsnelheden langs de kust voorkwamen. Een dergelijk tijdsverschil wordt ook bij andere stormvloeden gevonden.

Men bedenke hierbij, dat de stormeffectkromme, bepaald op de in 6.2 beschreven wijze, voor het tijdstip van het maximum geen op halve uren nauwkeurige uitkomsten geeft.

### 6.6 De tijdstippen van het maximum stormeffect ten opzichte van het astronomisch getij

Figuur 3.0.2 geeft mede een beeld van het verloop van het moment van maximum stormeffect ten opzichte van het verloop van het astronomische tijdstip van hoogwater en laagwater langs de kust. In het zuiden valt het maximum stormeffect samen met het tijdstip van astronomisch hoogwater. In het noorden valt het vrijwel samen met laagwater.

Het tijdstip van maximum stormeffect ten opzichte van het astronomisch getij is nader in figuur 6.6.1 aangegeven.



Figuur 6.6.1. Tijdstip van het maximum stormeffect ten opzichte van het astronomisch getij

In deze figuur is te zien, dat de maximum stormeffecten in Zuidwest-Nederland vrijwel samenvielen met het astronomisch hoogwater. In Vlissingen viel het zelfs even na het hoogwater. In Den Helder viel het maximum stormeffect bij opkomend getij slechts kort na het laagwater, in Harlingen nog vóór het laagwater en in Delfzijl tussen halftij en het laagwater in de dalende tak.

### 6.7 De grootte van het maximum stormeffect

Het verloop der maximale stormeffecten langs de kust is in de reeds behandelde figuur 4.2.1 grafisch voorgesteld. De lijn loopt van ongeveer 240 cm bij Ostende tot een maximum waarde van 350 cm bij Scheveningen en neemt daarna geleidelijk af tot 260 cm in Delfzijl. Het aflopen van Scheveningen naar Ostende kan worden gezien als een direct gevolg van het lek door het Nauw van Calais.

Te Hoek van Holland is een inzinking van omstreeks 20 cm. In Scheveningen treedt langs de kust

het grootste stormeffect op, en wel 350 cm. Van Scheveningen tot Den Helder neemt het stormeffect af tot 315 cm.

Ten oosten van Den Helder splitst de lijn zich in drieën. De bovenste lijn geeft het verloop langs de vaste kust. De grootste waarde is hier 370 cm bij Den Oever. De middelste lijn, welke door gebrek aan gegevens niet vastligt, geeft het veronderstelde verloop langs de Noordzeezijde van de eilanden. Een aanwijzing voor dit lijngedeelte is gelegen in de richting van de lijn van de opzet van hoogwater I en II. Voorts zal de lijn van het stormeffect niet abrupt bij Ameland van richting veranderen.

De onderste lijn geldt voor de waddenzijde van de eilanden. Het verschil tussen de buiten- en binnenzijde bedraagt plaatselijk 30 cm. Er zou dus een verval in de zeegaten Eierlandse Gat, Vliestroom en Borndiep zijn geweest van 30 cm.

Volgens het aangenomen verloop is de maximum waarde aan de buitenzijde van Texel 330 cm. Op de Waddenzee zelf bedraagt de additionele opwaaiing volgens figuur 4.2.1 ongeveer 60 cm. Dat wil zeggen, dat het totale stormeffect bijv. te Den Oever, alwaar het grootste stormeffect, over geheel Nederland genomen, is opgetreden, uit de volgende componenten was samengesteld:

Stormeffect buitenzijde Texel (geschat) . . . . .	330 cm
Achterstand Waddenzee (door Marsdiep). . . . .	- 20 cm
Additionele opwaaiing Waddenzee . . . . .	60 cm
	370 cm
Totale stormeffect te Den Oever. . . . .	370 cm

Van het totale stormeffect te Den Oever komt dus 85% van de Noordzee en 15% van de Waddenzee zelf.

Ter plaatse van de kleinere, meer oostelijk gelegen eilanden en platen is er geen verschil tussen binnen- en buitenzijde merkbaar. Het in de tekening gestelde verschil van 20 à 30 cm tussen de Noordzeekust en de vaste kust moet hier worden gezien als additionele opwaaiing over de ongeveer 20 km brede Waddenzee.

## 6.8 Het geografische maximum van het maximum stormeffect

Enige der maximum stormeffecten, vermeld in figuur 3.0.1, zijn weergegeven in tabel 6.8.1.

Tabel 6.8.1  
Waargenomen maximum stormeffecten

Waarnemingsstation	Maximum stormeffect in cm
Scheveningen . . . . .	350
Buitenzijde Texel (geïnterpoleerd) . . . . .	330
Den Oever . . . . .	370
Harlingen . . . . .	335
Delfzijl . . . . .	260
Oude Schild . . . . .	295
Terschelling . . . . .	275
Rampgebied:	
Vlissingen . . . . .	280
Hansweert . . . . .	305
Zierikzee . . . . .	315
Wemeldinge . . . . .	330
Brouwershaven . . . . .	320
Dintelsas . . . . .	360
Hellevoetsluis . . . . .	340
Hoek van Holland . . . . .	325
Willemstad . . . . .	355
Spijkenisse . . . . .	325
's-Gravendeel . . . . .	330
Alblasserdam . . . . .	320

Uit deze cijfers blijkt, dat het stormeffect binnenwaarts toeneemt, hetgeen kan worden toegeschreven aan additionele opwaaiing en aan de zg. trechterwerking. Op de zeearmen vindt men een maximum aan de Brabantse kust, nl. 360 cm te Dintelsas. Voorts op de Waddenzee tegen de Afsluitdijk te Den Oever een bedrag van 370 cm.

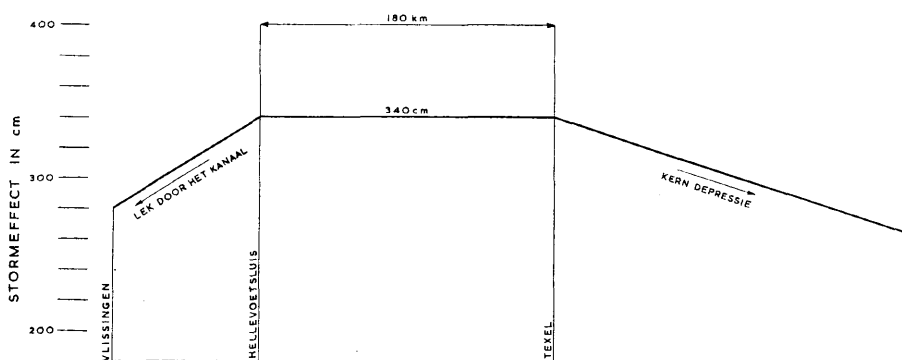
Het valt op, dat het stormeffect tegen de vaste kust het grootst is geweest enerzijds tegen Texel, anderzijds tegen de kust van het Westland. Dit kan er op wijzen, dat de richtingsverandering van de gebogen kust ten opzichte van de windrichting een rol heeft gespeeld.

Zoals bekend, is de windrichting steeds van bijzonder belang en dus voor een gedeelte ook omgekeerd, de richting van de kust. De invloed van een kleine deviatiehoek  $\alpha$  op de opwaaiing bij een gegeven strijklengte is niet bekend. Wordt als eerste benadering een evenredigheid met  $\cos \alpha$  aangenomen, dan kan worden berekend, hoe groot het maximum stormeffect zou zijn geweest, indien de kustlijn gestrekt was geweest van Hoek van Holland tot Texel. Gevonden wordt de volgende tabel.

Tabel 6.8.2  
Gecorrigeerde stormeffecten

Waarnemingsstation	Opgetreden maximum stormeffect in cm	$\frac{1}{\cos \alpha}$	Gecorrigeerd stormeffect in cm
Hellevoetsluis . . . . .	340	1,00	340
Scheveningen . . . . .	350	1,00	350
IJmuiden . . . . .	315	1,07	337
Den Helder . . . . .	315	1,12	353
Texel (uit figuur 4.2.1) . . . . .	330	1,00	330

De waarden in de derde kolom verschillen onderling weinig. Het komt gerechtvaardigd voor, om als karakteristieke waarden van het maximum stormeffect voor deze stormvloed aan de kust aan te houden het gemiddelde van deze 5 waarden, afgerond 340 cm.



Figuur 6.8.1. Gestyleerd verloop van het maximum stormeffect langs de kust

Figuur 6.8.1 geeft het geografisch verloop gestyleerd weer. Van Hellevoetsluis tot Texel, over een afstand van 180 km, is de karakteristieke waarde van het maximum stormeffect 340 cm. Ten zuiden van Hellevoetsluis loopt de waarde terug als gevolg van het lek door het Kanaal. In het noorden loopt de lijn terug ten gevolge van het naderen tot de baan van de depressie.

De waarde van 325 cm te Hoek van Holland ligt ten opzichte van het gestyleerde getal 340 een bedrag van 15 cm te laag. Dit kan vooral worden toegeschreven aan toestromingsverval naar de nauwe monding.

In het voorgaande is geconstateerd, dat langs een aanzienlijk deel van de westkust, nl. van Goeree tot Texel, het maximum stormeffect, hetzij reëel hetzij potentieel, ongeveer 340 cm is geweest. De ligging van de diverse punten van dit kustgedeelte ten aanzien van de topografie van het Noordzebekken,



de strijklengte, het Kanaal, de Duitse Bocht e.d., is echter nogal uiteenlopend, zodat een stormeffect van 340 cm in het ene deel van de kust gemakkelijker, dus vaker, wordt bereikt dan in het andere. Ter completering van het inzicht wordt daarom hier een schetsmatige berekening gegeven van de maximum stormeffecten aan een dertiental waarnemingsstations langs de kust, die in eerste benadering geacht kunnen worden dezelfde overschrijdingswaarde te hebben als een combinatie van normaal hoogwater te Hellevoetsluis met een stormeffect van 340 cm.

Hiertoe is uitgegaan van het verschil tussen het grenspeil en H.W. (kolom 3 in tabel 6.8.3). Deze bedragen zijn uitgedrukt in % ten opzichte van Hellevoetsluis (kolom 4). Vervolgens is naar deze evenredigheid het met 340 cm aequivalente stormeffect berekend (kolom 5).

Tabel 6.8.3  
Aequivalente stormeffecten, gaande langs de kust van zuid naar noord

Waarnemingsstation	H.W. 1941-1950 in cm	Grens- peil in cm	Grens- peil minus H.W. in cm	Waarden van kolom 3, uitgedrukt in % t.o.v. Hellevoet- sluis	Maximum stormeffect in cm, over- eenkomende met 340 cm te Hellevoet- sluis	Opgetreden maximum stormeffect in cm	Stormeffect in % t.o.v. Hellevoet- sluis (kolom 6: kolom 5)
	1	2	3	4	5	6	7
Vlissingen . . . . .	188	327	139	86	290	280	97
Zierikzee . . . . .	138	290	152	94	320	315	98
Brouwershaven . . . . .	125	275	150	93	315	320	102
Hellevoetsluis . . . . .	103	265	162	100	340	340	100
Hoek van Holland . . . . .	90	242	152	94	320	325	102
Scheveningen . . . . .	92	260	168	104	350	350	100
IJmuiden . . . . .	83	230	147	91	310	315	102
Den Helder . . . . .	49	215	166	102	345	315	91
Oude Schild . . . . .	53	230	177	109	370	295	80
Den Oever . . . . .	61	255	194	120	410	370	90
Harlingen . . . . .	82	273	191	118	400	335	84
Terschelling . . . . .	75	245	170	105	355	175	77
Delfzijl . . . . .	116	334	218	135	460	260	57

De werkelijk opgetreden maximum stormeffecten zijn vermeld in kolom 6. In kolom 7 is gegeven de verhouding in % van het opgetreden stormeffect tot het aequivalente stormeffect.

Een grafische voorstelling van deze cijfers vindt men in figuur 4.2.1. Deze kromme vertoont wederom een gebogen verloop iets lager nabij Vlissingen en aflopend naar Delfzijl. Het maximum bevindt zich ook hier weer, evenals voor de overschrijdingswaarden, in de omgeving van Brouwershaven tot Scheveningen.

## 7.0 DE RELATIEVE PLAATS VAN 1953 IN DE RIJ DER STORMVLOEDEN

Men kan voor het bepalen van de ernst van een stormvloed verschillende criteria aanleggen, zoals het aantal slachtoffers van overstromingen, de grootte der overstroomde gebieden, de geleden schade, de hoogte der opgetreden stormvloedstanden. Wij behoeven ons niet in een discussie te begeven over elk van deze criteria, omdat van oudere stormvloeden te weinig gegevens bekend zijn. Het enige criterium, waarmede enigermate gewerkt kan worden, is dat der stormvloedhoogten.

Van de stormvloeden sinds 1825 zijn de hoogten vrijwel bekend. Afdeling V van het Tienjarig Overzicht der Waterhoogten [2] geeft een overzicht van de beschikbare waarnemingen over dit tijdvak voor de peilmeetstations in het Nederlandse kustgebied. Van al deze stormvloeden is die van 1953 in Zuidwest-Nederland de hoogste. Naar in 4.1.1 werd vermeld (zie tabel 4.1.1), was hij 50 à 70 cm hoger dan de tot nu als hoogste geldende stormvloed.

Een noodzakelijke aanvulling op deze kennis wordt verkregen door de maximum hoogten, opgetreden op 1 februari 1953, te plaatsen op de overschrijdingslijnen. De op deze lijnen afgelezen overschrijdingsfrequenties werden in 5.0 besproken. Doch ook het nader beschouwen van de ligging der punten van de stormvloed 1953 op deze overschrijdingslijnen is zinvol en verhoogt het inzicht. Deze punten liggen hoger op de overschrijdingslijnen dan enige andere stormvloed en zij accentueren de fysische realiteit van een extrapolatie, die vóór 1953 alleen op theoretische gronden gesteld kon worden. Voor een uitvoerige uiteenzetting hieromtrent worde verwezen naar de over de overschrijdingslijnen in het Nederlandse getijgebied handelende bijdrage <sup>1)</sup>.

De overschrijdingslijnen maken het optreden van stormvloeden, hoger dan die van 1953, waarschijnlijk. Onze kennis van de historische stormvloeden als die van 1421 (de Sint-Elisabethsvloed), van 1570 (de Allerheiligenvloed) en dergelijke is te weinig exact om een rangorde van hevigheid vast te stellen en daarin aan 1953 zijn plaats aan te wijzen. Het is niettemin wel zo goed als zeker, dat in historisch afzienbare tijd er stormvloeden zijn geweest, die 1953 in hevigheid hebben overtroffen. Men kan namelijk met behulp van de overschrijdingskrommen berekenen, hoe groot de kans is, dat er in de voorafgegane 500 of 800 jaar geen enkele stand hoger is geweest dan in 1953 werd waargenomen. Deze kans nu moet men zich denken in de orde van grootte van 10%. De kans, dat er wel een hogere stormvloed is voorgekomen is dan 90%, dus een veelvoud van de kans op niet voorkomen.

Aangezien de concrete historische gegevens ons hier in de steek laten, zijn wij aangewezen op theoretisch inzicht. Een verheldering op dit punt wordt verkregen door een nader onderzoek naar het optreden van extreme waarden, zowel voor het verleden als voor de toekomst. Zulks is geschied in een bijdrage, bevattende beschouwingen over de kans op zeer hoge stormvloeden <sup>2)</sup>.

Door de stormvloedhoogten van 1953 te plaatsen in de reeks der berekende waarden, wordt inzicht verkregen in de relatieve belangrijkheid van de betreffende stormvloed.

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.2.

<sup>2)</sup> Zie Bijdrage III.3.

BIJDRAGE III.2

RIJKSWATERSTAAT

DE OVERSCHRIJDINGSLIJNEN VAN DE  
HOOGWATERSTANDEN  
IN HET NEDERLANDSE GETIJGEBIED



## INHOUDSOVERZICHT

0.1	Inhoudsoverzicht . . . . .	57
0.2	Overzicht van de tabellen . . . . .	58
0.3	Overzicht van de figuren . . . . .	58
0.4	Literatuur . . . . .	58
0.5	Summary . . . . .	59
0.6	Résumé . . . . .	59
<b>1.0</b>	<b>Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>60</b>
1.1	Inleiding. . . . .	60
1.2	Inhoud van de bijdrage . . . . .	60
1.3	Auteur . . . . .	60
<b>2.0</b>	<b>Algemene bespreking van het beschikbare materiaal. . . . .</b>	<b>60</b>
2.1	Inleiding. . . . .	60
2.2	Het beschouwde materiaal . . . . .	63
2.3	Algemene opmerkingen over de bewerking van het materiaal . . . . .	63
<b>3.0</b>	<b>De samengestelde overschrijdingslijnen . . . . .</b>	<b>64</b>
3.1	Overzicht der overschrijdingslijnen . . . . .	64
3.2	Algemene opmerkingen over de overschrijdingslijnen. . . . .	73
<b>4.0</b>	<b>Het karakteristieke beloop van de overschrijdingslijnen aan de vrije kust . . . . .</b>	<b>73</b>
<b>5.0</b>	<b>De steilheid der overschrijdingslijnen in de omgeving van het grenspeil . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>6.0</b>	<b>Extrapolatie van de overschrijdingslijnen boven het grenspeil . . . . .</b>	<b>76</b>
6.1	Het verloop van de overschrijdingsfrequenties van de stormvloed 1953 langs de kust . . . . .	76
6.2	Het verloop van de overschrijdingslijnen langs de zeearmen in landwaartse richting . . . . .	77
6.3	Divergentie van de overschrijdingslijnen boven het grenspeil . . . . .	78
6.4	Convergentie van de overschrijdingslijnen voor de zeer hoge standen . . . . .	79
6.5	Gestrekt verloop van de overschrijdingslijnen in de monding . . . . .	80
6.6	De invloed van de stormvloedstanden van 1953 op de vorm van de overschrijdingslijnen voor de zeearmen en het Waddengebied . . . . .	80
<b>7.0</b>	<b>De overschrijdingslijnen voor de westelijke Waddenzee . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>8.0</b>	<b>Rechtvaardiging van de extrapolatie . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>9.0</b>	<b>Aequivalente stormvloedstanden . . . . .</b>	<b>83</b>

**0.2 OVERZICHT VAN DE TABELLEN**

2.2.1 Gegevens, waarop de constructie van de overschrijdingslijnen beneden het grenspeil berust . . . . .	63
9.0.1 Aequivalente waterhoogten . . . . .	84
9.0.2 Vergelijking van O'53 met de in 1953 waargenomen standen . . . . .	85

**0.3 OVERZICHT VAN DE FIGUREN**

2.1.1 De overschrijdingslijn van de hoogwaterstanden 1889–1950 te Hoek van Holland . . .	61
3.1.1 Waarnemingsstations, waarop de overschrijdingslijnen betrekking hebben . . . . .	64
3.1.2 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901–1950 langs de Westerschelde . .	65
3.1.3 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901–1950 langs de Oosterschelde . .	66
3.1.4 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901–1950 langs de Grevelingen . . .	67
3.1.5 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901–1950 langs het Haringvliet en het Hollands Diep. . . . .	68
3.1.6 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1862–1950 langs de Rotterdamse Waterweg. . . . .	69
3.1.7 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden langs de Noordzeekust I. . . . .	70
3.1.8 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden langs de Noordzeekust II . . . . .	71
3.1.9 Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1862–1950 in het Waddengebied . . .	72
5.0.1 Overschrijdingslijnen van hoogwaterstanden ten opzichte van het grenspeil langs de kust	75
5.0.2 De steilheid van de overschrijdingslijnen in de omgeving van het grenspeil . . . . .	76
6.1.1 De overschrijdingsfrequentie van de stormvloed 1953 langs de kust . . . . .	77
7.0.1 Het verloop van de waterhoogten met gelijke overschrijdingswaarde langs de kust . .	82

**0.4 LITERATUUR** De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]

1. *J. J. Dronkers* Over de hoogste waterstanden langs de Nederlandse kust. Voorlopig rapport Rijkswaterstaat, 's-Gravenhage, 1953.
2. *J. Hemelrijk* Over de extrapolatie van de hoogwateroverschrijdingslijn van Hoek van Holland. Mathematisch Centrum 1954–11 (2), Amsterdam.
3. *Rijkswaterstaat* Tienjarig Overzicht der Waterhoogten 1941–1950 (Afdeling V, Stormvloeden). 's-Gravenhage, 1954.
4. *J. B. Schijf* Frequenties van waterstanden in en om de Waddenzee. Nota Rijkswaterstaat, 's-Gravenhage, 1959.
5. *P. J. Wemelsfelder* Wetmatigheden in het optreden van stormvloeden. De Ingenieur, nr. 9, 1939.
6. *P. J. Wemelsfelder* De overstromingsramp 1953: Waterstanden. De Ingenieur, nr. 33, 1953.
7. *P. J. Wemelsfelder* De stormvloed van 1 februari 1953 op de Noordzee: Nadere beschouwing van internationale gegevens. De Ingenieur, nr. 22, 1954.
8. *P. J. Wemelsfelder* Reducerende wisselwerking tussen astronomisch getij en stormvloed. Rapport Rijkswaterstaat, 's-Gravenhage, 1954.
9. *P. J. Wemelsfelder* Frequentielijnen Waddenzee. Nota Rijkswaterstaat, 's-Gravenhage, 1956.

## 0.5 SUMMARY

### The frequency curves of high water in the tidal area of the Netherlands

Observations made over periods of fifty up to one hundred and fifty years have been used to construct frequency curves of high water on the coast of the Netherlands (figs. 3.1.2–3.1.9). These curves show many particularities which are described and explained. Each estuary shows an individual pattern and there is marked analogy between the various estuaries. These analogies and the general character of the frequency curves along the coast are discussed at length (figs. 5.0.1–5.0.2).

The frequencies of excess of the 1953 elevation values are treated separately (fig. 6.1.1).

A special method has been developed for the coastal area which was radically changed by the closing of the Zuiderzee in 1932 in order to establish frequency curves of the same reliability as those for the unaffected parts of the coast.

After careful investigations all frequency curves have been extrapolated to  $N = 10^{-5}$ , special attention being given to the 1953 values.

A table of equivalent heights derived from the frequency curves facilitates the use of the results of the present study.

This contribution has been prepared by Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 0.6 RÉSUMÉ

### Les courbes de transgression des niveaux de marée haute dans la région des marées aux Pays-Bas

En se basant sur des observations faites pendant 50 à 150 ans on a tracé les courbes de fréquence des marées hautes sur la côte des Pays-Bas (fig. 3.1.2–3.1.9). Ces courbes montrent plusieurs particularités qui ont été décrites et expliquées. Chaque estuaire présente sa propre configuration ayant une grande analogie avec celle des autres estuaires. On a apporté la plus grande attention à cette analogie, ainsi qu'au caractère général des courbes de fréquence le long de la côte (fig. 5.0.1 et 5.0.2).

Les fréquences de dépassement des hauteurs atteintes en 1953 sont traitées séparément (fig. 6.1.1). Pour la partie de la côte qui fut radicalement transformée par suite de la fermeture du Zuiderzee en 1932, une méthode particulière a été appliquée afin d'établir des courbes de fréquence aussi exactes que celles qui ont été établies pour la partie de la côte n'ayant pas subi de modifications.

A la suite de considérations très minutieuses, toutes les courbes de fréquence ont été extrapolées à  $N = 10^{-5}$ . A ce sujet, une attention toute particulière a été apportée aux valeurs de 1953.

Une table de hauteurs équivalentes, déduite des courbes de fréquence, facilite l'utilisation des résultats de la présente étude.

Cette contribution est due à l'ingénieur P. J. Wemelsfelder.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

Tot voor enige jaren richtte men zich voor het vaststellen van ontwerppeilen voor kunstwerken, waarmede verdediging tegen stormvloed werd beoogd, geheel naar de hoogten der stormvloedstanden, zoals die uit de waarnemingen ter plaatse of in de nabijheid bekend waren.

Deze werkwijze is verlaten. Tegenwoordig neemt men als richtsnoer voor het vaststellen van ontwerppeilen stormvloedhoogten, die een vooraf aanvaardbaar gestelde kans hebben, in een bepaalde termijn te worden overschreden. Men wil dus weten, welke waterstand behoort bij een tevoren vastgestelde overschrijdingsfrequentie. Omgekeerd doet zich de behoefte voor, te weten hoe groot de overschrijdingskans is bij de verschillende waterstanden.

Dergelijke vragen kunnen niet worden beantwoord door een eenvoudige raadpleging der waarnemingscijfers zonder meer. De in het oog te nemen waterstanden liggen namelijk aanzienlijk hoger dan de betrouwbaar gemeten stormvloedhoogten der laatste 1 à 2 eeuwen.

Om in de genoemde behoeften te kunnen voorzien, is voor één enkel waarnemingsstation, namelijk Hoek van Holland, uitvoerig onderzocht hoe een overschrijdingslijn van hoogwaterstanden diende te worden geconstrueerd en wat haar eigenschappen zijn (zie hiervoor [2,5]).

In aansluiting op deze studie zijn voor het gehele Nederlandse getijgebied overschrijdingslijnen geconstrueerd. Zij worden in deze bijdrage overgelegd en besproken. Met behulp van deze lijnen kan voor elke plaats in het getijgebied worden afgelezen, welke stormvloedhoogte een tevoren gestelde overschrijdingskans heeft. Of ook: hoe groot de kans is op overschrijding van een gegeven stormvloedhoogte.

### 1.2 Inhoud van de bijdrage

De bijdrage geeft de overschrijdingslijnen van hoogwater voor 28 stations en de mondingen van 5 zeearmen, het gehele Nederlandse getijgebied bestrijkende.

Bij de opbouw van dit stelsel van overschrijdingslijnen is bijzondere waarde toegekend aan de goede onderlinge samenhang van de lijnen voor de stations langs de kust, langs elk van de zeearmen en tussen analoge gebieden.

Aan de hoogte van de stormvloed van 1 februari 1953 is afzonderlijk aandacht geschonken.

In 2.0 worden de beschikbare gegevens besproken.

In 3.0 worden de opgestelde overschrijdingslijnen gepresenteerd.

In 4.0, 5.0 en 6.0 wordt behandeld op welke wijze de opstelling van de overschrijdingslijnen tot stand is gekomen.

In 7.0 wordt besproken hoe de overschrijdingslijnen zijn geconstrueerd voor de westelijke Waddenzee, waar de afsluiting van de Zuiderzee een grote invloed heeft gehad op de stormvloedstanden.

In 8.0 wordt een rechtvaardiging van de toegepaste extrapolatie gegeven.

In 9.0 volgt ten slotte een overzicht van equivalente stormvloedstanden voor alle Nederlandse peilschalen in het getijgebied, die overeenkomen met negen welgekozen stormvloedstanden te Hoek van Holland. Hieronder bevindt zich het basispeil te Hoek van Holland, zijnde N.A.P. + 5,00 m.

### 1.3 Auteur

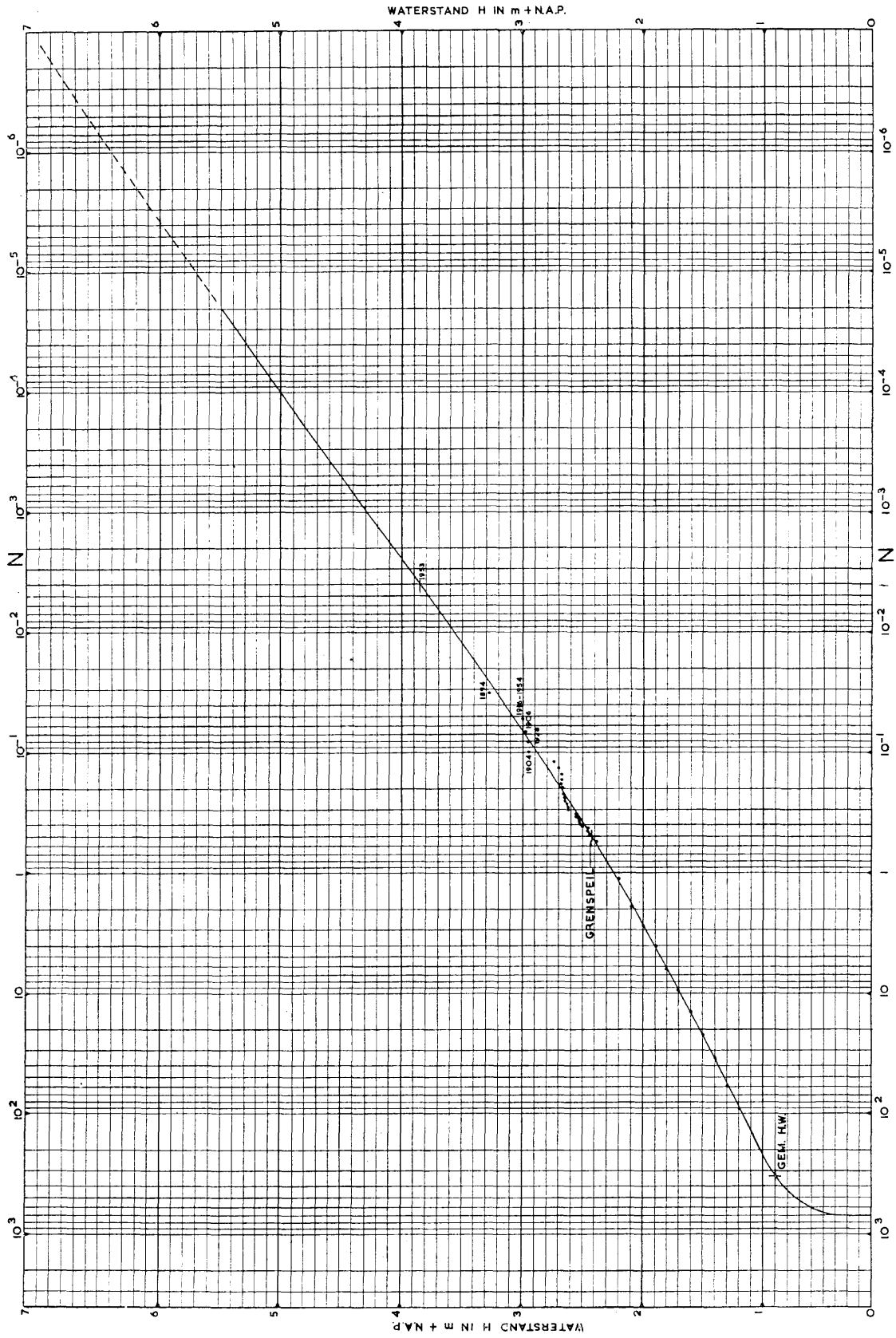
De bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 ALGEMENE BESPREKING VAN HET BESCHIKBARE MATERIAAL

### 2.1 Inleiding

Het is gebruikelijk het aantal malen, dat een gegeven peil in een bepaalde periode door een stormvloed wordt overschreden, uit te zetten en op een overschrijdingslijn af te lezen. Zulk een lijn geeft het verband aan tussen de hoogwaterstand en het aantal malen, dat deze stand per gegeven tijdsduur wordt





Figuur 2.1.1. De overschrijdingslijn van de hoogwaterstanden 1889-1950 te Hoek van Holland

overschreden. Voor de overzichtelijkheid en met het oog op eventuele extrapolatie wordt de hoogte  $H$  van de waterstand verticaal op lineaire schaal getekend en het aantal overschrijdingen van die waterstand, omgerekend tot gemiddeld aantal  $N$  per jaar, horizontaal op logaritmische schaal [5].

De stormvloed 1953 en de uitvoering van belangrijke werken aan de kust maakten het nodig om overschrijdingslijnen voor het gehele getijgebied te bepalen.

Het verloop van de overschrijdingslijn voor de H.W.-standen van de peilschaal te Hoek van Holland is mede ten behoeve daarvan opnieuw uitvoerig bestudeerd<sup>1)</sup>. Daarbij is gebleken, dat dit verloop voor de hogere stormvloeden op enkel-logaritmische schaal zeer gestrekt, nagenoeg rechtlijnig is. De op grond van deze inzichten opgestelde kromme is weergegeven in figuur 2.1.1.

De overschrijdingslijnen voor de andere peilschaalstations langs de Nederlandse kust blijken een verloop te hebben, analoog aan dat te Hoek van Holland. Dit is ook wel te verwachten, daar de afmetingen van het zuidelijke bekken van de Noordzee, waaraan de westkust van Nederland is gelegen, relatief zo gering zijn, dat de windvelden van een bepaalde storm voor bijna alle plaatsen langs dit kustgedeelte het stormvloedverloop beheersen. Wel varieert de grootte van het astronomisch getij langs de Nederlandse westkust in belangrijke mate en uit dien hoofde zullen de overschrijdingslijnen voor de verschillende plaatsen een analoge variatie vertonen. Verder noordwaarts langs de Waddeneilanden tot aan de mond van de Eems doet zich ook de invloed gelden van de zich continu wijzigende ligging van deze kust ten opzichte van het Noordzeebekken, dat zich daar tot in de Duitse Bocht verbreedt.

Daar de uitgebreidheid van het waarnemingsmateriaal voor de verschillende kuststations nogal uiteenloopt, is deze samenhang van de overschrijdingslijnen een welkome steun om toch voor alle plaatsen langs de kust betrouwbare overschrijdingskrommen te kunnen bepalen.

Voor de overschrijdingslijnen van de plaatsen aan de zeearmen en in het Waddengebied zijn er nog enige bijkomende aspecten. De wijze van voortplanting en de hoogte van de hoogwaterstand in deze gebieden is niet alleen afhankelijk van het getij in de monden van de zeearmen, maar ook van de figuratie van deze gebieden, nl. diepte en uitgebreidheid van de geulen en van de omvang van het banken- of platengebied en de hoogteligging. Voor de rivieren heeft voorts de grootte van de afvoer, die aan voortdurende wisselingen onderhevig is, enige invloed op de vorm van de overschrijdingslijnen. Van betekenis is daarbij, dat bij de hogere waterstanden, zoals die bij de stormvloeden optreden, de figuratie van het gebied belangrijk verandert. De profielen van de geulen zijn veel groter, terwijl de diepte op de banken en platen van het gebied zo groot kan worden, dat over de platen een belangrijke stroming kan voorkomen ten opzichte van die in de geulen. Ook kan het voorkomen, dat gebieden, die bij normaal getij niet onder water lopen, bij stormvloed overstroomd. Ten gevolge hiervan zullen snelheden, weerstandskrachten en traagheidskrachten vrij ingrijpend veranderen, naarmate de stormvloed hogere eindwaarden bereikt. De belangrijkste additieve invloed bij zwaardere stormen betreft echter wel de toenemende betekenis van de opwaaiing op de zeearmen.

Uit het voorgaande volgt, dat de overschrijdingslijnen voor een bepaalde zeearm een sterk analoog verloop hebben, doch voor plaatsen aan verschillende zeearmen van elkaar afwijken.

Alle overschrijdingslijnen vertonen steeds een monotone stijging, beginnend bij gemiddeld H.W., tot in het gebied der hoge stormvloeden. Van H.W. tot aan het grenspeil (zie 3.2) zijn de lijnen volkomen bepaald door de waarnemingspunten. Voor hogere peilen liggen de punten meer en meer verspreid. Voorbij de hoogste standen zijn de overschrijdingslijnen geëxtrapoleerd volgens overwegingen, die nader worden behandeld.

Belangrijk voor de bepaling van de overschrijdingslijnen is de stormvloed 1953. Dit is niet alleen de hoogst voorgekomen stormvloed in de waarnemingsperiode, maar ook in de laatste 150 jaar. Toch is het onjuist te beweren, dat de overschrijdingsfrequentie van deze stormvloed  $1/150$  bedraagt.

Ook zal de overschrijdingsfrequentie van het voorkomen van de topstanden van deze stormvloed voor de verschillende plaatsen langs de kust verschillend zijn, afhankelijk van hun ligging ten opzichte van het voorgekomen stormveld en van de fase van het getij ter plaatse. In het verloop van deze frequenties langs de kust moet echter een zekere continuïteit optreden. Door onderlinge vergelijking is het mogelijk gebleken, een inzicht te verkrijgen in de grootte van deze frequenties. De 1953-standen zijn dan ook op indirecte wijze van grote betekenis geweest voor de extrapolatie van de overschrijdingskrommen. Zij hebben de betrouwbaarheid daarvan verhoogd.

<sup>1)</sup> Zie de Bijdragen I en II.1.

De stormvloed 1953 heeft voor het noordelijke kustgebied – Waddenkust en Eemsmonding – geen hoge stormvloedstanden veroorzaakt. Hier konden de standen van 1953 dus geen dienst doen als hulpmiddel bij de extrapolatie van de overschrijdingskrommen. In verband hiermede werd getracht de vraag te beantwoorden, welke stormvloedstanden op de Waddenzee en in de Eemsmond zouden optreden, indien daar een stormvloed voorkomt met analoge overschrijdingsfrequenties als de stormvloed 1953 voor de kust van het zuidwestelijke deltagebied had.

## 2.2 Het beschouwde materiaal

Er is verschil in de wijze van afleiding der lijnen beneden het grenspeil met die boven het grenspeil. Beneden het grenspeil zijn voor het tijdvak 1901–1950 de overschrijdingsfrequenties van het hoogwater bepaald voor de ronde decimeterwaarden.

Tabel 2.2.1 vermeldt de gegevens, op grond waarvan de lijnen beneden het grenspeil zijn samengesteld.

Tabel 2.2.1  
Gegevens, waarop de constructie der overschrijdingslijnen beneden het grenspeil berust

Waarnemingsstation	Tijdvak overschrijdings- frequentie H.W.	Met betrekkinglijnen afgeleid uit de in kolom 1 genoemde stations
1	2	3
Vlissingen . . . . .	1901–1950	Terneuzen, Hansweert, Bath Bergen op Zoom
Wemeldinge . . . . .	1901–1950	
Zierikzee . . . . .	1901–1950	Burghsluis
Brouwershaven . . . . .	1901–1950	Repart, Bruinisse, Steenbergse Sas Moerdijk
Willemstad . . . . .	1901–1950	
Hellevoetsluis . . . . .	1901–1950	Maassluis, Vlaardingen, Rotterdam Scheveningen, Katwijk
Hoek van Holland . . . . .	1901–1950	
IJmuiden . . . . .	1901–1950	Zoutkamp, Nieuwe Statenzijl
Den Helder . . . . .	zie 7.0	
Terschelling . . . . .		
Harlingen . . . . .		
Delfzijl . . . . .	1901–1950	

Voor de constructie der overschrijdingslijnen boven het grenspeil zijn alle stormvloeden als punten in de diagrammen getekend. De perioden zijn van ongelijke duur, variërend van 50 tot 90 jaar.

Met behulp van de betrekkinglijnen zijn toegevoegd Bath, Vlaardingen, Maassluis en Rotterdam en door evenwijdige verschuiving van de lijn van het meest zeewaarts gelegen station de lijnen voor Mond Westerschelde, Mond Oosterschelde, Mond Grevelingen en Mond Haringvliet. Deze verschoven lijnen zijn getekend door het grenspeil in de Mond van de zeearmen, waarvan de plaats is bepaald met behulp van verhanglijnen voor de as van de betreffende zeearm.

Voor de stations in de westelijke Waddenzee, die de invloed van de afsluiting der Zuiderzee hebben ondergaan en waarvan dus te weinig gegevens beschikbaar waren, zijn de overschrijdingslijnen bepaald volgens de methode, die in 7.0 wordt behandeld. Daarbij is van mede van de twee belangrijke stormvloeden van december 1954 gebruik gemaakt.

## 2.3 Algemene opmerkingen over de bewerking van het materiaal

- a. De hoogten van de stormvloeden van vóór 1900 zijn gecorrigeerd voor relatieve *bodemdaling*. Voor deze bodemdaling is aangehouden de stijging der tienjarige gemiddelden van hoogwater. Met dat bedrag zijn de hoogten van de oudere stormvloeden verhoogd alvorens in de overschrijdingsgrafiek te zijn verwerkt.

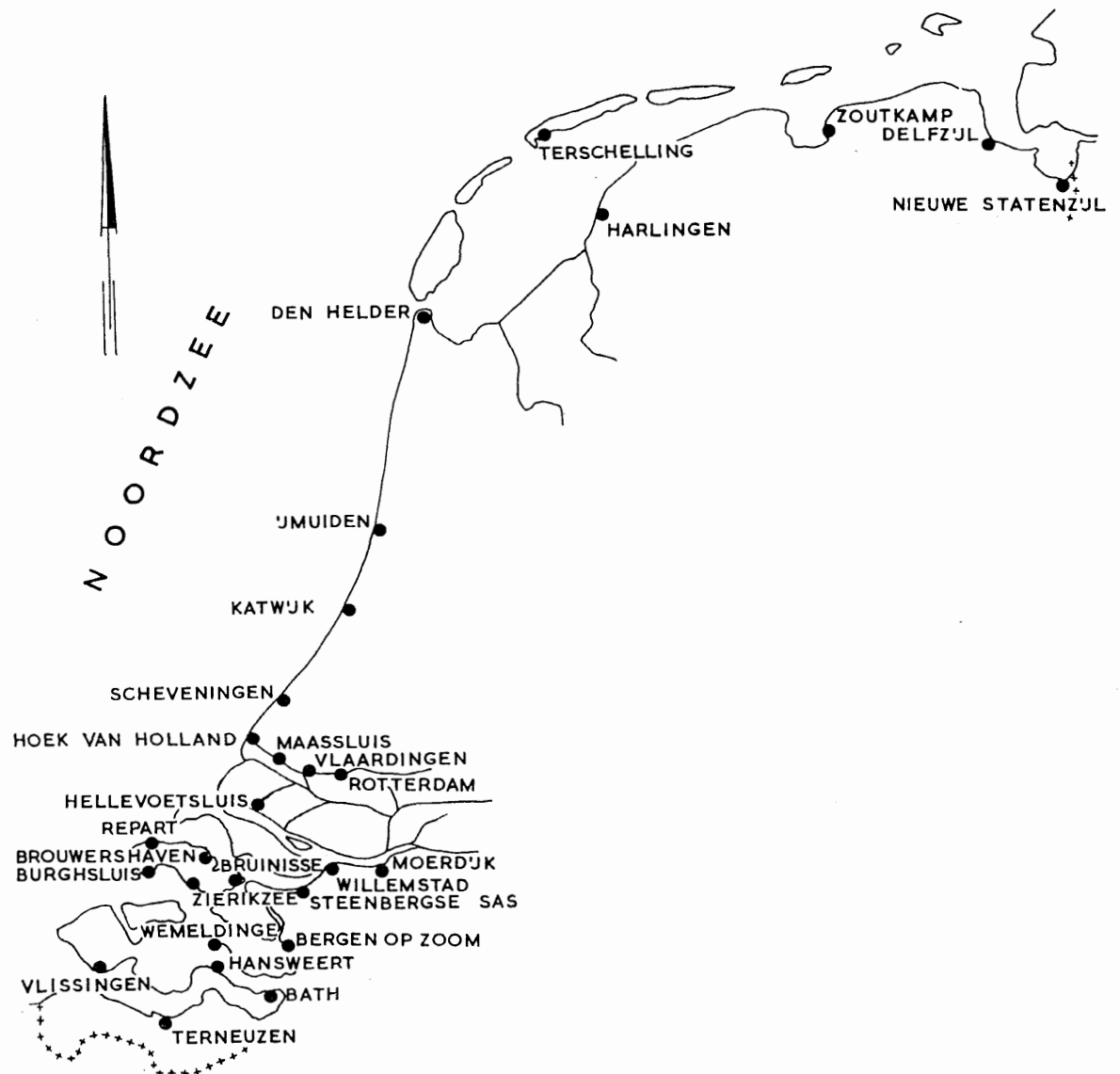
- b. In de Zeeuwse wateren is het aandeel van de *astronomische variatie in H.W.*, o.a. het verschil in hoogte van het H.W. bij springtij en bij doortij, voor de hogere stormvloeden aanzienlijk groter dan elders in Nederland. Om een meer homogene bewerking van het materiaal te verkrijgen, zijn de stormvloeden van de stations van de Belgische grens tot en met het Haringvliet herleid tot gemiddeld H.W.

### 3.0 DE SAMENGESTELDE OVERSCHRIJDINGSLIJNEN

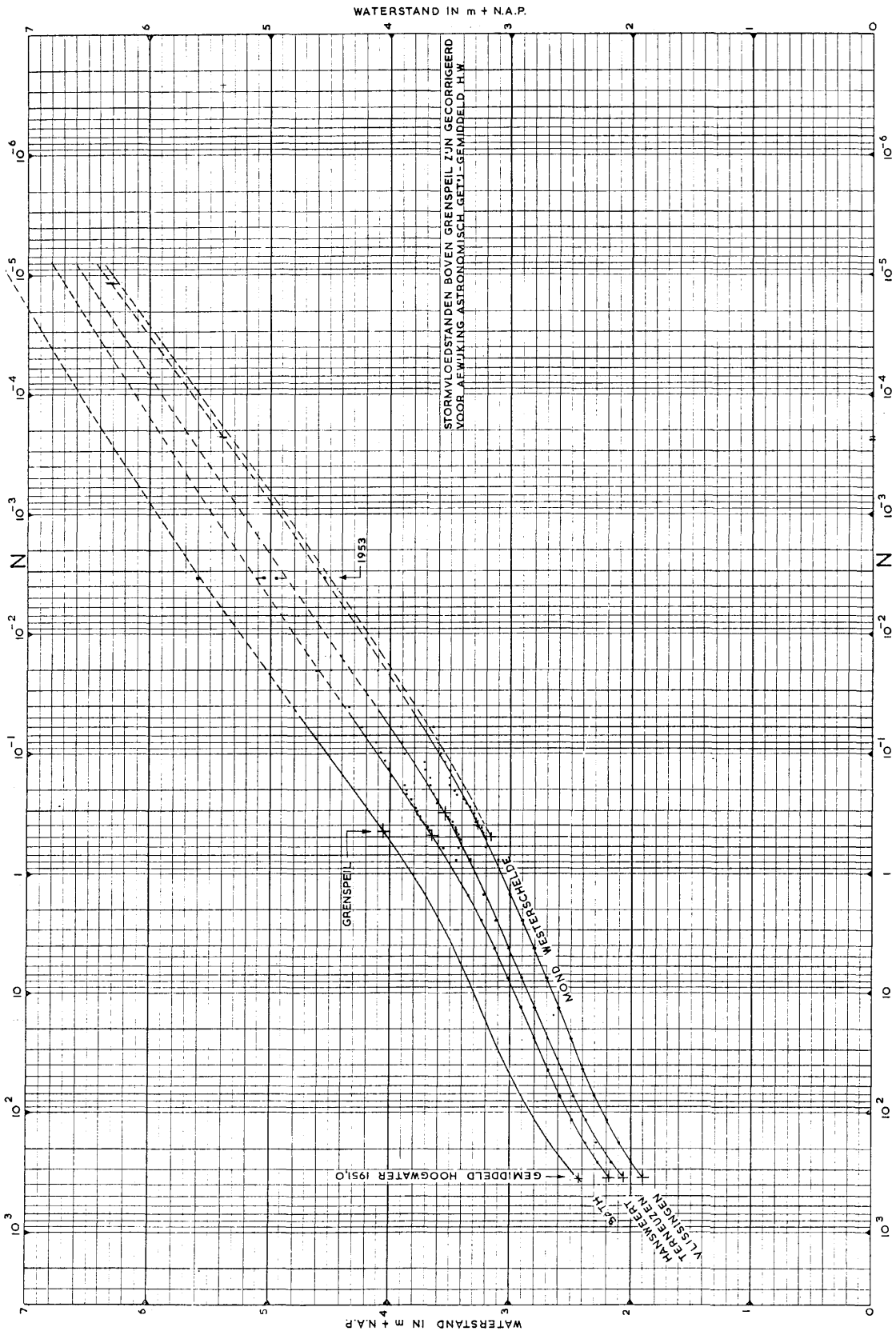
#### 3.1 Overzicht der overschrijdingslijnen

De in totaal 33 samengestelde overschrijdingslijnen hebben betrekking op de in figuur 3.1.1. aangegeven waarnemingsstations en de mondingen van 5 zeearmen. Ze zijn samengenomen in acht groepen (figuren 3.1.2 tm 3.1.9).

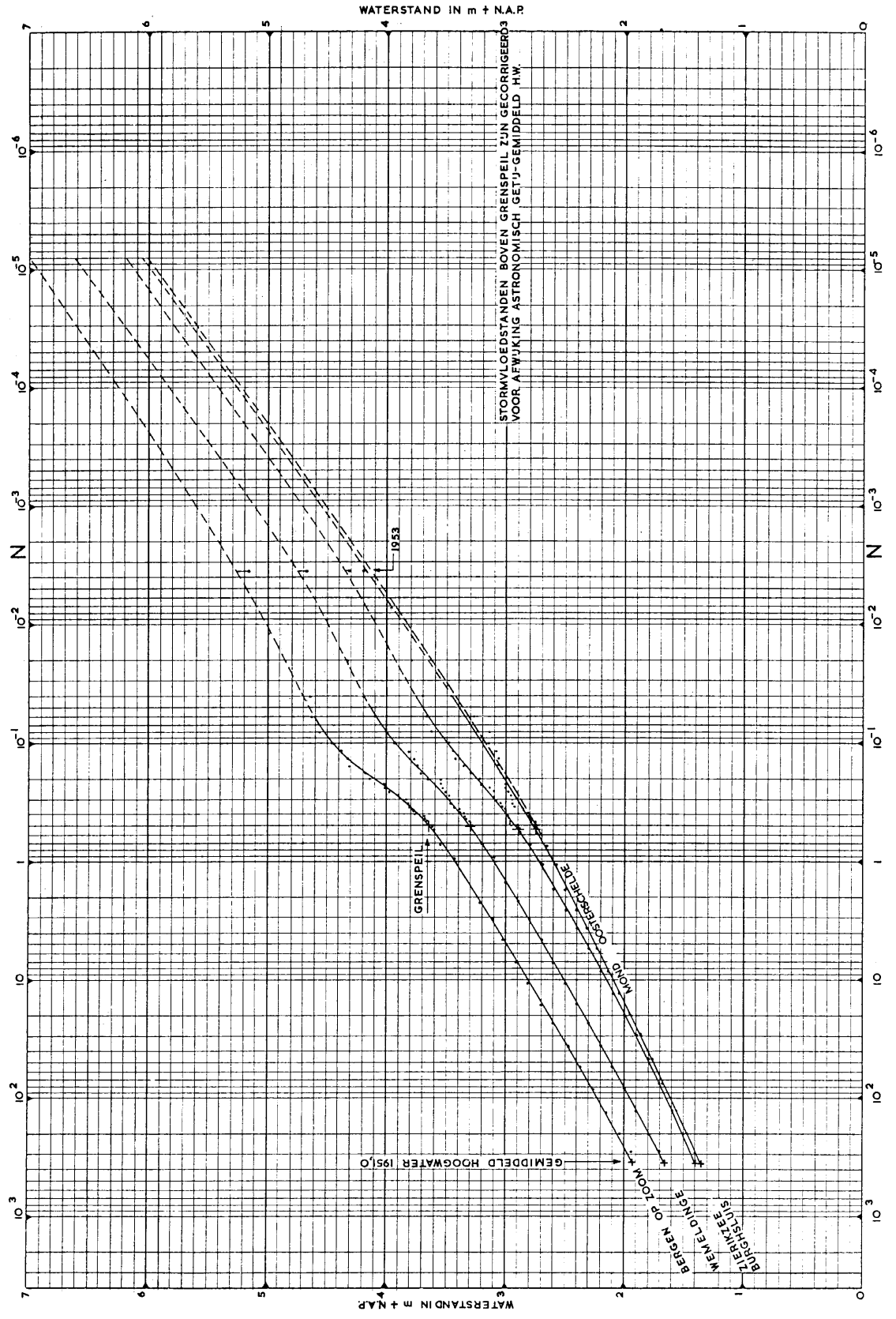
De lijnen zijn in deze groepen samengenomen in verband met de onderlinge samenhang der lijnen. Een bespreking vindt plaats naar verschillende gezichtspunten.



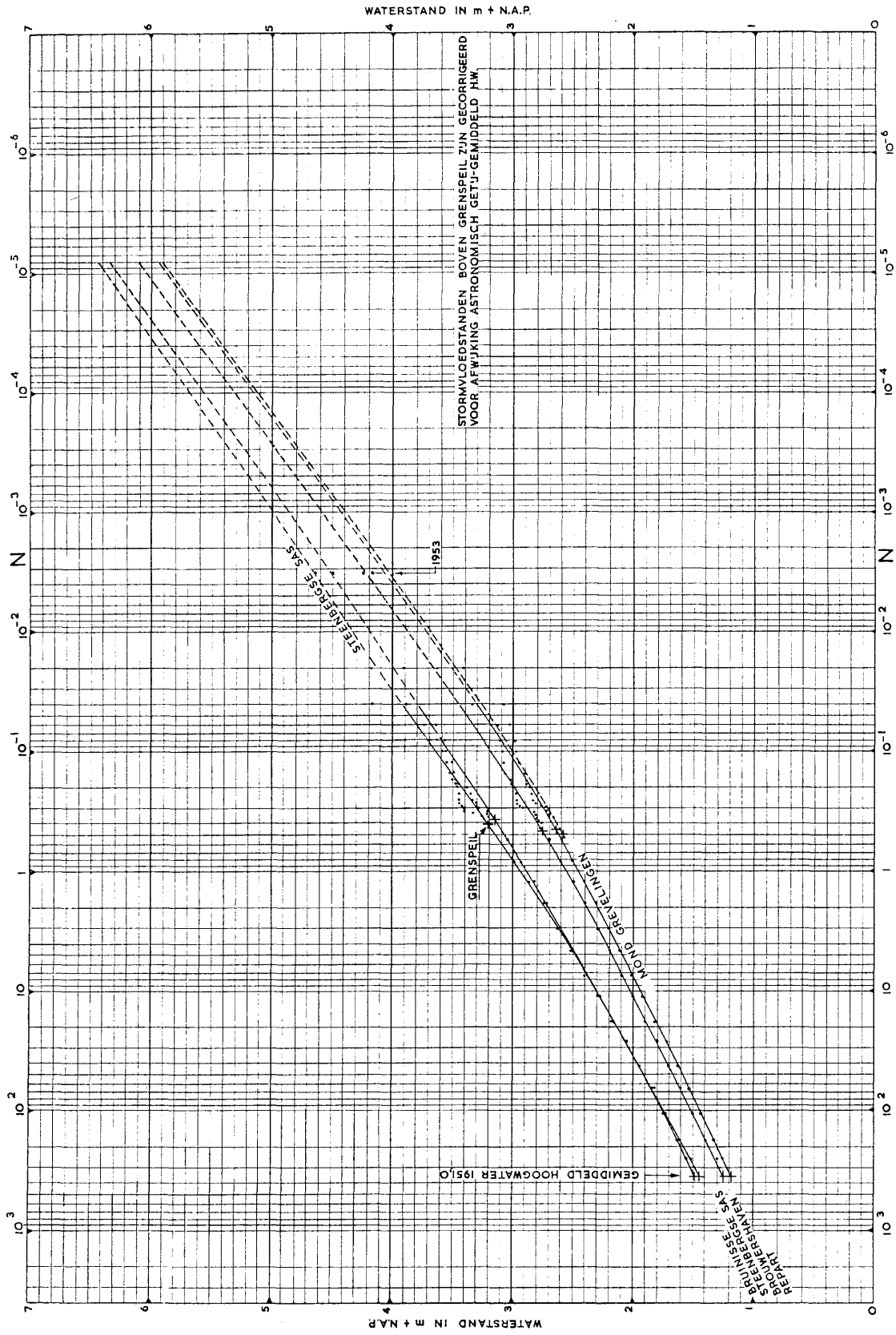
Figuur 3.1.1. Waarnemingsstations, waarop de overschrijdingslijnen betrekking hebben



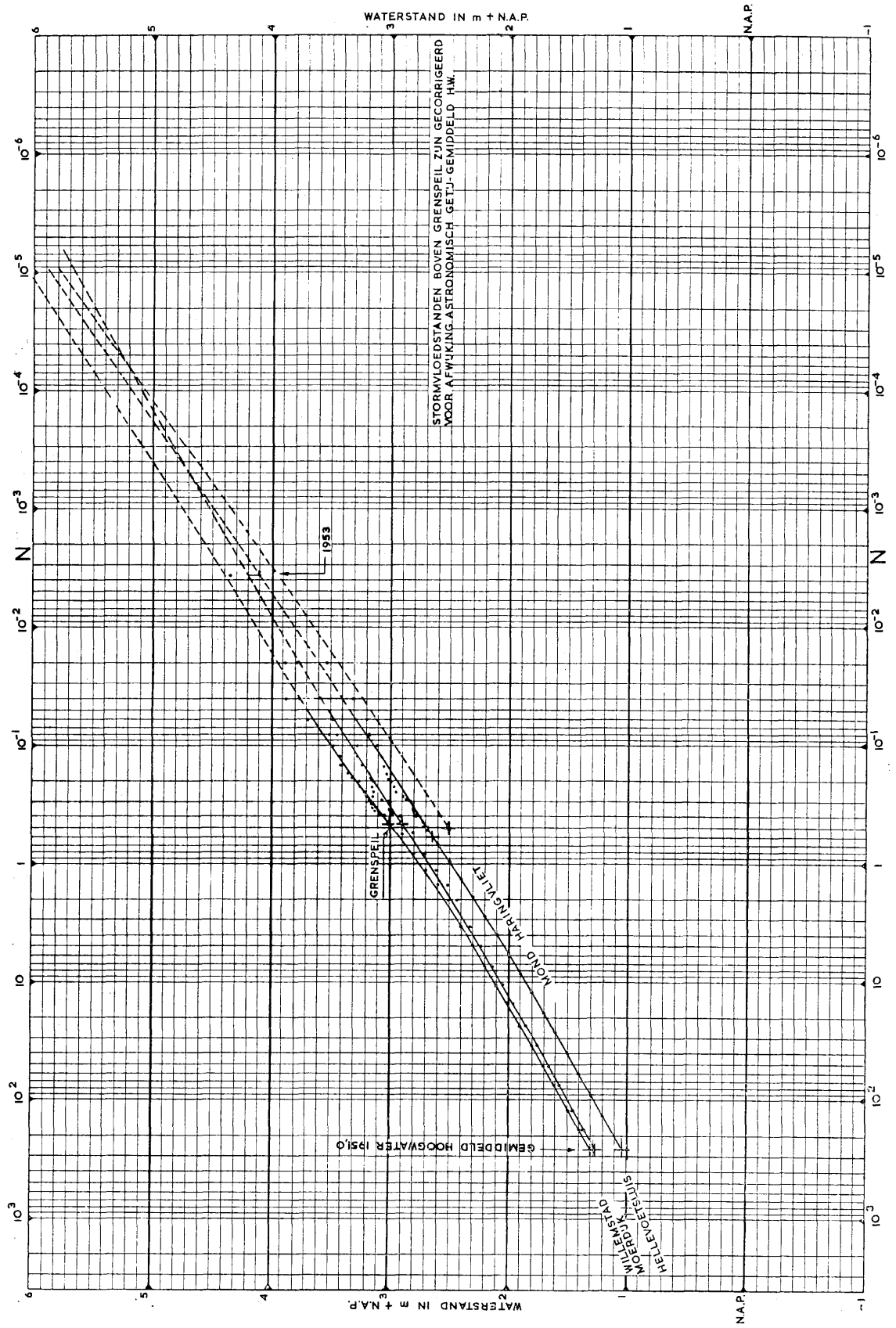
Figuur 3.1.2. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901-1950 langs de *Westerschelde*: Mond, Vlissingen, Terneuzen, Hansweert, Bath



Figuur 3.1.3. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901-1950 langs de Oosterschelde: Mond, Burghluis, Zierikzee, Wemeldinge, Bergen op Zoom

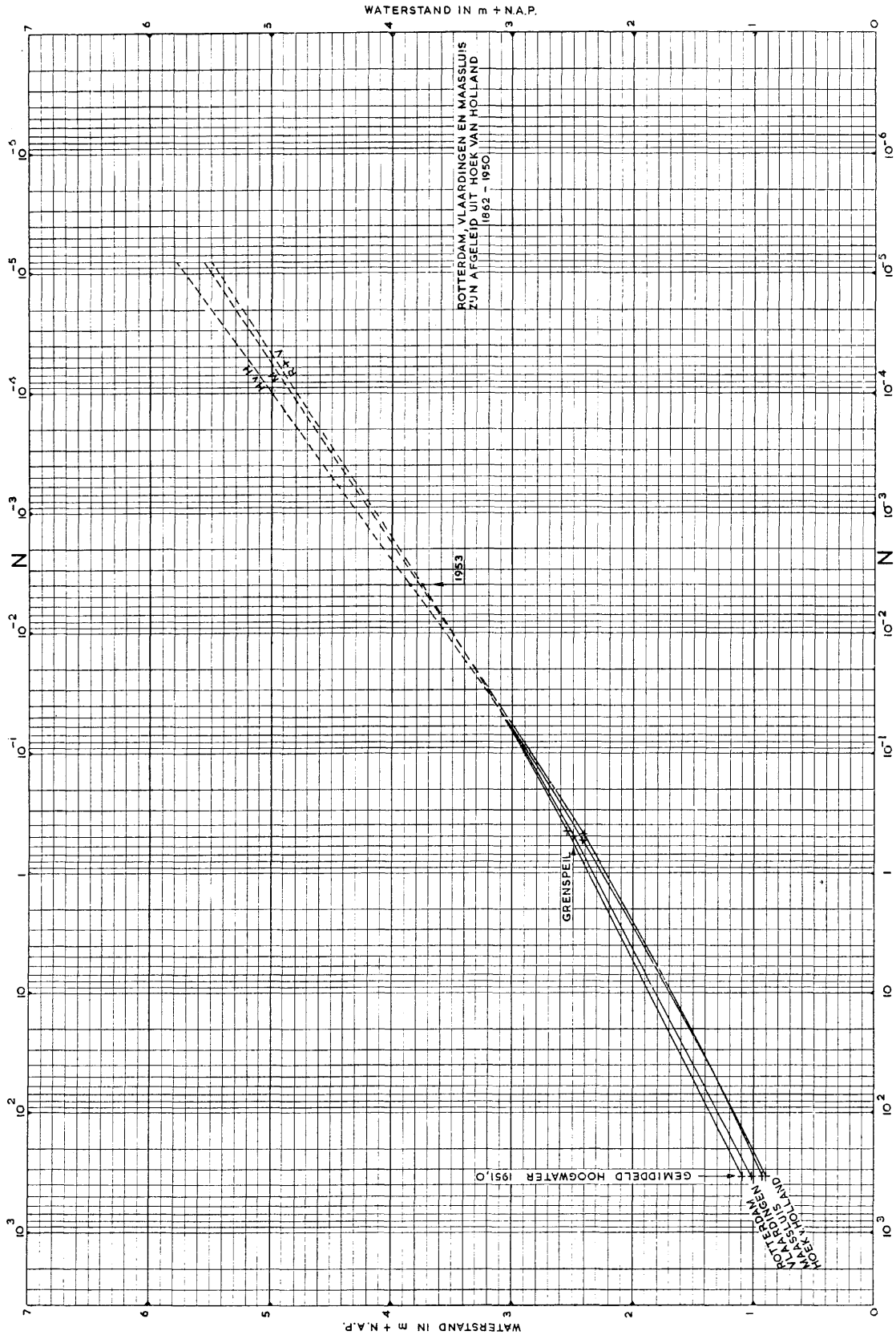


Figuur 3.1.4. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901-1950 langs de Grevelingen: Mond, Repart, Brouwershaven, Steenbergse Sas, Bruinisse

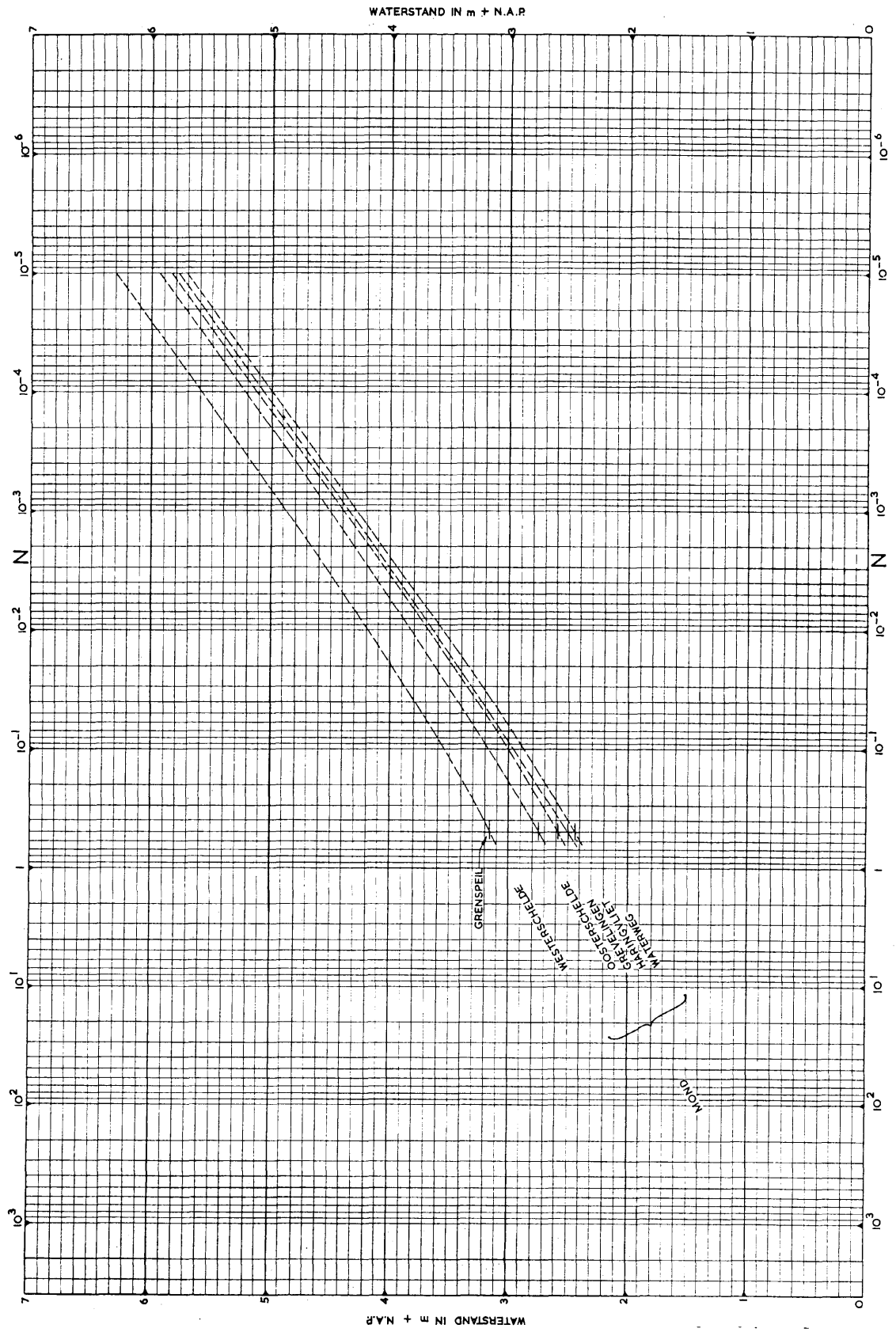


Figuur 3.1.5. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901-1950 langs *Haringvliet* en *Hollands Diep*: Moerdijk, Hellevoetsluis, Moerdijk, Willemstad

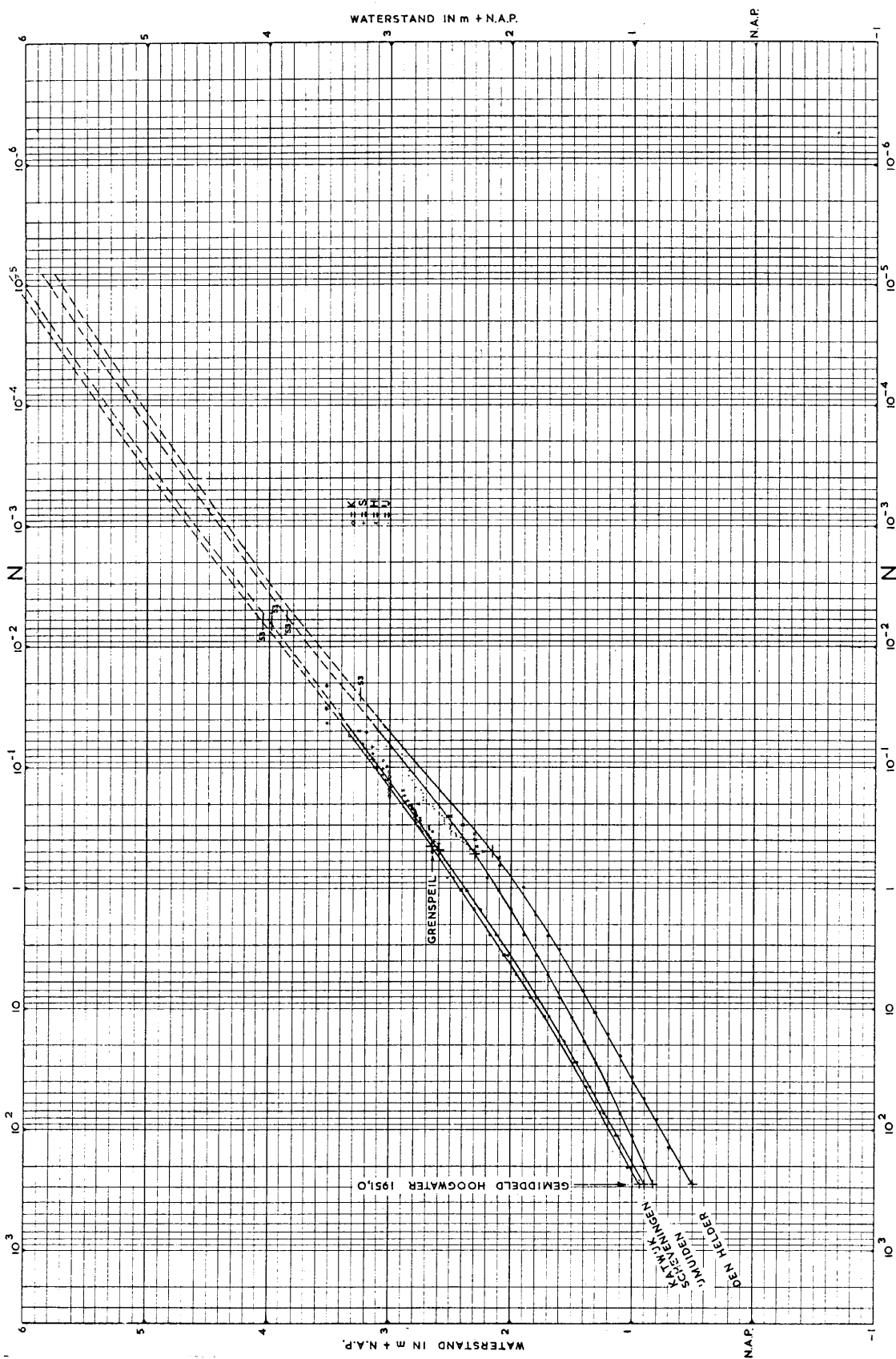




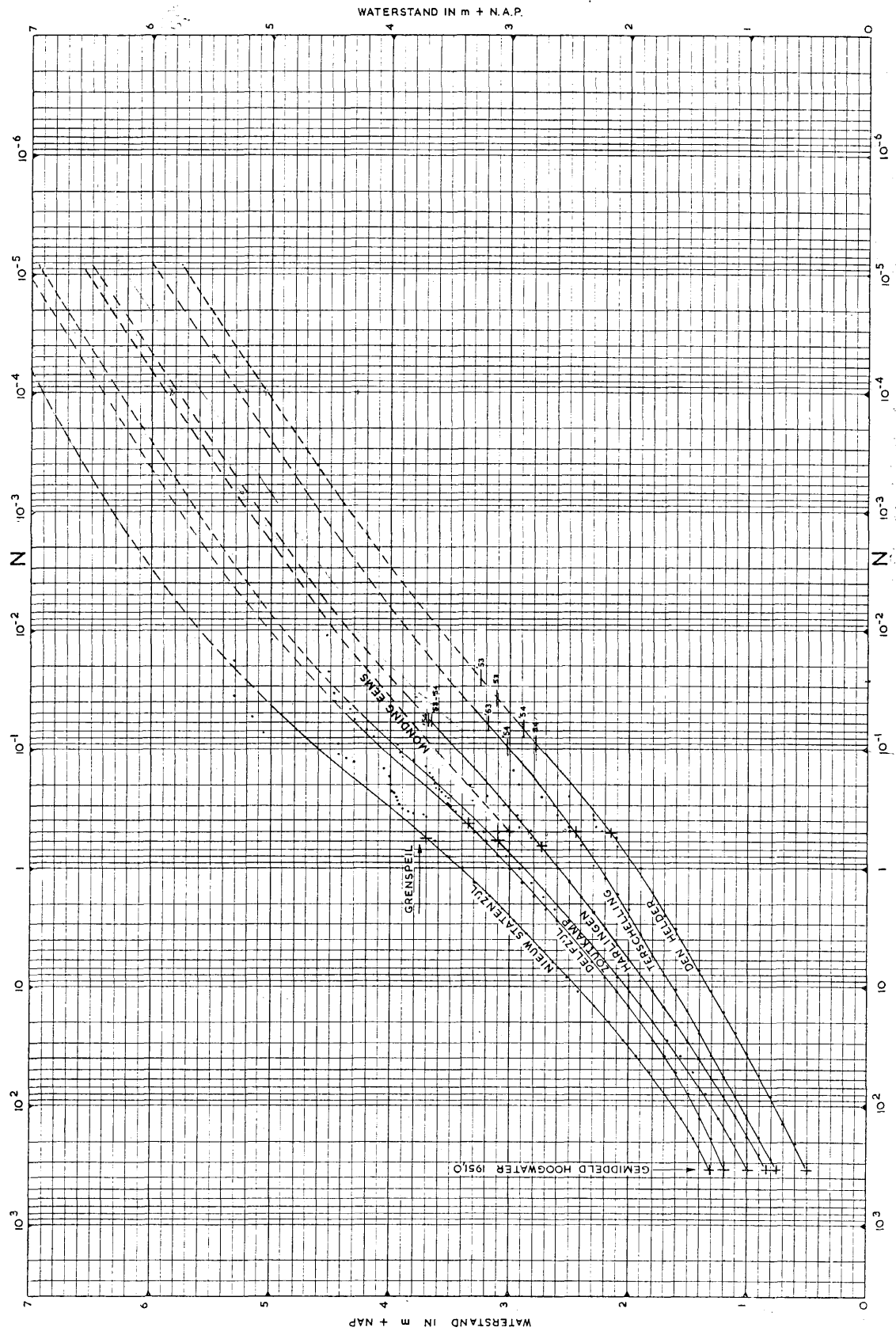
Figuur 3.1.6. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1862-1950 langs de Rotterdamse Waterweg: Hoek van Holland, Maassluis, Vlaardingen, Rotterdam



Figuur 3.1.7. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden langs de Noordzeekust I: Mond Westerschelde, Mond Oosterschelde, Mond Grevelingen, Mond Haringvliet, Hoek van Holland



Figuur 3.1.8. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden langs de Noordzeekust II: Schevevingen, Katwijk, IJmuiden, Den Helder



Figuur 3.1.9. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1862-1950 in het Waddengebied: Den Helder, Terschelling, Harlingen, Zoutkamp, Mond Eems, Delfzijl, Nieuwe Statenzijl

### 3.2 Algemene opmerkingen over de overschrijdingslijnen

- a. In de figuren is gemiddeld *H.W. 1951.0* aangegeven. Dit is de hoogte van H.W. op het moment 1 januari 1951, afgelezen op een kromme van het gemiddeld H.W., welke is getekend door de jaargemiddelden van H.W., van een voorafgaand meerjarig tijdvak.
- b. Voorts is aangegeven het *grenspeil*. Bij definitie is dit het peil, dat 0,5 maal per jaar wordt overschreden. Alleen de hogere hoogwaters worden stormvloed genoemd. De betreffende punten liggen niet alle nauwkeurig op de lijn  $N = 0,5$ . Dit komt, doordat de waarden van het grenspeil zijn afgerond op 5 cm en kleine afwijkingen vooralsnog geen aanleiding gaven om de als zodanig vastgestelde peilen te herzien.
- c. *De gebruikte waarnemingspunten* zijn in het algemeen in de diagrammen vermeld: beneden het grenspeil de overschrijdingsfrequentie voor hoogten, die onderling een dm verschillen, boven het grenspeil de individuele stormvloeden.
- d. Langs de abscis der grafieken is vermeld het getal  $\bar{N}$ , zijnde het gemiddelde aantal overschrijdingen per jaar. Een gemiddelde overschrijdingsfrequentie  $\bar{N}$  komt overeen met een overschrijdingskans  $1 - e^{-\bar{N}}$  (Poisson), zie [5]<sup>1)</sup>. Voor waarden van  $\bar{N}$ , kleiner dan 0,1 komt dit vrijwel overeen met  $\bar{N}$ . Dit betekent, dat men kan zeggen, dat (bij benadering) geldt, dat een overschrijdingsfrequentie, gelijk aan  $\bar{N}/100$ ,  $\bar{N}$  % kans van voorkomen heeft. In deze zin wordt in deze bijdrage gesproken van bijvoorbeeld 15% kans per eeuw e.d.
- e. In de hierna te behandelen diagrammen komen, behalve voor de stations, waarvoor waarnemingen beschikbaar zijn, ook overschrijdingslijnen voor de monding der zeearmen voor. Plaats en helling dezer lijnen zijn gevonden door voor elke zeearm lijnen van gelijke overschrijdingsfrequentie op te stellen en deze zeewaarts te extrapoleren tot aan het snijpunt van de zeearmen met de lijn van de kust.

### 4.0 HET KARAKTERISTIEKE BELOOP VAN DE OVERSCHRIJDINGSLIJNEN AAN DE VRIJE KUST

Voor de constructie van de overschrijdingslijnen is er van de lagere vloed, vanwege de rustige zomermaanden en vanwege de vele rustige dagen in herfst- en wintermaanden, een grote overmaat.

Wordt uitsluitend gebruik gemaakt van de hoogwaterstanden in de wintermaanden, bijvoorbeeld november, december, januari en februari, dan worden de aantallen in de lage zone in de verhouding 12 tot 4 verminderd, doch in de hoge zone is dat niet het geval. Hierdoor wordt het verloop van laag tot hoog meer gestrekt en steiler. In [5] werd er voorts op gewezen, dat als men bij elke stormvloed slechts het hoogste hoogwater neemt en men laat de eveneens hoge voorafgaande of volgende vloed buiten beschouwing, de overschrijdingslijn in de lagere zone steiler wordt en meer conform aan de steilheid van de lijn der hogere stormvloeden.

De waarnemingen, met behulp waarvan de overschrijdingslijn wordt opgebouwd, moeten voldoen aan de volgende voorwaarden:

- a. Zij moeten „homogeen” zijn, d.w.z. afwijkingen, die de H.W.-standen van hun astronomische waarden verkrijgen, moeten alleen veroorzaakt worden door éénvoudig en éénvormig geclassificeerde meteorologische omstandigheden.
- b. Zij moeten onderling onafhankelijk zijn.

Een selectie, die aan de voorwaarden a en b voldoet, is uitgewerkt door het Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut in samenwerking met het Mathematisch Centrum <sup>2)</sup>.

De met behulp van het geselecteerde waarnemingsmateriaal gevonden overschrijdingslijn bleek aanmerkelijk steiler te lopen dan die, welke uit alle waarnemingen werd bepaald, nl. ongeveer 30%. Voorts bleek deze lijn over een groter bereik recht te zijn.

<sup>1)</sup> Zie ook Bijdrage III.3.

<sup>2)</sup> Zie de Bijdragen I en II.1.

Het is evident, dat de statistische wetmatigheid in het optreden van de stormvloed en meer wordt gekarakteriseerd door deze steilere lijn dan door de vlakkere, bepaald uit alle hoogwaterstanden. Voorts geeft dit onderzoek een sterke steun aan de geldigheid van de min of meer rechtlijnige extrapolatie van de overschrijdingslijn. Hierbij moet echter rekening worden gehouden met de eis, dat de extrapolatie aan beide typen overschrijdingslijnen (nl. zowel aan die van de totale populatie, als aan die van de geselecteerde populatie) soepel moet aansluiten. Deze eis heeft geleid tot een extrapolatie als thans wordt toegepast in deze bijdrage. De extrapolatie is hierdoor gekenmerkt, dat de opwaartse buiging van de overschrijdingslijn, die door de volledige serie waarnemingspunten is getrokken, is voortgezet tot de zone van de hoogst waargenomen hoogwaterstanden en daar de steilheid benadert, die werd aangegeven door de lijn van de geselecteerde populatie.

De overschrijdingslijnen van alle stations, aan of nabij de kust gelegen, zijn getekend en geëxtrapoleerd op analoge wijze, zodat, langs de kust genomen, een logisch samenhangend systeem van lijnen werd verkregen, waarop in de volgende paragraaf nog nader wordt teruggekomen.

De lijnen voor de mondingen van de zeearmen, bepaald volgens de methode, als aangegeven in 3.2 onder e, moeten ook onderling aansluiten in de lijn van de kust. De op deze wijze bepaalde lijnen voor de vijf mondingen van de zeearmen in het zuidwesten zijn tezamen aangegeven in figuur 3.1.7, waarbij onderlinge overeenstemming blijkt. Op het onderlinge verband met de overschrijdingslijnen in de zeearm wordt in 6.2 en 6.5 nog nader teruggekomen.

## 5.0 DE STEILHEID DER OVERSCHRIJDINGSLIJNEN IN DE OMGEVING VAN HET GRENSPEIL

Zoals in 2.1 reeds is gezegd, werd een goede samenhang gevonden tussen de overschrijdingslijnen langs de kustlijn van zuid naar noord gaande. Om deze samenhang nog beter te doen uitkomen, dient te worden geabstraheerd van de hoogteverschillen als gevolg van de astronomische getijden. Dit geschiedt door alle overschrijdingslijnen bij het grenspeil op elkaar te leggen, hetgeen in figuur 5.0.1 is weergegeven. Duidelijk blijkt uit deze figuur de regelmaat in het verloop der steilheid langs de kust, die van zuid naar noord geleidelijk toeneemt.

Bij de omgeving van het grenspeil zelf is de steilheid nog volkomen bepaald door de ligging der waarnemingspunten. Meet men in de figuren 3.1.2 tot 3.1.9 het hoogteverschil op tussen  $N = 1$  en  $N = 10^{-1}$ , dit is de decimeringshoogte <sup>1)</sup>, en zet men deze waarden grafisch uit, dan worden de punten van figuur 5.0.2 gevonden. In de zeearmen hebben de onderste punten betrekking op de overschrijdingslijnen in het hart der zeegaten.

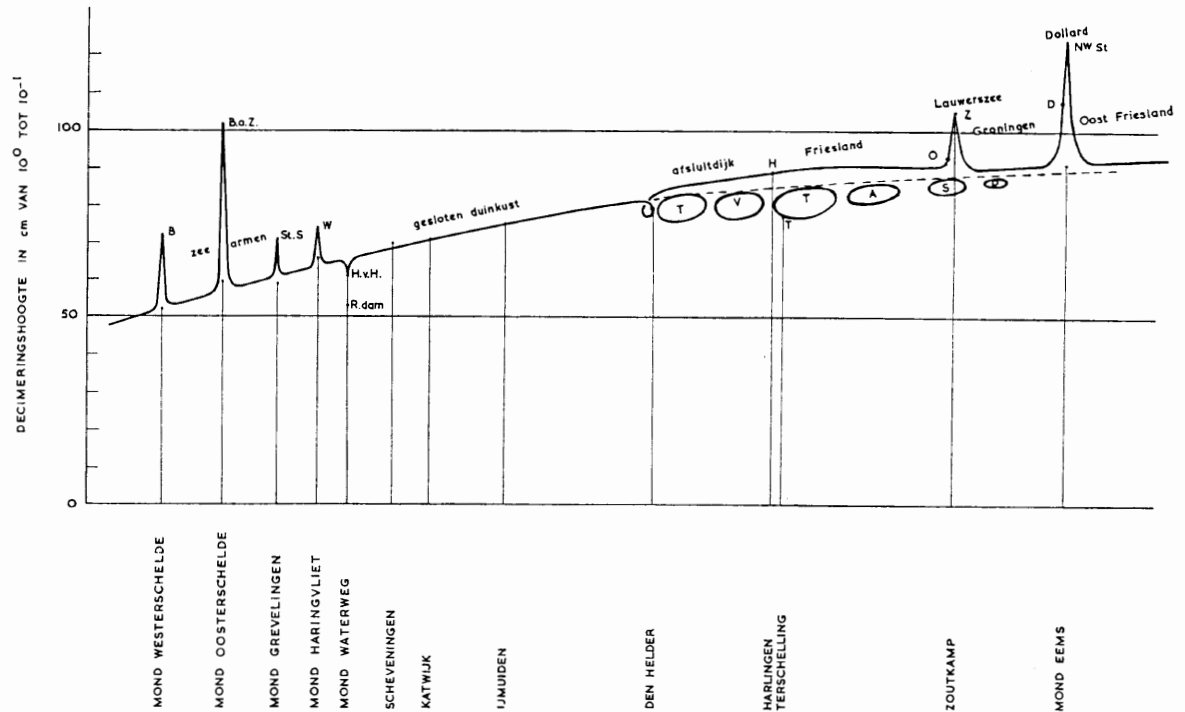
Door de gevonden punten zijn de volgende gestyleerde lijnen getrokken:

1. Voor de gesloten duinkust een rechte lijn, langzaam olopend in noordelijke richting.
2. Door de punten van het zuidwesten, aangevende de steilheid der overschrijdingslijnen in het hart der zeegaten, een lijn, die naar de Westerschelde toe nog wat sterker naar beneden loopt. Naar zich laat aanzien, is dit een gevolg van de afzuigende werking van het Kanaal <sup>2)</sup>.
3. De lijn voor de gesloten duinkust kan flauw gebogen als geblokte lijn doorgetrokken worden naar het punt voor de Eemsmond, waarbij verondersteld is, dat de duinkust der Waddeneilanden in deze geblokte lijn is gelegen.
4. Voor de waddenzijde der eilanden geeft Terschelling een waarde. Deze waarde is kleiner dan die, welke wordt aangegeven door de geblokte lijn voor de buitenzijde der eilanden. Dit is aldus verklaarbaar: voor noordwestelijke stormen liggen de Waddeneilanden boven de wind en hebben dus een relatieve afwaaiing.
5. Door dezelfde oorzaak hebben de stations aan de zuidoostelijke oever van de Waddenzee een additionele opwaaiing. Vandaar een grotere steilheid der overschrijdingslijnen. De figuur geeft grond voor het vermoeden, dat daardoor de steilheid te Harlingen groter is dan de steilheid aan de buitenzijde der eilanden. Dit houdt in, dat de additionele opwaaiing op de Waddenzee groter is dan het verlies, dat ontstaat doordat de zeegaten te nauw zijn om het gehele bekken te vullen.

<sup>1)</sup> Zie ook Bijdrage II.1.

<sup>2)</sup> Zie Bijdrage III.1.





Figuur 5.0.2. De steilheid van de overschrijdingslijnen in de omgeving van het grenspeil

6. Lauwerszee en Dollard takken van de lijn langs de vaste kust opwaarts af op een wijze als overeenkomt met de aftakking opwaarts van de zeearmen in het zuidwesten.

De hier naar voren gebrachte samenhang voor wat betreft de steilheid der overschrijdingslijnen in de omgeving van het grenspeil ondersteunt het totaalbeeld der overschrijdingslijnen. Het is niet mogelijk de overschrijdingslijn boven het grenspeil voor een enkel station ingrijpend te wijzigen zonder ook alle overschrijdingslijnen in diezelfde zin te wijzigen.

## 6.0 EXTRAPOLATIE VAN DE OVERSCHRIJDINGSLIJNEN BOVEN HET GRENSPEIL

### 6.1 Het verloop van de overschrijdingsfrequenties van de stormvloed 1953 langs de kust

De stormvloed 1953 is van belangrijke betekenis geweest voor de bepaling van de vorm van de overschrijdingskrommen. Het is namelijk duidelijk, dat de ligging van de corresponderende punten voor 1953 op de overschrijdingslijnen een min of meer samenhangend beeld zal moeten geven.

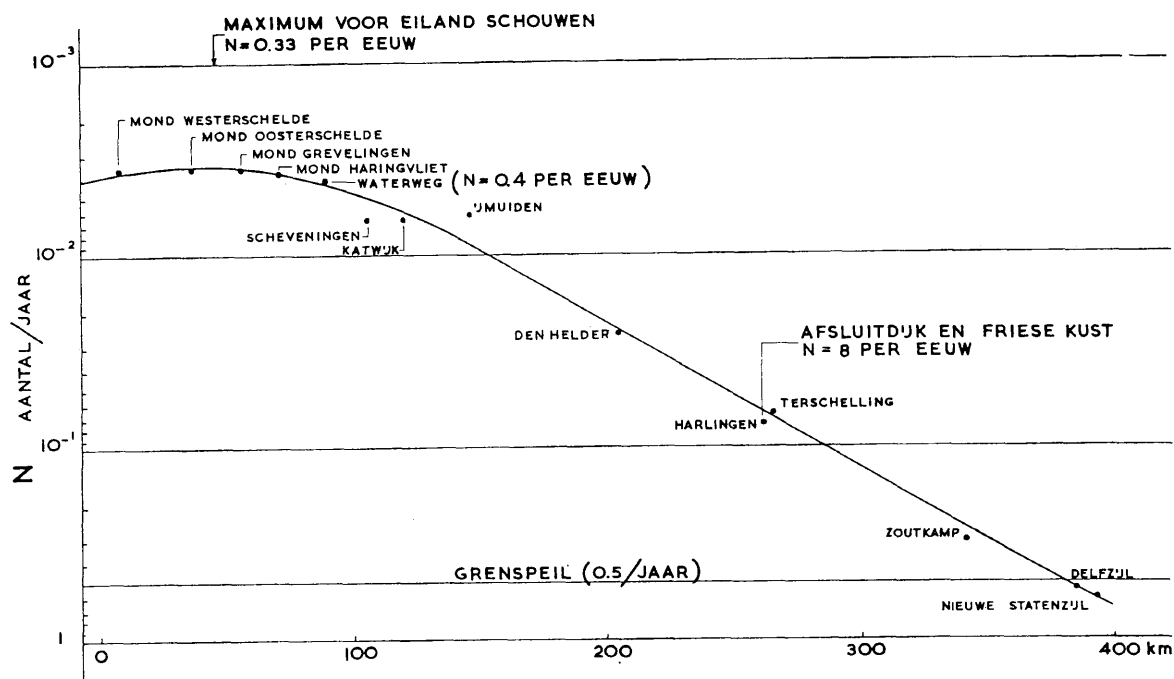
Er is als volgt te werk gegaan. De hoogten, die zijn waargenomen bij de stormvloed 1953 voor verschillende plaatsen langs de kust, zijn aangegeven op de desbetreffende geëxtrapolerde overschrijdingslijnen, bepaald volgens de gegevens uit de waarnemingsperiode tot 1950. Daarna werd nagegaan in hoeverre de hieruit volgende overschrijdingsfrequenties voor 1953 gelijkmatig en continu verliepen. Op grond van de eventuele afwijkingen werden de extrapolaties gewijzigd tot dit verloop gelijkmatig en continu was.

Leest men ten slotte de respectieve overschrijdingsfrequenties van deze stormvloed af voor de meest zeewaarts gelegen peilschalen en zet men die grafisch uit op een lengteprofiel van de kust, dan wordt figuur 6.1.1 verkregen.

Men ziet uit deze figuur het volgende:

1. De spreiding der afzonderlijke punten is niet groot.
2. De door de punten getrokken gemiddelde lijn heeft een gelijkmatig continu verloop.





Figuur 6.1.1. De overschrijdingsfrequentie van de stormvloed 1953 langs de kust

3. Er is een uitgesproken top ongeveer voor de kop van Schouwen. Dit is in overeenstemming met de ervaring, dat de ramp het eiland Schouwen-Duiveland het zwaarst getroffen heeft. De kans van voorkomen is daar 0,0033 of ongeveer 33% per eeuw.
4. De overschrijdingsfrequentie voor Hoek van Holland kan gesteld worden op 0,004 of 40% kans per eeuw.
5. In noordelijke richting neemt de overschrijdingsfrequentie geleidelijk toe. Zij is te Den Helder reeds 2 keer per 100 jaar. Voor Terschelling, dat meer aan de waddenzijde van het eiland is gelegen, is de overschrijdingsfrequentie 0,05. Dat wil zeggen 5 keer per 100 jaar is een stormvloed te verwachten, die in dit gebied dezelfde hoogte bereikt als de stormvloed van 1 februari 1953, of deze waarde overschrijdt <sup>1)</sup>.
6. De overschrijdingsfrequentie loopt verder naar het noordoosten regelmatig op en passeert nabij de Eemsmond de lijn voor het grenspeil. In Delfzijl is er dan ook geen sprake meer van een stormvloed.

## 6.2 Het verloop van de overschrijdingslijnen langs de zeearmen in landwaartse richting

Vergelijkt men de figuren 3.1.2, 3.1.3 en 3.1.4 dan blijkt, dat er tussen de overschrijdingslijnen van de zeearmen een zekere regelmaat bestaat, in die zin, dat de overschrijdingslijnen der meer binnewaarts gelegen achtereenvolgende stations vanaf de monding hoger liggen.

Voor het Haringvliet (figuur 3.1.5) geldt hetzelfde, echter slechts tot Willemstad. De lijn voor Moerdijk ligt lager. Bovendien is de helling kleiner, zodat deze lijn zelfs de lijnen van andere plaatsen langs deze zeearm snijdt. Bij zeer hoge stormvloeden zullen dus de waterstanden te Moerdijk (en ook die, verder oostelijk daarvan) achterblijven bij die in de mond van deze zeearm. Dit afwijkend verloop wordt uiteraard veroorzaakt doordat de Biesbos een uitgestrekt gebied vormt, waarvan de vulling reeds bij het normale getij een relatieve verlaging van de H.W.-standen langs Hollands Diep en Amer tot gevolg heeft. Bij hogere waterstanden neemt deze relatieve verlaging toe, doordat dan de toeneming van de profielen in deze rivieren kleiner is dan de toeneming aan kombergend vermogen van de Biesbos.

<sup>1)</sup> Dit is intussen in december 1954 tweemaal geschied, zodat er in de 25 jaar, verstreken na 1932, drie zijn voorgekomen.

De voor de zuidelijke zeearmen geldende regelmaat wordt ook op de Dollard gevonden (figuur 3.1.9). De lijnen Delfzijl en Nieuwe Statenzijl hebben onderling een analoog verloop als Zierikzee en Bergen op Zoom.

Voor de Rotterdamse Waterweg (figuur 3.1.6) geldt de voor de vijf grote zeearmen geldende regelmaat in het verloop van de lijn eveneens, doch slechts tot een peil van omstreeks N.A.P. + 3 à 3,5 m. Op de Rotterdamse Waterweg komt dus de situatie van de hogere stormvloed overeen met de situatie, zoals die boven Willemstad voor het Hollands Diep geldt. Deze situaties hebben dit gemeen: een relatief smal kanaal met geringe additionele opwaaiing en daarachter een relatief groot kombergingsgebied.

De zes gebieden vertonen dus alle hetzelfde beeld: hogere ligging der meer naar binnen gelegen overschrijdingslijnen. De twee partiële uitzonderingen (het Hollands Diep en de Rotterdamse Waterweg) voor de hogere stormvloedstanden komen met elkaar overeen en wijken op dit punt beide in dezelfde zin af van de grote zeearmen.

### 6.3 Divergentie van de overschrijdingslijnen boven het grenspeil

Uit figuur 3.1.3 voor de Oosterschelde blijkt, dat even voorbij het grenspeil de overschrijdingslijnen sterker omhoog lopen, en wel te meer naarmate het station meer landwaarts is gelegen. Dit opbuigen naar boven wordt door de waarnemingspunten dwingend aangegeven. Opvallend is ook de regelmatige toeneming van de helling in landwaartse richting. De oorzaak hiervan is gelegen in de topografie van de zeearm. Tot aan de matig hoge vloed worden wel alle platen en slikken overstroomd, doch de gehele vullingsstroom gaat door de geulen. Voor hogere vloed neemt de diepte op de platen zo toe, dat een merkbare en snel toenemende vergroting van het effectieve doorstromingsprofiel optreedt. Dit betekent een zwakker worden der weerstandskrachten. Ten gevolge daarvan zullen, bij gelijk blijvende verhangen, de hoeveelheden toestromend vloedwater toenemen, hetgeen een verhoging van de stormvloedhoogte in landwaartse richting ten gevolge heeft.

Dit verschijnsel wordt bij hogere waterstanden regelmatig belangrijker. Het blijkt echter, dat juist boven het grenspeil de overschrijdingslijnen veel sterker gaan stijgen dan beneden het grenspeil. Dit verschijnsel moet worden toegeschreven aan de dan belangrijk toenemende invloed van de verhoging van de waterstanden door de opwaaiing door de windkrachten op de zeearmen zelf. Bij stormen van relatief geringe betekenis, waarbij de hoogwaterstand niet hoger komt dan het grenspeil, is deze opwaaiing meestal niet belangrijk, doordat en de windkracht en de duur hiervan niet groot is. Er is een bepaalde tijdsperiode nodig, vóórdat de windeffecten zich volledig op de watermassa doen gevoelen.

Bij zware stormvloed is de windkracht belangrijk groter en ook de duur van de wind. Daar de opwaaiing evenredig is met het kwadraat van de windkracht, neemt het effect belangrijk in betekenis toe. Weliswaar is de diepte groter, hetgeen tot lineair evenredige verkleining van de opwaaiing leidt, maar de eerstgenoemde effecten, die tot verhoging leiden, zijn veel belangrijker. De opwaaiing, welke zich evenredig ontwikkelt aan de strijklengte (dus aan de afstand van de monding), neemt in landwaartse richting toe, zoals figuur 3.1.3 duidelijk doet zien. Wij vinden een oplopen van de vloedhoogte van Burghsluis tot Bergen op Zoom:

bij gemiddeld H.W. . . . . .	met 60 cm;
bij het grenspeil . . . . .	met 90 cm;
bij een stormvloed als 1906 . . . . .	met 125 cm;
bij de stormvloed 1953 . . . . .	met 120 cm;
bij het basispeil <sup>1)</sup> . . . . .	met 100 cm.

Vooraf het sterker oplopen van de lijnen tussen Wemeldinge en Bergen op Zoom is opvallend. Door de uitgebreidheid van het wateroppervlak en de geringe luwwerking van de dijken tussen beide stations kunnen de windkrachten hier een belangrijke opwaaiing veroorzaken.

Wij zien dit verschijnsel in wat zwakkere mate ook op de Westerschelde (figuur 3.1.2), de Grevelingen (figuur 3.1.4) en het Haringvliet (figuur 3.1.5). Het wordt niet geconstateerd op de Rotterdamse

<sup>1)</sup> Dit is per definitie het peil met overschrijdingsfrequentie  $10^{-4}$ . Zie verder deel 1.

Waterweg, doordat hier geen opwaaiing van betekenis optreedt. Hier zien wij een ononderbroken convergentie van de lijnen. Immers, de Rotterdamse Waterweg is een bankenloze, diepe, relatief smalle geul.

In het licht van het voorgaande kan de steeds toenemende steilheid van de overschrijdingslijn van Delfzijl (en daarbij aansluitende die van Nieuwe Statenzijl) van hoogwater tot iets voorbij het grenspeil ook aan dezelfde oorzaak worden toegeschreven.

Er is dus in dit opzicht tussen deze vijf groepen van overschrijdingslijnen overeenstemming. Overal krijgt, door de invloed van de opwaaiing, de overschrijdingslijn in de zone boven het grenspeil een opwaarts gebogen verloop.

Nu vertoont ook het Waddenzeestation Harlingen een overeenkomstig toenemend oplopen omstreeks het grenspeil. Het is aannemelijk, dat ook hier de additieve opwaaiing in het Waddengebied als oorzaak moet worden gezien. In verband hiermede wordt in figuur 5.0.2 de kromme, die verloopt langs de kustlijn (namelijk de Afsluitdijk en de dijken van Friesland, waaraan Harlingen is gelegen, en Groningen), wat hoger getekend dan de lijn langs de buitenzijde der eilanden.

Door de invloed van de afwaaiing aan de luwzijde van het eiland moet de steilheid van de lijnen te Terschelling iets geringer zijn dan die aan de zeezijde van het eiland. Hiermede is bij de constructie van de lijnen van figuur 5.0.2. rekening gehouden.

Als aanvullend bewijs voor de gegeven verklaring voor het opbuigen van de lijnen op de zeearmen zij gewezen op het afwezig zijn van dit versterkt oplopen bij de stations aan de gesloten duinkust, Scheveningen, Katwijk en IJmuiden (figuur 3.1.8). Voor Den Helder, waar de waterstanden gedeeltelijk afhankelijk zijn van die van het Waddengebied, is het versterkt omhoogbuigen weer duidelijk aanwijsbaar. De oorzaak zal wel dezelfde zijn als voor Terschelling, nl. het snel groter worden van het toestromingsprofiel vanuit de Noordzee, terwijl de ligging van Den Helder zodanig is, dat hier eerder opwaaiing dan afwaaiing zal optreden. De overschrijdingslijn van Den Helder zal dan ook steiler moeten verlopen dan die van Terschelling.

Toch gaat de divergentie van de overschrijdingslijnen voor opvolgende plaatsen langs de zeearmen niet onbeperkt voort bij toenemende waterstanden. Dit wordt in de volgende paragraaf behandeld.

#### 6.4 Convergentie van de overschrijdingslijnen voor de zeer hoge standen

Het in de vorige paragraaf beschreven versterkte oplopen van stormvloed op de zeearmen met uitzondering van de Rotterdamse Waterweg, vindt een begrenzing. Het duidelijkst is ook hier weer de toestand op de Oosterschelde (figuur 3.1.3). De overschrijdingslijnen divergeren hier tot ongeveer  $N = 5 \cdot 10^{-2}$ . Voor nog hogere stormvloed zullen de overschrijdingslijnen minder sterk gaan oplopen, doordat door de steeds toenemende diepte de invloed van de opwaaiing relatief zwakker wordt. Weliswaar zullen bij nog zwaardere stormen de windkrachten groter kunnen zijn, maar het blijkt, dat de frequentie van het optreden van hogere snelheden op de zeearmen zeer klein wordt, o.a. doordat de wind toch in mindere of meerdere mate landoppervlak moet passeren. Deze zeer hoge stormvloed worden eerder veroorzaakt doordat de storm op zee langduriger wordt, terwijl de windkrachten niet belangrijk groter behoeven te zijn. Zo was bij de stormvloed 1953 de windsnelheid zelfs geringer dan bij andere stormvloed, die in de laatste 50 jaar zijn voorgekomen. Voorts moet worden opgemerkt, dat ook de krachten, die de voortplanting van de stormvloed bij zeer hoge waterstanden beheersen, meestal zwakker worden. Doordat alle ondiepe delen van de zeearm, van dijk tot dijk, onder water staan, neemt de komberging niet meer toe en worden bij de meeste stormen de snelheden in de omgeving van hoogwater door de toegenomen doorstromingsprofielen zelfs kleiner. Hierdoor worden ook de weerstandskrachten en traagheidskrachten kleiner. De invloed van de traagheidskrachten bij de hoogste waterstanden is echter veel groter dan die van de weerstandskrachten. Daar de traagheidskrachten de waterstanden verhogen en de weerstandskrachten deze verlagen, zal dus bij het kleiner worden van deze krachten de verlaging ten gevolge van de verkleining van de traagheidskrachten groter zijn dan de verhoging, die ontstaat door het kleiner worden van de weerstandskrachten. Het resultaat is, dat de hoogste waterstanden lager worden. Het analoge verschijnsel is aanwezig op Westerschelde, Grevelingen en Haringvliet, eveneens bij  $N = 5 \cdot 10^{-2}$ .

Zoals reeds gezegd, divergeren de lijnen voor de Rotterdamse Waterweg door de geringe additionele opwaaiing voor geen enkel interval. Doordat langs deze rivier opperwaterafvoer plaats heeft, wordt

het verloop van de overschrijdingslijnen mede hierdoor bepaald, hoewel voor hogere stormvloed en mindere mate. Hetzelfde geldt voor het Haringvliet. Doordat hier evenwel de additionele opwaaiing van betekenis is, treedt het verschijnsel van de divergentie voor een beperkt interval wel op, hoewel in wat zwakkere mate dan op de andere zeearmen.

### 6.5 Gestrekt verloop van de overschrijdingslijnen in de monding

Bij de bespreking van de verzameling overschrijdingslijnen der zeearmen is reeds gebleken, dat de neiging tot opwaarts opbuigen voor bepaalde intervallen van de bovenwaterstanden een gevolg is van de additionele opwaaiing op de zeearm. Naar de monding toe neemt dit verschijnsel in grootte af. Derhalve zullen de nabij de monding gelegen plaatsen de meest gestrekte overschrijdingslijnen hebben. Daarom komen, ter wille van een goed inzicht, op de figuren 3.1.2, 3.1.3, 3.1.4, 3.1.5 en 3.1.9 ook de lijnen voor, welke geacht kunnen worden te gelden voor het hart van de monding. Deze lijnen blijken in algehele overeenstemming te zijn met de overschrijdingslijnen voor de vaste kust te Scheveningen, Katwijk en IJmuiden (figuur 3.1.8 en 5.0.1).

### 6.6 De invloed van de stormvloedstanden van 1953 op de vorm van de overschrijdingslijnen voor de zeearmen en het Waddengebied

De betekenis van de stormvloed 1953 voor de bepaling van de vorm van de overschrijdingslijnen berust op de aanvaardbare veronderstelling, dat de overschrijdingsfrequenties van de stormvloedstanden van 1953 voor alle stations op die zeearm ongeveer gelijk zijn aan die in de mondingen, welke zijn aangegeven in figuur 6.1.1.

Aangezien de windsnelheden, die voorgekomen zijn bij de stormvloed 1953, relatief laag waren in vergelijking met windsnelheden bij andere voorgekomen lagere stormvloed en is het geoorloofd om te veronderstellen, dat de overschrijdingsfrequenties van 1953 voor meer landwaarts gelegen stations wat groter zullen zijn dan aan de mondingen het geval is geweest. Immers, een wat lagere stormvloed aan de kust en hogere windkrachten kunnen binnenwaarts dezelfde stormvloedstanden als in 1953 veroorzaken.

Op de figuren 3.1.2 tot en met 3.1.6 zijn de overschrijdingsfrequenties van 1953 uit figuur 6.1.1 op de overschrijdingslijnen voor de respectieve mondingen van de zeegaten aangegeven. In de desbetreffende verticaal zijn de waargenomen stormvloedhoogten uitgezet. De overschrijdingslijnen zijn vervolgens op zodanige wijze geëxtrapoleerd, dat de ingetekende stormvloedhoogten t.o.v. de overschrijdingslijnen goed gelegen zijn. (Nadere opmerkingen hierover komen hieronder ter sprake.) Door deze werkwijze worden de overschrijdingslijnen op elke zeearm reeds tot  $N = 10^{-2}$  à  $10^{-3}$  ten opzichte van de overschrijdingslijnen in de mondingen nader bepaald. Dit betekent:

voor de *Westerschelde* (figuur 3.1.2), dat de divergentie van de overschrijdingslijnen, die in 6.3 besproken is, zich bij een stormvloedhoogte als 1953 niet verder voortzet. Voor hogere stormvloed zal geleidelijk weer convergentie optreden (zie 6.4);

voor de *Oosterschelde* (figuur 3.1.3) is de overschrijdingsfrequentie van de hoogwaterstanden 1953 gesteld op 0,0035.

De overschrijdingslijn van Burghsluis heeft dan een zeer gestrekt verloop, een weinig omhoog gebogen in overeenstemming met het behandelde in 4.0. Noodzakelijk moet volgens 6.5 de lijn van Bergen op Zoom weer gaan convergeren naar die van Burghsluis, zodat dan de divergentie van de lijnen, besproken in 6.3, zich niet verder voortzet. Voor Wemeldinge geldt hetzelfde in evenredig zwakkere mate.

In verband met de relatief lage windsnelheid, die bij de stormvloed van 1953 is voorgekomen, is de hoogwaterstand te Bergen op Zoom bij de aangehouden overschrijdingsfrequentie voor 1953, ongeveer 10 cm hoger gesteld en te Wemeldinge ongeveer 5 cm. Immers, in 6.3 is gebleken, dat de opwaaiing op het grote wateroppervlak van de Oosterschelde van belangrijke betekenis is. Op de Westerschelde en de andere zeearmen is deze van minder betekenis.

Het verloop van de overschrijdingslijnen voor nog lagere overschrijdingswaarden is zo getekend, dat zij evenwijdig lopen. De convergentie kan wat sterker of zwakker verlopen, doch hieromtrent bestaat vooralsnog geen aanwijzing. Doch een sterk afwijkend beloop leidt al spoedig tot fysisch onbestaanbare verhoudingen.

Voor de *Grevelingen* worden de overschrijdingslijnen nader bepaald door waterstanden van 1953 met de overschrijdingswaarde 0,035 (figuur 6.1.1). Ook hier vormen deze punten het einde van de divergentie en het begin van de convergentie van de overschrijdingslijnen.

Voor het *Haringvliet* kunnen de lijnen van Hellevoetsluis en Willemstad door het punt 1953 gaan. Op deze zeearm moeten de overschrijdingslijnen eveneens een weinig convergerend worden getekend om 1953 te doen passen. Daar het corresponderende punt voor 1953 te Moerdijk laag ligt, moet de lijn van Moerdijk vrij sterk naar rechts afbuigen om aan het punt 1953 aan te sluiten. Dit voert tot een kruising van de lijnen van Moerdijk en Hellevoetsluis, analoog aan de kruising der lijnen in figuur 3.1.6 voor de Rotterdamse Waterweg.

Volgens 6.2 is het verloop te Moerdijk een gevolg van de komvulling van de Biesbos en van het Hollands Diep, dat een karakter heeft analoog aan dat van de Rotterdamse Waterweg. Voorts is de opwaaiing op het Hollands Diep van minder betekenis dan op het Haringvliet.

Op de *Rotterdamse Waterweg* lopen de standen naar binnen toe omlaag. Daarvoor zijn, naast de zojuist genoemde, twee oorzaken aan te wijzen. De stormvloed op de Rotterdamse Waterweg ondervindt bij haar voortplanting de invloed van de opperwaterafvoer en mede hierdoor is er een relatieve verlaging van de hoogwaterstanden, zoals ook bij het getij het geval is. Voorts is de opwaaiing op de Rotterdamse Waterweg zelf van geringe betekenis. Beide factoren tezamen veroorzaken het geschetste verloop van de overschrijdingslijnen op de Rotterdamse Waterweg.

Langs de *Hollandse kust* gaat de lijn van Hoek van Holland precies door het punt 1953. De lijnen van Scheveningen, Katwijk, IJmuiden en Den Helder vertonen in figuur 6.1.1 geringe afwijkingen naar verschillende richtingen. De bedragen zijn echter te gering om er nadere conclusies ten aanzien van de extrapolatie aan te kunnen verbinden.

Verder naar het noorden hebben de hoogten 1953 geen betekenis meer voor de constructie van de overschrijdingslijnen bij hogere waarden.

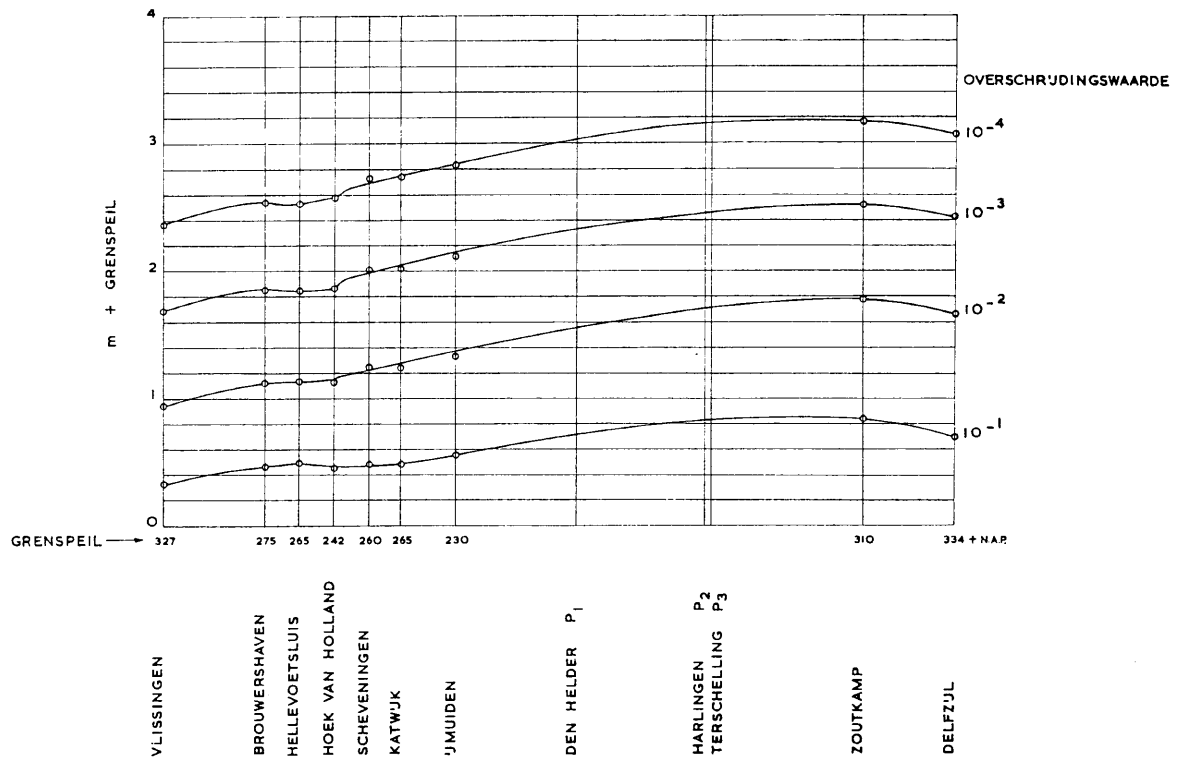
De overschrijdingslijnen op elke zeearm zijn hier opgebouwd en gepresenteerd als een bundel lijnen, die in ordelijk verband staan. Dit is uiteraard niet geheel conform de werkelijkheid. Zo zal een station als Vlissingen of Hansweert, aan de bovenwindse wal gelegen, een flauwere overschrijdingslijn moeten hebben dan Terneuzen. De „ware” overschrijdingslijnen zullen daardoor wat onregelmatiger ten opzichte van elkaar lopen. Er bestaan echter hoegenaamd geen aanwijzingen omtrent de getalsgrootte dezer plaatselijke verschillen en daarom is er van afgezien om ze in de lijnen tot uitdrukking te brengen.

Dat de waarnemingen van 1953 niet alle op de lijnen vallen, kan dus aan zes mogelijke oorzaken worden toegeschreven:

1. Het verloop van de hoogwaterstanden bij een peilschaalstation wordt ook beïnvloed door de plaatselijke topografie. (De overschrijdingslijnen zijn uiteraard „gestyleerde lijnen”).
2. In sommige hoogtecijfers kan een waarnemingsfout voorkomen.
3. De waterstanden zijn plaatselijk mede beïnvloed door buien, translaties en terugkaatsingen.
4. De gelijkheid van de overschrijdingswaarde van de stormvloed 1953 voor een zeearm is een werkhypothese.
5. Ongelijke grootte van de kracht van Coriolis.
6. Ongelijke waarden van de additionele opwaaiing overdwars.

## 7.0 DE OVERSCHRIJDINGSLIJNEN VOOR DE WESTELIJKE WADDENZEE

De afsluiting van de Zuiderzee in 1932 heeft een aanzienlijke wijziging teweeggebracht in de hoogten van het hoogwater en in het bijzonder van de stormvloeden in de westelijke Waddenzee. Voor de thans geldende toestand staan slechts waarnemingen ter beschikking van 1932 af. Deze termijn is te kort om betrouwbare overschrijdingslijnen te kunnen bepalen. Daarom werd voor dit gedeelte een andere werkwijze toegepast. Uitgaande van de onveranderde stations aan de kust ten zuiden en ten noordoosten van de Waddenzee, werden voor de hoogten met de overschrijdingsfrequentie  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  en  $10^{-4}$  vloeiend verlopende lijnen langs de kust vastgesteld (figuur 7.0.1). Voor de Waddenzeestations Den Helder, Harlingen en Terschelling werden daarna op dit diagram geïnterpoleerde hulphoogten afgelezen.



Figuur 7.0.1. Verloop van de waterhoogten met gelijke overschrijdingswaarde langs de kust

Hetzelfde procédé werd toegepast op alle stormvloed na 1932. De hierbij gevonden hulphoogten werden rechtstreeks vergeleken met waargenomen hoogten. Aldus kon voor iedere storm het verschil tussen hulphoogten en waargenomen hoogten worden vastgesteld. Met het hieruit bepaalde gemiddelde verschil werden de voor de frequenties  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  en  $10^{-4}$  bepaalde hulphoogten gecorrigeerd. De aldus gecorrigeerde hoogten konden worden geacht gelijkwaardig te zijn aan de voor de peilschaal zelf geldende hoogten met frequenties  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  en  $10^{-4}$ . Van deze punten is gebruik gemaakt om de overschrijdingslijnen voor de drie voornoemde Waddenzeestations te construeren. Van de overige Waddenzeestations zijn de vereiste gegevens afgeleid uit de drie hoofdstations door middel van interpolaties en betrekkinglijnen. Voor een uitvoeriger beschrijving van de gevolgde werkwijze en de hieraan voorafgaande studies wordt verwezen naar [4] en [9].

Het karakteristieke van de hier toegepaste methode is, dat geen gebruik is gemaakt van de stormvloed van vóór 1932, zodat geen correctie behoefde te worden toegepast. Voorts is niet gewerkt met een te korte periode om overschrijdingswaarden te berekenen, doch is door interpolatie langs de kust de termijn van 88 jaar, die voor de andere stations beschikbaar was, van kracht geworden.

## 8.0 RECHTVAARDIGING VAN DE EXTRAPOLATIE

Bij het extrapoleren van de overschrijdingslijnen worden belangrijk hogere waterstanden in beschouwing genomen dan tot nu toe zijn waargenomen. Ter ondersteuning van de stelling, dat met de mogelijkheid van voorkomen van dergelijke hogere standen wel degelijk rekening moet worden gehouden, kunnen de volgende overwegingen dienen.

De hoogste tot nu toe waargenomen stormvloedhoogte te Hoek van Holland is die van 1 februari 1953 met N.A.P. + 385 cm.

De voorspelde hoogte van het astronomisch getij was N.A.P. + 90 cm. Er was dus een opzet van 295 cm. Op andere plaatsen langs de kust is op 1 februari 1953 een stormeffect bere-

kend van 340 cm. Er is geen reden om te veronderstellen, dat een zelfde waarde niet te Hoek van Holland zou kunnen optreden. Evenmin is er grond om het samenvallen van een dergelijk stormeffect met een hoger astronomisch getij uit te sluiten.

Op 18 januari 1953 was bijvoorbeeld de hoogte van het astronomisch getij N.A.P. + 125 cm. Een combinatie hiervan met het hoogste voor 1 februari 1953 berekende stormeffect zou leiden tot een vloedhoogte te Hoek van Holland van N.A.P. + 465 cm, dus 80 cm hoger dan de waargenomen stand.

In de meteorologie zijn windvelden bekend, die sterker en langduriger stormen boven de Noordzee hebben veroorzaakt dan in 1953 het geval was. Zij zijn zeldzaam en zijn tot nu toe of te zuidelijk of te noordelijk over de Noordzee getrokken om tot een maximale verhoging van de waterstanden voor onze kust te leiden. Bij een ongunstiger baan van een dergelijk windveld – en er is wederom geen grond om dit uit te sluiten – moet een stormeffect van 500 cm mogelijk worden geacht <sup>1)</sup>.

Bij het samentreffen van een dergelijk uitzonderlijk stormeffect met het astronomische hoogwater kan door wisselwerking enige reductie ontstaan, waardoor de waterstand lager blijft dan uit de sommeerling zou volgen. Dit is blijkens de waarnemingen het geval in het landwaartse gedeelte van de zeearmen. Het is echter ook mogelijk, dat een versterking optreedt, zoals het geval is in de Waddenzee.

Voor de aan de eigenlijke kust gelegen stations is de invloed van de wisselwerking bijna overal gering, zodat deze voor de onderhavige globale oriëntering buiten beschouwing kan worden gelaten. In dat geval kan de combinatie van een astronomisch hoogwater van N.A.P. + 125 cm en een stormeffect van 500 cm leiden tot een stormvloedhoogte te Hoek van Holland van N.A.P. + 625 cm. Dit is reeds 125 cm hoger dan de stand met een overschrijdingswaarde van  $10^{-4}$  (figuur 3.1.6).

Er moet dus zeker worden aangenomen, dat de waterstanden in het in beschouwing genomen geëxtrapoleerde gedeelte van de overschrijdingslijn in het gebied van de fysische mogelijkheden liggen.

Wat betreft het verloop van de overschrijdingslijnen in het geëxtrapoleerde gedeelte zij aanvullend nog opgemerkt, dat een licht naar rechts ombuigen voor de meer landwaarts gelegen stations onvermijdelijk is te achten. Immers, indien standen van meer dan N.A.P. + 5 m in de Oosterschelde en van N.A.P. + 6 m in de Dollard een voorkomen zouden hebben van meer dan eens per eeuw, dan zouden er sinds de middeleeuwen verscheidene rampen van onvoorstelbare omvang moeten zijn opgetreden in genoemde gebieden. Dit is niet het geval, zodat uit dien hoofde een gebogen overschrijdingslijn moet worden aangenomen voor standen met een frequentie, hoger dan  $10^{-1}$  à  $10^{-2}$ . Wat voor Oosterschelde en Eems sterk geprononceerd is, geldt min of meer ook voor de westelijke Waddenzee en voor de andere zeearmen in het zuidwesten.

De voorgaande beschouwingen bevatten dus elementen, die een veel steiler lopen van de overschrijdingslijnen min of meer uitsluiten, en anderzijds elementen, die een aanmerkelijk vlakker verloop uitsluiten. Juist door de noodzakelijke onderlinge samenhang, die er tussen de 33 geproduceerde overschrijdingslijnen bestaat, is de vrijheid van extrapolatie van elke lijn afzonderlijk beperkter geworden. Dienovereenkomstig is de waarschijnlijkheid, dat de extrapolatie van dit complex van overschrijdingslijnen in grote trekken juist is, groter dan voor de extrapolatie van slechts één enkele overschrijdingslijn.

Dat de extrapolatie van de overschrijdingslijn van Hoek van Holland, die als solitair geval tot uitgangspunt van het gehele complex lijnen heeft gediend, daarin op zo ongekunstelde wijze zijn plaats kan innemen en handhaven, verhoogt ongetwijfeld de waarde, die men aan deze lijn kan toekennen <sup>2)</sup>.

## 9.0 AEQUIVALENTE STORMVLOEDSTANDEN

In 6.1 werd een onderzoek ingesteld naar het verloop van de stormvloed van 1 februari 1953 langs de Nederlandse kust. Aan de hand van figuur 7.0.1 werd aangetoond, dat deze stormvloed zijn relatief grootste hoogte bereikte omstreeks Schouwen. Naar het noorden gaande, nam de stormvloedhoogte relatief af. Ter plaatse van zijn grootste relatieve hoogte was de overschrijdingsfrequentie aan de kustlijn  $3,3 \cdot 10^{-3}$ . Men kan nu met behulp van de overschrijdingslijnen gemakkelijk aangeven, welke storm-

<sup>1)</sup> Zie ook Bijdrage I.

<sup>2)</sup> Op de noodzaak van extrapolatie en het rekenen met kleine kansen wordt in Bijdrage III.3 uitvoeriger ingegaan.

vloedhoogten aan andere delen van de kust een zelfde overschrijdingsfrequentie hebben. Deze stormvloedhoogten zijn opgenomen in kolom 9 van tabel 9.0.1 en aangeduid als „overeenkomstige stormvloedstanden 1953” of afgekort O'53. De betekenis van deze cijfers is, dat zij ons een inzicht verschaffen in de stormvloedhoogten, die zullen worden bereikt aan andere delen van de kust, indien een stormvloed met een zelfde kans van optreden als die van 1 februari 1953 aldaar zijn aanval doet. Tabel 9.0.2 geeft de desbetreffende cijfers voor enige hoofdpunten.

Tabel 9.0.1  
Aequivalente waterhoogten

Overeenkomstige stand te Hoek van Holland . .	530 +	515 +	500 +	485 +	470 +	455 +	440 +	Grens- peil	O'53	Storm- vloed 1953
Overschrijdingswaarde .	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$	0,5	$3,3 \cdot 10^{-3}$	voorge- komen
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mond Westerschelde . F	590	575	560	545	530	515	500	315	450	—
Cadzand . . . . .	610	595	580	565	550	535	520	340	470	475
Breskens . . . . .	615	600	585	570	555	540	525	335	475	480
Vlissingen . . . . . F	595	580	565	550	535	520	505	327	455	455
Zuid-Kraaijert . . . . .	605	590	575	560	545	530	515	340	470	470
Hoofdplaat . . . . .	620	605	590	575	560	545	530	345	485	485
Borsele . . . . .	610	595	580	565	550	535	520	335	470	470
Ellewoutdijk . . . . .	615	600	585	570	555	540	525	345	475	475
Terneuzen . . . . . F	620	605	590	575	560	545	535	355	485	496
Hoedekenskerke . . . . .	635	620	605	590	575	560	545	355	495	490
Hansweert . . . . . F	640	625	615	600	585	570	555	365	515	507
Waarde . . . . .	650	635	625	610	595	580	565	370	520	515
Walsoorden . . . . .	665	650	640	625	610	595	580	375	530	525
Bath . . . . . F	680	670	660	645	630	615	605	405	560	560
Hedwigpolder . . . . .	675	665	655	640	625	610	595	395	545	543
Antwerpen . . . . .	685	675	665	650	635	620	605	420	555	553
Westkapelle . . . . .	575	560	545	530	515	500	485	305	435	435
Mond Oosterschelde . F	550	535	520	505	490	475	460	275	415	—
Burghsluis . . . . . F	555	540	525	510	495	480	465	275	420	420
Vere . . . . .	580	565	550	535	520	505	490	300	445	450
Vlietepolder . . . . .	565	550	535	520	505	490	475	285	430	435
Colijnsplaat . . . . .	570	555	540	525	510	495	480	285	435	445
Zierikzee . . . . . F	570	555	540	525	510	495	480	290	435	432
Kortgene . . . . .	580	565	550	535	520	505	490	300	445	454
Goese Sas . . . . .	595	580	565	550	535	525	510	315	465	465
Stavenisse . . . . .	585	570	555	540	525	510	495	305	450	450
Gorishoek . . . . .	615	600	585	570	555	540	525	340	475	470
Wemeldinge . . . . . F	615	600	585	570	555	540	525	330	475	468
Bergen op Zoom . . . F	655	640	625	615	600	585	570	365	530	517
Tholen . . . . .	640	625	610	600	585	570	555	360	515	481
Mond Grevelingen . F	540	525	510	495	480	465	450	260	400	—
Oude Hoeve . . . . .	540	525	510	495	480	465	450	250	400	410
Repart . . . . .	545	530	515	500	485	470	455	265	405	418
Ouddorp . . . . .	555	540	525	510	495	480	465	275	415	420
Brouwershaven . . . F	560	545	530	515	500	485	470	275	425	425
Bruinisse . . . . . F	585	570	555	540	525	510	495	315	450	450
Steenbergse Sas . . . F	600	585	570	555	540	525	510	320	465	465
Dintelsas . . . . .	590	575	560	545	530	515	500	320	455	455
Ooltgensplaat . . . . .	575	560	545	530	515	500	485	305	440	440
Mond Haringvliet . . F	535	520	505	490	475	460	445	250	400	—
Goederede . . . . .	545	530	515	500	485	470	455	260	410	405
Hellevoetsluis . . . F	550	535	520	505	490	475	460	265	415	410
Middelharnis . . . . .	555	540	525	510	495	480	465	275	420	417
Tiengemetten . . . . .	570	555	540	525	510	495	485	300	440	435
Numansdorp . . . . .	565	550	535	520	505	490	480	295	435	430
Willemstad . . . . . F	570	555	540	525	510	495	485	300	445	435
Moerdijk . . . . . F	535	520	510	495	485	475	460	290	425	410



Overeenkomstige stand te Hoek van Holland . .	530 +	515 +	500 +	485 +	470 +	455 +	440 +	Grens- peil	O'53	Storm- vloed 1953
Overschrijdingswaarde .	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$	0,5	$3,3 \cdot 10^{-3}$	voorge- komen
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dordrecht . . . . .	495	480	470	455	440	425	410	275	375	373
Puttershoek . . . . .	500	485	475	460	445	430	415	275	380	375
Goidschalxoord . . . . .	505	490	480	465	450	435	420	265	385	380
Poortugaal . . . . .	500	485	475	460	445	430	415	260	380	378
Spijkenisse . . . . .	495	480	470	455	440	425	410	255	375	367
Oud-Beijerland . . . . .	505	490	480	465	450	435	420	265	385	388
Zuidland . . . . .	525	510	500	485	470	455	440	275	405	405
Alblasserdam . . . . .	500	485	475	460	445	430	415	270	375	371
's-Gravendeel . . . . .	510	495	485	470	460	445	425	275	390	385
Willemsdorp . . . . .	525	510	500	485	475	465	450	285	415	405
Hoek van Holland . . F	530	515	500	485	470	455	440	242	395	385
Maassluis . . . . . F	510	495	485	470	455	440	430	240	385	375
Vlaardingen . . . . . F	505	490	480	465	450	435	420	250	380	371
Rotterdam . . . . . F	505	490	480	465	450	435	420	255	380	375
Krimpen aan de Lek . .	505	490	480	465	450	430	415	260	375	371
Scheveningen . . . . F	565	550	535	520	505	485	470	260	420	397
Katwijk . . . . . F	570	555	540	525	510	495	480	265	430	405
IJmuiden . . . . . F	540	525	515	500	485	470	455	230	400	385
Den Helder . . . . . F	535	520	505	490	475	460	445	215	395	325
Westerland . . . . .	605	590	575	560	545	530	515	245	465	363
Den Oever . . . . .	615	600	585	570	555	540	525	255	475	370
Kornwerderzand . . .	620	605	590	575	560	545	530	275	480	373
Harlingen . . . . . F	610	595	580	565	550	535	520	273	470	366
Nieuw-Bildt . . . . .	595	580	565	550	535	520	505	270	455	360
Oostmahorn . . . . .	605	595	580	570	555	545	530	300	485	420 <sup>1)</sup>
Nieuwe Zijlen . . . . .	620	610	595	585	570	560	545	300	500	430 <sup>2)</sup>
Zoutkamp . . . . . F	655	640	625	615	600	585	570	310	525	445 <sup>3)</sup>
Delfzijl . . . . . F	665	655	640	625	615	600	585	334	540	460 <sup>3)</sup>
Fiemel . . . . .	680	670	660	650	640	630	615	360	570	350
Nieuwe Statenzijl . . F	710	700	690	680	670	655	640	370	595	541 <sup>4)</sup>
Oude Schild . . . . .	550	535	520	505	490	475	460	230	410	332
Vlieland . . . . .	550	535	520	505	495	480	465	250	420	316
Terschelling . . . . F	555	545	530	515	500	485	470	245	420	318
Nes . . . . .	585	575	560	545	530	515	500	270	455	356 <sup>1)</sup>
Schiermonnikoog . . .	590	580	565	550	535	525	510	280	465	400 <sup>1)</sup>
Rottumeroog . . . . .	595	585	570	555	545	535	525	310	485	420 <sup>5)</sup>
Monding Eems . . . . F	615	605	590	575	560	545	530	300	480	—

F = overschrijdingslijnen in de figuren 3.1.2 t/m 3.1.9. <sup>1)</sup> In 1906. <sup>2)</sup> In 1944. <sup>3)</sup> In 1825. <sup>4)</sup> In 1877. <sup>5)</sup> In 1916

Tabel 9.0.2  
Vergelijking van O'53 met de in 1953 waargenomen standen

Waarnemingsstations	In 1953 werkelijk opgetreden stormvloedhoogte in cm boven N.A.P.	O'53 in cm boven N.A.P.	Achtergebleven in 1953, in cm
Vlissingen . . . . .	455	455	0
Brouwershaven . . . . .	425	425	0
Hoek van Holland . . . . .	385	395	— 10
Rotterdam . . . . .	375	380	— 5
Den Helder . . . . .	325	395	— 70
Harlingen . . . . .	366	470	— 104
Delfzijl . . . . .	460 <sup>1)</sup>	540	— 80 <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Hoogst bekende stand aldaar (1825).

Uit de derde kolom van tabel 9.0.2 spreekt duidelijk hoezeer de waterstanden in het noorden des lands achterbleven bij die, welke, wat overschrijdingskans betreft, overeenkomen met die in het rampgebied.

Aflezing der overschrijdingslijnen voert tot de in tabel 9.0.1 weergegeven equivalente hoogten. Als uitgangspunt heeft gediend Hoek van Holland, waar de peilen 530, 515, 500, 485, 470, 455 en 440 zijn genomen. Daarbij is de overschrijdingsfrequentie afgelezen en vervolgens is afgelezen welke hoogten bij deze overschrijdingsfrequenties behoren in alle overige stations. De overschrijdingsfrequenties hebben dus slechts gediend als parameter.

Het eventueel minder juist zijn dezer overschrijdingsfrequenties zal slechts in onbelangrijke mate invloed hebben op de in deze tabel weergegeven hoogten. Volledigheidshalve zijn in deze tabel in kolom 10 mede opgenomen de stormvloedstanden, opgetreden 1 februari 1953, en in kolom 9 de standen O'53, zijnde de standen, die aan de diverse peilmeetstations een zelfde overschrijdingswaarde hebben als die bij de stormvloed 1953 te Brouwershaven worden waargenomen, nl.  $3,3 \cdot 10^{-3}$ . Ten slotte is in kolom 8 het grenspeil, dat ook in alle figuren voorkomt weergegeven. De stations, waarvan overschrijdingslijnen zijn opgesteld, zijn in de tabel gemerkt met de letter F.

BIJDRAGE III.3

RIJKSWATERSTAAT

BESCHOUWINGEN OVER DE KANS  
OP ZEER HOGE STORMVLOEDSTANDEN



## INHOUDSOVERZICHT

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	89
0.2 Overzicht van de tabellen . . . . .	89
0.3 Overzicht van de figuren . . . . .	90
0.4 Literatuur . . . . .	90
0.5 Summary . . . . .	91
0.6 Résumé . . . . .	91
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>92</b>
1.1 Inleiding. . . . .	92
1.2 Auteur . . . . .	93
<b>2.0 De overschrijdingslijn van hoogwater. . . . .</b>	<b>93</b>
<b>3.0 De standaard-overschrijdingslijn . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>4.0 De maxima in gegeven tijdperken . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>5.0 Indeling der maxima in vijf klassen . . . . .</b>	<b>97</b>
<b>6.0 De mate van variatie in de hoogste jaarstand . . . . .</b>	<b>98</b>
<b>7.0 De mate van variatie in de hoogste stand van een halve eeuw. . . . .</b>	<b>100</b>
<b>8.0 De variabiliteit van de maxima per 1000 jaar . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>9.0 Beschouwingen over risico en tijdsduur. . . . .</b>	<b>102</b>
<b>10.0 Een grafische voorstelling betreffende de afhankelijkheid van het ontwerppeil van de tijds- periode en het te aanvaarden risico . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>11.0 Samenvatting en conclusies. . . . .</b>	<b>107</b>
<b>0.2 OVERZICHT VAN DE TABELLEN</b>	
4.0.1 Overschrijdingskans $q$ bij verschillende waarden van $m$ . . . . .	96
4.0.2 Kansen op niet-overschrijden bij verschillende waarden van $m$ . . . . .	97
5.0.1 Indeling van het interval der maxima in 5 zones . . . . .	98
6.0.1 De zones voor de jaarmaxima . . . . .	99
7.0.1 De zones voor de maxima van halve eeuwen . . . . .	100
7.0.2 Drie historische maxima van 50-jarige tijdvakken . . . . .	101
8.0.1 De zones voor de maxima van 1000-jarige tijdvakken . . . . .	102
9.0.1 Overschrijdingsfrequenties, waarmee men te rekenen heeft in diverse gevallen. . . . .	105

### 0.3 OVERZICHT VAN DE FIGUREN

2.0.1	Voorbeeld van een overschrijdingslijn van hoogwater aan de Nederlandse kust, gebaseerd op waarnemingen te Hoek van Holland over het tijdvak 1889–1954 . . . . .	93
3.0.1	De standaard-overschrijdingslijn . . . . .	94
6.0.1	Spreiding van de hoogste standen per jaar, per 50 jaar en per 1000 jaar te Hoek van Holland . . . . .	99
10.0.1	De afhankelijkheid van het ontwerppeil van de tijdsperiode en de aard van het risico	106

### 0.4 LITERATUUR De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]

1. *E. J. Gumbel* Statistical theory of extreme values and some practical applications. Washington, 1954.
2. *P. J. Wemelsfelder* Wetmatigheden in het optreden van stormvloed. De Ingenieur, nr. 9, 1939.

## 0.5 SUMMARY

### Considerations on the chance of very high storm surges

Protection against storm surges requires adequate constructions. This raises the question of how to determine a design surge.

In the past the answer to this question was simple: take a surge level which is somewhat higher than the highest one ever observed. The use of frequency curves (fig. 2.0.1), however, introduced extrapolation as a familiar practice. Hence we speak today of probability of excess.

In this paper the frequency curves, which are normally different for every station, have been transformed into a straight standard curve which is applicable to all gauges on every coast (fig. 3.0.1.F).

By application of the laws of probability the range of possible maxima is deduced for periods of various lengths (fig. 3.0.1.G). These are given for 1, 50 and 1000 years periods (fig. 5.0.1).

The range of possibilities is subdivided into 5 classes, called "low", "normal", "remarkable", "exceptional" and "extreme". This provides a means of deciding in advance what may be regarded as a reasonable risk.

The analysis shows that it is desirable to define chance as two separate and independent factors: risk and space of time.

The diagram in fig. 10.0.1 shows how the design storm-surge level depends on what value of these two factors is considered acceptable. The author's opinion is that no risk may be considered acceptable which for private affairs exceeds 10%, for public affairs 1% or even 0,1%. The length of the periods to be considered may be up to between 500 to 1000 years. From this it is clear that the frequency curves must, provide information about frequency of excess ( $N$ ) up to  $N = 10^{-4}$  or  $10^{-6}$  per year.

The author of this contribution is Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 0.6 RÉSUMÉ

### Considérations sur la chance de niveaux très élevés à marées-tempête

Afin d'assurer la protection contre les marées-tempête, il est indispensable d'édifier des constructions adéquates. D'où la question: comment déterminer la marée-tempête qui puisse servir comme base de projet?

Autrefois, la réponse était simple: il suffisait de prendre un niveau légèrement supérieur à celui de la plus haute marée connue. Depuis l'utilisation des courbes de fréquence (fig. 2.0.1), nous sommes familiarisés avec les extrapolations et nous parlons de probabilités des marées-tempête.

Dans cette contribution, les courbes de fréquence connues, étant différentes pour chaque point de mesure ont été transformées en une courbe standard droite pouvant s'appliquer à chaque échelle de marée, sur chaque côte (fig. 3.0.1.F).

En appliquant les lois du calcul des probabilités, on déduit la zone des maxima possibles pour des périodes de n'importe quelle durée (fig. 3.0.1.G). Cette zone est démontrée pour des périodes de 1, 50 et 1000 ans (fig. 5.0.1).

La zone des possibilités est divisée en cinq classes. Ainsi, un maximum pour une certaine période peut être „bas”, „normal”, „remarquable”, „exceptionnel” et „extrême”. Cela nous donne le moyen de déterminer d'avance ce qui peut être considéré comme un risque raisonnable.

L'analyse montre qu'il est souhaitable de distinguer dans la probabilité, deux facteurs séparés et indépendants: le risque et l'espace de temps. Un nouveau diagramme a été établi pour montrer comment la marée propre, prise comme base de projet, dépend des valeurs que l'on trouve acceptables pour ces deux facteurs (fig. 10.0.1).

L'opinion de l'auteur est qu'on ne peut accepter un risque supérieur à 10% dans les affaires particulières, et 1% ou même 0,1% dans les affaires publiques pour lesquelles on est astreint de tenir compte de périodes de 500 à 1000 ans.

De tout cela il résulte que les courbes de fréquence doivent nous donner des informations au sujet de valeurs de la fréquence de dépassement ( $N$ ) jusqu'à  $N = 10^{-4}$  ou  $10^{-6}$  par an.

Cette contribution est due à l'ingénieur P. J. Wemelsfelder.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

Voor het ontwerpen van waterbouwkundige werken die ten doel hebben bescherming te bieden tegen hoge stormvloed, is het onontbeerlijk een inzicht te hebben in de hoogte der waterstanden, die redelijkerwijs bij stormvloed verwacht kunnen worden.

Eertijds werd volstaan met het raadplegen van een tabel van de hoogst bekende standen. Slechts in het gunstigste geval kon zulk een tabel de stormvloedhoogten geven voor een termijn van 1 à 1½ eeuw. Aan de hoogste stand, voorkomende in zulk een reeks van gegevens, werd een normatieve betekenis toegekend en deze werd tot uitgangspunt voor het ontwerp van de hoofdwaterkeringen gekozen.

De ontwikkeling van de overschrijdingslijnen [2] heeft op dit punt het inzicht op fundamentele wijze doen wijzigen. In de eerste plaats is de betekenis van de hoogste stand, welke uit de waarneming bekend is, aanzienlijk gereduceerd, doch tevens is door de overschrijdingslijnen de wenselijkheid naar voren gekomen, bij het ontwerpen rekening te houden met stormvloedstanden, die aanzienlijk hoger zijn dan de uit ervaring bekende. Niet alleen hoger in verband met wijzigingen van hydrografisch karakter of relatieve bodemdaling (dit zou ook bij de vroegere werkwijze tot uitdrukking zijn gekomen), doch in het bijzonder doordat de overschrijdingslijnen het kunnen optreden van hogere standen met dwingende kracht aan de orde hebben gesteld.

Ware het nu zo, dat de concrete overschrijdingslijnen voor alle plaatsen aan de kust een bepaalde, maar niet al te hoog gelegen stand konden geven als „absoluut hoogste stormvloedstand”, dan zou een discussie over het bepalen van een „ontwerppeil” misschien vereenvoudigd kunnen worden tot een discussie over de keuze tussen de hoogst bekende stand en zulk een hypothetische absoluut hoogste stand. Zonder twijfel zou men dan voor alle hoofdwaterkeringen het ontwerppeil stellen op die (maar weinig hogere, doch) „gegarandeerd veilige” hoogste stand.

De werkelijke overschrijdingslijnen beantwoorden evenwel in het geheel niet aan deze begerenswaardige illusie. De werkelijke overschrijdingslijnen, zoals die op grond van een zorgvuldige bewerking van het waarnemingsmateriaal aan de Nederlandse kust zijn opgesteld, worden in een andere bijdrage behandeld. <sup>1)</sup> Uit de 33 in die bijdrage weergegeven overschrijdingslijnen blijkt, dat deze uiteenlopende vormen en hellingen vertonen en dat er zowel rechte als omhoog- of omlaaggebogen overschrijdingslijnen voorkomen. Doch alle lijnen hebben zeer duidelijk met elkaar gemeen, dat ze op een hoogte van 2 m boven de stormvloedhoogte van 1953 nog geen neiging vertonen om af te buigen naar een limietstand.

De lijn, die de overschrijding van de hoogst bekende stand aanduidt, verschaft ons een verbeterd inzicht. Een inzicht, dat nuttig zal blijken omdat het ons beter dan het vroeger kon geschieden, in staat stelt een verantwoord ontwerppeil vast te stellen.

De thans volgende studie beoogt een bijdrage te leveren tot het lezen en verstaan van de overschrijdingslijn. Aangegeven zal worden, hoe men uit de overschrijdingslijnen kan berekenen, welke hoogste stormvloedstanden men kan verwachten in een tijdperk van gegeven duur. Dan zal blijken, hoe toevallig de historisch bekende stormvloed eigenlijk zijn en hoe onjuist het is geweest ze aan nieuwe waterbouwkundige constructies ten grondslag te leggen. Deze beschouwingen krijgen een bijzonder perspectief, doordat ze ook van toepassing zijn op de stormvloed 1953.

Uit de praktijk is gebleken, dat er in het algemeen geen duidelijk inzicht bestaat in de kwestie van het te nemen en te aanvaarden risico. In de veelal gebruikelijke uitdrukkingwijze „een stormvloed van eens in de duizend jaar”, wordt als het ware gesuggereerd, dat men per duizend jaren een kans 1 loopt. Afgezien er van, dat veelal wordt verzuimd om hier het woord „gemiddeld” in te voegen, is de uitdrukking niettemin in hoge mate misleidend ten aanzien van het begrip risico. In deze studie wordt hier nader op ingegaan. Daarbij zal gebruik worden gemaakt van een verdeling der risico's in een vijftal klassen.

Er is nog een ander punt, dat aanleiding geeft tot een nader onderzoek. Dat is de termijn op welke men zijn beschouwingen dient te baseren. In het algemeen geeft men zich van die termijn in het geheel geen rekenschap of men doet zulks op foutieve wijze. Wanneer men bijvoorbeeld een ontwerppeil heeft

---

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.2.



gesteld op de hoogte van de overschrijdingsfrequentie 0,0001, dan drukt men zich op fundamenteel ontoelaatbare wijze uit, indien men de kans op het optreden van de gestelde stormvloed in verbinding brengt met een termijn van tienduizend jaar.

Ook op dit gebied kan een juister lezen en verstaan van de overschrijdingslijn als gewenst worden beschouwd en als een noodzakelijk element om op verantwoorde wijze tot een ontwerppeil te besluiten.

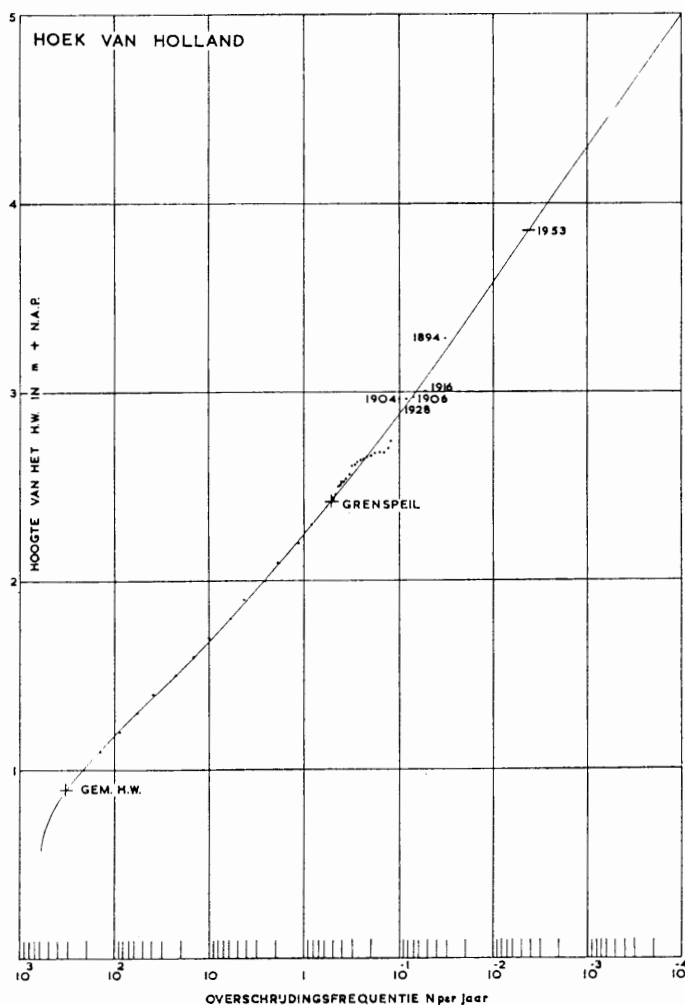
## 1.2 Auteur

De bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 DE OVERSCHRIJDINGSLIJN VAN HOOGWATER

Wanneer van een voldoende lang tijdvak wordt uitgeteld hoe vaak de hoogwaterstand hoger is geweest dan respectievelijk gemiddeld hoogwater, N.A.P. + 100 cm, N.A.P. + 110 cm, N.A.P. + 120 cm, N.A.P. + 130 cm, enz. tot de hoogste waarden toe, dan vindt men de overschrijdingsfrequenties van hoogwater.

Zet men de hoogten uit op een verticale schaal en de overschrijdingsfrequenties, berekend als gemiddeld aantal per jaar ( $N$ ) horizontaal, dan vindt men een reeks punten in een steeds naar rechts stijgende richting.



Figuur 2.0.1. Voorbeeld van een overschrijdingslijn van hoogwater aan de Nederlandse kust, gebaseerd op waarnemingen te Hoek van Holland over het tijdvak 1889–1954

Zet men  $N$  uit op logaritmische schaal, dan kan in het algemeen door de punten een gestrekte lijn worden getekend: de overschrijdingslijn.

In een vroegere publikatie [2] is er op gewezen, dat de stormvloed en aan de Nederlandse kust zeer wel aan deze algemene wetmatigheid beantwoorden. Een grondig recent onderzoek heeft aangetoond, dat dit verloop te meer aan een rechte lijn beantwoordt, naarmate men door passende selectie (alleen wintermaanden, alleen de hoogste stand, behorende bij nader gekwalificeerde meteorologische condities) het materiaal meer homogeen maakt <sup>1)</sup>.

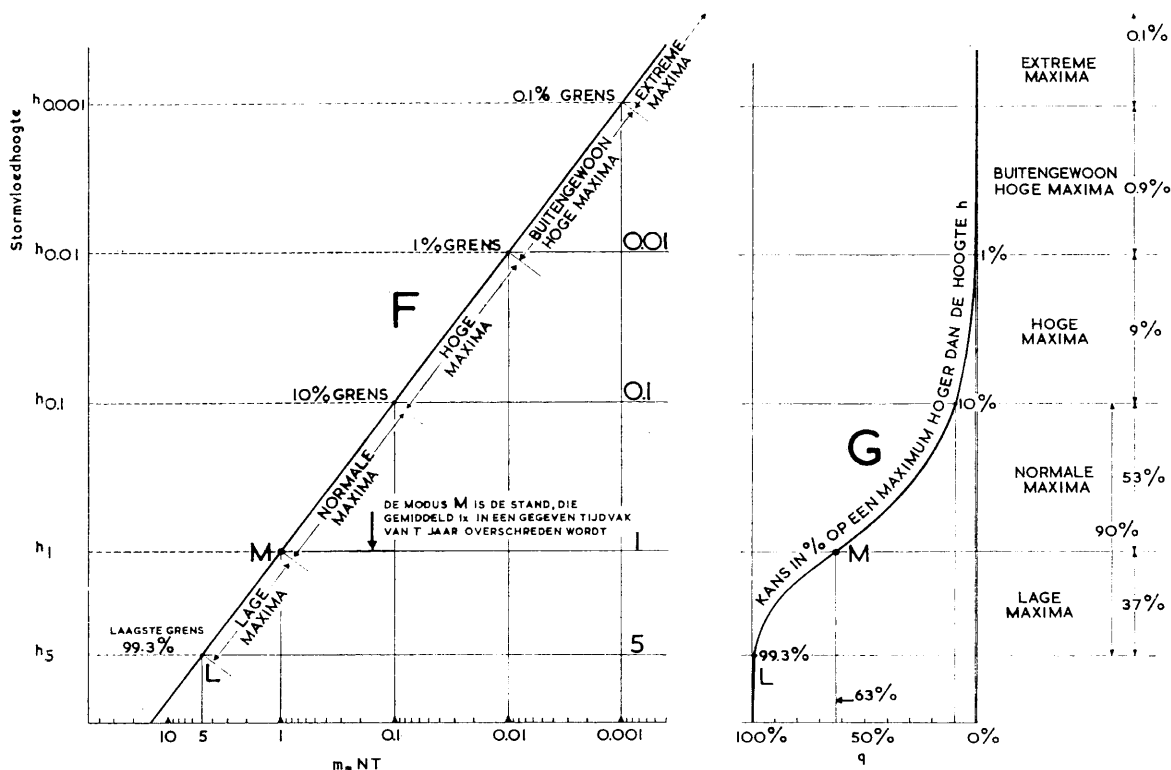
De meest recente vorm, die aan zulk een overschrijdingslijn is gegeven, is weergegeven in figuur 2.0.1, geldende voor Hoek van Holland, gelegen aan de ingang van de zee weg naar Rotterdam.

In figuur 2.0.1 is de hoogteschaal verticaal uitgezet en de overschrijdingsfrequentie  $N$  in aantallen per jaar horizontaal. De lijn is getekend door de waarnemingen van 65 jaar. Geheel links beneden ligt het punt gemiddeld hoogwater (H.W.), ongeveer vallende op de waarde  $\frac{1}{2}$ . 706 (zijnde 706 het aantal astronomische hoogwaters per jaar).

De hoogste stand, opgetreden tijdens de catastrofale stormvloed in 1953, is door een streepje aangegeven en niet door een punt, omdat de overschrijdingsfrequentie er van uiteraard niet door 1 : 65 mag worden aangegeven.

### 3.0 DE STANDAARD-OVERSCHRIJDINGSLIJN

De thans volgende beschouwing handelt over de overschrijdingsfrequentie als zodanig. De hoogwaterstanden, waarvan in het volgende sprake zal zijn, zijn ontleend aan het waarnemingsstation te Hoek van Holland en komen dus overeen met de gegevens van figuur 2.0.1. Zij hebben slechts illustratieve betekenis. Elk ander kuststation zou evengoed kunnen dienen.



Figuur 3.0.1. De standaard-overschrijdingslijn

<sup>1)</sup> Zie de Bijdragen I en II.1.

Voor de navolgende beschouwingen is uitgegaan van een standaard-overschrijdingslijn, die als prototype geldt voor alle kuststations en voor tijdvakken van elke lengte. In figuur 3.0.1 is F zulk een overschrijdingslijn, waarbij uitgezet is de gemiddelde overschrijdingsfrequentie ( $NT$ ), geldende voor een tijdvak van  $T$  jaren.

De overschrijdingslijn is recht getekend. Hiermede is bedoeld een afbeelding van de veelal bochtige overschrijdingslijnen, zoals zij in de praktijk worden gevonden. Men kan immers voor elk station de hoogteschaal zo kiezen, dat de overschrijdingslijn in figuur 3.0.1 een rechte lijn wordt. Ieder station heeft dan een eigen aparte hoogteschaal, doch alle hebben dezelfde rechte overschrijdingslijn F gemeen. In die zin genomen – en dat is hier de bedoeling – vertegenwoordigt F alle overschrijdingslijnen. Deze is dus ook een standaard-overschrijdingslijn in de meer ruime betekenis van dat woord. Langs de horizontale as is uitgezet de overschrijdingsfrequentie  $m$ . Deze overschrijdingsfrequentie is het product van de lengte van een tijdvak in jaren ( $T$ ) en het aantal overschrijdingen per jaar ( $N$ ), dus

$$m = NT. \quad (1)$$

Het getal  $m$  is dus dimensieloos, namelijk het aantal overschrijdingen in een tijd-eenheid. Zulk een tijd-eenheid kan naar verkiezing van elke grootte zijn, doch in onze beschouwingen is dat 1, 10, 50, 100 of 1000 jaar. De grootte  $N$  is eveneens een overschrijdingsfrequentie, doch nu per jaar. In het spraakgebruik wordt hier wel het minder van toepassing te achten begrip „frequentie” gebruikt.

Doordat langs de horizontale as aan  $T$  elke gewenste waarde gegeven kan worden, geldt de lijn F ook voor tijdvakken van elke gewenste lengte. De lijn F is dus een universeel bruikbare overschrijdingslijn, de standaard-overschrijdingslijn.

Deze lijn kan nu rechtlijnig geëxtrapoleerd worden. Er zijn immers aan deze extrapolatie geen praktische of theoretische grenzen gesteld. Een eventuele onzekerheid omtrent de betrekking tussen waterstand en overschrijdingsfrequentie voor de zeer hoge waterstanden komt hier geheel tot zijn recht in de omzetting van de hulphoogte  $h$  in de ware hoogte  $H$ . Deze omzetting blijft echter in dit onderzoek voorlopig buiten beschouwing.

Een bijzondere plaats neemt in de waarde  $m = 1$ . Hierbij behoort op de lijn het punt M en op de  $y$ -as het punt  $h_1$ . Deze  $h_1$  is dus de hoogte, die in een tijdvak van  $T$  jaren juist gemiddeld éénmaal wordt overschreden, ook wel genoemd de modus van de overschrijdingskromme. De lijn is verder getekend tot  $m = 10^{-3}$ . Voor de lijn F geldt de formule:

$$h - h_1 = -s \log m. \quad (2)$$

De coëfficiënt

$$s = -\frac{h - h_1}{\log m} \quad (3)$$

geeft de steilheid van de lijn F aan. Wanneer  $h$  de waarde  $h_{0,1}$  heeft, wordt  $m = 0,1$  en  $\log m = -1$  en daarmede

$$s = -\frac{h_{0,1} - h_1}{-1} = h_{0,1} - h_1$$

en aangezien  $h_{0,1} - h_1 = h_{0,01} - h_{0,1} = h_{0,001} - h_{0,01}$  enz., is  $s$  juist gelijk aan de hoogtesprong, die tot decimering van de kans voert. Op grond hiervan wordt  $s$  de decimeringshoogte genoemd.

De standaard-overschrijdingslijn F is rechtlijnig en  $s$  is dus constant voor elke hoogte  $h$  (uiteraard niet voor elke hoogte  $H$ ).

Uit (3) volgt:

$$m = 10^{-\frac{h - h_1}{s}} \quad (4)$$

of:

$$m = e^{-\alpha \frac{h - h_1}{s}}$$

waarin:

$$\alpha = \ln 10 = 2,3.$$

#### 4.0 DE MAXIMA IN GEGEVEN TIJDPERKEN

Op grond van de overschrijdingslijn kan een antwoord worden gegeven op de vraag hoe groot de kans is, dat een bepaald peil als maximum zal optreden.

Volgens de wet van Poisson is de grootte van de kans  $k$  op  $r$  gebeurtenissen, wanneer het gemiddelde daarvan  $m$  bedraagt:

$$k = \frac{m^r}{r!} e^{-m} \quad (1)$$

waarin  $e = 2,72$ , het grondtal is van het neperiaans logaritmenstelsel en  $m$  kleiner is dan 5.

Voor het hoogste peil geldt, dat het in een bepaalde termijn geen enkele maal wordt overschreden, d.w.z.  $r = 0$ . De kans  $k$  op een periode, vrij van stormvloed en boven een hoogte  $h$  met de gemiddelde overschrijdingsfrequentie  $m$  is derhalve:

$$k = e^{-m} \quad (2)$$

De complementaire waarde hiervan, die wij  $q$  zullen noemen, is de kans, dat het betreffende peil wel zal worden overschreden, de overschrijdingskans dus.

De overschrijdingskans  $q$  is derhalve:

$$q = 1 - k = 1 - e^{-m} \quad (3)$$

Voor het gehele door de lijn F bestreken gebied kan de overschrijdingskans dus worden berekend. De uitkomsten zijn in lijn G van figuur 3.0.1 grafisch weergegeven. De horizontale as geeft de overschrijdingskans  $q$ , lopende van 100% tot 0%. De lijn G beantwoordt aan de uit (4) van 3.0 en (3) af te leiden formule:

$$q = 1 - e^{-e^{-\alpha \frac{h - h_1}{s}}} \quad (4)$$

GUMBEL gaat uit van een overeenkomstige formule in een wat meer algemene vorm om zijn theorie der extreme waarden te ontwikkelen [1]. Hij maakt daarbij echter geen gebruik van het gehele universum van waarnemingen, alleen van de maxima. Voor het met deze studie beoogde doel zal gebruik worden gemaakt van het volledige beschikbare waarnemingsmateriaal en er zullen definitieve conclusies worden getrokken, zonder dat het nodig is veronderstellingen te maken aangaande de aard van een of andere curve of coëfficiënten te kiezen.

Het punt M, waarvoor geldt  $h = h_1$ , heeft een overschrijdingskans:

$$q = 1 - e^{-1} = 0,63. \quad (5)$$

Het is belangrijk hier even bij stil te staan. Wanneer men op de overschrijdingslijn afleest, dat een peil 0,001 maal per jaar voorkomt, dan is het niet juist dat te interpreteren als een gemiddeld éénmaal per 1000 jaar voorkomen van die stand. Men dient er zich veeleer steeds van bewust te zijn, dat dit peil (gemiddeld) éénmaal per 1000 jaar wordt overschreden. En de mate van overschrijding kan zeer aanzienlijk zijn.

Vraagt men wat de hógste stand zal zijn in een 1000-jarig tijdperk, dan geeft (3), dat er 63% kans is, dat de hoogste stand hóger zal zijn dan het peil  $h_{0,001}$ . Dit is dus een zeer grote kans.

Anderzijds is er een kans van 37%, dat de hoogste stand lager zal blijven dan  $h_1$ . Doch de kansen op een hoogste stand, die veel lager is dan  $h_1$ , nemen snel af. Geeft men  $m$  respectievelijk de waarden 1, 2, 3, enz. dan vindt men de in tabel 4.0.1 gegeven bedragen.

Tabel 4.0.1  
Overschrijdingskans  $q$  bij verschillende waarden van  $m$

$m$	1	2	3	4	5
Overschrijdingskans $q$ . . . . .	0,63	0,86	0,95	0,98	0,993
Kans op periode zonder overschrijding van het bij $m$ behorende peil . . . . .	37%	14%	5%	2%	0,7%

Deze kans op niet-overschrijden wordt dus snel verwaarloosbaar klein. Voor de praktijk kan men de waarde  $m = 5$  wel als grens aanhouden. In figuur 3.0.1 is deze onderste grens door punt L aangegeven. Lager dan L komen de maxima in een tijdvak van T jaren dus (praktisch) nooit.

Voor de zeer kleine waarden van  $m$  geldt:

$$q = 1 - e^{-m} = m - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{6} - \dots \approx m \tag{6}$$

Deze benadering is reeds van toepassing voor  $m = 0,1$ . Van hier af verder opwaarts is de kans, dat het peil  $h$  zal worden overschreden, gelijk aan de bij  $h$  behorende overschrijdingswaarde  $m$ .

Op de procentenschaal uitgezet neemt de lijn G de ojfefvorm aan, als aangegeven in figuur 3.0.1, d.w.z. de lijn G loopt zeer gerek asymptotisch naar de nul-verticaal toe.

In tabel 4.0.2 zijn de in figuur 3.0.1 op de lijn G aangegeven hoogten in getallen vermeld.

Tabel 4.0.2  
Kansen op niet-overschrijden bij verschillende waarden van  $m$

Peil	Gemiddelde overschrijdingsfrequentie $m$	Kans $(1-q)$ dat dit peil niet overschreden zal worden in procenten
$h_{0,001}$	0,001	99,9
$h_{0,01}$	0,01	99
$h_{0,1}$	0,1	90
$h_1$	1	37
$h_5$	5	0,7

De kromme G geeft dus de gehele schaal van mogelijkheden, beginnende bij  $h_5$  en opwaarts doorlopende zonder begrenzing.

**5.0 INDELING DER MAXIMA IN VIJF KLASSEN**

Voor het punt M geldt  $m = 1$ , en met (1) van 3.0 wordt dus

$$NT = 1, \quad N = \frac{1}{T} \quad \text{of} \quad T = \frac{1}{N} \tag{1}$$

De waarde  $T$  wordt hier gehanteerd als eenheid van tijd en  $N$  is het gemiddelde aantal overschrijdingen van  $h_1$  per jaar. Al naar men wenst, kan dit nu eens 1 jaar, dan 10, 100 of 1000 jaar voorstellen. De hoogte  $h_5$  wordt in deze tijdseenheid 5 maal overschreden. De hoogte  $h_{0,1}$  wordt 0,1 maal overschreden.

De behoefte komt hier naar voren om allereerst het door de kromme G aangegeven gebied van mogelijkheden op een praktische wijze in te delen.

In figuur 3.0.1 werden reeds 5 karakteristieke overschrijdingsfrequenties aangegeven, namelijk:

$$5 \quad 1 \quad 0,1 \quad 0,01 \quad 0,001$$

De waarde 5 typeert de laagste grens L voor het maximum. De waarde 1 geeft aan de modus M. De waarden 0,1, 0,01 en 0,001 zijn gekozen, omdat zij met 1 een regelmatige reeks vormen en gemakkelijk te hanteren zijn.

Bij de 5 genoemde overschrijdingsfrequenties behoren de hoogten  $h_5, h_1, h_{0,1}, h_{0,01}$  en  $h_{0,001}$ . Door deze 5 hoogten zijn horizontale lijnen getekend. Zij verdelen het gehele hoogtebereik in een aantal zones, die met de volgende aanduidingen kunnen worden vastgelegd.

Uiteraard zijn ook andere indelingen en aanduidingen mogelijk. Zolang een afspraak niet is getroffen, behouden woorden als normaal, hoog of extreem een vaagheid, die ieder toestaat er het zijne onder te verstaan, zonder dat de soms aanzienlijke inhoudsverschillen aan het licht treden.

Tabel 5.0.1 geeft dus een afspraak omtrent woordgebruik, uitsluitend ten behoeve van het met deze verhandeling beoogde doel. Hierbij is gewerkt met de factor 10, omdat zulks in ons tientallig stelsel voor de hand ligt.

Tabel 5.0.1  
Indeling van het interval der maxima in 5 zones

Van	$m = 5$	tot	$m = 1$	maximum <i>laag</i>
Van	$m = 1$	tot	$m = 0,1$	maximum <i>normaal</i>
Van	$m = 0,1$	tot	$m = 0,01$	maximum <i>hoog</i>
Van	$m = 0,01$	tot	$m = 0,001$	maximum <i>buitengewoon hoog</i>
Boven	$m = 0,001$			maximum <i>extreem</i>

Het centrale punt, waaromheen alle maxima zich groeperen – zij het sterk asymmetrisch – is het punt M, waarvoor  $m = 1$ . Het is nuttig, het deel der maxima, dat lager dan M ligt, aan te duiden als „lage maxima”.

Tijdvakken, waarin het maximum lager ligt dan M, vallen bij stormvloeden vrijwel uit de aandacht weg.

De zone, die „normaal” is genoemd, ligt bóven het punt M, namelijk van  $m = 1$  tot  $m = 0,1$ . Dit heeft het voordeel, dat men zich scherp realiseert, dat het „normaal” is, dat maxima (ook en vooral) hoger liggen dan de modus M. Eerst tijdvakken met maxima bóven M trekken de aandacht. De ingewijden zien dit als „normaal”. Vandaar dat in tabel 5.0.1 voor het bereik van  $m = 1$  tot  $m = 0,1$  de kwalificatie „normaal” is aangehouden. In totaal liggen hier  $90\% - 37\% = 53\%$  der gevallen. Het is alleszins redelijk, dat men voor de zone, waarin meer dan de helft der gevallen voorkomt, de kwalificatie „normaal” toepast.

Verder volgen dan, telkens met sprongen ter grootte van de factor 10: hoog, buitengewoon hoog en extreem. Een maximum krijgt dus eerst de kwalificatie extreem, indien de kans kleiner is dan  $10^{-3}$ .

Men zou de sprongen ook kleiner kunnen nemen dan 10. Het begrip extreem zou dan reeds eerder van toepassing worden, bijvoorbeeld bij de overschrijdingsfrequentie  $10^{-2}$ . Elders in het maatschappelijk leven noemt men het voorkomen van gebeurtenissen, waarvan de overschrijdingsfrequentie  $10^{-2}$  bedraagt, nimmer extreem. Zo bijvoorbeeld is de kans op volledig afbranden van een woonhuis kleiner dan 1%. Niettemin beschouwt men deze kans geenszins als extreem klein en hebben belanghebbenden zich doorgaans voor dit risico verzekerd.

Zo kan men het optreden van de hoogste-stand-van-deze-eeuw in de aanstaande winter (kans 1%) onmogelijk aangeven met wat men in het spraakgebruik als „extreem onwaarschijnlijk” zou kunnen aanduiden en dienovereenkomstig de bijbehorende hoogte als een „extreem maximum” van 1 jaar beschouwen. Het is wenselijk om het begrip „extreem” eerst te gebruiken voor kansen, kleiner dan  $m = 10^{-3}$ .

Voor de zone van  $m = 10^{-2}$  tot  $m = 10^{-3}$  kan de kwalificatie „buitengewoon hoog” uitstekend dienen. Zegt men „de vloed van 1825 was buitengewoon hoog, in sommige delen van het land misschien de hoogste gedurende 2 eeuwen”, dan is dit een zuiver taalgebruik. Men heeft zo in de loop van de geschiedenis wel vaker een „buitengewoon hoge stand”. Daarbij laten wij „extreme” gevallen, als de uitbarsting van de Krakatau en de Kimbrische vloed, buiten beschouwing.

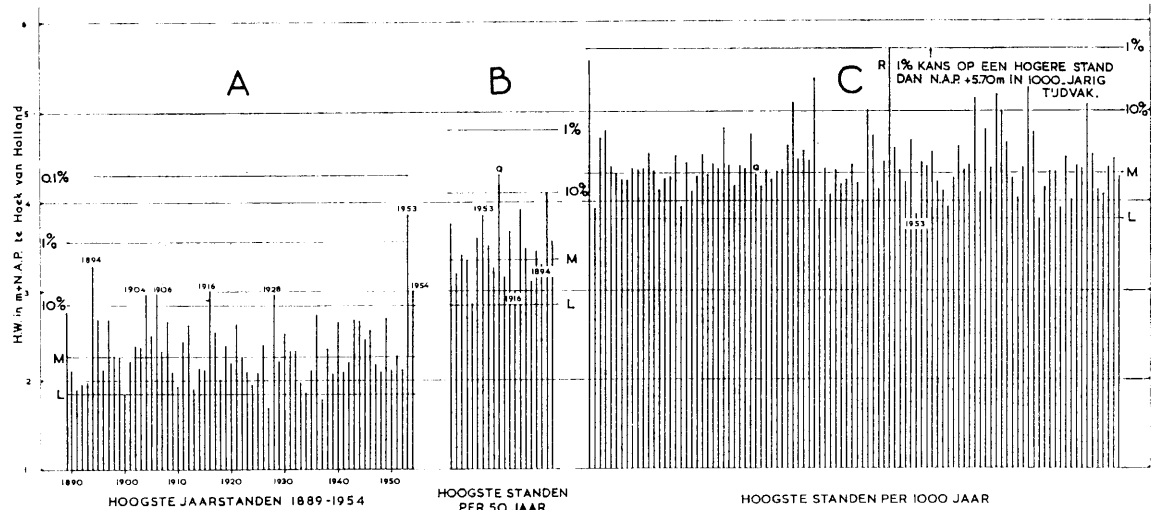
Voor de zone van  $m = 0,1$  tot  $0,01$  wordt dan de kwalificatie „hoog” van toepassing. Een vloed wordt dus hier niet „hoog” genoemd als hij een paar decimeter hoger is dan de modus M. Dat is heel „normaal”. In de gegeven indeling wordt een vloed pas „hoog” genoemd als hij omstreeks 7 dm hoger is dan de modus M.

Uit wat verder in deze verhandeling naar voren gebracht wordt, zal blijken, dat de indeling, toegepast in figuur 3.0.1 en nader weergegeven in tabel 5.0.1, goed past bij het spraakgebruik en tot een verheldering bij het gebruik van de overschrijdingskrommen kan leiden.

## 6.0 DE MATE VAN VARIATIE IN DE HOOGSTE JAARSTAND

Er worde nu allereerst aandacht geschonken aan de jaar maxima. De wisselvalligheid daarvan is uit de ervaring bekend. Gedeelte A van figuur 6.0.1 toont de jaarmaxima van het hoogwater te Hoek

van Holland van 1889 tot 1954. In de reeds genoemde studie [2] werd al aangetoond, dat de wisselvalligheid dezer hoogten geheel voldoet aan de formule (3) van 4.0, zodat hierop niet nader gewezen behoeft te worden.



Figuur 6.0.1. Spreiding van de hoogste standen per jaar, per 50 jaar en per 1000 jaar te Hoek van Holland

Thans is aan de orde een nadere interpretatie te ontwikkelen ten aanzien van het begrip „hoogste stand”. In aansluiting op 4.0 en 5.0 kunnen de vier gestelde grenzen en de modus M worden berekend. Wij kunnen dit te allen tijde exact doen voor de parameter  $h$ .

Vervolgens kan de hoogte  $h$  door middel van de in 3.0 aangegeven transformatie worden „vertaald” in de hoogte  $H$  van een kuststation. Daarbij dient gebruik te worden gemaakt van een overschrijdingslijn, die tot de gewenste lage overschrijdingsfrequentie is geëxtrapoleerd <sup>1)</sup>.

Aangezien het illustratieve waarde heeft, aan te sluiten op de reeds overgelegde jaarmaxima van Hoek van Holland, wordt hier de transformatie van  $h$  in  $H$  direct uitgevoerd, en wel met behulp van de in figuur 2.0.1 gegeven overschrijdingslijn. Wij vinden de waarden van tabel 6.0.1.

Tabel 6.0.1  
De zones voor de jaarmaxima

	$m$	$N$	Peil te Hoek van Holland in m boven N.A.P.	In gedeelte A van figuur 6.0.1 aangeduid met
0,1 %-grens . . . . .	0,001	0,001	4,30	0,1 %
1 %-grens . . . . .	0,01	0,01	3,55	1 %
10 %-grens . . . . .	0,1	0,1	2,90	10 %
Modus M . . . . .	1	1	2,25	M
Laagste jaarmaximum . . . . .	5	5	1,85	L

De in tabel 6.0.1 vermelde 5 hoogten zijn in figuur 6.0.1 in het gedeelte A aangegeven respectievelijk door L, M, 10%, 1% en 0,1%.

Met betrekking tot de in feite opgetreden jaarmaxima in de beschouwde periode van 65 jaar blijkt het volgende:

1. Het theoretisch laagste peil L is ook in werkelijkheid vrijwel het laagste voorgekomen jaarmaximum. (Zouden niet de maxima van kalenderjaren zijn gebruikt, doch de maxima van de winters, dan zouden ook de laagste maxima nog juist boven het peil L zijn gebleven.)
2. Tussen de hoogte L en de hoogte, die met de 10%-grens correspondeert, liggen de meeste jaarmaxima. Zij liggen, zoals te verwachten is, willekeurig verspreid.

<sup>1)</sup> Hiervoor zij verwezen naar Bijdrage III.2.

3. De figuur illustreert hoe de modus  $M$  ligt ten aanzien van de reëel voorkomende jaarmaxima. Duidelijk blijkt, dat  $M$  aanzienlijk lager ligt dan de meeste jaarmaxima.
4. De zone tussen  $L$  en  $M$  omvat de „lage maxima”, de zone van  $M$  tot de hoogte 10% de „normale maxima”. In vergelijking met deze normale maxima vallen de maxima beneden de lijn  $M$  enigszins buiten de aandacht. Zij zijn in feite van weinig betekenis.
5. In de zone der „hoge maxima”, gelegen tussen de hoogte 10% en de hoogte 1%, vinden wij de in Nederland welbekende stormvloed van 1894, 1904, 1906, 1916, 1928, 1954. Hier blijkt, dat de ingevoerde verdeling en de daaraan toegekende namen aansluiten op de ervaring en het spraakgebruik. Slechts de als zodanig bekende zware stormvloed geven aanleiding tot „hoge standen”. De 10%-grens dient zich dus aan als een goed hanteerbare scheiding tussen „normaal” en „hoog”. Het is van betekenis er de aandacht op te vestigen, dat de gesignaleerde stormvloed slechts „hoge standen” opleverden, wanneer een periode van 1 jaar ( $T = 1$ ) wordt beschouwd. D.w.z. 1954, 1894, 1916 e.d. waren slechts „hoog” met betrekking tot één enkele winter. Kennelijk zijn het spraakgebruik en de gevoelswaardering ingesteld op een gering aantal jaren.
6. Wat tussen de 1%-grens en de 0,1%-grens is gelegen, is in 5.0 „buitengewoon” genoemd. In gedeelte A van figuur 6.0.1 is in dit gebied alleen de stormvloedhoogte 1953 gelegen als een reus onder de dwergen. Deze hoogte is dus een „buitengewone” hoogte, hetgeen zich bij het spraakgebruik en de gevoelswaardering aansluit. Zulk een stand is onverwacht hoog, een gebeuren „waarop men niet gerekend had” in een bepaalde winter.

Het voorgaande geeft een duidelijke praktische illustratie van de in 5.0 bedoelde indeling van de maxima in vijf klassen. In wezen kan men geen indeling maken, die alleen definities geeft voor laag, normaal, hoog, enz. in absolute zin. Principieel moet daarbij worden vermeld de tijd, waarvoor de kwalificatie van kracht is.

## 7.0 DE MATE VAN VARIATIE IN DE HOOGSTE STAND VAN EEN HALVE EEUW

Een tweede tijdsduur, die bij wijze van voorbeeld in het oog gevat zal worden, is die van 50 jaar. Wij stellen dus  $T = 50$  en vinden uit de figuren 2.0.1 en 3.0.1 met  $m = 50N$  de waarden van tabel 7.0.1.

Tabel 7.0.1  
De zones voor de maxima van halve eeuwen

	$m$	$N$	Peil te Hoek van Holland in $m$ boven N.A.P.	In gedeelte B van figuur 6.0.1 aangeduid met
1%-grens . . . . .	0,01	$2 \cdot 10^{-4}$	4,80	1%
10%-grens . . . . .	0,1	$2 \cdot 10^{-3}$	4,05	10%
Modus $M$ . . . . .	1	$2 \cdot 10^{-2}$	3,35	$M$
Laagste maximum . . . . .	5	$10^{-1}$	2,90	$L$

Er is voor het bepalen van deze cijfers gebruik gemaakt van de extrapolatie van de overschrijdingslijn tot aan de overschrijdingsfrequentie  $2 \cdot 10^{-4}$  of  $1/5000$ . Zij zijn in gedeelte B van figuur 6.0.1 door de 4 horizontale lijnen aangegeven.

Uit de overschrijdingslijn voor Hoek van Holland (figuur 2.0.1) zijn berekend de 20 hoogwaterstanden (die ieder 5% kans hebben om hoogste te zijn in 50 jaar), door aflezing op de lijn G (figuur 3.0.1) op  $97\frac{1}{2}$ ,  $92\frac{1}{2}$ ,  $87\frac{1}{2}$ ,  $82\frac{1}{2}$ , . . . . enz. %.

Deze 20 standen zijn in willekeurige volgorde volgens een loting in gedeelte B van figuur 6.0.1 geplaatst. Hiermede is weer de mate van variatie der stormvloedhoogten in beeld gebracht.

Men stelle zich voor, dat van 20 achtereenvolgende historische tijdvakken van 50 jaar de maxima grafisch zijn uitgezet. Deze maxima zouden een verdeling hebben, die men „stochastisch” noemt, d.w.z. verdeeld conform de voor deze materie geldende wetten van de kansrekening. Gedeelte B van figuur



6.0.1 kan als voorbeeld voor een theoretisch model dienen. Een serie van 20 waarnemingen van het 1000-jarige tijdvak zou grote trekken van overeenstemming met dit model vertonen, zij het dan, dat de volgorde der 20 hoogten uiteraard een andere zou zijn. Wij hebben helaas van geen enkel station 1000 jaar waarnemingen beschikbaar, welke wij in 20 stukken van 50 jaar zouden kunnen knippen. Toch kunnen wij wel aan de waarnemingstermijn 1889–1954 te Hoek van Holland drie tijdvakken van 50 jaar ontlenu. De wijze waarop dit is geschied, is opgenomen in tabel 7.0.2.

Tabel 7.0.2  
Drie historische maxima van 50-jarige tijdvakken

1850–1900, met 1894 als hoogste waarde . . . . .	nl. N.A.P. + 328 cm
1900–1950, met 1916 als hoogste waarde . . . . .	nl. N.A.P. + 300 cm
1950–2000, met 1953 als veronderstelde hoogste waarde.	nl. N.A.P. + 385 cm

Uit de waarnemingen in naburige plaatsen is bekend, dat 1894 de hoogste stand heeft opgeleverd voor het tijdvak 1850–1900. De hoogste stand van het tijdvak 1950–2000 is uiteraard nog niet bekend. Tussen 1960 en 2000 is er nog 16% kans op een stormvloed, welke die van 1953 overtreft in hoogte. Of N.A.P. + 385 cm de hoogste stand zal zijn voor het tijdvak 1950–2000, weten wij dus nog maar met 84% zekerheid. Laten wij het echter ter wille van ons rekenvoorbeeld er op houden, dat de stormvloed van 1953 de hoogste stand zal geven voor 1950–2000.

In gedeelte B van figuur 6.0.1 zijn de drie, het dichtst bij deze drie historische stormvloeden gelegen hoogten: vrij laag (1916), in het midden (1894) en hoog (1953). Het volgende is nu op te merken:

1. De stormvloed 1916, die in gedeelte A van figuur 6.0.1 onder de jaarwaarden als „hoog maximum” wordt aangeduid, bevindt zich in gedeelte B in de groep tussen M en L, dus in die der „lage maxima”. Deze stand heeft een jaaroverschrijdingsfrequentie  $N$  van 0,06. In 50 jaar is dus  $m = 50 \cdot 0,06 = 3$ . Hieruit volgt een overschrijdingskans  $q = 95\%$  volgens tabel 4.0.1. In het 50-jarige tijdvak 1900–1950, waarvan de in feite lage stormvloed van 1916 het maximum was, zijn dus weinig zware stormvloeden voorgekomen.
2. De stormvloed 1894, jarenlang voor Hoek van Holland geldende als hoogst bekende stand, blijkt dus niet hoog, wanneer men de mogelijke maxima van perioden van 50 jaar beschouwt. Zulk een vloed heeft 63% kans om te worden overtroffen in een 50-jarig tijdvak.
3. Zulk een hoger maximum werd de stormvloed van 1953. Uit het gedeelte B van figuur 6.0.1. blijkt, dat deze 1953-stand nog aanzienlijk beneden de 10%-lijn valt. Hij behoort dus in een 50-jarig tijdvak tot de *normale* maxima. Men ziet, dat er op de 20 tijdvakken van 50 jaar wel 5 zijn, die stormvloeden in de orde van die van 1953 zullen geven.
4. Naast de zojuist genoemde 5 tijdvakken zijn er 15 met maxima, aanzienlijk lager dan die van 1953. Dat wil zeggen: op elke groep van 4 tijdvakken van 50 jaar kan één een maximum hebben in de orde van de stormvloed van 1953 of hoger. De andere 3 kunnen lager zijn. Het aan Hoek van Holland ontleende praktijkgeval van 3 tijdvakken van 50 jaar, vallende tussen 1850 en 2000, past geheel bij dit patroon.
5. In de genoemde 20 tijdvakken treedt éénmaal een hoog maximum op. Dit is de stand  $Q$ , voor Hoek van Holland de hoogte in de figuur 6.0.1, liggende op N.A.P. + 430 cm.

Was het dus geheel juist, om in de sfeer van één enkele winter de stormvloed 1953 te betitelen als „hoog”, in de sfeer van tijdvakken van 50 jaar is de stormvloed geen bijzondere vermelding waard. Hij is een *normaal* maximum.

## 8.0 DE VARIABILITEIT VAN DE MAXIMA PER 1000 JAAR

Een derde tijdsduur, die nu nader wordt bestudeerd, is die van 1000 jaar. Toepassing van (3) van 4.0 geeft de waarden van tabel 8.0.1.

Tabel 8.0.1  
De zones voor de maxima van 1000-jarige tijdvakken

	$m$	$N$	Peil te Hoek van Holland in m boven N.A.P.	In gedeelte C van figuur 6.0.1 aangeduid met
1%-grens . . . . .	0,01	$10^{-5}$	5,70	1%
10%-grens . . . . .	0,1	$10^{-4}$	5,00	10%
Modus M . . . . .	1	$10^{-3}$	4,30	M
Laagste maximum . . . . .	5	$5 \cdot 10^{-3}$	3,80	L

Uit de overschrijdingslijn (figuur 2.0.1) werden 100 hoogwaterstanden berekend, die ieder 1% kans hebben om de hoogste te zijn in een 1000-jarig tijdvak. Men stelle zich voor: gedeelte G van figuur 3.0.1 geknipt in 100 verticale stroken, waarvan de lengte door de lijn G wordt bepaald. Vervolgens stelle men zich voor, dat deze stroken in willekeurige, door loting bepaalde volgorde naast elkaar worden gelegd. Aldus wordt het beeld van gedeelte C van figuur 6.0.1 verkregen. In deze figuur ligt het gedeelte C in zijn geheel hoger dan B en dit weer hoger dan A.

De mate van variatie is wederom van hetzelfde karakter als in de gedeelten A en B van de figuur. De (praktisch) onderste grens is wederom de hoogte L en de hoogste stand komt nu boven de lijn 1%. Dit is in de figuur het punt R, liggende op een hoogte van N.A.P. + 570 cm met de overschrijdingsfrequentie  $10^{-5}$ .

De stormvloed 1953 is ook nu nog als één der mogelijke maxima aanwezig. Hij is echter hier een beslist lage stand, nl. de derde van onderen af. Ditmaal afgedaald tot dwerg onder de reuzen. Er is 97% kans op een hoger maximum in 1000 jaar.

De stormvloed Q, die in gedeelte B de allerhoogste was met de kwalificatie van hoge stand, is in gedeelte C juist modus en derhalve slechts normale stand.

Van N.A.P. + 500 cm tot N.A.P. + 570 cm ligt de groep der hoge stormvloeden. Van N.A.P. + 570 cm en hoger zal men weer kunnen spreken van zeer hoge stormvloeden, nu dan voor een tijdvak van 1000 jaar.

Men ziet in figuur 6.0.1 duidelijk, dat de 1953-stand *hoog* is voor één enkel jaar, *normaal* is voor een tijdvak van 50 jaar en beslist *laag* voor een tijdvak van 1000 jaar.

Standen als die van 1894, 1916, 1954 e.d., die in het gewone spraakgebruik, dat onwillekeurig op een gering aantal jaren is ingesteld, hoge stormvloedhoogten heten, zijn voor een 1000-jarig tijdvak van geen enkel belang. Een stormvloed als die van 1954 bijvoorbeeld komt in 1000 jaar gemiddeld 60 maal voor en die van 1894 wel 20 maal. Stormvloeden als deze worden gemakkelijk door de tijdgenoot in betekenis overschat, doch hebben op lange termijn gezien geen importantie. Stormvloeden als die van 1953 zal men nog 3 à 4 maal tegenkomen in 1000 jaar.

## 9.0 BESCHOUWINGEN OVER RISICO EN TIJDSDUUR

Het werken met overschrijdingsfrequenties en -kansen is nog betrekkelijk jong en de kwestie van de splitsing van de overschrijdingsfrequenties naar risico en tijdsduur vraagt om nadere opheldering. Het lag voor de hand de overschrijdingskromme, die hier is weergegeven in figuur 2.0.1, te zien als een rechtstreeks verband tussen stormvloedhoogte  $H$  en overschrijdingsfrequentie  $N$ . Bij nader inzien blijkt echter  $N$  een getal te zijn, dat wij nader moeten beschouwen.  $N$  stelt voor het aantal overschrijdingen per jaar of, volgens (1) van 3.0:

$$N = \frac{m}{T}$$

Voor waarden van  $m$ , kleiner dan 0,1 is  $m$  volgens (6) van 4.0 tevens het overschrijdingsrisico in een gegeven termijn. Om een toelaatbare overschrijdingsfrequentie  $N$  te kunnen bepalen, moeten wij eerst zowel  $m$  als  $T$  bepalen, ofwel:

1. de tijdsduur  $T$ , waarin bedreiging onafgebroken mogelijk is;
2. de grootte van het risico  $m$ , dat mag worden gelopen.

Eerst wanneer deze beide grootheden bepaald zijn, kan  $N$  berekend worden, kan de daarbij behorende stormvloedhoogte  $H$  op een overschrijdingslijn worden afgelezen en kan het ontwerppeil worden bepaald.

Om voor bepaalde belangen, die achtereenvolgens van grotere betekenis zijn voor de samenleving en die gedurende een langere tijd dienen te worden veilig gesteld, een maat te geven t.a.v. het risico en het daarmee corresponderende ontwerppeil, kan als volgt worden tewerkgegaan.

### 1. Kortdurende risico's

De risico's, die een hoge stormvloed met zich mede kan brengen, bestaan voor vele objecten slechts gedurende korte tijd en zijn bovendien van betrekkelijk geringe importantie. Men denke aan werken in uitvoering, aan een bouwput, die kan vollopen, goederen, tijdelijk opgeslagen op fabrieksterreinen. Deze risico's kunnen enkele weken, maanden of een paar winters duren. Laten wij, om de gedachten te bepalen, een duur van één winter nemen. Belanghebbenden zullen dan de vraag stellen, welke vloedhoogten kan men verwachten voor één winter?

Voor het beantwoorden van deze vraag kan gebruik gemaakt worden van gedeelte A van figuur 6.0.1 en van de opgaven van tabel 6.0.1. Voor materiële belangen van geringe importantie zal men rekening willen houden met de „normale” hoogste jaarstanden. Daartoe moet dan het ontwerppeil gesteld worden op de 10%-grens, d.w.z. het peil, dat eens per 10 jaar wordt overschreden, d.i. N.A.P. + 290 cm te Hoek van Holland.

Gezien het feit, dat risico's op materiële schade bij brand, transport enz. vaak in de orde van grootte liggen van 0,1 à 5%, is het nemen van een risico van 10% op stormvloedschade vrij hoog te noemen. Voor risico's, die niet langer duren dan 1 winter en die van louter materiële aard zijn, zonder verreichende consequenties, zal men dus zeker rekening houden met een stand met minimale overschrijdingsfrequentie  $N = 0,1$ . Zijn verder reikende consequenties te duchten, doch nog volkomen gelegen in de particuliere en materiële sfeer, dan zal men soms de 1%-grens reeds in aanmerking willen brengen.

### 2. Veiligheid voor een levensduur

De lengte van 50 jaar is gekozen als representant van de duur, waarin een object-als-geheel veilig moet zijn tegen ernstige schade of algehele ondergang door een stormvloed.

Zelfs voor belangen van uitsluitend materiële aard zal men dan toch veilig willen zijn voor de „normale hoogste standen”, in dit geval voor de periode van 50 jaar. De normale hoogste standen reiken tot 10% van de overschrijdingsfrequentie 1 per 50 jaar, dus tot  $2 \cdot 10^{-3}$ . Het ontwerppeil is daarvoor N.A.P. + 405 cm te Hoek van Holland.

Zou tevens menselijk leven of de bestaansmogelijkheid van bedrijven gevaar lopen, dan is beperking van het risico tot 1% of minder te overwegen. Men zal bij aanvaarding van 1% risico veilig moeten zijn tegen een stormvloedstand met  $N = 0,01$ .  $0,02 = 2 \cdot 10^{-4}$ , conform N.A.P. + 480 cm te Hoek van Holland. Dit is 1 m hoger dan de stormvloedstand 1953.

### 3. Veiligheid voor land en volk

Ook hier moeten de twee factoren duur en risico elk afzonderlijk onder ogen worden gezien. Wat de duur betreft: het is duidelijk, dat men de veiligheid van land en volk moet afstemmen op een aanmerkelijk langer tijdsbestek dan de zojuist behandelde 50 jaar.

De meeste waterstaatkundige situaties in Nederland zijn vele honderden jaren oud en een aantal gaat over 1000 jaar heen terug naar een grijs verleden. Met deze situaties hebben wij nog altijd te maken en het is even zeker, dat situaties, die in de komende decennia teweeg zullen worden gebracht, voor een belangrijk deel over vele honderden jaren er nog zullen zijn. En dat te meer naarmate hetgeen wij maken, beter aan de te stellen eisen voldoet. Een termijn te stellen van meerdere duizenden jaren heeft weinig waarde, doordat over zo lange tijd de natuurlijke omstandigheden in geologisch, oceanografisch en meteorologisch opzicht de menselijke ontwikkeling en de maatschappelijke accenten zo zeer kunnen wijzigen, dat een zo vooruitziende blik illusoir wordt.

De keuze is op grond van de genoemde overwegingen vrij willekeurig gesteld op het ronde bedrag van 1000 jaar. Uiteraard speelt de eigen levensduur van zeekerende werken hierbij geen rol. Heeft men een hoogwaterkering aangelegd op de gewenste hoogte, dan zal ieder element in die waterkering de-

zelfde of daaruit afgeleide hoogte moeten hebben. Dus ook het kunstwerk, waarvan de levensduur slechts 100 jaar zou kunnen zijn, en ook een damwand, indien deze tijdelijk deel zou uitmaken van de hoofdwaterring, ook al is de levensduur daarvan slechts enkele maanden.

Thans wordt het te nemen risico nader beschouwd. In het voorgaande is gesteld, dat voor beveiliging tegen „normale” stormvloeden de hoogte met een overschrijdingskans van 10% moet worden genomen. Zulks zou kunnen gelden voor louter materiële risico's van beperkt karakter.

Om veilig te zijn voor „hoge” stormvloeden in een gestelde termijn moet worden gerekend op een hoogte met overschrijdingskans van 1% in die termijn. Deze norm werd verbonden aan het leven, hetzij van individuele personen, hetzij van bedrijven e.d. in de zin van bestaansmogelijkheid.

Het is niet onredelijk, voor het leven van honderden (of bij een vloed van 1 m hoger dan 1953: van vele tienduizenden) en de economische bestaansmogelijkheid van miljoenen het risico nogmaals met een factor 10 te verkleinen. Men komt dan op een hoogte met een overschrijdingskans van 0,1%. Hierbij rijst de vraag, wat deze kans voorstelt en in tweede instantie of men dat bedrag hoog of laag moet noemen. Wij doen goed ons eerst rekenschap te geven van het object. Enerzijds een strook land aan de zee, bevolkt met 6 miljoen mensen een zeer intensief grondgebruik, een concentratie van economische waarden, anderzijds een bijzondere kwetsbaarheid. Door een op vele plaatsen lage ligging van de waterkering (Schieland, Katwijk, IJmuiden, Rotterdamse Waterweg c.a.), de gemakkelijke toegankelijkheid van de zee (Rotterdamse Waterweg, diepe havens), de voor het binnendringen van de zee gereedliggende diepe kanalen (Noordhollands Kanaal, Noordzeekanaal, Oude Rijn, Verversingskanaal in Scheveningen, vaarten van Delfland en Schieland), de bijzonder laag gelegen polders (Prins Alexanderpolder, Zuidplaspolder, Schieland, droogmakerijen van Noord-Holland), de bijzondere bevolkingsconcentratie en de concentratie van bestaansmiddelen, is dit gebied kwetsbaar. Een ernstige doorbraak, waar ook ontstaan, kan een ramp van onvoorstelbaar grote omvang teweeg brengen.

Men zal zich deze ramp van een andere schaal moeten denken dan de ramp van 1953, die zeker reeds verbijsterend was. Wil men tot goed begrip komen van „toelaatbaar risico”, dan moet men de te vermijden catastrofe in zijn meest te vrezen omvang stellen, zonder gunstig werkende toevalfactoren te laten meewerken, waardoor de ramp slechts van partiële omvang zou zijn. Ter vergelijking denke men zich het in de oceaan verzinken van een schip, een voltrefter, het geheel uitbranden, in verzekerings-termen „total loss”. Zo was de ondergang van de Biesbos, van de Oostfriese wadden total loss ten gevolge van een stormvloed.

Er bestaat hier geen maatstaf. De kans op total loss van vele objecten in het maatschappelijk leven (bruggen, fabrieken, machines, woningen), is – gerekend over hun gehele bestaansperiode – niet zo vaak groter dan 1% en misschien voor een aanzienlijk gedeelte kleiner dan 0,1%. De kans te lopen op een total loss van een landstreek met een dichte bevolking van 0,1% blijkt eerder hoog dan laag. Met deze twee basiswaarden  $T = 1000$  jaar en  $m = 10^{-3}$  komt men tot een overschrijdingsfrequentie per jaar van:

$$N = \frac{m}{T} = 10^{-6},$$

overeenkomende met een peil van N.A.P. + 640 cm te Hoek van Holland. <sup>1)</sup>

Hiermede wordt het decisieprobleem nog geenszins aan de orde gesteld. Het is zonder meer duidelijk, dat er voor het bepalen van een ontwerppeil in concrete situaties diverse factoren zijn (als bevolkingsdichtheid, de te beveiligen economische waarden, de kosten en technische gezichtspunten der voor het opvoeren van de veiligheid te treffen maatregelen, de mogelijkheid om door organisatorische maatregelen een deel van het risico op te vangen e.d.), die kunnen leiden tot het aanvaarden van andere risico's dan de in deze bijdrage bij wijze van voorbeeld gestelde 10%, 1% of 0,1%.

Ook is het duidelijk, dat een goede waterbouwkundige constructie nog geen gevaar van enige betekenis loopt, wanneer een stormvloed het ontwerppeil slechts met enige cm's overschrijdt. Zelfs bij een overschrijding met een paar dm kan de schade beperkt blijven. Total loss zal eerst optreden bij een aanzienlijke overschrijding van het aan de constructie ten grondslag gelegde peil. Een ontwerppeil kan men op die gronden al lager stellen dan het peil, behorende bij  $N = 10^{-5}$  of  $10^{-6}$ .

<sup>1)</sup> In Bijdrage I is er op gewezen, dat de genoemde hoogte een fysische realiteit kan worden door bekende meteorologische en oceanografische gebeurtenissen.

De vraag is wel opgeworpen of het huidige geslacht zover vooruit moet zorgen en of wij op onze kosten het onze nakomelingen geriefelijk moeten maken. Zulk een vraag verraadt een fundamenteel onjuist inzicht. Toepassing van deze gedachte moet er toe leiden, dat men slechts wenst te zorgen voor bijvoorbeeld de komende 100 jaar. Dit is evenwel in strijd met het wezen van de kanswetten. De kans op het optreden van de te vrezen hoge stormvloed is namelijk even groot in onze eeuw als in enige latere eeuw. Als wij een groter risico laten bestaan ten einde „niet voor het nageslacht te betalen”, lopen wij zelf dit risico. Ware de gedachtengang juist, dan zou er ook voor een volgend geslacht geen reden zijn om de veiligheid te verhogen. Men zou menen in het te laag gestelde peil te kunnen volharden, totdat de (niet au sérieux genomen) hoge stormvloed komt en men de fout inziet.

Vele situaties veranderen niet onaanzienlijk in de loop der tijden. Misschien krijgt zelfs na verloop van enige decennia, en vrij zeker na enige eeuwen, de overschrijdingslijn een gewijzigde vorm. Ook kunnen de stormvloedhoogten als zodanig groter of kleiner worden, hetzij ten gevolge van natuurlijke oorzaken, dan wel ten gevolge van waterstaatswerken. De kans, waarop men de veiligheidsmaatregelen wil baseren, eenmaal gekozen zijnde, verandert evenwel niet, hoezeer ook daarbij behorende peilen zouden kunnen veranderen. In de tegenwoordige situatie moeten de kunstwerken er evenzeer aan voldoen als over vele eeuwen in een gewijzigde situatie en bij eventueel gewijzigde waterstanden.

Men heeft, zodra tamelijk lange termijnen in het geding zijn, te maken met relatieve bodemdaling. Uiteraard verdient het overweging, daarmee op verantwoorde wijze rekening te houden. Dit kan geschieden door het in rekening brengen van een bodemdalingstoeslag.<sup>1)</sup>

Houden wij ons aan de tot nu toe gevolgde indeling, dan zijn de aan de orde gekomen overschrijdingen die van tabel 9.0.1.

Tabel 9.0.1  
Overschrijdingsfrequenties, waarmede men te rekenen heeft in diverse gevallen

Aard van het risico	Gestelde duur	Overschrijdingsfrequentie, als bij <i>materieel belang</i> het aanvaard risico op 10% wordt gesteld	Overschrijdingsfrequentie, als bij <i>levensbelang</i> het aanvaard risico op 1% wordt gesteld
Incidenteel risico . . . . .	1 jaar	$10^{-1}$	$10^{-2}$
<i>Blijvend risico</i>			
a. in de particuliere sfeer . . . . .	50 jaar	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
b. in de maatschappelijke sfeer . . . . .	1000 jaar	$10^{-4}$	$10^{-5}$

De in 2.0 gestelde vraag, tot hoever men de overschrijdingslijn voor stormvloedhoogten moet kunnen raadplegen, is hiermede beantwoord. Zulke lijnen zullen zeker tot de overschrijdingsfrequentie  $10^{-6}$  moeten worden geëxtrapoleerd.

## 10.0 EEN GRAFISCHE VOORSTELLING BETREFFENDE DE AFHANKELIJKHEID VAN HET ONTWERPPEIL VAN DE TIJDPERIODE EN HET TE AANVAARDEN RISICO

Het feit, dat men bij het vaststellen van een aanvaardbare keus steeds rekening moet houden met de in 9.0 behandelde twee factoren, nl. tijdsduur en risico, kan nog nader worden toegelicht aan de hand van figuur 10.0.1.

Figuur 10.0.1 is op de volgende wijze afgeleid uit figuur 2.0.1.

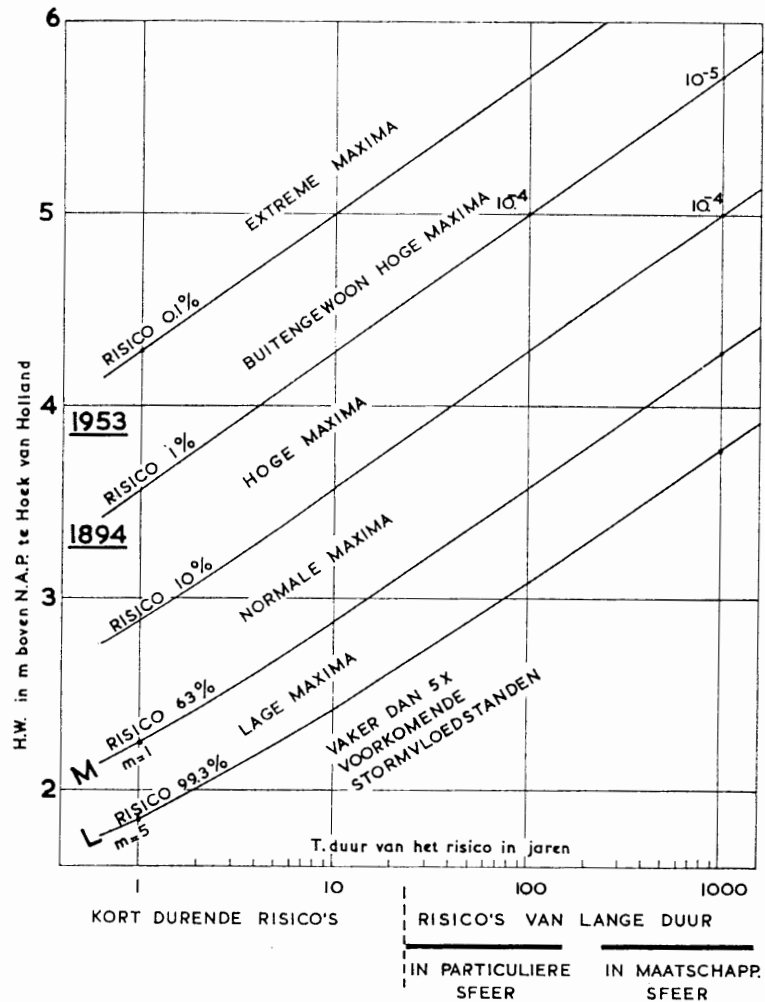
Op de verticale as zijn evenals in figuur 2.0.1 de H.W.-standen te Hoek van Holland aangegeven.

Op de horizontale as is nu echter op logaritmische schaal weergegeven de duur van de tijdvakken, waarvoor risico van overstroming of stormvloedramp bestaat. Deze tijdvakken kan men volgens het vorige hoofdstuk onderverdelen in tijdperken van kort durende risico's (kleiner dan 50 jaar) en blijvende risico's (groter dan 50 jaar).

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage V.3.

In de figuur zijn vijf schuin naar rechts omhoog lopende lijnen aangegeven. Voor elke lijn heeft  $m$  een bepaalde waarde, nl.:

voor de lijn L  $m = 5$  , kans op overschrijding is 99,3 %  
 voor de lijn M  $m = 1$  , kans op overschrijding is 63 %  
 voor de lijn 10%  $m = 0,1$  , kans op overschrijding is 10 %  
 voor de lijn 1%  $m = 0,01$  , kans op overschrijding is 1 %  
 voor de lijn 0,1%  $m = 0,001$  , kans op overschrijding is 0,1 %



Figuur 10.0.1. De afhankelijkheid van het ontwerppeil van de tijdsperiode en de aard van het risico

Aangezien volgens (1) van 3.0 geldt  $m = NT$  kan voor elk dezer waarden van  $m$  bij gegeven waarde van de duur van een tijdvak  $T$  de overschrijdingsfrequentie  $N$  worden berekend. Verder behoort bij elke waarde van  $N$  een bepaalde hoogte  $H$  op de overschrijdingslijn. In feite behoort dus (bij gegeven  $m$ ) bij elke waarde van  $T$  een bepaalde hoogte  $H$ . Deze bijeenbehorende waarden en  $H$  zijn in figuur 10.0.1 tegen elkaar uitgezet.

In feite komt dit hierop neer, dat figuur 10.0.1 vijfmaal de overschrijdingslijn van figuur 2.0.1 weergeeft, telkens naar rechts verschoven, successievelijk over de afstanden, overeenkomend met de factor 10, 10, 10, 10, 5. De vijf snijpunten met de verticaal 1 zijn dezelfde als de hoogten, die men in figuur 2.0.1 afleest bij  $N = 5; 1; 0,1; 0,01$  en  $0,001$ .

De laagste lijn L heeft de waarde  $m = 5$  en heeft 99,3% kans om te worden overschreden. De lijn M heeft de waarde  $m = 1$  en heeft 63% kans om te worden overschreden. De verdere lijnen hebben respectievelijk 10%, 1% en 0,1% kans om te worden overschreden.

Door deze vijf lijnen zijn vijf zones ingedeeld, welke overeenkomen met de vijf klassen van tabel 5.0.1. Deze aanduidingen zijn in figuur 10.0.1 ter plaatse ingeschreven. Beneden de lijn L vindt men nog de „vaker dan vijfmaal voorkomende stormvloedstanden”.

In dit verband kan een bespreking van twee belangrijke stormvloeden nuttig zijn. In de eerste plaats die van 1894, welke met de stand N.A.P. + 328 cm de hoogst bekende was te Hoek van Holland tot aan 1953.

Deze 1894-stand heeft volgens figuur 2.0.1 de overschrijdingsfrequentie  $2 \cdot 10^{-2}$ . In 6.0 is aange- toond, dat men deze N.A.P. + 328 cm niet mag beschouwen als „de hoogste stand” van een tijdvak van 50 jaar. Figuur 10.0.1 doet zien, dat de hoogte N.A.P. + 328 cm voor een duur van 1 tot 5 jaar kan gelden als een hoog maximum. Voor de duur van 5 tot 50 jaar is hij een normaal maximum en voor 50 tot 250 jaar een laag maximum. Deze stand van N.A.P. + 328 cm was inderdaad het maximum over het tijdvak 1800–1952, dus over een periode van 150 jaar; dit moet als betrekkelijk lange tijd worden beschouwd voor een zo laag maximum.

De stormvloedhoogte N.A.P. + 385 cm, opgetreden te Hoek van Holland in 1953, was een buiten- gewoon hoog maximum, doch zulks alleen maar voor een tijdsduur tot 2,5 jaar. Van 2,5 tot 25 jaar verdient deze stormvloed nog maar de naam van „hoog”. Daarna is deze stormvloed een normaal maximum. Volgens de figuur zal men voor blijvende risico's in de particuliere sfeer reeds deze 1953- stand als ontwerppeil kiezen. En gaat het om levensbelangen in de particuliere sfeer, dan moet aandacht worden geschonken aan een stand, die 1 m hoger is gelegen.

Gaan wij in figuur 10.0.1 op de hoogte van de stormvloed van 1953 verder naar rechts, dan wordt de lijn M gesneden bij 250 jaar. Inderdaad is N.A.P. + 385 cm de hoogte, die gemiddeld eenmaal in de 250 jaar wordt overschreden. Maar daarmee is deze stand allerm minst gekenmerkt als „de hoogste stand van 250 jaar”. Want gaan wij in de figuur in het snijpunt van de lijn M met de horizontale lijn door het punt van de stormvloed van 1953 verticaal omhoog, dan snijden wij de 10%-lijn 70 cm hoger, de 1%-lijn 140 cm hoger en de 0,1%-lijn 210 cm hoger.

Deze figuur demonstreert weer, dat de stormvloed van 1953 met recht buitengewoon hoog ge- noemd mag worden voor een korte duur, doch voor een duur van 25 jaar en meer reeds een normaal maximum is. Voor meer dan 250 jaar is deze stand zelfs laag.

De vijf lijnen in figuur 10.0.1 stijgen naar rechts. Dit betekent, dat **hoe langer een tijdvak duurt, hoe hoger de peilen worden**. Voor een tijdvak van 100 jaar moet men hogere peilen verwachten dan voor 10 jaar. En voor 1000 jaar nog weer hogere.

Dit betekent ook, **dat men voor de toekomst altijd op hogere peilen moet rekenen dan men in het verleden heeft waargenomen!!** Immers, de toekomst voegt jaren toe aan de totale termijn van waar- neming en hoe langer die wordt, hoe hoger de voor die totale termijn te verwachten hoogste storm- vloeden zullen zijn.

## 11.0 SAMENVATTING EN CONCLUSIES

1. Het is doelmatig, om het gehele hoogtebereik, waarbinnen het maximum van een bepaald tijdvak gelegen kan zijn, te verdelen in de volgende zones ( $m$  is het gemiddeld aantal overschrijdingen in een tijdvak van  $T$  jaar):

- I. de zone der *lage maxima*, gelegen tussen  $m = 5$  en  $m = 1$ ;
- II. de zone der *normale maxima*, gelegen tussen  $m = 1$  en  $m = 10^{-1}$ ;
- III. de zone der *hoge maxima*, beginnende bij de hoogte met 10% overschrijdingskans en lopende tot de hoogte met 1% overschrijdingskans;
- IV. de zone der *bijzondere hoge maxima*, gelegen tussen  $m = 0,01$  en  $m = 0,001$  overschrijdingskans;
- V. de zone der *extreme maxima*, omvattende alle maxima boven de grens van 0,1% overschrijdings- kans.

2. Acht men een risico continu aanwezig over een tijdvak van  $T$  jaar en wenst men geen groter risico te lopen op overschrijding van een gestelde waterstand dan  $m$ , dan wordt het ontwerppeil gefixeerd op de hoogte met de overschrijdingsfrequentie

$$N = \frac{m}{T} \text{ per jaar.}$$

3. Voor kortdurende risico's kan men  $T$  gelijk stellen aan de aanwijsbare duur van het risico.

Is het risico van lange duur in de particuliere sfeer, dan heeft dit in de regel betrekking op een tijdsduur in de orde van grootte van 20, 50 of 100 jaar, al naar de aard van het belang en het karakter van het risico. Niet zelden zal men hebben te rekenen met een duur van meer dan 100 jaar.

Is het risico van lange duur voor het openbare leven, dan zal de duur er van waarschijnlijk in de orde van grootte zijn van 200, 500 à 1000 jaar. Hierbij moet in het oog worden gehouden, dat de levensduur van de betrokken waterbouwkundige constructies geen rol speelt.

4. Voorts is het redelijk voor het risico, gerekend over de totale tijdsduur, te stellen:

voor risico's van louter materiële aard . . . . .	10 %;
voor risico's op aantasting van het leven, zulks zowel omvattende het persoonlijke leven als de bestaansmogelijkheid van een onderneming of een woongemeenschap. . . . .	1 %;
voor risico's, het voortbestaan van de maatschappij zelf rakende . . . . .	0,1%.

5. Uit de combinatie van 3 en 4 volgt, dat een overschrijdingslijn dient te worden geëxtrapoleerd tot overschrijdingsfrequenties in de orde van grootte van  $10^{-6}$ .

6. De „hoogste stand” in een tijdperk van gegeven duur van  $T$  jaar is niet een zonder meer gefixeerde hoogte. Zulk een „hoogste stand” is een immer wisselende grootheid van stochastisch karakter, naar beneden toe vrij scherp begrensd, naar boven onbegrensd (zie figuur 3.0.1, lijn G).

7. Een waterstand met een overschrijdingsfrequentie van bijvoorbeeld  $10^{-5}$  mag men niet interpreteren als een stand, die gemiddeld eenmaal in de 100 000 jaar wordt overschreden. Men dient zulk een getalswaarde steeds te verstaan als het quotiënt van een kans en een tijdsduur; dus bijvoorbeeld de 1% kans over 1000 jaar of 0,1% kans over 100 jaar.

8. De feitelijke „hoogste stand” van een historisch gegeven tijdvak is een willekeurige greep uit de populatie van mogelijkheden. De stormvloed 1953, een reus onder de dwergen der normale jaar-maxima (figuur 5.0.1, gedeelte A), is een dwerg onder de reuzen, als hij wordt gezien als één der 100 hoogten, die het maximum kunnen zijn van een 1000-jarig tijdvak (figuur 5.0.1, gedeelte C).



BIJDRAGE III.4

RIJKSWATERSTAAT

BESCHRIJVING VAN DE  
STORMVLOEDWAARSCHUWINGSDIENST



**INHOUDSOVERZICHT**

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	111
0.2 Summary . . . . .	112
0.3 Résumé . . . . .	112
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>112</b>
1.1 Inleiding. . . . .	112
1.2 Auteur . . . . .	112
<b>2.0 Taak en werkwijze van de bij de S.V.S.D. betrokken instanties . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>3.0 Indeling in districten. . . . .</b>	<b>113</b>
<b>4.0 Basisstations en waarschuwingspeilen. . . . .</b>	<b>113</b>
<b>5.0 Telegrammen - Inlichtingen . . . . .</b>	<b>114</b>
<b>6.0 Opheffing . . . . .</b>	<b>114</b>

## 2 SUMMARY

### Description of the storm-surge warning service

In The Netherlands the provision for safety against storm surges is decentralized, being the responsibility of local authorities. All these authorities receive advance warning by cable when a severe gale is to be expected anywhere on the coast. Cables are also sent to those government services charged with rendering immediate assistance if such is required.

The organization of this storm surge warning system is described.

This contribution has been written by Ir. P. J. Wemelsfelder.

### 0.3 RÉSUMÉ

#### Description du service d'avertissement en cas de marées-tempête

Aux Pays-Bas, la défense contre les marées-tempête est décentralisée, étant du ressort des autorités locales.

En temps utile, ces autorités reçoivent un avertissement par câble quand une tempête sérieuse est prévue en un point quelconque de la côte.

En outre, des télégrammes sont envoyés à ces services gouvernementaux, qui sont chargés de donner une assistance immédiate si la nécessité s'en fait sentir.

On a décrit l'organisation de ce système d'alarme.

Cette contribution est due à l'ingénieur P. J. Wemelsfelder.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

Het doel van de stormvloedwaarschuwingdienst (afgekort S.V.S.D. naar de voormalige naam Stormvloedseindienst) is: bij gevaar voor stormvloed waarschuwingen uit te zenden ten dienste van de instanties die met de bescherming tegen hoge waterstanden in het Nederlandse getijdgebied zijn belast.

In deze bijdrage wordt een overzicht gegeven van de organisatie van de stormvloedwaarschuwingdienst en van de wijze, waarop deze in de praktijk functioneert.

### 1.2 Auteur

De bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 TAAK EN WERKWIJZE VAN DE BIJ DE S.V.S.D. BETROKKEN INSTANTIES

De S.V.S.D. functioneert door een samenwerking van het K.N.M.I., de Rijkswaterstaat en de P.T.T. en is het gehele jaar paraat.

In het kader van de S.V.S.D. heeft het K.N.M.I. tot taak, zo tijdig mogelijk te voorzien, dat de meteorologische situatie zich kan ontwikkelen tot een storm of orkaan uit westelijke, noordwestelijke en noordelijke richtingen. Annex aan de weersverwachtingen worden de verwachtingen opgemaakt van de verhoging van de vloedstanden langs de kust <sup>1)</sup>.

Zodra verhogingen worden verwacht van 80 cm of meer, stelt het K.N.M.I. de leider van het waarschuwingsbureau van de Rijkswaterstaat onmiddellijk op de hoogte. Deze laatste kan het waarschuwingsbureau in werking doen treden. Vervolgens wordt aan de waterwaarnemers van een vijftal plaatsen langs de kust opgedragen de waterstanden van elk half uur aan het waarschuwingsbureau mede te delen. Door vergelijking van de optredende hoogten met de astronomische hoogten kan het verloop van de verhoging van de zeespiegel worden gevolgd.

<sup>1)</sup> Voor de hiertoe ter beschikking staande theoretische en praktische hulpmiddelen wordt verwezen naar Bijdrage I.

Uit dit verloop en uit de regelmatig van het K.N.M.I. ontvangen verwachtingen betreffende het weer en de invloed hiervan op de verhoging der waterstanden wordt opgemaakt of een waarschuwingstelegram moet worden verzonden. Wil er voldoende tijd beschikbaar zijn voor de ontvangers der telegrammen om maatregelen te treffen, dan moet de verzending ten minste 6 uren vóór het optreden van een gevaarlijke hoogwaterstand geschieden.

De P.T.T. heeft tot taak de waarschuwingstelegrammen aan belanghebbenden af te leveren in de kortst mogelijke tijd. Daartoe genieten deze telegrammen algehele voorrang; de Rijkswaterstaat heeft aan de P.T.T. voor dit doel expeditielijsten verstrekt.

Ter verspreiding van de telegrammen buiten de openingsuren worden de van belang zijnde kantoren continu opengesteld. Deze openstelling geschiedt op order van de P.T.T.-dienst te Amsterdam na ontvangst van een desbetreffende mededeling vanwege het waarschuwingsbureau.

De verbindingdienst van de P.T.T. zorgt voor het tot stand komen van die speciale maatregelen in het telegraaf- of telefoonverkeer, die tijdens de dijkbewaking nodig zijn.

De functionering van het waarschuwingssysteem is organisatorisch in handen gelegd van de directie Waterhuishouding en Waterbeweging van de Rijkswaterstaat, Hydrometrische Afdeling, waaronder ook het waarschuwingsbureau ressorteert.

Gedurende de actie van de stormvloedwaarschuwingdienst treedt het waarschuwingsbureau op als inlichtingencentrum.

### 3.0 INDELING IN DISTRICTEN

Door de uitgestrektheid van de kust kan de verhoging van de hoogwaterstanden langs de kust tijdens een storm aanzienlijk verschillen. Daar ook het tijdstip van hoogwater van zuid naar noord sterk verloopt, kan de storm aan het ene deel van de kust op verschillende wijzen samenvallen met het getij dan aan een ander deel. Voorts vloeit hieruit voort, dat het moment van optreden van het stormvloedhoogwater aan het ene deel van de kust vele uren kan verschillen van dat aan een ander deel.

Daarom is het noodzakelijk gebleken om de kust te verdelen in districten. Dit zijn de volgende vier: *Zuid*; reikende van Cadzand tot en met Callantsoog.

*Den Helder*; hiertoe behoort Noord-Holland benoorden Callantsoog en de Afsluitdijk.

*Harlingen*; dit omvat Friesland ten westen van de lijn Leeuwarden-Borndiep, en het gedeelte van de Afsluitdijk tot Kornwerderzand, alsmede Vlieland en Terschelling.

*Delfzijl*; hiertoe behoort het kustgebied reikende van de lijn Leeuwarden-Borndiep tot Eems en Dollard.

In vele gevallen kunnen waarschuwingen tot één of twee districten worden beperkt en is het onnodig het gehele kustgebied te alarmeren.

### 4.0 BASISSTATIONS EN WAARSCHUWINGSPEILEN

De toestand aan de kust wordt waargenomen aan een vijftal basisstations nl.: Vlissingen en Hoek van Holland (beide in het district Zuid) en Den Helder, Harlingen en Delfzijl (in de gelijknamige districten).

Als richtsnoer voor het uitzenden van waarschuwingen gelden de volgende waterstanden in meters boven N.A.P.:

Districten . . . . .	Zuid		Den Helder	Harlingen	Delfzijl
	Vlissingen	Hoek v. Holland	Den Helder	Harlingen	Delfzijl
Beperkte bewaking . . . . .	3,10	2,20	1,90	2,50	3,00
Uitgebreide bewaking . . . . .	3,50	2,80	2,60	3,30	3,80

De waarschuwingstelegrammen worden uitgezonden voor:

- a. *beperkte bewaking*: indien verwacht wordt, dat de waterstanden de in de tabel vermelde bovenste rij peilen zullen bereiken of in beperkte mate zullen overschrijden;
- b. *uitgebreide bewaking*: indien verwacht wordt, dat de waterstanden de in de tabel vermelde onderste rij peilen aanzienlijk zullen overschrijden.

Deze peilen gelden ter oriëntering. Er kan van worden afgeweken, indien de omstandigheden daartoe aanleiding geven.

Het geval kan zich voordoen, dat voor een district een waarschuwing is uitgezonden voor beperkte bewaking, terwijl de storm zich sneller, heviger of anders ontwikkelt dan aanvankelijk werd verwacht.

Indien de bij beperkte bewaking ingestelde maatregelen ontoereikend moeten worden geacht en het wenselijk is deze alsnog ten spoedigste op het niveau van „uitgebreide bewaking” te brengen, wordt een „verergeringstelegram” uitgezonden. De inhoud van dit telegram luidt: „uitgebreide bewaking van kracht”.

## 5.0 TELEGRAMMEN - INLICHTINGEN

De waarschuwingstelegrammen worden verzonden aan de diensten en instellingen, die met de dijkbewaking zijn belast en die daarop toezicht uitoefenen. Dit zijn:

A. Rijkswaterstaatsdiensten, provinciale waterstaatsdiensten, hoogheemraadschappen, waterschappen, enige gemeenten.

Voorts worden de telegrammen gezonden aan:

B. de Nederlandse Spoorwegen, een aantal overheids- en semi-overheidsbedrijven, voor hulpverlening aangewezen militaire eenheden, de organisatie Bescherming Bevolking, Rode Kruis.

Op grond van het waarschuwingstelegram gaat voor de onder B genoemde instellingen een toestand van paraatheid in, die het mogelijk maakt, in geval van het intreden van een ernstige toestand onmiddellijk in actie te treden.

Gedurende de kantoorbezetting kunnen belanghebbende diensten inlichtingen inwinnen bij het waarschuwingsbureau. Dit betreft mede de weersverwachtingen, die betrekking hebben op de stormvloed en die het K.N.M.I. aan het waarschuwingsbureau verstrekt. <sup>1)</sup>

Maatregelen zijn getroffen om van de radio gebruik te kunnen maken, indien zich een ernstige ontwikkeling mocht voordoen.

## 6.0 OPHEFFING

Wanneer de dreiging kan worden geacht te zijn geëindigd, heffen de plaatselijke waterstaatkundige autoriteiten de dijkbewaking en andere speciale maatregelen op. Tot het beëindigen van de bewaking wordt evenwel niet overgegaan, dan nadat de hiervoor verantwoordelijke instanties advies omtrent de algemene toestand hebben ingewonnen bij het waarschuwingsbureau en over de te volgen gedragslijn overeenstemming is bereikt.

Een besluit tot opheffing van de bewaking deelt de plaatselijk verantwoordelijke instantie onmiddellijk mede aan het waarschuwingsbureau. Dit geeft dan een officieel bericht uit.

De militaire diensten en hulpverleningsinstellingen beëindigen eerst hun paraatheid na ontvangst van genoemd bericht. Alle door de verbindingdienst van P.T.T. getroffen bijzondere maatregelen worden vervolgens opgeheven.

---

<sup>1)</sup> Voor inlichtingen met karakter van nieuws dient men zich te wenden tot de Rijksvoorlichtingsdienst.

BIJDRAGE III.5

RIJKSWATERSTAAT

BUI-OSCILLATIES EN BUISTOTEN  
TIJDENS STORMVLOEDEN





## INHOUDSOVERZICHT

0.1	Inhoudsoverzicht . . . . .	117
0.2	Overzicht van de tabellen . . . . .	117
0.3	Overzicht van de figuren . . . . .	117
0.4	Literatuur . . . . .	118
0.5	Summary . . . . .	118
0.6	Résumé . . . . .	118
<b>1.0</b>	<b>Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>119</b>
1.1	Inleiding . . . . .	119
1.2	Inhoud van de bijdrage . . . . .	119
1.3	Auteur . . . . .	119
<b>2.0</b>	<b>Componenten van de zeespiegelbeweging tijdens storm. . . . .</b>	<b>119</b>
<b>3.0</b>	<b>Kenmerken van bui-oscillaties en buistoten . . . . .</b>	<b>120</b>
3.1	Bui-oscillaties . . . . .	120
3.2	Buistoten . . . . .	124
<b>4.0</b>	<b>De betekenis der bui-oscillaties en buistoten voor de stormvloedhoogten . . . . .</b>	<b>126</b>
4.1	Registratie-techniek . . . . .	126
4.2	Het opmeten van stormvloedhoogwater . . . . .	126
<b>5.0</b>	<b>De verhoging van de hoogwaterstanden ten gevolge van buistoten . . . . .</b>	<b>127</b>
5.1	De grootte van buistoten aan de Nederlandse kust . . . . .	127
5.2	Toeslag voor buistoten . . . . .	127
5.3	Toe te passen reductie . . . . .	128
<b>6.0</b>	<b>Samenvatting en conclusies . . . . .</b>	<b>129</b>
<b>0.2</b>	<b>OVERZICHT VAN DE TABELLEN</b>	
5.1.1	De grootte van buistoten in het Nederlandse kustgebied . . . . .	127
5.3.1	Waarden van $\Delta H$ voor diverse grootten van de maximale buistoot $B$ en van de golfoploop $G$ , geldend voor een gewichtscoefficiënt $a = 1/3$ en $a = 1/5$ . . . . .	129
<b>0.3</b>	<b>OVERZICHT VAN DE FIGUREN</b>	
2.1.1	Gladde getijkromme, geregistreerd bij rustig weer. . . . .	120
3.1.1	Getijkromme te Hoek van Holland, geregistreerd bij de storm van 9-10 november 1937 . . . . .	121

3.1.2 Bui-oscillaties tijdens de stormvloed van 30–31 december 1943, geregistreerd te Hoek van Holland, IJmuiden en Den Helder . . . . .	122
3.1.3 Stormvloed van 30–31 december 1943 . . . . .	123
3.2.1 Buistoten, opgetreden bij de storm van 13 december 1956. Verloop langs de kust en op de zeearmen. . . . .	124
3.2.2 Stormvloed van 23 december 1954. Registratie te Hellevoetsluis. . . . .	125

**0.4 LITERATUUR** De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]

1. *Rijkswaterstaat* Tienjarig Overzicht der Waterhoogten, 's-Gravenhage (periodieke uitgave).
2. *P. J. Wemelsfelder* Origin and effects of long period waves in ports. XIXe Internationale Scheepvaartcongres Londen 1957, Sectie II, Mededeling 1.

**0.5 SUMMARY**

**Squall oscillations and gust bumps during storm surges**

During storm surges a distinction can be made between the surge elevation of the sea surface and the waves. There are also present, however, squall oscillations which have periods of between a few minutes and more than an hour and which have half amplitudes of 2 to 3 dm, as well as gust bumps which can create an additional elevation of up to 5 or 6 dm and a duration of half an hour and more. These behave as slow waves which penetrate harbours and sheltered places in full force.

In determining the design height of a dike these squall oscillations and gust bumps must be taken into account.

The contribution has been written by Ir. P. J. Wemelsfelder.

**0.6 RÉSUMÉ**

**Oscillations de giboulées et bourrasques lors de marées-tempête**

Pendant les marées-tempête on peut faire une distinction entre l'élévation du niveau de la mer (appelé l'effet de tempête) et les vagues.

En outre, il se produit des oscillations causées par des rafales, oscillations ayant des périodes variant de quelques minutes à plus d'une heure et des demi-amplitudes de 2 à 3 dm, ainsi que des bourrasques pouvant produire une élévation solitaire d'une durée assez longue et de 5 à 6 dm de hauteur.

Elles ont le caractère de longues vagues qui pénètrent dans les ports et les endroits abrités, sans rien perdre de leur intensité.

Pour déterminer la hauteur que doivent avoir les ouvrages de défense contre la mer, il faut tenir compte de ces élévations supplémentaires.

Cette contribution est due à l'ingénieur P. J. Wemelsfelder.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

Het was vroeger gebruikelijk om de hoogten van zeeverende werken vast te stellen naar de hoogst bekende stormvloedstand. Sloegen bij een nieuwe zeer zware storm hier en daar golven over de dijk, dan werden naar behoefte plaatselijke verhogingen aangebracht. De hoogte van de dijkkruinen was dan aangepast aan werkelijk voorgekomen waterstanden, vermeerderd met de werkelijk opgetreden golfoplopen. Het deed niet ter zake op welke wijze waterstanden tot stand kwamen en uit welke componenten zij bestonden.

Hetzelfde geldt voor de golfoploop.

Niet het inzicht in deze zaken gaf de doorslag, doch het na elke storm nauwkeurig vastleggen van de veekrand en het bestuderen van de rapporten over wateroverslag.

De Deltacommissie heeft voor het vaststellen van bepaalde hoogten een fundamenteel nieuw beginsel naar voren gebracht. Niet langer spreekt de ervaring het laatste woord, veeleer de te verwachten stormvloedhoogte, de te verwachten golfbeweging en de te verwachten golfoploop. De hoogte van de constructie wordt bepaald door kennis en inzicht omtrent deze en nog andere elementen.

In deze bijdrage zal de aandacht worden gevestigd op het verschijnsel der bui-oscillaties en der buistoten. Aangezien deze bewegingen niet zijn verdisconteerd in de overschrijdingslijnen voor de hoogwaterstanden en evenmin in de golfbeweging<sup>1)</sup>, moet hiermede bij het vaststellen van de hoogte der waterbouwkundige werken afzonderlijk terdege rekening worden gehouden.

### 1.2 Inhoud van de bijdrage

In 2.0 worden drie bekende componenten van de zeespiegelbeweging, nl. astronomisch getij, stormeffect en windgolven, gekarakteriseerd om de bui-oscillaties en buistoten duidelijk daarvan te onderscheiden.

In 3.0 wordt aandacht geschonken aan de kenmerken van bui-oscillaties en buistoten.

In 4.0 worden praktische punten van hun waarneming besproken.

In 5.0 worden enige gegevens verschaft over de verhoging van de hoogwaterstanden ten gevolge van buistoten en wordt de vraag behandeld in welke mate men met deze verschijnselen rekening moet houden bij de bepaling van de kruinhoogten van zeekeringen.

In 6.0 volgen een samenvatting en conclusies.

### 1.3 Auteur

Deze bijdrage is samengesteld door Ir. P. J. Wemelsfelder.

## 2.0 COMPONENTEN VAN DE ZEESPIEGELBEWEGING TIJDENS STORM

Tijdens een stormvloed zijn er verschillende bewegingen van de zeespiegel te onderscheiden. Zij kunnen in vijf klassen worden ingedeeld. De eerste drie zijn algemeen bekend. Zij worden hier alleen genoemd en omschreven om er de nader te behandelen bui-oscillaties en buistoten goed van te kunnen onderscheiden.

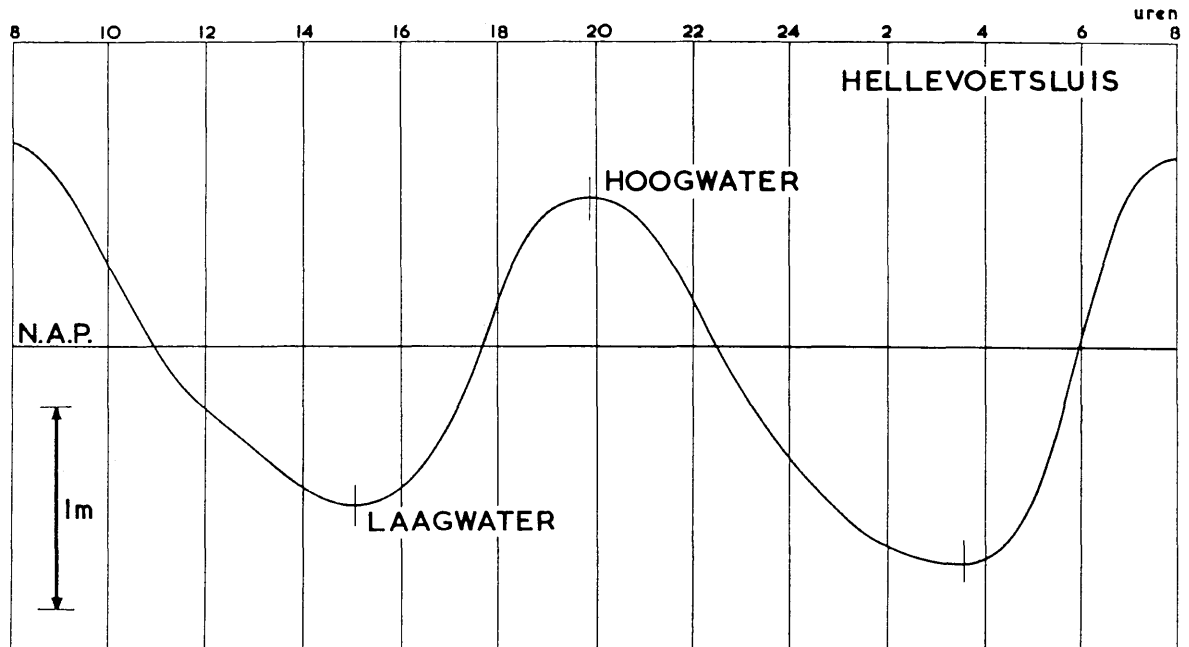
Deze drie zijn:

a. *De astronomische getijbeweging of de afwisseling van hoogwater en laagwater*

Dit is in principe een zeer rustige beweging, die als zij geïsoleerd optreedt, bijv. bij windstil weer, door een peilschrijver als een gladde kromme wordt geregistreerd. Figuur 2.1.1 geeft daarvan een voorbeeld.

---

<sup>1)</sup> Zie respectievelijk de Bijdragen III.2 en V.1.



Figuur 2.1.1. Gladde getijkromme, geregistreerd bij rustig weer

b. *Het stormeffect*

Onder stormeffect wordt verstaan de algemene geleidelijke verhoging van de zeespiegel, met uitsluiting van de bewegingen, die kunnen worden gezien als vervroeging, verkleining en vervorming van de getijbeweging en van snel verlopende storingen van betrekkelijk plaatselijk of regionaal karakter; deze snelle bewegingen kunnen meestal beter afzonderlijk worden genoemd (hier onder c en in 3.1 en 3.2).

Het astronomisch hoogwater (bedoeld onder a), vermeerderd met het stormeffect (bedoeld onder b) bepaalt op het moment van hoogwater, de hoogte van het stormvloedhoogwater of kortweg de stormvloedhoogte. De werkelijke zeespiegel kan omstreeks het moment van het hoogste hoogwater aanmerkelijk hoger komen dan dit peil en wel door de factoren, genoemd onder c en in 3.1 en 3.2.

c. *De windgolven*

Deze hebben aan onze kusten perioden, die uiteenlopen van 1" à 2" bij lichte bries, 8" bij storm tot 10" à 12" bij orkaan. De amplituden kunnen meerdere meters bedragen. De golfbeweging moet uiteraard steeds in rekening worden gebracht bij het ontwerpen van zeekerende werken.

Behalve deze drie algemeen bekende componenten zijn er twee andere, waarop in deze bijdrage nader wordt ingegaan. Zij zijn bekend onder de namen bui-oscillaties en buistoten. Uitvoerige inlichtingen, meer in het bijzonder betreffende de bui-oscillaties, zijn verzameld en gepubliceerd in [2].

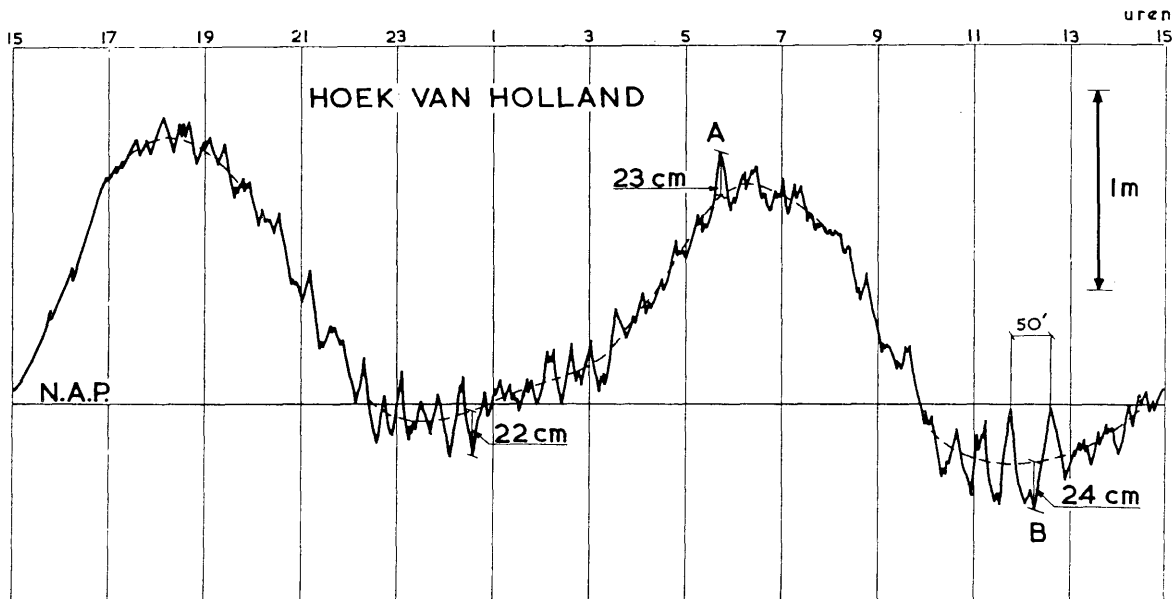
### 3.0 KENMERKEN VAN BUI-OSCILLATIES EN BUISTOTEN

#### 3.1 Bui-oscillaties

Bij stormweer vertoont de zeespiegel vele onregelmatige schommelingen, waarvan de periode gelegen is tussen die van de directe windgolven en die van de getijgolven in. Hun karakter wordt door figuur 3.1.1 nader aangeduid.

Zij zijn weinig bekend en er is geen ingeburgerde naam voor. De term „long period waves”, die méér omvattend is (o.a. seiches en tsunami's), is meer bedoeld als algemene soortnaam. Gemeend wordt, dat het karakter dezer bewegingen door de term bui-oscillaties goed wordt weergegeven. De verdere beschrijving kan dit ondersteunen.

Figuur 3.1.1 geeft de registratie van de stormvloed van 9–10 november 1937 te Hoek van Holland. De oscillaties om de „eigenlijke” getijlijn worden gekarakteriseerd door het stochastische, d.i. onsystematische karakter zowel van de periode als van de amplitude. Van enigerlei golfreïn is geen sprake. De „perioden” zijn gelegen tussen enige minuten en meer dan een uur, de „amplituden” van enige cm tot 50 cm van top tot dal.



Figuur 3.1.1. Getijkromme te Hoek van Holland, geregistreerd bij de storm van 9–10 november 1937. De bui-oscillaties hebben hier perioden van 10 à 50 minuten en (halve) amplituden van ongeveer 25 cm

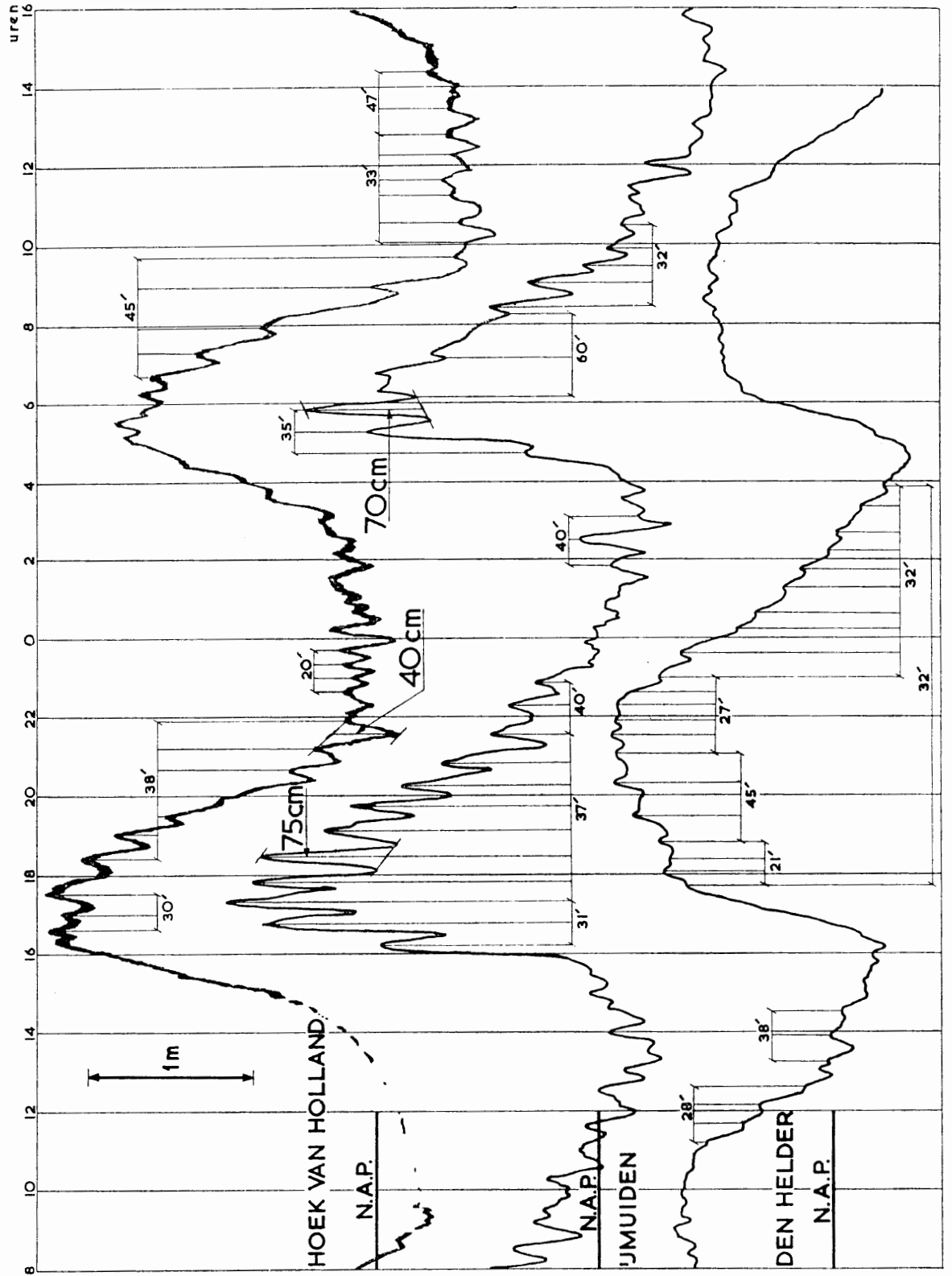
Figuur 3.1.2. geeft de registraties van de stormvloed van 30 december 1943 te Hoek van Holland, IJmuiden en Den Helder. Voor een groot aantal perioden is de gemiddelde waarde van groepjes van 2, 3 tot soms 20 stuks ter plaatse bijgeschreven. Deze perioden lopen wijd uiteen en er is vrijwel nooit sprake van een vast doorzetten gedurende zekere tijd. De top-dalhoogten komen hier voor Hoek van Holland tot 40 cm, te IJmuiden tot 70 cm en 75 cm.

Er is geen correlatie te ontdekken tussen de perioden en golfpatronen der drie registraties. Zulk een correlatie is tot nu toe nog bij geen enkele storm aan het licht gekomen, ook niet voor andere, dicht bij elkaar gelegen kustplaatsen. Hieruit mag wel worden afgeleid, dat de horizontale uitgebreidheid dezer oscillaties langs de kust niet groot is, vermoedelijk kleiner dan de afstand der peilmeetstations, dus kleiner dan 20 km. Wel dragen deze oscillaties ten volle het kenmerk van zelfstandige golven in de zin van „long period waves”. Een bewijs hiervoor geeft figuur 3.1.3, weergevende de registratie van dezelfde stormvloed van 30 december 1943, op de vier waarnemingsstations langs de Rotterdamse Waterweg. In deze figuren kan van 33 toppen het beloop van Hoek van Holland naar Rotterdam onbetwistbaar worden geïdentificeerd. Zij zijn genummerd en door lijnen verbonden. In [2] is nader aangetoond, dat de voortplantingssnelheid van dit soort golven gelijk is aan  $\sqrt{gd}$  ( $d$  = diepte in m,  $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ ) en dienovereenkomstig merkbaar varieert met de gemiddelde waterdiepte.

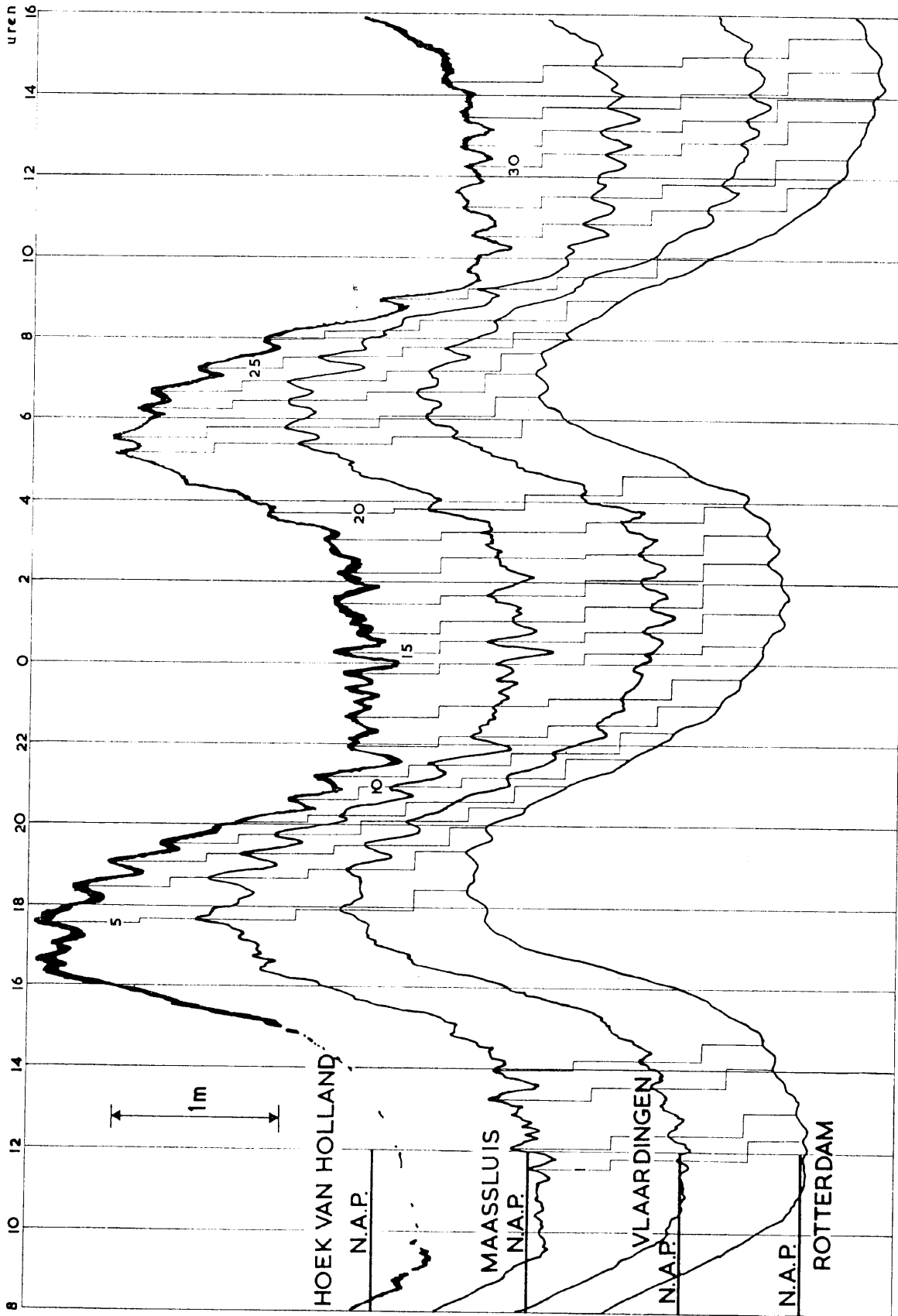
*Onmiskenbaar komen deze oscillaties uit zee. Zij worden teweeggebracht en beheerst door weersverschijnselen.* Het algemeen gemiddelde van de hierbij optredende perioden is voor alle kustplaatsen 35'.

Opgemerkt zij, dat bui-oscillaties op kleine schaal zeer veelvuldig voorkomen; in de orde van 10 à 30% van de tijd. Dit kan worden gezien als een aanwijzing er voor, dat zij bij vrijwel alle weerstanden voorkomen en een gevolg zijn van de normale macroscopische turbulenties in de atmosfeer.

Een bijzonderheid doet zich voor te IJmuiden. Daar is de eigen periode van de havens (gerekend tussen Noordersluis en de koppen der pieren) toevallig juist 35'. Het gevolg hiervan is, dat alle vanuit zee komende oscillaties van 30' à 40' in resonantie komen met de haven, waardoor zij sterk vergrote amplituden te zien geven.



III.5 - 3.1



Figuur 3.1.3. Stormvloed van 30-31 december 1943. Van 33 bui-oscillaties kan het beloop als zelfstandige golf van Hoek van Holland tot Rotterdam worden gevolgd

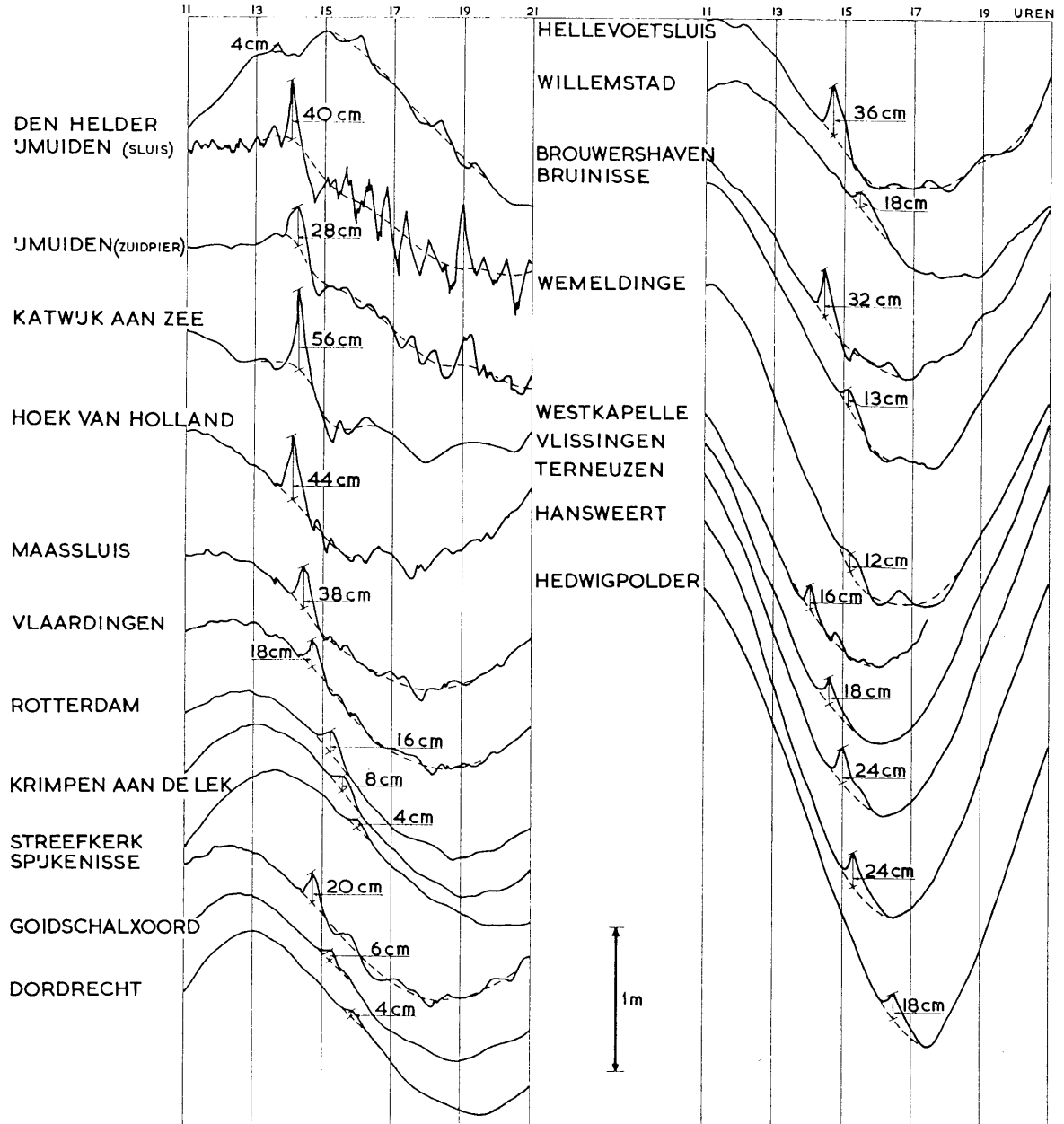
### 3.2 Buistoten

Buistoten zijn een tweede soort extra-bewegingen van de zeespiegel. Het zijn eenmalig optredende verheffingen van zeer geprononceerd karakter, in het Duits „See-Bär” genoemd, hier verder aangeduid als buistoten.

Een voorbeeld geeft figuur 3.2.1, opgetreden bij de storm van 13 december 1956. Dergelijke buistoten komen bijna elk jaar één of meermalen voor, meestal als gevolg van het passeren van een front of een zware plaatselijke bui.

Omtrent de buistoot van figuur 3.2.1 rapporteerde de sluismeester te IJmuiden:

„H.W. volgens getijtafel 11 u 56 m. Het buitenwater bleef staan op N.A.P. + 1,50 m tot 14 u 45 m, toen het plotseling in een harde hagelbui met wind, uitschietend van ZW 7 tot WZW 9, opliep tot N.A.P. + 1,90 m”.



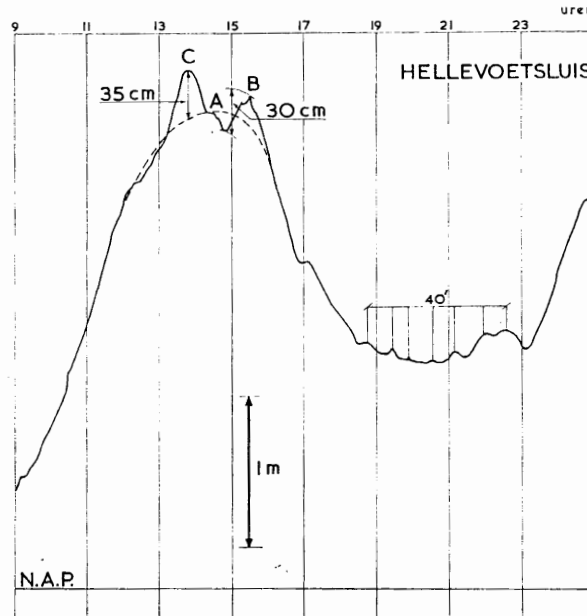
Figuur 3.2.1. Buistoten, opgetreden bij de storm van 13 december 1956. Verloop langs de kust en op de zeearmen.



Het opmerkelijke is, dat het verloop van dergelijke buistoten, in tegenstelling tot de bui-oscillaties, steeds goed is te volgen. Zo in dit geval van Den Helder tot Vlissingen en op de zeearmen tot Bath, Dordrecht en Streefkerk. Het maximum is in dit geval 56 cm te Katwijk.

Dergelijke buistoten komen ook in de zomer voor, vooral als gevolg van het losbarsten van onweer of wanneer de luchtbeweging een hoosachtig karakter aanneemt. Zij komen overigens normaal bij stormvloed voor. Het karakter gaat dan vaak schuil onder de onrustige registratie, soms onder enige bui-oscillaties.

Vermeldenswaard is een buistoot, opgetreden bij de stormvloed van 23 december 1954. De registratie te Hellevoetsluis is gegeven in figuur 3.2.2. Deze storm kenmerkt zich door een instabiele atmosfeer en buigtheid. Door zeelieden werd een bijzonder ruwe zee gemeld („veel ruwer dan bij de storm van 1 februari 1953”).



Figuur 3.2.2. Stormvloed van 23 december 1954. Registratie te Hellevoetsluis. Buistoot van 35 cm en bui-oscillatie van 30 cm van top tot dal.

In figuur 3.2.2 is de gestreepte kromme getekend als vereffening. Het diagram toont allereerst een krachtige oscillatie juist op het hoogwater. De top-dalwaarde daarvan is 30 cm, zodat het „eigenlijke” stormvloedhoogwater abrupt 15 cm wordt verhoogd. Omdat dal A en top B in naburige stations niet worden teruggevonden, is op deze waterbeweging het begrip bui-oscillatie van toepassing. Onmiddellijk aan deze oscillatie vooraf gaat een solitaire buistoot C, die te Hellevoetsluis een verhoging geeft van 35 cm, te Hoek van Holland van circa 40 cm. Te Scheveningen werd bij de betreffende buistoot een verhoging gemeten van 60 cm.

#### 4.0 DE BETEKENIS DER BUI-OSCILLATIES EN BUISTOTEN VOOR DE STORMVLOED-HOOGTEN

##### 4.1 Registratie-techniek

De meetstations, waar de zeestanden continu worden vastgelegd, bestaan veelal uit een peilput, die in gemeenschap staat met het buitenwater door middel van een toevoerbuis en een vast opgestelde peilschrijver, die de waterstand automatisch continu registreert.

De toevoerbuis en een eventueel daarin aangebrachte afsluiter zorgen er voor, dat de korte windgolven niet tot in de peilput doordringen. Bij rustig weer worden dan ook geheel gladde getijkrommen geregistreerd. Figuur 2.1.1 geeft daarvan een voorbeeld.

Bij storm hebben de allergrootste, uit de vrije zee aanlopende golven een periode van ten hoogste 10" à 12". De windgolf-amplituden ter plaatse van inmonding van een toevoerbuis kunnen zeer verschillend zijn, doch overschrijden ten gevolge van de beschutte opstellingen vermoedelijk nergens de 2 m. Door de diepe ligging der toevoerbuizen en door de demping, die de toevoerbuis door zijn beperkte breedte en zijn weerstand in verhouding tot de oppervlakte van de peilput teweegbrengt, komen zelfs van de zwaarste stormgolven nauwelijks sporen in de peilputten tot uiting.

Er wordt echter tegelijk naar gestreefd de demping niet groter te doen zijn dan strikt nodig is voor het gestelde doel. Immers, een te grote weerstand zal oorzaak zijn van een achterkomen van de peilput bij het buitenwater. Dit is ontoelaatbaar. De peilput dient een uiterst snelle stijging of daling van de zeestand, zoals die bij stormvloed voorkomt, bekwaam te volgen.

Het gevolg daarvan is, dat oscillaties met perioden van langer dan 1 à 5 minuten mede min of meer volledig in de registratie te voorschijn komen. Voorbeelden daarvan geven de figuren 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3, 3.2.1 en 3.2.2. Van de juistheid van de amplitude en van de tophoogte is men echter nimmer zeker, omdat er bij een zeer spits verloop altijd enige (soms vrij veel) demping zal optreden.

#### 4.2 Het opmeten van stormvloedhoogwater

Bij een registratie, als weergegeven in figuur 2.1.1, is het onmiddellijk duidelijk, welk punt het hoogwater aangeeft. Bij de registraties van het type van de figuren 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3, 3.2.1 en 3.2.2 is dat niet zonder meer duidelijk. Zo kan men in een geval als figuur 3.2.2 vragen, of het stormvloedhoogwater het punt A, B of C is.

In de thans reeds 100-jarige periode van bewerking der waarnemingen hebben de bewerkers niet altijd dezelfde methode toegepast. Overwegend echter is de methode gevolgd, die ook thans wordt aangehouden. Deze is de volgende: door de geregistreeerde schommelingen wordt een vloeiende kromme getekend, waarbij terdege wordt gelet op de vorm der getijkrommen in naburige stations; de top van deze kromme wordt als stormvloedhoogte in de boeken opgenomen.

Van de schommelingen om de gemiddelde lijn en de toevallige piek, die een bui-oscillatie teweegbrengt, wordt voor dit doel afgezien. Daarvoor gelden de volgende overwegingen:

1. Voor het vastleggen van de getijbeweging is de gemiddelde waarde de enig bruikbare. Zou men in figuur 3.1.1 A als hoogwater en B als laagwater noteren, dan zou het tijverschil 45 cm te groot worden gesteld.
2. Tussen de ware (d.i. vereffende) hoogten van hoogwater bestaat veelal regionaalsgewijs een goed verband. Worden de pieken afgelezen, dan wordt dit verband vertroebeld, doordat de peilschrijvers niet alle op adequate wijze deze schommelingen weergeven. Ook vervormt de topografie van het buitenwater de top van een buistoot op andere wijze dan het normale getijhoogwater.
3. Het is onjuist te veronderstellen, dat de piek van de geregistreeerde hoogste schommeling de eigenlijke stormvloedstand weergeeft. De grootte van de schommelingen in de peilput hangt nl. in belangrijke mate af van de demping van de peilput, van de periode van de schommeling en van de ligging van het peilmeetstation. In het algemeen zullen slecht gedempte peilputten bui-oscillaties vollediger doorlaten en dus hogere pieken geven. Het is noch theoretisch, noch praktisch mogelijk om hier een grens te trekken. Van registratie figuur 3.2.2 wordt dus A genoteerd als het stormvloedhoogwater en niet B of C.

Voor het samenstellen van de stormvloedtabel in Afdeling V van het Tienjarig Overzicht der Waterhoogten [1], is voor alle opgenomen stormvloed gecontroleerd op welke wijze zij uit de registraties zijn afgelezen. Een aantal bleek op de pieken te zijn afgelezen en werd gecorrigeerd. (Eén van deze foutief afgelezen waarden is de als hoogste stormvloed van 1894 bekende N.A.P. + 368 cm te IJmuiden, welke waarde N.A.P. + 340 cm bleek te moeten zijn.)

De stormvloedtabellen bevatten thans uitsluitend de hoogte van de gemiddelde kromme en de overschrijdingslijnen van hoogwater hebben alle betrekking op deze waarden.

## 5.0 DE VERHOOGING VAN DE HOOGWATERSTANDEN TEN GEVOLGE VAN BUISTOTEN

### 5.1 De grootte van buistoten aan de Nederlandse kust

In het algemeen vindt men bij elke storm buistoten en bui-oscillaties. De normale getijregistraties zijn niet geschikt om daaruit frequenties van de amplituden van dit verschijnsel op te stellen. Het bleek ook niet mogelijk om maximale waarden vast te stellen, o.m. doordat de registraties deze niet hebben doorgegeven. Wel zijn de buistoten steeds aanmerkelijk forser dan de bui-oscillaties. Krachtig ontwikkelde buistoten zullen naar orde van grootte de volgende verhogingen ten opzichte van het getij teweegbrengen.

Tabel 5.1.1  
De grootte van buistoten in het Nederlandse kustgebied

Plaats	Verhoging in cm
Aan de kust . . . . .	50 à 60
In de monding der zeearmen . . . . .	30
5 à 15 km landinwaarts op de zeearmen . . . . .	15
Waddenzee en Eemsmond . . . . .	10
20 km landinwaarts op de zeearmen . . . . .	5

Deze waarden zijn conform de eerder behandelde voorbeelden. Zij kunnen met vele andere voorbeelden worden aangevuld. De indruk bestaat, dat bij elke onrustige storm van het type 1937, 1943 en december 1954, dergelijke verschijnselen optreden. Andere stormen als 1 februari 1953, januari 1954, oktober 1958 en januari 1959 hebben ze minder sterk. Men kan wel concluderen, dat het optreden van buistoten een vrij normaal verschijnsel is, dat zich nu eens wat sterker, dan weer wat zwakker manifesteert.

### 5.2 Toeslag voor buistoten

Uit het voorgaande is gebleken, dat de bui-oscillaties en de buistoten afzonderlijke verschijnselen zijn naast astronomisch getij, stormeffect en windgolven. Zij leveren een zelfstandige bijdrage tot de uiteindelijke hoogte van de zeespiegel bij stormvloed. Gezien hun aanmerkelijke grootte en hun veelvuldig voorkomen zal men er rekening mede moeten houden.

Deze oscillaties en stoten dragen bovendien het karakter van lange golven en zijn dus niet onderworpen aan de wetten der oppervlakte-golven. Zij doen zich bijvoorbeeld op luwe plaatsen en in quasi-afgesloten bekkens tot volle kracht gevoelen; in het bijzonder ook daar, waar bij storm geen directe windgolf staat.

Zij zullen afzonderlijk, en wel als een toeslag op het ontwerppeil <sup>1)</sup>, in rekening moeten worden gebracht, immers:

- door de wijze van opmeten en vastleggen van de stormvloedhoogwaters zijn zij niet opgenomen in de H.W.-tabellen en in overschrijdingsgrafieken (zij zijn dus ook niet verdisconteerd in de uit de overschrijdingskrommen afgeleide ontwerppeilen);
- zij komen evenmin tot hun recht in de in rekening te brengen golfhoogte of golfoploop. De oscillaties zijn zo traag van karakter, dat zij op het oog niet waargenomen kunnen worden en uit golfregistraties alleen kunnen worden onderkend, indien daartoe strekkende maatregelen zijn getroffen.

<sup>1)</sup> Het ontwerppeil is de stormvloedhoogte, die als uitgangspunt wordt genomen voor het ontwerpen van zeekerende werken (zie deel 1).

### 5.3 Toe te passen reductie

Zou men het volle bedrag van de buistoot als toeslag op het ontwerppeil zetten, dan zou hieraan hetzelfde gewicht worden toegekend als aan het stormvloedhoogwater zelf. Buistoten zijn echter niet steeds aanwezig of vallen niet altijd samen met het hoogwater. Ook zijn zij steeds van aanmerkelijk korter duur en een reductie in de grootte van de toeslag schijnt redelijk. Voor het bepalen van de mate van reductie is uiteraard mede van belang de grootte van de golfoploop.

Voert men een reductiecoëfficiënt in van de vorm

$$\frac{B}{B+aG}$$

waarin

$B$  = de grootte van de buistoten (zie tabel 5.1.1);

$G$  = het gedeelte van de totale waakhogte, nodig om de golfoploop te keren;

$a$  = gewichtscoëfficiënt, gelegen tussen 0 en 1,

dan wordt het aandeel  $\Delta H$ , dat  $B$  levert in de totale waakhogte:

$$\Delta H = \frac{B}{B+aG} B.$$

Voor het denkbeeldige geval, dat de golfoploop  $G = 0$  zou zijn, wordt  $\Delta H$  gelijk aan de volle waarde  $B$ , dat wil zeggen het volle bedrag van de buistoot moet in rekening worden gebracht.

Is er wel golfoploop, dan wordt  $\Delta H$  kleiner dan  $B$ , en wel te meer naarmate de golfoploop groter is. Een dergelijke reductie is redelijk te achten omdat de extra-bedreiging, die uit  $B$  voortvloeit, al voor een gedeelte wordt opgevangen door het in rekening brengen van de golfoploop.

Het voorgaande houdt in, dat  $a$  een waarde moet hebben, gelegen tussen 0 en 1. De waarde 0 of nabij 0 valt uit, doordat die leidt tot een praktisch toch volledig in rekening brengen van  $B$ . De waarde 1 of nabij 1 valt uit, doordat die, bij de aan de kust bijvoorbeeld voorkomende grote golfoplopen, voert tot een wegreduceren van de toeslag.

Ter oriëntering in de waarden, waartoe de formule leidt, zijn in de volgende tabel gegeven de grootten van  $\Delta H$  bij  $a = 1/3$  en  $a = 1/5$ .

De hier gegeven waarden van  $\Delta H$  doen zien, dat ze geenszins te verwaarlozen zijn. Op plaatsen, waar de golfoploop slechts 50 cm zou bedragen, zal men voor de buistoten aan de kust met  $a = 1/3$  à  $1/5$  een toeslag van 35 à 40 cm moeten aanbrengen. De toeslagen zijn het meest van belang voor die plaatsen, waar de golfoploop klein is en voor die, nabij of in de kustlijn gelegen. Meer binnenwaarts en voor grotere golfoploop kunnen de toeslagen worden verwaarloosd.

Voor het meer landinwaarts gelegen gedeelte van zeearmen en benedenrivieren en ook voor de Waddenzee kunnen de toeslagen worden verwaarloosd.

Tabel 5.3.1

Waarden van  $\Delta H$  voor diverse grootten van de maximale buistoot  $B$  en van de golfoploop  $G$ , geldend voor een gewichtscoëfficiënt  $a = 1/3$  en  $a = 1/5$

Golfoploop $G$ in cm	Waarden van $\Delta H$ in cm									
	$B = 50$ cm (in de kustlijn)		$B = 30$ cm (in de zeegaten)		$B = 15$ cm (5 à 15 km landinwaarts)		$B = 10$ cm (Waddenzee)		$B = 5$ cm (20 km landinwaarts)	
	$a = 1/5$	$a = 1/3$	$a = 1/5$	$a = 1/3$	$a = 1/5$	$a = 1/3$	$a = 1/5$	$a = 1/3$	$a = 1/5$	$a = 1/3$
0	50	50	30	30	15	15	10	10	5	5
50	40	35	20	20	10	5	5	5		
100	35	30	20	15	5	5	5			
200	30	20	15	10	5	5				
400	20	15	10	5						
600	15	10	5	5						
800	10	10	5	5						

## 6.0 SAMENVATTING EN CONCLUSIES

Bui-oscillaties zijn onregelmatige schommelingen van de zeespiegel, veroorzaakt door macroscopische turbulenties in de atmosfeer bij storm. Hun periode varieert van enige minuten tot meer dan een uur, hun halve amplitude reikt vaak tot 2 à 3 dm.

Buistoten zijn eenmalige extra-opslingeren van de zeespiegel bij storm. Zij hebben een duur, variërend van enkele minuten tot een uur. De grootte loopt aan de open kust meermalen op tot 50 cm, Zij zijn niet begrepen in de stormvloedhoogte en evenmin in het ontwerppeil. Zij dienen als een toeslag op het ontwerppeil in rekening te worden gebracht naar een zekere gereduceerde grootte. Tabel 5.3.1 biedt een aantal waarden voor praktisch gebruik.



BIJDRAGE III.6

RIJKSWATERSTAAT

GETIJBEREKENINGEN,  
HYDRAULISCH EN ELEKTRISCH  
MODELONDERZOEK,  
IN ALGEMEEN VERBAND GEZIEN





## INHOUDSOVERZICHT

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	133
0.2 Literatuur . . . . .	133
0.3 Summary . . . . .	134
0.4 Résumé . . . . .	134
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>135</b>
1.1 Inleiding. . . . .	135
1.2 Auteur . . . . .	135
<b>2.0 Grondvergelijkingen van de waterbeweging . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>3.0 Bespreking van de drie methoden van onderzoek . . . . .</b>	<b>136</b>
3.1 Getijberekening . . . . .	136
3.2 Hydraulisch model . . . . .	137
3.3 Elektrisch model . . . . .	139
<b>4.0 Vergelijkende beschouwing . . . . .</b>	<b>140</b>
<b>5.0 Samenvatting . . . . .</b>	<b>141</b>

### 0.2 LITERATUUR De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]

1. *J. J. Dronkers and J. C. Schönfeld* Tidal computations in shallow water. Conference on Tidal Hydraulics, New York 1954. Proc. Am. Soc. of Civ. Eng., June 1955.  
(Ook in: Rijkswaterstaat Communications, nr. 1, 's-Gravenhage, 1959).
2. *J. Laboutelle* Principaux problèmes soulevés par les modèles réduits d'estuaires à marée. I.A.H.R. Proceedings of the Sixth General Meeting, A 13, The Hague 1955.
3. *E. W. Bijker* Modèles à marée. I.A.H.R. Proceedings of the Sixth General Meeting, A 14. The Hague 1955.
4. *J. C. Schönfeld* Analogy of hydraulic, mechanical, acoustic and electric systems. Appl. Sci. Res., B. Vol. 3, 1953.
5. *H. J. Stroband* De voortplanting van het getij bepaald met behulp van de elektrotechniek, met inachtneming van de kwadratische weerstandswet. Polytechnisch Tijdschrift, uitg. B, nrs. 45-46 en 47-48, 1948.
6. *J. van Veen* Le modèle électrique de marée. Un aperçu des méthodes pour la détermination du mouvement de marée dans les embouchures et les fleuves à marée néerlandais. Chap. 2, Rapport XVIIe Congrès International de Navigation, Lissabon, 1949.
7. *J. C. Schönfeld* Analogue methods for storm surge problems. Conference on long waves and storm surges, Wormley 1957.
8. *J. C. Schönfeld and C. M. Verhagen* Development of the tidal analogue technique in Holland. 2nd Int. Analogue Computation Meetings, Straatsburg, 1958.

### 0.3 SUMMARY

#### Tidal computations, hydraulic and electric models, from a general point of view

With regard to hydraulic engineering activities in the tidal region, three tools are available for investigating the consequences for the tides: computations (the mathematical model), the hydraulic model, and the electrical analogue (the electrical model). These methods have a common feature: they provide a means of arriving at a reasonably accurate solution of the system of fundamental equations and boundary conditions which describe the tidal motion. They differ in that each applies a different medium. The hydraulic model uses the analogy between the motion of volumes of water of various dimensions with suitable scale relations; the electrical analogue uses the analogy between the laws of the flow of fluids and electrical current; and in the computational method the equations are treated mathematically. The special characteristics of each of the methods derive from the manner in which they are given practical realization and from the limitations inherent in each of them.

The characteristics and limitations of each of these methods are discussed. Computations are independent of material imperfections and enable a direct understanding of the physical processes. Hydraulic models offer direct visualization; their construction is costly, but once built they make it relatively easy to deal with a great variety of problems in the same tidal system. This applies to an even greater degree to electrical analogues, which can also be used for other hydraulic systems.

An accuracy can be obtained with each of the methods which keeps the errors within those of the observations in the field. A choice between the three methods cannot be made on the basis of absolute differences in quality. In many instances it may be of advantage to use two of them or even all three in conjunction.

This contribution has been prepared by Ir. J. B. Schijf.

### 0.4 RÉSUMÉ

#### Calculs de marées, recherches hydrauliques et électriques sur modèles réduits, vus en général

Pour examiner les conséquences qu'auront sur la marée les travaux hydrauliques à entreprendre dans la région des marées, on dispose de trois méthodes: les calculs (modèle mathématique), le modèle hydraulique et l'analogie électrique (modèle électrique).

Toutes ces méthodes ont ceci en commun: elles recherchent une solution suffisamment exacte du système des équations fondamentales qui, avec les conditions limites, définit le mouvement de la marée. Elles diffèrent dans les moyens appliqués.

Dans le modèle hydraulique, on utilise l'analogie entre les mouvements de volume d'eau de dimensions différentes avec des relations d'échelles appropriées. Dans la méthode électrique, on se sert de l'analogie entre les lois des courants de liquides et des courants électriques. Enfin la méthode mathématique résout directement les équations.

Le caractère particulier de chacune de ces méthodes résulte de leur réalisation dans la pratique et des restrictions inhérentes à chacune d'elles.

Ces caractéristiques et ces restrictions sont examinées dans un exposé sur chacune des trois méthodes.

Les calculs ne dépendent pas d'imperfections matérielles et procurent une conception directe du mécanisme physique. Les modèles hydrauliques donnent une représentation visuelle des phénomènes. Leur construction est coûteuse mais, quand un modèle est construit, il peut servir à traiter un grand nombre de variantes, plus facilement que par les calculs. Cela s'applique encore plus largement dans le cas d'analogues électriques. Ils peuvent ensuite servir à d'autres systèmes.

Dans chacune des trois méthodes, on peut obtenir une précision telle, que les écarts sont encore plus petits que ceux des observations dans la nature.

Par suite de leurs différences absolues, on ne peut pas faire un choix entre ces trois méthodes. Dans de nombreux cas, il serait utile d'en employer deux, ou même d'employer les trois, en coordination.

Cette contribution est due à l'ingénieur J. B. Schijf.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding

Bij het ontwerpen van werken in het getijgebied, is het uiteraard noodzakelijk zich rekenschap te geven van de gevolgen, die de waterbeweging zal ondervinden. Hierbij kan onderscheid worden gemaakt tussen de algemene gevolgen, die zich in een vrij uitgestrekt gebied kenbaar maken, en meer plaatselijke verschijnselen, zoals de verandering van de stromingstoestand in een beperkte omgeving. Deze gevolgen van plaatselijk karakter kunnen alleen worden bestudeerd in een hydraulisch model van de plaatselijke situatie, waarin wordt gestreefd naar een zo zuiver mogelijke weergave van de waterbeweging tot een vrij grote mate van gedetailleerdheid.

De gevolgen van meer algemeen karakter omvatten de veranderingen in de waterstanden en stromen in het gehele gebied, dat door de werken wordt beïnvloed. Wat de stromen betreft, gaat het daarbij in de eerste plaats om de totale afvoeren door de betrokken geulen en riviertakken en niet zo zeer om de stroomverdeling en de plaatselijke stroomsnelheden.

Voor het nagaan van de gedragingen van de getijbeweging – en eventueel van stormvloed – in een wijde omgeving staan drie middelen ten dienste: de berekening (het wiskundige model), het hydraulische model en het elektrische analogon (het elektrische model).

De drie middelen hebben als gemeenschappelijk element, dat bij elk er van wordt gestreefd naar een voor het vereiste doel zo nauwkeurig mogelijke oplossing van de fundamentele vergelijkingen met de in het bepaalde geval geldende randvoorwaarden, die de waterbeweging beschrijven. Het onderscheid is te vinden in het toegepaste medium. Bij het hydraulische model wordt gebruik gemaakt van de analogie tussen de bewegingen van watermassa's van verschillende afmetingen met passende schaalverhoudingen, bij het elektrische model van de analogie tussen de wetten van vloeistofstromen en elektrische stromen, terwijl de berekening langs wiskundige weg een oplossing van de vergelijkingen bewerkstelligt.

De bijzondere kenmerken van de drie middelen vinden hun oorsprong in de wijze van verwezenlijking in de praktijk en de beperkingen, die zich daarbij voordoen.

### 1.2 Auteur

De bijdrage is samengesteld door Ir. J. B. Schijf.

## 2.0 GRONDVERGELIJKINGEN VAN DE WATERBEWEGING

De grondvergelijkingen van de waterbeweging in een geul of riviertak kunnen als volgt worden geschreven:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{A} \right) \pm \frac{Q^2}{C^2 A^2 a} = 0 \quad (2)$$

Hierin is:

$Q$  de stroom door het gehele profiel;

$h$  de waterstand;

$b$  de breedte op de waterspiegel;

$H = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$  = de hoogte van het energievlak;

$a$  de gemiddelde diepte van het stroomprofiel;

$C$  de coëfficiënt van De Chézy;

$A$  het stroomprofiel;

$g$  de versnelling van de zwaartekracht;

$x$  de coördinaat in de lengterichting;

$t$  de tijd.

In vergelijking (1), de continuïteitsvergelijking, worden het verschil in aanvoer en afvoer van water in een vak ter lengte  $dx$  en de rijzing c.q. daling van de waterspiegel met elkaar in verband gebracht, terwijl in vergelijking (2), de krachtvergelijking, het evenwicht tussen de verhangkracht, de traagheid en de weerstand wordt uitgedrukt <sup>1)</sup>.

Wanneer de waterbeweging wordt weergegeven door middel van een model, hetzij hydraulisch, hetzij elektrisch, moet in ieder geval worden zorg gedragen, dat de verschillende termen in deze vergelijkingen in een zelfde verhouding worden weergegeven. Verder is het bij elk van de drie beschouwde methoden noodzakelijk om aan ieder uiteinde van het te behandelen systeem hetzij het verloop van de waterspiegel, hetzij dat van de stroom, hetzij het verband tussen deze twee grootheden te kennen (randvoorwaarden).

### 3.0 BESPREKING VAN DE DRIE METHODEN VAN ONDERZOEK

#### 3.1 Getijberekening

Een getijberekening bestaat hierin, dat het systeem van vergelijkingen, eventueel na transformatie, met inachtneming van de geldende randvoorwaarden wordt geïntegreerd naar de lengte en de tijd. Daarvoor staan verscheidene methoden van bewerking ten dienste, die naar verschillende gezichtspunten in groepen kunnen worden ingedeeld. Naar de aard van de wiskundige bewerkingen kunnen de volgende worden onderscheiden:

1. *Harmonische methoden* (methode-Lorentz e.d.). Hierbij wordt de getijbeweging in harmonische componenten geanalyseerd, waarna elk dezer componenten afzonderlijk wordt behandeld met eventuele toevoeging van termen met het oog op hun onderlinge beïnvloeding.
2. *Directe methoden*. Hierbij worden de vergelijkingen rechtstreeks onderworpen aan een proces van numerieke integratie, bijv. door iteratie, door ontwikkeling in machtreeksen of door de differentiaalvergelijkingen te transformeren tot vergelijkingen met eindige differenties. De plaatselijke werking van de wind en de aardrotatie kunnen bij deze methoden, zij het vooral wat de laatste betreft ten koste van een aanmerkelijke vergroting van de hoeveelheid werk, in rekening worden gebracht.
3. *Karakteristieke methoden*. De voortplanting van de getijgolven wordt geanalyseerd op de grondslag van de theorie van de karakteristieke elementen der differentiaalvergelijkingen.

Een andere onderscheiding kan worden gemaakt vanuit het oogpunt van de toepassing, en wel tussen benaderende en exacte methoden. Onder een exacte methode wordt dan verstaan een methode, waarbij de oplossing van het wiskundige vraagstuk tot elke gewenste graad van nauwkeurigheid kan worden bepaald. In de praktijk betekent dit, dat de nauwkeurigheid wordt begrensd hetzij door de nauwkeurigheid van de topografische en hydrometrische gegevens, hetzij door de hoeveelheid werk, die men bereid is aan de berekening te besteden. Bij een benaderende methode daarentegen wordt bewust afgezien van het streven naar een exacte oplossing door het invoeren van vereenvoudigingen in de vergelijkingen of in het proces van oplossing. Zulke vereenvoudigingen zijn bijvoorbeeld het lineariseren van de weerstand en de beperking tot de  $M_2$ -component van het getij, zoals wordt gedaan in de enkelvoudige harmonische methode, of het verwaarlozen van de snelheidshoogte en dergelijke.

Op deze wijze kan in gevallen, waar de uitgangsgegevens een grote nauwkeurigheid niet rechtvaardigen of het verlangde resultaat deze niet noodzakelijk maakt, een aanzienlijke besparing in het rekenwerk worden verkregen.

Bij elk der in gebruik zijnde methoden kunnen de bewerkingen zowel langs numerieke als langs grafische weg worden uitgevoerd, terwijl in de laatste tijd ook het gebruik van de automatische rekenmachine is geïntroduceerd.

---

<sup>1)</sup> Bij het opstellen van de vergelijkingen, evenals in de verdere behandeling, zijn bijkomende invloeden, zoals de plaatselijke werking van de wind op het water en de aardrotatie, in eerste instantie buiten beschouwing gelaten. Zij hebben in de zeearmen en getijrivieren in het algemeen een ondergeschikte betekenis. De wijze waarop zij zonodig in rekening kunnen worden gebracht, worden nader besproken.

Voor een meer uitvoerige uiteenzetting van de verschillende methoden, hun eigenschappen en hun onderlinge verband zij verwezen naar de desbetreffende bijdrage <sup>1)</sup> en naar [1], waarin ook een historisch overzicht is opgenomen.

De keuze van de methode hangt af van een aantal factoren, waarvan mogen worden genoemd:

- de aard en nauwkeurigheid van de praktijkgegevens, die ter beschikking staan;
- de aard van het probleem, dat moet worden behandeld (vorm van het getij, al dan niet optreden van stormvloed, al dan niet aanwezigheid van oppervlatafvoer, aard van het dwarsprofiel, mate van gelijkvormigheid van het lengteprofiel, mate van vertakking);
- de geschooldheid en ervaring van het beschikbare personeel, het inzicht van de leider.

In het algemeen hebben getijgeulen en rivieren een onregelmatige vorm, zowel wat betreft het tracé als in lengte- en dwarsprofiel. Om een berekening, volgens welke methode ook, uitvoerbaar te maken, is het noodzakelijk het geulstelsel te schematiseren. Dit komt hierop neer, dat het wordt vervangen door een samenstel van vakken van bepaalde lengte, elk met over die lengte constante eigenschappen (dwarsprofiel, weerstand). Het is daardoor uiteraard niet mogelijk zich rekenschap te geven van de details van de waterbeweging, zoals de stroomverdeling en de plaatselijke snelheden. Wanneer de schematisatie oordeelkundig wordt uitgevoerd, dat wil zeggen zo, dat elk vak ten aanzien van zijn eigenschappen als drager van de waterbeweging representatief is weergegeven, kan de getijbeweging als geheel echter correct worden afgebeeld. Daar de kwaliteit van een getijberekening in belangrijke mate afhangt van een juiste schematisatie, vereist dit punt veel aandacht. Het wordt bepaald door de graad van nauwkeurigheid, die men wenst te bereiken in verband met de hoeveelheid rekenwerk, tot welke mate van verfijning de schematisatie dient te worden voortgezet, in het bijzonder welke vaklengte dient te worden gekozen.

Samenvattende kan men zeggen, dat de getijberekening enerzijds de gelegenheid biedt om door middel van een benaderende berekening ten koste van betrekkelijk weinig werk en dus in vrij korte tijd een globale oplossing te verkrijgen, anderzijds door middel van een (soms veel) meer uitvoerige bewerking een uitkomst, waarvan de betrouwbaarheid en nauwkeurigheid slechts worden begrensd door de nauwkeurigheid van de topografische en hydrometrische gegevens: steeds wordt de getijbeweging als geheel verkregen, dat wil zeggen het verloop der waterstanden en totale stromen. Meer gedetailleerde kennis van de waterbeweging komt slechts in beperkte mate en incidenteel ter beschikking. Is een betere kennis van de plaatselijke stromingstoestand in een bepaalde omgeving vereist, dan zal daartoe in het algemeen een aanvullend modelonderzoek van de plaatselijke situatie nodig zijn. Tegenover deze beperking staat als voordeel van de getijberekening dat een inzicht wordt geboden in de fysische samenhang van de factoren, die de waterbeweging beheersen (verhangen, traagheid, weerstand, berging, golfvoortplanting).

### 3.2 Hydraulisch model

In een hydraulisch getijmodel wordt het te onderzoeken gebied verkleind weergegeven. In het algemeen maakt de uitgestrektheid van het gebied een sterke verkleining in horizontale zin noodzakelijk. Het is veelal niet juist, de verticale afmetingen op dezelfde schaal te verkleinen als de horizontale, omdat dan de waterbeweging niet meer getrouw zou worden afgebeeld. De oorzaak hiervan is gelegen in het feit, dat bij zeer geringe diepte de visceuze krachten, die bij de getijbeweging in de natuur een volkomen ondergeschikte rol spelen, niet meer verwaarloosbaar zijn ten opzichte van de overige krachten.

De stroming is dan niet of niet voldoende turbulent, waardoor de weerstand een andere wet volgt. Het is dan niet mogelijk te voldoen aan de eis, dat de verschillende termen in de krachtvergelijking volgens een zelfde verhouding veranderen. Dit maakt het noodzakelijk met de verkleining van de verticale afmetingen niet verder te gaan dan een zekere grens, bepaald door de eis, dat de waterbeweging voldoende turbulent is (een voldoende groot getal van Reynolds oplevert) om evenals in de natuur een kwadratische weerstand te volgen.

---

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.7.

De volledige geometrische gelijkvormigheid moet dus worden losgelaten ter wille van de hydraulische gelijkvormigheid en er ontstaat een samengetrokken model. Dit brengt enige consequenties mee. Ten einde de juiste verhoudingen tussen de verschillende termen in de grondvergelijkingen te verzekeren, dient de tijdschaal te worden aangepast aan de samentrekking. Bovendien moeten maatregelen worden genomen om ook de weerstandsterm uit de krachtvergelijking op de juiste schaal te brengen, hetgeen kan worden bereikt door het aanbrengen van een ten opzichte van de natuur overdreven ruwheid van bodem en wanden. Dit kan ook zo worden uitgedrukt, dat tegenover het in vergelijking met de natuur versterkt weergegeven verhang ook de weerstand dient te worden versterkt.

In smalle geulen brengt de samentrekking zelf al een zekere vergroting van de weerstand teweeg, omdat de hydraulische straal relatief kleiner wordt. Dit is echter slechts zelden voldoende, terwijl in brede geulen en bij overstroomde bankengebieden deze invloed niet of in zeer geringe mate werkzaam is.

Veelal is dan ook een zodanige versterking van de weerstand vereist, dat deze niet kan worden bereikt door het aanbrengen van een overdreven ruwheid op de bodem en de wanden. Het is dan nodig om weerstandselementen, bijvoorbeeld in de vorm van staafjes, in het stroomprofiel op te stellen.

Wil het modelonderzoek voldoen aan hoge kwaliteitseisen, dan moet er, strikt genomen, zorg voor worden gedragen, dat de vereiste weerstand niet slechts bij één bepaalde waterstand wordt verkregen, maar ook bij verandering van de waterstand behouden blijft. Het juist instellen van de weerstand in een samengetrokken model vereist dan ook veel aandacht <sup>1)</sup>.

Zowel de samentrekking (overdreven bodemhellingen in langs- en dwarsrichting) als de middelen voor het verkrijgen van de vereiste weerstand brengen afwijkingen in de details van de waterbeweging teweeg, die ten gevolge hebben, dat slechts de totale stromen volledig juist worden afgebeeld. Een hydraulisch model van deze aard moet dus niet worden gezien als een volledig natuurgetrouw miniatuur, maar als een integratiemachine, waarin als medium het water wordt gebruikt. Er is hier dus eveneens sprake van een zekere schematisatie, waarvan de mate afhankelijk is van het schalenstelsel. Men kan zelfs in sommige gevallen verder gaan dan deze ongewilde schematisatie en op overeenkomstige wijze te werk gaan als bij het wiskundige model, bijvoorbeeld door de geulen in lengte- en dwarsprofiel te vereenvoudigen, of door vertakkingen van ondergeschikte aard of bergingsgebieden, die slechts in geringe mate aan de stroming deelnemen, af te beelden in een vereenvoudigde vorm. Indien dit op oordeelkundige wijze geschiedt, wordt wederom aan de weergave van de waterbeweging als geheel geen afbreuk gedaan.

Wanneer men bij de inrichting van het model daarentegen de natuur zo getrouw mogelijk tracht af te beelden, kunnen meer details – het hangt van de schalen af hoeveel meer – van de onregelmatige stroombeddingen en bergingsgebieden in het hydraulische model worden weergegeven dan in de wiskundige schematisatie praktisch uitvoerbaar is. Daardoor blijft de stromingstoestand in het model een door de vorm van de bedding bepaalde structuur vertonen en kunnen er soms naast de algemene trekken van de waterbeweging – waterstanden en totale stromen – bijkomende gegevens aan worden ontleend. Met het oog op de reeds genoemde afwijkingen, die de stroomverdeling ondergaat ten gevolge van de samentrekking en de weerstandselementen, hebben deze gegevens een beperkte waarde, vooral ten aanzien van hun kwantitatieve interpretatie. Voor een meer nauwkeurige kennis van de plaatselijke stromingstoestand zal wederom een aanvullend modelonderzoek van de plaatselijke situatie nodig zijn. Een ander voordeel van het hydraulische model is de gelegenheid tot visueel waarnemen, hetgeen bijdraagt tot de ontwikkeling van het inzicht in de vraagstukken en tot het vertrouwen van opdrachtgevers en belangstellenden. Zijn waarde als demonstratiemiddel ontleent het model aan deze eigenschap.

Bij het hydraulische modelonderzoek kan de plaatselijke invloed van de wind door middel van het opwekken van een luchtstroom boven het model tot gelding worden gebracht, hoewel dit aanmerkelijke complicaties meebrengt bij het bedrijf. Ook de invloed van de aardrotatie kan in een model worden nagebootst. In het Waterloopkundig Laboratorium te Delft is thans een zeer vernuftige methode daartoe in gebruik, waarbij in plaats van de aardrotatie zelf gebruik wordt gemaakt van het Magnus-effect.

Naast zijn typische voordelen heeft het model echter ook enige onvolkomenheden. Hoe kleiner de schaal is, des te meer kunnen afwijkingen ontstaan ten gevolge van – zelfs kleine – onnauwkeurigheden

---

<sup>1)</sup> Voor een illustratie van het hier behandelde kan worden verwezen naar Bijdrage IV.1.

in de vormgeving van het model, in het realiseren van de randvoorwaarden en in het meten van de ver-lange grootheden, evenals door storingen van buiten. Deze onvolkomenheden kunnen worden ge-reduceerd door een steeds verdere verfijning in de instrumentatie. In het bijzonder het automatiseren van het „modelbedrijf”, dat de nauwkeurigheid en de getrouwheid van de herhaling ten goede komt en een scherpe controle mogelijk maakt, is hierbij van grote betekenis. Er wordt daarbij in toenemende mate gebruik gemaakt van elektrische en elektronische apparatuur.

Een bijzondere moeilijkheid doet zich voor bij het nauwkeurig bepalen van de stromen. Deze kunnen met de thans beschikbare middelen niet rechtstreeks worden gemeten, zodat zij moeten worden afgeleid uit waarneming van plaatselijke snelheden. De aanwezigheid van weerstandselementen maakt echter de nauwkeurige meting daarvan, zowel als het omrekenen tot de totale stromen, lastig.

Voor nadere bijzonderheden aangaande de eigenschappen en de methodiek van hydraulische modellen zij verwezen naar [2] en [3].

### 3.3 Elektrisch model

Voor het samenstellen van een analogiemodel, dat aan zekere eisen van getrouwheid en nauw-keurigheid voldoet, is het nodig een systeem te vinden, dat aan overeenkomstige wetten gehoorzaamt als het prototype. Dit vindt zijn uitdrukking in de analogie van de vergelijkingen, die de twee mecha-nismen beschrijven.

Een eenvoudig model kan worden opgebouwd uit capaciteiten, zelfinducties en weerstanden. Het is mogelijk hiermee de voortplanting van het  $M_2$ -getij in een geul of geulensstelsel weer te geven, met dezelfde mate van benadering als bij de methode-Lorentz aanvaard moet worden. Met name wordt in een dergelijk model met een gelineariseerde weerstand gewerkt en met constante bergende breedte en constant stroomvoerend profiel.

Een betere weergave van het kwadratische karakter van de weerstand is mogelijk met behulp van metaaloxye-gelijkrichters in een zogenaamd duaal schema.

Deze verbetering maakt het mogelijk behalve de getijden ook de opperwaterafvoer en het midden-standsverhang weer te geven.

Het duale schema brengt evenwel schakelmoeilijkheden mede, waardoor het weergeven van geulen-netwerken niet goed uitvoerbaar is.

Ook voor het variëren van coëfficiënten, bijv. de bergende breedte die varieert met de waterstand, biedt de techniek mogelijkheden. Hierbij kunnen evenwel in het algemeen versterker-elementen niet vermeden worden, hetgeen aanmerkelijke complicaties met zich brengt.

Langs de hier geschetste lijn is het elektronische getijmodel van de Rijkswaterstaat tot stand ge-komen <sup>1)</sup>. Hierin is gebruik gemaakt van elektronenbuizen, waarmee door geschikte schakelingen verschillende coëfficiënten in de vergelijkingen binnen zekere grenzen veranderlijk konden worden gemaakt en bovendien het kwadratische karakter van de weerstand kon worden benaderd. Het getij wordt daarbij afgebeeld met een frequentie van 1000 herz, hetgeen betekent, dat een halfdaags getij zich in het model afspeelt in 0,001 sec (in het hydraulische model in 2,5 minuut). Tot de aantrekkelijk-heid draagt bij de mogelijkheid van het op het scherm van een elektronen-oscillograaf zichtbaar maken van de getijlijnen en de stroomkrommen op elke gewenste plaats. Voor een nadere beschrijving van de achtereenvolgens gerealiseerde modellen zij verwezen naar de desbetreffende bijdrage <sup>1)</sup>, alsmede naar [5] en [6].

Hoewel met dit elektronische model in zijn uiteindelijke gedaante zeer nuttige resultaten zijn ver-kregen, bleek het niet mogelijk langs de gevolgde weg een geheel bevredigende nauwkeurigheid te bereiken. Bovendien zijn ook de variatiemogelijkheden van coëfficiënten, vooral van de weerstand, nog tamelijk beperkt. Ook maakt de relatief hoge frequentie een voldoende nauwkeurige rechtstreekse registratie van getijlijnen en stroomkrommen zeer moeilijk uitvoerbaar. In verband met deze beperkingen is het model dan ook praktisch alleen bruikbaar gebleken voor het weergeven van het noordelijke bekken bij normale getijden. Daarom is thans een geheel nieuw analogiemodel ontwikkeld, waarbij de elek-tronische techniek in hoofdzaak is verlaten en nieuwe middelen worden toegepast, die de mogelijkheid bieden een nauwkeurige afbeelding zowel van periodieke als van niet-periodieke verschijnselen te

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.8.

bereiken. Een beschrijving van deze nu in aanbouw zijnde machine is opgenomen in de desbetreffende bijdrage <sup>1)</sup>, alsmede in [8].

Deze analogon-rekenmachine voor getijvraagstukken bestaat uit secties, die elk een riviervak voorstellen en in elk waarvan de betrekkingen tussen de vakgrootheden en de getijgrootheden door middel van elektrische processen worden weergegeven. Van een rechtstreekse afbeelding is alleen nog in zoverre sprake, dat de afvoeren door elektrische stromen en de waterstanden door elektrische spanningen worden afgebeeld. Evenwel worden ook de gemiddelde stroomsnelheden analoog voorgesteld, namelijk door spanningen.

De frequentie van de getijbeweging is veel lager dan in het elektronische model; de duur van een halfdaags getij is 7,5 minuut.

Het analogon in deze vorm kenmerkt zich door een grote soepelheid voor wat betreft het instellen der vakgrootheden en randvoorwaarden, zodat verschillende varianten snel kunnen worden onderzocht. Verwacht wordt, dat dit in het bijzonder tot zijn recht zal komen bij het gebruik van het analogon ten behoeve van het beheer van het noordelijke bekken na het gereedkomen van de afsluiting van het Haringvliet. De resultaten in de vorm van het verloop der waterstanden, energiehogten, totale stromen en gemiddelde stroomsnelheden worden onmiddellijk in grafische vorm verkregen. De plaatselijke werking van de wind kan op betrekkelijk eenvoudige wijze worden ingevoerd, evenals de invloed van de aardrotatie.

In de opzet, zoals die nu gerealiseerd wordt, is er van uitgegaan, dat de stroming in een geulvak in hoofdzaak evenwijdig aan de geulas verloopt. In de buitenmonden der zeearmen treft men evenwel ook vakken met aanmerkelijke dwarsstromen aan, bijv. over platen heen. Om dit weer te geven, zou een ander type sectie vervaardigd moeten worden. In principe is dit stellig mogelijk.

#### 4.0 VERGELIJKENDE BESCHOUWING

Uit het voorgaande blijkt, dat voor de behandeling van getij- en stormvloedvraagstukken drie middelen ter beschikking staan. Zij vormen elk in beginsel een integratie-machine met de mogelijkheid zowel om voor alle praktische doeleinden een oplossing van voldoende nauwkeurigheid te leveren als om met een betrekkelijk geringe hoeveelheid werk de oplossing meer of minder grof te benaderen. Uit de wijze van verwezenlijking vloeien bij elk der middelen bepaalde specifieke eigenschappen voort, waardoor bij alle drie zekere voordelen en zekere onvolkomenheden zijn aan te wijzen.

Berekeningen bieden het best de gelegenheid tot het verkrijgen van een duidelijk inzicht in het fysische mechanisme van de waterbeweging. Zij zijn door hun abstracte karakter niet afhankelijk van materiële onvolkomenheden. Zij verschaffen volledige gegevens aangaande de waterstanden en de totale stromen en daarnaast in beperkte mate aangaande sommige details. Zij vereisen goed geschoold en geoefend personeel; deze eis legt echter aan de toepassing beperkingen op, in het bijzonder wanneer veel verschillende varianten met een hoge graad van nauwkeurigheid moeten worden onderzocht. Doordat een aantal verschillende methoden ter beschikking staan, is een grote mate van aanpassing aan de bijzondere aard van elk vraagstuk mogelijk, zodat de berekening zeer geschikt is voor incidentele vraagstukken met afwijkend karakter.

Hydraulische getijmodellen maken de verschijnselen rechtstreeks zichtbaar, waardoor op een andere wijze het inzicht wordt bevorderd. Deze eigenschap draagt ook bij tot hun overtuigingskracht. Zij verschaffen zekere aanwijzingen omtrent details van de stromingstoestand. Hun getrouwheid en nauwkeurigheid is gebonden aan de mate, waarin onzuiverheden in materialen en afwerking en de invloeden van storingen, slijtage enz. kunnen worden gecontroleerd en vermeden of gecorrigeerd. De verfijning in de instrumentatie, die voor het bereiken van een grote nauwkeurigheid nodig is, vereist eveneens een geschoolde staf. De bepaling van de stromen levert meer moeilijkheden op dan bij de andere methoden.

De eerste opzet van een hydraulisch model is kostbaar. Is het eenmaal aanwezig, dan kunnen varianten gemakkelijker worden behandeld dan door berekening.

Elektrische analogons staan in verschillende opzichten tussen hydraulische modellen en berekeningen in. Met de eerste hebben zij gemeen het afbeelden van de waterbeweging door een zich in de tijd

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.8.



afspelend proces, dat in het analogon evenwel niet rechtstreeks visueel wordt waargenomen. Anderzijds wordt in een analogon het mechanisme van de waterbeweging meer analytisch verwerkt, waardoor een grotere verwantschap met de berekeningen aanwezig is. Bij het analogon bestaat evenwel de mogelijkheid de verschijnselen aan de hand van registraties op de voet te volgen.

Het nieuwe analogon, dat zich thans in ontwikkeling bevindt, zal evenals het hydraulische model in eerste opzet kostbaar zijn. Het instellen en doormeten van varianten zal echter nog aanzienlijk vlotter uit te voeren zijn dan in het hydraulische model. Voorts wordt van de gekozen uitvoering een grote mate van efficiency verwacht in het binnenvoeren in het eigenlijke model van de randvoorwaarden en in het er aan ontlenen van de resultaten. Deze eigenschappen maken het analogon bij uitstek geschikt als hulpmiddel bij het beheer over de Haringvlietsluizen. Ook de mogelijkheid om de plaatselijke windinvloed rechtstreeks tot gelding te brengen, kan hierbij waardevol zijn. Een bijkomend voordeel is, dat het analogon door het wijzigen van de instelling in zeer korte tijd geschikt kan worden gemaakt voor een ander gebied.

Uit een en ander volgt, dat een eventuele keuze tussen de drie middelen niet kan worden bepaald op grond van absolute kwaliteitsverschillen. Wel kan de aard van het bijzondere vraagstuk aanleiding geven tot een zekere voorkeur. De aanwezigheid van faciliteiten en personeel kan eveneens de doorslag geven, maar ook kan een der middelen economisch het meest aantrekkelijk zijn.

Bij een grote verscheidenheid en uitgebreidheid der op te lossen vraagstukken in een zelfde omgeving, zoals dat in het deltagebied het geval is, is de capaciteit van elk der middelen afzonderlijk ontoereikend om binnen de gestelde tijd voldoende uitkomsten te verschaffen. Er moet dan van alle drie gebruik worden gemaakt, waarbij door een oordeelkundige werkverdeling en voortdurende coördinatie dient te worden gezorgd, dat elk der middelen dat aandeel van het werk toegewezen krijgt, waartoe het het meest geschikt is. Daarbij zullen in het algemeen gesproken de modellen het merendeel dienen te leveren van de grote hoeveelheden op allerlei varianten betrekking hebbende uitkomsten, terwijl aan de berekeningen vooral de taak toevalt van het verschaffen van het inzicht in de fysische samenhang en het verklaren van de verschijnselen, benevens de controle op een beperkt aantal hoofdvarianten en het interpreteren van mogelijke onduidelijkheden. Het elektrische analogon zal na afsluiting van nut zijn bij het beheer.

## 5.0 SAMENVATTING

Voor het onderzoeken van de gevolgen voor de getijbeweging van waterbouwkundige werken in een getijgebied staan drie middelen ten dienste: berekeningen (het wiskundige model), het hydraulische model en het elektrische analogon (het elektrische model).

Zij hebben als gemeenschappelijk element, dat gezocht wordt naar een genoegzaam nauwkeurige oplossing van het stelsel van grondvergelijkingen en randvoorwaarden, waardoor de getijbeweging bepaald is. Het onderscheid is te vinden in het toegepaste medium. Bij het hydraulische model wordt gebruik gemaakt van de analogie tussen de bewegingen van watermassa's van verschillende afmetingen met passende schaalverhoudingen, bij het elektrische model van de analogie tussen de wetten van vloeistofstromen en elektrische stromen, terwijl de berekening langs wiskundige weg een oplossing van de vergelijkingen bewerkstelligt.

De bijzondere kenmerken van de drie middelen vinden hun oorsprong in de wijze van verwezenlijking in de praktijk en de beperkingen, die zich daarbij voordoen.

In een beschouwing over elk der drie werkwijzen worden deze kenmerken en beperkingen behandeld.

Berekeningen zijn niet afhankelijk van materiële onvolkomenheden en zij verschaffen een inzicht in het fysische mechanisme. Hydraulische modellen maken de verschijnselen rechtstreeks zichtbaar. Hun constructie is kostbaar, maar is het model eenmaal aanwezig, dan kunnen varianten gemakkelijker worden behandeld dan door berekening. Dit geldt in nog sterkere mate voor elektrische analogons. Deze kunnen gemakkelijk worden ingesteld om dienst te doen voor een ander gebied.

Bij elk van de drie werkwijzen kan een zo grote nauwkeurigheid worden bereikt, dat de afwijkingen kleiner zijn dan bij de waarnemingen in de natuur.

Een keus tussen de drie middelen kan niet worden bepaald op grond van absolute kwaliteitsverschillen. In vele gevallen kan het nuttig zijn om twee of drie middelen in coördinatie te gebruiken.



BIJDRAGE III.7

RIJKSWATERSTAAT

# METHODEN VAN GETIJBEREKENING



## INHOUDSOVERZICHT

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	145
0.2 Overzicht van de figuren . . . . .	146
0.3 Overzicht van de belangrijkste gebruikte symbolen . . . . .	146
0.4 Literatuur . . . . .	147
0.5 Summary . . . . .	148
0.6 Résumé . . . . .	148
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>150</b>
1.1 Inleiding en overzicht van de onderzoeken . . . . .	150
1.2 Inhoud van de bijdrage . . . . .	151
1.3 Auteur . . . . .	151
<b>2.0 De differentiaalvergelijkingen voor de getijbeweging in rivieren . . . . .</b>	<b>151</b>
2.1 Opstelling van de getijvergelijkingen . . . . .	151
2.2 De voortplanting van getijgolven op rivieren . . . . .	154
2.3 Beginwaarden en randwaarden . . . . .	157
<b>3.0 Algemene beschouwingen over de oplossingsmethoden . . . . .</b>	<b>158</b>
<b>4.0 De harmonische methode . . . . .</b>	<b>158</b>
4.1 Inleiding. . . . .	158
4.2 De berekening van de voortplanting van het sinusoidale getij $M_2$ . . . . .	159
4.3 Algemene opzet van de Fourierberekening . . . . .	164
4.4 De Fourier-ontwikkeling voor de termen van de differentiaalvergelijkingen van de getijbeweging . . . . .	180
4.5 De differentiaalvergelijkingen voor de functies $H_0(x)$ , $Q_1(x)$ , $H_1(x)$ , $Q_2(x)$ en $H_2(x)$ . . . . .	181
4.6 Oplossing van de gelineariseerde vergelijkingen . . . . .	181
<b>5.0 De karakteristieke methoden . . . . .</b>	<b>184</b>
5.1 De karakteristieke vergelijkingen voor de uitgebreide bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking . . . . .	184
5.2 Een iteratiemethode. . . . .	188
5.3 Algemene beschouwing over de differentiemethoden . . . . .	191
5.4 Toepassing van de differentiemethoden voor de berekening van het getij . . . . .	193
5.5 Een beschouwing over de convergentie van differentiemethoden in het geval van randwaarden op twee plaatsen . . . . .	202
<b>6.0 Overzicht van de getijberekeningen voor de bestudering van de waterbeweging gedurende de uitvoering van de deltawerken . . . . .</b>	<b>204</b>
<b>7.0 De schematisatie van het rivierenstelsel en de controle hiervan. . . . .</b>	<b>204</b>

<b>8.0 Praktische toepassing van de verschillende methoden van getijberekening . . . . .</b>	<b>206</b>
8.1 Harmonische methode. . . . .	206
8.2 Methoden, die op de karakteristieken berusten . . . . .	207
<b>9.0 Afsluitingen van wateren met getijbeweging . . . . .</b>	<b>207</b>

## 0.2 OVERZICHT VAN DE FIGUREN

4.3.1 Grafische bepaling van de wortels van de vergelijking $\sin \omega t + 2 \frac{q_2}{q_1} \sin (2\omega t + \beta) = 0$ . . .	178
5.3.1 De bepaling van een karakteristiekennet in het $x, t$ -vlak . . . . .	192
5.4.1 Een rechthoekig net in het $x, t$ -vlak, dat een karakteristiekennet benadert . . . . .	194
5.4.2 Een grafische constructie voor de bepaling van de $H$ - en $Q$ -waarden. . . . .	196
5.4.3 Een rechthoekig net in het $x, t$ -vlak, waarbij de $H$ - en $Q$ -waarden in de hoekpunten moeten worden bepaald . . . . .	197
5.5.1 Het invloedsgebied van de randwaarden. . . . .	202

## 0.3 OVERZICHT VAN DE BELANGRIJKSTE GEBRUIKTE SYMBOLEN

$x$	=	coördinaat langs de rivier
$t$	=	tijd
$h$	=	gemiddelde waterstand in het dwarsprofiel met coördinaat $x$ en op het tijdstip $t$ , ten opzichte van het nulvlak
$H$	=	energiehoogte in het dwarsprofiel ten opzichte van het nulvlak
$v$	=	gemiddelde snelheid van het water in het dwarsprofiel
$Q$	=	afvoer door het dwarsprofiel
$Q_0$	=	afvoer van de rivier (opperwaterafvoer)
$a$	=	gemiddelde diepte van het dwarsprofiel beneden de waterspiegel
$b$	=	breedte van de waterspiegel van het dwarsprofiel
$b_s$	=	stroomvoerende breedte van het dwarsprofiel
$A$	=	oppervlak van het stroomvoerende deel van het dwarsprofiel
$g$	=	versnelling van de zwaartekracht
$C$	=	coëfficiënt van De Chézy
$m = \frac{1}{gA}$	=	coëfficiënt van de traagheid
$r = \frac{1}{C^2 A^2 a}$	=	coëfficiënt van de weerstand
$c$	=	golfsnelheid
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	=	hoekfrequentie van het $M_2$ -getij
$h_1$	=	amplitude van het verticale $M_2$ -getij
$h_2$	=	amplitude van het verticale $M_4$ -getij
$q_1$	=	amplitude van de afvoer (horizontaal getij) bij het $M_2$ -getij
$q_2$	=	amplitude van de afvoer bij het $M_4$ -getij
$H_1, H_2, Q_1, Q_2$	=	corresponderende complexe amplituden
$F, G$	=	karakteristieke golfcomponenten
$i$	=	imaginaire eenheid

**0.4 LITERATUUR** De verwijzing in de tekst is aangegeven door []

1. *H. Bremekamp*            Quelques applications de la méthode des approximations successives. Koninklijke Academie van Wetenschappen, Amsterdam, 1938.
2. *R. Courant, E. Isaacson and M. Rees*    On the solutions of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. Communications on Pure and Appl. Math., Vol. V, 1952.
3. *J. J. Dronkers*            Methoden van getijberekeningen. De Ingenieur, nr. 49, 1947.
4. *J. J. Dronkers*            Berekeningen voor de afsluiting van de Brielsche Maas en Botlek met praktische beschouwingen over getijberekeningen in het algemeen. De Ingenieur, nrs. 40 en 44, 1951.
5. *J. J. Dronkers*            Berekeningen voor de afsluiting van de Braakman. De Ingenieur, nr. 32, 1953.
6. *J. J. Dronkers and J. C. Schönfeld*    Tidal computations in shallow water. Conference on Tidal Hydraulics, New York, 1954. Proc. Am. Soc. of Civ. Eng., June 1955.  
(Ook in: Rijkswaterstaat Communications, nr. 1, 's-Gravenhage, 1959).
7. *J. J. Dronkers et J. van Veen*            Aperçu des méthodes pour la détermination du mouvement de marée dans les embouchures et les fleuves à marée néerlandais. Sect. 2, Quest. 1, Rapport XVIIe Congrès International de Navigation, Lissabon, 1949.
8. *H. Holsters*            Le calcul du mouvement non permanent dans les rivières par la méthode dite des "Lignes d'influence". Revue Générale de l'Hydraulique, nrs. 37-41, 1947.
9. *H. Holsters*            Le calcul du mouvement non permanent dans les rivières par la méthode dite des "Lignes d'influence" (Note sur l'exactitude des résultats). La Houille Blanche, nr. 4, 1953.
10. *J. Lamoën*            Tides and current velocities in a sealevel canal. Engineering, Vol. 168, 1949.
11. *J. Massau*            Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles. Annales Assoc. Ingén. Ecoles de Gand, 1900.
12. *J. P. Mazure*            De berekening van getijden en stormvloeden op benedenrivieren. Proefschrift, Delft, 1937.
13. *R. Sauer*            Anfangswertprobleme bei partiellen Differentialgleichungen. Berlin, 1952.
14. *J. C. Schönfeld*            Propagation of tides and similar waves. Thesis, Delft, 1951.
15. *J. C. Schönfeld*            Methode van geprogrammeerde berekening van getijden en stormvloeden. Nota Rijkswaterstaat Centrale Studiedienst, 's-Gravenhage, 1956.
16. *Staatscommissie-Zuiderzee*            Verslag 1918-1922. 's-Gravenhage, 1926.
17. *J. J. Stoker*            Water waves. Pure and Applied Mathematics, Vol. IV, New York, 1957.
18. *H. J. Stroband*            Een bijdrage tot de kennis van de getijbeweging op benedenrivieren en zeearmen. De Ingenieur, nr. 36, 1947.

## 0.5 SUMMARY

### Methods of tidal computation

#### *Introduction*

In this contribution, methods of tidal computation are discussed in relation to their application to the determination of modifications in tides and storm surges which will result from constructions in the Delta region.

The estuaries in the Delta region are so shallow that various effects such as bed friction and non-linear distortion which are almost imperceptible in deep water are here predominant.

The first extensive tidal computations in the Netherlands were made in connection with the closure of the Zuiderzee. These computations were extensively discussed in the Report of the Governmental Zuiderzee Commission, including the case for storm surges. After the closure of the Zuiderzee in 1932 the modifications of the tidal movements in the Waddenzee agreed with the results of the computations (see literature [7, 16]).

After these encouraging results, tidal investigation was extended to all the estuaries and rivers in the Netherlands. The methods were developed further and refined, making it possible to compute tides more accurately and to satisfy the more stringent requirements for practical purposes, e.g. the determination of water levels and current velocities before and after the execution of the constructions in river beds.

In addition to furnishing information about water levels and current velocities, tidal computations are useful for providing an understanding of the physical mechanism of water movement. This is of special importance for the estimation of the effect of possible deviations in the accepted schematization of a channel system and the value of De Chézy's empirical constant. The mutual relation between tidal computations and hydraulic and electrical test-model investigations is discussed in more detail in Contribution III.6.

In the present contribution the Fourier or harmonic method which was also the basic method used in the work of the Governmental Zuiderzee Commission is discussed in more detail.

The first extension of this method was made by MAZURE [12]. He considered the modifications in the lunar tide  $M_2$  as a consequence of upland discharge. Subsequently, contributions were prepared by DRONKERS, SCHÖNFELD and STROBAND in connection with the computation of harmonics higher than the  $M_2$ -tide [3, 6, 14, 18].

After the second world war the method of characteristics for hyperbolic partial differential equations were applied to tidal movement. This application was indicated by MASSAU as early as the turn of the century.

The work done by HOLSTERS [8, 9] and SCHÖNFELD [14], adapted the method of characteristics for practical purposes, and the latter author applied this theory more generally to long waves in shallow waters.

In 1955 DRONKERS and SCHÖNFELD in [6] reviewed research in the field of tidal computations for rivers. The contents of the present contribution form an extension of their publication. The most important methods for tidal computation, namely the harmonic method and the method of characteristics are more extensively treated here. We report here the most important cases for which tidal computations have been carried out (see further Contribution IV.3).

1. For the execution of various closures, i.e. the closure of the Hollandse IJssel, Zandkreek, Veerse Gat, Grevelingen, Hellegat, Haringvliet, Brouwershavense Gat, and the Eastern Scheldt. In this connection it was of great importance to determine the water movement during the closure activities in the important shipping waterways Ketten, Mastgat, Zijpe, Volkerak, Hollands Diep, Dordtse Kil, Noord, Nieuwe Maas and Rotterdam Waterway, in relation to navigation and the maintenance of sufficient depth in the channel system.

2. For determining the capacity and dimensions of the discharge sluices of the Haringvliet and the manner in which the discharge through these sluices should be regulated in the future, including the related problem of the currents in the connecting estuaries and rivers (especially Dordtse Kil and Noord), the distribution of the Rhine and Maas discharge over the various estuaries, and the possibility of decreasing the salt penetration in the Rotterdam Waterway.

3. For the normalization of the estuaries after completion of the Delta Plan in relation to the most favourable current conditions.

4. For the effect of closing the sluices in the Haringvliet on the water levels in the Delta region during a storm surge.

5. For the propagation of storm surges in rivers, in relation to the determination of the height of the dikes.

#### *Contents of the contribution*

In 2.0 the basic equations for the tidal motion are given and the propagation of tidal waves in rivers is generally discussed. In 3.0 a review is given of the methods of tidal computation for a river. In 4.0 the harmonic method is treated. Report is also made of the author's method for the development of the non-linear resistance in the equation of motion for the tidal movement using Tchebycheff polynomials (see 4.3.2.3). In 5.0 the methods relevant to the characteristic elements of the tide differential equations are treated. In 5.2 an iterative method is given which is also discussed in [6]. In 6.0 a review is given of the application of tidal computations for the execution of the Delta Works. In 7.0 and 8.0 the accuracy of the tidal computations and the practical application of the various methods is further discussed. Lastly, in 9.0 some remarks are made concerning tidal computations for closures.

This contribution has been prepared by Dr. J. J. Dronkers.

## 0.6 RÉSUMÉ

### Méthodes de calculs de marées

#### *Introduction*

Dans cette contribution, on traite des méthodes pour les calculs des marées, en rapport avec leur application pour déterminer les modifications qui se produiront dans les niveaux des marées et des marées-tempête quand seront exécutés les travaux dans la région du Delta.



Dans cette région, les estuaires sont si peu profonds que différents effets, à peine perceptibles dans les eaux profondes, y sont prédominants. C'est le cas par exemple de l'influence de la friction du lit des rivières et de la distorsion non linéaire.

Les premiers calculs détaillés des marées aux Pays-Bas ont été faits à la suite de la fermeture du Zuiderzee. Dans le Rapport de la Commission Gouvernementale du Zuiderzee, ces calculs ont été amplement analysés, également pour les marées-tempête. Après la fermeture du Zuiderzee en 1932, il est apparu que les modifications dans le mouvement des marées du Waddenzee concordaient avec les résultats des calculs (voir littérature [7, 16]).

Après ces résultats encourageants, les recherches furent étendues à tous les estuaires et à toutes les rivières des Pays-Bas. Les méthodes furent développées et perfectionnées, ce qui permit de définir la marée d'une façon plus précise et de déterminer les niveaux des eaux et les vitesses des courants avant et après l'exécution des travaux dans les rivières.

Les calculs de marées sont aussi utiles pour comprendre le mécanisme physique du mouvement des eaux. Cela est particulièrement important pour se faire un jugement de l'influence des modifications éventuelles dans la schématisation supposée d'un système de chenaux et pour la valeur de la constante empirique de De Chézy.

La relation entre les calculs des marées, la recherche sur un modèle réduit hydraulique et un modèle électrique (modèle analogue) est traitée plus en détails dans la Contribution III.6.

Dans la contribution précédente on étudie d'abord de façon détaillée la méthode Fourier, ou méthode harmonique, qui fut aussi à la base des recherches de la Commission Gouvernementale du Zuiderzee (4.0). MAZURE [12] considéra aussi les modifications que subissait la marée lunaire  $M_2$  en cas d'un débit fluvial. Puis DRONKERS, SCHÖNFELD et STROBAND fournirent leur contribution pour le calcul de composantes harmoniques plus élevées, telle que la marée  $M_4$  également en cas d'un débit fluvial (voir [3, 6, 14, 18]).

Après la deuxième guerre mondiale, on appliqua la méthode caractéristique pour déterminer les solutions des équations différentielles partielles hyperboliques de la marée. Vers 1900, MASSAU [11] avait déjà attiré l'attention sur cette application.

La méthode caractéristique fut appliquée à des buts pratiques grâce aux études de HOLSTERS [8, 9] et de SCHÖNFELD [14].

En 1955, DRONKERS et SCHÖNFELD donnèrent un aperçu des recherches concernant les calculs de marées pour les rivières.

Le contenu de cette contribution précédente fait suite à la publication qui vient d'être nommée.

Dans cette contribution, les méthodes les plus importantes pour le calcul de marées, c'est-à-dire la méthode harmonique et la méthode caractéristique, sont étudiées plus en détail que dans la publication citée plus haut.

Remarquons encore que des considérations plus détaillées sont données dans la publication de DRONKERS et de SCHÖNFELD sur l'établissement des équations de marées, respectivement l'équation de continuité et l'équation du mouvement pour des rivières et des chenaux à marées dans les estuaires.

Nous mentionnons ici les cas pratiques les plus importants pour lesquels ces calculs ont été faits (voir Contribution IV.3).

1. Pour l'exécution de différentes fermetures, notamment celles du Hollandse IJssel, du Zandkreek, du Veerse Gat, du Grevelingen, du Hellegat, du Haringvliet, du Brouwershavense Gat et de l'Escaut Oriental.

Il était ici d'une importance capitale de déterminer les vitesses pendant les travaux des eaux de fermeture dans les voies navigables les plus importantes (Keten, Mastgat, Zijpe, Volkerak, Hollands Diep, Dordtse Kil, Noord, Nieuwe Maas et Rotterdamse Waterweg), ceci en vue de la navigation et du maintien des chenaux à une profondeur suffisante.

2. Les calculs de marées étaient également indispensables pour déterminer la capacité et les dimensions des écluses d'évacuation du Haringvliet et du Hellegat et pour déterminer de quelle façon l'évacuation des débits fluviaux serait réglée à l'avenir par ces écluses. Ces calculs intéressaient aussi la répartition des débits du Rhin et de la Meuse dans les différents rivières, en vue de l'accroissement du débit de la Nieuwe Maas et du Rotterdamse Waterweg pour faire diminuer la salinité.

3. Pour la normalisation des rivières après l'achèvement du Plan du Delta, en vue d'obtenir des conditions de courant aussi favorables que possible.

4. De plus, il fallait calculer l'influence sur le mouvement des eaux, lorsque les vannes des écluses du Haringvliet sont fermées à un certain moment, avant le niveau le plus élevé d'une marée-tempête, et ouvertes après le niveau le plus élevé.

5. Des calculs ont enfin été faits pour déterminer la propagation des marées-tempête sur les rivières afin de définir la hauteur des digues.

#### *Sommaire de cette contribution*

En 2.0 on donne des équations de base pour le calcul de marées et des considérations générales sur la propagation des marées dans les rivières. En 3.0 on donne un aperçu des méthodes pour les calculs de marées dans une rivière. En 4.0 on traite de la méthode harmonique. On y expose également une méthode de l'auteur pour le développement du terme de résistance non linéaire dans l'équation du mouvement de marées, à l'aide de polynômes de Tchebycheff (voir 4.3.2.3). En 5.0 on analyse les méthodes caractéristiques des équations différentielles des marées. En 5.2 on traite aussi d'une méthode d'itération. En 6.0 on donne un aperçu de l'application des calculs de marées à l'exécution des Travaux du Delta. En 7.0 et 8.0 on étudie la précision des calculs de marées et l'application pratique des différentes méthodes. Enfin en 9.0 quelques remarques sont faites sur les calculs de marées lors des fermetures.

Cette contribution a été écrite par le Dr. J. J. Dronkers.

## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Inleiding en overzicht van de onderzoeken

In deze bijdrage worden de methoden van getijberekeningen behandeld in verband met hun toepassing voor het bepalen van wijzigingen, die in de getijden zullen optreden, als werken in het delta-gebied worden uitgevoerd.

De eerste uitgebreide getijberekeningen in Nederland hadden plaats naar aanleiding van de afsluiting van de Zuiderzee. In het Verslag van de Staatscommissie-Zuiderzee [16] werden deze berekeningen uitvoerig behandeld, ook voor het geval van stormvloed.

Na de afsluiting van de Zuiderzee in 1932 bleken de wijzigingen in de getijbeweging van de Waddenzee in overeenstemming met de resultaten van de berekeningen [7].

Na deze bemoedigende resultaten werd het getijonderzoek tot alle Nederlandse zeearmen en rivieren uitgebreid. De methoden werden uitgebreid en verfijnd, waardoor het mogelijk was om het verloop van het getij in nauwkeuriger mate te bepalen en te voldoen aan de hogere eisen, die door de praktijk werden gesteld voor de bepaling van de waterstanden en snelheden vóór en na de uitvoering van werken. Het doel van getijberekeningen betreft ook het verkrijgen van inzicht in het fysische mechanisme van de waterbeweging. Dit is speciaal van belang voor de beoordeling van de invloed van eventuele afwijkingen in de aangenomen schematisatie van een geulensysteem en de waarde van de empirische constante van De Chézy.

Het onderlinge verband tussen getijberekeningen, hydraulisch en elektrisch modelonderzoek wordt in een andere bijdrage nader behandeld.<sup>1)</sup>

In deze bijdrage wordt eerst de Fouriërmethode of harmonische methode, die ook aan het werk van de Staatscommissie-Zuiderzee ten grondslag lag, behandeld (4.0).

De eerste uitbreiding van deze methode was afkomstig van MAZURE [12]. Hij beschouwde de wijzigingen, die het maansgetij  $M_2$  onderging bij het voorkomen van opperwater. Daarna werden door DRONKERS, SCHÖNFELD en STROBAND bijdragen geleverd in verband met de berekening van hogere harmonischen als het  $M_4$ -getij [3, 6, 14, 18].

Na de Tweede Wereldoorlog werd de karakteristieke beschouwingwijze voor hyperbolische partiële differentiaalvergelijkingen op de getijbeweging toegepast. Op deze toepassing werd reeds door MASSAU [11] omtrent de eeuwwisseling de aandacht gevestigd, maar zijn werk raakte in vergetelheid. In 1938 werd door BREMEKAMP [1] een iteratiemethode behandeld, die op de karakteristieke behandelingswijze van hyperbolische partiële differentiaalvergelijkingen berustte.

Door het werk van HOLSTERS [8, 9] en SCHÖNFELD [14] werd de karakteristieke methode voor praktische doeleinden geschikt gemaakt, waarbij de laatstgenoemde auteur deze theorie meer in algemene zin op lange golven toepaste.

In 1955 werd door DRONKERS en SCHÖNFELD in [6] een overzicht gegeven van de stand van zaken op het gebied van de getijberekeningen voor rivieren. Ook verschillende onderzoeken van deze schrijvers, die te voren nog niet gepubliceerd waren, zijn in deze publikatie in het kort vermeld.

De inhoud van deze bijdrage sluit zich bij deze publikatie aan.

De belangrijkste methoden van getijberekening, namelijk de harmonische methode en de karakteristieke methode, worden echter uitvoeriger behandeld. Bij de laatste methode wordt in het kort de berekening met behulp van een elektronische rekenmachine besproken.

In het buitenland worden met behulp van dergelijke rekenmachines differentiemethoden toegepast voor de oplossing van vraagstukken, die betrekking hebben op of analoog zijn aan die van de getijbeweging (zie o.a. [16]).

Verscheidene onderzoeken, die in [6] zijn vermeld en waarvan de toepassing betrekking heeft op getijvraagstukken van meer beperkte aard, zijn hier niet nader behandeld. Dit betreft dan vooral het behandelde in 4.1, 4.4, 5.1, 5.3 en 5.4 van deze publikatie.

Opgemerkt wordt nog, dat uitvoerige beschouwingen over de opstelling van de getijvergelijkingen op rivieren of in getijgeulen in zeearmen en waddengebieden gegeven zijn in het Verslag van de Staatscommissie-Zuiderzee [18], speciaal in de hoofdstukken VI en VII. Zie voorts ook de publikatie van DRONKERS en SCHÖNFELD [6], in § 2.2 en § 2.3.

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage III.6.

## 1.2 Inhoud van de bijdrage

In 2.0 zijn de vergelijkingen voor de getijbeweging aangegeven en tevens wordt de voortplanting van getijgolven op rivieren in het algemeen besproken. Verder volgt een beschouwing over de randwaardeproblemen. Daarna volgt in 3.0 een overzicht van de methoden van getijberekeningen op een rivier. In 4.0 wordt de harmonische methode behandeld. Ook wordt een methode van de auteur vermeld voor de ontwikkeling van de niet-lineaire weerstandsterm in de bewegingsvergelijking van de getijbeweging met behulp van Tchebycheff-polynomen (zie 4.3.2.3). Deze methode verschaft meer inzicht in de mate van nauwkeurigheid van de toegepaste formules dan die, welke in [6], § 3.3 zijn aangegeven. In 5.0 worden de methoden behandeld, waarbij de karakteristieke behandelingswijze van betekenis is (zie ook [14]). In 5.2 wordt een iteratiemethode behandeld, die eerder in [4] en [6], § 4.2 behandeld werd en die in opzet verschilt van die van BREMEKAMP [1].

In 6.0 wordt een overzicht gegeven van de toepassing van getijberekeningen voor de uitvoering van de deltawerken. In 7.0 wordt de schematisatie van het rivierenstelsel behandeld. In 8.0 wordt de praktische toepassing van de verschillende methoden nader besproken. Ten slotte worden in 9.0 enkele opmerkingen gemaakt over getijberekeningen bij de afsluitingen van wateren met getijbeweging.

## 1.3 Auteur

Deze bijdrage is samengesteld door Dr. J. J. Dronkers.

## 2.0 DE DIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN VOOR DE GETIJBEWEGING IN RIVIEREN

### 2.1 Opstelling van de getijvergelijkingen

Voor de waterbeweging in een rivier of geul, waarin deze hoofdzakelijk in de lengterichting verloopt, geldt de bewegingsvergelijking:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\rho g \frac{\partial h}{\partial x} - \rho g i_r - \rho g i_s. \quad (1)$$

In het linkerlid staat de massa (per volume-eenheid) maal de versnelling; in het rechterlid staan de verhangkracht (per volume-eenheid), de bodemweerstandskracht (gemiddeld per volume-eenheid) en de windschuifkracht (gemiddeld per volume-eenheid). De betekenis der symbolen is:

$x$  = coördinaat langs de rivier of de geul;

$t$  = tijd;

$h$  = gemiddelde waterstand in het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  en op het tijdstip  $t$ , boven het gekozen nulvlak (bijvoorbeeld N.A.P.);

$v$  = gemiddelde snelheid van het water in het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  en op het tijdstip  $t$ ;

$g$  = versnelling van de zwaartekracht;

$\rho$  = dichtheid van het water.

De beide laatste termen in (1) zijn te bepalen volgens

$$\left. \begin{aligned} \rho g i_r &= \rho g \frac{|v| v}{C^2 a} \\ \rho g i_s &= \rho \alpha \frac{V^2 \cos \beta}{a} \end{aligned} \right\} (2)$$

waarin:

$a$  = gemiddelde diepte van het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  en op het tijdstip  $t$ , beneden de waterspiegel;

$V$  = windsnelheid;

$C$  = coëfficiënt van De Chézy;

$\alpha$  = windcoëfficiënt;

$\beta$  = hoek tussen de windrichting en de rivieropwaartse richting.

De coëfficiënten  $C$  en  $\alpha$  hebben beide een min of meer empirisch karakter. Zij dienen daarom bij voorkeur te worden afgeleid uit waarnemingen op de rivier. De waarde van  $C$  ligt bij de Nederlandse getijwateren meestal in de buurt van  $50 \text{ m}^3 \text{ sec}^{-1}$ . De waarde van  $\alpha$  bedraagt omstreeks  $3,5 \cdot 10^{-7}$  (zie voor meer uitvoerige beschouwingen over het windeffect op getijwateren [16] in § 54–62).

Zoals bekend, kan (1) worden afgeleid uit de bewegingswet van Newton (zie [16], § 121 en volgende). Bij de afleiding wordt verondersteld, dat de verticale versnellingen te verwaarlozen klein zijn, vergeleken met  $g$ , alsmede, dat de verticale watersnelheden klein zijn ten opzichte van de horizontale snelheden.

De waterbeweging in de rivier of geul wordt verder bepaald door de continuïteitsvergelijking

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Hierin is:

$Q$  = afvoer door het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  op het tijdstip  $t$ ;

$b$  = breedte van het wateroppervlak bij het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  op het tijdstip  $t$ .

De vergelijking (3) volgt uit de voorwaarde, dat de door rijzing of daling van de waterspiegel veroorzaakte verandering in de waterhoeveelheid, die tussen twee dwarsprofielen wordt geborgen, gelijk is aan het verschil tussen aanvoer en afvoer door de beide profielen.

Tussen de afvoer  $Q$  en de gemiddelde stroomsnelheid  $v$  bestaat het verband  $Q = Av$ , waarin  $A$  = oppervlak van het stroomvoerende deel van het dwarsprofiel, met coördinaat  $x$  op het tijdstip  $t$ .

Men kan (1) in een meer met (3) symmetrische vorm brengen door de energiehooft  $H$  in te voeren. Deze grootte wordt verkregen door bij de waterstand  $h$  de snelheidshooft  $v^2/2g$  op te tellen:  $H = h + v^2/2g$ .

We herleiden dan (1) tot

$$\rho g \frac{\partial H}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho g i_r + \rho g i_s = 0. \quad (1a)$$

De energiehooft  $H$  ontleent zijn betekenis mede hieraan, dat de overdracht van energie per tijds-eenheid door een dwarsprofiel, door het produkt  $\rho g H Q$  bepaald wordt. De grootte  $\rho g H$  stelt dus de overgedragen energie per volume-eenheid voor.

De profielgrootheden  $a$ ,  $A$  en  $b$  zijn in het algemeen bekend als gegeven functies van de waterstand  $h$  en van de coördinaat  $x$ . Gewoonlijk verdeelt men de rivier in een aantal vakken van beperkte lengte, zodanig, dat in elk vak met een van  $x$  onafhankelijk dwarsprofiel gerekend mag worden. Men bepaalt hiertoe een gemiddeld dwarsprofiel van het vak.

Bij de overgang tussen twee vakken zal de afvoer  $Q$  op ieder tijdstip continu met  $x$  blijven verlopen. In het algemeen zal in de weerstandsterm al rekening worden gehouden met allerlei verliezen, onder andere met vertragsverliezen door profielvariaties. Op grond daarvan behoeft bij de overgang van het ene vak naar het andere geen energieverlies in rekening te worden gebracht en zal ook de energiehooft  $H$  continu met  $x$  verlopen. In de snelheid  $v$  en in de waterstand  $h$  kunnen discontinuïteiten bij de vakovergangen optreden.

De bergende breedte zal veelal groter zijn dan de breedte van het stroomvoerende bed, in verband met de aanwezigheid van kombergingsgebieden (kribvelden, platen, enz.) die niet of in verminderde mate stroom voeren.

Strikt genomen, dient (1a) daarom nog te worden gecorrigeerd met een term, die de krachten in rekening brengt, welke werkzaam zijn bij de overgang van water tussen het stroombed en de nevenliggende kombergingsgebieden (zie nader 5.1). De afleiding van de bewegingsvergelijking kan ook geschieden door het opstellen van een balans voor de hoeveelheid van beweging, analoog aan de balans voor de waterhoeveelheid, die aan (3) ten grondslag ligt (zie [6], § 2.2).

Daar de grootte van de genoemde correctie, die in elk geval van ondergeschikt belang is, vaak slecht bekend is, zal deze aanvankelijk buiten beschouwing blijven (zie verder 5.1).

Voor de wijze, waarop de schematisatie bij de praktische toepassingen geschiedt, wordt onder andere verwezen naar [4] en [6], § 2.1. In 7.0 wordt nog verder ingegaan op de wijze, waarop de schematisatie van een rivierenstelsel kan worden gecontroleerd.

In verband met de betrekkingen  $Q = vA(h)$  en  $H = h + v^2/2g$ , vormen (1a) en (3) in wezen twee vergelijkingen met twee afhankelijke veranderlijken. In principe kunnen dus twee van het viertal grootheden  $H$ ,  $Q$ ,  $h$  en  $v$  geëlimineerd worden. Het ligt voor de hand hierbij  $H$  of  $h$  te behouden als grootheid van het verticale en  $Q$  of  $v$  als grootheid van het horizontale getij.

In verband met de continuïteit bij vakovergangen, zullen we bij voorkeur met  $Q$  als veranderlijke blijven werken. We kunnen de versnellingsterm in (1a) dan als volgt herleiden:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{b_s}{A^2} Q \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4)$$

Hierin is  $b_s = \partial A / \partial h$  de stroomvoerende breedte. In normale getijgeulen is de laatste term in (4) meestal van ondergeschikte betekenis.

De invloed van de snelheidshoogte op de getijvoortplanting in rivieren is vergelijkbaar met die van de laatste term in (4). Beide invloeden zijn meestal van geringe betekenis. Slechts in bijzondere gevallen, bijv. bij afsluitingen van zee- of rivierarmen, is de verandering van de snelheidshoogte ter plaatse van de afsluitingen (in de sluitgaten) van essentiële betekenis voor de waterbeweging door de sluitgaten (zie nader 9.0).

Verwaarlozen we de laatste term in (4), alsmede de snelheidshoogte, dan kunnen de vergelijkingen (1a) en (3) in de vorm

$$\frac{\partial H}{\partial x} + m \frac{\partial Q}{\partial t} + r |Q| Q = 0 \quad (1')$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3')$$

worden gebracht, voor het geval dat de directe windinvloed buiten beschouwing kan worden gelaten. In deze vergelijkingen stelt  $m = \frac{1}{gA}$ , respectievelijk  $r = \frac{1}{C^2 A^2 a}$  de coëfficiënt van de traagheid, respectievelijk van de weerstand voor. Deze coëfficiënten zijn dan nog als gegeven functie van  $H$  op te vatten, evenals  $b$ .

De variaties in  $b$ ,  $r$  en  $m$  zijn vaak ook reeds bij het normale getij aanmerkelijk.

Het in rekening brengen van de bij (1') en (3') verwaarloosde termen leidt in het algemeen niet tot principiële veranderingen in de berekeningsmethodiek, zodat we bij de hier volgende behandeling van die methodiek, van (1') en (3') zullen uitgaan.

In (1') zowel als in (3') komt naast een afgeleide van  $H$  ook een afgeleide van  $Q$  voor. Een betere scheiding van de variabelen kan bereikt worden door (3') met  $(cb)^{-1}$  te vermenigvuldigen, waarbij  $c$  de golfsnelheid is, die gelijk is aan  $(bm)^{-\frac{1}{2}}$ , en daarna respectievelijk de som en het verschil van beide vergelijkingen te bepalen.

Dan wordt gevonden:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + (cb)^{-1} \frac{\partial Q}{\partial x} + c^{-1} \left[ \frac{\partial H}{\partial t} + (cb)^{-1} \frac{\partial Q}{\partial t} \right] + r |Q| Q = 0$$

en

$$\frac{\partial H}{\partial x} - (cb)^{-1} \frac{\partial Q}{\partial x} - c^{-1} \left[ \frac{\partial H}{\partial t} - (cb)^{-1} \frac{\partial Q}{\partial t} \right] + r |Q| Q = 0.$$

Wordt nu in het geval, dat  $(cb)^{-1}$  en  $c$  onafhankelijk van  $x$  en  $t$  zijn, of dat deze grootheden langzaam met  $x$  en  $t$  veranderen, gesteld

$$F = H + (cb)^{-1} Q \quad (5)$$

en

$$G = H - (cb)^{-1} Q \quad (6)$$

dan kunnen de vergelijkingen geschreven worden als

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{4} c^3 b^2 r |F-G| (F-G) = 0 \quad (7)$$

en

$$\frac{\partial G}{\partial t} - c \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{1}{4} c^3 b^2 r |F-G| (F-G) = 0 \quad (8)$$

Deze vergelijkingen (7) en (8) worden *de karakteristieke vergelijkingen* genoemd. In plaats van de variabelen  $H$  en  $Q$  worden nu  $F$  en  $G$  als de afhankelijke variabelen beschouwd.

In 5.1 worden de karakteristieke vergelijkingen afgeleid voor een nauwkeuriger bewegingsvergelijking dan in (1') is aangegeven. De continuïteitsvergelijking heeft dan dezelfde vorm als in (3').

## 2.2 De voortplanting van getijgolven op rivieren

Vóórdat tot de behandeling van de methoden van getijberekening wordt overgegaan, wordt in deze paragraaf het fysische verschijnsel van de voortplanting van getijgolven op rivieren besproken.

Het voortplantingsverschijnsel komt het duidelijkst naar voren bij de beschouwing van de karakteristieke vergelijkingen van de getijbeweging, (7) en (8) van 2.1.

Zoals bekend, zullen wijzigingen in de waterstanden in de mond van een rivier na een bepaald tijdsinterval ook voorkomen in de waterbeweging bij een rivieropwaarts gelegen plaats.

Als gedurende het getij wijzigingen in de profielsgrootheden optreden – bij hoog- en laagwater bijvoorbeeld zullen de breedte en diepte van de rivier aanmerkelijk verschillend zijn –, is het niet mogelijk om van een bepaalde voortplantingssnelheid  $c_0$  van de gehele getijgolf te spreken; wel kan dan een gemiddelde waarde worden gedefinieerd.

Indien echter de diepte en breedte van de rivier niet merkbaar gedurende het getij veranderen, kan de voortplantingssnelheid van de getijgolf ondubbelzinnig worden bepaald.

Inzicht in het voortplantingsverschijnsel kan het gemakkelijkst worden verkregen voor het geval, dat de weerstand gedurende de getijvoortplanting kan worden verwaarloosd.

In dit geval gelden volgens (7) en (8) van 2.1 de vergelijkingen

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c_0 \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial G}{\partial t} - c_0 \frac{\partial G}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Nu volgt uit (1), dat op de rechte

$$x = c_0 (t - t_0), \quad (3)$$

waarin  $c$  een constante waarde  $c_0$  heeft,

$$\frac{dF}{dt} = 0.$$

Dan heeft dus  $F$  op deze rechte dezelfde waarde als op het tijdstip  $t_0$  aan de mond ( $x = 0$ ). Dit blijkt ook direct uit de oplossing van (1):

$$F = \Phi \left( t - \frac{x}{c_0} \right),$$

waarbij de willekeurige functie  $\Phi$  de algemene oplossing voorstelt. Deze functie  $\Phi$  wordt dan nader bepaald door de randwaarden (zie 2.3).

De rechte, bepaald door (3) wordt de rivieropgaande karakteristieke rechte door het punt  $(0, t_0)$  genoemd, omdat met toenemende  $x$  ook  $t$  toeneemt.

Daarlangs heeft  $F$  en dus ook  $H(x, t) + (bc_0)^{-1} Q(x, t)$  de constante waarde

$$H(0, t_0) + (bc_0)^{-1} Q(0, t_0).$$

Op verder rivieropwaarts gelegen punten treedt dit verband tussen  $H$  en  $Q$  op latere tijdstippen op: de grootheid  $H + (bc_0)^{-1} Q$  plant zich voor  $t > t_0$  rivieropwaarts voort met de voortplantingssnelheid  $c_0$ . Voor andere begintijdstippen  $t_0$  aan de mond van de rivier verandert uiteraard ook de waarde van deze grootheid.

Analoog volgt uit (2), dat bij de plaats  $x$  en op het tijdstip  $t < t_1$ , bepaald volgens

$$x = -c_0(t - t_1), \quad (4)$$

$G$  dezelfde waarde heeft als aan de mond ( $x = 0$ ), op het tijdstip  $t = t_1$ .

De invloed van veranderingen in de waterbeweging bij een plaats aan de rivier doet zich bij andere plaatsen op latere tijdstippen gevoelen. Terwijl  $F$  betrekking heeft op rivieropwaarts gelegen punten,

wordt door  $G$  de invloed van de waterbeweging bij de plaats  $x$  op plaatsen benedenstrooms van  $x$  tot aan de mond van de rivier tot uitdrukking gebracht. Langs de karakteristieke rechte, bepaald door (4), heeft dan  $G$  en dus ook  $H(x,t) - (bc_0)^{-1} Q(x,t)$  de constante waarde  $H(0,t_1) - (bc_0)^{-1} Q(0,t_1)$ . Dit verband tussen  $H$  en  $Q$  wordt bij benedenwaarts van  $x$  gelegen plaatsen op latere tijdstippen bereikt; deze grootheid plant zich dus met de voortplantingssnelheid  $c_0$  rivierafwaarts voort. In verband hiermede wordt de karakteristieke rechte (4), de rivierafwaarts gaande karakteristieke rechte van het punt  $(x,t)$  genoemd.

Uit het voorgaande blijkt, dat de waterbeweging in de mond van de rivier en op de plaats  $x$  elkaar beïnvloeden. Door de voortplanting zijn de waarden van  $H$  en  $Q$  op de plaats  $x$  en die aan de mond van de rivier van elkaar afhankelijk.

Fysisch kan dit verband nog nader worden gepreciseerd door de waterbeweging te beschouwen als de som van twee partiële golven, die zich respectievelijk rivieropwaarts en -afwaarts verplaatsen. Dit blijkt als volgt.

De algemene oplossingen van de vergelijkingen (1) en (2) zijn:

$$F = \Phi\left(t - \frac{x}{c_0}\right) = H_1\left(t - \frac{x}{c_0}\right) + (bc_0)^{-1} Q_1\left(t - \frac{x}{c_0}\right) \quad (5)$$

en

$$G = \psi\left(t + \frac{x}{c_0}\right) = H_2\left(t + \frac{x}{c_0}\right) - (bc_0)^{-1} Q_2\left(t + \frac{x}{c_0}\right). \quad (6)$$

Hierin is  $\psi$  evenals  $\Phi$  een willekeurige functie van een variabele. Derhalve is volgens (5) van 2.1:

$$H = H_1 + H_2 \quad (7)$$

en

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (8)$$

waarin

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{1}{2} \Phi\left(t - \frac{x}{c_0}\right) & H_2 &= \frac{1}{2} \psi\left(t + \frac{x}{c_0}\right) \\ Q_1 &= \frac{1}{2} bc_0 \Phi\left(t - \frac{x}{c_0}\right) & Q_2 &= -\frac{1}{2} bc_0 \psi\left(t + \frac{x}{c_0}\right), \end{aligned}$$

de algemene oplossing voor  $H$  en  $Q$  van (1') en (3') van 2.1, als  $r = 0$  gesteld wordt.

In het bijzondere geval, dat de functie  $\psi$  nul is, blijkt, dat langs de opgaande karakteristiek, bepaald door (3), zowel  $H_1$  als  $Q_1$  constant zijn en dus dezelfde waarde hebben als aan de mond van de rivier; deze waarden verplaatsen zich met de voortplantingssnelheid  $c_0$  rivieropwaarts. In verband hiermede wordt de golfbeweging  $(H_1, Q_1)$  de rivieropwaarts gaande translatiegolf genoemd en  $(H_2, Q_2)$  de rivierafwaartsgaande. De translatiegolf  $(H_1, Q_1)$  ontstaat uit het verloop van het getij aan de mond van de rivier, en  $(H_2, Q_2)$  door omstandigheden binnenwaarts, waarover het volgende wordt opgemerkt. Als bijvoorbeeld de rivier op een plaats  $x = x_0$  volledig is afgesloten, moet daar vanwege  $Q = 0$ , in verband met (7) en (8) gelden:

$$\Phi\left(t - \frac{x_0}{c_0}\right) \equiv \psi\left(t + \frac{x_0}{c_0}\right).$$

Hierdoor is de teruggaande of teruggekaatste golf volledig bepaald, immers:

$$\psi\left(t + \frac{x}{c_0}\right) \equiv \Phi\left(t + \frac{x}{c_0} - \frac{2x_0}{c_0}\right).$$

In dit geval treedt totale reflectie op.

Deze reflectie kan ook gedeeltelijk zijn als bij  $x = x_0$  een overlaat aanwezig is of als in het profiel bovenwaarts van  $x_0$  veranderingen voorkomen, bijvoorbeeld in diepte, profielsbreedte of komberingsbreedte. Bij deze plaats moet dan gelden

$$H(x_0-) = H(x_0+)$$

en

$$Q(x_0-) = Q(x_0+),$$

waarbij met  $x_0-$ , respectievelijk  $x_0+$  wordt bedoeld, dat het getij door de profielgrootheden beneden-

waarts, respectievelijk bovenwaarts van  $x_0$  wordt bepaald. Indien dan de opwaarts gaande golf in de sectie  $(0-x_0)$  bekend is en de benedenwaartse golf in de sectie bovenwaarts van  $x_0$ , is ook de benedenwaartse golf in de sectie  $(0-x_0)$  volledig bepaald. Deze teruggaande golf wordt de partiële gereflecteerde golf genoemd. Zo ontstaan er bij alle vakovergangen en splitsingspunten van rivieren partiële gereflecteerde golven.

In het voorgaande is de voortplanting van translatiegolven in algemene zin beschouwd. Daar deze bijdrage speciaal betrekking heeft op de voortplanting van getijgolven, wordt hier nog het bijzondere geval genoemd van de voortplanting van sinusgolven.

Laat  $\omega$  de hoekfrequentie van het maansgetij  $M_2$  zijn ( $\omega = 1,405 \cdot 10^{-4}$  rad sec $^{-1}$ ). Dan is voor het bijzondere geval, dat de weerstand verwaarloosbaar is, respectievelijk de oplopende en de teruglopende translatiegolf gelijk aan

$$H_1 = h_1 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c_0} \right) + \alpha_1 \right],$$

en

$$H_2 = h_2 \cos \left[ \omega \left( t + \frac{x}{c_0} \right) + \alpha_2 \right].$$

De golflengte is dan gelijk aan  $2\pi \frac{c_0}{\omega}$ .

In het voorgaande werd de voortplanting van de getijgolf beschouwd in het geval van te verwaarlozen weerstand. Indien echter de weerstand een merkbare invloed heeft op de voortplanting van de golf, terwijl de profielsgrootheden van de rivier weer als constant kunnen worden beschouwd, moeten wijzigingen in de voorgaande beschouwingen aangebracht worden, daar nu met de voortplanting van het getij een voortdurende vervorming van het getij gepaard gaat.

De vergelijkingen voor de karakteristieken (3) en (4) blijven dezelfde. Vanwege de weerstandsvloed zijn hierlangs echter niet meer de waarden van  $F$  respectievelijk  $G$  constant.

Het is nu niet meer mogelijk om voor de quasi-lineaire vergelijkingen (7) en (8) van 2.1 – ze zijn lineair in de afgeleiden – een algemene analytische oplossing aan te geven. Ter illustratie van de wijzigingen in de voortplanting door de invloed van de weerstand worden nog een paar eenvoudige bijzondere gevallen genoemd. Laat bijvoorbeeld in bepaalde intervallen van  $x$  en van  $t$  de stroom  $Q$  weinig van een constante waarde verschillen. Dan voldoet  $F$  bij benadering aan:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c_0 \frac{\partial F}{\partial x} + k = 0,$$

en is

$$F = -\frac{k}{c_0} x + \Phi(x - c_0 t)$$

de oplossing, die echter alleen voor de beschouwde intervallen van  $x$  en  $t$  geldt. De functiewaarden van  $F = H + (bc_0)^{-1}Q$  veranderen dan lineair met  $x$  langs de karakteristieke rechte (3). Voor  $G$  geldt een analoge betrekking. In  $F$  en  $G$  komen dan weer de voortplantingsfuncties  $\Phi$  en  $\psi$  voor, die nader bepaald worden door de randwaarden.

Een ander eenvoudig geval is dat, waarbij de rivieropwaarts gaande translatiegolf overheerst ten opzichte van de rivierafwaarts gaande. Dan kan  $G$  in (7) van 2.1 weggelaten worden. Vanwege de niet-lineaire term  $|F|$  is deze differentiaalvergelijking nog niet exact oplosbaar. Dit is wel het geval als deze term door een lineaire term kan worden benaderd. De oplossing van

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c_0 \frac{\partial F}{\partial x} + c_0 p F = 0$$

is dan

$$F = e^{-px} \Phi(x - c_0 t).$$

Veranderingen in waterstanden en stromen in de mond van de rivier zijn dan op de plaats  $x$  na een tijd  $x/c_0$  merkbaar, waarbij door de weerstand de waarde van  $F = H + (bc_0)^{-1}Q$  langs de opgaande karakteristiek met de factor  $e^{-px}$  gewijzigd wordt.

Indien de rivierafwaarts gaande golf niet meer kan worden verwaarloosd, worden zelfs bij lineaire



weerstand de oplossingen van de vergelijkingen van  $F$  en  $G$  vrij gecompliceerd, afhankelijk van de beginwaarden, die de oplossingen nader moeten bepalen. Zie hierover nog 3.0.

### 2.3 Beginwaarden en randwaarden

De vergelijkingen, die de getijbeweging in een rivier of zeearm bepalen, bezitten reële karakteristieken in het  $x, t$ -vlak, die in (3) en (4) van 2.2 zijn aangegeven. In het algemeen is  $c_0$  echter afhankelijk van  $x$  en  $t$ .

Voor de ondubbelzinnige bepaling van de oplossing van de differentiaalvergelijkingen moeten dan beginwaarden en randwaarden worden aangegeven (zie bijvoorbeeld [13], § 2 en § 15).

Indien een oplossing moet worden bepaald voor tijdstippen  $t$  later dan  $t_0$ , moeten beginwaarden gegeven zijn, die de toestand bepalen van de waterbeweging op het tijdstip  $t_0$  en daarvoren. Dit zijn de waterstanden  $h$  en de snelheden  $v$  langs de rivier op het tijdstip  $t = t_0$ . Bij de getijbeweging zijn deze uiteraard bepaald door de waterbeweging, die vóór het tijdstip  $t = t_0$  is voorgekomen. De voorgeschiedenis van de getijbeweging wordt hierdoor tot uitdrukking gebracht.

Bij de grenzen van de rivier moeten de randwaarden bekend zijn. In de mond van de rivier moet of het verloop van de waterstanden, of van de snelheden voor  $t > t_0$  gegeven zijn. In de praktijk is echter steeds het verloop van de waterstanden bekend. Indien de rivier of zeearm ook aan de bovenwaartse zijde begrensd is, hetzij door een volledige afsluiting hetzij door een stuw, moet ook daar het verloop van waterstanden of snelheden bekend zijn. Bij een volledige afsluiting is daar de snelheid gelijk aan nul. In het geval van een stuw wordt zijn opening zo geregeld, dat een bekende hoeveelheid water wordt doorgelaten gedurende het getij.

In het geval echter, dat de waterbeweging als een volledig periodieke beweging kan worden beschouwd, bijvoorbeeld bij het zogenaamde  $M_2$ -getij met een periode van 12 uur en 25 minuten, behoeven geen beginwaarden te worden gesteld. Door de differentiaalvergelijkingen en de randwaarden aan de mond van de rivier en eventueel aan de bovenwaartse zijde, is dan het verloop van het periodieke getij volledig bepaald.

Bij een niet bovenwaarts afgesloten getijrivier gaan in bovenwaartse richting de getijstromen asymptotisch over in de opperwaterafvoer, die meestal bekend is.

Bij de praktische toepassing van de getijberekeningen wordt de getijbeweging, die op een bepaalde dag voorkomt, als een periodieke beweging beschouwd, die zich op voorgaande en volgende dagen herhaalt. In werkelijkheid is dat niet helemaal het geval, omdat het getij in een periode van veertien dagen geleidelijk overgaat van springtij naar doottij en omgekeerd. Uit de resultaten van de berekeningen blijkt, dat deze werkwijze geoorloofd is.

Bij belangrijke afwijkingen in de normale loop van het getij die veroorzaakt worden door meteorologische omstandigheden, bijvoorbeeld bij stormvloed, kan het verloop van de waterstand niet meer periodiek voortgezet gedacht worden. Bij een korte rivier is dat nog wel mogelijk bij niet al te grote afwijkingen van het astronomische getij.

Over de wiskundige voorwaarden, waaraan de begin- en randwaarden moeten voldoen voor het verkrijgen van een ondubbelzinnig bepaalde oplossing, wordt in het kort het volgende opgemerkt.

Bij normale omstandigheden is het verloop van de getijbeweging in de rivieren continu, terwijl de partiële afgeleiden van de waterstanden en de snelheden naar  $x$  en  $t$  tot iedere orde bestaan.

In bijzondere gevallen echter, als bijvoorbeeld in een getijrivier een sluisdeur (met verschillende waterstanden aan beide zijden), op een tijdstip  $t_0$  plotseling wordt geopend, zullen bij de sluis de waterstanden en de snelheden een plotselinge verandering ondergaan; deze grootheden en dus ook hun afgeleiden naar  $t$  veranderen discontinu. Een translatiegolf zal zich op de rivier gaan voortplanten waarbij ook de discontinuïteit in de waterbeweging zich langs de rivier voortplant. Op een plaats  $x$  zal ze op het moment  $t(x)$  voorkomen, waarbij  $t(x)$  bepaald is door (3) van 2.2. Dan is  $t_0$  het moment, waarop de sluis geopend is. Om de veranderingen in de snelheden en waterstanden in verband met de scheepvaart en de aantasting van de oevers te beperken, zal in de praktijk het openen van de sluis geleidelijkaan moeten geschieden, zodat bijvoorbeeld pas na een kwartier of een half uur de gewenste opening wordt verkregen. In deze periode veranderen dan de snelheden en waterstanden geleidelijker en wordt de hoogte van de translatiegolf beperkt.

Bij het openen en sluiten van een stuw doen zich overeenkomstige kwesties voor.

### 3.0 ALGEMENE BESCHOUWINGEN OVER DE OPLOSSINGSMETHODEN

In tweeërlei opzicht zijn de vergelijkingen (1') en (3') van 2.1 niet-lineair, namelijk de weerstandsterm is niet-lineair in  $Q$ , terwijl de positieve grootheden  $A$ ,  $a$  en  $b$  en dus ook  $m$  en  $r$  afhankelijk zijn van de hoogte van de waterspiegel  $H$ , en dus van  $x$  en  $t$ . Het niet-lineair zijn in  $Q$  wijzigt in het algemeen het verloop van de getijbeweging in belangrijker mate, dan het niet-constant zijn van de coëfficiënten.

De vorm van de oplossingen van deze quasi-lineaire vergelijkingen met lineaire differentiaal-quotienten, zal afwijken van die van de lineaire vergelijkingen

$$\frac{\partial H}{\partial x} + m \frac{\partial Q}{\partial t} + k Q = 0 \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

waarin  $m$ ,  $b$  en  $k$  constanten zijn.

Zo geldt bij niet-lineaire vergelijkingen het zg. superpositie beginsel niet meer. De som of het verschil van twee oplossingen is zelf geen oplossing.

Wordt in (1) en (2),  $H$  of  $Q$  geëlimineerd, dan blijken zowel  $H$  als  $Q$  te voldoen aan de bekende telegraafvergelijking

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - bm \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - kb \frac{\partial H}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Als de randwaarden periodiek zijn, kan een oplossing verkregen worden, die een som is van particuliere oplossingen, die ten opzichte van de tijd volgens sinusfuncties verlopen (methode van Fourier of harmonische methode).

Bij de quasi-lineaire differentiaalvergelijkingen (1') en (3') van 2.1 is het niet meer mogelijk om bij gegeven randwaarden oplossingen in mathematisch gesloten vorm te bepalen, maar wel oplossingen met oneindig voortlopende ontwikkelingen. Door een voldoende aantal termen van deze ontwikkelingen te beschouwen, kan iedere gewenste graad van nauwkeurigheid bereikt worden.

Bij periodieke randwaarden kan weer een oplossing verkregen worden volgens de Fouriermethode. Deze is praktisch van groot belang en wordt in het volgende hoofdstuk behandeld.

Bij niet-periodieke randwaardenproblemen kunnen met behulp van iteratiemethoden benaderende oplossingen bepaald worden.

Bij de behandeling van dergelijke randwaardenproblemen is de theorie van de karakteristieken van grote betekenis.

Bij de toepassing van numerieke rekenmethoden, waarbij de afgeleiden van  $H$  en  $Q$  door differentiequotienten worden vervangen, geeft beschouwing van de karakteristieken nadere inzichten over de wijze, waarop een basisnet, ten opzichte waarvan de differentiequotienten van  $H$  en  $Q$  worden bepaald, in het  $x,t$ -vlak moet worden opgesteld; dit wordt in het hoofdstuk over de karakteristieke methode (5.0) nader behandeld.

Terwijl bij de harmonische methode de randwaarden periodieke functies van de tijd zijn, kunnen bij deze numerieke methoden ook niet-periodieke randwaarden worden beschouwd met discontinuïteiten in  $H$  en  $Q$ , dus bijv. bij het geval van een sluis in het getijgebied, die plotseling wordt gesloten of geopend.

## 4.0 DE HARMONISCHE METHODE

### 4.1 Inleiding

Langs de Nederlandse kust zijn de belangrijkste componenten van het astronomisch getij het maansgetij  $M_2$  en het zonsetij  $S_2$  met perioden van respectievelijk 12 uur en 25 minuten en 12 uur. Door de samenwerking van deze getijden ontstaan springtij en doottij. Het patroon van de getijgolven is verder gecompliceerd door de onregelmatigheden in de beweging van aarde en maan en door de

vormverandering, die het getij bij haar voortplanting door de weerstand ondervindt, waardoor ook harmonische getijden voorkomen met andere frequentie dan die van het maansgetij en het zonsgetij. In verband hiermede wordt bij de toepassing van de harmonische methode het verticale getij, dat op een bepaalde dag bij een plaats gemeten is, door een Fourierreeks met het  $M_2$ -getij als eerste harmonische voorgesteld, waarbij dan de invloed van het  $S_2$ -getij en andere harmonische getijden in deze componenten wordt ontleed.

Voor praktische doeleinden kan men het getij op een bepaalde dag meestal in voldoende mate voorstellen door de Fouriercomponenten  $M_2$  en  $M_4$  (periode 6 uur en  $12\frac{1}{2}$  minuut) te beschouwen. De amplitude van het  $M_4$ -getij bedraagt meestal 0,3 à 0,4 van die van het  $M_2$ -getij, terwijl de amplitude van het gewoonlijk te verwaarlozen  $M_6$ -getij op de rivieren ongeveer de helft is van die van het  $M_4$ -getij of minder. Langs de Nederlandse kust kan echter het  $M_6$ -getij van dezelfde orde van grootte zijn als het  $M_4$ -getij (zie de Getijtafels voor Nederland). Het is verder evident, dat de bepalende grootheden van de Fouriercomponenten van dag tot dag verschillend zijn.

De Fouriermethode of harmonische methode werd in verband met de technische toepassingen stapsgewijs ontwikkeld. Bij de eerste uitgebreide getijberekeningen, die uitgevoerd werden ten behoeve van de afsluiting van de Zuiderzee, werd de harmonische methode in haar eenvoudigste vorm toegepast [16]. Hierbij werd de voortplanting van het  $M_2$ -getij, die de belangrijkste Fouriercomponent is, berekend voor het geulenstelsel van de Waddenzee. Hierin heeft geen opperwaterafvoer plaats. Deze berekeningen dienden vooral om de veranderingen van de H.W.-standen te bepalen; hiervoor bleek de berekening van de voortplanting van het  $M_2$ -getij voldoende te zijn.

Wordt echter de voortplanting van het  $M_2$ -getij op een rivier beschouwd, dan wordt deze in belangrijke mate beïnvloed door de opperwaterafvoer als gevolg van het niet-lineair zijn van de differentiaalvergelijkingen. Hierdoor wordt de berekening van het hoofdgetij gecompliceerder, hoewel het extra-rekenwerk nog beperkt is. Tevens moet dan het verloop van de gemiddelde waterstand langs de rivier worden bepaald uit de daarvoor afgeleide vergelijking.

In het algemeen kan met behulp van de berekening van het  $M_2$ -getij en van de middenstanden bij eerste benadering een inzicht verkregen worden betreffende het verloop van de hoog- en laagwaterstanden in het getijgebied. Dit is echter in mindere mate het geval met de maximale vloed- en ebsnelheden. Daarvoor is het ook noodzakelijk om de voortplanting van de volgende Fouriercomponent, het  $M_4$ -getij, te berekenen, evenals de wijzigingen in het  $M_2$ -getij, die optreden door het samengaan van  $M_2$ - en  $M_4$ -getij, weer als gevolg van het niet-lineair zijn van de vergelijkingen.

Hierdoor neemt echter het rekenwerk in zeer belangrijke mate toe. Bij nog nauwkeuriger berekeningen, waarbij ook de volgende Fouriercomponent  $M_6$  beschouwd wordt, heeft dit een zodanige omvang, dat het overweging verdient om andere methoden van getijberekening toe te passen, die tot dezelfde nauwkeurigheid leiden.

In 4.2 wordt eerst het elementaire geval van de berekening van de voortplanting van het  $M_2$ -getij besproken. Daarna volgt in 4.3 het meer algemene geval van de voortplanting van  $M_2$ - en  $M_4$ -getij te zamen, bij het optreden van opperwaterafvoer.

## 4.2 De berekening van de voortplanting van het sinusoidale getij $M_2$

### 4.2.1 De vergelijkingen voor het $M_2$ -getij

Door de Staatscommissie-Zuiderzee [16] werd de voortplanting van dit getij, waarvan de frequentie  $\omega = 1,405 \cdot 10^{-4}$  rad sec<sup>-1</sup> is, indertijd berekend in het Waddengebied en de Zuiderzee. Hierbij werd het geulenstelsel geschematiseerd in achter elkaar en eventueel naast elkaar liggende vakken met constante diepte en breedte, die van vak tot vak verschillend zijn.

Voor ieder vak hebben dan de coëfficiënten van de differentiaalvergelijkingen (1') en (3') van 2.1 gedurende het verloop van het getij constante waarden.

Voor de toepassing van de harmonische methode werd door LORENTZ [16] de kwadratische weerstandsterm

$$r | Q_1(x,t) | Q_1(x,t),$$

waarin

$$Q_1(x,t) = q_1(x) \cos(\omega t + \beta_1(x)),$$

vervangen door een lineaire weerstandsterm

$$r' Q_1(x, t),$$

waarbij  $r'$  bepaald werd door de betrekking

$$r' = \frac{8}{3\pi} r q_1 = 0,85 r q_1.$$

Hierin is  $q_1$  de amplitude van de stroom, die correspondeert met het  $M_2$ -getij, terwijl  $\beta_1$  zijn bijbehorende fase is. Deze relatie voor  $r'$  werd door LORENTZ bepaald uit de veronderstelling, dat de dissipatie ingevolge de „fictieve” lineaire weerstandswet over het gehele getij gelijk is aan die, welke het gevolg is van de kwadratische weerstandswet.

Daarna werd door MAZURE [12] aangetoond, dat de genoemde betrekking voor  $r'$  langs wiskundige weg gevonden kan worden door de theorie van de Fourier-ontwikkeling toe te passen. Hij ging nog een stap verder door een analoge formule af te leiden, indien, behalve de voortplanting van het sinusoidale getij, een constante stroom  $Q_0$  in de getijgeul of rivier voorkomt. In een rivier wordt dan van opperwaterafvoer gesproken.

In dit geval wordt dus gesteld

$$Q = Q_0 + Q_1(x, t),$$

waarbij  $Q_0$  en  $Q_1(x, t)$  in het voorgaande gedefinieerd zijn.

Bij de toepassing van de Fourier-analyse moet dan onderscheid gemaakt worden tussen de gevallen, dat de opperwaterafvoer  $Q_0$  respectievelijk groter en kleiner is dan de amplitude van  $Q_1(x, t)$ .

Als dan gesteld wordt:

$$r | Q_0 + Q_1(x, t) | (Q_0 + Q_1(x, t)) = r_0 Q_0 + r_1 Q_1(x, t) + \text{hogere harmonischen}, \quad (1)$$

terwijl  $Q_0$  groter is dan  $q_1$ , en dus de snelheid van het water gedurende het gehele getij een zelfde richting heeft, blijkt dat

$$r_0 = r(Q_0 + \frac{1}{2} q_1^2 / Q_0)$$

en

$$r_1 = 2 r Q_0$$

Is daarentegen bij een plaats  $Q_0$  kleiner dan  $q_1$ , dan verandert de richting van de stroom gedurende het getij. In dat geval is:

$$r_0 = \frac{1}{4} r k_{00} \frac{q_1^2}{Q_0}$$

en

$$r_1 = \frac{1}{2} r k_{10} q_1.$$

Als gesteld wordt  $Q_0 = q_1 \cos \gamma$ , wordt gevonden:

$$k_{00} = (2 + \cos 2\gamma) \left( 2 - \frac{4\gamma}{\pi} \right) + \frac{6}{\pi} \sin 2\gamma$$

en

$$k_{10} = \frac{6}{\pi} \sin \gamma + \frac{2}{3\pi} \sin 3\gamma + \left( 4 - \frac{8\gamma}{\pi} \right) \cos \gamma.$$

Voor de bepaling van  $k_{00}$  en  $k_{10}$  zie (14) van 4.3, waarin het meer algemene geval is behandeld van het samengaan van het  $M_2$ -getij met één hogere harmonische.

Uit het bovenstaande blijkt, dat de waarde van  $r_1$  in belangrijke mate verandert, indien de opperwaterafvoer van enige betekenis wordt ten opzichte van de getijstromen.

Na de linearisatie van de bewegingsvergelijking worden  $H_1(x, t)$  en  $Q_1(x, t)$  van het  $M_2$ -getij, waarbij het verticale getij  $H_1(x, t)$  bepaald is door

$$H_1(x, t) = h_1(x) \cos(\omega t + \alpha(x))$$

volgens (1') en (3') van 2.1 en (1) van 4.2, bepaald door de lineaire vergelijkingen met constante coëfficiënten:

$$\frac{\partial H_1(x,t)}{\partial x} + m \frac{\partial Q_1(x,t)}{\partial t} + r_1 Q_1(x,t) = 0 \quad (2)$$

en

$$\frac{\partial Q_1(x,t)}{\partial x} + b \frac{\partial H_1(x,t)}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Immers, het is geoorloofd om de constante termen in (1') en (3') van 2.1, na de vervanging van  $Q$  door  $Q_0 + Q_1(x,t)$  en van  $H$  door  $H_0 + H_1(x,t)$ , waarin  $H_0$  de hoogte van de gemiddelde waterstand voorstelt ten opzichte van een nulvlak, te scheiden van de harmonische termen.

Voor de constante termen geldt dan:

$$\frac{dH_0}{dx} + r_0 Q_0 = 0. \quad (4)$$

Deze vergelijking bepaalt de verandering van de gemiddelde waterstand  $H_0$  langs de rivier.

Opgemerkt wordt nog, dat door MAZURE ook het geval werd beschouwd, dat de coëfficiënten  $b$ ,  $m$  en  $r$  en dus ook  $r_1$  met het getij variëren. Hij stelde dan  $b = b_0 + b_1 H_1(x,t)$ , terwijl  $b_0$  en  $b_1$  niet van het getij afhankelijk zijn en gaf analoge uitdrukkingen voor de overige coëfficiënten. Dit geval wordt hier niet beschouwd (zie nader 4.3). Verder kunnen  $b_0$  en  $b_1$  nog afhankelijk zijn van  $x$ . In deze paragraaf wordt echter verondersteld, dat ze voor een vak van beperkte lengte constant zijn.

#### 4.2.2 De berekening van het $M_2$ -getij

Voor de berekening van de voortplanting van het  $M_2$ -getij kunnen dan de periodieke oplossingen worden bepaald, die in complexe vorm geschreven zijn (zie nader 4.3):

$$H_1(x,t) = H_1(x)e^{i\omega t} + H_{-1}(x)e^{-i\omega t}$$

en

$$Q_1(x,t) = Q_1(x)e^{i\omega t} + Q_{-1}(x)e^{-i\omega t}.$$

Dan moeten, na substitutie in (2) en (3), de complexe amplituden van het horizontale en verticale getij,  $H_1(x)$  en  $Q_1(x)$ , voldoen aan de lineaire differentiaalvergelijkingen

$$\frac{dH_1}{dx} + (i\omega m + r_1) Q_1 = 0 \quad (5)$$

en

$$\frac{dQ_1}{dx} + i\omega b H_1 = 0. \quad (6)$$

In het vervolg van deze subparagraaf worden onder  $H_1$  en  $Q_1$  de complexe functies  $H_1(x)$  en  $Q_1(x)$  verstaan, waarbij het dan ook geen bezwaar is om de index 1 weg te laten.

Na eliminatie van  $H$  of  $Q$  volgt uit (5) en (6) een lineaire differentiaalvergelijking van de tweede orde voor  $Q$  of  $H$ , die gemakkelijk kan worden opgelost. Indien dan in plaats van  $H$  en  $Q$  de functie  $Z = HQ^{-1}$  wordt beschouwd, blijkt deze aan een differentiaalvergelijking van de eerste orde te voldoen, die niet lineair is, namelijk de volgende vergelijking van Ricatti met constante coëfficiënten:

$$\frac{dZ}{dx} = y_p Z^2 - z_s. \quad (7)$$

Hierin is

$$y_p = i\omega b$$

en

$$z_s = i\omega m + r_1.$$

De algemene oplossing van (7) is:

$$Z = Z_e \frac{Z_0 - Z_e \tanh kx}{Z_e - Z_0 \tanh kx} \quad (8)$$

Hierin is gesteld  $Z_e = (z_s y_p^{-1})^{\frac{1}{2}}$  en  $k = (y_p z_s)^{\frac{1}{2}}$ , terwijl  $Z_0$  een complexe integratieparameter is.

Daarna kunnen  $H$  en  $Q$  direct worden berekend. Immers volgens (6) (met weglating van de index 1) en volgens de definitie van  $Z$  is

$$\frac{dQ}{dx} + y_p ZQ = 0,$$

zodat geldt:

$$Q = Q_0 \exp -K_Q(x); K_Q = \int_0^x Z y_p dx, \quad (9)$$

Op analoge wijze volgt:

$$H = H_0 \exp -K_H(x); K_H = \int_0^x z_s Z^{-1} dx, \quad (10)$$

waarin  $H_0$  en  $Q_0$  complexe integratieparameters zijn.

Na de substitutie van  $Z$  (zie (8)) in de integralen van (9) en (10) volgt na enige berekening voor de algemene oplossing van de complexe amplituden  $H$  en  $Q$ :

$$H = H_0 \cosh kx - Q_0 Z_e \sinh kx \quad (11)$$

en

$$Q = Q_0 \cosh kx - H_0 Z_e^{-1} \sinh kx. \quad (12)$$

Behalve  $x$  zijn alle grootheden in deze formule complex.

Uit deze formules blijkt ook, daar  $2 \cosh kx = \exp(kx) + \exp(-kx)$  is, enz., dat  $H$  en  $Q$  kunnen worden geschreven als een som van elementaire oplossingen, respectievelijk:

$$H = H_0^+ \exp -kx + H_0^- \exp kx \quad (13)$$

en

$$Q = Q_0^+ \exp -kx + Q_0^- \exp kx. \quad (14)$$

Hierin is:

$$Q_0^\pm = \pm H_0^\pm (Z_e)^{-1}.$$

Indien de parameters  $H_0$  en  $Q_0$  in (11) en (12) bekend zijn, kunnen  $H_0^+$  en  $H_0^-$  worden berekend en omgekeerd, volgens:

$$\left. \begin{aligned} H_0^+ &= \frac{1}{2} (H_0 + Q_0 Z_e) \\ H_0^- &= \frac{1}{2} (H_0 - Q_0 Z_e). \end{aligned} \right\}$$

De harmonische golven, die met deze elementaire oplossingen corresponderen, zijn dan in reële vorm geschreven voor het verticale getij

$$\left. \begin{aligned} H^+(x,t) &= |H_0^+| e^{-(\text{Re}k)x} \cos [\omega t - (\text{Im}k)x + \arg H_0^+] \\ H^-(x,t) &= |H_0^-| e^{(\text{Re}k)x} \cos [\omega t + (\text{Im}k)x + \arg H_0^-], \end{aligned} \right\}$$

waarin

$$\text{Re} k = \frac{1}{2} [2\omega b \{(\omega^2 m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} - \omega m\}]^{\frac{1}{2}}$$

en

$$\text{Im} k = \frac{1}{2} [2\omega b \{(\omega^2 m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} + \omega m\}]^{\frac{1}{2}},$$

terwijl

$$H(x,t) = H^+(x,t) + H^-(x,t).$$

Deze functies stellen periodiek verloopende translatiegolven voor, respectievelijk rivieropwaarts en rivierafwaarts gaande.

De bijbehorende uitdrukkingen voor  $Q(x,t)$  volgen hieruit door in  $H^+(x,t)$  en  $H^-(x,t)$ , de grootheden  $H_0^+$  en  $H_0^-$  te vervangen door respectievelijk  $H_0^+ Z_e^{-1}$  en  $-H_0^- Z_e^{-1}$ .

De berekening van de voortplanting van het  $M_2$ -getij in een geulenstelsel verloopt verder zeer eenvoudig, ofschoon de hoeveelheid rekenwerk bij een groot aantal vakken aanzienlijk kan zijn.

Voor ieder riviervak met een zo kleine lengte, dat de coëfficiënten  $b$ ,  $m$  en  $r$  als constant kunnen worden beschouwd, gelden voor  $H$  en  $Q$  betrekkingen van de vorm (13) en (14), waarbij dan de grootheden  $k$  en  $Z_e^{-1}$  bekend zijn. De grootheden  $H_0^+$  en  $H_0^-$  zijn te bepalen, indien twee randwaarden bekend zijn, hetzij  $H$  en  $Q$  aan het begin van het vak, hetzij  $H$  aan het begin en het eind, hetzij  $H$  aan het begin en  $Q$  aan het eind van het vak.

Bij achter elkaar gelegen vakken zijn op de grenzen echter  $H$  en  $Q$  in beide vakken dezelfde. Hieruit volgt een betrekking tussen de waarden van  $H^+$  en  $H^-$  van een vak en de analoge waarden van het volgende vak. Op splitsingspunten moet gelden, dat de algebraïsche som der stromen  $\Sigma Q = 0$ .

Daarna kunnen van het stelsel lineaire betrekkingen, waarin de voor ieder vak verschillende complexe grootheden,  $H^+$  en  $H^-$  als onbekenden voorkomen, deze grootheden worden opgelost, waarna aan het begin en eind van ieder vak de complexe amplituden  $H$  en  $Q$  bepaald zijn volgens (13) en (14).

Er moet echter worden opgemerkt, dat door de linearisatie van de weerstandsformule, de coëfficiënt  $r$  afhankelijk is van de amplitude  $q = 2|Q|$ , die a priori onbekend is. Haar gemiddelde waarde moet dan eerst worden geschat, waarbij de vaklengte zo klein moet worden aangenomen, dat het verloop van  $q$  langs het vak niet al te veel van de gemiddelde waarde afwijkt. Nadat  $H$  en  $Q$  berekend zijn en deze grootheden dus op de verschillende vakgrenzen bekend zijn, kunnen de aangenomen waarden van  $|Q|$  worden gecontroleerd. Bij te grote afwijkingen moet, met verbeterde schattingen van  $|Q|$ , de berekening worden herhaald. Dit iteratieproces moet zo lang worden voortgezet, tot de berekende en aangenomen waarden van  $|Q|$  voldoende weinig van elkaar verschillen.

De voorgaande methode werd toegepast bij de berekeningen van de Staatscommissie-Zuiderzee [16]. Het blijkt echter, dat het rekenwerk vaak bekort kan worden door gebruik te maken van de functie  $Z = \frac{H}{Q}$  of  $Z^{-1} = \frac{Q}{H}$ , daar op vele rivieren het argument van  $Z^{-1}$  langzaam met  $x$  verandert. Deze methode kan dan toegepast worden als voor  $Z$  of  $Z^{-1}$  een randwaarde kan worden opgesteld.

Laten dan  $Z_a$  en  $Z_b$  de waarden van  $Z$  zijn bij de uiteinden van een vak ( $a, b$ ). Dan is volgens (7) bij benadering

$$\begin{aligned} Z_b - Z_a &= Y_p Z_m^2 - Z_s, \\ \text{waarin: } Y_p &= i\omega b l, \\ Z_s &= i\omega m l + r_1 l, \\ Z_m &= \frac{1}{2}(Z_a + Z_b). \end{aligned}$$

Bij de eerste voorlopige berekening wordt dan  $Z_m^2$  vervangen door  $Z_a Z_b$ , waarna  $Z_b$  in  $Z_a$  als volgt kan worden uitgedrukt:

$$Z_b = \frac{Z_a - Z_{s,1}}{1 - Y_{p,1} Z_a}.$$

Als  $Z_a$  bij de benedenwaartse zijde van het riviervak bekend is, is  $Z_b$  te berekenen. Daarna is  $Z_c$  aan het bovineinde van het volgende vak in  $Z_b$  uit te drukken, waarbij de vakcoëfficiënten  $Z_{s,2}$  en  $Y_{p,2}$  worden ingevoerd. Daarna kan  $Z_c$  herleid worden tot:

$$Z_c = \frac{A Z_a + B}{C Z_a + D}.$$

$A, B, C$  en  $D$  zijn grootheden, die afhankelijk zijn van de vakcoëfficiënten  $Z_{s,i}$  en  $Y_{p,i}$  van beide vakken. Dit procédé kan voortgezet worden.

Bij de praktische toepassingen zal meestal bij de mond van de rivier  $Z$  niet bekend zijn, maar wel  $H$ , en aan het bovineinde van de rivier  $Q$ , bijvoorbeeld  $Q = 0$  bij een afgesloten rivier (dus  $Z^{-1} = 0$ ). Aan het begin van het laatste vak is dan bij benadering  $Z_k = Y^{-1}_{p,k}$ . Volgens het voorgaande kan dan  $Z_a$  aan de benedenmond van de rivier in  $Z_k$  worden uitgedrukt volgens een lineaire betrekking, waarna als  $H_a$  bekend is,  $Q_a$  kan worden berekend:  $Q_a = Z_a^{-1} H_a$ . Daarna kan de berekening worden herhaald met een betere veronderstelling voor  $Z_m^2$ , nl.  $Z_a Z_b + \frac{1}{4}(Z_a - Z_b)^2$ , waarbij de laatste term volgens de voorlopige berekening bekend wordt verondersteld. Eventueel kan ook het aantal vakken op de rivier groter gemaakt worden. Door SCHÖNFELD werd in [14], in de appendix 3.1, een grafische methode aangegeven voor de bepaling van de voortplanting van het getij.

Een analoge methode kan ook worden opgesteld in het geval de voortplanting van het  $M_2$ -getij op een rivier met opperwater moet worden bepaald en correctietermen worden ingevoerd, die de invloed aangeven van de verandering van de diepte gedurende het verloop van het  $M_2$ -getij, of als Bernoullitermen moeten worden beschouwd.

Voor de berekening van de getijbeweging op een bovenrivier wordt de bovenwaartse randvoorwaarde voor  $Z$  als volgt bepaald.

Voor het meest bovenwaartse vak geldt vanwege  $H(\infty) = 0$  volgens (13) en (14)

$$H = H_0^+ \exp -k x \quad , \quad Q = Q_0^+ \exp -k x.$$

Dus is

$$Z_0 = \lim_{x \rightarrow \infty} H Q^{-1} = H_0^+ (Q_0^+)^{-1} = Z_e = (m b^{-1} - i r_1 \omega^{-1} b^{-1})^{\frac{1}{2}}.$$

### 4.3 Algemene opzet van de Fourierberekening

#### 4.3.1 Afleiding der formules

De formules voor de Fouriermethode, die vaak als harmonische methode wordt aangeduid, worden nu afgeleid, uitgaande van de vergelijkingen (1') en (3') van 2.1, waarbij we ons beperken tot de berekening van het verloop van de middenstand en van de  $M_2$ - en  $M_4$ -componenten.

Voor het verticale en horizontale getij wordt dan geschreven:

$$H(x,t) = H_0(x) + h_1(x) \cos(\omega t + \alpha_1(x)) + h_2(x) \cos(2\omega t + \alpha_2(x)) \quad (1)$$

$$Q(x,t) = Q_0 + q_1(x) \cos(\omega t + \beta_1(x)) + q_2(x) \cos(2\omega t + \beta_2(x)), \quad (2)$$

waarin  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1,405 \cdot 10^{-4} \text{ rad sec}^{-1}$  is; de opperwaterafvoer  $Q_0$  is meestal a priori bekend.

Door het invoeren van complexe grootheden worden de verder af te leiden formules belangrijk overzichtelijker (zie [16] in § 138 en volgende). Dan wordt geschreven:

$$H_1(x,t) = h_1(x) \cos[\omega t + \alpha_1(x)] = \frac{1}{2} h_1(x) [e^{i(\omega t + \alpha_1(x))} + e^{-i(\omega t + \alpha_1(x))}] = \\ = H_1(x) e^{i\omega t} + H_{-1}(x) e^{-i\omega t} \quad (i^2 = -1), \quad (3)$$

zodat:

$$H_1(x) = \frac{1}{2} h_1(x) e^{i\alpha_1(x)} \\ H_{-1}(x) = \frac{1}{2} h_1(x) e^{-i\alpha_1(x)},$$

waaruit blijkt:

$$h_1(x) = 2 |H_1(x)|.$$

$H_1(x)$  wordt de complexe amplitude van het verticale getij behorende bij het  $M_2$ -getij genoemd. Voor de overige goniometrische functies in (1) en (2) gelden analoge uitdrukkingen.

Algemeen wordt gesteld, als  $n = 1, 2 \dots \dots$ :

$$H_n(x,t) = H_n(x) e^{in\omega t} + \text{c.c.},$$

waarbij c.c. de complex geconjugeerde  $H_{-n}(x) e^{-in\omega t}$  aanduidt.

In complexe vorm worden dus (1) en (2):

$$H(x,t) = H_0(x) + H_1(x) e^{i\omega t} + H_2(x) e^{2i\omega t} + \text{c.c.} \quad (1')$$

$$Q(x,t) = Q_0 + Q_1(x) e^{i\omega t} + Q_2(x) e^{2i\omega t} + \text{c.c.} \quad (2')$$

Het doel is om  $H_0(x)$  en de complexe amplituden  $H_1(x)$ ,  $Q_1(x)$ ,  $H_2(x)$  en  $Q_2(x)$  te berekenen. Als dan bijvoorbeeld  $H_1(x) = u + iv$  bekend is, zijn de amplitude  $h_1(x)$  en de fasehoek  $\alpha_1(x)$  te berekenen, volgens  $u = \frac{1}{2} h_1(x) \cos \alpha_1(x)$  en  $v = \frac{1}{2} h_1(x) \sin \alpha_1(x)$ .

Na Fourier-ontwikkeling van de verschillende termen in (1') en (3') van 2.1 kunnen voor de vijf onbekende functies vijf vergelijkingen worden afgeleid.

#### 4.3.2 De Fourier-ontwikkeling van de coëfficiënten $b$ , $m$ en $r$

We veronderstellen, dat  $b$ ,  $m$  en  $r$  in (1') en (3') van 2.1 hoofdzakelijk afhankelijk zijn van  $H_1(x,t) = h_1(x) \cos \theta$ , ( $\theta = \omega t + \alpha_1(x)$ ). Voor  $b(x,H)$  kan gesteld worden:

$$b(x,H) = b_0(x) + b_1(x) h_1(x) \cos \theta \quad (4)$$

waarin

$$b_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} b(x,H) d\theta$$

en

$$b_1(x) h_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} b(x,H) \cos \theta d\theta.$$



Op analoge wijze volgt:

$$m(x, H) = \frac{1}{gA(x, H)} = m_0(x) + m_1(x) h_1(x) \cos \Theta, \quad (5)$$

waarin

$$m_0(x) = \frac{1}{2g\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\Theta}{A(x, H)}$$

en

$$m_1(x) h_1(x) = \frac{1}{g\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos \Theta d\Theta}{A(x, H)},$$

en ten slotte:

$$r(x, H) = [C^2 A^2(x, H) a(x, H)]^{-1} = r_0(x) + r_1(x) h_1(x) \cos \Theta + \frac{1}{2} r_2(x) h_1^2(x) \cos 2\Theta, \quad (6)$$

waarin

$$r_0(x) = \frac{1}{2\pi C^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\Theta}{A^2(x, H) a(x, H)}$$

$$r_1(x) h_1(x) = \frac{1}{\pi C^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos \Theta d\Theta}{A^2(x, H) a(x, H)}$$

en

$$\frac{1}{2} r_2(x) h_1^2(x) = \frac{1}{\pi C^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\cos 2\Theta d\Theta}{A^2(x, H) a(x, H)}.$$

Bij de praktische toepassingen is het meestal gerechtvaardigd om te stellen:

$$a(x, H) = a_0(x) + 2 |H_1(x)| \cos \Theta$$

$$A(x, H) = b_s(x) a(x, H),$$

waarin  $b_s(x)$  = stroombreedte.

Na enige berekening wordt gevonden:

$$\left. \begin{aligned} m_0(x) &= \frac{1}{g b_s (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{\frac{1}{2}}} \\ m_1(x) &= -\frac{a_0 - (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{\frac{1}{2}}}{2 g b_s |H_1|^2 (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{\frac{1}{2}}} \\ r_0(x) &= \frac{a_0^2 + 2 |H_1|^2}{C^2 b_s^2 (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{5/2}} \\ r_1(x) &= -\frac{3a_0}{C^2 b_s^2 (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{5/2}} \\ r_2(x) &= \frac{6}{C^2 b_s^2 (a_0^2 - 4 |H_1|^2)^{5/2}} \end{aligned} \right\} (7)$$

#### 4.3.3 De Fourier-ontwikkeling voor de weerstandsterm

4.3.3.1 *Inleiding.* De ontwikkeling voor  $|Q|$  is direct te bepalen, als de stroom  $Q$  op een plaats van de rivier gedurende het gehele getij dezelfde richting heeft, zodat  $|Q| Q = +Q^2$  of  $-Q^2$ , al naarmate  $Q$  positief of negatief wordt aangenomen. Dan is, als  $Q_1 Q_{-1}$  vervangen wordt door  $|Q_1|^2$ :

$$\begin{aligned} Q^2(x, t) &= Q_0^2 + 2 |Q_1|^2 + 2 |Q_2|^2 + [2(Q_0 Q_1 + Q_{-1} Q_2) e^{i\omega t} + \text{c.c.}] + \\ &+ [(Q_1^2 + 2Q_0 Q_2) e^{2i\omega t} + \text{c.c.}] + [2Q_1 Q_2 e^{3i\omega t} + \text{c.c.}] + [Q_2^2 e^{4i\omega t} + \text{c.c.}] \end{aligned} \quad (8)$$

De functies  $Q_0, Q_1, Q_2$  zijn alleen van  $x$  afhankelijk.

De formule (8) geldt als de opperwaterafvoer voldoende groot is ten opzichte van de stroom, die door het getij wordt veroorzaakt. Als nl. het getij rivieropwaarts voldoende gedempt is, wordt op een bepaalde plaats de opperwaterafvoer gelijk aan de maximale vloedstroom van het getij.

Bij iedere verder rivieropwaarts gelegen plaats heeft dan de snelheid gedurende het getij dezelfde richting.

Als  $Q$  van teken verandert, geldt (8) niet meer en is de ontwikkeling van  $|Q|Q$  niet direct aan te geven.

Voor de berekening van de Fouriercoëfficiënten moeten dan immers de tijdstippen bepaald worden, waarop de stroom kentert (dus van eb naar vloed overgaat en omgekeerd). Deze zijn gemakkelijk te bepalen als alleen het  $M_2$ -getij wordt beschouwd, eventueel bij samengaan met opperwaterafvoer. Als ook het  $M_4$ -getij in rekening moet worden gebracht, moet voor de bepaling van de wortels van  $Q(x,t) = 0$  een algebraïsche vergelijking van de vierde graad worden opgelost, zoals uit (2') kan worden afgeleid.

Het is dan onmogelijk een overzichtelijke ontwikkeling voor  $|Q|Q$  te verkrijgen.

In verband hiermede worden voor dit geval twee methoden aangegeven.

Bij de eerste methode worden voor de kenteringstijdstippen van  $Q(x,t)$ , bepaald volgens (2'), benaderende waarden afgeleid. Bij de tweede methode behoeven deze tijdstippen niet vooraf bepaald te worden, maar moeten de maximum- en minimumwaarden van  $Q(x,t)$  bepaald worden.

Het is echter gemakkelijker om benaderingsformules te bepalen voor de maximumwaarden van  $Q$ , dan voor de kenteringstijdstippen.

Bij weglating van het  $M_4$ -getij leiden beide methoden tot dezelfde formules, als door MAZURE zijn aangegeven [12]. De methode van de kenteringstijdstippen kan praktisch worden toegepast als het  $M_4$ -getij klein is ten opzichte van het  $M_2$ -getij. Bij de tweede methode behoeft aan deze voorwaarde niet voldaan te zijn.

In de publicatie [6] is een overzicht gegeven van verschillende methoden voor de bepaling van de Fourier-ontwikkeling van de weerstandsterm. Hierbij is ook de methode van de kenteringspunten aangegeven; in de betreffende formules werden echter alleen de hoofdtermen vermeld. In de volgende behandeling wordt de ontwikkeling van  $|Q|Q$  volgens deze methode volledig weergegeven met een voorbeeld, waaruit de mate van nauwkeurigheid blijkt.

De tweede methode, die berust op de bepaling van de uiterste waarden van  $Q$  – en welke niet in [6] voorkomt – beoogt hetzelfde als de ontwikkeling van  $|Q|Q$  met behulp van bolfuncties of functies van LEGENDRE (zie [14]), waarbij ook de uiterste waarden van  $Q$  bepaald worden.

De hier gevolgde methode leidt echter tot overzichtelijker formules, waardoor gemakkelijker een indruk verkregen wordt van de mate van nauwkeurigheid, indien de ontwikkeling voor  $|Q|Q$  bij een bepaalde term wordt afgebroken.

Ten slotte vermelden we nog, dat ook de methode die STROBAND volgde [17], en waarbij de functie  $|Q|Q$  op empirische wijze door een machtreeks in  $Q$  werd vervangen, hetzelfde doel beoogt als de methode met de bolfuncties. Bij deze laatste methode worden echter de coëfficiënten van de daarbij voorkomende machtreeks op theoretische wijze bepaald, terwijl dit door STROBAND op empirische wijze geschiedt. Het voordeel van diens methode was, dat hij niet vooraf de extreme waarden van  $Q$  behoefde te bepalen. Anderzijds geldt de methode alleen voor het interval waarvoor de empirische benadering voldoende nauwkeurig is.

4.3.3.2 *De methode, die berust op de bepaling van de kenteringspunten.* Voor de Fourier-ontwikkeling van  $|Q|Q$  kan men drie wegen volgen.

1. Men kan eerst bepalen de Fourier-ontwikkeling voor de functie  $y = \pm 1$  (+ 1 als  $Q > 0$  is, en - 1 als  $Q < 0$  is), en deze daarna vermenigvuldigen met de ontwikkeling van  $Q^2$ , die in (8) is aangegeven (zie SCHÖNFELD [14]).

2. Men kan de Fourier-ontwikkeling bepalen van de functie  $|Q|$  en deze daarna met die van  $Q$  vermenigvuldigen.

3. Ten slotte kan op de functie  $|Q|Q$  direct de Fourier-analyse toegepast worden.

Als de kenteringstijdstippen exact bepaald zijn, leiden deze wegen tot dezelfde ontwikkelingen, hetgeen a priori niet het geval behoeft te zijn, als de kenteringstijdstippen bij benadering bepaald worden.

Bij nader onderzoek blijkt echter, dat als deze kenteringstijdstippen op de hierna aangegeven wijze benaderd worden, toch de drie hiervoren aangegeven methoden tot dezelfde Fourier-ontwikkeling voor de functie  $|Q|Q$  leiden.

Daar de derde methode het minste rekenwerk geeft, wordt deze hier gevolgd.

De kenteringstijdstippen van  $Q$  worden op de volgende wijze benaderd.

Indien het  $M_4$ -getij voldoende klein is ten opzichte van het  $M_2$ -getij, wordt verondersteld, dat deze tijdstippen toch bij voldoende benadering bepaald worden door het  $M_2$ -getij en de opperwaterafvoer. Daar in de nabijheid van deze kenteringstijdstippen de waarden van  $|Q|Q$  bovendien klein zijn, kan verwacht worden, dat zijn bijdrage tot de waarde van de integralen, met behulp waarvan de Fourier-coëfficiënten bepaald worden, daar klein is en dus de optredende fout van geringe betekenis zal zijn.

Wordt gesteld

$$Q_0 = q_1(x) \cos \gamma = 2 |Q_1| \cos \gamma \quad (9)$$

waarin  $0 \leq \gamma < \frac{\pi}{2}$  als  $Q_0$  positief is, en  $\frac{\pi}{2} < \gamma \leq \pi$  als  $Q_0$  negatief is, dan volgen de nulpunten  $t_1$  en  $t_2$  uit:

$$\cos \gamma + \cos (\omega t + \beta_1(x)) = 0.$$

Hierbij is:

$$\left. \begin{aligned} \omega t_1 &= \pi + \gamma - \beta_1(x) \\ \omega t_2 &= \pi - \gamma - \beta_1(x) \\ \beta_1(x) &= \arg Q_1. \end{aligned} \right\} (10)$$

Hierin is  $t_1$  het ogenblik waarop de ebstroom  $Q$  overgaat in vloedstroom, welke laatste positief wordt gerekend.

We verkrijgen de overzichtelijkste formules door de Fourier-ontwikkeling voor  $|Q|Q$  in complexe vorm te schrijven.

Laat de ontwikkeling in reële vorm zijn:

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \omega t + b_n \sin n \omega t).$$

Wordt nu gesteld

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0 \\ A_n &= \frac{1}{2} (a_n - i b_n) \\ A_{-n} &= \frac{1}{2} (a_n + i b_n), \end{aligned}$$

dan kan voor de ontwikkeling van  $|Q|Q$  geschreven worden:

$$|Q|Q = A_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + A_{-n}) (e^{in\omega t} + e^{-in\omega t}) + (A_n - A_{-n}) (e^{in\omega t} - e^{-in\omega t})$$

of:

$$|Q|Q = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{in\omega t} + A_{-n} e^{-in\omega t}). \quad (11)$$

Hierin is  $A_{-n} e^{-in\omega t}$  weer de complexe geconjugeerde van  $A_n e^{in\omega t}$ .

Daar verder

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |Q|Q \, d\omega t \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |Q|Q \cos n\omega t \, d\omega t \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |Q|Q \sin n\omega t \, d\omega t, \end{aligned}$$

is dus:

$$A_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |Q| Q e^{-in\omega t} d\omega t$$

en

$$A_{-n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |Q| Q e^{in\omega t} d\omega t.$$

Als  $t_1 > t_2$  is, geldt voor  $n = 0, 1, 2, \dots$ :

$$A_n = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\omega t_2} - \int_{\omega t_2}^{\omega t_1} + \int_{\omega t_1}^{\pi} \right] Q^2 e^{-in\omega t} d\omega t \quad (12)$$

waarbij voor  $Q^2$  het rechterlid van (8) moet worden gesubstitueerd. Daar alleen integralen voorkomen met een constante integrand of met een  $e$ -macht, kunnen deze exact worden berekend.

Vanwege (10) en  $e^{i \arg Q_1} = \frac{Q_1}{|Q_1|}$  blijkt dan:

$$\omega t_1 - \omega t_2 = 2\gamma,$$

en

$$i \left( e^{-in\omega t_1} - e^{-in\omega t_2} \right) = (-1)^{n+1} 2 \frac{Q_1^n}{|Q_1|^n} \sin n\gamma, \quad (n \geq 1).$$

Na enige berekening wordt uit (8) en (12) voor de Fouriercoëfficiënten  $A_0, A_1$  en  $A_2$  gevonden:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= k_{00} |Q_1|^2 + k_{01} \operatorname{Re} \frac{Q_1^2 Q_{-2}}{|Q_1|} + k_{02} |Q_2|^2 + k_{03} \operatorname{Re} \left( \frac{Q_1}{|Q_1|} \right)^4 Q_{-2}^2, \\ A_1 &= k_{10} |Q_1| |Q_1| + k_{11} Q_{-1} Q_2 + k_{12} \frac{Q_1^3 Q_{-2}}{|Q_1|^2} + k_{13} \frac{|Q_2|^2 Q_1}{|Q_1|} + \\ &\quad + k_{14} \left( \frac{Q_{-1}}{|Q_1|} \right)^3 Q_2^2 + k_{15} \left( \frac{Q_1}{|Q_1|} \right)^5 Q_{-2}^2, \\ A_2 &= k_{20} Q_1^2 + k_{21} |Q_1| |Q_2| + k_{22} \frac{Q_1^4 Q_{-2}}{|Q_1|^3} + k_{23} \frac{|Q_2|^2 Q_1^2}{|Q_1|^2} + \\ &\quad + k_{24} \left( \frac{Q_{-1}}{|Q_1|} \right)^2 Q_2^2 + k_{25} \left( \frac{Q_1}{|Q_1|} \right)^6 Q_{-2}^2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Hierin is:

$$\left. \begin{aligned} k_{00} &= (2 + \cos 2\gamma) \left( 2 - \frac{4\gamma}{\pi} \right) + \frac{6}{\pi} \sin 2\gamma \\ k_{01} &= \frac{4}{\pi} \left( \sin \gamma - \frac{1}{3} \sin 3\gamma \right) \\ k_{02} &= 2 - \frac{4\gamma}{\pi} \\ k_{03} &= -\frac{1}{\pi} \sin 4\gamma \\ k_{10} &= \frac{6}{\pi} \sin \gamma + \frac{2}{3\pi} \sin 3\gamma + \left( 4 - \frac{8\gamma}{\pi} \right) \cos \gamma \\ k_{11} &= 2 - \frac{4\gamma}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sin 2\gamma \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
k_{12} &= -\frac{1}{3\pi} (2 \sin 2\gamma - \sin 4\gamma) \\
k_{13} &= \frac{4}{\pi} \sin \gamma \\
k_{14} &= \frac{2}{3\pi} \sin 3\gamma \\
k_{15} &= \frac{2}{5\pi} \sin 5\gamma \\
k_{20} &= \frac{4}{3\pi} \sin 2\gamma - \frac{1}{6\pi} \sin 4\gamma + 1 - \frac{2\gamma}{\pi} \\
k_{21} &= \frac{8}{\pi} \sin \gamma + \left(4 - \frac{8\gamma}{\pi}\right) \cos \gamma \\
k_{22} &= \frac{1}{15\pi} (5 \sin 3\gamma - 3 \sin 5\gamma) \\
k_{23} &= -\frac{2}{\pi} \sin 2\gamma \\
k_{24} &= -\frac{1}{\pi} \sin 2\gamma \\
k_{25} &= -\frac{1}{3\pi} \sin 6\gamma.
\end{aligned} \tag{14}$$

Opgemerkt wordt nog dat

$$\operatorname{Re} \frac{Q_1^2 Q_{-2}}{|Q_1|} = |Q_1| |Q_2| \cos (2\beta_1 - \beta_2). \tag{15}$$

De complex geconjugeerde grootheden  $A_{-1}$ ,  $A_{-2}$  volgen direct uit (13) door  $Q_1$ ,  $Q_2$ , enz. door hun complex geconjugeerden te vervangen.

Indien het  $M_4$ -getij niet wordt beschouwd, worden de formules voor  $A_0$ ,  $A_1$  en  $A_2$  veel eenvoudiger, daar dan alleen de termen met  $k_{00}$ ,  $k_{10}$  en  $k_{20}$  overblijven. Dit speciale geval werd door MAZURE beschouwd.

Is bovendien nog de opperwaterafvoer  $Q_0$  gelijk aan nul, dan blijft vanwege  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ , alleen de term met  $k_{10} = \frac{16}{3\pi}$  over. Dit eenvoudigste geval werd bij de berekeningen van de Staatscommissie-Zuiderzee beschouwd.

De formules worden ook eenvoudiger als de voorplanting van het  $M_2$ - en  $M_4$ -getij moet worden berekend, maar de invloed van de opperwaterafvoer kan worden verwaarloosd. Dan zijn vanwege  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  de waarden als volgt:

$$\begin{array}{lll}
k_{00} = 0 & k_{10} = \frac{16}{3\pi} & k_{20} = 0 \\
k_{01} = \frac{16}{3\pi} & k_{11} = 0 & k_{21} = \frac{8}{\pi} \\
k_{02} = 0 & k_{12} = 0 & k_{22} = -\frac{8}{15\pi} \\
k_{03} = 0 & k_{13} = \frac{4}{\pi} & k_{23} = 0 \\
& k_{14} = -\frac{2}{3\pi} & k_{24} = 0 \\
& k_{15} = \frac{2}{5\pi} & k_{25} = 0.
\end{array}$$

Hieruit blijkt, dat ook bij samengaan van het  $M_2$ - en  $M_4$ -getij een middenstandsverval optreedt, omdat  $k_{01}$  ongelijk aan nul is. Voor het meer algemene geval vergelijken we nog de onderlinge grootte van de verschillende termen in (13). In tabelvorm is een overzicht gegeven van de maximale en minimale waarden van de grootheden  $k_{pq}$  en de waarden van  $\cos \gamma$ , ( $0 \leq \gamma < \frac{\pi}{2}$ ), waarbij deze bereikt worden. In de tweede kolom zijn ook de moduli aangegeven van de factoren, waarmee  $k_{pq}$  moet worden vermenigvuldigd. Voorts zijn de coëfficiënten weergegeven in volgorde van belangrijkheid.

	$k_{pq}$	Moduli	Maximum-waarde	$\cos \gamma$ bij maximum	Minimum-waarde	$\cos \gamma$ bij minimum
Middenstandstermen	$k_{00}$	$ Q_1 ^2$	6	1	0	0
	$k_{01}$	$ Q_1   Q_2 $	$\frac{16}{3\pi}$	0	0	1
	$k_{02}$	$ Q_2 ^2$	2	1	0	0
	$k_{03}$	$ Q_2 ^2$	$\frac{1}{\pi}$	0,38	$-\frac{1}{\pi}$	0,92
Coëfficiënten $M_2$ -getij	$k_{10}$	$ Q_1 ^2$	4	1	$\frac{16}{3\pi}$	0
	$k_{11}$	$ Q_1   Q_2 $	2	1	0	0
	$k_{12}$	$ Q_1   Q_2 $	0	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$	0,5
	$k_{13}$	$ Q_2 ^2$	$\frac{4}{\pi}$	0	0	1
	$k_{14}$	$ Q_2 ^2$	$\frac{2}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{2}{3\pi}$	0
	$k_{15}$	$ Q_2 ^2$	$\frac{2}{5\pi}$	0,95 en 0	$-\frac{2}{5\pi}$	0,59
Coëfficiënten $M_4$ -getij	$k_{20}$	$ Q_1 ^2$	1	1	0	0
	$k_{21}$	$ Q_1   Q_2 $	4	1	$\frac{8}{\pi}$	0
	$k_{22}$	$ Q_1   Q_2 $	$\frac{4\sqrt{2}}{15\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{8}{15\pi}$	0
	$k_{23}$	$ Q_2 ^2$	0	0 en 1	$-\frac{2}{\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
	$k_{24}$	$ Q_2 ^2$	0	0 en 1	$-\frac{1}{\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
	$k_{25}$	$ Q_2 ^2$	$\frac{1}{3\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{3\pi}$	0,26 en 0,97

Op de Nederlandse rivieren is in het algemeen  $|Q_2| < 0,5 |Q_1|$ . Voor praktische doeleinden kan men bij de berekeningen de termen met  $k_{02}$ ,  $k_{03}$ ,  $k_{13}$ ,  $k_{14}$ ,  $k_{15}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{23}$ ,  $k_{24}$  en  $k_{25}$  meestal verwaarlozen en ook soms de term met  $k_{12}$ .

De belangrijkste termen zijn die met de coëfficiënten  $k_{00}$ ,  $k_{01}$ ,  $k_{10}$ ,  $k_{11}$ ,  $k_{20}$  en  $k_{21}$ .

Om een indruk te verkrijgen van de nauwkeurigheid van de hiervoren afgeleide formules van de Fourier-ontwikkeling van  $|Q|$ , werden deze toegepast op een praktisch geval. Hierbij worden deze uitkomsten vergeleken met de Fourier-ontwikkeling, waarbij wel rekening gehouden wordt met de juiste nulpunten van  $Q$ . Gekozen werd het geval

$$Q = \cos \omega t + 0,4 \cos 2 \omega t.$$

Hierbij bedraagt, in overeenstemming met de omstandigheden op de Nederlandse rivieren, de amplitude van het  $M_4$ -getij 0,4 van die van het  $M_2$ -getij. De fasehoek tussen beide getijden, nl. nul graden, is zo gekozen, dat het verschil tussen de benaderde en de exacte kenteringspunten belangrijk is, nl. bijna  $20^\circ$  (dus in tijdschaal ongeveer 40 minuten).

Indien de nulpunten van  $Q = 0$  benaderd worden door die van  $\cos \omega t = 0$ , zodat  $\omega t_1 = \frac{\pi}{2}$  en  $\omega t_2 = -\frac{\pi}{2}$ , wordt volgens (13) en (14) voor de Fourier-analyse gevonden:

$$|Q|Q = 0,170 + 0,944 \cos \omega t + 0,475 \cos 2 \omega t.$$

De nauwkeurige Fourier-analyse volgens numerieke berekening luidt:

$$|Q|Q = 0,158 + 0,942 \cos \omega t + 0,499 \cos 2 \omega t.$$

Hieruit blijkt, dat de fout in de bepaling van de gemiddelde waarde ongeveer 8% bedraagt en die in de amplitude van het  $M_4$ -getij ongeveer 5%. De fout in de berekening van de met het  $M_2$ -getij corresponderende term is te verwaarlozen klein.

Uit het voorgaande blijkt, dat de toegepaste benaderingsmethode voor de Fourier-analyse van  $|Q|Q$  voor de Nederlandse rivieren kan worden toegepast.

Indien de amplitude van het  $M_4$ -getij ongeveer even groot is als die van het  $M_2$ -getij, geeft de benaderde methode voor de bepaling van de kenteringspunten belangrijke afwijkingen voor de berekening van de middenstand en het  $M_4$ -getij.

Dit blijkt als

$$Q = \cos \omega t + \cos 2 \omega t$$

wordt beschouwd.

De exacte Fourier-analyse voor  $|Q|Q$  geeft:

$$|Q|Q = 0,287 + 1,404 \cos \omega t + 1,446 \cos 2 \omega t,$$

terwijl volgens de formules (13) en (14) wordt gevonden:

$$|Q|Q = 0,424 + 1,443 \cos \omega t + 1,188 \cos 2 \omega t.$$

Hieruit blijkt, dat de met het  $M_2$ -getij corresponderende term praktisch niet door de benaderde analyse wordt beïnvloed, maar wel de gemiddelde waarde (afwijking ongeveer 50%), en ook de met het  $M_4$ -getij corresponderende term (afwijking 18%).

4.3.3.3 *De methode, die berust op de bepaling van de extreme waarden van  $Q$ .* Terwijl de vorige methode beruiste op de bepaling van de kenteringstijdstippen, worden nu de maximum- en minimumwaarden  $Q_p$  en  $-Q_q$ , ( $Q_q > 0$ ), van de stroom  $Q$  op een riviervak als bekend verondersteld.

Men kan weer twee wegen volgen voor de bepaling van de ontwikkeling van  $|Q|Q$ , nl. òf het bepalen van de ontwikkeling van  $|Q|Q$  direct, òf het vermenigvuldigen van de ontwikkelingen van  $|Q|$  en  $Q$ . Indien de extreme waarden exact bekend zijn is de hoeveelheid rekenwerk voor de bepaling van de ontwikkeling volgens de eerste methode minder. Zijn de extremen bij benadering bekend, dan heeft de tweede methode de voorkeur, omdat dan de benaderingen alleen voor de bepaling van de ontwikkeling voor  $|Q|$  behoeven te worden ingevoerd. In het vervolg worden de formules voor beide methoden aangegeven.

Nu worden de volgende grootheden ingevoerd:

$$\left. \begin{aligned} Q_a &= \frac{Q_p + Q_q}{2}, & Q_b &= \frac{Q_p - Q_q}{2}, \\ p &= \frac{Q_b}{Q_a}, & x &= \frac{Q - Q_b}{Q_a}. \end{aligned} \right\} (16)$$

Voor de bepaling van de ontwikkeling voor  $|Q|Q$  wordt geschreven:

$$\begin{aligned} \text{met} \quad & |Q|Q = Q^2 |p+x| (p+x), \\ \text{en} \quad & -1 < p < 1 \\ & -1 \leq x \leq 1. \end{aligned} \quad (17)$$

In verband hiermede wordt gesteld:

$$\left. \begin{aligned} p &= \cos \alpha, & (0 < \alpha < \pi) \\ x &= \cos \vartheta. \end{aligned} \right\} (18)$$

Voor de even functie in  $\vartheta$

$$y = |\cos \alpha + \cos \vartheta| (\cos \alpha + \cos \vartheta) \quad (19)$$

is de Fourier-ontwikkeling

$$y = a_0 + a_1 \cos \vartheta + \dots + a_n \cos n\vartheta + \dots, \quad (20)$$

waarbij:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \left( -\int_{-\pi}^{-\pi+\alpha} + \int_{-\pi+\alpha}^{\pi-\alpha} - \int_{\pi-\alpha}^{\pi} \right) (\cos \alpha + \cos \vartheta)^2 d\vartheta \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \left( -\int_{-\pi}^{-\pi+\alpha} + \int_{-\pi+\alpha}^{\pi-\alpha} - \int_{\pi-\alpha}^{\pi} \right) (\cos \alpha + \cos \vartheta)^2 \cos n\vartheta d\vartheta. \end{aligned}$$

Na enige berekening blijkt dan:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi} \left[ (2 + \cos 2\alpha) \left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) + \frac{3}{2} \sin 2\alpha \right] \\ a_1 &= \frac{1}{\pi} \left[ 4 \cos \alpha \left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) + 3 \sin \alpha + \frac{1}{3} \sin 3\alpha \right] \\ a_2 &= \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{2}\pi - \alpha + \frac{2}{3} \sin 2\alpha - \frac{1}{12} \sin 4\alpha \right] \\ a_n &= (-1)^{n+1} \frac{2}{n\pi} \left[ \frac{\sin (n-2)\alpha}{(n-1)(n-2)} - \frac{2 \sin n\alpha}{(n+1)(n-1)} + \frac{\sin (n+2)\alpha}{(n+2)(n+1)} \right], \quad (n \geq 3). \end{aligned} \right\} (21)$$

Deze Fourier-ontwikkeling convergeert gelijkmatig voor het gehele gesloten interval  $(-\pi, +\pi)$ . Bij vergelijking met de coëfficiënten  $k_{ij}$ , die in (14) zijn weergegeven, blijkt dat in het bijzondere geval  $\alpha = \gamma$ , geldt:

$$\left. \begin{aligned} 4 a_0 &= k_{00} \\ 2 a_1 &= k_{10} \\ 2 a_2 &= k_{20}. \end{aligned} \right\} (22)$$

Wordt  $y = |Q| = Q_a |p+x|$  ontwikkeld, dan wordt voor de overeenkomstige coëfficiënten van (20),  $a_0'$ ,  $a_1'$ , enz. gevonden:

$$\left. \begin{aligned} a_0' &= \frac{1}{\pi} [(\pi - 2\alpha) \cos \alpha + 2 \sin \alpha] \\ a_1' &= \frac{1}{\pi} [\pi - 2\alpha + \sin 2\alpha] \\ a_n' &= (-1)^n \frac{2}{\pi n} \left[ \frac{\sin (n-1)\alpha}{n-1} - \frac{\sin (n+1)\alpha}{n+1} \right], \quad (n \geq 2). \end{aligned} \right\} (23)$$



Deze Fourier-ontwikkeling convergeert ook gelijkmatig voor het gehele interval  $(-\pi, +\pi)$ .

Omgekeerd kunnen de functies  $\cos n\vartheta$ , in (20), weer worden uitgedrukt in veeltermen van  $x = \cos \vartheta$ , de zg. polynomen van Tchebycheff. Bijvoorbeeld:

$$\left. \begin{aligned} \cos \vartheta &= x \\ \cos 2 \vartheta &= 2 x^2 - 1 \\ \cos 3 \vartheta &= 4 x^3 - 3 x \\ \cos 4 \vartheta &= 8 x^4 - 8 x^2 + 1 \\ \cos 5 \vartheta &= 16 x^5 - 20 x^3 + 5 x, \end{aligned} \right\} (24)$$

enz.

Na substitutie van (21) en (24) in (20) wordt gevonden, als de reeks na  $\cos 5\vartheta$  wordt afgebroken:

$$y = \frac{1}{\pi} (c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + c_5 x^5) \quad (25)$$

waarin:

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= (1 + \cos 2\alpha) \left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) + \frac{3}{4} \sin 2\alpha + \frac{3}{20} \sin 4\alpha - \frac{1}{60} \sin 6\alpha \\ c_1 &= 2 \cos \alpha (\pi - 2\alpha) + 2 \sin \alpha + \sin 3\alpha - \frac{4}{15} \sin 5\alpha + \frac{1}{21} \sin 7\alpha \\ c_2 &= (\pi - 2\alpha) + 2 \sin 2\alpha - \frac{7}{10} \sin 4\alpha + \frac{2}{15} \sin 6\alpha \\ c_3 &= \frac{4}{3} \sin \alpha - \frac{4}{3} \sin 3\alpha + \frac{4}{5} \sin 5\alpha - \frac{4}{21} \sin 7\alpha \\ c_4 &= -\frac{2}{3} \sin 2\alpha + \frac{8}{15} \sin 4\alpha - \frac{2}{15} \sin 6\alpha \\ c_5 &= \frac{8}{15} \sin 3\alpha - \frac{8}{15} \sin 5\alpha + \frac{16}{105} \sin 7\alpha. \end{aligned} \right\} (26)$$

Als de ontwikkeling van  $|Q|$  wordt beschouwd, worden de analoge coëfficiënten van (25), als daarin de  $c$ -waarden met accenten zijn aangeduid:

$$\left. \begin{aligned} c_0' &= (\pi - 2\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 3\alpha - \frac{1}{10} \sin 5\alpha \\ c_1' &= \pi - 2\alpha + 2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha + \frac{1}{3} \sin 6\alpha \\ c_2' &= 2 \sin \alpha - 2 \sin 3\alpha + \frac{4}{5} \sin 5\alpha \\ c_3' &= -\frac{4}{3} \sin 2\alpha + \frac{8}{3} \sin 4\alpha - \frac{4}{3} \sin 6\alpha \\ c_4' &= \frac{4}{3} \sin 3\alpha - \frac{4}{5} \sin 5\alpha \\ c_5' &= -\frac{8}{5} \sin 4\alpha + \frac{16}{15} \sin 6\alpha. \end{aligned} \right\} (27)$$

We kunnen in (25) weer de variabele  $Q$  invoeren, vanwege

$$x = \frac{Q}{Q_a} - \cos \alpha. \quad (16a)$$

Volgens (2) is dan

$$Q_a x = S + u Q_1 + \text{c.c.} + u^2 Q_2 + \text{c.c.}, \quad (28)$$

waarin

$$u = e^{i\omega t},$$

$$S = Q_0 - Q_a \cos \alpha$$

Voor de verschillende machten  $(Q_a x)^k$ ,  $k = 2, \dots, 5$ , worden in (29) de termen van de ontwikkelingen vermeld tot en met  $u^2$ :

$$\begin{aligned} (Q_a x)^2 &= S^2 + 2(|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + u(2SQ_1 + 2Q_{-1}Q_2) + \text{c.c.} + \\ &\quad + u^2(Q_1^2 + 2SQ_2) + \text{c.c.}, \\ (Q_a x)^3 &= S^3 + 6S(|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 6\text{Re } Q_1^2 Q_{-2} + u[Q_1\{3S^2 + \\ &\quad + 3(|Q_1|^2 + 2|Q_2|^2)\} + Q_{-1}Q_2 6S] + \text{c.c.} + u^2[Q_2\{3S^2 + \\ &\quad + 3(2|Q_1|^2 + |Q_2|^2)\} + Q_1^2 3S] + \text{c.c.}, \\ (Q_a x)^4 &= S^4 + 12S^2(|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 24S\text{Re } Q_1^2 Q_{-2} + 6(|Q_1|^4 + \\ &\quad + 4|Q_1|^2|Q_2|^2 + |Q_2|^4) + \\ &\quad + u[Q_1\{4S^3 + 12S(|Q_1|^2 + 2|Q_2|^2) + 4Q_1^2 Q_{-2}\} + \\ &\quad + Q_{-1}Q_2\{12S^2 + 12(|Q_1|^2 + |Q_2|^2)\}] + \text{c.c.} + \\ &\quad + u^2[Q_2\{4S^3 + 12S(2|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 6Q_{-1}^2 Q_2\} + \\ &\quad + Q_1^2\{6S^2 + 4(|Q_1|^2 + 3|Q_2|^2)\}] + \text{c.c.}, \\ (Q_a x)^5 &= S^5 + 20S^3(|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 60S^2\text{Re } Q_1^2 Q_{-2} + 30S(|Q_1|^4 + \\ &\quad + 4|Q_1|^2|Q_2|^2 + |Q_2|^4) + 20\text{Re } Q_1^2 Q_{-2}(2|Q_1|^2 + \\ &\quad + 3|Q_2|^2) + u[Q_1\{5S^4 + 30S^2(|Q_1|^2 + 2|Q_2|^2) + \\ &\quad + 20SQ_1^2 Q_{-2} + 10(|Q_1|^4 + 6|Q_1|^2|Q_2|^2 + 3|Q_2|^4)\} + \\ &\quad + Q_{-1}Q_2\{20S^3 + 60S(|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 10Q_{-1}^2 Q_2\}] + \text{c.c.} + \\ &\quad + u^2[Q_2\{5S^4 + 30S^2(2|Q_1|^2 + |Q_2|^2) + 30SQ_{-1}^2 Q_2 + \\ &\quad + 10(3|Q_1|^4 + 6|Q_1|^2|Q_2|^2 + |Q_2|^4)\} + Q_1^2\{10S^3 + \\ &\quad + 20S(|Q_1|^2 + 3|Q_2|^2) + 5Q_1^2 Q_{-2}\}] + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (29)$$

Na substitutie van (29) in (25) wordt voor  $y$  gevonden:

$$y = P_0 + P_1 e^{i\omega t} + P_2 e^{2i\omega t} + \text{c.c.}, \quad (30)$$

waarin:

$$\begin{aligned} \pi P_0 &= f_0 + 2f_2 \left( \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right) + 6f_4 \left[ \frac{|Q_1|^4}{Q_a^4} + 4 \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} + \frac{|Q_2|^4}{Q_a^4} \right] + \\ &\quad + \frac{2\text{Re } Q_1^2 Q_{-2}}{Q_a^3} \left\{ 3f_3 + 10f_5 \left[ 2 \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + 3 \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (31a)$$

en

$$\begin{aligned} \pi P_1 &= \frac{Q_1}{Q_a} \left\{ f_1 + 3f_3 \left[ \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + 2 \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right] + 10f_5 \left[ \frac{|Q_1|^4}{Q_a^4} + 6 \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 3 \frac{|Q_2|^4}{Q_a^4} \right] \right\} + \frac{Q_{-1}Q_2}{Q_a^2} \left\{ 2f_2 + 12f_4 \left[ \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right] \right\} + \frac{Q_1^3 Q_{-2}}{Q_a^4} 4f_4 + \\ &\quad + \frac{Q_{-1}^3 Q_2^2}{Q_a^5} 10f_5 \end{aligned} \quad (31b)$$

en

$$\begin{aligned} \pi P_2 = \frac{Q_2}{Q_a} \left\{ f_1 + 3 f_3 \left[ 2 \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right] + 10 f_5 \left[ 3 \frac{|Q_1|^4}{Q_a^4} + 6 \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{|Q_2|^4}{Q_a^4} \right] \right\} + \frac{Q_1^2}{Q_a^2} \left\{ f_2 + 4 f_4 \left[ \frac{|Q_1|^2}{Q_a^2} + 3 \frac{|Q_2|^2}{Q_a^2} \right] \right\} + \frac{Q_1^{-2} Q_2^2}{Q_a^4} 6 f_4 + \\ + \frac{Q_1^4 Q_2^{-2}}{Q_a^5} 5 f_5. \end{aligned} \quad (31c)$$

Hierin is:

$$\begin{aligned} f_0 &= c_0 + c_1 \frac{S}{Q_a} + c_2 \frac{S^2}{Q_a^2} + c_3 \frac{S^3}{Q_a^3} + c_4 \frac{S^4}{Q_a^4} + c_5 \frac{S^5}{Q_a^5} \\ f_1 &= c_1 + 2 c_2 \frac{S}{Q_a} + 3 c_3 \frac{S^2}{Q_a^2} + 4 c_4 \frac{S^3}{Q_a^3} + 5 c_5 \frac{S^4}{Q_a^4} \\ f_2 &= c_2 + 3 c_3 \frac{S}{Q_a} + 6 c_4 \frac{S^2}{Q_a^2} + 10 c_5 \frac{S^3}{Q_a^3} \\ f_3 &= c_3 + 4 c_4 \frac{S}{Q_a} + 10 c_5 \frac{S^2}{Q_a^2} \\ f_4 &= c_4 + 5 c_5 \frac{S}{Q_a} \\ f_5 &= c_5 \end{aligned} \quad (32)$$

Men verkrijgt de gevraagde ontwikkeling voor  $|Q|Q$  door eerst in (32), voor  $c_0$  t/m  $c_5$  de aangegeven waarden in (26) te substitueren en daarna te stellen:

$$|Q|Q = Q_a^2 y,$$

terwijl  $y$  in (30) is gedefinieerd.

Wordt echter eerst de ontwikkeling voor  $|Q|$  beschouwd, dan moeten in (32) voor  $c_0$  t/m  $c_5$ , de waarden van (27) worden gesubstitueerd. Dan is

$$|Q| = Q_a y$$

terwijl  $y$  weer uit (30) volgt. Ten slotte wordt dan de ontwikkeling voor  $|Q|Q$  verkregen door het product van  $Q$  – volgens (2') – en  $Q_a y$  te bepalen, tot en met  $e^{2i\omega t}$  nauwkeurig.

Als bij de afleiding van de harmonische ontwikkeling van de weerstandsterm,  $Q_2 = 0$  gesteld wordt, dan is, volgens (16),  $Q_a = 2|Q_1|$  en  $Q_b = Q_0$ . Immers als de vloedstroom positief wordt gerekend en dus de opperwaterafvoer  $Q_0$  negatief, is

$$Q_p = 2|Q_1| + Q_0$$

en

$$Q_q = 2|Q_1| - Q_0.$$

Vanwege (9), (16) en (18) is  $\cos \alpha = \frac{Q_0}{2|Q_1|}$  en dus  $\alpha = \gamma$ . Volgens (22) is dan de ontwikkeling van  $|Q|Q$  voor de berekening van middenstand, eerste harmonische en tweede harmonische, dezelfde als volgens de methode met de kenteringspunten (zie 4.3.2.2); immers in dit geval zijn de kenteringspunten met behulp van (9) exact bepaald. Om in te zien, dat in dit geval (20) na vermenigvuldiging met  $4|Q_1|^2$  inderdaad de Fourier-ontwikkeling voor  $|Q|Q$  voorstelt, moet overwogen worden, dat volgens (2), (2') en (16):

$$x = \cos \vartheta = \frac{Q_1 - Q_0}{2|Q_1|} = \cos(\omega t + \beta_1(x)),$$

zodat

$$\vartheta = \omega t + \beta_1(x).$$

Hierin stelt  $a_1 \cos \vartheta$  de eerste,  $a_2 \cos 2\vartheta$  de tweede harmonische, en  $a_n \cos n\vartheta$  de  $n^{\text{de}}$  harmonische van  $\frac{1}{2} |Q_1|^{-2} |Q| Q$  voor.

Een overzichtelijke formule voor de ontwikkeling van  $|Q| Q$  wordt ook gevonden als  $Q_b = 0$  is en dus de absolute waarden van de extremen van  $Q$  aan elkaar gelijk zijn. Dan is  $p = 0$  en dus  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , zodat volgens (20) en (21):

$$|Q| Q = Q_a^2 y = \frac{8}{\pi} Q_a^2 \left[ \frac{1}{3} \cos \vartheta + \frac{1}{1.3.5} \cos 3 \vartheta - \frac{1}{3.5.7} \cos 5 \vartheta + \dots \dots \dots \right. \\ \left. + \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \cos (2n+1) \vartheta + \dots \dots \dots \right]. \quad (33)$$

Daarna moet voor  $\cos k\vartheta$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) weer de bijbehorende polynoom van Tchebycheff worden gesubstitueerd en  $\frac{Q}{Q_a}$  voor  $x$ , enz.

In dit geval is  $\frac{8}{3\pi}$  de coëfficiënt van  $\cos \vartheta$ , en ze is dus gelijk aan de coëfficiënt, die het eerst door LORENTZ (zie [16], § 144) werd bepaald voor de Fourier-ontwikkeling van  $|Q| Q$ , als alleen het  $M_2$ -getij wordt beschouwd. Dan zijn ook de extremen van  $Q$  gelijk, terwijl  $\vartheta = \omega t + \beta$  is, als  $\omega$  de frequentie van het  $M_2$ -getij is. Volgens (33) is dan de coëfficiënt van de  $(2n+1)$ e harmonische van de Fourier-ontwikkeling van  $|Q| Q$ , als  $q_1$  de amplitude van het  $M_2$ -getij voorstelt:

$$\frac{8 (-1)^{n+1}}{\pi (2n-1)(2n+1)(2n+3)} q_1^2.$$

Met behulp van de ontwikkeling voor  $|Q| Q$  volgens (20), (21), enz. kan gemakkelijk de fout geschat worden als deze ontwikkeling bij de term  $a_n \cos n\vartheta$  wordt afgebroken.

Ten slotte hieromtrent nog de volgende opmerking: Het is niet mogelijk om na substitutie van (24) in de oneindig voortlopende reeks (20) de som te bepalen van de coëfficiënten van de termen met  $x^k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ). Het blijkt, dat de som van deze coëfficiënten voor iedere  $k$  divergeert.

Wel is het geoorloofd om de ontwikkeling bij  $\cos n\vartheta$  af te breken. Dan mogen uiteraard in de betreffende veelterm in  $x$  wel de termen met kleine waarden worden weggelaten.

Om een indruk te geven van de nauwkeurigheid van deze ontwikkeling worden weer dezelfde voorbeelden beschouwd als bij de eerste methode (4.3.2.2).

Bij deze gevallen zijn de absolute extremen direct te bepalen en dus ook  $Q_a$  en  $S$  (zie (8) en (28)).

Voor het geval

$$Q = \cos \omega t + 0,4 \cos 2\omega t,$$

wordt gevonden

$$|Q| Q = 0,158 + 0,940 \cos \omega t + 0,500 \cos 2 \omega t,$$

terwijl volgens de nauwkeurige analyse geldt:

$$|Q| Q = 0,158 + 0,942 \cos \omega t + 0,499 \cos 2 \omega t.$$

Hieruit blijkt, dat bij deze methode nauwkeuriger uitkomsten worden gevonden dan bij de methode, die op de benaderende bepaling van de kenteringspunten berust.

Ook voor het geval, dat de amplitude van het  $M_1$ -getij gelijk is aan die van het  $M_2$ -getij worden veel betere uitkomsten gevonden.

Voor  $Q = \cos \omega t + \cos 2 \omega t$  wordt gevonden

$$|Q| Q = 0,283 + 1,414 \cos \omega t + 1,439 \cos 2 \omega t,$$

terwijl volgens de exacte analyse geldt:

$$|Q| Q = 0,287 + 1,404 \cos \omega t + 1,446 \cos 2 \omega t.$$

Het blijkt zelfs, dat bij toepassing van de eenvoudiger benaderingsformules, die verkregen worden door in (20) de termen met  $\cos n\vartheta$ , ( $n > 3$ ), weg te laten, voor de praktijk voldoende nauwkeurige formules worden verkregen. Dan is onder andere  $f_4 = f_5 = 0$ , terwijl ook de coëfficiënten  $c_0$  t/m  $c_3$  wijzigingen ondergaan, namelijk

$$\begin{aligned}c_0'' &= \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) (1 + \cos 2\alpha) + \frac{5}{6} \sin 2\alpha + \frac{1}{12} \sin 4\alpha \\c_1'' &= \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) 4 \cos \alpha + 2 \sin \alpha + \frac{5}{6} \sin 3\alpha - \frac{1}{10} \sin 5\alpha \\c_2'' &= \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) 2 + \frac{4}{3} \sin 2\alpha - \frac{1}{6} \sin 4\alpha \\c_3'' &= \frac{4}{3} \sin \alpha - \frac{2}{3} \sin 3\alpha + \frac{2}{15} \sin 5\alpha.\end{aligned}$$

Bij de bovengenoemde voorbeelden zijn dan resp.:

$$\begin{aligned}|Q| \quad Q &= 0,163 + 0,932 \cos \omega t + 0,506 \cos 2 \omega t, \\|Q| \quad Q &= 0,279 + 1,416 \cos \omega t + 1,443 \cos 2 \omega t.\end{aligned}$$

De voorgaande methode kan echter alleen toegepast worden als de extremen van  $Q(x,t)$  bij benadering bepaald zijn.

Voor de bepaling van deze extremen moeten de wortels bepaald worden van  $\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$ , of volgens (2) van:

$$\sin \omega t + \frac{2q_2}{q_1} \sin (2 \omega t + \beta_2 - 2 \beta_1) = 0. \quad (34)$$

Indien  $2 q_2$  voldoende klein is ten opzichte van  $q_1$ , kunnen gemakkelijk eenvoudige benaderingen voor  $Q_a$  en  $Q_b$ , zie (16), worden bepaald in complexe vorm:

$$\begin{aligned}Q_a &= 2 |Q_1| \\Q_b &= Q_0 + 2 |Q_1| \operatorname{Re} \frac{Q_2 Q_1^{-2}}{|Q_1|^3}.\end{aligned} \quad (35)$$

Deze benadering wordt gevonden door de nulpunten van (34) te benaderen door resp.  $\omega t_1 = \omega \Delta t_1$  en  $\omega t_2 = \pi - \omega \Delta t_2$  en daarna voor  $\omega \Delta t$  met behulp van (34) een lineaire vergelijking af te leiden. Dan blijkt:

$$\begin{aligned}\omega \Delta t_1 &= \frac{-2q_2 \sin \beta}{q_1 + 4q_2 \cos \beta} \\ \omega \Delta t_2 &= \frac{-2q_2 \sin \beta}{q_1 - 4q_2 \cos \beta},\end{aligned}$$

waarin:

$$\beta = \beta_2 - 2\beta_1.$$

Daarna kunnen de extremen van (2) bepaald worden.

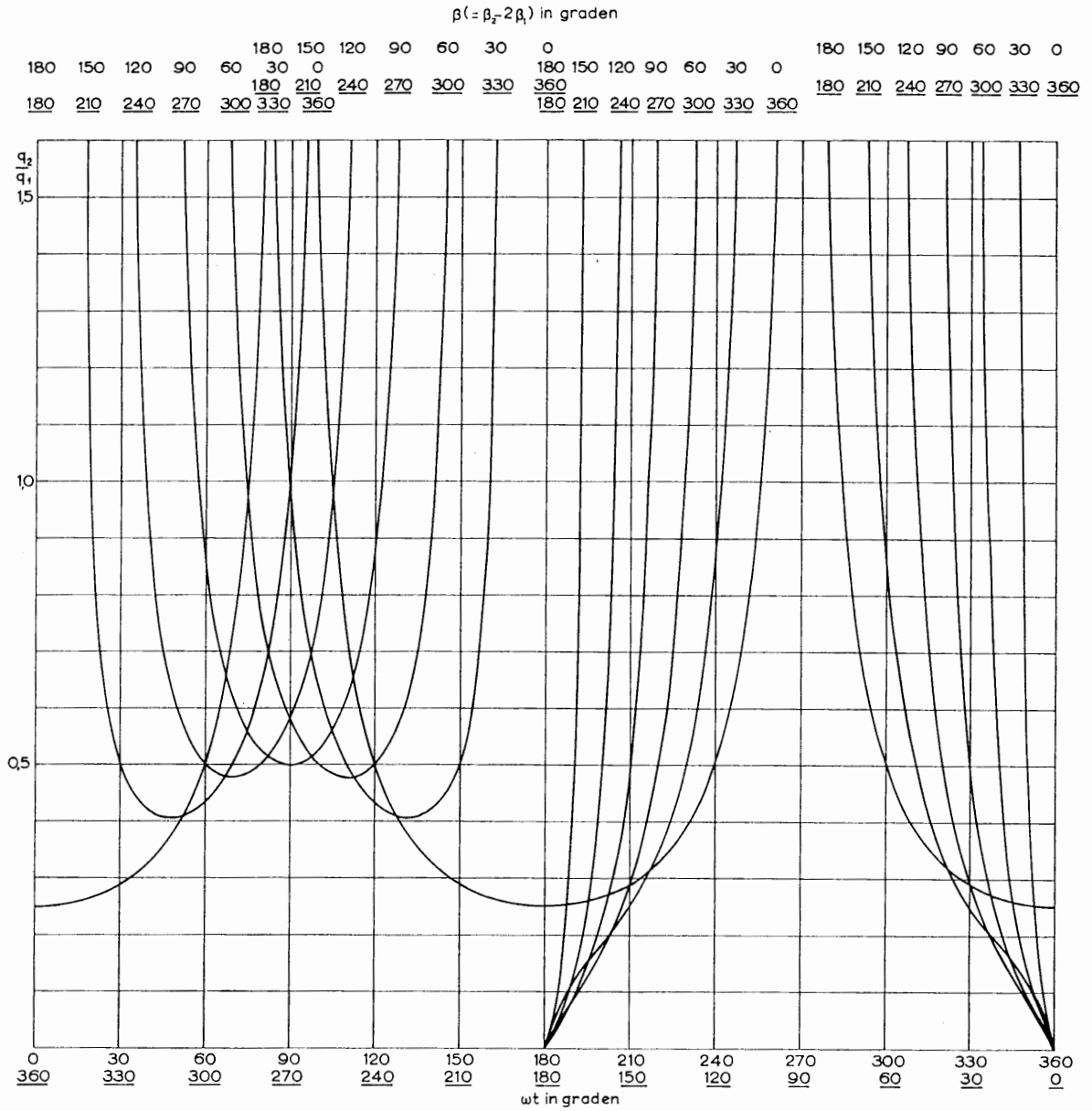
Indien  $2 q_2$  niet te verwaarlozen is ten opzichte van  $q_1$ , zoals op de Nederlandse rivieren, waar  $2 q_2$  van dezelfde orde van grootte is als  $q_1$ , is (34) slechts voor bepaalde waarden van  $\beta = \beta_2 - 2 \beta_1$  exact op te lossen.

Dit is het geval als  $\beta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$  en  $\frac{3\pi}{2}$  is.

Voor andere waarden van  $\beta$  is het het eenvoudigst om de wortels van (34) grafisch te bepalen.

Hierin treden twee parameters op, nl.  $\frac{q_2}{q_1}$  en  $\beta$ . Nu worden voor  $\beta$  resp. de waarden  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ , enz. beschouwd.

Met behulp van de grafieken in figuur 4.3.1 zijn de wortels  $\omega t$  van deze vergelijking bij bepaalde waarden van  $\beta$  en van  $\frac{q_2}{q_1}$  af te lezen.



Figuur 4.3.1. Grafische bepaling van de wortels van de vergelijking  $\sin \omega t + 2 \frac{q_2}{q_1} \sin (2 \omega t + \beta) = 0$

Bij de praktische toepassing voor de bepaling van de ontwikkeling van  $|Q|$ , moeten de waarden van  $\frac{q_2}{q_1}$  en van  $\beta$  eerst geschat worden. Op de Nederlandse rivieren is de waarde van  $\frac{q_2}{q_1}$  meestal tussen 0,3 en 0,5 gelegen en dus voldoende nauwkeurig te schatten. Voor het merendeel van de riviervakken is de waarde van  $\beta$  tussen  $20^\circ$  en  $60^\circ$  gelegen.

Indien de wortels  $\omega t_1$  en  $\omega t_2$  met behulp van de grafiek bepaald zijn, volgen de extreme waarden  $Q_p$  en  $Q_q$  resp. uit

$$Q_p = Q_0 + q_1 \cos \omega t_1 + q_2 \cos (2\omega t_1 + \beta)$$

en

$$Q_q = Q_0 + q_1 \cos \omega t_2 + q_2 \cos (2\omega t_2 + \beta),$$

waarin

$$\beta = \beta_2 - 2\beta_1.$$

Daarna kunnen  $Q_a$  en  $Q_b$  worden berekend, enz.

In de loop van de berekeningen, die in de volgende paragraaf worden behandeld, worden dan de schattingen nader geverifieerd en verbeterd.

Om een indruk te krijgen van de wijzigingen, die in de waarden van  $Q_p$  en  $Q_q$  kunnen optreden bij variaties in de aannamen van  $\beta$  en  $\frac{q_2}{q_1}$ , worden de volgende gevallen beschouwd:

1.  $Q_0 = 0, q_1 = 1, q_2 = 0,3; \beta = 60^\circ, \beta = 30^\circ;$
2.  $Q_0 = 0, q_1 = 1, q_2 = 0,5; \beta = 60^\circ, \beta = 30^\circ.$

Dan wordt gevonden resp. in het eerste geval:

en

$$Q_p = 1,23, \quad Q_q = -1,02, \quad (\beta = 60^\circ)$$

$$Q_p = 1,28, \quad Q_q = -0,87, \quad (\beta = 30^\circ)$$

en in het tweede geval:

en

$$Q_p = 1,41, \quad Q_q = -1,15, \quad (\beta = 60^\circ)$$

$$Q_p = 1,48, \quad Q_q = -0,96, \quad (\beta = 30^\circ).$$

Hieruit blijkt, dat bij grote variaties in de aannamen voor  $\beta$  de variaties in  $Q_p$  ongeveer 5% zijn en die in  $Q_q$  15% à 20%. De waarde van  $Q_p$  is nauwkeuriger te schatten dan die van  $Q_q$ .

4.3.3.4 *De harmonische ontwikkeling van de weerstandsterm volgens de machtreeksmethode.* De harmonische ontwikkeling van de weerstandsterm  $|Q|/Q$  werd door STROBAND [18] op de volgende wijze bereikt:

Hij beschouwde de functie

$$f(s') = q_1^2(x) |s'| s',$$

waarin  $q_1$  de stroomamplitude van het sinusoidale  $M_2$ -getij is, en  $s'$  gedefinieerd is volgens

$$Q(x,t) = q_1(x) s',$$

waarin  $Q(x,t)$  weer de totale stroom door een dwarsprofiel voorstelt op het tijdstip  $t$ .

Indien  $q_1$  groter is dan de opperwaterafvoer  $Q_0$ , zal de grootheid  $s'$  in de loop van het getij van teken veranderen.

Nu blijkt, dat voor de Nederlandse rivieren

$$|s'| < 2$$

gesteld kan worden.

Vervolgens wordt nu de functie  $|s'| s'$  op empirische wijze benaderd door een polynoom. Als gesteld wordt

$$|s'| s' = A_1 s' + A_3 s'^3 + A_5 s'^5 + A_7 s'^7,$$

worden de coëfficiënten  $A_1, A_3, A_5$  en  $A_7$  bepaald door substitutie van de waarden  $s' = 0,5, s' = 1,0, s' = 1,5$  en  $s' = 2,0$ .

Dan is  $|s'| s'$  respectievelijk gelijk aan 0,25, 1,00, 2,25 en 4,00. Uit de betreffende vier lineaire vergelijkingen kunnen dan de coëfficiënten  $A_1$  tot en met  $A_7$  berekend worden. Dan wordt gevonden:

$$|s'| s' = 0,2857 s' + 0,9111 s'^3 - 0,2222 s'^5 + 0,0254 s'^7. \quad (36)$$

Voor het rechterlid van (36) kan dan een harmonische ontwikkeling afgeleid worden door te substitueren (zie (2)):

$$s' = \frac{Q_0}{q_1} + \cos(\omega t + \beta_1(x)) + \frac{q_2}{q_1} \cos(2\omega t + \beta_2(x)) + \dots$$

en door daarna de machten van de goniometrische functies te vervangen door een som van termen met de grondfrequentie  $\omega$  en veelvoud daarvan. Dan wordt dus ten slotte gevonden:

$$|Q|Q = p_0 + p_1 \cos(\omega t + \beta'_1) + p_2 \cos(2\omega t + \beta'_2) + p_3 \cos(3\omega t + \beta'_3),$$

waarbij  $p_0, p_1, p_2, p_3, \beta'_1, \beta'_2$  en  $\beta'_3$  afhangen van de coëfficiënten in (36) en van  $Q_0, q_1$  en  $q_2$ .  
Zie nader voor de betreffende formules de publikatie van STROBAND [18].

#### 4.4 De Fourier-ontwikkeling voor de termen van de differentiaalvergelijkingen van de getijbeweging

Met behulp van de ontwikkelingen, welke in het voorgaande voor de coëfficiënten  $b, m$  en  $r$  en de functie  $|Q|Q$  zijn weergegeven, kunnen de Fourier-ontwikkelingen voor de verschillende termen in (1') en (3') van 2.1 tot en met de tweede harmonische nader worden bepaald.

Voor de termen van de continuïteitsvergelijking luiden deze (zie (1'), (2') en (4) van 4.3):

$$b \frac{\partial H}{\partial t} = \omega [i(b_0 H_0 + 2b_1 H_{-1} H_2) e^{i\omega t} + \text{c.c.} + \omega [i(2b_0 H_2 + b_1 H_1^2) e^{2i\omega t} + \text{c.c.}] \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{dQ_0}{dx} + \sum_{n=1}^2 \left( \frac{dQ_n}{dx} e^{in\omega t} + \text{c.c.} \right). \quad (2)$$

In deze en de volgende uitdrukkingen zijn de functies  $b_0(x), b_1(x), Q_0(x), Q_1(x), H_1(x)$ , enz., die alleen van  $x$  afhankelijk zijn, door  $b_0, b_1, Q_0$ , enz. aangegeven.

Voor de termen van de bewegingsvergelijking (1') van 2.1 wordt gevonden (zie (1') van 4.3):

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{dH_0}{dx} + \sum_{n=1}^2 \left( \frac{dH_n}{dx} e^{in\omega t} + \text{c.c.} \right). \quad (3)$$

Verder volgt vanwege (2') en (5) van 4.3:

$$m \frac{\partial Q}{\partial t} = -\omega m_1 (i H_1 Q_{-1} + \text{c.c.}) + \omega [i(m_0 Q_1 + 2m_1 H_{-1} Q_2) e^{i\omega t} + \text{c.c.}] + \omega [i(2m_0 Q_2 - m_1 H_1 Q_1) e^{2i\omega t} + \text{c.c.}] \quad (4)$$

In deze uitdrukking kan nog worden gesteld:

$$i H_1 Q_{-1} + \text{c.c.} = 2 \operatorname{Re} (i H_1 Q_{-1}) = 2 |H_1| |Q_1| \cos \left( \frac{\pi}{2} + \arg H_1 - \arg Q_1 \right) = 2 |H_1| |Q_1| \sin (\arg Q_1 - \arg H_1). \quad (5)$$

Ten slotte volgt uit (6) en (11) van 4.3:

$$r |Q|Q = r_0 A_0 + r_1 (H_1 A_{-1} + \text{c.c.}) + r_2 (H_1^2 A_{-2} + \text{c.c.}) + \{(r_0 A_1 + r_1 H_1 A_0 + r_1 H_{-1} A_2 + r_2 H_1^2 A_{-1}) e^{i\omega t} + \text{c.c.}\} + \{(r_0 A_2 + r_1 H_1 A_1 + r_2 H_1^2 A_0) e^{2i\omega t} + \text{c.c.}\} \quad (6)$$

De functies  $A$  zijn in (13) en (14) van 4.3 weergegeven, de waarden van  $m_0, m_1, r_0, r_1$  en  $r_2$  in (7) van 4.3.

Voor het geval dat de waarden van de Bernoulliterm  $v \frac{\partial v}{\partial x}$  niet kunnen worden verwaarloosd ten opzichte van de waarden van  $g \frac{\partial h}{\partial x}$ , wordt haar ontwikkeling hier vermeld. Dan is volgens de notatie van 2.0 bij eerste benadering, als weer de vloedstroom positief wordt gerekend en de positieve  $x$ -richting rivierafwaarts wordt aangenomen:

$$v \frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{Q}{A^2} \frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{b}{A^2} Q \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Deze term moet dan aan het linkerlid van (1') van 2.1 worden toegevoegd, terwijl  $Q$  en  $H$  door (1) en (2) van 4.3 of door (1') en (2') van 4.3 kunnen worden vervangen.



Verder is:

$$Q \frac{\partial H}{\partial t} = i\omega \{ [Q_{-1}H_1 - Q_1H_{-1} + 2 Q_{-2}H_2 - 2 Q_2H_{-2}] + \\ + ([Q_0H_1 + 2 Q_{-1}H_2 - Q_2H_{-1}] e^{i\omega t} + \text{c.c.}) + ([Q_1H_1 + 2 Q_0H_2] e^{2i\omega t} + \text{c.c.}) \} \quad (7)$$

Indien deze term van Bernoulli als een correctieterm kan worden beschouwd, kan voor het profielsoppervlak A de gemiddelde waarde worden aangenomen.

Verder wordt opgemerkt, dat als in een riviersectie de term  $v \frac{\partial v}{\partial x}$  niet kan worden verwaarloosd, dit ook niet het geval is met de term  $-b_s A^{-2} Q \frac{\partial h}{\partial t}$  uit (4) van 2.1 Tezamen zijn beide gelijk aan  $-A^{-2}(b + b_s) Q \frac{\partial H}{\partial t}$ .

Indien echter op de grenzen van twee vakken een belangrijke plaatselijke verandering in het profiel optreedt, zal daar een verhang voorkomen ter grootte van  $H_0 - H_1 = \pm W_1 Q^2$ , als  $H_0$  en  $H_1$  de waterstanden zijn ter weerszijden van de verandering in het profiel. Zie voor de definitie van  $W_1$  in het vervolg 9.2 en 9.3. Bij de waterbeweging door openingen bij een gedeeltelijk afgesloten gebied is de invloed van deze term zelfs overwegend. In 9.0 komen we hierop nog nader terug.

#### 4.5 De differentiaalvergelijkingen voor de functies $H_0(x)$ , $Q_1(x)$ , $H_1(x)$ , $Q_2(x)$ en $H_2(x)$

Na substitutie van (1) tot en met (6) van 4.4 in de vergelijkingen (1') en (3') van 2.1 komen in deze vergelijkingen termen voor die onafhankelijk zijn van  $t$ , en termen die afhankelijk zijn van  $e^{i\omega t}$  en  $e^{2i\omega t}$ . Daar de algebraïsche som van de termen van ieder van die groepen gelijk aan nul moet zijn, volgt hieruit voor de termen onafhankelijk van  $t$ :

$$\frac{dH_0}{dx} + r_0 A_0 + 2 r_1 \operatorname{Re} (H_1 A_{-1}) + 2 r_2 \operatorname{Re} H_1^2 A_{-2} + \\ - 2 \omega m_1 |H_1| |Q_1| \sin(\arg Q_1 - \arg H_1) = 0. \quad (1)$$

en

$$\frac{dQ_0}{dx} = 0. \quad (2)$$

Voor de termen met  $e^{i\omega t}$ :

$$\frac{dH_1}{dx} + i\omega m_0 Q_1 + 2 i\omega m_1 H_{-1} Q_2 + r_0 A_1 + r_1 H_1 A_0 + r_1 H_{-1} A_2 + r_2 H_1^2 A_{-1} = 0 \quad (3)$$

en

$$\frac{dQ_1}{dx} + i\omega b_0 H_1 + 2 i\omega b_1 H_{-1} H_2 = 0 \quad (4)$$

en ten slotte voor de termen met  $e^{2i\omega t}$ :

$$\frac{dH_2}{dx} + 2 i\omega m_0 Q_2 + i\omega m_1 H_1 Q_1 + r_0 A_2 + r_1 H_1 A_1 + r_2 H_1^2 A_0 = 0 \quad (5)$$

en

$$\frac{dQ_2}{dx} + 2 i\omega b_0 H_2 + i\omega b_1 H_1^2 = 0. \quad (6)$$

Alle grootheden, die in deze vergelijkingen voorkomen, met uitzondering van de frequentie  $\omega$  en het complexe getal  $i$ , zijn dan functies van  $x$ .

Eventueel moeten aan deze vergelijkingen nog termen worden toegevoegd, indien de term van Bernoulli, wier ontwikkeling in (7) van 4.4 is aangegeven, niet kan worden verwaarloosd.

#### 4.6 Oplossing van de gelineariseerde vergelijkingen

Laat een getijrivier verdeeld zijn in een aantal vakken, zodanig, dat voor ieder vak de profielen en de kombergingsbreedten niet veel afwijken van hun gemiddelde waarden. Voor een vak kunnen dan

voor de grootheden  $m_0$ ,  $r_0$ ,  $r_1$  en eventueel  $r_2$  hun gemiddelde waarden worden bepaald, die dan onafhankelijk van  $x$  zijn. Voor het  $j^{\text{de}}$  vak worden ze  $m_{0j}$ ,  $r_{0j}$ ,  $r_{1j}$  en  $r_{2j}$  genoemd. Verder is voor ieder vak de opperwaterafvoer  $Q_0$  bekend verondersteld.

We beschouwen nu eerst de vergelijkingen (3) en (4) van 4.5, en daarin de hoofdtermen van  $A_0$  en  $A_1$ , die in (13) van 4.3 zijn gedefinieerd, terwijl  $A_2$  voorlopig wordt weggelaten.

Dan gaan (3) en (4) van 4.5 over in:

$$\frac{dH_1}{dx} + i\omega m_{0j} Q_1 + r_{0j} k_{10} |Q_1| Q_1 + r_{1j} k_{00} |Q_1|^2 H_1 = 0$$

en

$$\frac{dQ_1}{dx} + i\omega b_{0j} H_1 = 0.$$

Verder wordt voor ieder vak de gemiddelde waarde van  $Q_1$  voorlopig geschat, zodat dan (3) en (4) van 4.5, met waarden der coëfficiënten voor het  $j^{\text{de}}$  vak, lineaire en homogene vergelijkingen met constante coëfficiënten in de complexe functies  $H_1$  en  $Q_1$  voorstellen (in plaats van  $H_{1j}$  en  $Q_{1j}$  blijven we schrijven  $H_1$  en  $Q_1$ ).

Na eliminatie van  $H_1$  uit beide vergelijkingen wordt voor  $Q_1$  de vergelijking afgeleid:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} + r_{1j} k_{00} |Q_1|^2 \frac{dQ_1}{dx} - (i\omega r_{0j} b_{0j} k_{10} |Q_1| - \omega^2 b_{0j} m_{0j}) Q_1 = 0. \quad (1)$$

Zoals bekend is, zijn de oplossingen van (1) van de vorm:

$$Q_1 = c_j e^{u_j x},$$

waarin  $c_j$  en  $u_j$  complexe constanten zijn.

Na substitutie in (1) blijkt, dat  $u_j$  een oplossing moet zijn van de kwadratische vergelijking:

$$u_j^2 + r_{1j} k_{00} |Q_1|^2 u_j - (i\omega r_{0j} b_{0j} k_{10} |Q_1| - \omega^2 b_{0j} m_{0j}) = 0. \quad (2)$$

Laten haar wortels  $u_{1j}$  en  $u_{2j}$  zijn. Dan zijn de algemene oplossingen voor  $H_1$  en  $Q_1$  van het beschouwde vak

$$Q_1 = c_{1j} e^{u_{1j} x} + c_{2j} e^{u_{2j} x} \quad (3)$$

en hieruit volgt vanwege (4) van 4.5 :

$$H_1 = \frac{i u_{1j}}{\omega b_{0j}} c_{1j} e^{u_{1j} x} + \frac{i u_{2j}}{\omega b_{0j}} c_{2j} e^{u_{2j} x}. \quad (4)$$

Opgemerkt wordt nog, dat van één van beide wortels het reële en het imaginaire deel positief zijn. Noemt men deze wortel  $u_{1j}$ , dan zijn van  $u_{2j}$  beide delen negatief. Er is dus langs de rivier interferentie van twee in tegengestelde richtingen lopende golven.

Met behulp van (3) en (4) kunnen de functiewaarden  $H_{1a}$  en  $Q_{1a}$  aan het begin van een vak, na eliminatie van de constanten  $c_{1j}$  en  $c_{2j}$ , uitgedrukt worden in  $H_{1b}$  en  $Q_{1b}$  aan het eind.

Daar een dergelijk verband voor ieder vak geldt, kunnen daarna  $H_1$  en  $Q_1$  aan het begin van het eerste vak uitgedrukt worden in de eindwaarden van het  $p^{\text{de}}$  vak,  $Q_{1p}$  en  $H_{1p}$ , door eliminatie van de waarden van  $H_1$  en  $Q_1$  op de grenzen van de tussengelegen vakken.

Is dan bijv.  $Q_1$  aan het begin van het eerste vak gegeven en verder ook  $H_{1p}$ , dan kunnen  $H_1$  en  $Q_1$  voor alle vakken bepaald worden.

Blijkt echter de getijbeweging op het voorlaatste vak voldoende klein, dan zal ze in het daaropvolgende vak uitsterven. In dit vak moet alleen de oplopende golf beschouwd worden, zodat daar  $c_{2j} = 0$  gesteld moet worden, terwijl de waarde van  $x$  onbegrensd kan zijn.

Uit de resultaten van de eerste berekening blijkt dan in hoeverre de geschatte waarden van  $|Q_1|$  juist zijn geweest. Bij te grote verschillen moet de berekening telkens met verbeterde schattingen worden herhaald (iteratieproces), tot er voldoende overeenstemming is.

Daarna kan met behulp van (5) en (6) van 4.5 worden overgegaan tot de berekening van de voortplanting van het  $M_4$ -getij. In (5) van 4.5 worden van  $A_1$  en  $A_2$  weer de hoofdtermen beschouwd, en dus de vergelijking:

$$\frac{dH_2}{dx} + (2 i\omega m_{0j} + r_{0j} k_{21} |Q_1|) Q_2 = - (i\omega m_{1j} + r_{1j} k_{10} |Q_1|) Q_1 H_1 - r_{0j} k_{20} Q_1^2. \quad (5)$$

Daar  $Q_1$  reeds bij eerste benadering berekend is, is ook de waarde van de coëfficiënt van  $Q_2$  bekend.

De vergelijkingen (5) van 4.5 en (6), met waarden der coëfficiënten voor het  $j^{de}$  vak, zijn weer lineair in  $H_2$  en  $Q_2$  met constante coëfficiënten, maar niet meer homogeen. Wel zijn van het rechterlid van (5),  $H_1$  en  $Q_1$  volgens de voorgaande berekening, bekende functies van  $x$  (zie (3) en (4)). Na enige berekening blijkt de bekende term gelijk te zijn aan:

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{i u_{1j}}{\omega b_{0j}} (i\omega m_{1j} + k_{10} r_{1j} | Q_1 |) - r_{0j} k_{20} \right] c_{1j}^2 e^{2u_{1j}x} + \\ & + \left[ -\frac{i u_{2j}}{\omega b_{0j}} (i\omega m_{1j} + k_{10} r_{1j} | Q_1 |) - r_{0j} k_{20} \right] c_{2j}^2 e^{2u_{2j}x} + \\ & + \left[ -\frac{i(u_{1j} + u_{2j})}{\omega b_{0j}} (i\omega m_{1j} + k_{10} r_{1j} | Q_1 |) - 2 r_{0j} k_{20} \right] c_{1j} c_{2j} e^{(u_{1j} + u_{2j})x}. \end{aligned} \quad (6)$$

De bekende term in (6) van 4.5 heeft een overeenkomstige vorm:

$$-i\omega b_{1j} H_1^2 = \frac{i b_{1j}}{\omega b_{0j}^2} \left[ u_{1j}^2 c_{1j}^2 e^{2u_{1j}x} + u_{2j}^2 c_{2j}^2 e^{2u_{2j}x} + 2u_{1j} u_{2j} c_{1j} c_{2j} e^{(u_{1j} + u_{2j})x} \right]. \quad (7)$$

Zoals bekend is, is van beide vergelijkingen de algemene oplossing gelijk aan de som van de algemene oplossing van de homogene vergelijking

$$\frac{dQ_2}{dx} + 2 i\omega b_{0j} H_2 = 0,$$

respectievelijk

$$\frac{dH_2}{dx} + (2 i\omega m_{0j} + k_{21} r_{0j} | Q_1 |) Q_2 = 0$$

en een particuliere oplossing van de bijbehorende niet-homogene vergelijkingen (5) en (6) van 4.5 waarbij de rechterleden van deze beide vergelijkingen volgens (6) en (7) de vorm hebben:

$$P_{ij} e^{2u_{1j}x} + Q_{ij} e^{2u_{2j}x} + R_{ij} e^{(u_{1j} + u_{2j})x} \quad (i = 1, 2).$$

Hierin zijn  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  en  $R_{ij}$  constanten, die voor  $i = 1$  uit (6) en voor  $i = 2$  uit (7) bekend zijn.

De particuliere oplossing voor zowel  $H_2$  als  $Q_2$  is gemakkelijk te bepalen, door te stellen

$$H_2 = d_{1j} e^{2u_{1j}x} + d_{2j} e^{2u_{2j}x} + d_{3j} e^{(u_{1j} + u_{2j})x} \quad (8)$$

en

$$Q_2 = g_{1j} e^{2u_{1j}x} + g_{2j} e^{2u_{2j}x} + g_{3j} e^{(u_{1j} + u_{2j})x}. \quad (9)$$

Hierin zijn  $d_{kj}$  en  $g_{kj}$  constanten, die bepaald kunnen worden door (8) in (6) van 4.5 en (9) in (5) te substitueren, waarbij de rechterleden respectievelijk gelijk zijn aan (7) en (6).

Dan wordt na enige berekening gevonden:

$$P_{1j} d_{1j} = 2 u_{1j} P_{1j} - (2 i\omega m_{0j} + k_{21} r_{0j} | Q_1 |) P_{2j},$$

$$P_{1j} g_{1j} = 2 u_{1j} P_{2j} - 2 i\omega b_{0j} P_{1j},$$

$$P_{2j} d_{3j} = (u_{1j} + u_{2j}) R_{1j} - (2 i\omega m_{0j} + k_{21} r_{0j} | Q_1 |) R_{2j},$$

$$P_{2j} g_{3j} = (u_{1j} + u_{2j}) R_{2j} - 2 i\omega b_{0j} R_{1j},$$

$$P_{1j} = (2 u_{1j})^2 - 2 i\omega b_{0j} (2 i\omega m_{0j} + k_{21} r_{0j} | Q_1 |),$$

$$P_{2j} = (u_{1j} + u_{2j})^2 - 2 i\omega b_{0j} (2 i\omega m_{0j} + k_{21} r_{0j} | Q_1 |).$$

Verder worden  $d_{2j}$  en  $g_{2j}$  bepaald uit  $d_{1j}$  en  $g_{1j}$  door  $u_{1j}$  en  $c_{1j}$  resp. door  $u_{2j}$  en  $c_{2j}$  te vervangen, waardoor tegelijk  $P_{1j}$  overgaat in  $Q_{1j}$  en  $P_{2j}$  in  $Q_{2j}$ .

Voorts moeten de integratieconstanten, die in de algemene oplossing van de niet-homogene vergelijkingen voorkomen, weer met behulp van de randvoorwaarden worden bepaald. Aan de mond van de rivier is dan  $H_2$  gegeven, terwijl aan het eind van een afgesloten rivier  $Q_2 = 0$  is. Op een bovenrivier moet  $H_2$ , en dus ook  $Q_2$  bovenwaarts gaande ten slotte tot nul afnemen.

Na de berekening van  $H_2$  en  $Q_2$  kunnen deze uitkomsten in de differentiaalvergelijkingen voor  $H_1$  en  $Q_1$ , nl. (3) en (4) van 4.5, worden gesubstitueerd. Hierin waren ze immers aanvankelijk weggelaten. Dan kunnen  $H_1$  en  $Q_1$  opnieuw worden bepaald, waarbij weer niet-homogene vergelijkingen moeten worden opgelost. Zijn ten slotte  $H_1$  en  $Q_1$  voldoende nauwkeurig bekend, dan kunnen eventueel de aanvankelijke uitkomsten van  $H_2$  en  $Q_2$  weer worden verbeterd, enz. Ten slotte kan dan het verloop van de middenstand volgens (1) en (2) van 4.5 nader worden berekend uit (zie ook (13) van 4.3):

$$\begin{aligned} \frac{dH_0}{dx} + r_0 k_{00} |Q_1|^2 + r_0 k_{02} |Q_2|^2 + r_0 k_{01} \operatorname{Re} \frac{Q_1^2 Q_{-2}}{|Q_1|} + 2 r_1 k_{10} |Q_1| \operatorname{Re} Q_{-1} H_1 + \\ + 2 r_2 k_{20} \operatorname{Re} H_1^2 Q_{-1}^2 = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Dan zijn de belangrijkste termen vermeld.

*Opmerking 1.* Aan de formules (3) t/m (5) van 4.5 moeten de volgende termen worden toegevoegd, indien de verwaarloosde term  $-g^{-1} A^{-2} (b + b_s) Q \frac{\partial H}{\partial t}$  in de bewegingsvergelijking (1') van 2.1 moet worden opgenomen (zie slot 4.4). Deze is in (3) van 4.5:

$$-igm_0^2 \omega (b_0 + b_{s,0}) Q_0 H_1,$$

in (5) van 4.5:

$$-igm_0^2 \omega (b_0 + b_{s,0}) Q_1 H_1$$

en in (10):

$$gm_0^2 \omega (b_0 + b_{s,0}) \operatorname{Im} (Q_1 H_{-1}).$$

Dan zijn alleen de hoofdtermen beschouwd, daar de voornoemde term als een correctieterm in de bewegingsvergelijking kan worden beschouwd.

*Opmerking 2.* Indien korte vakken worden beschouwd, zijn voor de oplossingen van de differentiaalvergelijkingen van het  $M_2$ - en  $M_4$ -getij eenvoudiger benaderingsformules af te leiden, door nl. de  $e$ -machten te benaderen. Men stelt dan bijv.

$$e^{2u_{2j}x} = 1 + 2u_{2j}x.$$

Deze benaderende oplossingen worden hier echter niet behandeld.

## 5.0 DE KARAKTERISTIEKE METHODEN

### 5.1 De karakteristieke vergelijkingen voor de uitgebreide bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking

Door (6) en (7) van 2.1 zijn de karakteristieke vergelijkingen voor de getijbeweging aangegeven voor het geval de bewegingsvergelijking de vereenvoudigde vorm (1') van 2.1 heeft. Deze vergelijkingen zijn voor de behandeling van de getijvraagstukken op rivieren meestal voldoende.

In 2.2 werd de voortplanting van getijgolven op rivieren nader behandeld, waarbij met behulp van de karakteristieke beschouwingswijze een doelmatig inzicht kon worden verkregen.

Voordat verder de methoden van getijberekening, die op de karakteristieke differentiaalvergelijkingen berusten, worden behandeld, worden deze vergelijkingen afgeleid voor de bewegingsvergelijking voor rivieren (1a) van 2.1. Bovendien wordt hieraan nog een term toegevoegd, die de invloed aangeeft van de stroming naar en van de kombergingsgebieden, die zijwaarts van de stroomgeulen van de rivieren zijn gelegen. Deze is in de voorgaande paragrafen niet beschouwd.

Verder wordt aangenomen, dat de breedte  $b_s$  van een riviervak afhankelijk is van  $x$  en  $t$ , evenals de kombergingsbreedte  $b$ . De afhankelijkheid van de tijd kan worden vervangen door die van  $h$ , zodat  $b_s(x, h)$  en  $b(x, h)$  worden beschouwd. De diepte  $a$  ten opzichte van het horizontale nulvlak is alleen een functie van  $x$ .

De volgende bewegingsvergelijking wordt nu beschouwd:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} - \gamma' v \frac{b-b_s}{A} \frac{\partial h}{\partial t} + gi_r = 0. \quad (1)$$

Hierin is weer ingevoerd

$$H = h + \frac{v^2}{2g}. \quad (2)$$

De derde term met de coëfficiënt  $\gamma'$  geeft de hiervoren vermelde invloed van de stroming van en naar de kombergingsgebieden aan.

De waarde van  $\gamma'$  kan nagenoeg gelijk aan één gesteld worden in het geval van dalende waterspiegel en gelijk aan nul in het geval van stijgende waterspiegel.

Op de volgende wijze kan de invoering van deze term worden gemotiveerd.

Laat in het geval van ebstroom  $\frac{\partial h}{\partial t}$  negatief zijn. Dan is ook  $i_r$  negatief en  $\frac{\partial H}{\partial x}$  positief, als de positieve  $x$ -richting rivieropwaarts wordt aangenomen. In dit geval moet het water, dat van het kombergingsgebied naar de rivier wordt gevoerd, worden versneld van de waarde nul tot de gemiddelde snelheid  $v$  in het dwarsprofiel.

De hoeveelheid water, die naar de rivier stroomt op de plaats  $x$  is per lengte-eenheid gelijk aan  $(b - b_s) \frac{\partial h}{\partial t}$ . Per oppervlakte-eenheid van het dwarsprofiel wordt dus toegevoegd het quotiënt van deze hoeveelheid en de profieloppervlakte  $A$ . Voor de versnelling van deze hoeveelheid is dan als de dichtheid  $\rho = 1$  gesteld wordt, een kracht nodig gelijk aan:

$$-v \frac{b - b_s}{A} \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Voor deze term moet het negatieve teken worden geplaatst, omdat voor het teweegbrengen van de versnelling van dit water het verhang van de waterspiegel groter moet zijn dan anders het geval is.

De coëfficiënt  $\gamma'$  geeft verder aan, in hoeverre deze versnelling effectief is. Bij eb kan zijn waarde wel gelijk aan één gesteld worden. In het geval van vloed stroomt er water van de rivier naar het kombergingsgebied. De hoeveelheid van beweging van dit wegstromende water zal grotendeels verloren gaan op het kombergingsoppervlak zelf en dus niet aan het water van de rivier worden afgestaan. In dit geval is  $\gamma' = 0$  de beste veronderstelling.

Voor de bepaling van de karakteristieke vergelijkingen worden in plaats van de variabelen  $h$  en  $v$ ,  $H$  en  $Q$  ingevoerd.

De functie  $H$  is in het voorgaande gedefinieerd, terwijl verder geldt

$$Q = Av \quad (3)$$

waarin:

$$A = b_s(a + h).$$

Uit (2) en (3) wordt, als gesteld wordt

$$\alpha = \left(1 - \frac{v^2 b_s}{gA}\right)^{-1}, \quad (4)$$

na enige berekening gevonden:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{v}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{v^2}{gb_s} \frac{\partial b_s}{\partial t} \right] \quad (5)$$

en

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A^{-1} \alpha \left[ \frac{\partial Q}{\partial t} - b_s v \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{Av}{b_s} \frac{\partial b_s}{\partial t} \right]. \quad (6)$$

Dan geldt verder nog:

$$\frac{\partial b_s}{\partial t} = \frac{\partial b_s}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{\partial b_s}{\partial h} \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Na substitutie in (1), nadat deze door  $g$  gedeeld is, wordt gevonden:

$$\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\alpha v}{gA} [b_s + \gamma' (b - b_s)] \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\alpha}{gA} \left[ 1 + \gamma' \frac{b - b_s}{gA} v^2 \right] \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\alpha v}{gb_s} \frac{\partial b_s}{\partial t} + i_r = 0, \quad (7)$$

en na substitutie in de bewegingsvergelijking  $\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0$  wordt gevonden:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b\alpha \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\alpha v b}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\alpha v^2 b}{g b_s} \frac{\partial b_s}{\partial t} = 0. \quad (8)$$

De minder belangrijke term met de factor  $\gamma' v^3 \frac{\partial b_s}{\partial t}$  in (7) is weggelaten.

Er zijn verschillende methoden om uit (7) en (8) de karakteristieke vergelijkingen af te leiden. Daar bekend is dat deze vergelijkingen de vorm hebben:

$$\left[ \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{c_i} \frac{\partial H}{\partial t} \right] - Z_i \left[ \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{c_i} \frac{\partial Q}{\partial t} \right] + (\text{functies, die onafhankelijk zijn van de differentiaal-quotiënten van } H \text{ en } Q) = 0,$$

( $i = 1, 2$ ), terwijl  $c_i$  en  $Z_i$  niet afhankelijk zijn van de differentiaalquotiënten, wordt (8), na vermenigvuldiging met de nog nader te bepalen functie  $Z_i$ , afgetrokken van (7). Dan blijkt dat  $Z$  en  $c$  bepaald worden door te betrekkingen:

$$\frac{g}{c} = -\alpha [A^{-1} v \{b_s + \gamma' (b - b_s)\} + gbZ] \quad (9)$$

en

$$g \frac{Z}{c} = -\alpha A^{-1} \left[ 1 + \gamma' \frac{b - b_s}{gA} v^2 + vbZ \right]. \quad (10)$$

Hieruit volgt weer dat  $Z$  en  $c$  moeten voldoen aan de kwadratische vergelijkingen:

$$gAbZ^2 - v(1 - \gamma')(b - b_s)Z - \left( 1 + \gamma' \frac{b - b_s}{gA} v^2 \right) = 0 \quad (11)$$

en

$$c^2 - 2cv \left( 1 - (1 - \gamma') \frac{b - b_s}{2b} \right) - \frac{gA}{b\alpha} = 0. \quad (12)$$

Dan is dus:

$$c = v \left[ 1 - (1 - \gamma') \frac{b - b_s}{2b} \right] \pm \left( \frac{gA}{b} + v^2 \left[ (1 - \gamma')^2 \left( \frac{b - b_s}{2b} \right)^2 + \gamma' \frac{b - b_s}{b} \right] \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Na verwaarlozing van de hogere-graadstermen in  $v^2$  kan hiervoor geschreven worden:

$$c = \pm \left( \frac{gA}{b} \right)^{\frac{1}{2}} + v \left[ 1 - (1 - \gamma') \frac{b - b_s}{2b} \right] \pm \frac{1}{2} \left( \frac{b}{gA} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ (1 - \gamma')^2 \left( \frac{b - b_s}{2b} \right)^2 + \gamma' \frac{b - b_s}{b} \right] v^2. \quad (14)$$

Als  $\gamma'$  respectievelijk 1 en 0 is, volgt:

$$c = \pm \left( \frac{gA}{b} \right)^{\frac{1}{2}} + v \pm \frac{b - b_s}{2(gAb)^{\frac{1}{2}}} v^2, \quad (15)$$

resp.

$$c = \pm \left( \frac{gA}{b} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} v \frac{b + b_s}{b} \pm \frac{1}{8} v^2 \frac{(b - b_s)^2}{b(gAb)^{\frac{1}{2}}}.$$

Verder blijkt uit (9) en (10) dat

$$Z = -\frac{c - v}{gA}, \quad (16)$$

of

$$Z = \frac{(1 - \gamma')(b - b_s)}{2gAb} v \mp \frac{1}{(Abg)^{\frac{1}{2}}} \left( 1 + \frac{(1 - \gamma')^2 (b - b_s)^2 + 4\gamma' (b - b_s) b}{4gAb} v^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (17)$$

of bij benadering:

$$Z = \frac{1}{(gAb)^{\frac{1}{2}}} + \frac{(1-\gamma')(b-b_s)}{2gAb} v + \frac{(1-\gamma')^2(b-b_s)^2 + 4\gamma'(b-b_s)b}{8(gAb)^{3/2}} v^2. \quad (18)$$

Op de Nederlandse rivieren is de snelheid  $v$  klein ten opzichte van de term  $\left(g\frac{A}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$ . In de hydraulica wordt dan de snelheid subkritisch genoemd. Dan is de kritische waarde  $v = \left(g\frac{A}{b}\right)^{\frac{1}{2}} \approx (ga)^{\frac{1}{2}}$ , indien de kombergingsbreedte  $b$  ongeveer gelijk is aan de stroombreedte  $b_s$ . Dit is de bekende formule voor de voortplantingssnelheid van een golf.

Er worden zoals te verwachten was, twee waarden voor  $c$  en  $Z$  gevonden resp.  $c_1$  en  $Z_1$ , en  $c_2$  en  $Z_2$ . Volgens (10) moet dan bij positieve  $c$ ,  $Z$  negatief zijn. In verband hiermede worden negatieve  $c$  en positieve  $Z$ ,  $c_1$  en  $Z_1$  genoemd; de andere combinatie  $c_2$  en  $Z_2$ .

De karakteristieke vergelijkingen zijn dus:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{c_1} \frac{\partial H}{\partial t}\right) - Z_1 \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{c_1} \frac{\partial Q}{\partial t}\right) + i_r - \frac{\alpha v}{gb_s} (1 + Z_1 vb) \frac{\partial b_s}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

en

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{c_2} \frac{\partial H}{\partial t}\right) - Z_2 \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{c_2} \frac{\partial Q}{\partial t}\right) + i_r - \frac{\alpha v}{gb_s} (1 + Z_2 vb) \frac{\partial b_s}{\partial t} = 0. \quad (20)$$

De karakteristieke krommen in het  $x,t$ -vlak zijn weer bepaald volgens

$$\frac{dx}{dt} = c_1(x,t)$$

en

$$\frac{dx}{dt} = c_2(x,t),$$

waarbij  $c_1$  en  $c_2$  in het voorgaande bepaald zijn (zie (12) tot en met (15)). Indien in plaats van de coördinaten  $x$  en  $y$ , de karakteristieke coördinaten  $\xi$  en  $\eta$  worden ingevoerd, zijn de karakteristieke vergelijkingen van de vorm, als  $p_1$  en  $p_2$  nader te bepalen functies van  $\xi$  en  $\eta$  zijn:

$$p_1 \left(\frac{\partial H}{\partial \xi} - Z_1 \frac{\partial Q}{\partial \xi}\right) + i_r - \frac{v}{gb_s} \left[1 - v \left(\frac{b}{gA}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \frac{\partial b_s}{\partial t} = 0 \quad (21)$$

en

$$p_2 \left(\frac{\partial H}{\partial \eta} - Z_2 \frac{\partial Q}{\partial \eta}\right) + i_r - \frac{v}{gb_s} \left[1 + v \left(\frac{b}{gA}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \frac{\partial b_s}{\partial t} = 0. \quad (22)$$

Hierin zijn de minst belangrijke termen van de coëfficiënt van  $\frac{\partial b_s}{\partial t}$  weggelaten.

Bij de praktische toepassingen zal de bewegingsvergelijking meestal niet in deze uitgebreide vorm worden beschouwd. De term met de coëfficiënt  $\gamma'$  wordt meestal weggelaten, hetzij omdat haar waarde te onzeker is, hetzij omdat de waarde van deze term niet van betekenis is (dit laatste namelijk als de kombergingsbreedte  $b$  niet te veel van de stroombreedte  $b_s$  verschilt). Indien de kombergingsbreedte wel veel groter is, zal het gewenst zijn om de stroming over het kombergingsgebied apart te beschouwen. Meestal zal dan dit gebied slechts gedeeltelijk zijwaarts vanuit de rivier worden gevuld en geledigd. Ze heeft dan een eigen stroomregime. In dat geval moeten twee vakken naast elkaar worden beschouwd, een ondiep en een diep riviervak.

Verder zal ook de term, die de variatie van de breedte met de tijd aangeeft, meestal kunnen worden weggelaten. Bij zeer sterke variatie van de stroombreedte gedurende het getij, zal dan in opvolgende tijdsintervallen, een aparte schematisatie van de rivier moeten worden bepaald, waarbij behalve de breedte ook de diepte gewijzigd wordt.

Met behulp van de formules, die in het voorgaande zijn afgeleid, is het mogelijk om na te gaan in hoeverre het geoorloofd is om verschillende termen bij de praktische berekeningen weg te laten.

## 5.2 Een iteratiemethode

Oplossingen (21) en (22) van 5.1 kunnen slechts met behulp van iteratiemethoden verkregen worden voor het geval van Cauchy-randwaardeproblemen; als dus op een kromme, niet samenvallend met één der karakteristieken, twee randwaarden gegeven zijn.

Een dergelijk geval doet zich in de praktijk voor, als bijv. aan het begin van een riviervak het verticale getij  $H_0(t)$  en het horizontale getij  $Q_0(t)$  bekend zijn.

Laten voor het interval  $a < t < b$ ,  $H_0(t)$  en  $Q_0(t)$  voorstelbaar zijn door een Taylor-ontwikkeling in  $t$ , terwijl alle afgeleiden van  $H_0(t)$  en  $Q_0(t)$  begrensd zijn.

Voorts wordt de vaklengte  $l$  voor een riviervak ( $0 < x < l$ ) zo klein gekozen, dat bij een bepaalde  $t$  de grootheden  $m$ ,  $r$  en  $b$  gelijk aan de gemiddelde waarden kunnen worden beschouwd.

Een eenvoudige iteratiemethode kan worden aangegeven, als bijvoorbeeld (1') en (3') van 2.1 worden beschouwd. Deze worden dan geschreven in de vorm

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -m \frac{\partial Q}{\partial t} \mp r Q^2 \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -b \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (2)$$

Na substitutie van de benaderingen  $H_1 = H_0(t)$  en  $Q_1 = Q_0(t)$  in de rechterleden en na integratie van 0 tot  $x$ , wordt als eerste benadering voor het verloop van de getijbeweging op het vak gevonden:

$$H_1 = H_0 - m \dot{Q}_0 x \mp r Q_0^2 x \quad (3)$$

en

$$Q_1 = Q_0 - b \dot{H}_0 x, \quad (4)$$

waarin:

$$\dot{H}_0 = \frac{dH_0}{dt}$$

en

$$\dot{Q}_0 = \frac{dQ_0}{dt}.$$

Daarna worden  $H_1$  en  $Q_1$  in de rechterleden van (1) en (2) gesubstitueerd, waarna opnieuw naar  $x$  geïntegreerd wordt. Dan wordt gevonden:

$$H_{II} = H_1 + \frac{1}{2} b m \dot{H}_0 x^2 \pm b r Q_0 \dot{H}_0 x^2 + \frac{1}{2} b m \dot{H}_0 x^2 \mp \frac{1}{3} b^2 r \dot{H}_0^2 x^3 \quad (5)$$

en

$$Q_{II} = Q_1 + \frac{1}{2} b m \dot{Q}_0 x^2 \pm r b Q_0 \dot{Q}_0 x^2 + \frac{1}{2} m b \dot{Q}_0 x^2 \pm \frac{1}{2} r b Q_0^2 x^2. \quad (6)$$

Door voortzetting van dit iteratieproces worden  $H_{III}$  en  $Q_{III}$  gevonden, enz. In het algemeen kan gesteld worden:

$$H_N = H_0 - m \int_0^x \dot{Q}_{N-1} dx \mp r \int_0^x Q_{N-1}^2 dx \quad (7)$$

en

$$Q_N = Q_0 - b \int_0^x \dot{H}_{N-1} dx. \quad (8)$$

Indien de reeksen

$$H = H_0 + \sum_{N=1}^{\infty} (H_N - H_{N-1})$$

en

$$Q = Q_0 + \sum_{N=1}^{\infty} (Q_N - Q_{N-1})$$



convergeren voor  $0 \leq x \leq l$ , is de oplossing van het randwaardeprobleem

$$\left. \begin{aligned} H &= \lim_{N \rightarrow \infty} H_N \\ Q &= \lim_{N \rightarrow \infty} Q_N \end{aligned} \right\}$$

Uit het voorgaande volgt, dat de functies  $Q_N$  en  $H_N$  polynomen in  $x$  zijn. Men kan met behulp van de methode van inductie aantonen, dat:

$$\left. \begin{aligned} H_{2N} - H_{2N-1} &= \sum_{q=2N}^{3(2^{N-1})} a_{2k,q}(t) x^q \\ H_{2N-1} - H_{2N-2} &= \sum_{q=2N-1}^{2^{N+1}-3} a_{2k-1,q}(t) x^q \end{aligned} \right\} (9)$$

terwijl de coëfficiënten afhankelijk zijn van  $b$ ,  $m$  en  $r$ .

Voor de termen van  $Q$  gelden analoge uitdrukkingen.

Men kan aantonen, dat de reeksen convergeren, eventueel voor een voldoende klein interval, als alle afgeleiden van  $H_0(t)$  en  $Q_0(t)$  begrensd zijn in dat interval.

Bij de praktische berekeningen wordt de vaklengte meestal zo klein gekozen, dat  $Q_{II}$  en  $H_{II}$ , die in (5) en (6) zijn weergegeven, het verloop van de getijbeweging in het vak in voldoende mate weergeven. Als  $Q_0$  en  $H_0$  aan het begin van een vak bekend zijn, kunnen  $Q_{II}$  en  $H_{II}$  in ieder punt van het vak berekend worden. Meestal kunnen dan de termen met  $m$ ,  $b$  en  $r$  worden weggelaten. Dan worden voor  $m$ ,  $b$  en  $r$  de gemiddelde waarden op het vak genomen. Zijn de randwaarden voor  $x = x_0$  bekend, dan moet in de formules  $x$  door  $x - x_0$  vervangen worden.

In het voorgaande is een ontwikkeling van  $H$  en  $Q$  in  $x$ -richting bepaald, als de functiewaarden voor  $x = x_0$  gegeven zijn. Omgekeerd kan men ook een iteratieve ontwikkeling in  $t$ -richting opstellen, als  $H$  en  $Q$  voor een bepaalde  $t_0$  als functies van  $x$  gegeven zijn, dus  $H_0^*(x, t_0)$  en  $Q_0^*(x, t_0)$ .

Hoewel een dergelijk randwaardeprobleem bij praktische toepassingen niet direct voorkomt, worden hier toch de eerste formules van dit iteratieproces vermeld, omdat deze voor de bepaling van de nauwkeurigheid van numerieke methoden, die op de karakteristieke berekeningswijze berusten, kunnen worden gebruikt.

Weer wordt verondersteld, dat in het interval  $0 < x < s$  voor  $H_0^*$  en  $Q_0^*$  een Taylor-ontwikkeling in  $x$  bestaat.

Voor de opstelling van dit iteratieproces schrijven we nu (1') en (3') van 2.1 in de vorm:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (1')$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{1}{m} \frac{\partial H}{\partial x} \mp \frac{r}{m} Q^2 \quad (2')$$

De eerste twee benaderingen van het iteratieproces zijn dan:

$$H_1^* = H_0^* - \frac{1}{b} \frac{dQ_0^*}{dx} (t - t_0) \quad (10)$$

en

$$Q_1^* = Q_0^* + \left[ -\frac{1}{m} \frac{dH_0^*}{dx} \mp \frac{r}{m} Q_0^{*2} \right] (t - t_0), \quad (11)$$

en

$$H_{II}^* = H_1^* + \left[ \frac{1}{2mb} \frac{d^2 H_0^*}{dx^2} \pm \frac{r}{mb} Q_0^* \frac{dQ_0^*}{dx} \right] (t - t_0)^2 \quad (12)$$

en

$$Q_{11}^* = Q_1^* + \left[ \frac{1}{2mb} \frac{d^2 Q_0^*}{dx^2} \pm \frac{r}{m^2} \frac{dH_0^*}{dx} Q_0^* + \frac{r^2}{m^2} Q_0^{*3} \right] (t - t_0)^2 +$$

$$\mp \frac{1}{3} \left[ \frac{r}{m^3} \left( \frac{dH_0^*}{dx} \right)^2 + \frac{r^3}{m^3} Q_0^{*4} \pm \frac{2r^2}{m^3} Q_0^{*2} \frac{dH_0^*}{dx} \right] (t - t_0)^3. \quad (13)$$

Voorts is verondersteld, dat de grootheden  $m$ ,  $b$  en  $r$  ten opzichte van  $x$  als constanten beschouwd mogen worden.

Dit iteratieproces convergeert weer voor een interval  $|t - t_0| < k$ .

Men kan dus  $H$  en  $Q$  in een punt  $(x, t)$  berekenen, uitgaande van randwaarden op het tijdstip  $t = t_0$  of van randwaarden op  $x = x_0$ .

We geven verder een oplossing, die geldt in de gehele omgeving van een punt van de randkromme waarop  $H(0, t)$  en  $Q(0, t)$  met hun afgeleiden bekend zijn.

Laat voor  $x = 0$  en op een tijdstip  $t_0$  de Taylor-ontwikkeling van  $H$  en  $Q$  gegeven zijn, dus voor  $H(0, t)$  en  $Q(0, t)$  geldt:

$$H_0 = H(0, t) = H(0, t_0) + \dot{H}(0, t_0) (t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{H}(0, t_0) (t - t_0)^2 \quad (14)$$

en

$$Q_0 = Q(0, t) = Q(0, t_0) + \dot{Q}(0, t_0) (t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{Q}(0, t_0) (t - t_0)^2. \quad (15)$$

Dan kan voor een punt  $(x, t)$  in de omgeving van  $(0, t_0)$  de oplossing van de differentiaalvergelijkingen bepaald worden door toepassing van de reeds afgeleide formules. Daartoe integreren we eerst in de  $x$ -richting, waarbij de formules (3) en (4), of (5) en (6) worden toegepast ( $\dot{m}$ ,  $\dot{b}$  en  $\dot{r}$  zijn verwaarloosbaar klein verondersteld), en daarna in de  $t$ -richting met behulp van (10) en (11) of (12) en (13). Hetzelfde resultaat wordt op eenvoudiger wijze gevonden door (14) en (15) in (3) en (4) of (5) en (6) te substitueren. Dan wordt gevonden, tot en met de kwadratische termen in  $x$  en  $t$ :

$$H(x, t) = H(0, t_0) - [2m \dot{Q}(0, t_0) \pm r Q^2(0, t_0)] x + \dot{H}(0, t_0) (t - t_0) +$$

$$+ 2b [m \ddot{H}(0, t_0) \pm r Q(0, t_0) \dot{H}(0, t_0)] x^2 +$$

$$- 2 [m \ddot{Q}(0, t_0) \pm r Q(0, t_0) \dot{Q}(0, t_0)] x (t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{H}(0, t_0) (t - t_0)^2 \quad (16)$$

en

$$Q(x, t) = Q(0, t_0) - 2b \dot{H}(0, t_0) x + \dot{Q}(0, t_0) (t - t_0) +$$

$$+ 2b [m \ddot{Q}(0, t_0) \pm r Q(0, t_0) \dot{Q}(0, t_0)] x^2 +$$

$$- 2b \ddot{H}(0, t_0) x (t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{Q}(0, t_0) (t - t_0)^2. \quad (17)$$

Door voortzetting van het aangegeven rekenprocédé kunnen de formules voor  $H(x, t)$  en  $Q(x, t)$  tot iedere gewenste macht in  $x$  en  $t$  worden uitgebreid.

Verder kunnen voor  $F$  en  $G$ , die in (5) van 2.1 gedefinieerd zijn, formules worden afgeleid, met behulp waarvan hun waarden langs de karakteristieken kunnen worden bepaald. Immers dan is:

$$F = \mp \int_{t_0}^t cr Q^2 dt$$

waarbij voor  $Q$  de formule (17) moet worden gesubstitueerd, mits hierin  $x$  vervangen wordt door  $c_1 (t - t_0)$ . De waarden van  $c_1$  zullen in het algemeen langs de karakteristiek ook veranderen. Voor  $G$  geldt een analoge uitdrukking.

Door de formule voor  $Q$ , die in (17) is weergegeven, uit te breiden, kunnen de waarden van  $F$  en  $G$  langs de karakteristieken met iedere gewenste nauwkeurigheid worden berekend. In deze formules zijn dan  $c$ ,  $r$ ,  $b$  en  $m$  in het algemeen functies van  $x$  en  $t$ . Het verloop van haar waarden langs de karakteristieken is ook bekend.

Bij de berekeningen worden de tijdsintervallen zodanig onderverdeeld, dat voor ieder deelinterval, gemiddelde waarden voor  $c$ ,  $r$ ,  $b$  en  $m$  kunnen worden aangenomen.

De hiervoren afgeleide theoretische formules voor de berekening van  $F$  en  $G$  langs de karakteristieken worden echter bij de praktische getijberekeningen niet in deze vorm toegepast. Ze zijn hier weer-

gegeven omdat ze de mogelijkheid bieden om  $F$  en  $G$  tot iedere gewenste nauwkeurigheid te berekenen voor een interval  $(t_0, t)$ . Hierdoor is het mogelijk om de nauwkeurigheid van benaderingsformules, die bij de praktische berekening van  $F$  en  $G$  langs de karakteristieken worden toegepast, nader te beoordelen.

Bij deze praktische berekeningen is het namelijk gunstiger om de differentie  $\Delta x$  van  $x$  voldoende klein te nemen (en dus ook  $\Delta t$ ) en dan de differentiemethode in haar eenvoudigste vorm toe te passen. Men rekent dan van interval tot interval. Deze differentiemethoden worden in de volgende paragraaf nader behandeld.

### 5.3 Algemene beschouwing over de differentiemethoden

#### 5.3.1 Inleiding

Met behulp van deze methoden worden voor de differentiaalvergelijkingen van de getijbeweging met bijbehorende voorwaarden numerieke oplossingen verkregen, die de exacte oplossing benaderen. De differentiaalvergelijkingen worden dan vervangen door differentievergelijkingen, terwijl in plaats van de continue coördinaten  $x$  en  $t$ , de roosterpunten van een rechthoekig coördinatennetwerk (rooster) worden beschouwd:

$$x_m = x_0 + m\Delta x,$$

$$t_n = t_0 + n\Delta t.$$

Dan doorlopen  $m$  en  $n$  alle gehele getallen van nul tot de waarden van  $m$  en  $n$ , waarbij de punten  $(x_m, t_n)$  nabij of op de grens van het gebied, waarvoor de oplossing moet worden bepaald, zijn gelegen.

De functiewaarden in de roosterpunten  $(m, n)$  worden dan aangegeven door:

$$H_n^m = H(x_m, t_n)$$

en

$$Q_n^m = Q(x_m, t_n).$$

Ook de beginwaarden en randwaarden worden vervangen door de waarden in de roosterpunten, die het dichtst bij de randkromme gelegen zijn.

Op verschillende manieren kunnen differentiaalquotienten door differentiequotienten worden vervangen.

Hierdoor worden de partiële differentiaalquotienten in het roosterpunt  $(m, n)$  uitgedrukt in de functiewaarden  $H$  en  $Q$  van de naburige roosterpunten. Daar in de differentiaalvergelijkingen van de getijbeweging na de wijziging van de weerstandsterm (zie nader 5.4) de relaties tussen de functiewaarden lineair zijn, worden de differentiaalvergelijkingen vervangen door lineaire algebraïsche vergelijkingen voor de functiewaarden in naburige netpunten. De oplossing van de differentiaalvergelijkingen wordt dus vervangen door die van het corresponderende stelsel lineaire betrekkingen.

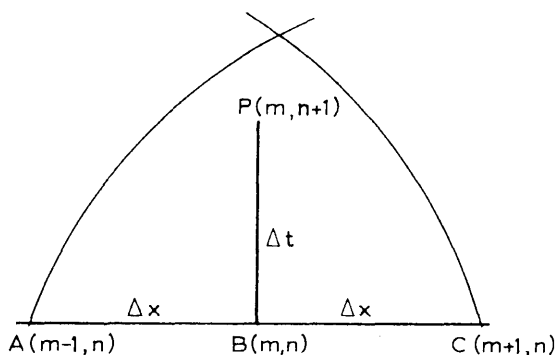
Door dit stelsel achtereenvolgens voor alle netpunten op te stellen, wordt ten slotte een stelsel lineaire vergelijkingen verkregen, met de waarden van  $H$  en  $Q$  in alle netpunten van het gebied als onbekenden, met uitzondering van die op of nabij de randkromme. Het stelsel lineaire vergelijkingen met een gelijk aantal onbekenden kan dan worden opgelost, als de determinant van het stelsel ongelijk aan nul is.

Men kan echter ook de vergelijkingen eerst opstellen voor de roosterpunten, die bij de randpunten zijn gelegen. Als de waarden van  $H$  en  $Q$  in een randpunt bekend zijn, kunnen  $H$  en  $Q$  in een volgend netpunt worden berekend. Zo voortschrijdend van het netpunt  $(m, n)$  naar  $(m, n+1)$ , (dit is dus in  $t$ -richting), wordt de benaderde oplossing van  $H$  en  $Q$  bepaald in punten, die steeds verder van de randkromme af zijn gelegen. Hierbij zullen dan de gegeven waarden van  $H$  en  $Q$  van een steeds groter deel van de randkromme de oplossing gaan beïnvloeden.

#### 5.3.2 De convergentie van de differentiemethode

Deze methode is praktisch alleen bruikbaar, indien bij verfijning van het net de oplossing van het differentiestelsel steeds minder van de door de randwaarden bepaalde oplossing van de differentiaalvergelijkingen gaat verschillen.

Een eerste voorwaarde daarvoor is, dat het netpunt  $P(m, n+1)$  zo moet worden gekozen, dat het is gelegen binnen de driehoek, bepaald door de karakteristieke krommen vanuit  $A$  en  $C$  (zie figuur 5.3.1). Hierbij moet in  $A$  de voorwaartse karakteristiek worden beschouwd en in  $C$  de terugwaartse.



Figuur 5.3.1. De bepaling van een karakteristiekennet in het  $x, t$ -vlak

Dan moet dus gelden, dat  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  groter is dan de grootste van de waarden  $|c_1|$  en  $|c_2|$ , waarbij  $c_1$  en  $c_2$  volgens (13) van 5.1 bepaald worden.

Immers, in  $A$  en  $C$  is de richting van de opwaartse en terugwaartse karakteristiek bepaald door respectievelijk  $\text{arc tg } c_1$  en  $\text{arc tg } c_2$ .

Hierdoor is echter de convergentie van de differentiemethode nog niet volledig bepaald. Voldoende voorwaarden daarvoor zijn in [2] aangegeven voor een stelsel lineaire partiële differentiaalvergelijkingen bij een net als van figuur 5.3.1, terwijl de lineaire differentiaalquotiënten vervangen zijn door eerste-orde-differenties.

Door COURANT, ISAACSON en REES [2] is aangetoond, dat de methode convergent is, als de differentievergelijkingen op de volgende wijze worden verkregen.

In de differentiaalvergelijking (19) van 5.1, die betrekking heeft op de voorwaarts gerichte karakteristieken, moeten de afgeleiden naar  $x$  door zogenaamde terugwaartse differentiequotiënten worden benaderd, nl. voor  $H$  door:

$$\Delta H_n^m = H_n^m - H_n^{m-1},$$

en voor  $Q$  door een analoge uitdrukking.

Daarentegen moeten in de vergelijking (20) van 5.1, waarin de terugwaartse karakteristiek voorkomt, de afgeleiden naar  $x$  door de zg. voorwaartse differentiequotiënten worden vervangen, bijvoorbeeld

$$\Delta H_n^m = H_n^{m+1} - H_n^m.$$

In beide vergelijkingen moeten echter de partiële afgeleiden naar de tijd met behulp van voorwaartse differentiequotiënten worden uitgedrukt.

Zie voor bewijzen inzake convergentie van differentiemethoden ook [13], § 16.

Indien aan de voornoemde voorwaarden voldaan is, is de oplossing ook stabiel.

Bij getijberekeningen kan namelijk de volgende vorm van instabiliteit optreden. Bij uitbreiding van het net, terwijl de maaswijdte dezelfde blijft, kan de oplossing van het corresponderende stelsel differentievergelijkingen in het uitgebreide gebied steeds meer van die van de gevraagde oplossing gaan verschillen.

Bij vele randproblemen bij hyperbolische differentiaalvergelijkingen is de stabiliteit van de oplossing een noodzakelijke en voldoende voorwaarde voor de convergentie van het proces.

### 5.3.3 Het karakteristieke netwerk

Voor de convergentie van de differentiemethoden moet het netwerk voldoen aan hetgeen in 5.3.2 is behandeld, met betrekking tot  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ . Overigens zijn er dan nog onbepaald veel mogelijkheden voor de opstelling van het net.

De afstand  $\Delta x$ , die op de rivier een vaklengte aanduidt, zal behalve door de eis, dat de resultaten van de berekeningen voldoende nauwkeurig moeten zijn, ook door praktische omstandigheden worden bepaald (zie hierover nader 7.0). Verder zal de zg. „tijdsteek”  $\Delta t$  zo groot worden aangenomen, dat voor een voldoende aantal waarden  $t > t_0$ , de waarden van  $H$  en  $Q$  bepaald kunnen worden. Het net, dat zo goed mogelijk de karakteristieken benadert, blijkt de nauwkeurigste uitkomsten te geven. In de publikatie [2] is aangetoond, dat bij een zg. karakteristiekennet de nauwkeurigheid van de berekende waarden in de hoekpunten evenredig is met  $(\Delta h)^2$ , indien  $\Delta h$  de zg. maaswijdte voorstelt, d.i. de grootste waarde van  $\Delta x$ , respectievelijk  $\Delta t$ . De berekeningen met behulp van dit net leiden tot een nauwkeuriger oplossing dan bij een net, dat niet met de karakteristieken samenvalt en toch dezelfde maaswijdte heeft. Dan is in het algemeen de nauwkeurigheid evenredig met  $\Delta h$  in plaats van met  $(\Delta h)^2$ .

Het karakteristiekennet wordt echter zelf weer bepaald door de oplossingen van de differentiaalvergelijkingen (19) en (20) van 5.1, waarbij  $c_1$  en  $c_2$  volgens (13) van 5.1 gedefinieerd zijn. Uit deze formule blijkt, dat bij gegeven gemiddelde diepte en breedte van een vak de waarden van  $c_1$  en  $c_2$  in het vak gedurende het getij toch nog in beduidende mate kunnen variëren als gevolg van de veranderlijke waterstanden.

In het  $x, t$ -vlak zullen de karakteristieken dan van richting veranderen.

Bij niet al te grote vaklengten kunnen echter de karakteristieken in een vak in voldoende mate door een rechte worden benaderd.

In het algemeen zal dus dit karakteristiekennet gevormd worden door een stelsel vierhoeken.

De  $x$ -coördinaten van de hoekpunten van de vierhoek op het tijdstip  $t = 0$  zijn bepaald door de lengte van het riviervak. Het verloop van de karakteristieken uitgaande van deze punten ligt dan vast. In het algemeen zullen echter de opgaande karakteristiek in een vak en de neergaande in een volgend vak elkaar niet precies op de tussengrens snijden.

Bij bepaling van een oplossing door een rekenaar, eventueel met behulp van de tafelrekenmachine, is toepassing van een dergelijk karakteristiekennet, dat dan niet te voren, maar gedurende de berekeningen bepaald wordt, geen ernstig bezwaar. Dit is in meerdere mate het geval als de berekeningen met behulp van een elektronische machine moeten plaatsvinden. In dat geval heeft een bepaald tevoren vastgesteld net, dat uit rechthoekige vakken bestaat, de voorkeur. De zijden van dit net zullen dan in het algemeen niet samenvallen met de karakteristieken van de hoekpunten van het net. Er moet echter getracht worden om dit net zo goed mogelijk te doen aansluiten bij een karakteristiekennet. Verder zal bij de vervanging van de differentiaalquotiënten door de differentiequotiënten steeds rekening moeten worden gehouden met hetgeen in 5.3.2 is medegedeeld.

In het algemeen kan nog worden opgemerkt, dat bij de uitvoering van een berekening door een rekenaar de ingewikkeldheid van de berekeningen relatief een geringer bezwaar is dan bij gebruik van een elektronische machine. Daarentegen moet het totaal aantal uit te voeren rekenkundige bewerkingen voor de rekenaar zoveel mogelijk beperkt worden, terwijl dit voor de machine geen bezwaar is. Indien bij de berekeningen op de machine gekozen kan worden tussen vele eenvoudige berekeningen achter elkaar of een ingewikkelde berekening, die een geringer aantal malen herhaald behoeft te worden, zal in het algemeen het eerste systeem worden gevolgd.

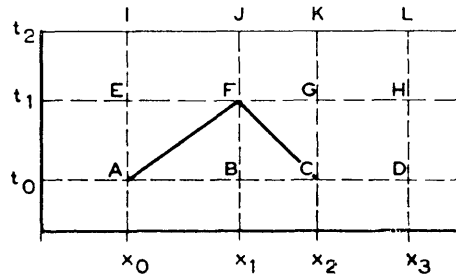
## 5.4 Toepassing van de differentiemethoden voor de berekening van het getij

### 5.4.1 Een differentiemethode voor een net, waarvan de zijden in voldoende mate een karakteristiekennet benaderen

Deze methode kan worden toegepast voor de berekening van de getijbeweging op een rivier met een regelmatig profielverloop, terwijl de variatie van de profielgrootheden gedurende het getij beperkt is. In dat geval kunnen de getijvergelijkingen benaderd worden door de eenvoudige karakteristieke formules (6) en (7) van 2.1.

De rivier wordt bij het begin van de berekening in een aantal secties verdeeld met ongeveer gelijke gemiddelde voortplantingstijd  $\tau_m = l\bar{c}^{-1}$ , waarbij  $\bar{c}$  de gemiddelde waarde is van de voortplantingsnelheden  $|c_1|$  en  $|c_2|$  op een vak met lengte  $l$ , voor een tijdsinterval  $t - t_0 = \tau_m$ . De lengte van opeenvolgende vakken is dus afhankelijk van de waarde van  $\bar{c}$  op deze vakken, terwijl  $c$  van de opwaartse en afwaartse golf in ieder vak niet te veel van de gemiddelde waarde mag afwijken.

Het netwerk in het  $x,t$ -vlak, waarvan de diagonalen de in het algemeen niet-rechthoekige karakteristieken zo goed mogelijk benaderen, bestaat dan uit mazen, waarvan de hoekpunten  $t$ -waarden hebben die in  $t$ -richting opvolgend ongeveer  $\tau_m$  in waarde verschillen. De afstanden tussen opvolgende  $x$ -coördinaten zijn dus in het algemeen verschillend, terwijl ook de tijdsintervallen niet geheel constant zijn. Wel wordt getracht om de variaties hierin beperkt te houden, terwijl het net in voldoende mate rechthoekig blijft. Steeds worden echter de vaklengten tevoren vastgesteld. De precieze waarden van de tijdsintervallen volgen dan in de loop van de berekeningen uit  $\tau = l\bar{c}^{-1}$ , waarin  $l$  = vaklengte.



Figuur 5.4.1. Een rechthoekig net in het  $x,t$ -vlak, dat een karakteristiekennet benadert

Als voorbeeld wordt beschouwd het net, dat in figuur 5.4.1 is aangegeven, waarbij  $H$  en  $Q$  gegeven zijn in de hoekpunten A, B, C, enz., waarvoor  $t = t_0$  is. Het doel is dan om  $H$  en  $Q$  in de verdere hoekpunten van het net te bepalen. Als volgt worden nu  $H$  en  $Q$  in F bepaald als deze grootheden in A en C bekend zijn.

De differentievergelijkingen, die volgen uit (6) en (7) van 2.1 luiden voor de karakteristieken A F en C F, als de gemiddelde waarden van de diverse grootheden op de karakteristieken weer door overstrepingen worden aangegeven:

$$F_F - F_A = -\bar{r}_{AF} (\overline{|Q|Q})_{AF} (x_1 - x_0),$$

of uitgedrukt in  $H$  en  $Q$ :

$$(H_F - H_A) + (\overline{mc})_{AF} (Q_F - Q_A) = -\bar{r}_{AF} (\overline{|Q|Q})_{AF} (x_1 - x_0) \quad (1)$$

en

$$G_F - G_C = \bar{r}_{CF} (\overline{|Q|Q})_{CF} (x_1 - x_2),$$

of:

$$(H_F - H_C) - (\overline{mc})_{CF} (Q_F - Q_C) = \bar{r}_{CF} (\overline{|Q|Q})_{CF} (x_1 - x_2). \quad (2)$$

De gemiddelde waarde van  $|Q|Q$  langs de karakteristiek AF kan worden berekend door te veronderstellen, dat daarlangs  $Q$  lineair verandert.

Als  $l_1$  de afstand AF voorstelt, is:

$$(\overline{|Q|Q})_{AF} = \frac{1}{l_1} \int_A^F |Q|Q ds.$$

Daar  $Q$  bij eerste benadering lineair langs AF verandert, zal dan vanwege

$$\frac{dQ}{ds} = \frac{Q_F - Q_A}{l_1}$$

gelden:

$$(\overline{|Q|Q})_{AF} = \frac{1}{Q_F - Q_A} \int_A^F |Q|Q dQ.$$

Als  $Q_F$  en  $Q_A$  hetzelfde teken hebben, is dus:

$$(\overline{|Q|Q})_{AF} = \frac{1}{3} \frac{Q_A}{|Q_A|} (Q_F^2 + Q_A Q_F + Q_A^2), \quad (3)$$

en bij ongelijk teken:

$$(\overline{|Q|Q})_{AF} = \frac{1}{3} \frac{Q_A}{|Q_A|} \frac{Q_A^3 + Q_F^3}{Q_A - Q_F}. \quad (4)$$

Na substitutie van (3) of (4) in (1) wordt een betrekking verkregen tussen  $Q_F$  en  $H_F$ .

Een tweede betrekking wordt gevonden uit (2), waarbij dan voor  $\overline{|Q|Q}$  één van de met (3) en (4) analoge uitdrukkingen voor CF moeten worden gesubstitueerd.

Deze beide vergelijkingen zijn echter niet lineair in  $Q_F$ . Wel is er één lineaire betrekking te bepalen, door (1) na vermenigvuldiging met  $(1 + \delta_1)$  bij (2) op te tellen:

$$\begin{aligned} (2 + \delta_1) H_F - (1 + \delta_1) H_A - H_C - (\overline{mc})_{AF} (Q_A - Q_C) + (\overline{mc})_{AF} (\delta_1 - \delta_2) Q_F + \\ - (\overline{mc})_{AF} (\delta_1 Q_A - \delta_2 Q_C) = -\frac{1}{3} \tau_m (1 + \delta_1) (\overline{rc})_{AF} \frac{Q_A}{|Q_A|} [Q_F (Q_A - Q_C) + \\ + Q_A^2 - Q_C^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Hierin is gesteld:

$$(\overline{rc})_{CF} = (1 + \delta_1) (\overline{rc})_{AF}$$

en

$$(\overline{mc})_{CF} = (1 + \delta_2) (\overline{mc})_{AF}.$$

Opgemerkt wordt, dat de laatste twee termen van het linkerlid van (5) meestal een zo geringe waarde hebben, dat ze kunnen worden weggelaten. Deze vergelijking kan belangrijk vereenvoudigd worden indien gesteld mag worden

$$(\overline{rc})_{CF} = (\overline{rc})_{AF} = (rc)_B.$$

Volgens (5) kan  $H_F$  in  $Q_F$  worden uitgedrukt, waarna nog  $Q_F$  uit de kwadratische vergelijking moet worden opgelost, die volgt uit (1) na substitutie van (3). Daarna is ook  $H_F$  bekend.

Het bezwaar van het oplossen van een kwadratische vergelijking kan worden ondervangen door benaderende lineaire vergelijkingen op te stellen, waarbij in (3) als eerste benadering,  $Q_F^2$  wordt vervangen door  $Q_A Q_F$ .

Daartoe wordt voor (3) geschreven

$$\overline{|Q|Q} = |Q_A| Q_A + Q_m (Q_F - Q_A), \quad (6)$$

waarin

$$Q_m = \left| \frac{2}{3} Q_A + \frac{1}{3} Q_F \right|.$$

De waarde van de term  $Q_m$  wordt eerst geschat (hetgeen vrij nauwkeurig kan geschieden, daar  $Q_A$  reeds bekend is), zodat alleen de waarde van  $\frac{1}{3} Q_F$  nog geschat moet worden.

Indien  $Q_F$  en  $Q_A$  van ongelijk teken zijn, wat in de nabijheid van de kenteringen het geval kan zijn, moet (4) in plaats van (3) worden toegepast. Daar in de omgeving van de kenteringen de waarde van de weerstandsterm in het algemeen klein is, en bovendien de waarde van de coëfficiënt  $C$  onzeker, kunnen daar  $H$  en  $Q$  bij eerste benadering worden bepaald door de weerstandsterm buiten beschouwing te laten. Daarna kan de waarde van de weerstandsterm worden geschat en kunnen  $H$  en  $Q$  opnieuw bepaald worden, enz.

De waarden van  $H$  en  $Q$  in het punt F kunnen echter ook gemakkelijk grafisch bepaald worden. De karakteristieken CF en AF in het  $x, t$ -diagram worden volgens de afspraak in het begin van deze subparagraaf benaderd door de rechten met respectievelijk de vergelijkingen

$$x - x_1 = \overline{c}_{CF} (t_1 - t)$$

en

$$x_1 - x = \overline{c}_{AF} (t_1 - t).$$

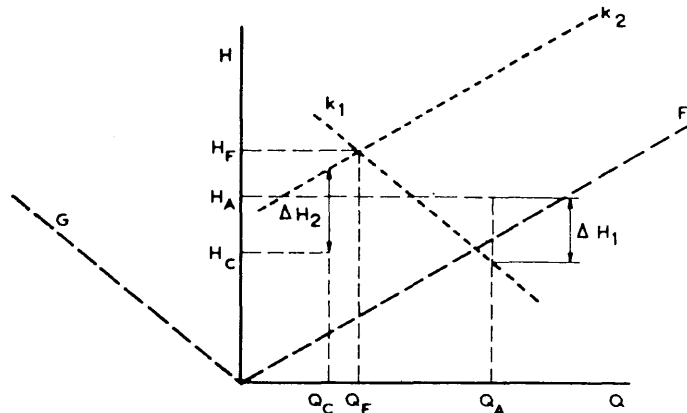
In het  $H, Q$ -diagram stellen (1) en (2) rechten voor, als  $H_F$  en  $Q_F$  als variabelen worden beschouwd.

In figuur 5.4.2 zijn deze rechten weergegeven, respectievelijk  $k_1$  en  $k_2$ . Van de lijn  $k_1$  is de helling  $\overline{m}_{CF}$ , en van  $k_2$  is die  $\overline{m}_{AF}$ . Verder volgt uit (1) en (2), dat de waarden van  $\Delta H_1$  en  $\Delta H_2$ , waarvan de betekenissen in de figuur zijn aangegeven, resp. gelijk zijn aan:

$$\Delta H_1 = -\overline{r}_{AF} (\overline{|Q|Q})_{AF} (x_1 - x_0)$$

en

$$\Delta H_2 = \overline{r}_{CF} (\overline{|Q|Q})_{CF} (x_1 - x_2).$$



Figuur 5.4.2. Een grafische constructie voor de bepaling van  $H$ - en  $Q$ -waarden

De waarden van  $|Q|Q$  zijn dan weer op de in (6) aangegeven wijze geschat. Na de voorlopige constructie van  $H_F$  en  $Q_F$ , als het snijpunt van  $k_1$  en  $k_2$ , kunnen de waarden van  $|Q|Q$  eventueel worden gecorrigeerd door in (6) een verbeterde waarde van  $Q_m$  aan te nemen en de constructie te herhalen. Zo kan de bepaling van  $H$  en  $Q$  voor achtereenvolgende plaatsen en tijdstippen stapsgewijs worden voortgezet.

Bij splitsingspunten van rivieren geldt, dat de algebraïsche som van de stromen nul en dat de waterstanden dezelfde moeten zijn. Dit verband moet dus ook gelden voor de grafieken in de  $H$ ,  $Q$ -diagrammen van de verschillende rivierarmen ter plaatse van de splitsingspunten.

De voorgaande constructie ondergaat slechts weinig verandering, indien op een bepaalde plaats in een rivier een vernauwing voorkomt, waarvan een extra Bernoulli-verhang het gevolg is (zie ook 9.0). Als dan  $H$  en  $Q$  aan de ene zijde door constructie bepaald zijn, zijn ook  $H$  en  $Q$  aan de andere zijde bepaald. Daarna kan de methode rivieropwaarts op de normale wijze worden voortgezet.

#### 5.4.2 Berekening van het getij bij het rechthoekige net in het $x, t$ -vlak

Uit de ervaring is gebleken, dat voor het opstellen van een program van getijberekening voor een elektronische rekenmachine, een vast rechthoekig net, dat te voren wordt vastgesteld, te verkiezen is boven het in mindere of meerdere mate onregelmatige karakteristiekennet.

In deze subparagraaf worden formules aangegeven, met behulp waarvan bij een vast rechthoekig net het verloop van het getij op een rivier op een elektronische rekenmachine kan worden berekend.

Bij deze methode, die praktisch is toegepast (zie [15]), wordt uitgegaan van de vergelijkingen (18) en (19) van 5.1, waarin  $\frac{\partial b_s}{\partial t} = 0$  gesteld wordt. Deze worden dan geschreven in de vorm:

$$|y_1| \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Q}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial Q}{\partial x} - |y_1| \left( \frac{\partial H}{\partial x} + i_r \right) \right] |c_1| \quad (7)$$

en

$$y_2 \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial Q}{\partial x} + y_2 \left( \frac{\partial H}{\partial x} + i_r \right) \right] c_2 \quad (8)$$



Hierin is gesteld:  $|y_1| = Z_1^{-1}$  en  $y_2 = -Z_2^{-1}$ , terwijl  $|c_1|$  de voortplantingssnelheid is van de rivieropwaartsgaande karakteristieke golfcomponent,  $c_2$  die van de rivierafwaartsgaande golf en  $|y_1|$  en  $y_2$  de corresponderende waarden van  $y$ . In het vervolg wordt  $y' = 0$  gesteld.

Verder wordt geschreven:

$$\begin{aligned} |c_1| &= c_0 - c' \\ c_2 &= c_0 + c'. \end{aligned} \quad (9)$$

Dan is volgens (12) van 5.1:

$$\begin{aligned} c_0 &= \left[ \frac{gA}{b} + v^2 \left( \frac{b-b_s}{2b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ c' &= \frac{b+b_s}{2b} v. \end{aligned}$$

Verder volgt uit (15) van 5.1, als gesteld wordt  $y = -Z^{-1}$ :

$$y = \frac{gA}{c-v}$$

$$|y_1| = \frac{gA}{|c_1| - v} = \frac{gA(c_0 - v + c')}{c_0^2 - (v - c')^2}$$

en

$$y_2 = \frac{gA}{c_2 - v} = \frac{gA(c_0 + v - c')}{c_0^2 - (v - c')^2}.$$

Verder wordt nog gedefinieerd:

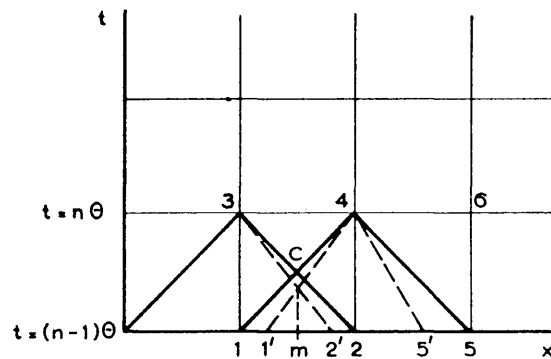
$$y_0 = gA \frac{c_0}{c_0^2 - (v - c')^2}; y' = gA \frac{v - c'}{c_0^2 - (v - c')^2}, \quad (10)$$

zodat ook voor  $|y_1|$  en  $y_2$  geschreven kan worden:

$$|y_1| = y_0 - y' \quad (11)$$

en

$$y_2 = y_0 + y'. \quad (12)$$



Figuur 5.4.3. Een rechthoekig net in het  $x,t$ -vlak, waarbij de  $H$ - en  $Q$ -waarden in de hoekpunten moeten worden bepaald

Het rechthoekige net van figuur 5.4.3, dat op analoge wijze is gevormd als het net van figuur 5.4.1 wordt thans beschouwd. Nu is echter aangenomen dat ook de tijdstreek  $\Delta t$  constant is, en te voren is vastgesteld. Uiteraard moeten weer de karakteristieken van de hoekpunten van het net óf samenvallen met de diagonalen vanuit het hoekpunt óf daarbeneden verlopen (als voorbeeld is aangegeven dat in de figuur de karakteristieken van 4, nl. (4-1') en (4-5') binnen de driehoek (1-4-5) zijn gelegen). Hierdoor is de stabiliteit van het rekenproces verzekerd.

We nemen aan, dat de waarden van  $H$  en  $Q$  in de hoekpunten van het net op de  $x$ -as reeds berekend zijn, dus ook in de punten 1 en 2 en geven aan op welke wijze  $H$  en  $Q$  in de punten 3 en 4 worden gevonden, als verondersteld wordt, dat de rivierafwaartse karakteristiek (4-1') en de rivieropwaartse (4-5'), kunnen worden benaderd door de diagonalen (4-1) en (4-5).

Dan kunnen voor de rechthoek (1-2-3-4) volgens (7) en (8) de volgende differentievergelijkingen worden opgesteld:

$$|y_1| (H_3 - H_1) - (Q_3 - Q_1) = |c_1| \theta \left[ \frac{Q_1 - Q_2}{l} - |y_1| \left( \frac{H_1 - H_2 - li_r}{l} \right) \right] \quad (13)$$

en

$$y_2 (H_4 - H_2) + (Q_4 - Q_2) = c_2 \theta \left[ \frac{Q_1 - Q_2}{l} + y_2 \left( \frac{H_1 - H_2 - li_r}{l} \right) \right]. \quad (14)$$

In deze vergelijkingen zijn  $H_3$ ,  $Q_3$ ,  $H_4$  en  $Q_4$  onbekend, terwijl  $l$  de afstand (1-2) is. Er moeten dus voor hun berekening nog twee vergelijkingen worden toegevoegd. Deze worden respectievelijk verkregen uit de vierhoek (2-4-5-6), die rechts van (1-2-3-4) is gelegen en waaruit een aan (13) analoge betrekking in  $(H_4 - H_2)$  wordt gevonden, en één uit de vierhoek links van (1-2-3-4), waaruit een betrekking voor  $(H_3 - H_1)$  volgt, die analoog is aan (14). De grootheden  $|y_1|$ ,  $|c_1|$ ,  $y_2$  en  $c_2$ , die in (9) tot en met (12) zijn gedefinieerd, worden nu op de volgende wijze berekend voor het middelpunt C van de rechthoek (1-2-3-4):

1. Bereken  $H_m$  en  $Q_m$  in het midden van het vak (1-2) volgens

$$H_m = \frac{1}{2} (H_1 + H_2)$$

en

$$Q_m = \frac{1}{2} (Q_1 + Q_2),$$

en daarna

$$a_m = a_1 + \frac{1}{2} (H_2 - H_1)$$

$$A_m = A_1 + \frac{1}{2} (H_2 - H_1) b_s$$

$$b_s = \frac{1}{2} (b_{s,1} + b_{s,2})$$

waarin  $b_s$  = de stroombreedte van het vak.

2. Dan volgt  $v_m$  uit

$$v_m = Q_m A_m^{-1},$$

en daarna  $h_m$  en  $i_{r,m}$  uit:

$$h_m = H_m - \frac{v_m^2}{2g}$$

en

$$i_{r,m} = \frac{v_m^2}{C^2 a_m}$$

3. Voorts volgt uit de continuïteitsvergelijking (3) van 2.1, als deze door een differentievergelijking wordt vervangen, voor het middelpunt C van de rechthoek:

$$h_c = h_m + \frac{1}{2} \frac{\theta}{b_m} \left( \frac{Q_1 - Q_2}{l} \right).$$

4. Uit de bewegingsvergelijking (1) van 5.1 volgt, na vervanging door een differentievergelijking:

$$v_c - v_m = \frac{1}{2} \left[ \frac{H_1 - H_2}{l} - i_{r,m} \right] \theta g.$$

5. Daar nu de grootheden  $h_c$  en  $v_c$  in het middelpunt van de rechthoek bekend zijn, kunnen de grootheden  $i_r$ ,  $c_0$ ,  $c'$ ,  $y_0$ ,  $y'$ , waarvan de laatstgenoemden in (9) en (10) gedefinieerd zijn, in het punt C worden berekend.

6. Daarna zijn de verschillende coëfficiënten voor de opstelling van de lineaire vergelijkingen in  $H_4$ ,  $Q_4$ ,  $H_3$  en  $Q_3$ , (13) en (14), te berekenen en op analoge wijze voor de vergelijkingen van iedere andere rechthoek.

Bij de methode van getijberekening, die in het voorgaande is behandeld, mogen de karakteristieken van de hoekpunten niet al te veel verschillen van de diagonalen, hoewel dit in een enkel vak wel het geval mag zijn. Deze methode wordt verder daardoor gekenmerkt, dat bij de berekening van  $H$  en  $Q$  op het tijdstip  $t = n\theta$  alleen gebruik wordt gemaakt van gegevens voor het tijdstip  $(n-1)\theta$  en de op dat tijdstip berekende waarden van  $H$  en  $Q$ . Verder worden alleen eerste-ordedifferenties toegepast.

Uit de praktische toepassingen bleek, dat bij deze opzet de vakken een kortere lengte moesten hebben voor het verkrijgen van een voldoende nauwkeurige oplossing dan vereist is voor de gebruikelijke schematisatie van de rivieren (zie nader 7.0).

Op de Lek moesten bijvoorbeeld de vaklengten korter zijn dan 2 km, terwijl voor de gebruikelijke schematisatie vaklengten van 6 à 8 km beschouwd konden worden.

In verband hiermede wordt in het vervolg aangegeven welke wijzigingen eventueel in de methode aangebracht kunnen worden om in het geval van langere vaklengten, waarbij de karakteristieken ook meer van de diagonalen van het net gaan afwijken, een oplossing te verkrijgen. In hoeverre deze wijzigingen gevolgd moeten worden, hangt, behalve van de vereiste nauwkeurigheid, ook af van de aard van de elektronische rekenmachine, waarop de berekeningen moeten worden uitgevoerd; dit betreft vooral het beschikbare „geheugen”. Het blijkt namelijk, dat de hoeveelheid te verrichten rekenwerk in het algemeen geen bezwaar is, maar wel het aantal gegevens, dat voor de uitvoering van de berekening „in het geheugen moet worden opgeborgen”. Dit laatste is weer afhankelijk van de uitgebreidheid van het rivierenstelsel, waarin de voortplanting van het getij moet worden berekend. Hoe groter de vaklengte, des te geringer zal het aantal vereiste gegevens voor de volledige getijberekening zijn. Anderzijds zal echter de berekening van de voortplanting van het getij op één vak zelf ingewikkelder zijn, waardoor voor één vak meer gegevens in het geheugen opgeborgen moeten worden dan voor een korter vak. Dit stelt dus een grens aan de vaklengten, die verder ook door de schematisatie wordt bepaald. Verder zijn deze lengte en de benaderingen, die bij de methode worden toegepast, afhankelijk van het in meerdere of mindere mate onregelmatig zijn van het getijverloop.

Laat weer voor  $t = (n-1)\theta$ ,  $H$  en  $Q$  voor bepaalde waarden van  $x$  – bijvoorbeeld in de punten 1, 2 en 5 van figuur 5.4.3 – bekend zijn. We zullen dan aangeven op welke wijze  $H$  en  $Q$  in het punt 4 met coördinaten  $t = n\theta$  en  $x = x_2$  berekend kunnen worden, indien de karakteristieken belangrijk afwijken van de diagonalen. Laat de rechten (4-1') en (4-5') de karakteristieken van het punt 4 benaderen. Dan is weer de tijdstreek  $\theta$  zo gekozen, dat de punten 1' en 5' op de rechte  $t = (n-1)\theta$ , binnen het vak bepaald door de punten 1 en 5, zijn gelegen. Hierdoor is het mogelijk, de waarden van  $H$  en  $Q$  in 1' en 5' door interpolatie vanuit 1 en 5 te bepalen.

Als  $|\bar{c}_1|$  de gemiddelde waarde van de voortplantingssnelheid op de karakteristieke rechte (1'-4) is, is punt 1' bij benadering gedefinieerd door

$$x_1' = x_2 - |\bar{c}_1| \theta,$$

daar de afstand 1'-2 immers gelijk is aan  $|\bar{c}_1| \theta$ . Door weer aan te nemen, dat  $H$  en  $Q$  lineair op de rechte (1-2) veranderen, blijkt, dat in het punt 1',  $H_1'$  en  $Q_1'$  bepaald zijn volgens:

$$H_1' = H_2 + (H_1 - H_2) \frac{|\bar{c}_1| \theta}{\Delta x} \quad (15)$$

en

$$Q_1' = Q_2 + (Q_1 - Q_2) \frac{|\bar{c}_1| \theta}{\Delta x}. \quad (16)$$

Voor de berekening van  $H_4$  en  $Q_4$  geldt o.a. weer de formule (14), mits  $Q_1$  door  $Q_1'$  vervangen wordt, en  $H_1$  door  $H_1'$ .

Verder moeten de gemiddelde waarden van  $|c_1|$  en  $|y_1|$ , die in (9) tot en met (12) zijn gedefinieerd (respectievelijk  $|\bar{c}_1|$  en  $|\bar{y}_1|$ ), ook op de rechte (1'-4) worden bepaald, in plaats van op de diagonaal (1-4).

Bij de getijberekeningen op de Nederlandse rivieren en zeearmen worden de variaties in  $|c_1|$  en  $|y_1|$  gedurende het getij grotendeels bepaald door de variaties in  $(Ab^{-1})^{\frac{1}{2}}$  en  $Ac_0^{-1} \approx (Ab)^{\frac{1}{2}}$ . De correctie-termen in (9) tot en met (12) hebben ten opzichte van de hoofdtermen een geringe waarde, zodat hun waarden constant kunnen worden aangenomen gedurende de tijdsteek  $\Theta$ .

Verder wordt opgemerkt, dat de preciese variatie van de factor  $b^{\frac{1}{2}}$  gedurende het getij, vooral op de zeearmen moeilijk is aan te geven. Gedurende een tijdsinterval van 20 minuten bijvoorbeeld, kan de waarde dan gevoegelijk gelijk gesteld worden aan de waarde in het begin van dit interval. Voor de normale rivieren en bij normaal getij is de variatie van de kombergingsbreedte  $b$  meestal niet belangrijk, zodat ook dan dezelfde veronderstelling kan worden gemaakt.

De variatie in de bovengenoemde termen gedurende de tijdsteek  $\Theta$  wordt dus hoofdzakelijk bepaald door die in  $A^{\frac{1}{2}} = [b_s(a+H)]^{\frac{1}{2}}$ . Hierin stelt  $a$  de gemiddelde diepte in het vak gedurende het getij voor, en  $H$  het verloop van het verticale getij.

Op de Nederlandse rivieren is de waarde van  $a$  minstens 4 m, en verandert de waarde van  $H$  op een vak van bijvoorbeeld 8 km hoogstens met 1 m per uur. Bij tijdsteken  $\Theta$  van 20 minuten, zal de diepte  $a+H$  met ongeveer 0,3 m kunnen veranderen, en de waarden van  $|c_1|$  en  $|y_1|$  dus met ongeveer 4%.

Belangrijker zijn echter de mogelijke variaties in de term  $|c_1| |y_1| i_r$ , die in (13) voorkomt. Deze worden bepaald door de variaties in:

$$A \frac{v^2}{a} \approx b_s v^2 \approx b_s^{-1} Q^2 (a+H)^{-2}, \quad (17)$$

en kunnen viermaal zo groot zijn, als die in  $|y_1|$  en  $|c_1|$ .

We geven eerst een methode aan voor de bepaling van een voldoende benadering van de gemiddelde waarden van respectievelijk  $(a+H)^{\frac{1}{2}}$ ,  $(a+H)^{-\frac{1}{2}}$  en  $(a+H)^{-2}$  op de karakteristiek (1'-4), die in de bepaling van  $|c_1|$ ,  $|y_1|$  en  $|c_1| |y_1| i_r$  voorkomen.

In het punt 4 is die waarde  $a+H_4$ , en in het punt 1' is deze:

$$a+H_1' \approx a+H_2 + (H_1-H_2) \frac{|c_1| \Theta}{\Delta x}.$$

De gemiddelde waarde van  $a+H$  op de karakteristiek (1'-4) is dus:

$$(a+H_2) + \frac{1}{2} \left\{ (H_4-H_2) + (H_1-H_2) |c_1| \frac{\Theta}{\Delta x} \right\}.$$

Derhalve is de benaderde gemiddelde waarde van  $(a+H)^{\frac{1}{2}}$ :

$$(a+H_2)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{(H_4-H_2) + (H_1-H_2) |c_1| \frac{\Theta}{\Delta x}}{4(a+H_2)} \right], \quad (18)$$

die van  $(a+H)^{-\frac{1}{2}}$ :

$$(a+H_2)^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 - \frac{(H_4-H_2) + (H_1-H_2) |c_1| \frac{\Theta}{\Delta x}}{4(a+H_2)} \right], \quad (19)$$

en die van  $(a+H)^{-2}$ :

$$(a+H_2)^{-2} \left[ 1 - \frac{(H_4-H_2) + (H_1-H_2) |c_1| \frac{\Theta}{\Delta x}}{a+H_2} \right]. \quad (20)$$

In deze formules zou weer voor de waarde van  $|c_1|$  de gemiddelde waarde op de karakteristiek moeten worden gesubstitueerd. In het geval van tijdsteken niet groter dan 20 minuten, kan echter aangenomen worden, dat haar waarde gelijk is aan het gemiddelde in de punten 1 en 2. Vaak kunnen (18) en (19) vervangen worden door de termen  $(a+H_2)^{\frac{1}{2}}$  en  $(a+H_2)^{-\frac{1}{2}}$  of door  $(a+H_c)^{\frac{1}{2}}$  en  $(a+H_c)^{-\frac{1}{2}}$  (zie voor punt C figuur 5.4.3).

De volgende methode kan dienen voor de bepaling van de gemiddelde waarde  $\bar{Q}^2$  op de karakteristiek (1'-4). Volgens (3) geldt, als  $Q_1'$  en  $Q_4$  hetzelfde teken hebben

$$\bar{Q}^2 = \frac{1}{3} (Q_1'^2 + Q_1' Q_4 + Q_4^2). \quad (21)$$

Men kan echter ook stellen:

$$\bar{Q}^2 = k Q_1'^2 + (1 - k) Q_1' Q_4 \quad (22)$$

waarin  $k$  een nog nader vast te stellen constante is. De waarde van  $Q_1'$  is bepaald volgens (16).

Over de waarde van  $k$  wordt het volgende opgemerkt:

Als  $k = 1$ , wordt  $Q^2$  vervangen door haar waarde in het beginpunt. Dit is geoorloofd als  $Q$  bij de voortplanting van het getij op het vak weinig verandert.

Voor  $k = 0$  wordt  $Q^2$  vervangen door het meetkundig gemiddelde van  $Q_1'$  en  $Q_4$ .

Indien  $Q_4 \neq Q_1'$  is, moet  $k < 1$  zijn. Ook kan  $k$  een negatieve waarde hebben en zelfs kleiner dan  $-1$  zijn.

Op de volgende wijze kan  $k$  voorlopig bepaald worden. In de punten A en B, waarvan de coördinaten (zie figuur 5.4.3) zijn:  $(0, (n-2) \theta)$  en  $(1, (n-2) \theta)$ , zijn  $H$  en  $Q$  reeds eerder berekend. Als wordt aangenomen dat op de rechte, die de punten I en A verbindt,  $Q$  lineair verloopt, kan  $k$  worden bepaald uit de gemiddelde waarde op die rechte:

$$\frac{1}{3} [Q_1^2 + Q_1 Q_A + Q_A^2] = k Q_A^2 + (1 - k) Q_A Q_1.$$

Dan blijkt  $k$  op eenvoudige wijze te kunnen worden berekend, nl.

$$k = \frac{Q_A - Q_1}{3Q_A} \quad (23)$$

Volgens (20), (22) en (23) kan nu het product  $(a + H)^{-2} \bar{Q}^2$  worden bepaald.

Dit is gelijk aan:

$$(a + H_2)^{-2} \left[ \left( 1 + \frac{H_2 + (H_2 - H_1) |c_1| \frac{\theta}{\Delta x}}{a + H_2} \right) \{k Q_1'^2 + (1 - k) Q_1' Q_4\} + \right. \\ \left. - \frac{k Q_1'^2}{a + H_2} H_4 - \frac{(1 - k) Q_1'}{a + H_2} H_4 Q_4 \right], \quad (24)$$

terwijl  $Q_1'$  bepaald is volgens (16).

Opdat de berekening van  $H_4$  en  $Q_4$  door oplossing uit lineaire vergelijkingen kan plaats hebben, moet de term met  $H_4 Q_4$  nog gelineariseerd worden. Dit kan geschieden door  $H_4$  te benaderen door  $\frac{1}{2} (H_1 + H_2)$ . Een nauwkeuriger benadering is echter om  $H_4$  te vervangen door  $2 H_c - \frac{1}{2} H_1 - \frac{1}{2} H_2$ .

Hierin bepaalt  $H_c$  de waterstand in het middelpunt van de rechthoek; de berekening hiervan is in het eerste deel van deze subparagraaf behandeld.

Met behulp van de benaderingen, die in (18) tot en met (24) zijn afgeleid, kunnen daarna de coëfficiënten van (14) nader worden bepaald. Bij de verdere uitwerking komen dan ook producten  $H_4^2$  en  $H_4 Q_4$ , enz. voor. Deze worden dan vervangen door

$$\frac{1}{2} (H_1 + H_2) H_4$$

of door

$$[2 H_c - \frac{1}{2} H_1 - \frac{1}{2} H_2] H_4$$

en analoge uitdrukkingen voor de termen met  $Q_4$ , opdat de vergelijking (14) lineair blijft in  $H_4$  en  $Q_4$ .

De vergelijking (13) voor de karakteristiek (3'-2) kan op analoge wijze vervangen worden door een meer nauwkeurige lineaire betrekking in  $H_3$  en  $Q_3$ .

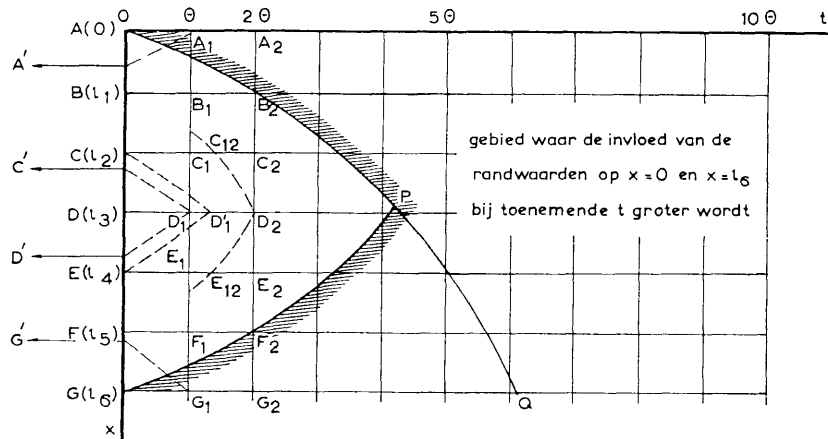
De berekening van de voortplanting van het getij verloopt verder analoog als daar beschreven is.

Opgemerkt wordt nog, dat na de berekening van  $Q_4$  nagegaan moet worden of de waarde van  $Q$  in het beschouwde vak op de karakteristieken niet van teken verandert en er dus een kentering optreedt. In dat geval moet de berekening herhaald worden met verwaarlozing van de waarde van  $Q^2$  en eventueel toepassing van een formule als (4).

### 5.5 Een beschouwing over de convergentie van differentiemethoden in het geval van randwaarden op twee plaatsen

De bepaling van de functiewaarden  $H$  en  $Q$  in de hoekpunten van het karakteristiekennet heeft het nadeel dat de functies  $H$  en  $Q$  in het algemeen niet voor het gehele getij worden berekend op plaatsen waar dit gewenst wordt. De getijden moeten bepaald worden op plaatsen waar peilschalen voorkomen. Ook bij splitsingspunten is dit noodzakelijk in verband met het invoeren van de voorwaarden, die daar voor de waterbeweging gelden: de algebraïsche som der stromen moet voor ieder tijdstip nul zijn, terwijl de verticale getijbeweging voor de verschillende takken dezelfde moet zijn.

Ook in verband met de schematisatie van het rivierstelsel in vakken met constante diepte en breedte is het nodig om een vaste indeling van de rivier te maken. Men kan wel zorg dragen, dat  $H$  en  $Q$  steeds op bepaalde plaatsen  $x$  worden berekend, maar dan is het niet meer mogelijk om de bijbehorende tijdstippen  $t$  van tevoren te voorspellen. De  $x$ -coördinaten van de hoekpunten van het karakteristiekennet liggen wel vast maar met de  $t$ -coördinaten is dat dan niet het geval.



Figuur 5.5.1. Het invloedsgebied van de randwaarden

Voor het verkrijgen van een eenvoudig rekenschema is het gewenst om ook de tijd in gelijke intervallen  $\theta$  te verdelen, zodat in hoekpunten van een rechthoekig net van het  $x$ ,  $t$ -diagram  $H$  en  $Q$  moeten worden berekend (zie figuur 5.5.1).

Laat de mond van de rivier door  $A$  zijn aangegeven, en opvolgende plaatsen langs de rivier door  $B$  tot en met  $G$ .

Het tijdsinterval  $\theta$  moet voldoende klein gekozen worden om te ingewikkelde berekeningen te vermijden. In de praktische toepassing is het namelijk gewenst om zich te bepalen tot interpolatie vanuit drie opvolgende basispunten. Bij meer punten worden de interpolatieformules te ingewikkeld voor praktische toepassing (zie nader 5.4).

Laat  $D_1'$  het snijpunt zijn van de opgaande karakteristiek door  $C$  en de neergaande karakteristiek door  $E$ . Daar de waarden van  $H$  en  $Q$  binnen de figuur  $CD_1'E$  afhankelijk zijn van  $H$  en  $Q$  op  $CE$ , is het nodig dat  $D_1'$  binnen de figuur  $CD_1'E$  is gelegen, opdat  $H$  en  $Q$  door eenvoudige interpolatie vanuit  $C$ ,  $D$  en  $E$  bepaald kunnen worden. Als  $C'$  en  $D'$  buiten  $CE$ , en te ver vanaf  $C$  en  $E$  zijn gelegen, kunnen de waarden van  $H$  en  $Q$  in deze punten niet nauwkeurig genoeg bepaald worden, zodat dan de fouten in de waarden van  $H$  en  $Q$  op de karakteristieken  $C'D_1'$  en  $D'D_1'$  te groot worden. De schattingen voor  $|Q|$  langs de karakteristieken worden dan te onnauwkeurig. Men verkrijgt uiteraard de beste resultaten als  $\bar{c}\theta$  ongeveer gelijk aan de gemiddelde waarde van  $x_{i+1} - x_i$  langs de rivier wordt gekozen,

zodat dan de hoekpunten van het karakteristiekennet het minst verschillen van die van het rechthoekige net.

De oplossing verloopt weer eenvoudig als bijvoorbeeld op het tijdstip  $t = 0$ , langs de rivier  $H$  en  $Q$  bekend zijn (beginvoorwaarden). Indien  $H$  en  $Q$  op de plaatsen  $A$  tot en met  $G$  gegeven zijn, worden haar waarden in  $C'$  en  $D'$  door interpolatie bepaald. De berekening van  $H$  en  $Q$  in  $D_1$  kan dan geschieden op de wijze, die in het voorgaande is aangegeven, of volgens de grafische methode. Op analoge wijze kunnen dan de waarden van  $H$  en  $Q$  in alle hoekpunten voor  $t = \theta$  berekend worden, met uitzondering van die op de rechten  $x = 0$  en  $x = l_6$ .

In de punten  $A_1$  en  $G_1$  is er echter slechts één karakteristiek, die de rechte  $t = 0$  snijdt (zie figuur 5.5.1). Daarom moet in  $A_1$  en  $G_1$  de waarde van  $H$  of  $Q$  bekend zijn. Dit geldt ook voor  $A_2$ ,  $G_2$ , enz. Op de rechten  $x = 0$  en  $x = l_6$  moet dus of  $H$  of  $Q$  als functie van  $t$  gegeven zijn. Zo voortgaande kunnen dan voor  $t = 2\theta$ ,  $3\theta$ , enz. in alle hoekpunten  $H$  en  $Q$  berekend worden.

In de praktische toepassingen zijn echter op het tijdstip  $t = 0$ ,  $H$  en  $Q$  in het algemeen niet bekend, maar is dat wel het geval met  $H(t)$  voor  $x = 0$  en  $H(t)$  of  $Q(t)$  voor  $x = l_6$ . In deze gevallen kan het voorgaande rekenschema slechts worden toegepast, als eerst  $H(x)$  en  $Q(x)$  voor  $t = 0$  geschat worden, waarbij dan  $H(0)$  en  $Q(l_6)$  of  $H(l_6)$  wel bekend zijn. Als voor  $t < 0$  de randwaarde  $H(t)$  of  $Q(t)$  ook gegeven is, zijn  $H(x)$  en  $Q(x)$  voor  $t = 0$  ook in zekere mate afhankelijk van deze randwaarden. Dan zullen de geschatte  $H(x)$  en  $Q(x)$  voor  $t = 0$  in het algemeen zelfs strijdig met de gegeven randwaarden zijn.

Dit blijkt duidelijk bij een periodiek verlopend getij. Dan zijn  $H$  en  $Q$  in ieder punt en tijdstip bepaald door de randwaarden voor  $x = 0$  en  $x = l$ . Toch zijn belangrijke fouten in de geschatte beginwaarden geen bezwaar om een praktisch bevredigende oplossing te verkrijgen voor voldoende grote waarden van  $t$ . Dit kan op grond van de volgende redenering worden ingezien.

Uitgaande van de geschatte  $H(x)$  en  $Q(x)$  kunnen weer  $H$  en  $Q$  in de basispunten van  $t = \theta$  berekend worden. De berekening van  $Q(0, \theta)$  in het punt  $A_1$  als daar  $H(0, \theta)$  bekend is, geschiedt door te integreren langs de karakteristiek  $A'A_1$ . Op analoge wijze kan in  $G_1$ ,  $H(l_6, \theta)$  of  $Q(l_6, \theta)$  worden berekend, als omgekeerd  $Q(l_6, \theta)$  of  $H(l_6, \theta)$  bekend zijn.

Dan zullen in de volgende punten  $B_1$  en  $F_1$ , de berekende waarden van  $H$  en  $Q$  minder van de juiste waarden verschillen dan in de overige inwendige punten van de lijn  $t = \theta$ , omdat bij de berekening van  $H$  en  $Q$  in die punten, de waarden van  $H$  of  $Q$  in  $A(0)$  en  $G(l_6)$ , die niet geschat zijn, worden gebruikt.

De berekening van  $H$  en  $Q$  voor  $2\theta$  wordt op analoge wijze uitgevoerd, uitgaande van de te voren berekende waarden van  $H$  en  $Q$  op de lijn  $t = \theta$ . Men kan dan weer verwachten, dat in de punten  $B_2$  en  $F_2$  weer betere uitkomsten worden gevonden dan in  $C_2$ ,  $D_2$  en  $E_2$ . Verder zullen de resultaten in  $C_2$  en  $E_2$  weer nauwkeuriger zijn dan in  $D_2$ , enz.

De verschillen van de berekende  $H$  en  $Q$  op de lijn  $t = 2\theta$  met de exacte waarden zullen in het algemeen toenemen in de richting van  $D_2$ .

Men kan dus onderscheiden een invloedsgebied van de beginwaarden op  $t = 0$  en een gebied, waar de randwaarden op  $x = 0$  en  $x = l_6$  bij toenemende  $t$  van meer invloed wordt op de berekende  $H$ - en  $Q$ -waarden in de hoekpunten. Daar zal de invloed van de geschatte waarden op de lijn  $t = 0$  in het algemeen geringer worden. In de figuur is het eerste gebied aangegeven door APG, waarbij AP de rivieropgaande karakteristiek van  $A$  is en GP de rivierafgaande karakteristiek van  $G$ . Men kan dus verwachten, dat de invloed van de geschatte waarden op  $t = 0$  steeds geringer wordt bij toenemende  $t$  en de oplossing convergeert naar de gevraagde, welke beantwoordt aan de gegeven randwaarden op  $x = 0$  en  $x = l_6$ . Bij periodieke randwaarden is de goede oplossing bereikt, als de numerieke oplossing periodiek is geworden. Bij niet-periodieke randwaarden is dit moeilijker te beoordelen. Indien dan bij wijzigingen in de beginwaarden voor  $t = 0$ , bij voldoende grote waarden van  $t$ , de oplossing niet meer verandert, is daar de numerieke oplossing voldoende in overeenstemming met de exacte oplossing.

Uit het voorgaande volgt ook, dat men de geschatte waarden voor  $t = 0$  vervangen kan door geschatte waarden op iedere andere lijn in het gebied APG of eventueel op de lijn APQ. Dan is PQ de doorlopende karakteristiek van  $P$ .

Bij de grafische oplossing wordt het constructiewerk geringer als men de punten met de geschatte waarden voor  $H$  en  $Q$  zo dicht mogelijk bij de krommen AP en GP of APQ kiest, dus bijv. in de punten  $B_1$ ,  $C_2$ ,  $D_2$ ,  $E_2$  en  $F_1$ . Vanuit deze punten kan men dan het rekenproces in  $t$  richting voortzetten. Uiteraard is de mate van convergeren ook afhankelijk van de nauwkeurigheid, waarmede schattingen van  $H$

en  $Q$  op een lijn in het gebied APG kunnen worden bepaald. Vaak kan men op  $t = 0$  gemakkelijker schattingen uitvoeren, dan op een gebroken lijn in het gebied APG.

Bij berekeningen op een elektronische rekenmachine, waarbij het aantal uit te voeren berekeningen van minder belang is, is het altijd gewenst om schattingen voor  $t = 0$  te maken.

Ten slotte merken we nog het volgende op:

Het kan voorkomen, dat de karakteristieken door een hoekpunt van het net als bijv.  $D_2$  in de figuur, de voorgaande rechte met  $t = \theta$  snijden in twee punten, die toch buiten het interval  $C_1 D_1 E_1$  liggen, waarbinnen volgens de afspraak de interpolatie voor de bepaling van de waarden  $H$  en  $Q$  zal plaats hebben. In dat geval snijden de karakteristieken de nabijgelegen rechten met constante  $x$  in twee punten, bijvoorbeeld  $C_{12}$  en  $E_{12}$  in de figuur, op tijdstippen die gelegen zijn tussen het tijdstip van het hoekpunt en die van de voorgaande rechte ( $\theta < t(C_{12}) < 2\theta$  in het voorbeeld). Men kan dan de waarden van  $H$  en  $Q$  in  $C_{12}$  en  $E_{12}$  door extrapolatie vanuit  $C$  en  $C_1$  resp.  $E$  en  $E_1$  bepalen en daarna weer langs de karakteristieken naar  $D_2$  gaan.

## 6.0 OVERZICHT VAN DE GETIJBEREKENINGEN VOOR DE BESTUDERING VAN DE WATERBEWEGING GEDURENDE DE UITVOERING VAN DE DELTAWERKEN

We vermelden hier de belangrijkste gevallen, waarvoor getijberekeningen werden uitgevoerd.<sup>1)</sup>

1. Voor de uitvoering van de verschillende afsluitingen, nl. de afsluiting van Hollandse IJssel, Zandkreek, Veerse Gat, Grevelingen, Hellegat, Haringvliet, Brouwershavense Gat en Oosterschelde.

Hierbij was het van groot belang om de waterbeweging gedurende de afsluitingswerkzaamheden te bepalen in de belangrijke scheepvaartwegen Keten, Mastgat, Zijpe, Volkerak, Hollands Diep, Dordtse Kil, Noord, Nieuwe Maas en Rotterdamse Waterweg, in verband met het varen bij grote stroomsnelheden en de handhaving van het geulenstelsel op een voldoende diepte.

2. Ook voor de vaststelling van de capaciteit en de afmetingen van de uitwateringssluizen van het Haringvliet en die van het Hellegat en de wijze, waarop in de toekomst de afwatering door deze sluisen zal worden geregeld, was het nodig om getijberekeningen uit te voeren; voorts in verband met de stromingen op de aansluitende zeearmen en rivieren (Dordtse Kil en Noord vooral) en de verdeling van de Rijn- en Maasafvoer over de verschillende rivierarmen.

3. Vooral voor de wijze, waarop het opperwater van Rijn en Maas via de uitwateringssluizen in het Haringvliet moet worden geloosd, in verband met de vergroting van de afvoer door de Nieuwe Maas en de Rotterdamse Waterweg voor het terugdringen van de zoutgrens aldaar, zijn uitgebreide onderzoeken uitgevoerd. Dit betreft dus het opstellen van het lozingsprogram voor deze sluisen.

4. Voor de normalisatie van rivierarmen na voltooiing van het Deltaplan, in verband met een zo gunstig mogelijke stromingstoestand.

5. Voorts moest de invloed van stormkeringen op de waterbeweging berekend worden als deze op een bepaald moment vóór de hoogste top gesloten en later weer geopend worden, bijv. bij de stormvloedkeringen van de Hollandse IJssel en het Haringvliet.

6. Berekeningen voor de voortplanting van stormvloed op de rivieren voor de bepaling van de hoogte der dijken.

## 7.0 DE SCHEMATISATIE VAN HET RIVIERENSTELSEL EN DE CONTROLE HIERVAN

Het uitgangspunt voor de toepassing van getijberekeningen is de berekening van de bestaande getijbeweging.

De nauwkeurigheid, waarmede de bestaande getijbeweging kan worden bepaald, hangt af van de kwaliteit en de kwantiteit van de waarnemingen betreffende de diepten, het verloop van de waterstanden en de stroomsnelheden.

<sup>1)</sup> Zie Bijdrage IV.3.



Met behulp van de beschikbare methoden van getijberekening is het theoretisch mogelijk om een hoge graad van nauwkeurigheid te bereiken, uiteraard ten koste van meer rekenwerk. Anderzijds wordt praktisch aan deze nauwkeurigheid een grens gesteld door onze kennis van de bestaande toestand.

Om getijberekeningen te kunnen uitvoeren, moeten nl. de verschillende coëfficiënten in de differentiaalvergelijkingen (1') en (3') van 2.1, de grootheden  $b$ ,  $m$  en  $r$  bekend zijn. Dit is het geval als de grootheden  $b$ ,  $A$ ,  $H$  en  $C$ , die ook in 2.1 gedefinieerd zijn, gegeven zijn. In het algemeen zijn deze grootheden functies van  $x$  en  $t$ . Bij de getijberekeningen is het echter gewenst om de afhankelijkheid van  $x$  benaderingsgewijs in te voeren. Daartoe wordt een rivierarm of geul in een aantal vakken verdeeld en worden voor ieder vak en ieder tijdstip voor deze grootheden waarden bepaald.

In plaats van hun afhankelijkheid van de tijd direct in te voeren, geschiedt dit op indirecte wijze, door hun afhankelijkheid van de hoogte van de waterspiegel  $h$  te beschouwen.

Het verdelen van een rivier in een aantal secties en de bepaling van hun dimensies wordt de schematisatie van de rivier genoemd. Het vaststellen van een dergelijke schematisatie kan op verschillende wijzen geschieden. Het is echter noodzakelijk om na te gaan of met behulp van een eenmaal bepaalde schematisatie de bestaande getijbeweging, dus de gemeten  $h$ - en  $v$ -waarden op verschillende plaatsen door berekening kan worden teruggevonden.

Als de rivier een regelmatige vorm heeft, is de schematisatie van een riviervak op vrij ondubbelzinnige wijze aan te geven.

Vele getijrivieren hebben echter een onregelmatige vorm, zowel betreffende de dwarsdoorsneden als in het verloop van de breedte van de waterspiegel. Men zou dan zeer korte vakken kunnen beschouwen, bijv. ter lengte van één of twee km. Meestal zijn er echter niet voldoende getijwaarnemingen beschikbaar om een dergelijke nauwkeurige schematisatie door berekening nader te controleren. De snelheidsmetingen zijn vaak zeer beperkt, terwijl het verticale getij slechts bekend is voor plaatsen op afstanden van minimaal vijf km. Aangezien dus controle met gemeten snelheden en waterstanden slechts op vrij ver uiteen gelegen punten mogelijk is, wordt het voordeel van een indeling met kleine vakken voor een belangrijk deel teniet gedaan. Hierbij moet dan nog rekening gehouden worden met het feit, dat in de snelheidsmetingen fouten van 5% of meer, en in de gemeten waterstanden onnauwkeurigheden van enkele cm kunnen voorkomen. Ook de waarde van de coëfficiënt van De Chézy, die in de bewegingsvergelijking voorkomt, moet voor ieder vak met behulp van de waarnemingen worden bepaald.

Voor al deze zeearmen als Oosterschelde en Westerschelde is een schematisatie moeilijk vast te stellen. Behalve een hoofdgeul zijn daar nl. verschillende kleinere geulen aanwezig, waarvan de invloed op de waterbeweging niet mag worden verwaarloosd. Bovendien verandert de kombergingsbreedte van het wateroppervlak vaak in belangrijke mate met de waterspiegel, evenals de breedte van het stroombed gedurende het getij. Het is dan nodig om in de berekeningen een variabele stroombreedte aan te nemen. Bij dergelijke gevallen is toetsing van de vastgestelde schematisatie, door een berekening uit te voeren voor het bestaande getij en door de resultaten te vergelijken met de waarnemingen, zeer noodzakelijk.

De waarde van de coëfficiënt van De Chézy kan verder worden berekend uit een stroommeting in een riviersectie en uit de getijkrommen aan beide einden. Als de riviersectie een regelmatige vorm heeft, blijken de variaties in  $C$  niet groot te zijn.

Zijn er niet voldoende waarnemingen aanwezig om de waarden van de coëfficiënt van De Chézy te bepalen, dan moeten hiervoor voorlopig veronderstellingen gemaakt worden op grond van de beschikbare hydraulische kennis.

Bij het uitvoeren van de berekeningen moet getracht worden, een inzicht te verkrijgen in de nauwkeurigheid van de snelheidsmetingen en de metingen van het verticale getij, en moeten waarnemingsfouten zoveel mogelijk geëlimineerd worden. Hoe groter het aantal waarnemingen is, des te gunstiger is de mogelijkheid daartoe.

Voor al deze controleberekeningen wordt hoofdzakelijk de iteratiemethode gebruikt, die in 5.2 is behandeld (zie de formules (3) tot en met (6) van 5.2). Deze kan onmiddellijk worden toegepast als het verticale en het horizontale getij aan het begin van een riviervak gegeven is.

Als de getijkrommen aan beide einden van een of meerdere riviersecties bekend zijn, nl.  $H_0$  aan het begin en  $H$  aan het eind van het riviervak, wordt de volgende methode toegepast. De formule voor

$Q_{11}$  in (5) en (6) van 5.2 wordt dan vervangen door een differentievergelijking voor de stroom  $Q_0$  aan het begin van de rivier:

$$H - H_0 = -m \frac{Q_0(t + \Delta t) - Q_0(t)}{\Delta t} x \mp r Q_0(t) Q_0(t + \Delta t) x + \frac{1}{2} bm \ddot{H}_0 x^2 + \\ \pm br \frac{Q_0(t) + Q_0(t + \Delta t)}{2} \dot{H}_0 x^2 \mp \frac{1}{3} b^2 r \dot{H}_0^2 x^3.$$

Hierin zijn de termen met  $\dot{b}$ ,  $\dot{m}$  en  $\dot{r}$  weggelaten.

Op een willekeurig tijdstip  $t$ , waarbij de waarden van  $H$ ,  $H_0$  en de vakcoëfficiënten bekend zijn, wordt een waarde  $Q_0(t)$  voor de stroom aangenomen. Voor een volgend tijdstip  $t + \Delta t$  kan dan  $Q_0(t + \Delta t)$  berekend worden. Zo voortgaande wordt de berekening voortgezet tot de stroomkromme in voldoende mate periodiek gaat verlopen. Het is gemakkelijk aan te tonen, dat dit op den duur het geval is (zie voor deze methode ook [5], en [6], § 4.3). Daarna kan deze stroomkromme worden vergeleken met de beschikbare gegevens voor de stroom die uit de snelheidsmetingen bepaald is.

Indien op twee aansluitende vakken aan het begin en het eind van ieder vak de getijkrommen bekend zijn en dus drie getijlijnen gemeten zijn, kan op de overgang voor ieder van de vakken ook de stroom berekend worden volgens de geschetste methode. Daar op deze overgang de beide berekende stroomkrommen identiek moeten zijn kan de vastgestelde schematisatie van de twee secties enigermate worden gecontroleerd.

Het is ook mogelijk, de aangegeven methode uit te breiden tot twee aansluitende vakken, waarbij aan het begin van het eerste vak en het einde van het tweede vak de getijlijn bekend is (zie [6], § 4.4).

In een punt van samenkomst van geulen geldt verder de voorwaarde, dat daar de algebraïsche som van de berekende stromen gelijk is aan nul. Indien er meer getijlijnen en stromen beschikbaar zijn dan de noodzakelijke randwaarden, kan dus nagegaan worden in hoeverre de schematisatie van deze geulen als voldoende kan worden aanvaard.

Bij alle getijberekeningen met gewijzigde toestanden in het deltagebied moet, tenzij in de profielen van de rivieren zelf veranderingen worden aangebracht, uiteraard de schematisatie aangenomen worden die na de toetsingen is vastgesteld.

## 8.0 PRAKTISCHE TOEPASSING VAN DE VERSCHILLENDE METHODEN VAN GETIJBEREKENING

### 8.1 Harmonische methode

Deze methode kan worden toegepast, indien de getijbeweging een periodieke beweging is of nagenoeg periodiek is. Dit is het geval bij de normale getijbeweging, waarbij dan variaties kunnen voorkomen als springtij en doottij. Op de Nederlandse rivieren is het  $M_2$ -getij overheersend. Het  $S_2$ -getij heeft een amplitude, die ongeveer een kwart is van die van het  $M_2$ -getij. In verband met het geringe verschil in periode, kunnen op een bepaalde dag het  $M_2$ - en  $S_2$ -getij te zamen worden genomen en kan door Fourier-analyse hieruit een gewijzigd  $M_2$ -getij worden bepaald, weer met een periode van 12 uur 25 minuten. Daar het  $M_2$ -getij overheersend is ten opzichte van het  $S_2$ -getij, zal dit Fourier- $M_2$ -getij het samengestelde getij voor praktische doeleinden in voldoende mate benaderen. Na een veertiendaagse periode hebben het  $M_2$ - en  $S_2$ -getij weer dezelfde stand ten opzichte van elkaar; in deze periode verandert deze stand voortdurend, waarbij dan doottij en springtij de uiterste gevallen zijn. Bij doottij is de amplitude van het Fourier- $M_2$ -getij minimaal en bij springtij maximaal.

In de praktijk worden dan drie verschillende dagen beschouwd, respectievelijk die bij springtij, gemiddeld getij en bij doottij.

Behalve het  $M_2$ -getij moet het viermaaldaagse  $M_4$ -getij in rekening worden gebracht. De invloed van het  $M_6$ -getij en van de enkeldaagse getijden (door  $K_1$ ,  $N_1$ , enz. aangeduid), die de zg. dagelijkse ongelijkheid in het getij veroorzaken, kan voor de meeste praktische vraagstukken worden verwaarloosd. Is dit niet het geval, dan verdient het overweging om de karakteristieke methoden van getijberekening toe te passen.

De wijze waarop de voortplanting van  $M_2$ - en  $M_4$ -getijden en hun onderlinge beïnvloeding, rekening houdend met de niet-lineaire effecten, moet worden berekend, is in 4.0 behandeld. Bij deze methode kunnen alle randwaardeproblemen worden behandeld. Ze wordt vooral toegepast voor de berekening van de getijden in het noordelijk deltagebied (d.i. het gebied ten noorden van het Volkerak). Hierbij wordt dan een rivierarm geschematiseerd in vakken met lengten, die variëren van 6 km tot 10 km, afhankelijk van de mate van onregelmatigheid van de rivier.

## 8.2 Methoden, die op de karakteristieken berusten

Deze methoden, die in 5.0 behandeld zijn, hebben een zeer algemeen toepassingsgebied. De randwaarden behoeven niet periodiek te zijn; zelfs kunnen daarin discontinuïteiten voorkomen van een aard, zoals in 3.0 is aangegeven, bijv. het verloop van de waterbeweging in het geval van het plotseling openen en sluiten van afsluitingswerken (stuwen, sluizen of stormvloedkeringen). Dergelijke berekeningen zijn uitgevoerd in het geval van de sluiting van de stormvloedkering in de Hollandse IJssel en van de uitwateringssluizen in het Haringvliet. Bij deze berekeningen werd de integratie uitgevoerd langs de karakteristieken, volgens de grafische methode (zie 5.4.1).

Ook in het geval van de berekening van de voortplanting van een stormvloed, waarbij de randwaarden dus niet periodiek zijn, moeten deze methoden worden toegepast.

Indien bij de normale getijbeweging met periodieke randwaarden ook hogere harmonischen zoals  $M_6$ , enz. beschouwd worden of wanneer bijv. in de parameters — breedte en diepte —, die afhankelijk van de tijd zijn en welke in de coëfficiënten van de vergelijkingen voorkomen, grote variaties gedurende de getijbeweging optreden, is het voordeliger om deze methoden toe te passen.

Indien echter de getijbeweging in een uitgebreid rivieren- of geulenstelsel moet worden beschouwd, is het vrijwel niet meer mogelijk om deze met de hand op gewone rekenmachines uit te voeren. Dergelijke berekeningen moeten met behulp van een elektronische rekenmachine plaats hebben. Hoewel dan een rechthoekig net moet worden beschouwd van kleinere afmetingen dan in het geval van het meestal niet rechthoekige net van de karakteristieken en dus het aantal berekeningen groter in aantal is, is dit toch voordeliger, omdat herhaling van het rekenprocédé weinig extra tijd kost.

Dan kunnen in korte tijd vele berekeningen worden uitgevoerd met alle mogelijke variaties in breedte, diepte, randwaarden, enz. Hierdoor wordt dan een indruk verkregen van de invloed van wijzigingen in schematisatie en randwaarden op de getijbeweging, hetgeen vooral van belang is, als de schematisatie niet op een nauwkeurige wijze te voren kan worden bepaald.

## 9.0 AFSLUITINGEN VAN WATEREN MET GETIJBEWEGING

Om te kunnen beoordelen, hoe de afsluitingen van de zeegaten, enz. vanuit hydraulisch oogpunt zo gunstig mogelijk kunnen geschieden, is het nodig om de stromen in de respectieve sluitgaten te berekenen.

Aan de formules, die voor de getijbeweging in het aansluitende gebied gelden, moet dan nog de formule voor de berekening van het verval van de waterspiegel in het sluitgat zelf worden toegevoegd [4, 5, 6].

Dit verval bedraagt

$$H_0 - H_1 = \pm W_1 Q^2 \quad (1)$$

waarin het negatieve teken voor de eb geldt en het positieve voor de vloed.

Dan is in het geval van ebstroom

$$W_1 = \frac{\eta_1}{2g} \left( \frac{1}{A_g^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) \quad (2)$$

Bij vloedstroom geldt

$$W_1 = \frac{\eta_2}{2g} \left( \frac{1}{A_g^2} - \frac{1}{A_0^2} \right) \quad (3)$$

Hierin betekenen:

- $H_0, H_1$  = waterhoogten, resp. aan de zeezijde en de rivierzijde van de dam op het tijdstip  $t$ ;  
 $A_g$  = oppervlakte van het profiel van het sluitgat op het tijdstip  $t$ ;  
 $A_0, A_1$  = oppervlakte van het dwarsprofiel van de geul, resp. aan de zeezijde en de rivierzijde van dat sluitgat op het tijdstip  $t$ ;  
 $\eta_1, \eta_2$  = coëfficiënten die de stroming door het sluitgat nader beïnvloeden. Ze zijn o.a. afhankelijk van de contractie van het sluitgat, de bodemwrijving, energieverliezen enz. In de publikaties van de schrijver [4, 5] wordt hierover één en ander medegedeeld.

Het verval bij ebstroom is volgens (2) bepaald door het oppervlak van de doorsnede van het sluitgat en het dwarsprofiel van de geul aan de rivierzijde. Bij vloedstroom moet dan het dwarsprofiel aan de zeezijde worden beschouwd.

Indien de getijbeweging volgens de harmonische methode wordt berekend, moet voor (1), volgens de methode van 4.0, de Fourier-ontwikkeling worden ingevoerd. De harmonische termen voor het rechterlid (1) volgen uit één der methoden van 4.3. Bij de praktische berekeningen wordt dan het sluitgat als een apart vak toegevoegd aan het stelsel vakken van het aansluitende rivierenstelsel. Meestal is de hoogte  $H_1$  in het linkerlid van (1), aan de zeezijde, bekend.

Bij de toepassing van iteratiemethoden of numerieke karakteristiekenmethoden (zie 5.0), wordt op de plaats van afsluiting het verval direct berekend volgens (1).

Voor de praktijk is speciaal van belang om de maximale snelheden in het sluitgat te bepalen in verband met de invloed van de stroming op de zinkwerken in en nabij het sluitgat.

Ook is het belangrijk om het verloop van de snelheid voor en na de kenteringen te bepalen, om na te gaan of eventueel nog zinkwerken uitgevoerd kunnen worden en afsluitingselementen geplaatst kunnen worden. Dergelijke werken kunnen nl. alleen worden uitgevoerd als de snelheden gedurende een voldoende lange tijd, bijv. een uur, kleiner dan bijv. 1 m per seconde zijn.

BIJDRAGE III.8

RIJKSWATERSTAAT

GETIJONDERZOEK  
DOOR MIDDEL VAN DE  
HYDRAULISCH-ELEKTRISCHE  
ANALOGIE



## INHOUDSOVERZICHT

0.1 Inhoudsoverzicht . . . . .	211
0.2 Overzicht van de figuren . . . . .	211
0.3 Literatuur . . . . .	211
0.4 Summary . . . . .	212
0.5 Résumé . . . . .	212
<b>1.0 Samenstelling van de bijdrage . . . . .</b>	<b>213</b>
1.1 Historisch overzicht . . . . .	213
1.2 Inhoud van de bijdrage . . . . .	213
1.3 Auteurs . . . . .	213
<b>2.0 Getijberekening als probleem van informatieverwerking . . . . .</b>	<b>213</b>
<b>3.0 De hydraulisch-elektrische analogie . . . . .</b>	<b>215</b>
<b>4.0 Algemene opzet van de Deltar . . . . .</b>	<b>219</b>
<b>5.0 Het rekenproces in de Deltar . . . . .</b>	<b>223</b>
 <b>0.2 OVERZICHT VAN DE FIGUREN</b>	
3.0.1 Elektrische elementen: a. Paralleltak; b. Serietak . . . . .	215
3.0.2 Analoge voorstelling: a. Riviervak; b. Elektrische vierpool . . . . .	217
3.0.3 Elementaire vierpoolschakelingen: a. $\Pi$ -sectie, b. T-sectie, c. X-sectie . . . . .	218
4.0.1 Algemeen blokschema van de informatieverwerking . . . . .	220
4.0.2 Schematische voorstelling van het dwarsprofiel van een rivier . . . . .	221
5.0.1 Illustratie van de vakvergelijkingen . . . . .	226
5.0.2 Schema van het rekenproces in een sectie . . . . .	227
5.0.3 Voorbeeld van de behandeling van een vertakte rivier: a. Schema van de rivier; b. Schema van de schakeling van de machine-elementen . . . . .	229
 <b>0.3 LITERATUUR</b> De verwijzing in de tekst is aangegeven door [ ]	
1. <i>J. P. Mazure</i> . . . . .	De berekening van getijden en stormvloed en op benedenrivieren. Proefschrift, Delft, 1937.
2. <i>J. C. Schönfeld</i> . . . . .	Analogy of hydraulic, mechanical, acoustic and electric systems. Appl. Sci. Res., B., Vol. 3, 417-450, 1953.
3. <i>J. C. Schönfeld</i> and <i>C. M. Verhagen</i> . . . . .	Development of the tidal analogue technique in Holland. 2nd Int. Analogue Computation Meetings, Straatsburg, 1957.
4. <i>Staatscommissie-Zuiderzee</i> . . . . .	Verslag 1918-1922. 's-Gravenhage, 1926.
5. <i>H. J. Stroband</i> . . . . .	De voortplanting van het getij bepaald met behulp van de elektro-techniek, met inachtneming van de kwadratische weerstandswet. Polytechnisch Tijdschrift, uitg. B., nrs. 45-46 en 47-48, 1948.
6. <i>J. van Veen</i> . . . . .	Elektrische nabootsing van getijden. De Ingenieur nr. 3, 1946.

#### 0.4 SUMMARY

##### **Tidal research by means of the hydraulic-electric analogy**

The present contribution provides a rough outline of the application of the analogue computing technique to tidal problems such as are encountered in the preparation and execution of the Delta Works.

Chapter 2.0 shows how tidal research may be approached as a practical problem of data processing. The initial information, the information sought, and the quantity of the material to be processed, are discussed. The part to be played by the new tidal analogue computer called the Deltar is indicated.

Chapter 3.0 deals with the principles of the hydraulic-electric analogy. The scale rules of an analogue model are discussed. The electronic tidal model is briefly mentioned.

Chapter 4.0 deals with the general design of the Deltar. The composition of the machine and the general procedure used with it are outlined.

Chapter 5.0 examines the computing process as it is performed by each of the standard sections of the Deltar. The technical operation is briefly discussed in relation to the tidal equations.

This contribution has been prepared by Dr. Ir. J. C. Schönfeld and H. J. Stroband Ing.

#### 0.5 RÉSUMÉ

##### **Examen des marées à l'aide de l'analogie hydro-électrique**

Cette contribution tend à donner une impression de l'application de la technique du calcul analogique aux problèmes des marées, tels que ceux-ci se présentent dans la préparation et l'exécution des Travaux du Delta.

Au chapitre 2.0, on explique comment l'étude des marées peut se présenter pratiquement comme un problème de conversion d'un grand nombre d'informations. Les données de base, les résultats que l'on désire obtenir et l'étendue des informations à convertir, sont examinés dans ce chapitre. On y indique également le rôle qui devra jouer la nouvelle machine Deltar, machine pour le calcul analogique des marées.

Le chapitre 3.0 traite des principes de l'analogie entre les systèmes électriques et hydrauliques. On y indique les lois d'échelle qui régissent un modèle analogique et on y reprend brièvement le modèle électronique à marées.

Le chapitre 4.0 décrit la nouvelle calculatrice Deltar et la façon dont elle convertit les informations qu'on lui confie.

Au chapitre 5.0, on étudie le développement des calculs tels qu'ils se font dans chacune des sections de la Deltar. On y indique sommairement la réalisation technique, en partant des équations des marées.

Les auteurs de cette contribution sont Dr. Ir. J. C. Schönfeld et H. J. Stroband Ing.



## 1.0 SAMENSTELLING VAN DE BIJDRAGE

### 1.1 Historisch overzicht

Reeds in de eerste stadia van het onderzoek van de bewegende elektriciteit heeft men intuïtief de overeenkomst beseft met vloeistoffen en gasen in beweging. Dit blijkt uit de keuze van benamingen als stroom en spanning.

Ofschoon in het rapport van de Staatscommissie-Zuiderzee [4] deze overeenkomst niet met zoveel woorden genoemd wordt, spreekt uit de behandeling van het getijprobleem de aanwezigheid van dezelfde fundamentele inzichten, die ook aan de behandeling van problemen uit de communicatietechniek ten grondslag liggen.

Na de Eerste Wereldoorlog is in de elektro-akoustiek veel systematisch onderzoek verricht naar de analogie tussen elektrische, mechanische en akoustische systemen, mede om tot een beter inzicht te komen van systemen van gemengde aard. In deze periode is bij de toenmalige Studiedienst van de directie Benedenrivieren onder VAN VEEN het denkbeeld levend geworden, problemen van getijvoortplanting op te lossen door middel van een elektrisch model [6]. In de Tweede Wereldoorlog is de technische realisering van dit denkbeeld door STROBAND ter hand genomen [5] met steun vanuit het gebied der elektro-akoustiek door GELUK (thans Chef Laboratorium N.R.U.).

Voortzetting van deze ontwikkeling na de oorlog heeft geleid tot de opbouw van een elektronisch analogiemodel, dat sinds zijn voltooiing in 1954 bij het getijonderzoek voor de deltawerken gebruikt is.

Een nadere principiële beschouwing over de analogie van hydraulische systemen met elektrische, mechanische en akoustische systemen is in deze periode door SCHÖNFELD gegeven [2].

Na de stormvloed van 1953 werd de behoefte aan verdere ontwikkeling gevoeld en is aan een instrumentatiegroep van de Technisch Fysische Dienst T.N.O.-T.H. te Delft onder leiding van VERHAGEN, opdracht gegeven tot een onderzoek naar verdere technische mogelijkheden [3]. Dit onderzoek heeft geleid tot de bouw van een nieuwe analoge rekenmachine, de Deltar (*Delta-tij-analoon-rekenmachine*), die op het ogenblik van het schrijven van deze bijdrage zijn voltooiing nadert.

### 1.2 Inhoud van de bijdrage

Deze bijdrage beoogt een indruk te geven van de toepassing van de analoge rekentechniek op getijvraagstukken, zoals deze zich voordoen bij de voorbereiding en uitvoering van de deltawerken.

In 2.0 wordt aangegeven hoe het getijonderzoek praktisch benaderd kan worden als een probleem van informatieverwerking. De gegevens, waarvan men uitgaat, de uitkomsten, die men beoogt, en de omvang van het te verwerken materiaal worden besproken. De rol, die de nieuwe analoge getijrekenmachine Deltar zal moeten spelen, wordt aangegeven.

Hoofdstuk 3.0 behandelt de beginselen van de hydraulisch-elektrische analogie. De schaalwetten van een analogiemodel worden besproken. Het elektronische getijmodel wordt kort gereleveerd.

Hoofdstuk 4.0 behandelt de algemene opzet van de nieuwe rekenmachine, de Deltar. De opbouw van de machine wordt besproken en de algemene gang van de informatieverwerking wordt aangegeven.

In 5.0 wordt het rekenproces, zoals zich dit in elk der standaardsecties van de Deltar afspeelt, nagegaan. Uitgaande van de getijvergelijkingen, wordt de technische realisering in het kort aangegeven.

### 1.3 Auteurs

Deze bijdrage is samengesteld door Dr. Ir. J. C. Schönfeld en H. J. Strobant Ing.

De hier gegeven meer summier beschrijving van de Deltar is gebaseerd op materiaal, dat volledig gepubliceerd zal worden in 1961. In die publikatie zullen het voor de Deltar verrichte onderzoek en de constructie der machine door Ir. C. M. Verhagen en zijn medewerkers verantwoord worden, terwijl door de eerstgenoemde auteur van de onderhavige bijdrage een meer uitvoerige analyse van het rekenproces en de nauwkeurigheid daarvan gegeven zal worden.

## 2.0 GETIJBEREKENING ALS PROBLEEM VAN INFORMATIEVERWERKING

Het getijonderzoek heeft in het algemeen een tweeledig doel. Enerzijds gaat het, kwalitatief, om het verwerven van inzicht, anderzijds is het onderzoek gericht op het verkrijgen van kwantitatieve uit-

komsten. In de praktijk van het getijonderzoek zijn deze twee aspecten niet te scheiden, doch wel kan het accent soms meer op het ene, dan weer meer op het andere aspect vallen.

Wij willen ons hier nu in het bijzonder bezighouden met een problematiek, die vooral naar voren komt bij het kwantitatieve aspect van het getijonderzoek.

In het algemeen kan gesteld worden, dat men hierbij uitgaat van bepaalde gegeven grootheden ten einde daaruit andere, gevraagde grootheden af te leiden. Een procedure, waarmee dit bereikt wordt, noemt men wel informatieverwerking. De gegeven grootheden vormen de ingaande informatie en de gevraagde grootheden de uitgaande informatie.

Dit kan nader worden toegelicht aan een geval als het Deltaplan. Met de uitvoering van dit plan beoogt men het scheppen van een nieuw getijregime in het deltagebied. Van belang is hierbij, dat niet alleen de passieve eigenschappen van het systeem gewijzigd worden bijv. door het maken van afsluitingen, doch dat men bovendien door het aanbrengen van regelorganen, o.a. de sluizen in het Haringvliet, actief op de getijbeweging wil kunnen ingrijpen. Het vrije, min of meer natuurlijke regime wordt aldus vervangen door een kunstmatig geleid regime.

Hierbij doet zich de noodzaak voor van het maken van diverse prognoses. Reeds in het stadium van de ontwikkeling en voorbereiding van een dergelijk plan gevoelt men daaraan behoefte, ten einde een verantwoorde keuze tussen allerlei varianten te kunnen maken, alsmede om een goed beeld te verkrijgen van de waterbewegingen, die zich tijdens de uitvoering kunnen voordoen. Doch ook in latere stadia blijft de behoefte aan verdere prognoses bestaan. In het bijzonder zal men zich bij het ingrijpen door middel van de regelorganen van te voren nauwkeurig rekenschap wensen te geven van de gevolgen, die dit ingrijpen onder verschillende omstandigheden kan hebben. Later zal dit ingrijpen meer een routinekarakter krijgen, doch onder bijzondere omstandigheden, bijvoorbeeld bij een naderende stormvloed, zal een snelle prognose weer van belang zijn.

In deze gevallen wordt de ingaande informatie allereerst gevormd door de afmetingen en wrijvingscoëfficiënten van het rivierenstelsel. Vervolgens moet men hiertoe rekenen de karakteristieken en besturingsprogramma's der regelorganen. Voorts behoren hiertoe getijden of stormvloeden in zee, die men verwacht of die representatief geoordeeld worden, alsmede zonodig het windveld boven het rivierenstelsel en ten slotte de opperwaterafvoeren der grote rivieren.

De uitgaande informatie bestaat voornamelijk uit de verticale getijden op diverse punten en de stromen door diverse profielen in het rivierenstelsel.

Om verschillende redenen kan er aanleiding zijn de informatieverwerking als een technisch probleem onder het oog te zien. Hiertoe kan een grote omvang van de te verwerken informatie leiden of wel de gecompliceerdheid van het verwerkingsproces, dan wel de snelheid, waarmee dit moet worden uitgevoerd.

De omvang van de te verwerken informatie wordt bij het getijonderzoek eensdeels bepaald door de uitgestrektheid en de vorm van het rivierenstelsel, waardoor het nodig kan zijn, een groot aantal profielen en wrijvingscoëfficiënten te verwerken. Anderdeels wordt de omvang van deze informatie bepaald door het aantal getijden en stormvloeden, dat men wil behandelen in verband met allerlei omstandigheden.

De verwerkingsprocedure wordt gecompliceerd door het niet-lineaire karakter van de differentiaalvergelijkingen, die de getijbeweging beschrijven, alsmede door de min of meer onregelmatige vormen der rivieren, de aanwezigheid van splitsingen en samenvloeiingen, enzovoorts.

De eis van een snelle verwerking komt in de eerste plaats naar voren in verband met de voorbereiding en uitvoering van de werken, die vaak op korte termijn uitkomsten vragen. Klemmend kan deze eis vooral mettertijd worden bij het anticiperend besturen der regelorganen wanneer een stormvloed verwacht wordt.

Bezien we nu de beschikbare middelen voor het gestelde probleem van informatieverwerking.

Getijberekeningen, waarbij het rekenwerk overwegend door menselijke arbeid wordt verricht, komen bij de omvang van het verwerkingsprobleem, zoals zich dit bij het Deltaplan voordoet, praktisch niet meer in aanmerking uit het oogpunt van verwerkingscapaciteit. Uiteraard blijven dergelijke berekeningen onmisbaar, onder meer om in bepaalde gevallen tot een verantwoorde interpretatie te komen van uitkomsten, die met andere middelen verkregen zijn.

Een belangrijke verwerkingscapaciteit is verkregen door de ontwikkeling van het hydraulische getijmodel. De efficiëntie van dit verwerkingsapparaat berust allereerst op de wijze waarop de differen-

tiaalvergelijkingen worden geïntegreerd, namelijk doordat het model hierin de natuur nabootst. Daarbij heeft de automatisatie van randvoorwaarde-apparatuur en meetinstrumenten de efficiëntie nog aanmerkelijk vergroot.

Door deze eigenschappen heeft het getijmodel in het Waterloopkundig Laboratorium te Delft een belangrijke rol kunnen spelen bij de voorbereiding van het Deltaplan, een rol, die ook gedurende de uitvoering van de werken nog niet ten einde is.

Daarentegen doet zich, vooral bij de problemen in verband met de waterhuishouding, de behoefte gevoelen aan een nog efficiënter bepaling van afvoeren en getijstromen, terwijl ook het snel kunnen wijzigen van profielafmetingen en dergelijke parameters gewenst zou zijn. Hiervoor lijkt de modeltechniek voorshands nog geen afdoende oplossing te bieden.

Daarom komen naast het hydraulische model ook de digitale en analoge rekentechnieken („computers”) in aanmerking voor het verwerken van de getij-informatie.

Van beide vormen van rekentechniek wordt geregeld gebruik gemaakt bij het getijonderzoek. Langs beide wegen zou ook de gewenste grotere verwerkingscapaciteit verkregen kunnen worden.

Het is hier niet de plaats om dieper in te gaan op de merites van de beide rekentechnieken. Volstaan wordt met de opmerking, dat, bij de tegenwoordige stand van de techniek, de bouw van een grote analoge getijrekenmachine verantwoord werd geacht. Deze machine, de Deltar, zal in de loop van 1961 in bedrijf komen.

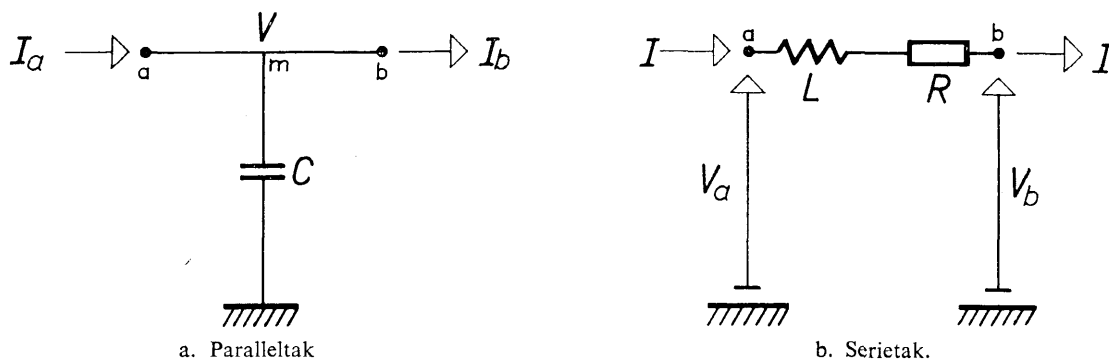
Reeds vóór de Tweede Wereldoorlog heeft VAN VEEN de mogelijkheid naar voren gebracht om tot een snellere behandeling van getijvraagstukken te geraken door toepassing van een in principe bekende analogie tussen elektrische en hydraulische systemen. Dit is aanleiding geworden tot het ontwikkelen van enige elektrische analogiemodellen. Deze ontwikkeling heeft een voorlopige afsluiting gekregen door de bouw van een elektronisch analogiemodel, dat nu verscheidene jaren dienst heeft gedaan.

Aan dit analogiemodel zijn evenwel nog verschillende beperkingen inherent van zodanig gewicht, dat een verdere ontwikkeling noodzakelijk geacht werd, waartoe aan de Technisch-Physische Dienst T.N.O.-T.H. een opdracht verstrekt werd. Deze opdracht, die in nauwe samenwerking met de Rijkswaterstaat is uitgevoerd, heeft de weg gebaand voor de bouw van de Deltar.

Hierbij zijn andere en ten dele nieuwe wegen ingeslagen om tot een technische realisering te komen. Daar evenwel bepaalde gedachten, die mede door de voorafgaande ontwikkeling gerijpt zijn, ook in de opzet van de nieuwe machine zijn terug te vinden, zal hierna eerst een kort overzicht van het principe der analogiemodellen gegeven worden, zonder op de technische realisering daarvan in te gaan. Na deze inleiding volgt dan een bespreking van de Deltar.

### 3.0 DE HYDRAULISCH-ELEKTRISCHE ANALOGIE

We beschouwen een vak van een rivier met een lengte  $l$ , een dwarsprofiel  $A$  en een bergend oppervlak  $B$ . Het vak wordt begrensd gedacht door twee dwarsprofielen, waarvan we het bovenste met de index  $a$  en het benedenste met de index  $b$  zullen aangeven. De lengte  $l$  zij klein, onder andere zo klein, dat de variaties in het verval over het riviervak klein zijn, vergeleken met de getij-amplitude.



Figuur 3.0.1. Elektrische elementen

Laat  $Q_a$  de ogenblikkelijke afvoer door het bovenste en  $Q_b$  evenzo door het benedenste dwarsprofiel zijn. In het algemeen zullen deze afvoeren op een willekeurig ogenblik verschillend zijn en dit geeft aanleiding tot stijgen of dalen van de waterspiegel in het vak. Hiervoor geldt:

$$Q_a - Q_b = B \frac{dh}{dt}. \quad (1)$$

Hierbij stelt  $h$  de gemiddelde waterstand in het vak voor.

Vervolgens beschouwen we een elektrische condensator met capaciteit  $C$ , geschakeld als aangegeven in figuur 3.0.1a.

Wanneer de stroom  $I_a$ , die aan de klem a wordt toegevoerd, verschilt van de stroom  $I_b$ , die aan de klem b onttrokken wordt, dan zal dit aanleiding geven tot toeneming of afneming van de lading, die zich in de condensator heeft opgehoopt. Evenredig met deze lading zal ook de spanning  $V$  over de condensator, dat is dus samen het punt  $m$  en aarde, veranderen. Hiervoor geldt:

$$I_a - I_b = C \frac{dV}{dt'}, \quad (2)$$

waarbij  $t'$  de tijd is, waarin het elektrisch verschijnsel zich afspeelt.

De overeenkomst tussen de vergelijkingen (1) en (2) stelt ons in staat door middel van de condensator het kombergingsverschijnsel in het riviervak na te bootsen. Daarbij zullen de elektrische stromen  $I$  de variërende afvoeren  $Q$  voorstellen en de elektrische spanning  $V$  zal de gemiddelde waterstand  $h$  voorstellen.

Laat hierbij elke  $m^3/sec$  in de afvoer met  $\alpha$  ampère elektrische stroom worden gelijkgesteld en elke  $m$  in de waterstand met  $\beta$  volt in de spanning. Dan is dus

$$I_a = \alpha Q_a; \quad I_b = \alpha Q_b; \quad V = \beta h.$$

De schaalfactoren  $\alpha$  en  $\beta$  zijn in dit geval dus benoemde getallen, uitgedrukt in  $A/(m^3/sec)$ , respectievelijk  $V/m$ .

Uit (1) en (2) is dan gemakkelijk in te zien, dat

$$\frac{t'}{t} = \frac{\beta}{\alpha} \frac{C}{B}. \quad (3)$$

Dit betekent, dat de variatie van de waterstand in verloop van tijd wordt weergegeven door de variatie van de spanning, op een tijdschaal, die door (3) bepaald wordt.

Deze schaal hangt dus samen met de gekozen schalen voor stromen en spanningen, alsmede met de voor het weergeven van de komberging  $B$  gekozen capaciteit  $C$  (de schaal voor de capaciteiten).

We bezien vervolgens het verval over het vak, dat is dus het verschil tussen de waterstand  $h_a$  aan het bovineinde en de waterstand  $h_b$  aan het benedeneinde.

Dit verval heeft ten gevolge, dat er een kracht op het water in het riviervak werkt. Deze kracht kan samengesteld gedacht worden uit een kracht, die de wrijvingsweerstand in het vak overwint en een tweede kracht, die aan het water een versnelling (of vertraging) geeft. Uit dit krachtenspel is, na enkele vereenvoudigingen, die hier buiten beschouwing worden gelaten, af te leiden, dat

$$h_a - h_b = M \frac{dQ}{dt} \pm WQ^2. \quad (4)$$

Hierbij brengt de eerste term in het rechterlid de massastraagheid van het water in rekening en de laatste term de wrijving. De coëfficiënten van deze termen zijn de hydraulische traagheid  $M$ , bepaald door

$$M = \frac{l}{gA} \quad (5)$$

en de hydraulische weerstand  $W$ , bepaald door

$$W = \frac{l}{C_1^2 A^2 a}, \quad (6)$$

waarin  $C_1$  een wrijvingscoëfficiënt en  $a$  de diepte is.

De weerstandsterm  $\pm WQ^2$  moet positief, respectievelijk negatief gerekend worden als de stroom  $Q$  positief, respectievelijk negatief is. Derhalve kan deze term ook als  $W|Q|Q$  worden geschreven.

We beschouwen ter vergelijking een elektrische serieschakeling van een zelfinductie  $L$  met een weerstand  $R$ , als aangegeven in figuur 3.0.1b. Over deze serietak staat een spanning  $V_a - V_b$ , waarbij  $V_a$  de spanning van de klem a ten opzichte van aarde is en evenzo  $V_b$  de spanning van klem b. De stroom door de tak zij  $I$ .

Over de weerstand  $R$  treedt krachtens de wet van Ohm een spanningsval  $RI$  op. Verder reageert de zelfinductie op elke verandering van de stroom  $I$ , met een tegenspanning  $L \, dI/dt'$ . Het totale spanningsverschil bedraagt dus

$$V_a - V_b = L \frac{dI}{dt'} + RI. \quad (7)$$

Laten we voorlopig de weerstandsterm  $\pm WQ^2$  in (4) en de weerstandsterm  $RI$  in (7) buiten beschouwing, dan zijn (4) en (7) van dezelfde vorm.

De zelfinductie kan aldus dienen om de massa traagheid van het water na te bootsen op overeenkomstige wijze als de capaciteit kon dienen om de komberging na te bootsen. Analoog aan (3) zal derhalve ook

$$\frac{t'}{t} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{M} \quad (8)$$

gelden.

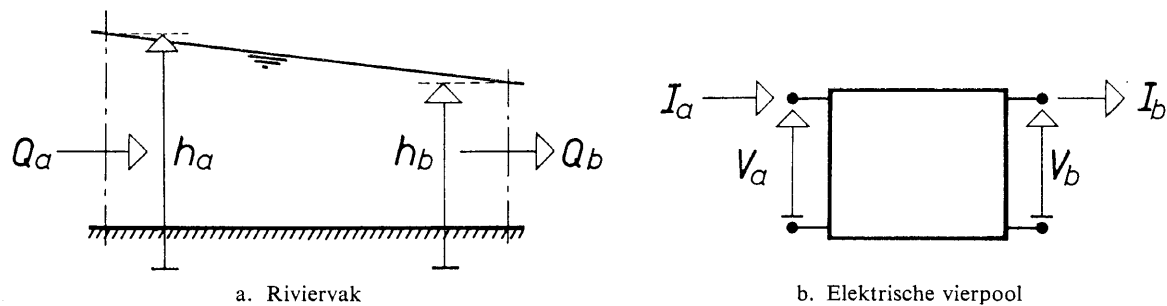
De weerstandstermen in (4) en (7) zijn verschillend van vorm, daar in (4) een kwadratische uitdrukking in  $Q$  en in (7) een lineaire uitdrukking in  $I$  staat. Laten we nu, zonder ons te verdiepen in de technische moeilijkheden, aannemen, dat het mogelijk zou zijn de elektrische weerstandscoefficiënt  $R$  evenredig met de stroomsterkte  $I$  te doen variëren, dus

$$R = K |I|.$$

Dan zou door de elektrische weerstand het hydraulische weerstandsverschijnsel op de juiste schaal worden nagebootst, indien

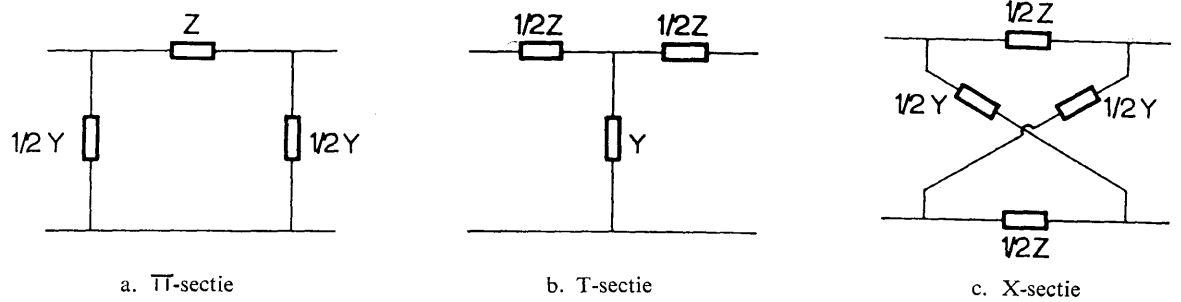
$$\frac{K}{W} = \frac{\beta}{\alpha^2}. \quad (10)$$

Het gaat er nu nog om, een zodanige combinatie van capacatieve met inductieve en resistieve elektrische elementen te vinden, dat komberging en traagheid met weerstand gelijktijdig worden nagebootst. Het riviervak (zie figuur 3.0.2a) moet derhalve worden nagebootst door middel van een elektrische sectie met twee paar klemmen, als aangegeven in figuur 3.0.2b. Door het ene paar klemmen wordt met een spanning  $V_a$  een stroom  $I_a$  in de sectie gebracht, terwijl door het andere paar klemmen een stroom  $I_b$  wordt afgegeven met een spanning  $V_b$ , zodanig, dat  $V_a$  en  $V_b$  met  $h_a$  en  $h_b$  overeenkomen, alsmede  $I_a$  en  $I_b$  met  $Q_a$  en  $Q_b$ .



Figuur 3.0.2. Analoge voorstelling

Er zijn verschillende schakelingen in de sectie mogelijk waarmee dit bereikt wordt, zoals blijkt uit de voorbeelden van figuur 3.0.3. Hierbij stelt  $Y$  steeds een capacatieve tak voor en  $Z$  een inductieve en resistieve tak.



Figuur 3.0.3. Elementaire vierpoolschakelingen

Een rivier, bestaande uit een reeks vakken, kan dan vervolgens worden nagebootst door een aantal elektrische secties tot een keten aaneen te schakelen, zodat de uitgangsklemmen van de ene sectie en de ingangsklemmen van de volgende sectie dezelfde spanning krijgen en daarenboven de stroom, die de ene sectie verlaat, in de volgende sectie doorvloeit.

Vloeien twee rivieren samen tot een derde of splitst een rivier zich in enkele takken, dan zijn de elektrische sectieketens, die de verschillende rivieren voorstellen, gemakkelijk op overeenkomstige wijze aan elkaar te schakelen.

Op deze wijze is een elektrisch model van een rivierenstelsel te ontwerpen, waarin de variërende waterstanden (verticale getijden) door analoog variërende elektrische spanningen worden nagebootst en evenzo de variërende afvoeren (getijstroom) door analoog variërende elektrische stromen.

De modelwetten van dit analogiemodel zijn vervat in (3), (8) en (10).

Uit (3) en (8) volgt

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{LC}{MB}} \quad (11)$$

Hieruit blijkt, dat de tijdschaal van het model onafhankelijk van de schalen voor spanningen en stromen kan worden uitgedrukt in de schalen voor capaciteiten en zelfinducties. In feite zijn het dus deze elementen, die de tijdschaal bepalen.

Voorts moge nog worden opgemerkt, dat het in principe ook mogelijk is de waterstanden door elektrische stromen en de afvoeren door elektrische spanningen na te bootsen. Dit blijkt uit de overeenkomst tussen (1) en (7), indien  $R$  verwaarloosd mag worden. Het is dan evenwel noodzakelijk in de schakeling van figuur 3.0.1a parallel met de condensator een weerstandselement op te nemen, om te bereiken, dat (2) wordt uitgebreid met een term, die het, bij een geschikte karakteristiek van het gekozen weerstandselement, mogelijk maakt de gewijzigde vergelijking (2) met (4) te doen overeenkomen.

Bij deze zogenaamde duale voorstelling dient de capaciteit om de traagheid en de zelfinductie om de komberging na te bootsen.

De duale voorstelling kan zonder bezwaar dienst doen voor het nabootsen van een enkele rivier, doch leidt bij het weergeven van rivierennetwerken tot complicaties.

Tracht men nu volgens de bovenontwikkelde grondgedachten een analogiemodel te realiseren, dan stuit men onder meer op de volgende moeilijkheden.

In de eerste plaats moet een oplossing gevonden worden om elektrisch een kwadratische weerstand na te bootsen.

Daarnaast moet men er rekening mee houden, dat het kombergend oppervlak  $B$ , de traagheid  $M$  en de weerstand  $W$  in feite geen constanten zijn, doch dat deze grootheden variëren wanneer de waterstand verandert. Dit betekent, dat de elektrische grootheden  $C$ ,  $L$  en  $K$  op overeenkomstige wijze moeten variëren, afhankelijk van de spanning.

Dan kan het voorts nog nodig zijn met de kracht van Bernoulli rekening te houden of met de schuifkracht, die door het plaatselijke windveld op de waterspiegel wordt uitgeoefend.

In het bestaande elektronische model zijn voor deze moeilijkheden gedeeltelijk oplossingen gevonden, onder andere door gebruik te maken van niet-lineaire eigenschappen van elektronenbuizen.

Langs deze weg is het evenwel niet goed mogelijk de gewenste nauwkeurigheid en vooral de gewenste reproduceerbaarheid te bereiken. Dit heeft een belangrijke terugslag op de uiteindelijke efficiëntie van het model.

Daarenboven waren ook de instel- en regelbereiken van de vakcoëfficiënten onvoldoende.

Toen bij een nadere analyse van het probleem de mogelijkheid bleek langs andere wegen tot een veel efficiënter opzet te kunnen geraken, is dan ook van een verdere ontwikkeling van het elektronische model afgezien.

#### 4.0 ALGEMENE OPZET VAN DE DELTAR

Bij de analoge rekentechniek wordt de te verwerken informatie voorgesteld door middel van meetbare fysische grootheden. De meetbare waarde van zulk een grootheid bepaalt in getalvorm een stukje informatie.

In principe kan elke meetbare grootheid als analoge representatie dienst doen. In de analoge rekentechniek komen voor dit doel echter vooral elektrische grootheden in aanmerking.

Een belangrijk aspect van het langs analoge weg integreren van differentiaalvergelijkingen door middel van elektrische grootheden is daarin gelegen, dat de tijd, die gedurende het rekenproces verloopt, zelf als analoge voorstelling van een der onafhankelijke variabelen dienst kan doen.

Bij getijberekeningen ligt het voor de hand hiervan gebruik te maken, door met de tijd, die in de machine verloopt, een voorstelling op schaal te geven van de tijd in het getijprobleem.

In verband hiermee kan dan de te verwerken informatie gesplitst worden in enerzijds de informatie, die afhangt van de tijd, en anderzijds de informatie, die als onafhankelijk van de tijd behandeld mag worden. Tot de eerste categorie behoren de getijden in zee, die als randvoorwaarden dienst doen, en eventueel een variërend windveld. Tot de tweede categorie behoren onder andere de parameters, die vorm en afmetingen van de rivieren beschrijven, en de daarbij behorende weerstandscoefficienten.

In verband met de wenselijkheid deze tweede categorie van informatie niet nodeloos omvangrijk te maken, is uitgegaan van de praktijk van de getijberekeningen. Daarbij wordt een rivierenstelsel geschematiseerd voorgesteld door een aantal vakken, die elk door een betrekkelijk beperkt aantal karakteristieke functies en parameters worden bepaald. Op deze basis kunnen in principe betrouwbare uitkomsten verkregen worden over waterstanden en over verplaatste hoeveelheden water.

We komen nu dus tot een algemene opzet van de informatieverwerking als aangegeven in figuur 4.0.1.

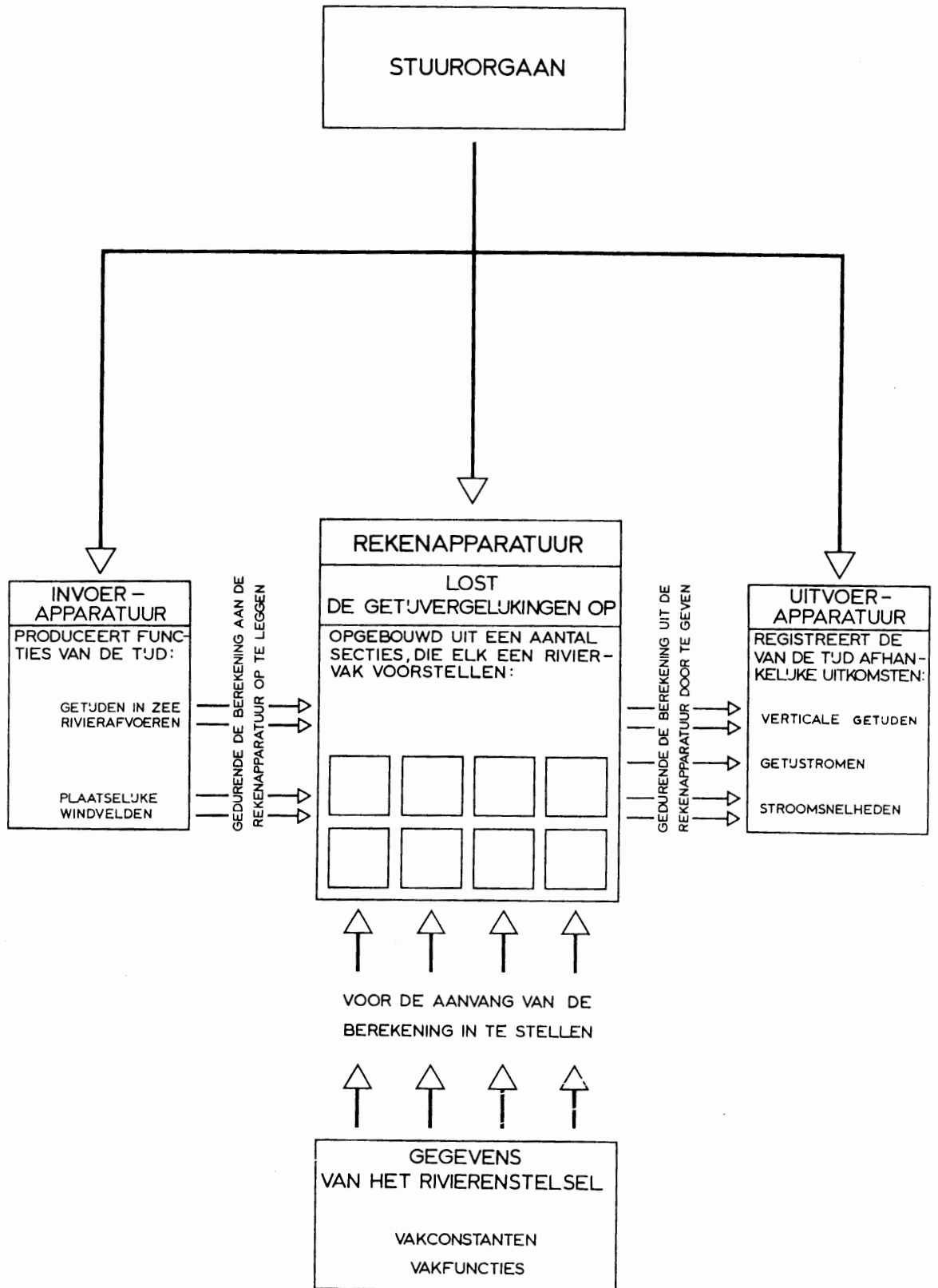
De rekenmachine bestaat in hoofdzaak uit drie gedeelten. Het centrale gedeelte (de rekenapparatuur) dient om de eigenlijke verwerking van de informatie door integratie van de getijvergelijkingen tot stand te brengen. Voor de aanvang van de berekening moet deze machine in een zodanige conditie gebracht worden, dat de berekening met de juiste schematisatie en met de juiste vakconstanten en vakfuncties wordt uitgevoerd. De van de tijd onafhankelijke informatie-invoer geschiedt dus door voorafgaande instelling van de machine.

Gedurende de berekening dient de van de tijd afhankelijke informatie-invoer op de juiste tijdschaal plaats te vinden. Daartoe moeten dus bijvoorbeeld de analoge grootheden, die de als randvoorwaarden gekozen getijden in zee voorstellen, op de juiste wijze met de tijd variëren en als gegeven aan de centrale rekenapparatuur worden opgelegd. Hiervoor dient de invoerapparatuur.

Tijdens het rekenproces worden de gezochte uitkomsten – waterstanden en stromen – als met de tijd variërende analoge grootheden gevormd. Deze grootheden moeten door meting bepaald worden en door registratie vastgelegd. Dit is de taak van de uitvoerapparatuur.

Een overzichtelijke hantering van de informatie wordt verkregen door de centrale machine op te bouwen uit een aantal secties, die elk een riviervak voorstellen. In elke sectie worden de rekenprocessen, die op het voorgestelde vak betrekking hebben, uitgevoerd. De grootheden, die karakteristiek zijn voor het riviervak, worden van te voren in de sectie ingesteld en de secties worden onderling gekoppeld overeenkomstig de vakindeling van het rivierenstelsel.

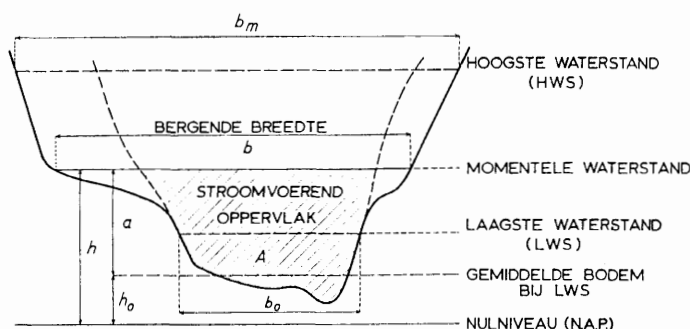
In figuur 4.0.2 is schematisch het gemiddelde dwarsprofiel van een vak voorgesteld. Hierbij zijn aangegeven de grootheden, die in de sectie worden ingesteld. Dit zijn vijf vakconstanten, alsmede drie



Figuur 4.0.1. Algemeen blokschema van de informatieverwerking



coëfficiënten, die als functies van de waterstand variëren. Op de betekenis van deze grootheden komen we in het volgende hoofdstuk nog terug.



In te stellen grootheden:

Lengte:  $l$

Bergend oppervlak bij HWS:  $B_m = lb_m$

Stroomvoerende breedte bij LWS:  $b_0$

Coëfficiënt van De Chézy bij LWS:  $C_0$

Gemiddelde bodemhoogte bij LWS:  $h_0$

Automatisch te regelen functies:

Bergingscoëfficiënt:  $\beta = b/b_m$

Vormcoëfficiënt stroomvoerend profiel:  $\alpha = A/b_0 a$

Weerstandcoëfficiënt:  $\eta = C_0^2 a / C^2 a_r$

Figuur 4.0.2 Schematische voorstelling van het dwarsprofiel van een rivier

De gehele machine wordt in bedrijf gebracht en gehouden met behulp van een stuurorgaan, dat onder meer tot taak heeft het samengaan van de verschillende onderdelen der machine te regelen, alsmede het treffen van bepaalde beveiligingsmaatregelen, wanneer een gedurende het rekenproces optredende storing daar aanleiding toe geeft.

Voor een beoordeling van de productiviteit van de machine dienen we te letten op elk der vier aspecten: voorafgaande instelling, invoer, uitvoer, rekenproces.

Bij het gereedmaken van de machine voor de behandeling van een systeem als het deltagebied, moeten honderden vakconstanten en vakfuncties worden ingesteld. Het is om twee redenen van belang, dat dit snel kan geschieden.

In de eerste plaats rijst bij een onderzoek, bijvoorbeeld met betrekking tot het deltagebied, herhaaldelijk de behoefte één of meer parameters te wijzigen. Allereerst betreft dit de wrijvingscoëfficiënten, die door vergelijking met waarnemingen in de bestaande toestand empirisch moeten worden afgeregeld. Ook de waarden van andere parameters kunnen soms langs die weg verbeterd worden. Daarnaast bestaat de behoefte om zich rekenschap te geven van de invloed, die mogelijke profielwijzigingen zullen hebben.

In de tweede plaats zal men van de mogelijkheid gebruik willen maken, verschillende rivierenstelsels met dezelfde machine te behandelen. Dit brengt evenwel mede, dat een geheel ander stel parameters moet worden ingesteld. Wanneer dus snel kan worden ingesteld, betekent dit weinig tijdverlies bij het overstappen op een ander probleem.

Van minstens even groot gewicht als de snelheid van instellen, is de stabiliteit der instelling. Een eenmaal ingestelde waarde behoort over lange tijd constant te blijven, daar men anders vervalt in frequente en tijdrovende ijkingen.

In de Deltar wordt elke vakconstante ingesteld op een verdeelde schaal. De nauwkeurigheid en de stabiliteit zijn zodanig, dat najking van de ingestelde waarde achterwege kan blijven.

De vakfuncties worden ingesteld door aanbrengen van gemodelleerde schijfjes. Deze schijfjes kunnen met een speciale freesmachine vervaardigd worden.

De door de invoerapparatuur te verwerken informatie omvat allereerst de als gegeven aangenomen getijlijnen in zee. Voorts worden langs deze weg ook de gegeven afvoeren der bovenrivieren ingevoerd, alsmede, bij het behandelen van stormvloed, de windkracht en de windrichting boven het behandelde gebied, als gegeven functies van de tijd.

Bij de Deltar wordt deze informatie aangeboden door middel van ponsbanden. Op de ponsband, die een bepaalde functie van de tijd moet weergeven, zijn door ponsingen in een bepaalde code de waarden der functie met korte tijdsintervallen vastgelegd. De ponsband, die bijvoorbeeld een waterstand in zee voorstelt, wordt door de invoerapparatuur regel voor regel uitgelezen. Uit de aldus op gezette tijdstippen verkregen getalinformatie wordt de analoge grootte, die de waterstand in zee moet voorstellen, gevormd met inachtneming van de vereiste variatie naar de tijd.

De op ponsband vastgelegde functies zijn steeds, ook na verloop van lange tijd, volledig reproduceerbaar.

De ponsbanden kunnen vervaardigd worden door middel van een met de hand bediende speciale ponsmachine, indien de functie als getallenreeks beschikbaar is. Ook bestaat de mogelijkheid, bijvoorbeeld uitgaande van de getijconstanten, de functie door een digitale rekenmachine („digital computer”) te doen berekenen en de ponsband door deze machine te laten produceren.

De mogelijkheid bestaat om een in een grafiekvorm beschikbare functie door middel van een analoge digitaal-omzetter op ponsband over te brengen. Dit kan van belang zijn bijvoorbeeld voor prognoses bij stormvloedverwachting.

Ten slotte kunnen ponsbanden geleverd worden door de uitvoerapparatuur, zoals hieronder zal blijken.

De uitvoer van de machine omvat in hoofdzaak het vastleggen van verticale getijden, stromen en stroomsnelheden in een aantal dwarsprofielen. Het is van praktisch belang deze uitkomsten te verkrijgen in een vorm, die afgestemd is op het gebruik, dat men er van wil maken.

Een der middelen van uitvoer bij de Deltar wordt gevormd door een aantal schrijvers, waarmee verticale getijkrommen verkregen kunnen worden, of krommen, die het verloop van de totale stroom of van de gemiddelde snelheid in een dwarsprofiel weergeven.

Elke schrijver kan gedurende het rekenproces gelijktijdig zes variërende grootheden, getijden of stromen registreren. De aldus verkregen diagrammen zijn voor diverse praktische doeleinden direct bruikbaar.

Naast de uitvoer door schrijvers, is ook een uitvoer op ponsbanden mogelijk. Deze kunnen onder meer onmiddellijk dienen als invoer voor een digitale rekenmachine, waarmee verdere analyses der uitkomsten kunnen worden uitgevoerd.

De aldus verkregen ponsbanden zijn ook bruikbaar als invoer, indien de vastgelegde getijgrootheden weer als randvoorwaarden moeten dienen. Het is daardoor bijvoorbeeld mogelijk een groot gebied eerst met een wat grovere schematisatie in zijn geheel te behandelen en later op bepaalde gedeelten met een fijnere schematisatie meer gedetailleerd in te gaan.

De snelheid, waarmee de eigenlijke berekening verloopt, wordt bepaald door de tijdschaal van de machine. Immers, deze bepaalt in eerste aanleg het aantal getijden, dat in een gegeven tijdsbestek zou kunnen worden doorgerekend. Uiteraard komt dit echter slechts tot zijn recht voor zover het aanbieden van gegevens aan de machine en het bruikbaar maken van de uitkomsten gelijke tred kan houden met de eigenlijke rekensnelheid.

Het elektronische model vormt een voorbeeld, waarbij aan de genoemde voorwaarde niet voldaan is. In dit model is de tijdschaal zodanig, dat de simulatie van één halfdaags getij zich in 0,001 sec voltrekt. Dit zou betekenen, dat ieder uur enige miljoenen getijden doorgerekend zouden kunnen worden, ware het niet, dat de andere stadia van de gehele verwerkingsgang naar verhouding veel langzamer verlopen, zodat de grote rekensnelheid bij lange na niet kan worden uitgebuit.

Een betere uitbuiting van de met elektronische middelen bereikbare rekensnelheden zou alleen mogelijk zijn bij een meer volledige beheersing van het rekenproces en efficiënter in- en uitvoerprocedures.

In verband met de wiskundige complicaties van de getijvergelijkingen en het grote aantal vakken welke moeten worden voorgesteld, moeten in het analoge rekenproces zeer vele niet-lineaire functies worden gerealiseerd. Dit is met voldoende stabiele elektronische middelen moeilijk te verwerklijken en in elk geval zou dit uiterst kostbaar worden.

Overeenkomstige overwegingen gelden ten aanzien van het in een doelmatige vorm in- en uitvoeren bij grote rekensnelheden. Daarbij moet worden opgemerkt, dat een volledig uitbuiten van de met elektronische middelen bereikbare rekensnelheden voor het getijonderzoek geenszins noodzakelijk is.

Een doelmatige oplossing van het probleem van de informatieverwerking bij het getijonderzoek bleek dan ook gevonden te kunnen worden door een veel kleinere rekensnelheid te aanvaarden. Op

deze basis is voor het rekenproces een geschikte oplossing te vinden, zoals in het volgende hoofdstuk nader zal worden uiteengezet.

Na afwegen van alle factoren, die met de tijdschaal samenhangen, is deze ten slotte gesteld op 1 tegen 100. Dit houdt dus in, dat de getijbeweging van een etmaal in ongeveer een kwartier door de machine wordt doorgerekend.

De hiervoor besproken methoden, volgens welke informatie aan de machine wordt aangeboden en uit de machine wordt verkregen, bieden de mogelijkheid, waar dit nodig is, de rekensnelheid volledig uit te buiten.

Verwacht mag daarom worden, dat de snelheid van de machine voor het maken van prognoses op korte termijn ook toereikend zal zijn.

## 5.0 HET REKENPROCES IN DE DELTAR

De eigenlijke getijberekening vindt bij de Deltar plaats in de secties, die elk een riviervak voorstellen. We willen hier het rekenproces nagaan, dat in zulk een sectie wordt gesimuleerd.

Het bouwen van een machine naast het elektronische model en de andere reeds bestaande middelen van getijonderzoek, kon slechts zin hebben, indien met deze machine niet alleen de gewone getijbeweging, doch ook stormvloeden voldoende nauwkeurig zouden kunnen worden behandeld. Met het oog hierop zouden in elk geval de navolgende twee niet-lineaire problemen moeten worden opgelost: de kwadratische weerstand en de variaties van de kombergingsbreedte en van het stroomvoerend profiel met de waterstand. Daarnaast werd het invoeren van de directe invloed van de wind zeer wenselijk geacht. Toen het bij het ontwerpen mogelijk bleek ook de snelheidshoogte (de kracht van Bernoulli) zonder grote complicaties in te voeren, werd besloten ook deze term mede te nemen.

Verder moet rekening gehouden worden met grote regel- en instelbereiken. Vakconstanten als bijvoorbeeld de bergende breedte en de diepte van de geul, die geregeld moeten worden, afhankelijk van de waterstand, kunnen daarbij in aanzienlijke mate variëren. Verder moet instelling mogelijk zijn zowel voor smalle, ondiepe rivieren, als voor brede, diepe zeearmen, welke gelijktijdig in een zelfde voorstelling kunnen voorkomen.

Deze grote instel- en regelbereiken brengen bovendien een verzwaring van de nauwkeurigheidseisen mede, omdat, ook wanneer een grootheid binnen zijn variatie-interval een kleine waarde krijgt, deze met een zekere waarde van nauwkeurigheid moet worden gerealiseerd. Ten opzichte van de grootste waarden, die de grootheid kan aannemen, wordt deze nauwkeurigheidseis evenwel relatief veel zwaarder. Variëert bijvoorbeeld een grootheid 1 op 10, dan komt de eis van ca. 2% nauwkeurigheid bij de laagste waarde er op neer, dat de fout niet meer dan 0,2% van de grootste waarde mag zijn.

De vergelijkingen die moeten worden opgelost, zijn zoals bekend, respectievelijk de bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{|v|v}{C^2 a_r} = \frac{\gamma}{g} \frac{V^2}{a_r} \cos(\Theta - \varphi) \quad (1)$$

en

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b \frac{\partial h}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Hierbij gelden nog de betrekkingen:

$$H = h + \frac{v^2}{2g} \quad (3)$$

n

$$Q = vA. \quad (4)$$

In deze formules is:

$t$  = de tijd

$x$  = de afstand langs de geulas

$h$  = de waterstand boven het gegeven nulvlak (N.A.P.)

- $v$  = de gemiddelde stroomsnelheid in een dwarsprofiel  
 $H$  = de energiehoogte boven het nulvlak  
 $Q$  = de totale ogenblikkelijke afvoer  
 $a_r$  = de diepte van het dwarsprofiel onder de waterspiegel  
 $A$  = het oppervlak van het stroomvoerend profiel  
 $b$  = de bergende breedte  
 $g$  = de versnelling van de zwaartekracht  
 $C$  = de coëfficiënt van De Chézy  
 $V$  = de windsnelheid  
 $\theta$  = de windrichting  
 $\varphi$  = de richting van de geulas  
 $\gamma$  = een coëfficiënt (onbenoemd) waarvan de waarde op bijv. 3,6.  $10^{-6}$  gesteld kan worden.

Uit (1) en (2) zijn op verschillende manieren vergelijkingen af te leiden voor een riviervak. In het algemeen leggen zulke vakvergelijkingen verband tussen getij en stroom aan het ene vakuiteinde en getij en stroom aan het andere vakuiteinde. Ten aanzien van deze vakvergelijkingen komt bij het analoge rekenproces een belangrijk gezichtspunt naar voren, dat we hier kort willen bespreken.

We beschouwen een dwarsprofiel, dat in gedachten de scheiding vormt van twee riviervakken. Door dit grensvak heen zal zich het getij van beneden naar boven toe kunnen voortplanten. Doch ook met de mogelijkheid van voortplanting in de andere richting moet rekening worden gehouden, onder meer omdat bijvoorbeeld een verandering van de afvoer ook benedenstrooms zijn invloed zal uitoefenen.

Dit betekent, bij het analoog op tijdschaal simuleren van het rivierenstelsel, dat twee secties, die aan elkaar geschakeld worden, op de juiste wijze wederkerig invloed op elkaar moeten kunnen uitoefenen. Dit hangt onmiddellijk samen met de wijze, waarop de analoge grootheden, die getij en stroom aan het ene uiteinde der sectie voorstellen, inwerken op de analoge grootheden aan het andere einde, of anders gezegd: met de wijze, waarop de voortplanting door de sectie heen gesimuleerd wordt.

Er zijn verschillende manieren denkbaar, waarop de simulatie der voortplanting technisch tot stand kan worden gebracht, samenhangend met de mathematische formulering van de vakvergelijkingen. Dit aspect van de voortplanting laat zich behandelen door gebruik te maken van de theorie der karakteristieken van het stelsel vergelijkingen (1) en (2). Bij de technische vormgeving op deze basis stuit men evenwel, mede door het niet-lineaire karakter der differentiaalvergelijkingen, op diverse moeilijkheden, waarvoor nog geen bevredigende oplossing gevonden werd.

Een theoretisch minder doorzichtige oplossing, waarbij evenwel met een minimum aan middelen de niet-lineaire functies worden verwerkt, kan verkregen worden door nauwer te blijven aansluiten bij de analogiemodellen, als hiervoor besproken, namelijk door tussen twee secties stroom en spanning aan eenzelfde klem uit te wisselen. Op deze grondslag werkt de Deltar.

De vakvergelijkingen, waarvan wordt uitgegaan, zijn uit (1) en (2) verkregen door de differentiaties naar  $x$  met centrale differenties te benaderen. Aldus wordt gevonden:

$$H_a - H_b = \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} + l \frac{|v| v - U}{C^2 a_r}, \quad (5)$$

$$Q_a - Q_b = B \frac{dh}{dt}, \quad (6)$$

alsmede

$$\frac{H_a + H_b}{2} = h + \frac{v^2}{2g} \quad (7)$$

en

$$\frac{Q_a + Q_b}{2} = vA. \quad (8)$$

Hierin is  $l$  de vaklengte en  $B = lb$  het bergend oppervlak. De grootheden  $B$ ,  $A$  en  $C^2 a_r$  zijn gegeven functies van de waterstand.

De grootheid

$$U = \gamma \frac{C^2}{g} V^2 \cos(\Theta - \varphi) \quad (9)$$

geeft zo nodig de windinvloed weer.

Deze vakvergelijkingen worden nader toegelicht door figuur 5.0.1; de windinvloed is hierbij voor het ogenblik buiten beschouwing gelaten. Onderaan in deze figuur is de opbouw van de analoge sectie in principe aangegeven. Deze bestaat uit drie takken.

De energiehogten  $H_a$  en  $H_b$  aan de vakuiteinden worden weergegeven door spanningen op de aansluitklemmen der sectie. De door deze klemmen over te dragen stromen stellen de ogenblikkelijke afvoeren  $Q_a$  en  $Q_b$  voor. De spanning op het middelpunt van de sectie stelt de waterstand  $h$  in het midden van het riviervak voor. De beide serietakken van de sectie dienen dus spanningsverschillen, evenredig met  $H_a - h$ , respectievelijk  $H_b - h$ , op te nemen, terwijl de paralleltak een stroom moet doen vloeien van het middenpunt naar aarde, die evenredig is met de komberging  $Q_a - Q_b$ .

Dit wordt bereikt doordat zich in elk der drie takken een versterker bevindt, die zodanig bestuurd wordt, dat de door deze versterkers geleverde spanningen in de serietakken en de geleverde stroom in de paralleltak zich steeds blijven aanpassen aan de variaties der stromen en spanningen aan de begin- en de eindklem.

In figuur 5.0.2 is nader aangegeven hoe de besturing van de versterkers in de sectie verloopt. Behalve de versterkers A, B en C in de drie hoofdtakken bevinden zich daartoe in de sectie nog een servo-apparaat S, een vierde versterker T en een groep rekenorganen R.

De servo-apparaat S dient voor het realiseren van de functieregelingen voor  $B(h)$ ,  $A(h)$  en  $C^2a_r(h)$ . Het centrale orgaan van deze apparaat is een as, waaraan mechanisch een aantal potentiometers is gekoppeld. Een dezer potentiometers levert een spanning af, die de waterstand  $h$  moet voorstellen. Door de servomotor wordt de stand van de as zodanig bijgesteld, dat de juist genoemde potentiometer-spanning steeds blijft overeenstemmen met de spanning van het middenpunt van de sectie. Hierdoor wordt bereikt, dat de stand van de as eveneens een analoge voorstelling van de waterstand  $h$  vormt.

De andere aan de servo-as gekoppelde potentiometers geven de grootheden  $B$ ,  $A$  en  $C^2a_r$  weer. De potentiometers voor  $B$  en  $A$  dienen ter besturing van de versterkers C en T, terwijl potentiometers voor de grootheid  $C^2a_r$  in de schakeling van R zijn opgenomen.

In verband met de grote variatie van het dwarsprofiel  $A$ , wordt dit voorgesteld door een produkt:

$$A = b_0 (h - h_0) \alpha(h). \quad (10)$$

Hierbij wordt de gemiddelde bodembreedte  $b_0$  (zie figuur 4.0.2) als constante waarde van te voren in de sectie ingesteld. De variatie met de waterstand komt in hoofdzaak tot stand door middel van een zeer nauwkeurige, direct met de servo-as verbonden potentiometer, die evenredig met de diepte  $(h - h_0)$  varieert. Ten slotte kan de vorm van het dwarsprofiel in rekening worden gebracht door middel van een tweede potentiometer, die de vormcoëfficiënt  $\alpha(h)$  weergeeft. Deze potentiometer wordt aangedreven door de servo-as door tussenkomst van een gemodelleerd schijfje, waarvan de vorm bepaald is door de functie  $\alpha(h)$ . Op overeenkomstige wijze wordt de grootheid  $C^2a_r$  voorgesteld door

$$C^2a_r = C_0^2 (h - h_0) \frac{1}{\eta(h)} \quad (11)$$

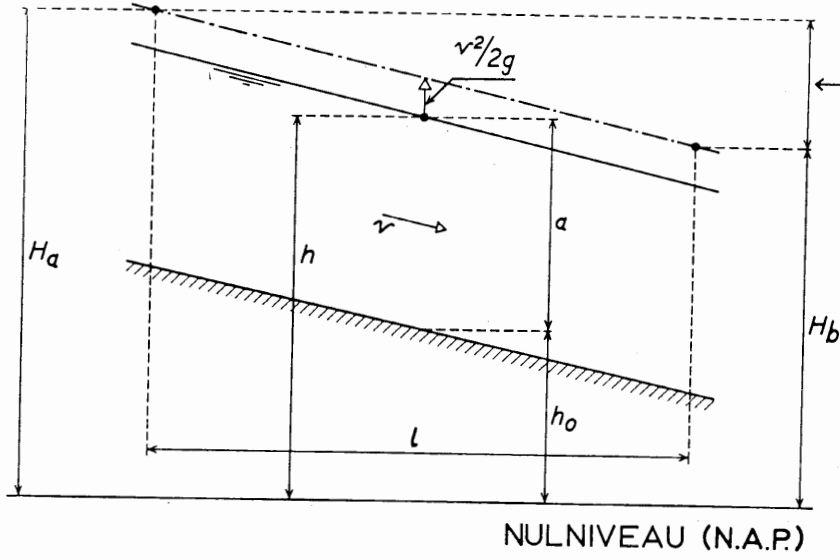
Hierbij wordt  $C_0^2$  van te voren ingesteld en  $\eta(h)$  door middel van een gemodelleerd schijfje automatisch ingevoerd.

Het bergend oppervlak wordt voorgesteld door

$$B = B_m \beta(h), \quad (12)$$

waarbij  $B_m$  wordt ingesteld en  $\beta(h)$  met een schijfje wordt ingevoerd.

In de ingang van de versterker C is een tussen het middenpunt der sectie en aarde geschakelde capaciteit opgenomen. Naar deze capaciteit vloeit dus een stroom, die evenredig is met  $dh/dt$  (vergelijk wat in 3.0 bij vergelijking (2) werd opgemerkt). Deze stroom wordt versterkt, waarbij de versterkingsfactor evenredig is met het bergend oppervlak  $B$ . Dit wordt bereikt doordat in het circuit van de versterker C potentiometer-weerstand zijn opgenomen, die te zamen de grootheid  $B$  volgens (12) bepalen.

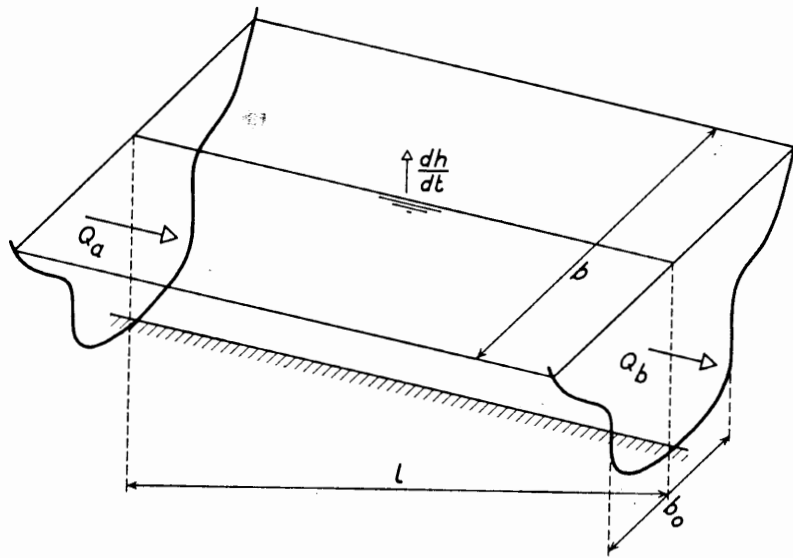


$$H_a - H_b = \pm \frac{Lv^2}{C^2 a_r} + \frac{L}{g} \frac{dv}{dt}$$

$$C^2 a_r = \frac{1}{\eta} C_0^2 (h - h_0)$$

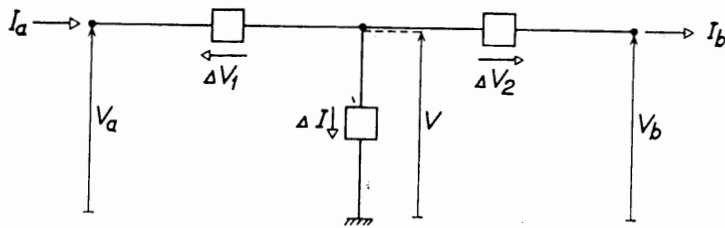
$$v = \frac{1/2 Q_a + 1/2 Q_b}{A}$$

$$A = \alpha b_0 (h - h_0)$$



$$Q_a - Q_b = B \frac{dh}{dt}$$

$$B = bl = \beta B_m$$



$$I_a \sim Q_a$$

$$I_b \sim Q_b$$

$$V_a \sim H_a$$

$$V_b \sim H_b$$

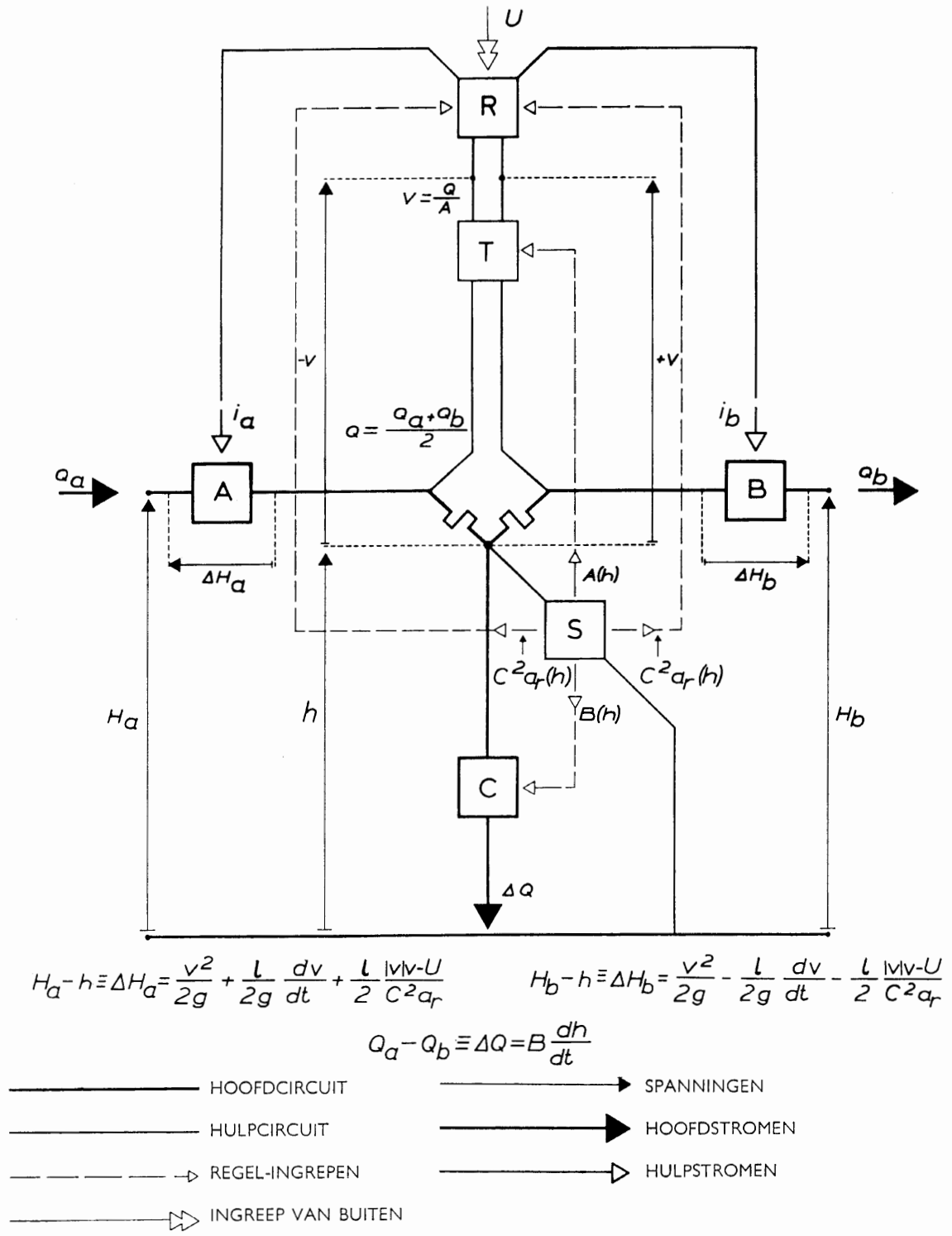
$$V \sim h$$

$$\Delta I \sim B \frac{dh}{dt}$$

$$\Delta V_1 \sim H_a - h = \pm \frac{1}{2} \frac{Lv^2}{C^2 a_r} + \frac{1}{2} \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2g}$$

$$-\Delta V_2 \sim h - H_b = \pm \frac{1}{2} \frac{Lv^2}{C^2 a_r} + \frac{1}{2} \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} - \frac{v^2}{2g}$$

Figuur 5.0.1. Illustratie van de vakvergelijkingen



Figuur 5.0.2. Schema van het rekenproces in een sectie

Voor de besturing van de versterkers A en B wordt gebruik gemaakt van een analoge spanning, die de gemiddelde stroomsnelheid  $v$  voorstelt. Niet alleen worden hierdoor iets eenvoudiger formules verkregen, maar vooral ook een betere dimensionering, omdat de grootte-orde van de snelheden  $v$  veel minder wisselt dan de grootte-orde van de totale stromen  $Q$ .

Om de met  $v$  analoge spanning te verkrijgen, zijn, aan weerszijden van het middenpunt, twee kleine gelijke weerstanden opgenomen in de beide serietakken. Deze twee weerstanden geven te zamen een spanningsverlies, evenredig met de som der stromen, die  $Q_a$  en  $Q_b$  voorstellen. Dit spanningsverlies, dat ten opzichte van het gehele spanningsverval der secties verwaarloosbaar klein is, wordt door de versterker T versterkt. De versterkingsfactor wordt door middel van de eerder genoemde potentiometer-weerstanden omgekeerd evenredig met  $A$  gevarieerd, zodat de uitgangsspanning van de versterker T evenredig met de stroomsnelheid  $v$  is.

Uit deze spanning worden twee kleine stroomstromen  $I_a$  en  $I_b$  afgeleid, die dienen om de versterkers A en B te sturen. Deze hulpstromen moeten dus een analoge voorstelling vormen van de vervallen  $H_a - h$  en  $H_b - h$ . Dit wordt als volgt bereikt. Door de spanning voor  $v$  op een capaciteit te zetten, wordt een stroompje verkregen, evenredig met  $dv/dt$ . Dit stelt de traagheidsterm voor.

De kwadratische termen worden door middel van thermokoppels verkregen. Deze elementen vertonen zeer nauwkeurig een kwadratische karakteristiek, die hierop berust, dat in het koppel door de ingangsstroom warmte geproduceerd wordt, evenredig met het kwadraat van die stroom. Deze warmteproductie veroorzaakt een daarmee evenredige temperatuursverhoging en thermospanning aan de uitgang van het element. De uitgangsspanning is dus evenredig met het kwadraat van de ingangsstroom.

Door middel van in de uitgang van het koppel geschakelde weerstanden kan een stroompje verkregen worden, dat omgekeerd evenredig met  $C^2a$ , is, terwijl het ook evenredig met  $v^2$  is. Dit stroompje stelt de weerstandsterm voor.

Een ander thermokoppel levert een stroompje, evenredig met de snelheidshoogte.

De stroompjes voor de verschillende vervaltermen worden gezamenlijk aan de versterkers A en B toegevoegd, die daardoor spanningen produceren, evenredig met de samengestelde vervallen  $H_a - h$  en  $H_b - h$ .

Voor de vier elementen A, B, C en T zijn speciale galvanometerversterkers ontwikkeld. Dit type versterker, dat in het algemeen slechts een zeer beperkt toepassingsgebied heeft, was voor het onderhavige doel bijzonder geschikt.

Bij de hierboven gegeven uiteenzetting zijn we uitgegaan van de veronderstelling, dat de waterstand  $h$  en de gemiddelde afvoer  $\frac{1}{2}(Q_a + Q_b)$  gegeven zouden zijn. Hieruit volgen dan, door de werking van het servomechanisme en de versterkers, de spanningsvervallen voor  $H_a - h$  en  $H_b - h$  en de stroom, overeenkomende met  $Q_a - Q_b$ .

Doordat in elk der versterkers de uitgang terugwerkt op de ingang, zal de sectie zich ook op de juiste wijze aanpassen, indien bijvoorbeeld het verval  $H_a - H_b$  of de verschilstroom  $Q_a - Q_b$  als gegeven wordt opgelegd.

Op de regeltechnische problemen, die moesten worden opgelost om dit te bereiken, zal elders worden ingegaan.

Secties, die aaneensluitende riviervakken voorstellen, worden eenvoudig doorverbonden, zoals dit bij een analogiemodel (zie 3.0) geschiedt. Op deze wijze zijn ook ingewikkelde vertakte rivierensystemen op eenvoudige wijze door aaneenschakeling van secties weer te geven.

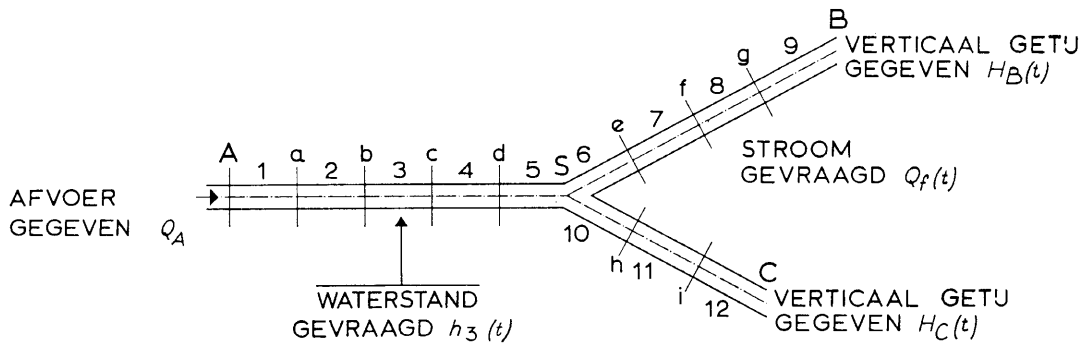
In figuur 5.0.3 is dit schematisch voorgesteld voor een rivier, die zich in twee takken splitst.

De getijden in zee worden ingevoerd door spanningsgeneratoren, die, zoals in het vorige hoofdstuk werd beschreven, bestuurd worden door middel van ponsbanden.

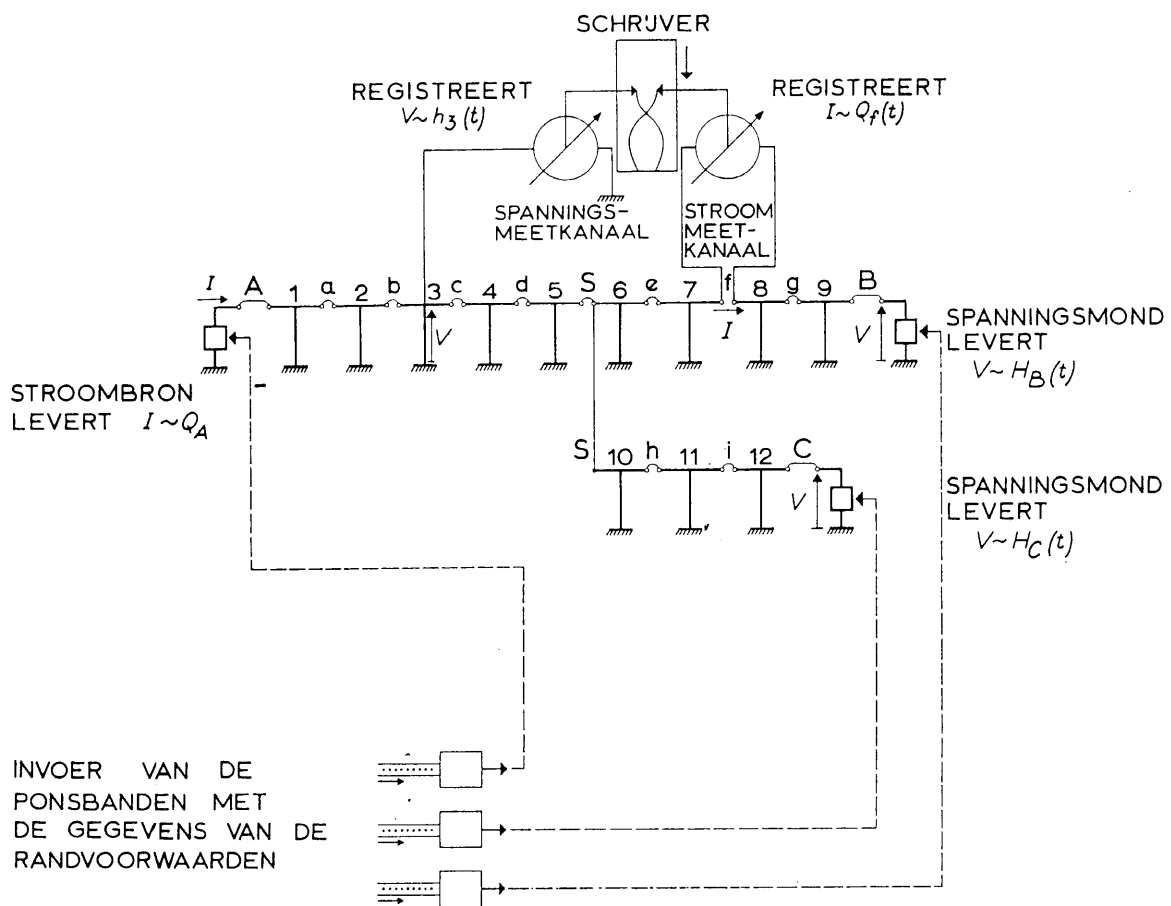
De afvoer van de rivier wordt op overeenkomstige wijze ingevoerd door een stroombron. De besturing van deze stroombron door een ponsband maakt het mogelijk de afvoer te variëren. Dit kan van nut zijn bijvoorbeeld bij het onderzoeken van veertiendaagse spuiprogramma's, waarbij met was of val van de rivier gerekend wordt.

Zoals hiervoor is uiteengezet, zijn bij iedere sectie zes grootheden voor directe meting beschikbaar. Dit zijn de beide energiehoogten aan de uiteinden, alsmede de waterstand en stroomsnelheid in het midden van het vak als analoge spanningen en de stromen aan de uiteinden als analoge stromen. In figuur 5.0.3 is schematisch voor twee van zulke meetgrootheden aangegeven hoe zij geregistreerd worden.





a. Schema van de rivier



b. Schema van de schakeling van de machine-elementen

Figuur 5.0.3. Voorbeeld van de behandeling van een vertakte rivier

Het kan voorkomen, dat een plaats, waar men het getij wil registreren, bijvoorbeeld omdat daar in werkelijkheid een peilschaal staat, niet samenvalt met het midden van een vak. Het is dan mogelijk een analoge spanning voor de gevraagde waterstand door interpolatie uit de direct beschikbare spanningen af te leiden.

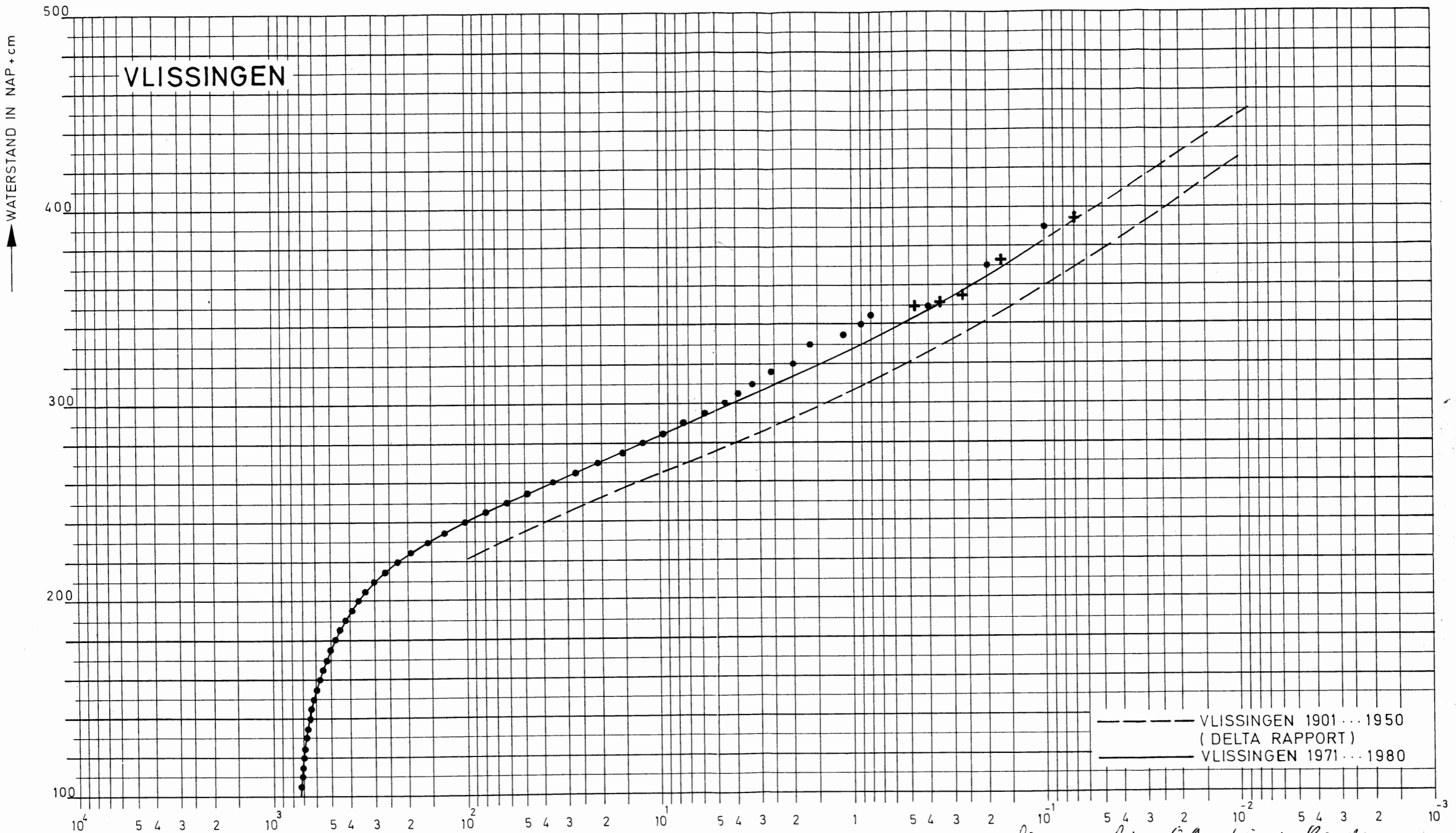
Bij het behandelen van een stormvloed komt de invloed van de wind boven zee tot uiting in een gewijzigde randvoorwaarde voor het verloop van de waterstanden voor de monden. De invloed van het windveld boven de rivieren wordt zo nodig op de volgende wijze in rekening gebracht.

Door de randvoorwaarde-apparatuur worden de windsnelheid  $V$  en de windrichting  $\theta$  als analoge grootheden gevormd en toegevoegd aan een centrale windapparatuur. In deze apparatuur zijn van tevoren voor iedere sectie de grootheden  $\varphi$  (richting van de geulas) en  $\gamma C^2/g$  ingesteld. Deze worden gecombineerd met de door de randvoorwaarde-apparatuur geleverde variabele grootheden voor  $V$  en  $\theta$  ten einde een wisselspanning te verkrijgen, waarvan de amplitude de door (9) gedefinieerde grootheid  $U$  voorstelt. Voor iedere sectie produceert de wind-apparatuur de desbetreffende wisselspanning.

Deze wisselspanning wordt aan de sectie toegevoegd, gelijkgericht en gecombineerd met de spanning die  $|v|v$  voorstelt.

Op deze wijze wordt dus de windkracht, samengesteld met de wrijving, in rekening gebracht.

Naast de hierboven besproken standaardsecties is een klein aantal bijzondere secties aanwezig voor het weergeven van hydraulische elementen met afwijkende eigenschappen. Op deze wijze kunnen onder andere spuisluizen, stuwen, stormvloedkeringen en sluitgaten gesimuleerd worden.



- - - - - VLISSINGEN 1901...1950  
 ( DELTA RAPPORT )  
 ————— VLISSINGEN 1971...1980

*andere lijnen bij OA / in de Ronde*

+ 5 HOOGSTE HOOGWATERSTANDEN OVER DE PERIODE 1971...1980  
 M.B.V. PLOTPOSITIE  $\frac{i-0,3}{N+0,4}$

OVERSCHRIJDINGSLIJNEN VLISSINGEN VOLGENS  
 DELTA-RAPPORT EN OVER DE PERIODE 1971...1980

rijkswaterstaat  
 dir. waterhuishouding en waterbeweging  
 hoofdafdeling waterhuishouding  
 operationele afdeling

get	gez	gec	opdr
<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>

A3 81.711