

 POLITECNICO DI MILANO



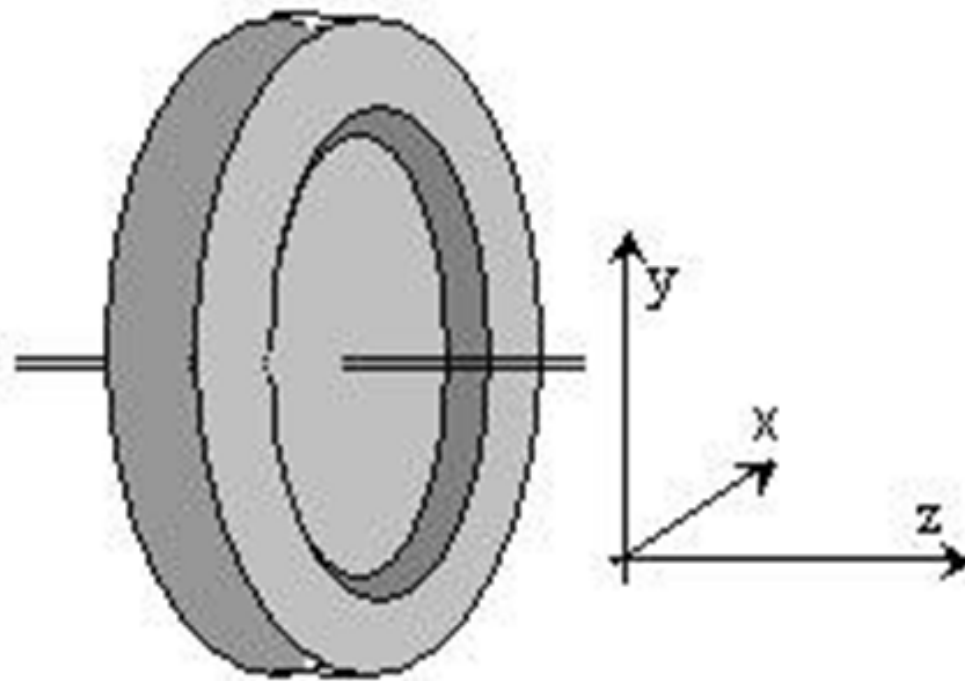
Prof. Luigi Puccinelli



IMPIANTI E SISTEMI AEROSPAZIALI
STRUMENTI GIROSCOPICI

GIROSCOPIO

- Utilizzato per misurare angoli o velocità angolari
- Corpo rigido rotante attorno ad un asse principale d'inerzia e con momenti d'inerzia uguali rispetto agli altri due assi



GIROSCOPIO

- Il moto angolare di un corpo rigido attorno ad un sistema di riferimento inerziale ad esso solidale può essere descritto dal sistema di equazioni

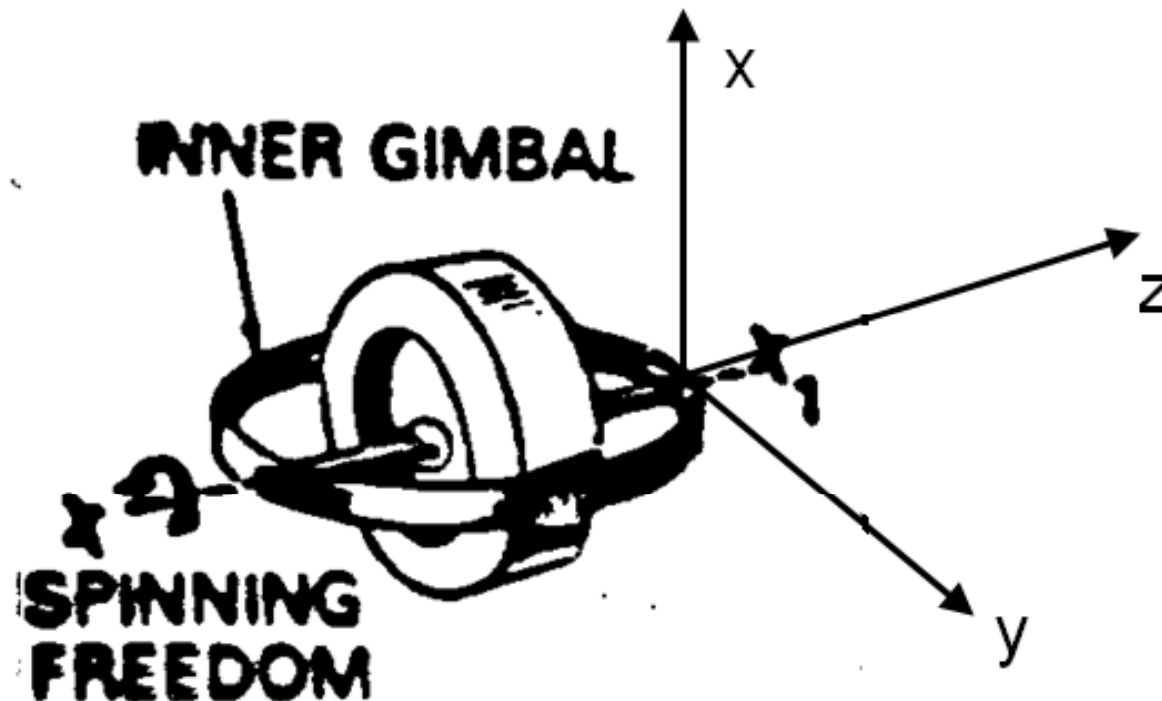
$$[J]\{\dot{\omega}\} + [\omega \wedge][J]\{\omega\} = \{M\}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} A & & \\ & A & \\ & & C \end{bmatrix} \quad [\omega \wedge] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C - A)\omega_y\omega_z = M_x \\ A\dot{\omega}_y + (A - C)\omega_x\omega_z = M_y \\ C\dot{\omega}_z = M_z \end{cases}$$

GIROSCOPIO

- Il sistema di equazioni scritto è relativo ad un sistema di riferimento solidale con la massa rotante del giroscopio; è quindi conveniente trasformare le equazioni portandosi in un sistema di riferimento dove sia eliminata la rotazione imposta al giroscopio attorno all'asse z



GIROSCOPIO

- Ponendo $\omega_z = \dot{\mathcal{G}}$, indicando con un apice le grandezze relative agli assi rotanti e senza apice quelle relative agli assi solidali alla gabbia del giroscopio, si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} M'_x = M_x \cos \mathcal{G} + M_y \sin \mathcal{G} \\ M'_y = -M_x \sin \mathcal{G} + M_y \cos \mathcal{G} \\ M'_z = M_z \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega'_x = \omega_x \cos \mathcal{G} + \omega_y \sin \mathcal{G} \\ \omega'_y = -\omega_x \sin \mathcal{G} + \omega_y \cos \mathcal{G} \\ \omega'_z = \omega_z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}'_x = \dot{\omega}_x \cos \mathcal{G} + \dot{\omega}_y \sin \mathcal{G} - \omega_x \sin \mathcal{G} \omega_z + \omega_y \cos \mathcal{G} \omega_z \\ \dot{\omega}'_y = -\dot{\omega}_x \sin \mathcal{G} + \dot{\omega}_y \cos \mathcal{G} - \omega_x \cos \mathcal{G} \omega_z - \omega_y \sin \mathcal{G} \omega_z \\ \dot{\omega}'_z = \dot{\omega}_z \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} M'_x = M_x \cos \vartheta + M_y \sin \vartheta \\ M'_y = -M_x \sin \vartheta + M_y \cos \vartheta \\ M'_z = M_z \end{cases} \quad \begin{cases} \omega'_x = \omega_x \cos \vartheta + \omega_y \sin \vartheta \\ \omega'_y = -\omega_x \sin \vartheta + \omega_y \cos \vartheta \\ \omega'_z = \omega_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\omega}'_x = \dot{\omega}_x \cos \vartheta + \dot{\omega}_y \sin \vartheta - \omega_x \sin \vartheta \omega_z + \omega_y \cos \vartheta \omega_z \\ \dot{\omega}'_y = -\dot{\omega}_x \sin \vartheta + \dot{\omega}_y \cos \vartheta - \omega_x \cos \vartheta \omega_z - \omega_y \sin \vartheta \omega_z \\ \dot{\omega}'_z = \dot{\omega}_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \dot{\omega}'_x + (C - A) \omega'_y \omega'_z = M'_x \\ A \dot{\omega}'_y + (A - C) \omega'_x \omega'_z = M'_y \\ C \dot{\omega}'_z = M'_z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A(\dot{\omega}_x \cos \vartheta + \dot{\omega}_y \sin \vartheta - \omega_x \sin \vartheta \omega_z + \omega_y \cos \vartheta \omega_z) + \\ (C - A) \omega_z (-\omega_x \sin \vartheta + \omega_y \cos \vartheta) = \\ M_x \cos \vartheta + M_y \sin \vartheta \end{aligned}$$

GIROSCOPIO

$$A \left(\dot{\omega}_x \cos \vartheta + \dot{\omega}_y \operatorname{sen} \vartheta - \frac{\omega_x \operatorname{sen} \vartheta \omega_z}{\underline{\underline{\quad}}} + \frac{\omega_y \cos \vartheta \omega_z}{\underline{\underline{\quad}}} \right) +$$

$$+ (C - A) \omega_z \left(- \frac{\omega_x \operatorname{sen} \vartheta}{\underline{\underline{\quad}}} + \frac{\omega_y \cos \vartheta}{\underline{\underline{\quad}}} \right) = M_x \cos \vartheta + M_y \operatorname{sen} \vartheta$$

$$A \dot{\omega}_x \cos \vartheta + A \dot{\omega}_y \operatorname{sen} \vartheta - C \omega_x \omega_z \operatorname{sen} \vartheta + C \omega_y \omega_z \cos \vartheta =$$

$$M_x \cos \vartheta + M_y \operatorname{sen} \vartheta$$

$$\left(A \dot{\omega}_x + C \omega_y \omega_z - M_x \right) \cos \vartheta + \left(A \dot{\omega}_y - C \omega_x \omega_z - M_y \right) \operatorname{sen} \vartheta = 0$$

GIROSCOPIO

$$\left(A\dot{\omega}_x + C\omega_y\omega_z - M_x\right)\cos\vartheta + \left(A\dot{\omega}_y - C\omega_x\omega_z - M_y\right)\sin\vartheta = 0$$

Per avere valore nullo per qualsiasi
valore di θ

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + C\omega_y\omega_z = M_x \\ A\dot{\omega}_y - C\omega_x\omega_z = M_y \\ C\dot{\omega}_z = M_z \end{cases}$$

GIROSCOPIO

Rispetto sistema solidale con corpo rotante

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C - A)\omega_y\omega_z = M_x \\ A\dot{\omega}_y + (A - C)\omega_x\omega_z = M_y \\ C\dot{\omega}_z = M_z \end{cases}$$

Rispetto sistema solidale con gabbie

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + C\omega_y\omega_z = M_x \\ A\dot{\omega}_y - C\omega_x\omega_z = M_y \\ C\dot{\omega}_z = M_z \end{cases}$$

- La terza equazione risulta disaccoppiata rispetto alle altre e ci assicura che la velocità angolare resta costante se il momento applicato è nullo.
- Dato che gli attriti saranno comunque presenti, questo significa che per avere velocità costante occorre applicare un momento che vinca tutte le resistenze presenti.
- Nella pratica il corpo rotante dei giroscopi è costituito dal rotore di un motore elettrico ad alta velocità, oppure da una turbina tenuta in rotazione dall'aria che la attraversa, portata d'aria ottenuta in genere per aspirazione a valle del giroscopio.

GIROSCOPIO

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + C\omega_y\omega_z = M_x \\ A\dot{\omega}_y - C\omega_x\omega_z = M_y \\ C\dot{\omega}_z = M_z \end{cases}$$

$$H = C\omega_z$$

- Ponendo costante ω_z si può definire la *tenacia* del giroscopio $H = C\omega_z$.
- In assenza di momenti applicati, le equazioni del giroscopio diventano

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + H\omega_y = 0 \\ A\dot{\omega}_y - H\omega_x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} A\ddot{\omega}_x + H\dot{\omega}_y = 0 \\ A\dot{\omega}_y = H\omega_x \end{cases}$$

$$\ddot{\omega}_x + \left(\frac{H}{A}\right)^2 \omega_x = 0$$

GIROSCOPIO

- Senza forzante ω_x è nulla, analogamente si poteva ricavare ω_y , il giroscopio mantiene quindi inalterata la direzione dell'asse z
- L'asse del giroscopio potrà però avere delle oscillazioni, dette di *nutazione*, con frequenza:

$$f = \frac{H}{2\pi A} = \frac{C\omega_z}{2\pi A} \cong \omega_z$$

In presenza di un momento si può ricavare la soluzione del sistema che è composta di un integrale generale, che rappresenta la nutazione:

$$\begin{cases} \omega_x = K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + K_2 \cos \frac{H}{A} t \\ \omega_y = -K_1 \cos \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t \end{cases}$$

e di un integrale particolare, che rappresenta la *precessione*:

$$\begin{cases} \omega_x = -\frac{M_y}{H} \\ \omega_y = \frac{M_x}{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_x = K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + K_2 \cos \frac{H}{A} t - \frac{M_y}{H} \\ \omega_y = -K_1 \cos \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + \frac{M_x}{H} \end{cases}$$

GIROSCOPIO

- Con le seguenti condizioni iniziali per $t = 0$

$$\begin{cases} \omega_x = 0 \\ \omega_y = 0 \\ M_x = M_x \\ M_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K_1 = \frac{M_x}{H} \\ K_2 = 0 \end{cases}$$

- Si ha quindi un accoppiamento fra il momento rispetto ad un asse e la velocità angolare rispetto all'asse perpendicolare a questo ed all'asse di spin del giroscopio, a cui viene sovrapposta un'oscillazione dell'asse di spin

$$\begin{cases} \omega_x = \frac{M_x}{H} \operatorname{sen} \frac{H}{A} t \\ \omega_y = \frac{M_x}{H} \left(1 - \cos \frac{H}{A} t \right) \end{cases}$$

- In realtà esistono sempre degli smorzamenti che possono essere ritenuti proporzionali alle velocità angolari e considerati come momenti esterni aggiuntivi

$$\begin{cases} M_x = \bar{M}_x - a\omega_x \\ M_y = \bar{M}_y - b\omega_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + a\omega_x + H\omega_y = \bar{M}_x \\ A\dot{\omega}_y + b\omega_y - H\omega_x = \bar{M}_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_x = e^{-\frac{a}{A}t} \left[K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A}t + K_2 \operatorname{cos} \frac{H}{A}t \right] \\ \omega_y = e^{-\frac{b}{A}t} \left[-K_1 \operatorname{cos} \frac{H}{A}t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A}t \right] \end{cases}$$

- Un momento genera quindi la precessione, ma induce anche una velocità angolare attorno all'asse al quale viene applicato. In pratica però H è molto grande ed a e b sono piccoli, per cui questo effetto è molto piccolo

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_x = \frac{a\overline{M}_x - H\overline{M}_y}{H^2 + a^2} \\ \omega_y = \frac{H\overline{M}_x + b\overline{M}_y}{H^2 + b^2} \end{array} \right.$$

GIROSCOPIO

- *La tendenza del giroscopio a mantenere inalterata la direzione dell'asse di spin in assenza di momenti esterni applicati* è una prima caratteristica importante. È da notare che comunque la direzione è costante rispetto ad un sistema di riferimento inerziale.
- Considerando un giroscopio in cui la rotazione attorno ad uno degli assi, ad esempio l'asse y , sia vincolata, ci si riduce ad un'unica equazione:

$$A\dot{\omega}_x + H\omega_y = M_x$$

GIROSCOPIO

•Chiamando θ la rotazione attorno all'asse x e supponendo che il momento sia composto da una parte elastica ed una parte di smorzamento:

$$A\dot{\omega}_x + H\omega_y = M_x$$

$$M_x = -K\vartheta - a\dot{\theta}$$

$$A\ddot{\vartheta} + a\dot{\vartheta} + K\vartheta = -H\omega_y$$

GIROSCOPIO

- Se si induce al giroscopio una velocità angolare rispetto all'asse bloccato, questo risponde con un momento su un asse perpendicolare a questo ed all'asse di spin.
- Se questo momento è contrastato da un elemento elastico, si ha una rotazione proporzionale alla velocità angolare; lo smorzamento è necessario per evitare oscillazioni.
- In questo modo è possibile utilizzare il giroscopio come trasduttore per misurare velocità angolari

CARATTERISTICHE GIROSCOPIO

- Tenacia: tende a mantenere costante la direzione dell'asse di rotazione

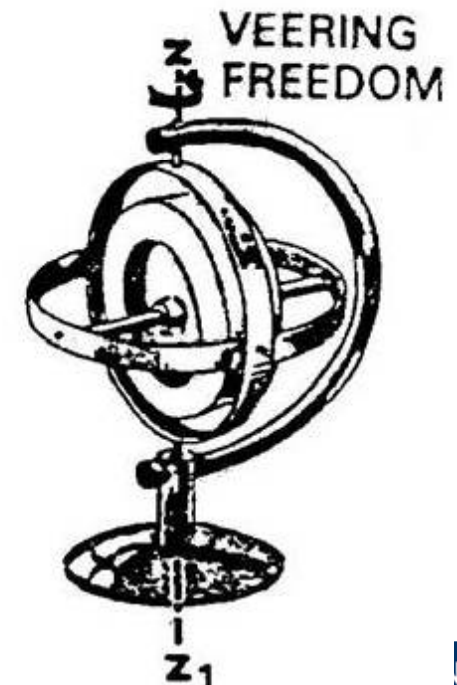
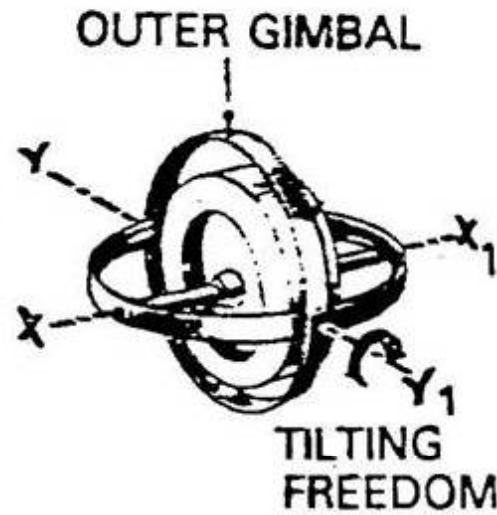
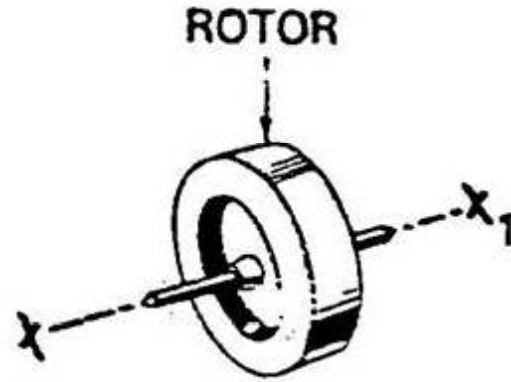
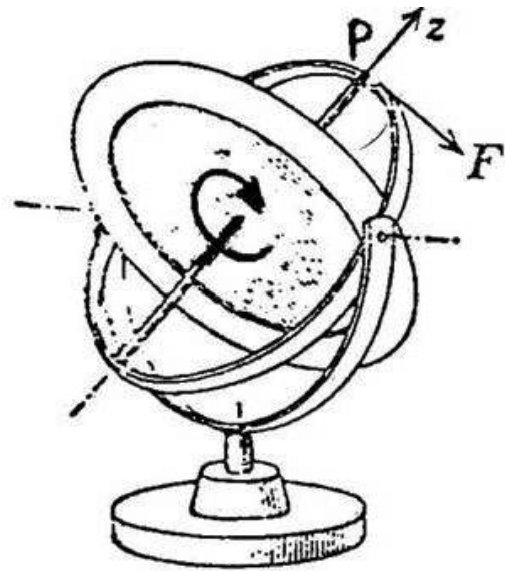
$$H = I_z \omega_z$$

- Precessione: accoppiamento fra velocità angolare e momento ortogonali fra loro

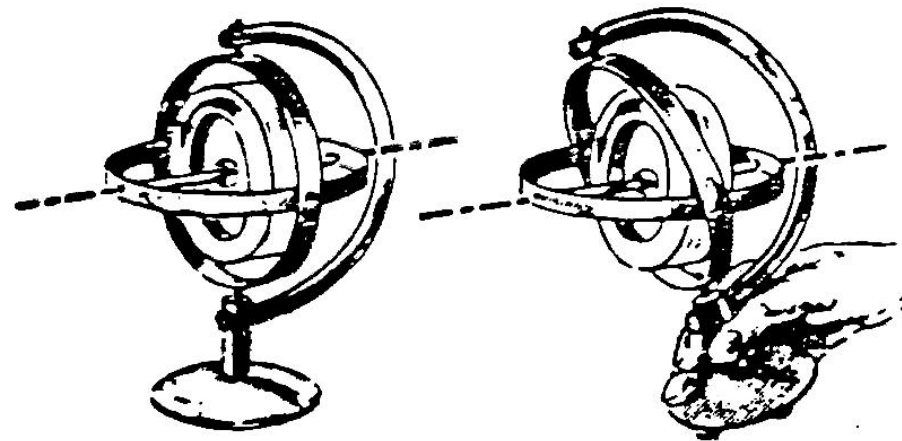
$$\omega_x = -\frac{M_y}{H}$$

$$\omega_y = \frac{M_x}{H}$$

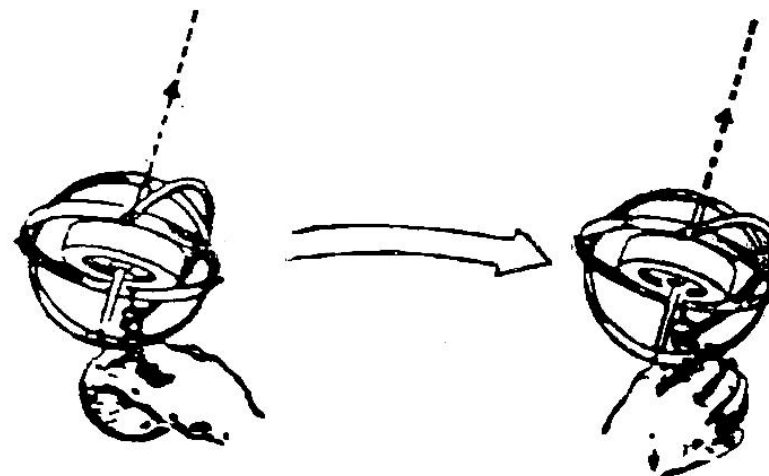
GIROSCOPI



TENACIA DEL GIROSCOPIO



**SUPPORT TIPPED:
GYRO MAINTAINS POSITION**



**SUPPORT SWUNG
IN ARC:**

**GYRO CONTINUES TO
POINT IN SAME DIRECTION**

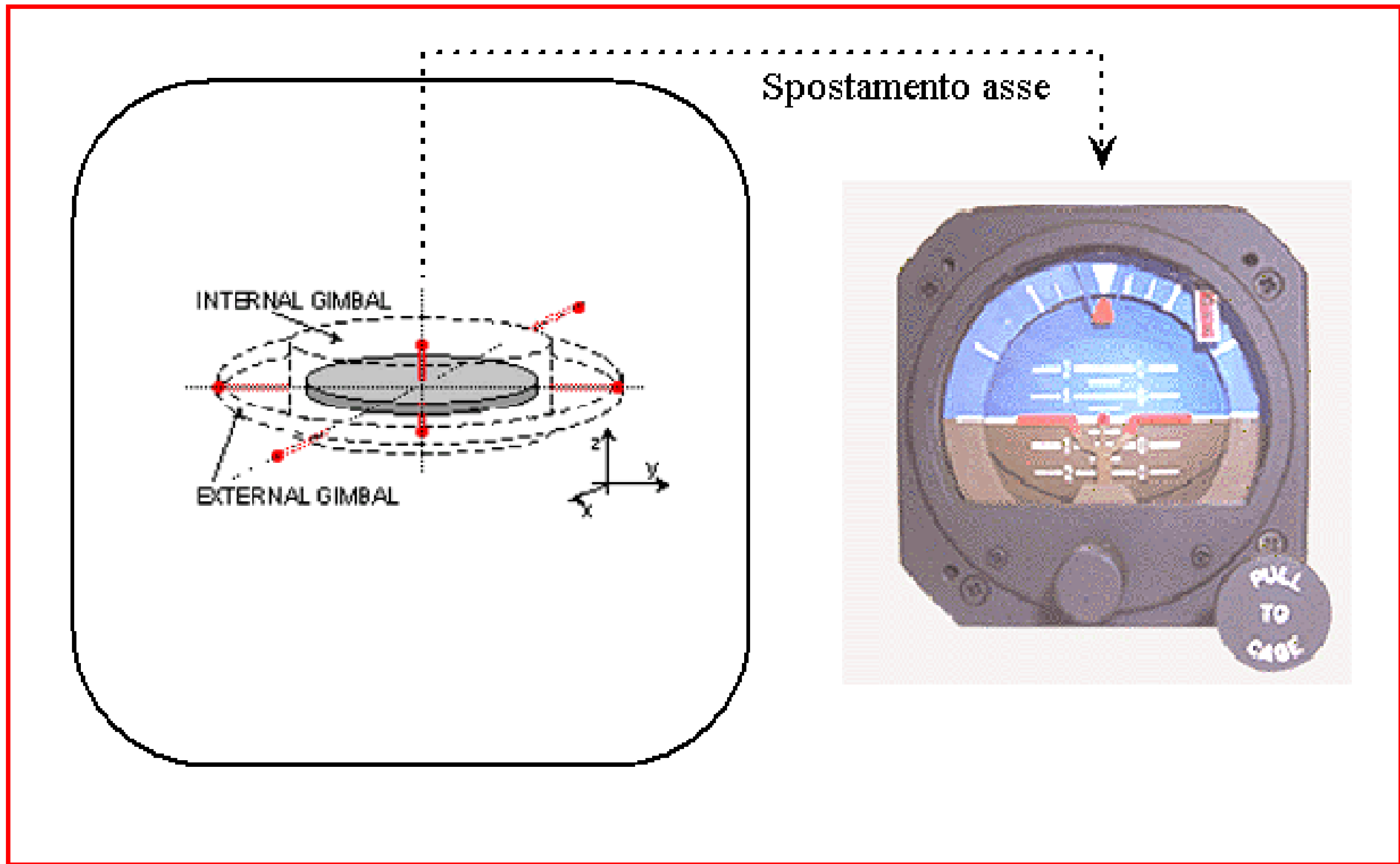
ORIZZONTE ARTIFICIALE

23



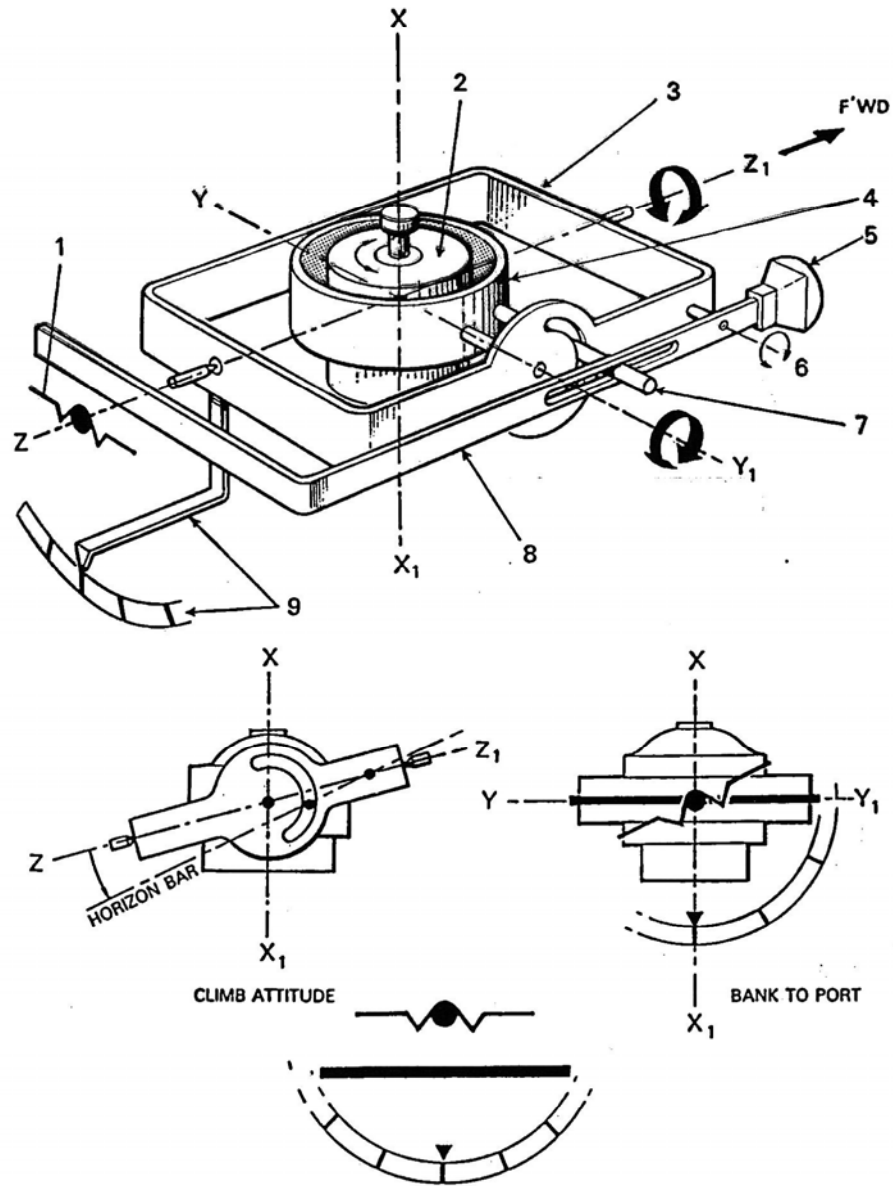
- Fornisce angoli di rollio e beccheggio
- Basato su giroscopio ad asse verticale e 3 gradi di libertà

ORIZZONTE ARTIFICIALE

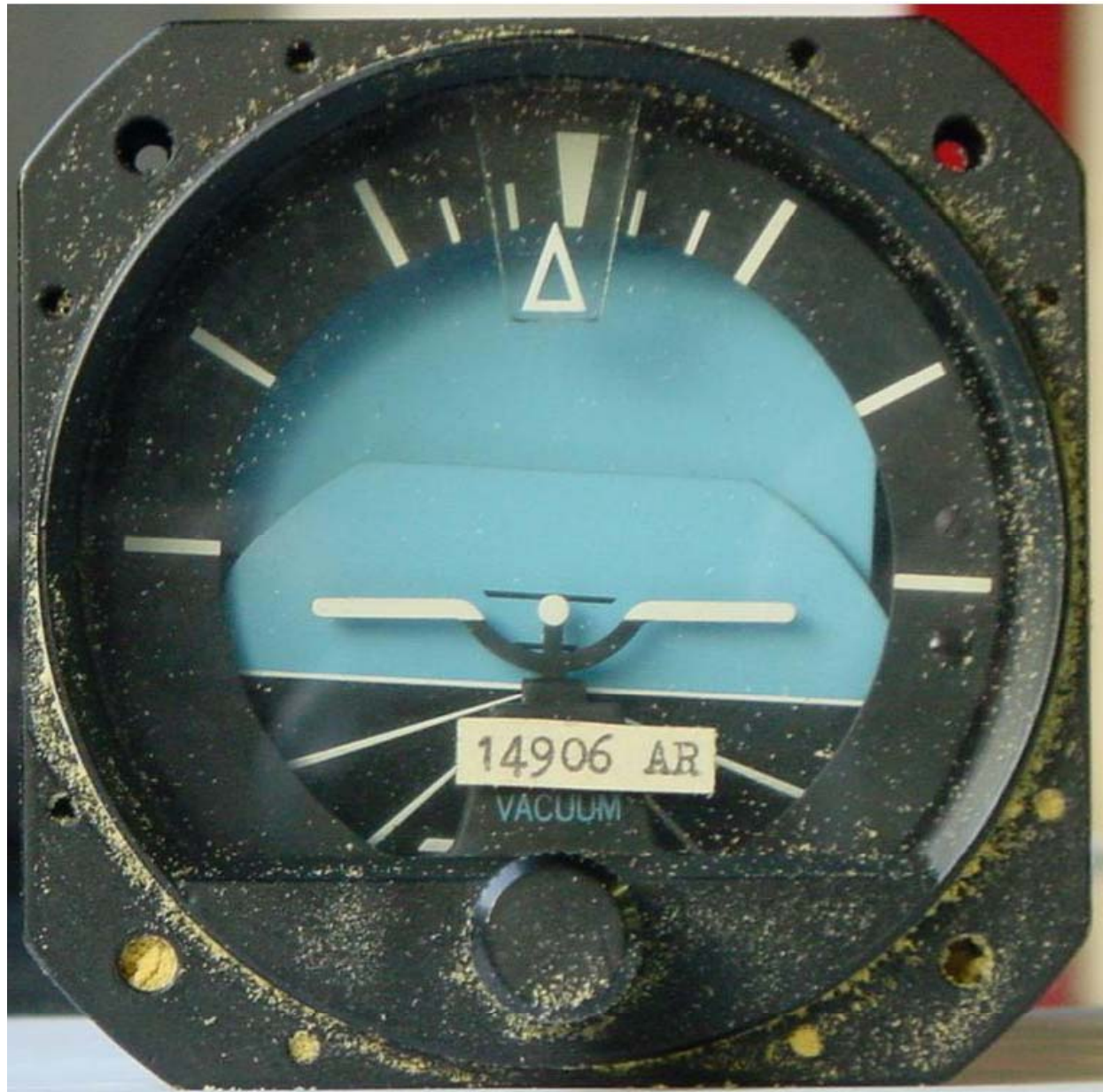


ORIZZONTE ARTIFICIALE

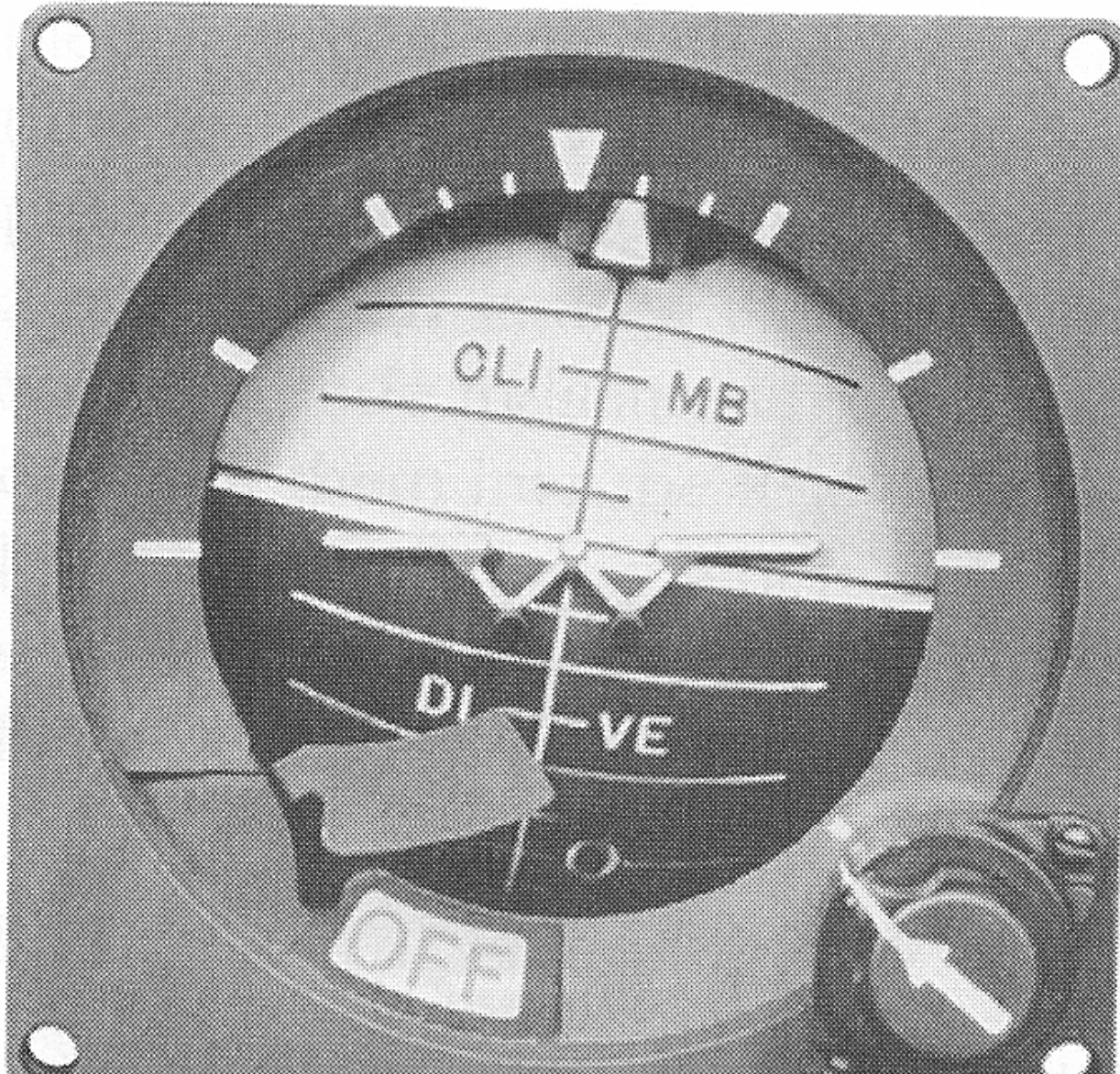
Figure 4.10 Principle of gyro horizon. 1 Symbolic aircraft, 2 rotor, 3 outer ring, 4 inner ring, 5 balance weight, 6 pivot point, 7 actuating pin, 8 horizon bar, 9 roll pointer and scale.



ORIZZONTE ARTIFICIALE



ORIZZONTE ARTIFICIALE

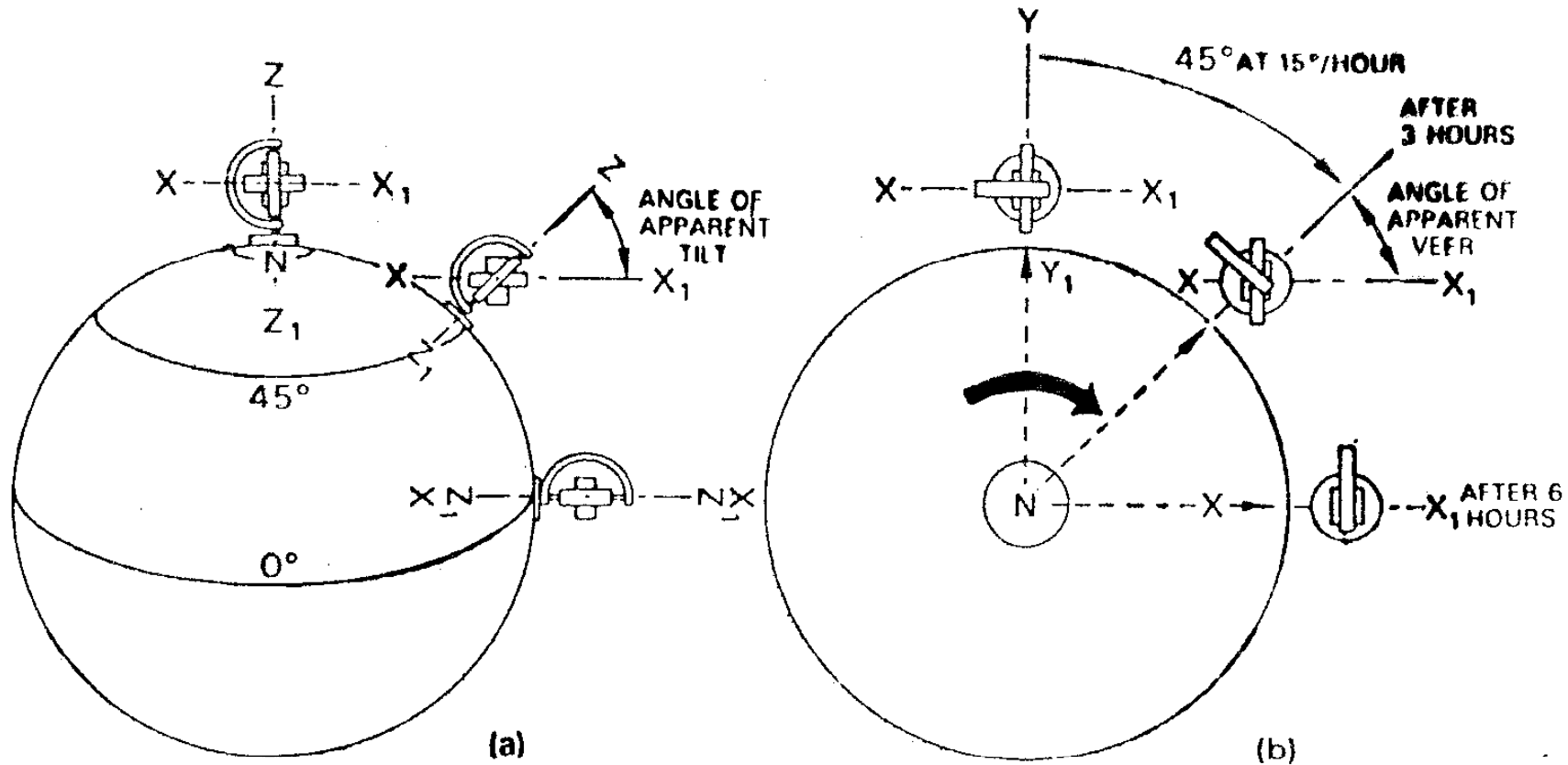


ORIZZONTE ARTIFICIALE

Errore di precessione apparente

- Deriva apparente dovuta a rotazione terrestre e traiettoria velivolo
- Eliminazione tramite *meccanismi erettori*, che tendono ad allineare asse giroscopico con verticale locale (sensibili a forze d'inerzia)

PRECESSIONE APPARENTE

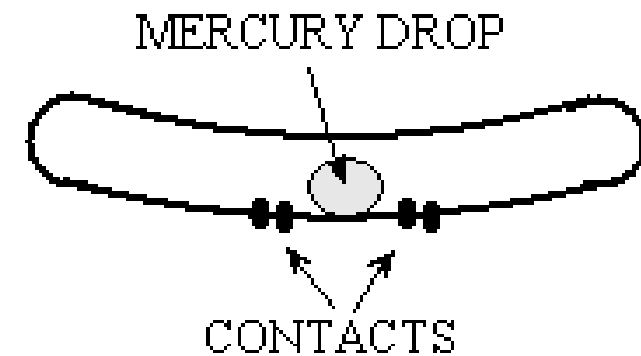
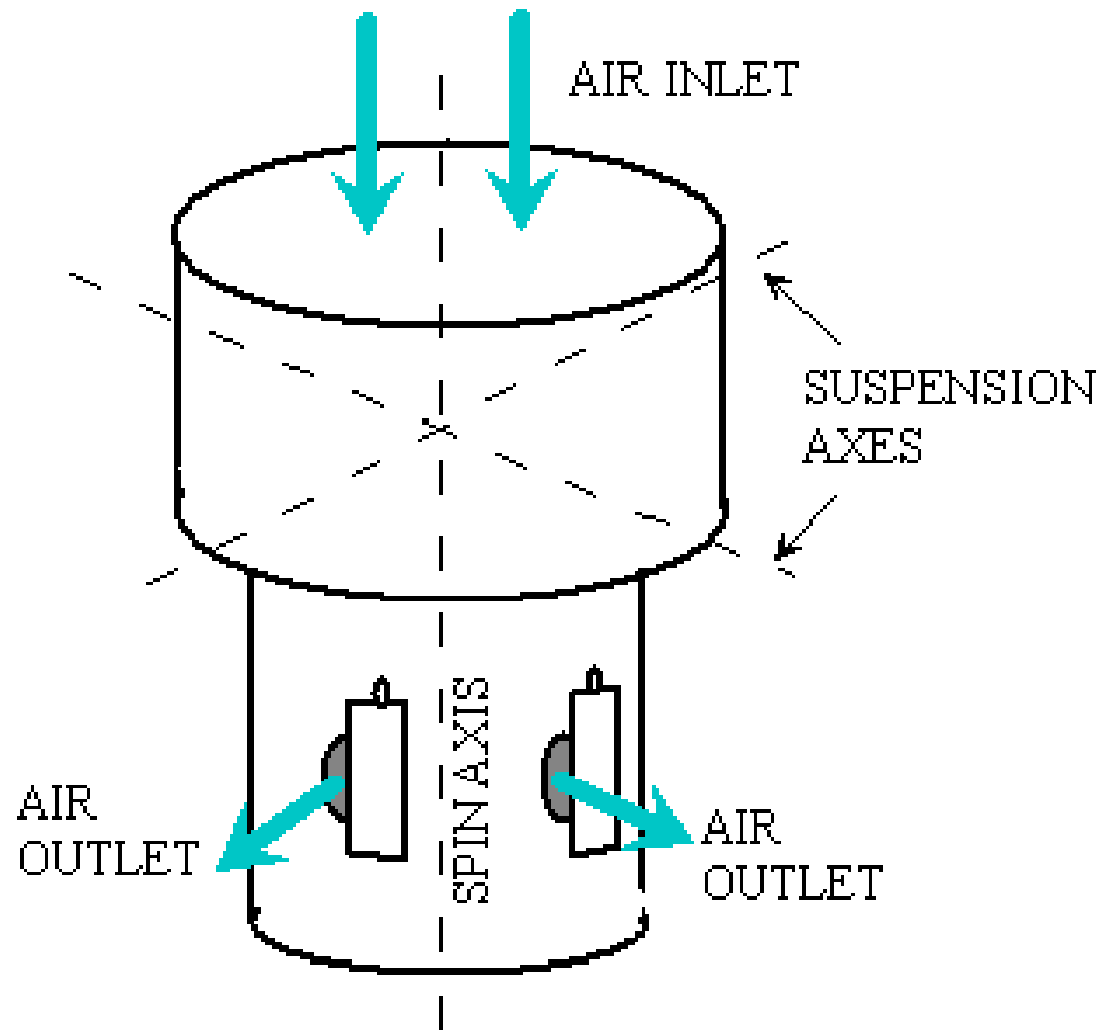


Effects of earth's rotation and curvature

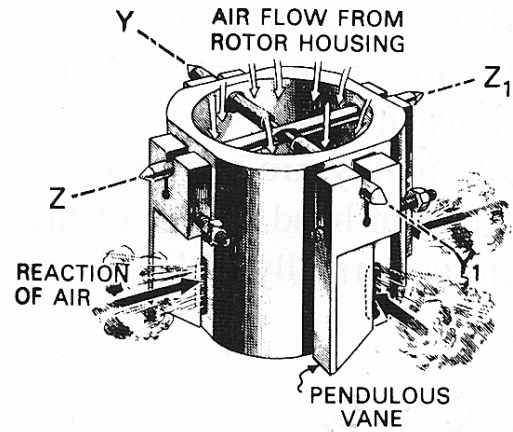
(a) Apparent tilt (b) Apparent veer

ORIZZONTE ARTIFICIALE

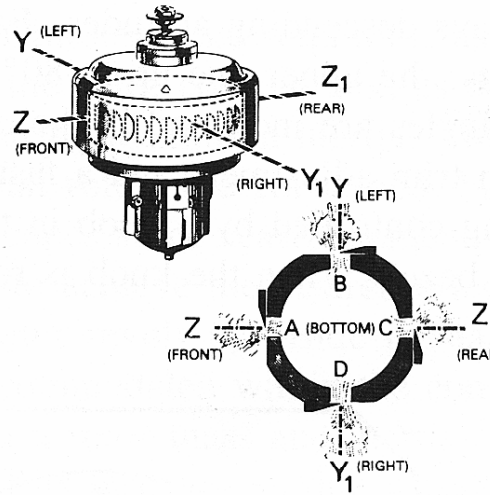
Sistema erettore



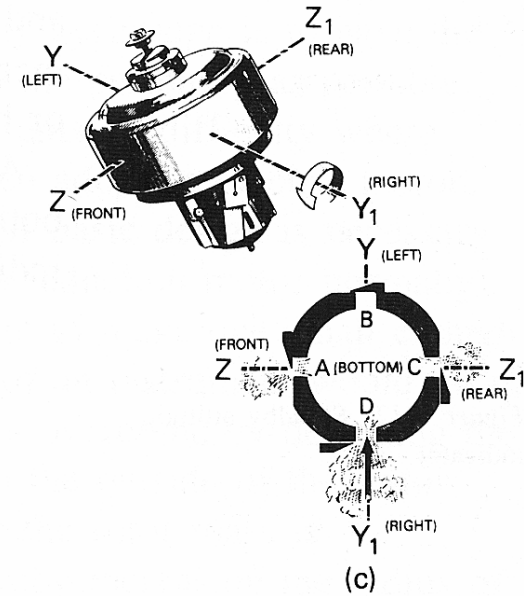
ORIZZONTE ARTIFICIALE



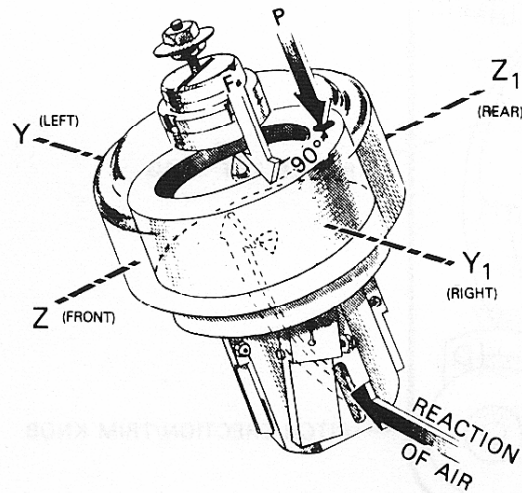
(a)



(b)



(c)



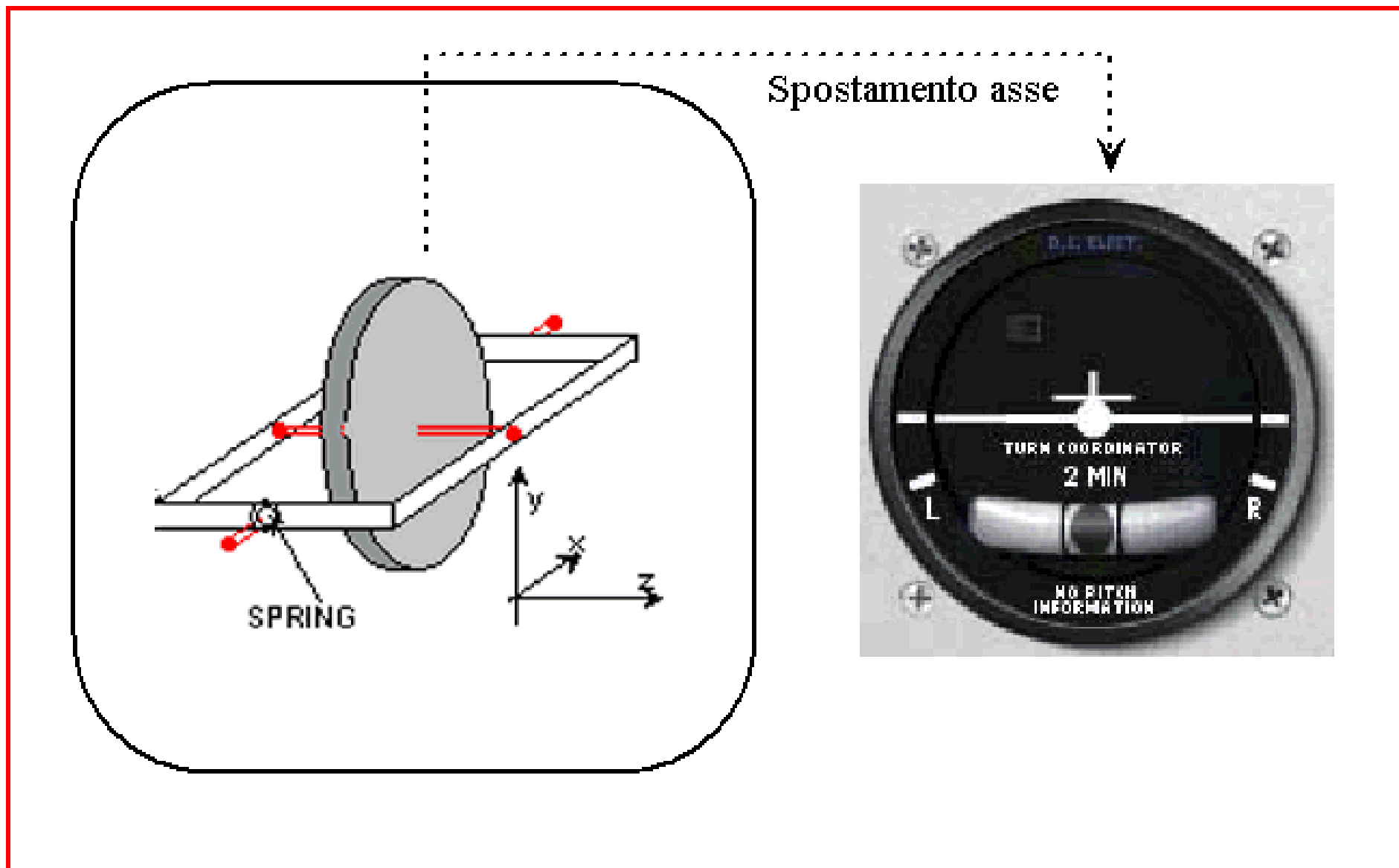
(d)

INDICATORE DI VIRATA



- Fornisce velocità angolare di virata (velocità angolare con la quale viene cambiata la rotta)
- Basato su giroscopio ad asse orientato come asse di beccheggio e 2 gdl
- Di solito associato a indicatore di sbandamento

INDICATORE DI VIRATA



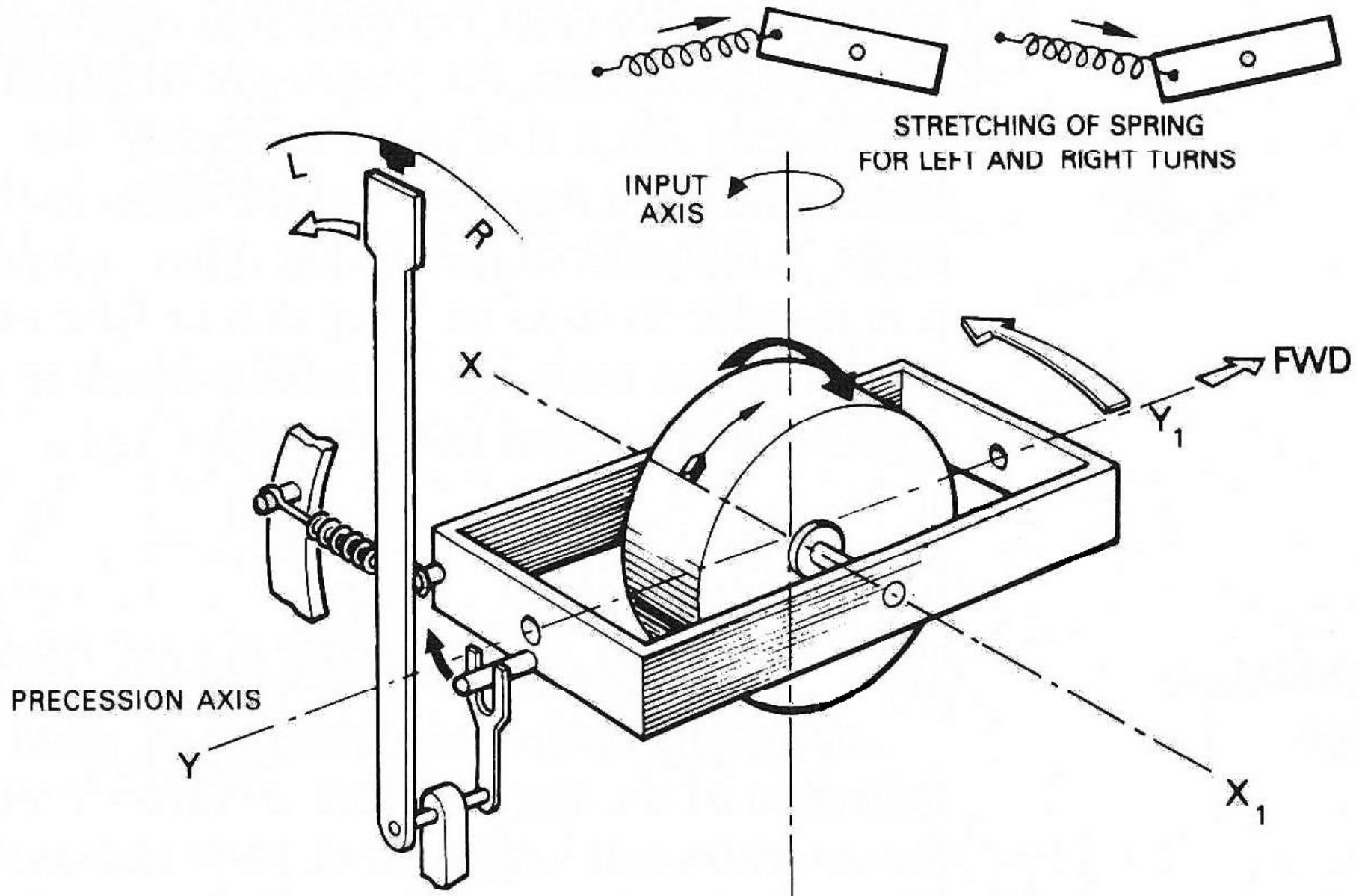
INDICATORE DI VIRATA

- Durante una virata di velocità angolare ω_y , tale velocità viene indotta al giroscopio. Questo risponderebbe precessionando attorno all'asse di rollio, ma se tale movimento viene contrastato da una molla torsionale di rigidità K , la gabbia trova una posizione di equilibrio data dall'ultima delle equazioni viste per i giroscopi, ossia:

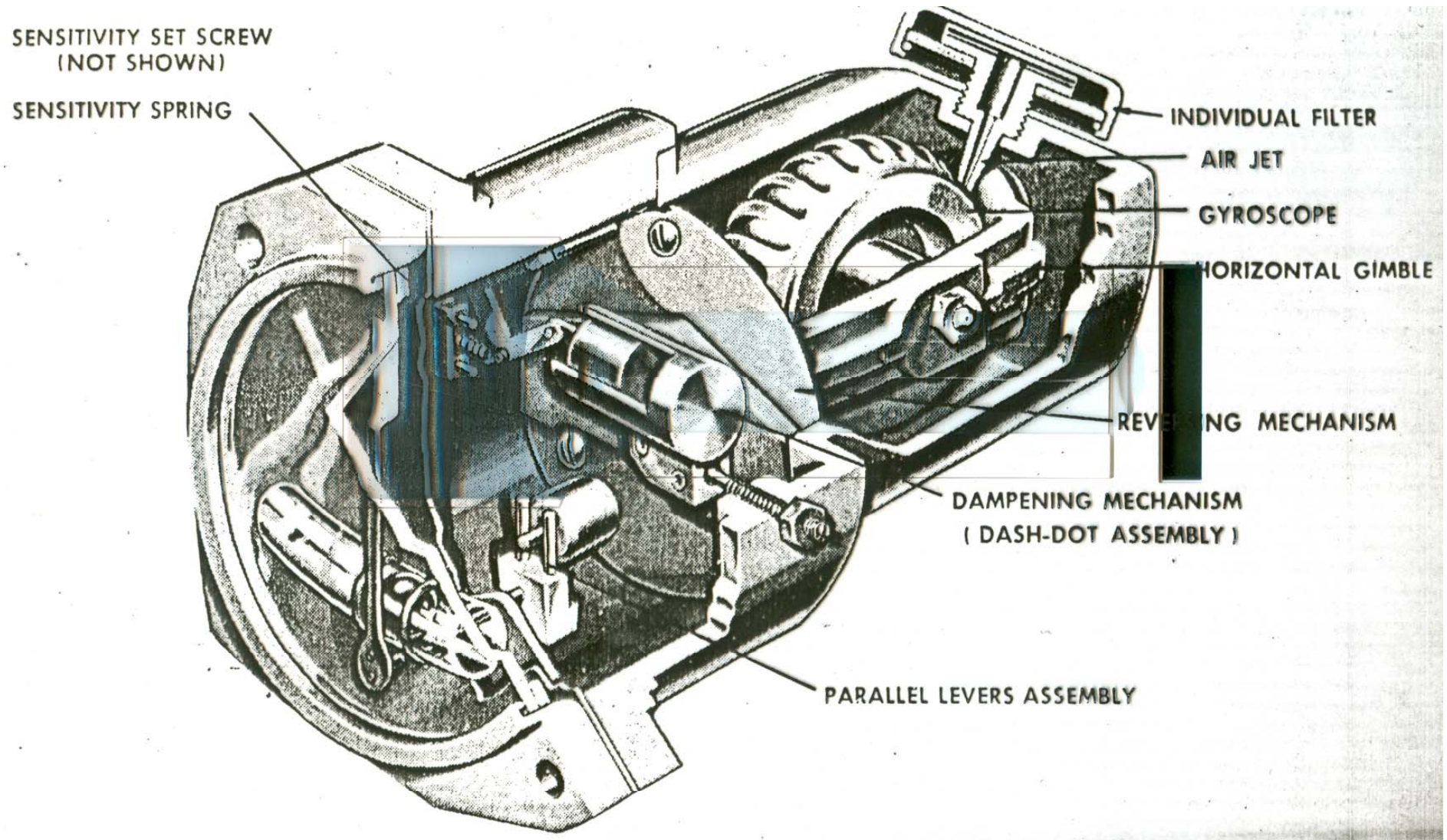
$$A\ddot{\mathcal{J}} + a\dot{\mathcal{J}} + K\mathcal{J} = -H\omega_y$$

$$\mathcal{J} = -\frac{H}{K}\omega_y$$

INDICATORE DI VIRATA

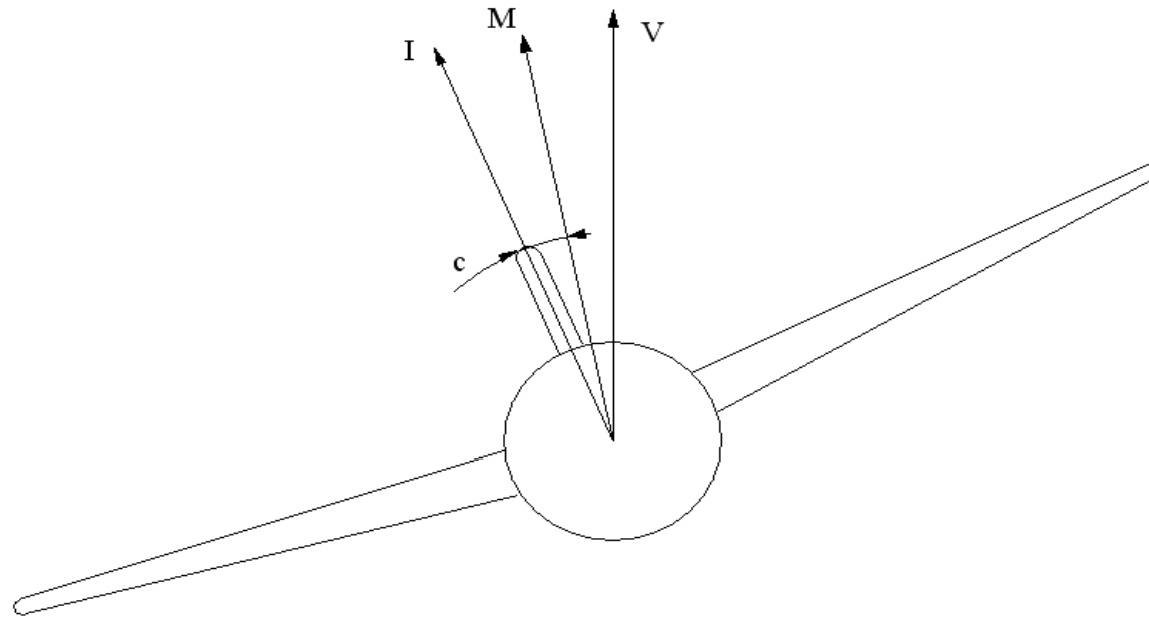


INDICATORE DI VIRATA



INDICATORE DI VIRATA

37



V: asse rispetto al quale deve essere misurata la velocità di virata

I: direzione iniziale dell'asse con grado di libertà bloccato del giroscopio

c: angolo di rotazione per indicare la misura

M: direzione rispetto al quale viene effettivamente eseguita la misura

VIROSBANDOMETRO



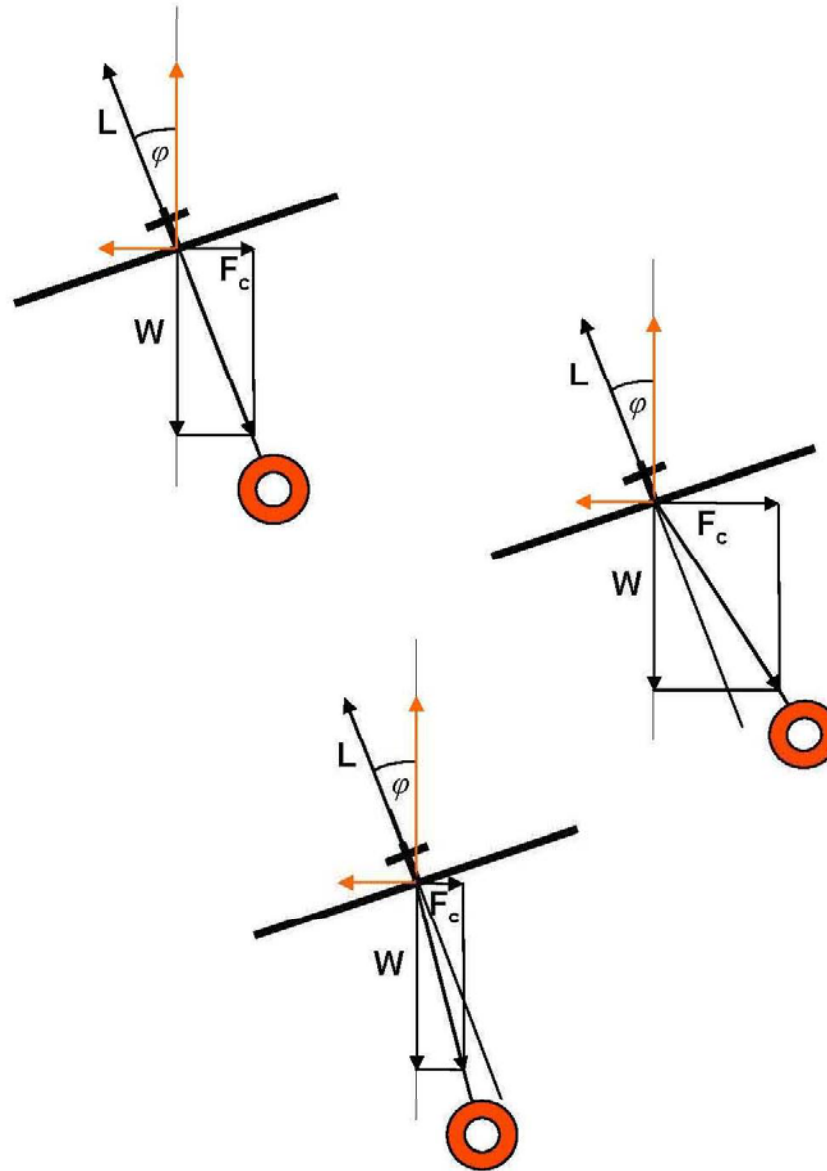
SBANDOMETRO

$$r_{VIR} = \frac{v_{VIR}}{\omega_{VIR}}$$

$$\tan \phi = \frac{v_{VIR} \omega_{VIR}}{g}$$

$$n = \sqrt{1 + \tan^2 \phi}$$

$$F_c = \frac{W v_{VIR}^2}{g r_{VIR}} = \omega_{VIR} v_{VIR}$$

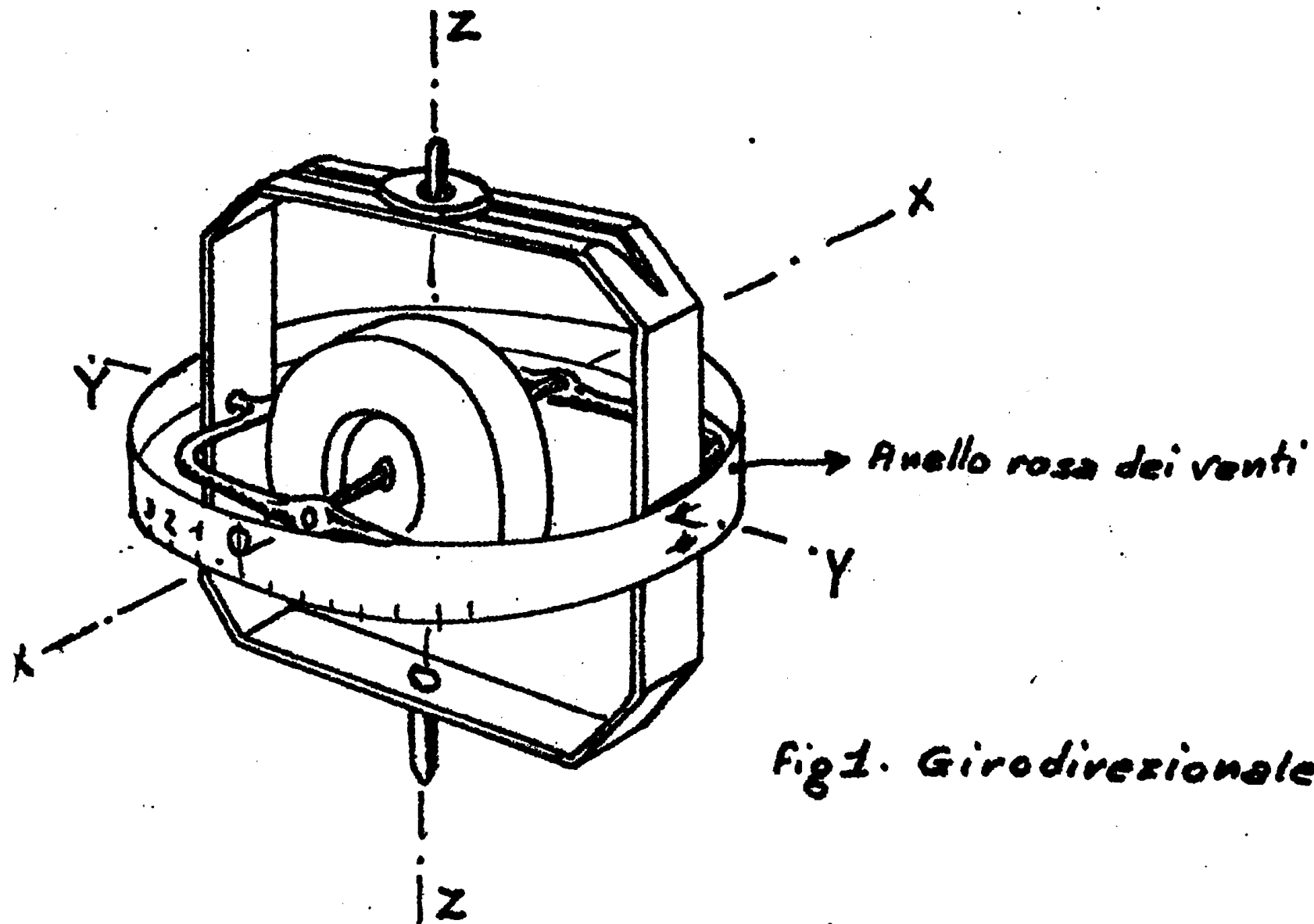


GIRODIREZIONALE



- Fornisce rotta nel breve periodo
- Basato su giroscopio ad asse orizzontale e 3 gradi di libertà

GIRODIREZIONALE



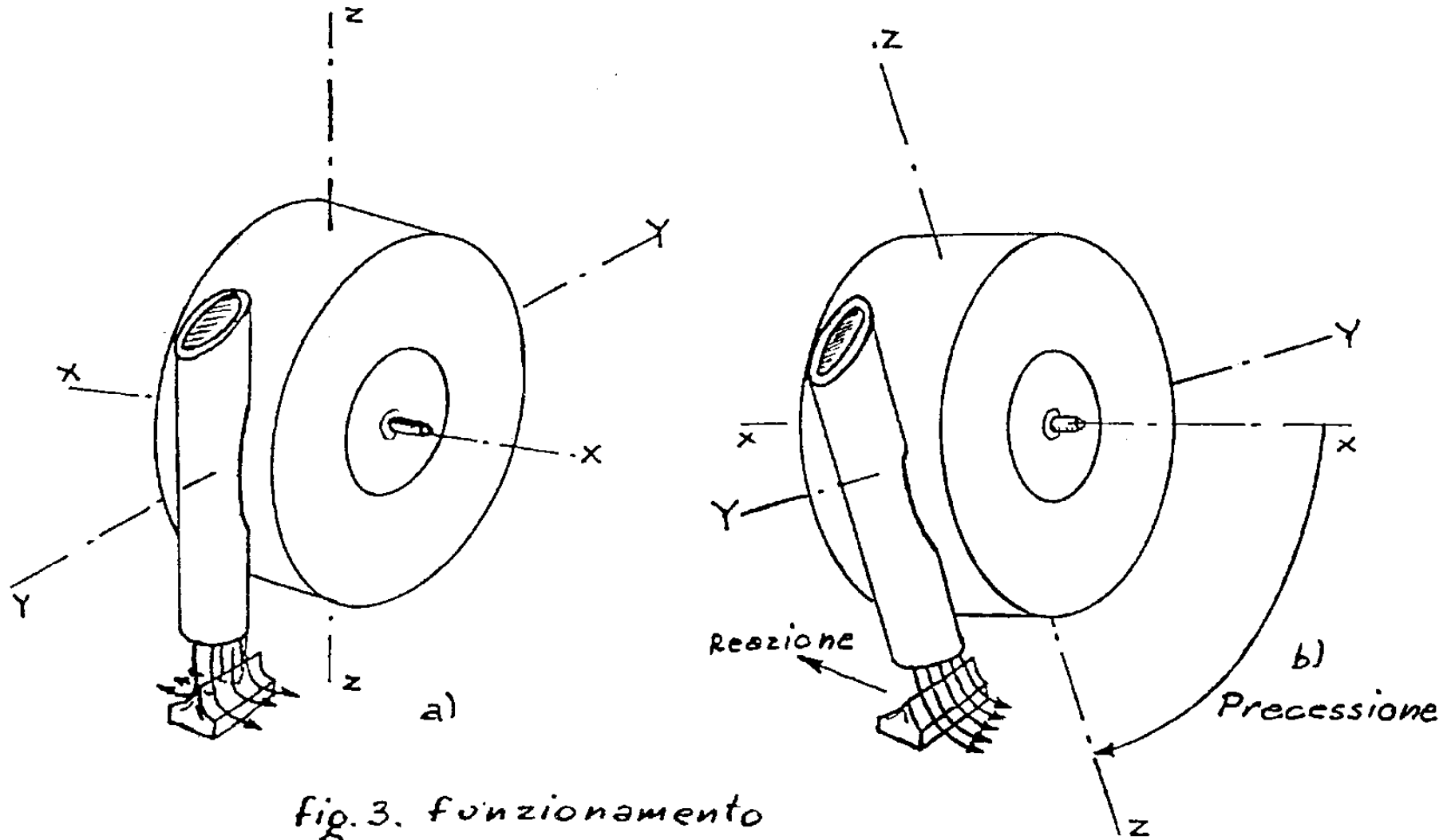
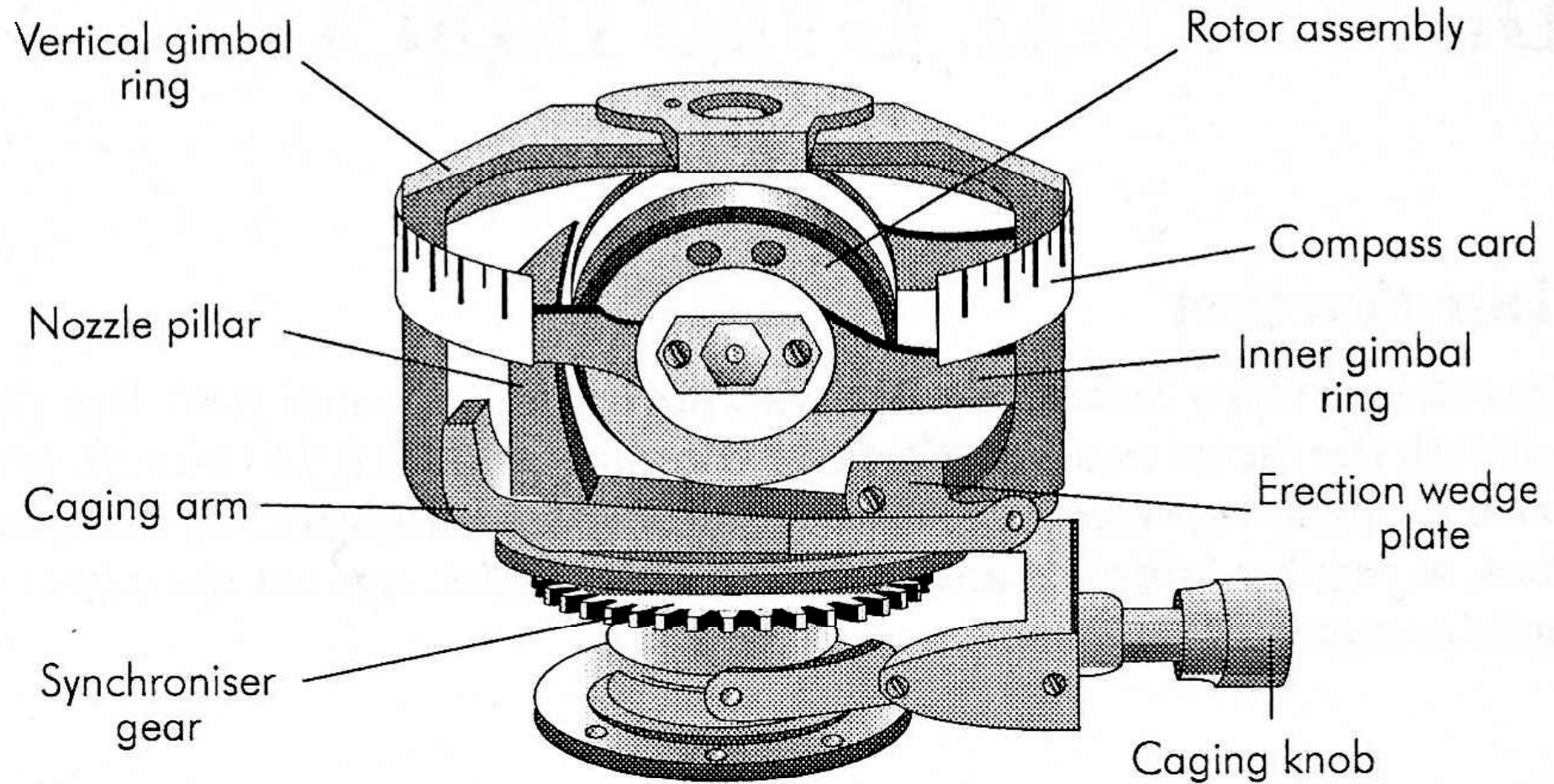


fig.3. funzionamento dell'erettore

GIRODIREZIONALE

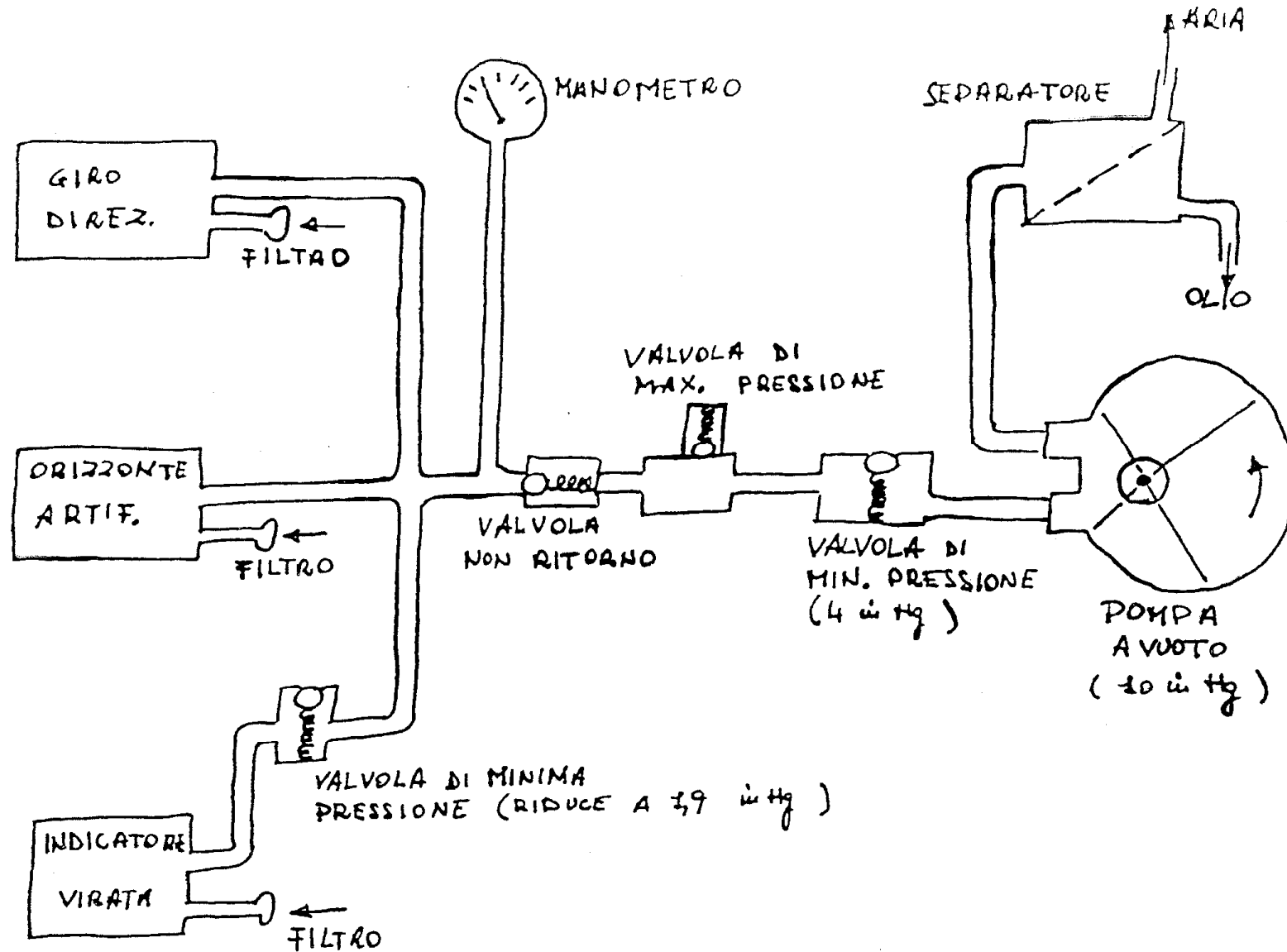


GIRODIREZIONALE

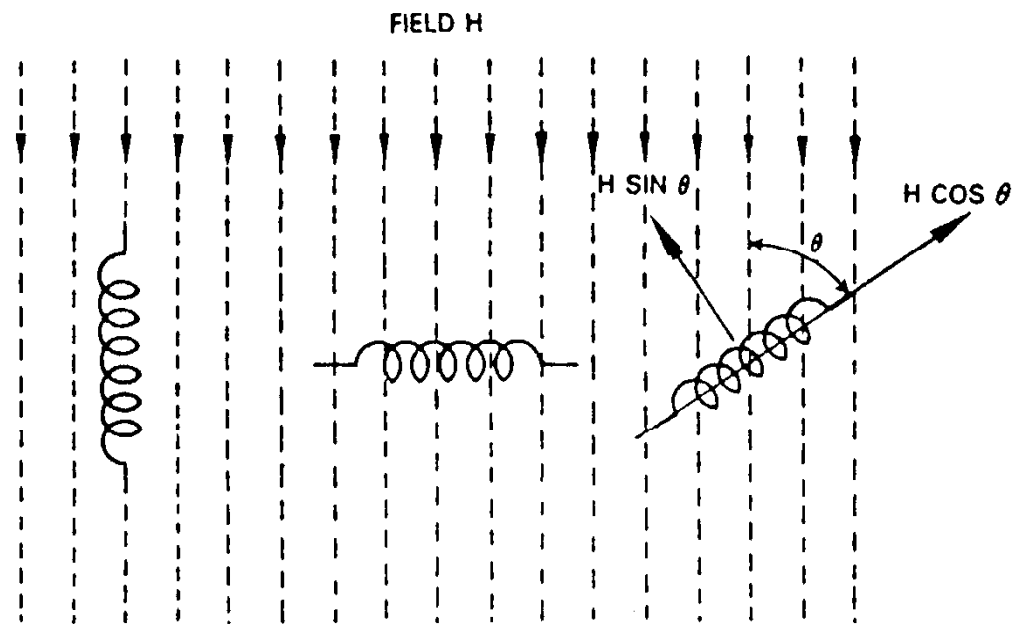


MOVIMENTAZIONE PNEUMATICA

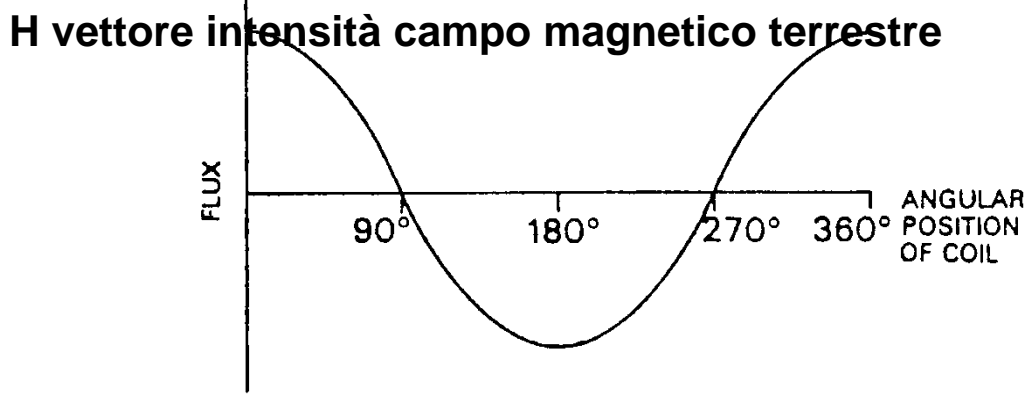
45



VALVOLA DI FLUSSO



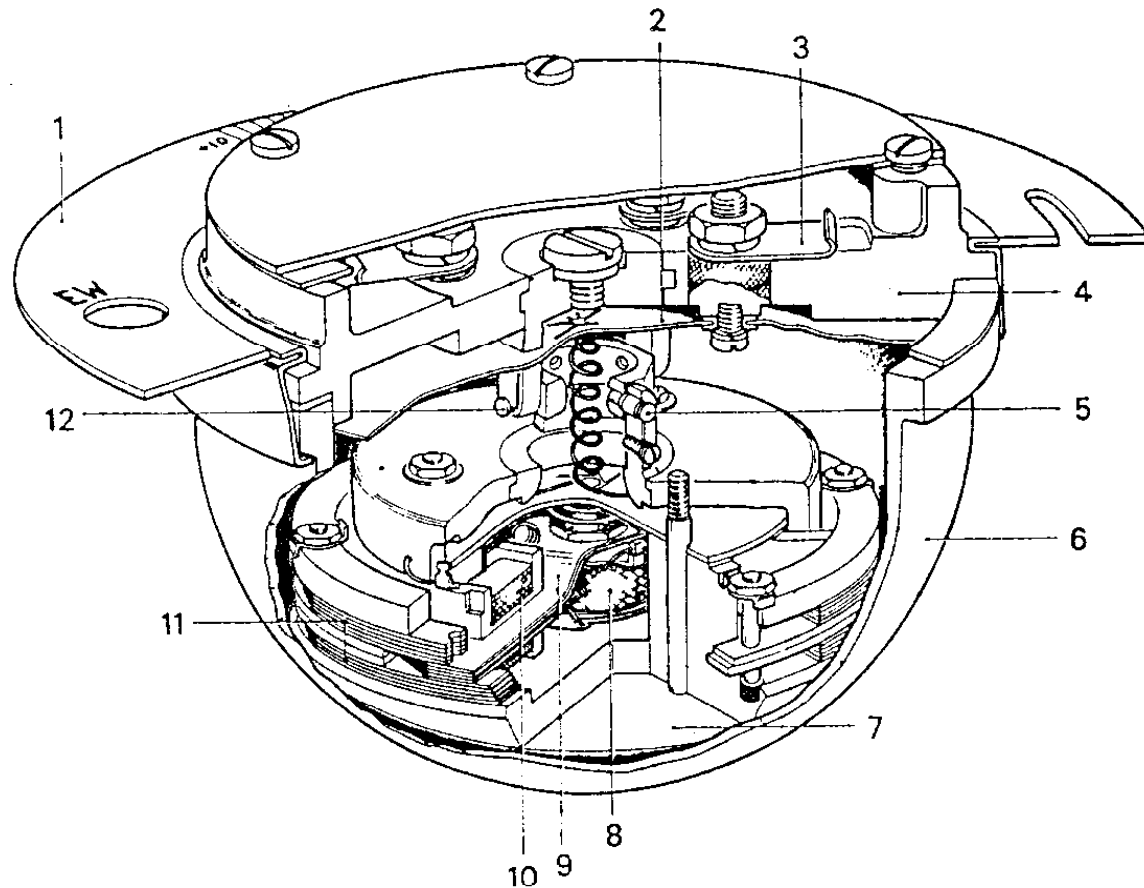
(a)



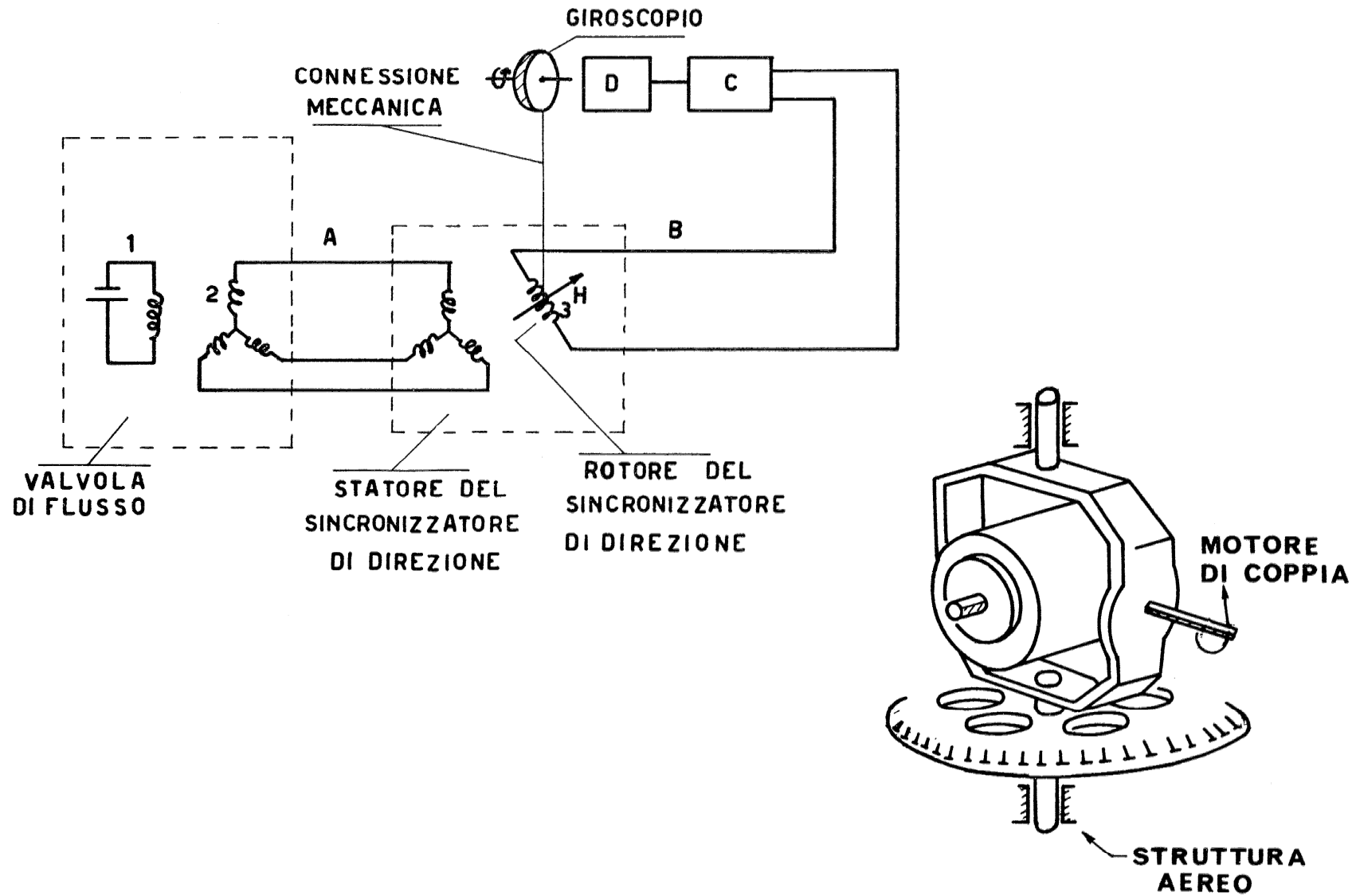
(b)

VALVOLA DI FLUSSO

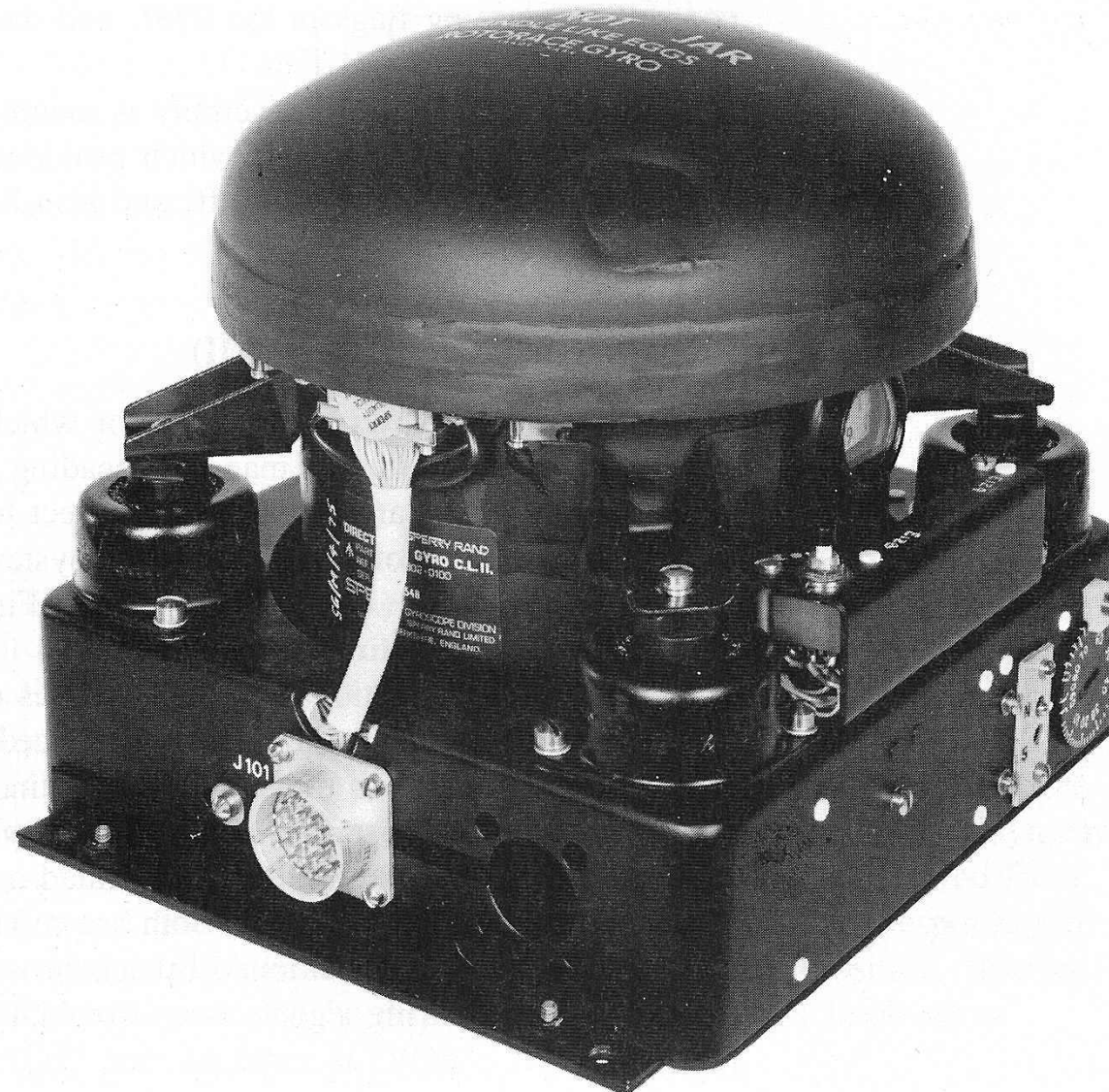
Figure 8.8 Practical detector element. 1 Mounting flange (ring seal assembly), 2 contact assembly, 3 terminal, 4 cover, 5 pivot, 6 bowl, 7 pendulous weight, 8 primary (excitation) coil, 9 spider leg, 10 secondary coil, 11 collector horns, 12 pivot.



BUSSOLA GIROSTABILIZZATA

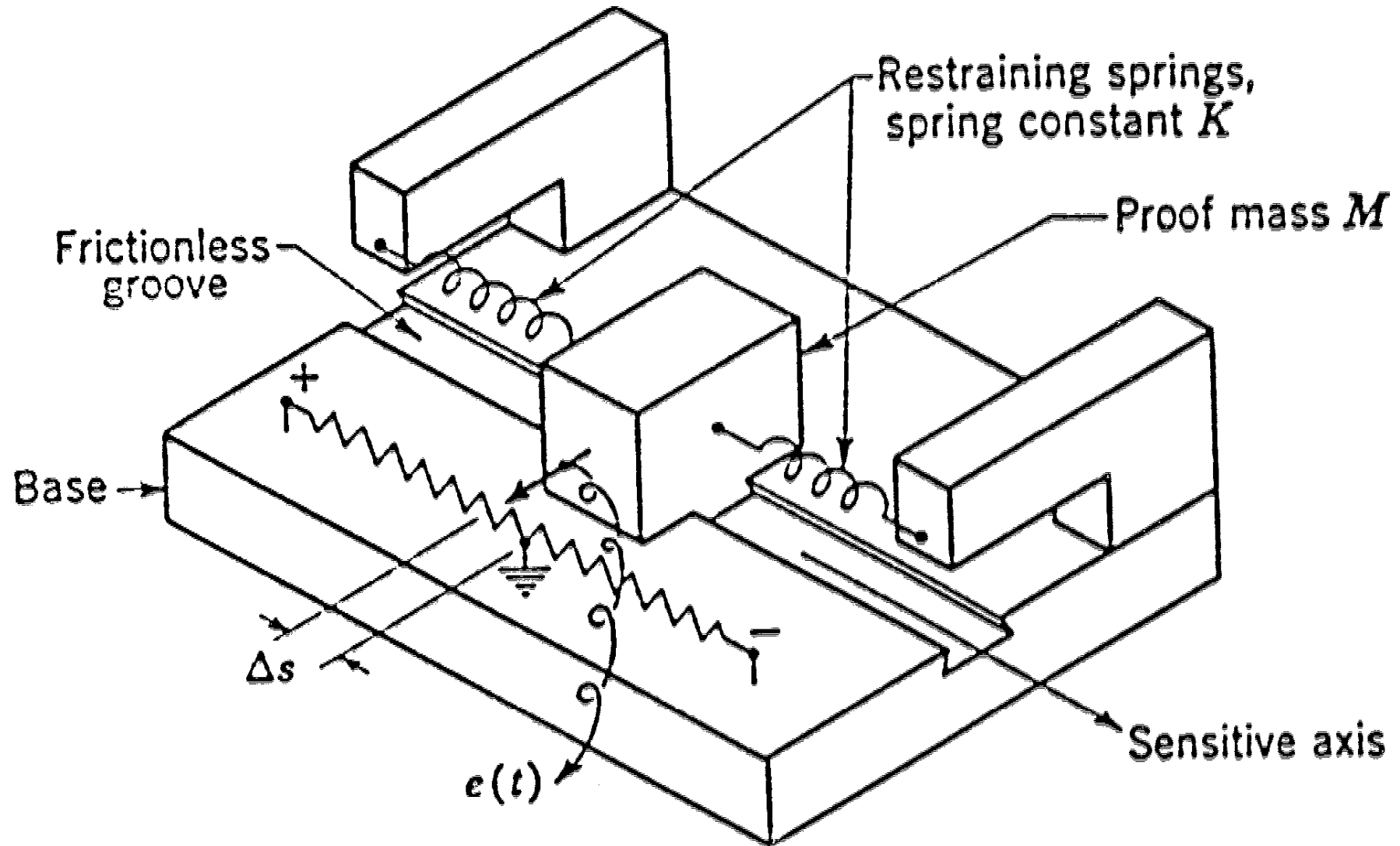


DIRECTIONAL GYRO UNIT



- Giroscopi laser: un raggio separato in due, canalizzati in anelli di fibre ottiche controcorrenti, misura di diffrazione alla fine
- Sensori microelettromeccanici al silicio: microsistema oscillante, misura di forza di Coriolis

ACCELEROMETRO



STABILIZZAZIONE MEDIANTE GIROSCOPI

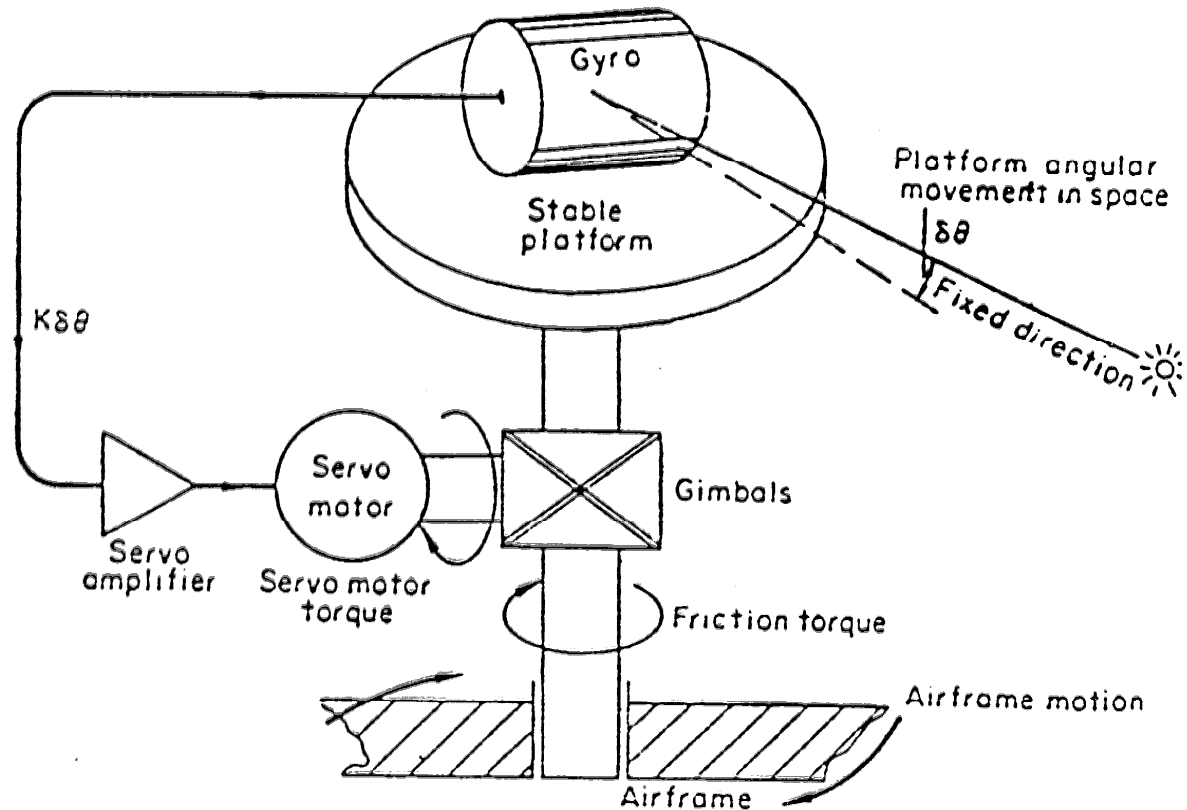


Fig. 8.4. Single axis space stabilization servo loop

Airframe movement causes gimbal friction torque to try to drag platform to follow airframe motion, although opposed by platform inertia. The gyro senses platform displacement $\delta\theta$ from fixed direction in space and via servo amplifier causes servo motor to exert a torque to oppose friction torque and restore $\delta\theta$ to near zero (servo gain is very high).

PIATTAFORMA INERZIALE

