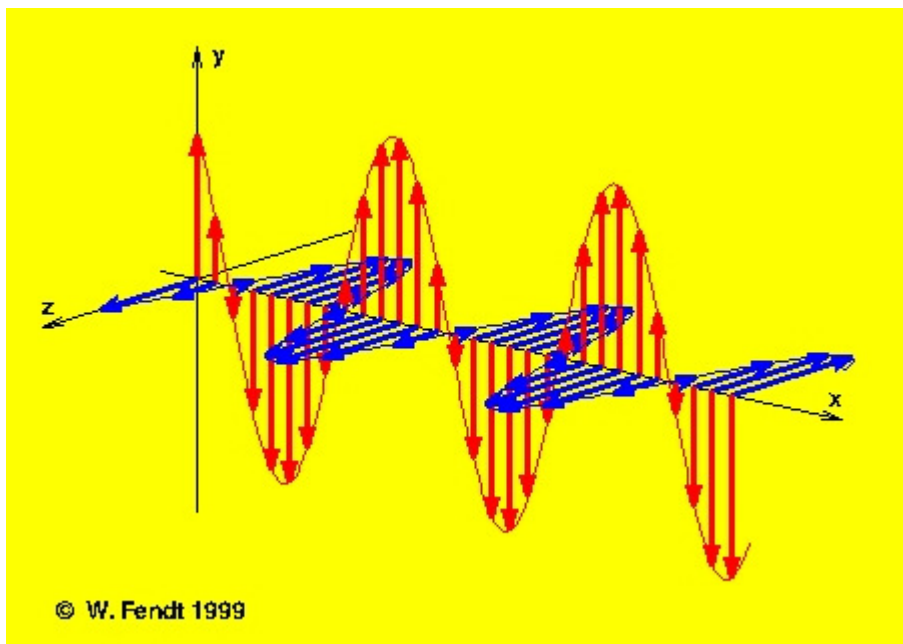


Lars Olav Tveita

Kompendium
i
Sensorteori

Svingingar og bølger

<http://sksk.no/Tveita/Fysikk/>



Sjøkrigsskolen

Hausten 2010

Sensorteori innhald

1 Formelsamling Sensorteori OM	4
2 Mekanisk svingesystem.....	7
2.1 Harmonisk svinging.	7
2.2 Fase.....	9
2.3 Energi i mekaniske svingesystem.	10
2.4 Friksjon og demping.....	10
2.5 Vertikalt svingesystem.	12
2.6 Kva er vinkelfarten ω ?	13
2.7 Vidare arbeid med mekaniske svingingar:	13
2.8 Oppgåver mekaniske svingingar	14
2.9 Fasit oppgåver mekaniske svingingar.	16
3 Vekselstrøm.....	19
3.1 Introduksjonsoppgåver til Vekselstrømkretsar.....	20
3.2 Fasit til Introduksjonsoppgåver til Vekselstrømkretsar.	21
3.3 Vekselstrømskrets med resistans.....	22
3.4 Effektiv strøm og spenning	23
3.5 Vekselstrømskrets med sjølvinduktans	24
3.6 Vekselstrømskrets med kapasitans	26
3.7 Vekselstrømskrets med sjølvinduktans og kapasitans i serie	27
3.8 LC-svingekrets	29
3.9 Oppgåver i elektromagnetisme.....	31
3.10 Fasit Oppgåver i elektromagnetisme.....	32
3.11 Demonstrasjonsekspériment vekselstrøm	35
3.11.1 Demo 1. Vekselstrømskrets med ohmsk motstand	35
3.11.2 Demo 2. Vekselstrømskrets med spole.....	36
3.11.3 Demo3. Vekselstrømskrets med kondensator (kapasitans).	37
3.11.4 Demo4. Vekselstrømskrets med kondensator og spole.	38
3.12 Repetisjonsoppgåver mekaniske svingingar og vekselstrøm.	39
4 Elektromagnetiske bølger og antenner.....	40
4.1 Elektromagnetiske bølger.....	41
4.1.1 Magnetisk felt.....	41
4.1.2 Elektrisk felt	41
4.1.3 Intensitet og Poyntings vektor	42
4.1.4 Dipolantenner	43
4.1.5 Intensitet i fjernfeltet.	45
4.1.6 Øvingsoppgåve elektromagnetisk bølge.	46
4.2 Antenner.	47
4.2.1 Eigenskapar for antenner.....	47
4.2.2 dB-skala.....	48
4.2.3 Impedanstillpassning.....	49
4.3 Strålingsdosar.	52
4.4 Generering av radarbølger.....	54
4.5 Bølgeleder	56
4.6 Radarantenner.....	57
4.6.1 Belysningsfunksjon	57
4.6.2 Phased Array Radar.....	57
4.6.3 "Slotted Array" antenne.	59
4.6.4 Dopplerradar.....	60
4.7 Oppgåver elektromagnetiske bølger og antenner.....	61

4.8 Repetisjonsoppgåver Elektromagnetiske bølger og antenner	63
5 Signalbehandling.	64
5.1 Frekvensanalyse.	65
5.2 Filter	69
5.3 Modulasjon.....	71
5.3.1 Amplitudemodulasjon (AM).	71
5.3.2 Fasemodulasjon (PM) og frekvensmodulasjon (FM).....	72
5.3.3 Frekvensspektrum for AM-signal.	72
5.3.4 Demodulasjon.....	75
5.4 Modulasjon og demodulasjon av radarsignal.....	75
5.5 Digital signalbehandling.	78
5.5.1 Sampling.....	78
5.5.2 Digitale filter.	79
5.5.3 Korrelasjon.	80
5.6 Repetisjonsoppgåver Signalbehandling.	82
6 Laboratorieøvingar	83
6.1 Lab 1 Elastisk pendel	83
6.2 Lab 2. Øvingar med oscilloskop	84
6.3 Lab 3 Elektriske svingekretsar	88
6.4 Lab 4. Radarstrålediagram	90
6.5 Lab 5. Dopplerradar	92
6.6 Lab 6. Diodekoplingar.....	94
6.7 Lab7. Avbilding med samlelinse.....	96

1 Formelsamling Sensorteori OM

Elastisk system:

$$F = kx[N] \quad k = \text{fj\o rkonstant} \left[\frac{N}{m} \right] \quad E_p = \frac{1}{2} kx^2[J] \quad \text{Vinkelfart } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \left[\frac{\text{rad}}{s} \right]$$

$$\text{Utslag: } x(t) = A \sin(\omega t + \theta) [m] \quad \text{Fart: } v(t) = x'(t) \left[\frac{m}{s} \right] \quad \text{Akselerasjon: } a(t) = v'(t) \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Svingingar og b\o lgjer:

$$f = \frac{1}{T} [\text{Hz}] \quad \omega = 2\pi f \left[\frac{\text{rad}}{s} \right] \quad \omega = \frac{\phi}{t} \left[\frac{\text{rad}}{s} \right] \quad c = \lambda f \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$\text{B\o lgjefunksjon: } y(x, t) = y_m \sin(\omega t - kx) \quad \text{B\o lgjetal } k = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{\text{rad}}{m} \right]$$

$$\text{Brytningslov: } \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad \text{Brytningsindeks: } n = \frac{c_0}{c}$$

$$\text{Brytning i lagdelt struktur: } \frac{\cos \theta}{c} = \text{konstant}$$

$$\text{Fartsgradient: } g = \frac{dc}{dz} \left[\frac{m/s}{m} \right] \quad \text{Krumningsradius for str\aa le: } R = -\frac{c}{g \cdot \cos \theta} [m]$$

$$\text{Interferens: } d \sin \theta = n\lambda \quad \text{Interferens med fase: } d \sin \theta = \left(n + \frac{\phi}{2\pi} \right) \lambda$$

$$\text{Dopplereffekt for e.m. b\o lgjer: } f_L = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} f_s \approx \left(1 - \frac{v}{c} \right) f_s \quad \text{n\aa r } v \ll c$$

$$\text{Forteikn for } v: \text{ Positiv } v \text{ n\aa r avstand aukar. Ved refleksjon } \Delta f \approx \frac{-2v}{c} f_s \text{ n\aa r } v \ll c$$

$$\text{Dopplereffekt for mekaniske b\o lgjer: } \frac{f_L}{c+v_L} = \frac{f_s}{c+v_S} \quad \text{Forteikn for } v: L \Rightarrow + S$$

Geometrisk optikk:

$$\text{Linseformelen: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\text{Line\aa r forst\o rrelse: } m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}$$

Elektrisk felt:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qQ|}{r^2} [N] \quad E = \frac{F_e}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \left[\frac{N}{C} \right] \quad \text{Dielektrisitetskonstant } \epsilon = k\epsilon_0$$

$$\text{Homogent felt: } E = \frac{U}{d} \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$\text{Kondensator: Kapasitans } C = \frac{Q}{U} [F] \quad C = \epsilon \frac{A}{d} [F] \quad \text{Energi: } E = \frac{1}{2} CU^2 [J]$$

Magnetfelt:

Kraft på strømførende leder: $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ Kraft på ladning: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Flukstetthet rundt uendeleg leder: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ [T] Flukstetthet i spole: $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$ [T]

Energi i spole: $E = \frac{1}{2} LI^2$ [J]

Magnetisk permeabilitet: $\mu = k_m \mu_0$ Magnetisk fluks: $\Phi = B_{\perp} A$ [Wb]

Syklotron vinkelfart $\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$

Induksjon:

Indusert spenning: $\mathcal{E} = vBl$ [V] $\mathcal{E} = -\dot{\Phi}$ [V] $\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$ [V] Induktans: L [H]

Elektromagnetisk svingning og elektromagnetiske bølger:

Vekselstrømkrets: $U(t) = U_m \sin(\omega t)$ [V] $I_C(t) = I_{Cm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ [A] $I_L(t) = I_{Lm} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ [A]

Reaktans: $Z_L = \omega L$ [Ω] $Z_C = \frac{1}{\omega C}$ [Ω] Impedans $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ [Ω] $I_m = \frac{U_m}{Z}$ [A]

Resonans i svingekrets: $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$] Effektivverdi: $U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ [V] $I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ [A]

Lysfart: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ Poyntings vektor: $\vec{P} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ Intensitet: $I = |\vec{P}| = \frac{1}{\mu_0} EB$ [$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$]

Fjernfeltet: $r > \frac{\lambda}{2\pi}$ I fjernfeltet: $E = cB$

Middelintensitet: $\bar{I} = |\bar{P}| = \frac{E_{\text{eff}}^2}{\mu_0 c}$ [$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$] $\bar{I} = \frac{I_{\text{maks}}}{2}$

$SAR = \frac{\sigma E_i^2}{\rho}$ [$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$]

Temperaturløst: $\Delta T = \frac{SAR \cdot t}{c}$ [K] $c = \text{spesifikk varmekapasitet}$ [$\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$] $t = \text{tid}$ [s]

Signalbehandling:

$$\text{Fourier-rekke: } x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \sin(2\pi k f_0 t + \theta_k)$$

$$\text{Filterrespons: } r = \frac{\text{Amplitude ut}}{\text{Amplitude inn}} \quad \text{Lavpass: } r = \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \quad \text{Høgplass: } r = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\text{Cut-off-frekvens for RC-filter: } f_c = \frac{1}{2\pi RC} [\text{Hz}]$$

$$\text{Amplitudemodulasjon: } s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \sin(2\pi f_c t)$$

$$\text{Fasemodulasjon: } s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + k_p m(t)]$$

$$\text{Frekvensmodulasjon: } s(t) = A_c \sin[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt]$$

$$\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad f_{beat} = |f_1 - f_2|$$

$$2 \cos(\omega_2 t) \cdot \sin(\omega_1 t) = \sin((\omega_1 - \omega_2)t) + \sin((\omega_1 + \omega_2)t)$$

$$\text{Digitalisering: } f_D = |f_A - n \cdot F_s| \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad f_D \leq \frac{F_s}{2}$$

$$\text{Duty cycle: } d.c. = \frac{\text{pulslengde}}{\text{pulsrepetisjonperiode}} = \frac{\tau}{PRF}$$

$$\text{Midleffekt: } P_m = P_{puls} \cdot d.c. [\text{W}]$$

Intensitetsfordeling

$$\text{Desibelskala: } P_{dB} = 10 \log \frac{P}{P_0} \quad P = P_0 \cdot 10^{\frac{P_{dB}}{10}} [\text{W}]$$

$$\text{Intensitet: } I = \frac{P}{A} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad \text{Isotrop: } I_{iso} = \frac{P}{4\pi r^2} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\text{Forsterking (gain): } G = \frac{I_{maks}}{I_{iso}} \quad \text{Direktivitet: } D = G_{dB} = 10 \log \frac{I_{maks}}{I_{iso}}$$

$$\text{Strålebreidde: } \theta_{3dB} = k \frac{\lambda}{b} [^\circ] \quad \text{der } k=50^\circ - 80^\circ \text{ avh. av belyningsfunksjon,}$$

b=antennebreidde(el. høgde)

Konstantar:

$$\text{Planck-konstanten} \quad h = 6,62618 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{Boltzmann-konstanten} \quad k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$$

$$\text{Elementærladningen} \quad e = 1,602189 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Lysfart i vakum} \quad c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

$$\text{Dielektr.konst. for vakum} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C / Vm}$$

$$\text{Permeabiliteten i vakum} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm / A}$$

$$\text{Elektronmassen} \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

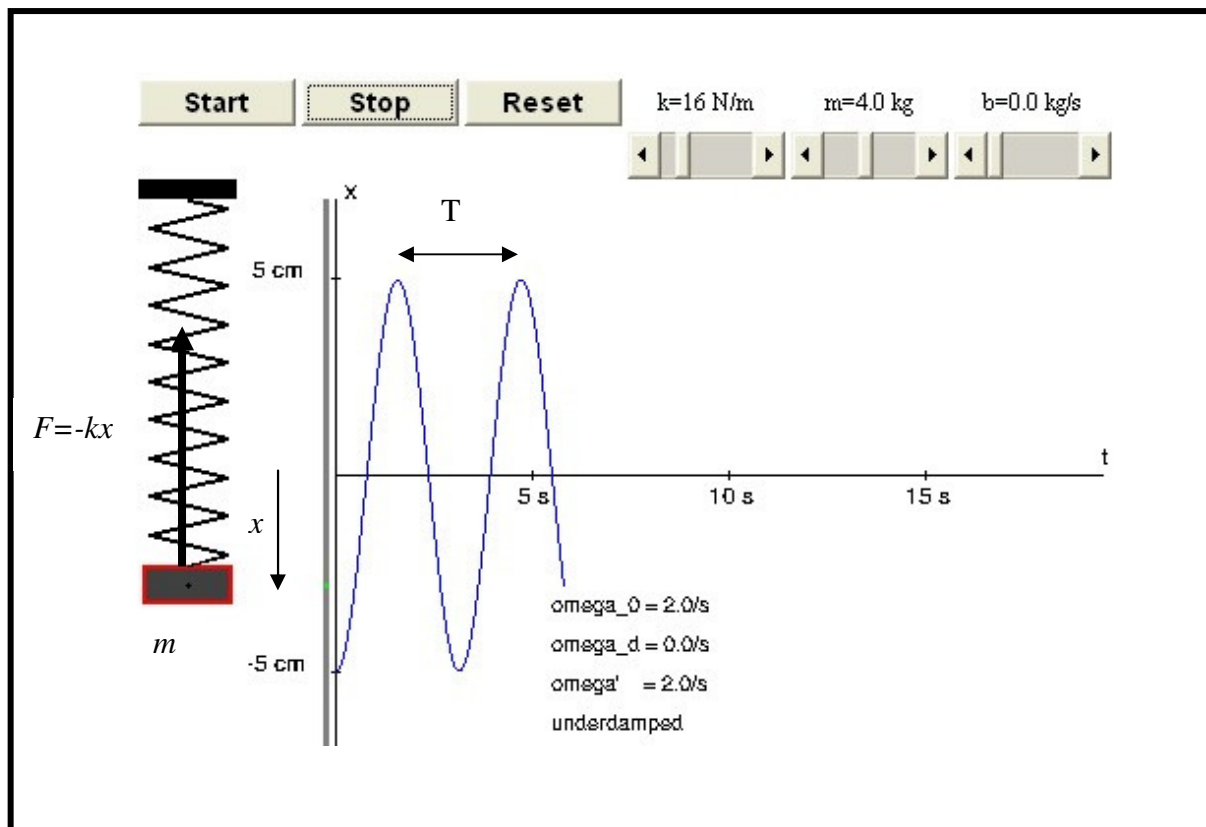
2 Mekanisk svingesystem

2.1 Harmonisk svinging.

Eit mekanisk svingesystem består av ei elastisk fjør med stivhet k og ein kloss med masse m . Når avstand frå likevektsstillingen er x , er fjørkraft på klossen gitt ved Hooks lov:

$$F = -kx$$

(Fjørkraft er proporsjonal med forlenginga av fjøra, proporsjonalitetskonstanten er k)



Figur 1

Frå simuleringa <http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/applist/damped/d.htm>

Dersom klossen ligg på eit friksjonsfritt bord (her sett ovanfrå), kan vi sjå bort frå andre krefter enn fjørkrafta, og vi har eit **harmonisk** svingesystem. Newtons 2. lov gir:

$$\sum F = ma$$
$$-kx = ma$$

Her vil både posisjonen x og akselerasjonen a variere med tida, og frå Grunnleggende fysikk veit vi at når posisjon $x = x(t)$:

$$\text{Fart er derivert av posisjon: } v(t) = x'(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$\text{Akselerasjon er derivert av fart: } a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt} = x''(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

For svingesystemet er

$$a = -\frac{k}{m}x$$
$$x'' = -\frac{k}{m}x$$

Den dobbelderiverte av posisjonen er proporsjonal med posisjonen! Dette er ei differensiallikning som vi kan løyse generelt i matematikken. Men vi veit at den dobbelderiverte av ein sinusfunksjon er ein sinusfunksjon, så vi prøver med:

$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$v(t) = x'(t) = A\omega \cos \omega t$$

$$a(t) = v'(t) = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x(t)$$

Samanliknar vi med $a = -\frac{k}{m}x$

ser vi at $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Vinkelfart (sirkelfrekvens) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Frekvens: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Periode: $T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Eksempel 1:

Vi måler samanheng mellom kraft som vi strekkjer ei fjør med, og forlenginga av fjøra.

Resultatet er:

Kraft F	1,0 N	2,0 N	3,0 N	4,0 N
Forlenging x	3,0 cm	6,0 cm	9,0 cm	12,6 cm

Følgjer forlenginga Hooks lov? Finn eventuelt fjørkonstanten.

Løysing:

Vi reknar ut F/x for alle målingane:

F/x	33 N/m	33 N/m	33 N/m	32 N/m
-----	--------	--------	--------	--------

Opp til ca. 10 cm er F/x konstant, og fjøra følgjer Hooks lov så langt.

Fjørstivheten er 33 N/m

Eksempel 2.

Eit elastisk svingesystem består av ein klosse med masse 4,0 kg og ei fjør med stivhet 16 N/m

Svingesystemet svingar med amplitude 5,0 cm og startar med maksimalt negativt utslag.

Finn frekvens og periode for svinginga!

Skriv eit uttrykk for posisjon, fart og akselerasjon som funksjon av tida!

Løysing:

$$\text{Vinkelfart: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{16 \text{ N/m}}{4,0 \text{ kg}}} = 2,0 \text{ rad/s}$$

$$\text{Frekvens: } f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,318 \text{ Hz}$$

$$\text{Periode: } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,318 \text{ Hz}} = 3,14 \text{ s}$$

Start med maksimalt negativt utslag: $x(t) = -A \cos \omega t = -5,0 \cos(2t) \text{ cm}$

$$v(t) = x'(t) = A \omega \sin \omega t = 5,0 \cdot 2,0 \sin(2t) \text{ cm/s} = 10 \sin(2t) \text{ cm/s}$$

$$a(t) = v'(t) = A \omega^2 \cos \omega t = 20 \cos(2t) \text{ cm/s}^2$$

2.2 Fase.

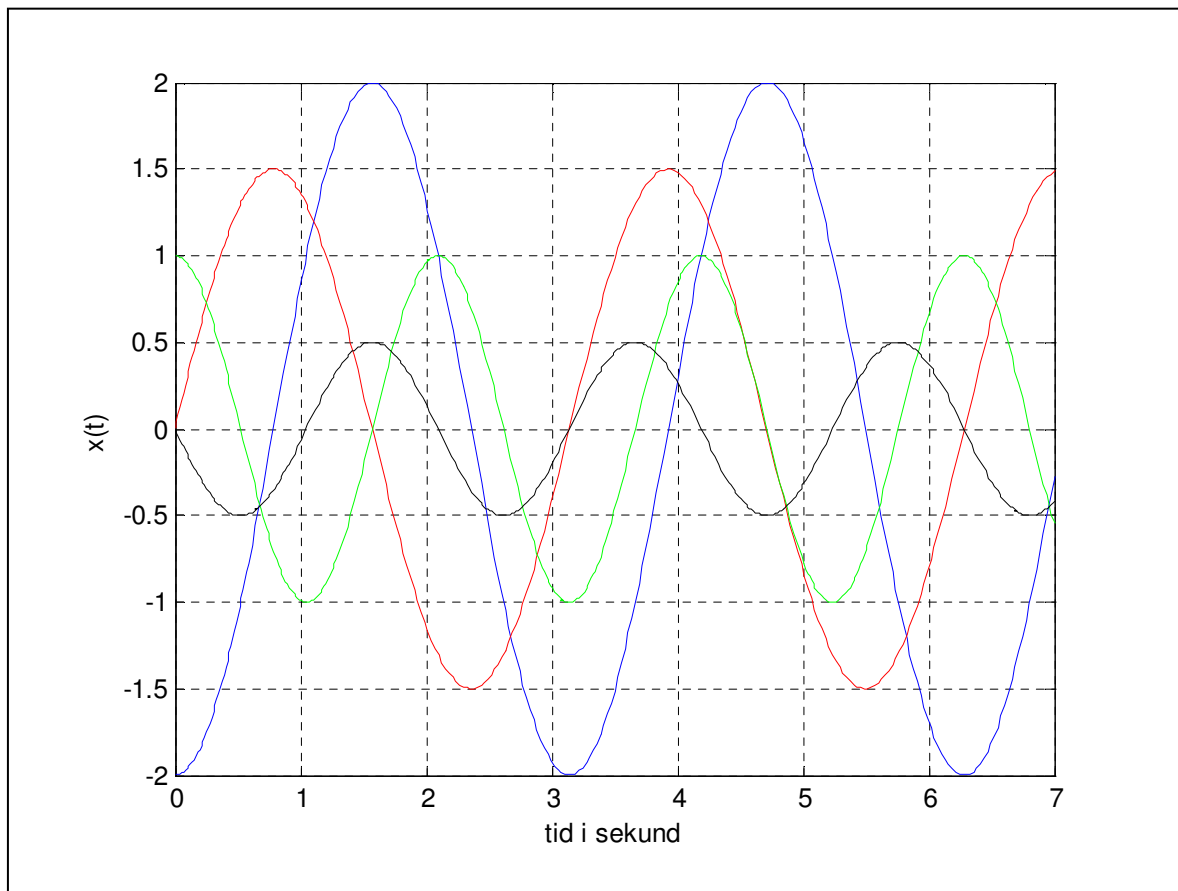
Om vi skal bruke $x(t) = A \sin \omega t$ eller $-A \sin \omega t$ eller $A \cos \omega t$ eller $-A \cos \omega t$ er avhengig av startvilkåret, kva tid vi starta klokka. Generell løysing vil vera:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \phi)$$

Der fassen ϕ er avstanden i radianer frå origo til første maksimalpunkt for kurva.

Eksempel 3:

Finn amplitude, periode, frekvens, vinkelfart og fase for 4 svingefunksjonar:



Figur 2

Skriv for kvar funksjon eit uttrykk for $x(t)$!

Løysing:

Amplitude A	Periode T	Frekvens f	Vinkelfart ω	Fase ϕ	$x(t)=A\cos(\omega t-\phi)$
2	3,14 s	0,318 Hz	2 rad/s	π	$x(t)=2\cos(2t-\pi)$
1,5	3,14 s	0,318 Hz	2 rad/s	$\pi/2$	$x(t)=1,5\cos(2t-\pi/2)$
1	2,1 s	0,476 Hz	3 rad/s	0	$x(t)=1\cos(3t)$
0,5	2,1 s	0,476 Hz	3 rad/s	$-\pi/2$	$x(t)=0,5\cos(3t+\pi/2)$

Alternativt kan vi sjå direkte av kurva om det er ei sinus eller cosinuskurve:

$$x(t)=-2\cos(2t)$$

$$x(t)=1,5\sin(2t)$$

$$x(t)=1\cos(3t)$$

$$x(t)=-0,5\sin(3t)$$

2.3 Energi i mekaniske svingesystem.

Når ei kraft $F = kx$ strekkjer ei elastisk fjør så ho får ei forlenging x , utfører krafta ei arbeid W på fjøra. Fjøra får då tilført ein potensiell energi $E_p = W$:

$$E_p = W = \bar{F} \cdot s = \frac{1}{2} kx \cdot x = \frac{1}{2} kx^2$$

Når eit harmonisk svingesystem svingar, vil energien pendle mellom potensiell energi og kinetisk energi, og den totale mekaniske energien er konstant:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \text{konstant}$$

Dette kan vi bruke til å finne maksimal fart når amplituden er kjent.

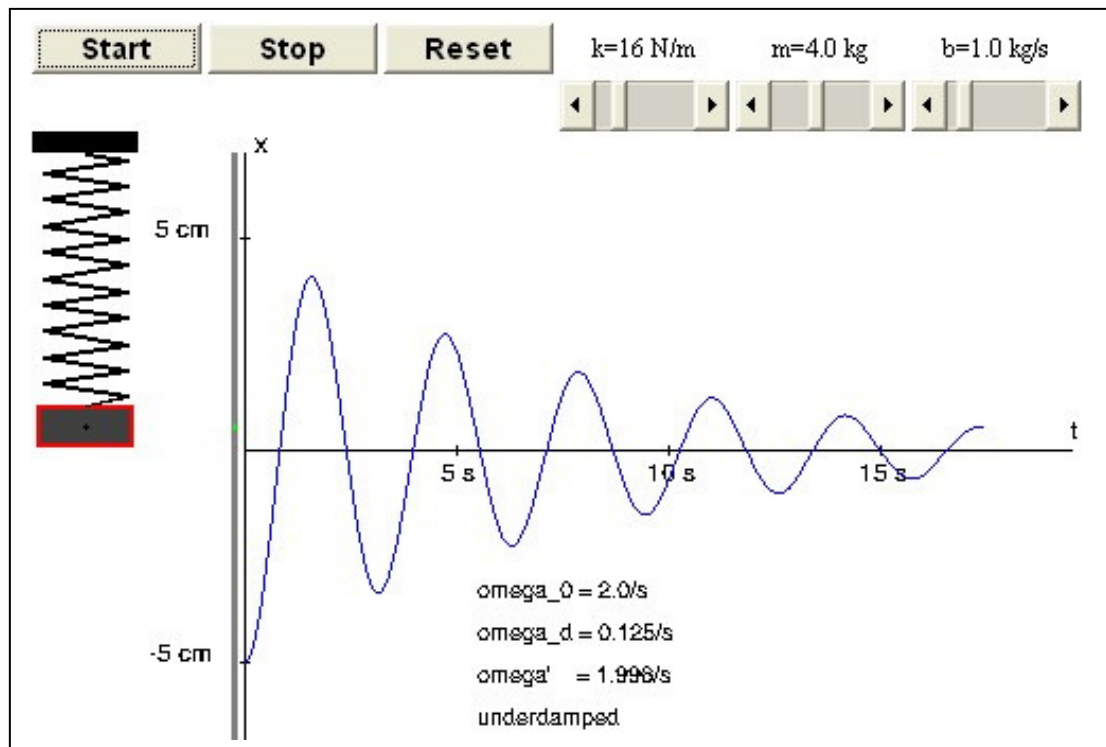
2.4 Friksjon og demping.

I svingesystem som vi lagar, ser vi at amplituden avtar, energien i systemet er ikkje konstant. Grunnen til det er friksjonskrefter som bremsar bevegelsen, og energi går over til indre energi i luft, kloss og fjør - som får ein liten temperaturauke. Vi seier vi har dempa svinging. I ein enkel modell for dempa svinging er friksjonskrafta proporsjonal med farten til klossen:

$$R = -b \cdot v$$

Dersom du køyrer simuleringa

<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/appllist/damped/d.htm>, ser du korleis dempinga varierer med konstanten b . Eksempel på det på figur 3.



Figur 3
Dempa svinging.

Eksempel 4:

Eit harmonisk svingesystem består av ein kloss med masse 4,0 kg og ei fjør med stivhet 16 N/m. Amplituden er 10 cm. a) Finn største fart klossen har! b) Finn utslaget ved det tidspunkt der farten er 0,10 m/s!

Løysing:

a) Energi i ytterpunkt = Energi i likevektspunkt

$$\frac{1}{2} kx_m^2 = \frac{1}{2} mv_m^2$$

$$v_m = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} x_m = \pm \sqrt{\frac{16 \text{ N/m}}{4,0 \text{ kg}}} \cdot 0,10 \text{ m} = \underline{\underline{0,20 \text{ m/s}}}$$

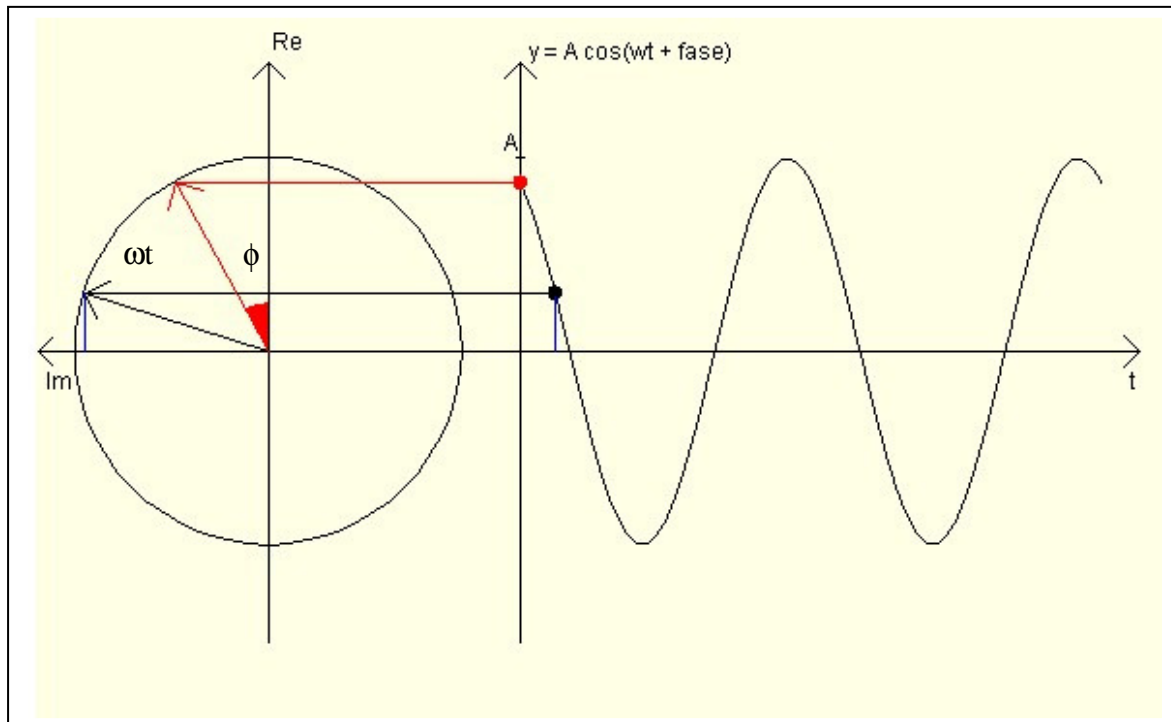
Alternativt: $x(t) = x_m \sin \omega t \Rightarrow v(t) = x'(t) = \omega x_m \cos \omega t$

Fartsamplitude $v_m = \omega x_m = \sqrt{\frac{k}{m}} x_m$

b) Når farten er $v=0,10 \text{ m/s}$, er utslaget x og energien E :

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_m^2$$

$$x = \sqrt{\frac{m}{k} (v_m^2 - v^2)} = \sqrt{\frac{4,0 \text{ kg}}{16 \text{ N/m}} ((0,20 \text{ m/s})^2 - (0,10 \text{ m/s})^2)} = \underline{\underline{0,087 \text{ m}}}$$



Figur 5
Samanheng mellom cos-funksjon og roterande visar.

2.6 Kva er vinkelfarten ω ?

Simuleringa

<http://www.sksk.no/fausa/Grafisk%20framstilling%20av%20cosinusfunksjoner.htm>

viser samanheng mellom fase ϕ og vinkelfart ω til ein visar (svart) som roterer og den vertikale bevegelsen $y(t)=A\sin(\omega t+\phi)$. ω er vinkelfarten som visaren roterer med, $\omega t+\phi$ er vinkelen med den vertikale aksa ved eit gitt tidspunkt t , og ϕ er startvinkelen mellom den vertikale aksa og visaren (raud).

ϕ er også vinkelen sinuskurva er forskyvd mot venstre. Når vi brukar uttrykk som $y(t)=A\sin(\omega t-\phi)$, (NB med minus) så er ϕ vinkelen sinuskurva er forskyvd mot høgre.

2.7 Vidare arbeid med mekaniske svingingar:

Løys oppgåver 1 – 9.

Test deg sjølv her: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?10>

2.8 Oppgåver mekaniske svingingar

- Ei fluge står på kanten av ei grammofonplate som har diameter 30 cm og som roterer 33.3 rpm.
 - Finn vinkelfarten til plata!
 - Finn fluga sin akselerasjon!
 - Vi legg ein fast x-akse gjennom sentrum på grammofonen og lar origo vera i sentrum. Lag ein formel som viser fluga sin x-koordinat som funksjon av tida dersom $x=0$ når vi staratr klokka.
- Vinkelfarten til ei harmonisk svinging er 6.3 rad/s. Finn svingeperioden.
- Ein partikkel har akselerasjon $a=2\sin(6\pi t)$. Kor lang tid tar det før partikkelen er tilbake til der han var ved tidspunkt $t=0$?
- Ein masse svingar harmonisk. Posisjonen er gitt ved $x(t) = A\sin(\omega t)$ der $A=15$ cm og $\omega=2$ rad/s.
 - Finn uttrykka for fart og akselerasjon.
 - Kor store er amplitudane for fart og akselerasjon?
 - Finn fart og akselerasjon når $x=10$ cm.
- Ein horisontal fjørpendel har lodd med masse 3.0 kg. Vi drar loddet 20 cm frå likevektsstillinga, og slepper det. Loddet startar å svinge harmonisk. Tida det tar til loddet snur på motsett side av likevektspunktet, er 4,0 s.
 - Lag formel for posisjon, fart og akselerasjon der du har tal for amplituder og vinkelfart.
 - Finn krafta som fjøra verkar på loddet med som funksjon av tida.
 - Finn krafta som fjøra verkar på loddet med som funksjon av posisjonen.
- Frekvensen til ein masse som svingar harmonisk er 1.27 Hz. Lag formalar for posisjon $x(t)$ og akselerasjon $a(t)$ når $x(0)$ og $v(0)$ er:
 - 12 cm og 0 m/s
 - 0 cm og -1.0 m/s
 - 3.0 cm og -2.0 m/s
- Stempelet i ein motor beveger seg harmonisk. Massen til stempelet er 800 g. Frekvensen er 50 Hz og avstanden mellom øvre og nedre posisjon er 7.5 cm.
 - Finn største fart og største akselerasjon for stempelet.
 - Maksimal kraft på stempelet.
 - Krafta på stempelet som funksjon av utslaget.
- Ein kloss med masse 0.50 kg er festa til ei fjør med stivhet 70 N/m. Klossen er i likevektspunktet og får plutselig ein fart på 1.0 m/s.
 - Finn svingeperiode og amplitude.
 - Finn posisjon som funksjon av tida.

9. Ein masse på 300 g svingar i ei fjør med stivhet 40 N/m.
- a) Finn vinkelfart og svingeperiode.
 - b) Ved $t=0$ er utslaget 60 mm og farten 1.0 m/s. Finn den mekaniske energien.
 - c) Kva er utslaget når farten er lik null?
 - d) Kva er utslaget når potensiell elastisk energi og kinetisk energi er like?

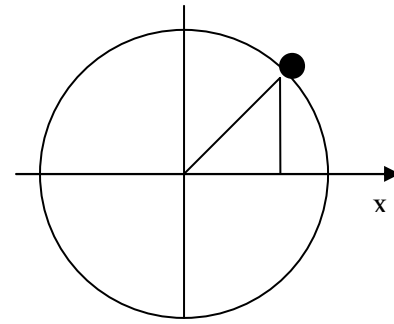
2.9 Fasit oppgaver mekaniske svingingar.

Oppg. 1

$$a) \omega = \frac{\phi}{t} = \frac{33,33 \cdot 2\pi}{60} = 3,49 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$b) a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 3,49^2 \cdot 0,15 = 1,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$c) x(t) = A \sin \omega t = 0,15 \text{m} \sin 3,49t$$



Oppg. 2

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2\pi} = 1,0 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 1,0 \text{ s}$$

Oppg. 3

$$a = 2 \sin(6\pi t)$$

$$\omega = 6\pi \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 3 \text{ Hz} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

Tilbake til samme posisjon etter $\frac{1}{2}$ periode: $\frac{1}{6} \text{ s}$

Oppg. 4

a)

$$x = A \sin \omega t = 15 \sin(2t) \text{ cm}$$

$$v = x' = A\omega \cos \omega t = 30 \cos(2t) \text{ cm/s}$$

$$a = v' = -A\omega^2 \sin \omega t = -60 \sin(2t) \text{ cm/s}^2$$

b)

$$\text{Amplituder: } v_m = A\omega = 30 \text{ cm/s} \quad a_m = A\omega^2 = 60 \text{ cm/s}^2$$

c)

$$x = 15 \sin(2t) \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$\sin(2t) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\cos(2t) = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$v = \pm 30 \cos(2t) \text{ cm/s} = \pm 10\sqrt{5} \text{ cm/s}$$

$$a = -\omega^2 x = -2^2 \cdot 10 \text{ cm/s}^2 = -40 \text{ cm/s}^2$$

Oppg. 5

$$m = 3 \text{ kg}, A = 0,20 \text{ m}, T = 8 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \text{ s}} = 0,125 \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f = \frac{\pi \text{ rad}}{4 \text{ s}}$$

a)

$$x = A \cos \omega t = 0,20 \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right) \text{ m}$$

$$v = x' = -A\omega \sin \omega t = -0,16 \sin\left(\frac{\pi}{4} t\right) \text{ m/s}$$

$$a = v' = -A\omega^2 \cos \omega t = -0,12 \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right) \text{ m/s}^2$$

Amplituder 0,16 m/s og 0,12 m/s²

b)

$$F = ma = -0,37 \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right) \text{ N}$$

c)

$$F = ma = -m\omega^2 x = -3 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 x \text{ (N/m)} = -1,85x \text{ (N/m)}$$

Når x er i meter, blir F i newton.

Oppg. 6

$$f = 1,27 \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f = 8,0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

a)

Start i positivt maksimalpunkt:

$$x(t) = 0,12 \cos(8t) \text{ m}$$

$$v(t) = x'(t) = -8 \cdot 0,12 \sin(8t) \text{ m/s} = -0,96 \sin(8t) \text{ m/s}$$

$$a(t) = -\omega^2 x = -64 \cdot 0,12 \sin(8t) \text{ m/s}^2 = -7,68 \sin(8t) \text{ m/s}^2$$

b)

Start i likevektspunkt på veg nedover:

$$A = \frac{v_m}{\omega} = \frac{1 \text{ m/s}}{8,0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 0,125 \text{ m}$$

$$x(t) = -0,125 \sin(8t) \text{ m}$$

$$a(t) = -\omega^2 x = 64 \cdot 0,125 \sin(8t) \text{ m/s}^2 = 8 \sin(8t) \text{ m/s}^2$$

c)

$$x(t) = A \cos(\omega t - \phi) \quad x(0) = A \cos(-\phi) = 0,03 \text{ m}$$

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t - \phi) \quad v(0) = -\omega A \sin(-\phi) = -2 \text{ m/s}$$

$$\frac{v(0)}{x(0)} = \omega \tan \phi = \frac{-2}{0,03} \Rightarrow \tan \phi = \frac{-2}{0,03 \cdot 8} = -0,8333$$

$$\phi = -40^\circ = -0,70 \text{ rad}$$

$$A = \frac{0,03 \text{ m}}{\cos(-\phi)} = 0,039 \text{ m}$$

$$x(t) = 0,039 \cos(8t + 0,70) \text{ m}$$

$$a(t) = -\omega^2 x(t) = -64 \cdot 0,039 \cos(8t + 0,70) \text{ m/s}^2$$

$$a(t) = 2,5 \cos(8t + 0,70) \text{ m/s}^2$$

Oppg. 7

$$m = 0,5 \text{ kg} \quad k = 70 \text{ N/m} \quad v_m = 1,0 \text{ m/s}$$

Bevaring av mekanisk energi:

$$\frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{m}{k}} v = \sqrt{\frac{0,5}{70}} 1,0 \text{ m} = 0,085 \text{ m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{70}{0,5}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 11,83 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 1,88 \text{ Hz}$$

a) Svingeperiode $T = \frac{1}{f} = 0,53 \text{ s}$ Amplitude $A = 0,085 \text{ m}$

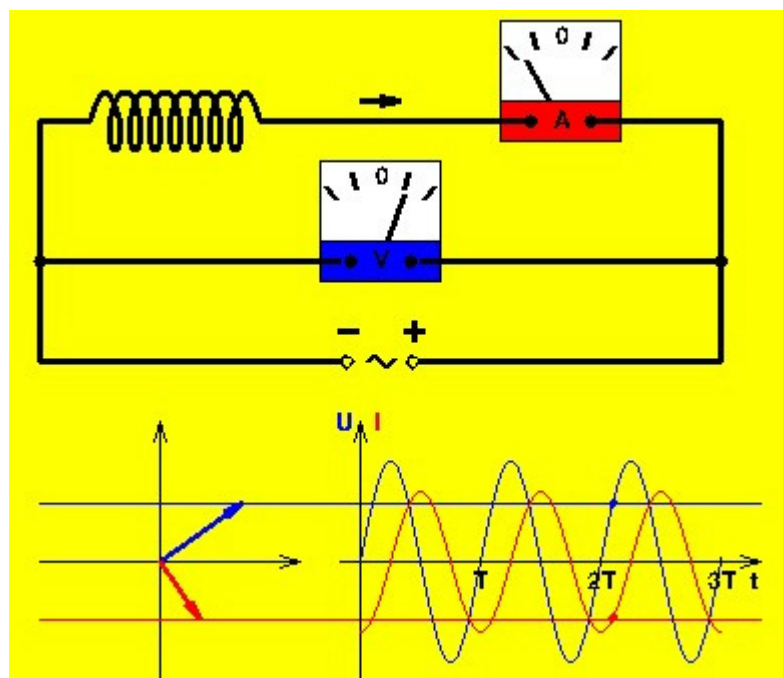
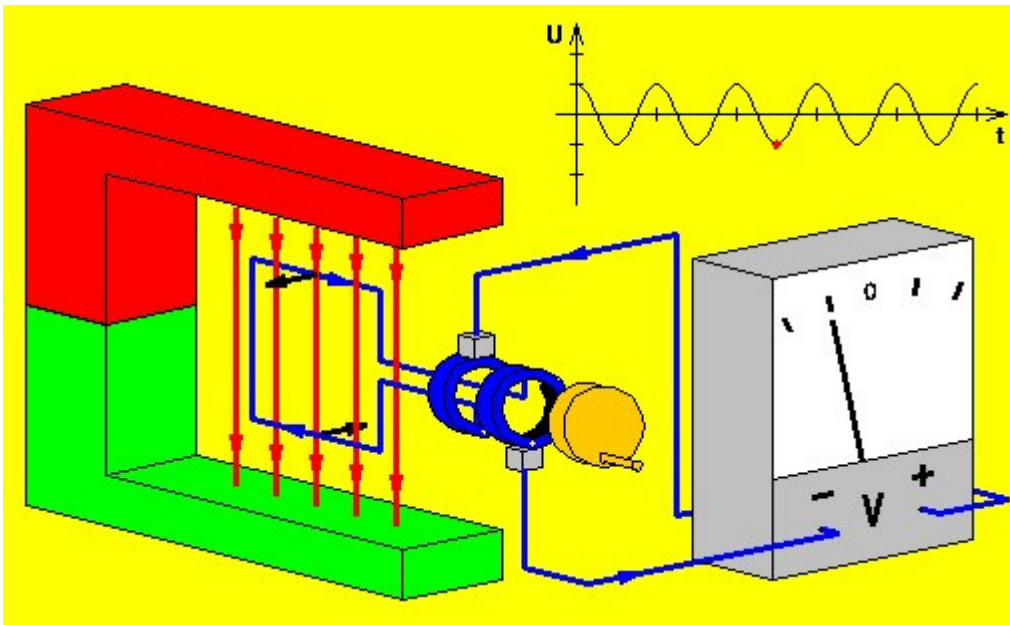
b) $x(t) = -A \sin \omega t = -0,085 \sin(11,83t) \text{ m}$

Oppg. 8

Mekanisk energi:

$$E = \frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} \cdot 33 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,15 \text{ m})^2 = 0,37 \text{ J}$$

3 Vekselstrøm



I dette kapittelet er teoristoffet og figurar delvis lånt frå Callin og Frøshaug : Elektromagnetisme Tilvalgsstoff i fysikk, Aschehoug 1977 etter muntleg samråd med min tidlegare gode kollega, lærebokforfatter Øystein Falch.

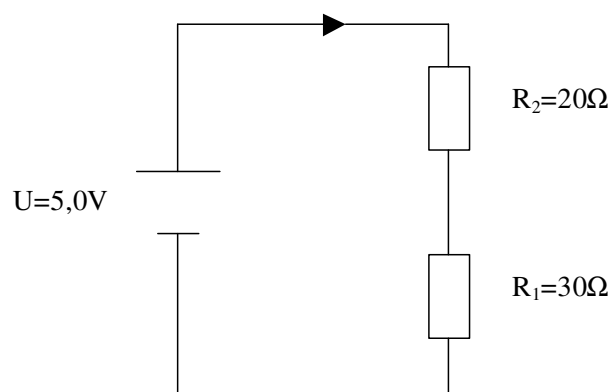
Testoppgåver i vekselstrøm med simuleringar på internett :

Enkle vekselstrømkretsar: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?12>

Svingekrets: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?13>

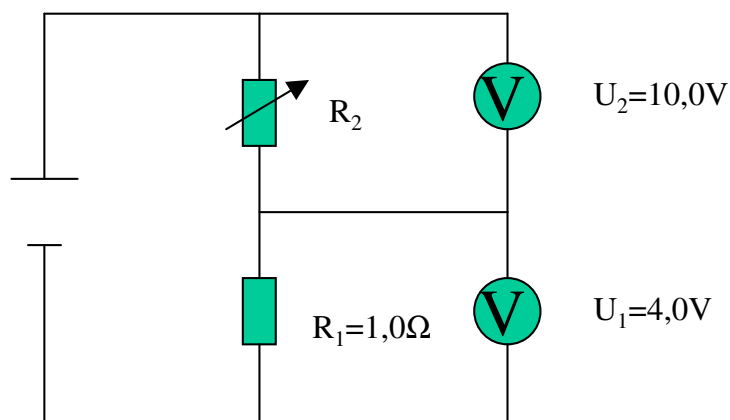
3.1 Introduksjonsoppgåver til Vekselstrømkretsar.

1.



- Finn strømmen gjennom kretsen.
- Finn spenninga over motstanden R_1 .

2.

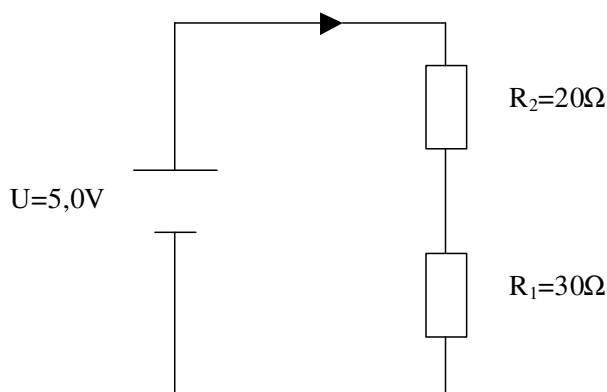


Her antar vi ideelle voltmeter med uendeleg resistans.

- Finn strømmen gjennom R_1 .
- Finn resistansen R_2 .
- Når vi varierer R_2 kan vi enkelt følgje med på strømmen som går i kretsen. Vi har altså eit amperemeter her. Forklar korleis!

3.2 Fasit til Introduksjonsoppgåver til Vekselstrømkretsar.

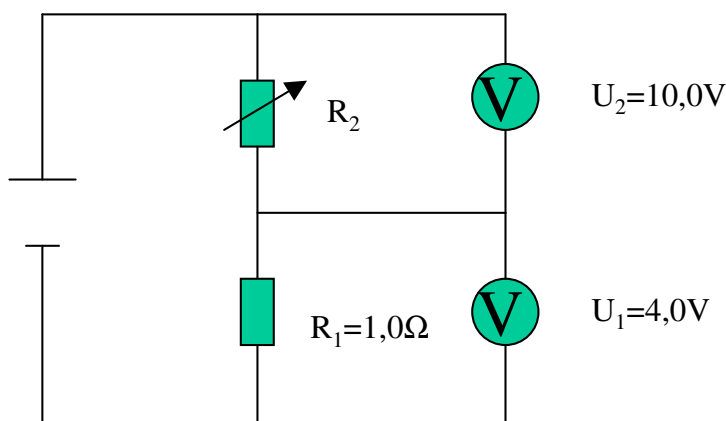
1.



c) Finn strømmen gjennom kretsen. $I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{5,0 \text{ V}}{(30\Omega + 20\Omega)} = 0,10 \text{ A}$

d) Finn spenninga over motstanden R_1 . $U_1 = R_1 I = 30\Omega \cdot 0,10 \text{ A} = 3,0 \text{ V}$

2.



Her antar vi ideelle voltmeter med uendeleg resistans.

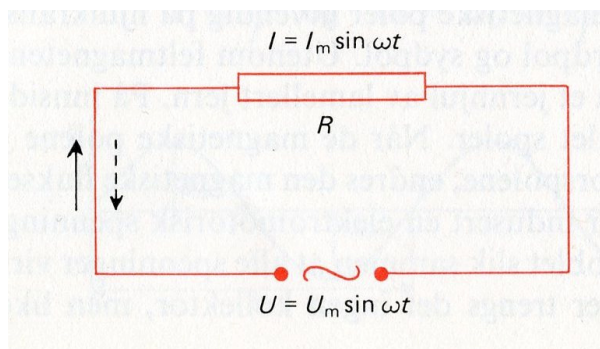
d) Finn strømmen gjennom R_1 . $I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{4,0 \text{ V}}{1,0 \Omega} = 4,0 \text{ A}$

e) Finn resistansen R_2 . $R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{10 \text{ V}}{4,0 \text{ A}} = 2,5 \Omega$

f) Når vi varier R_2 kan vi enkelt følgje med på strømmen som går i kretsen. Vi har altså eit amperemeter her. Forklar korleis!

Voltmetret viser strømmen i ampere sidan motstanden er 1Ω .

3.3 Vekselstrømskrets med resistans



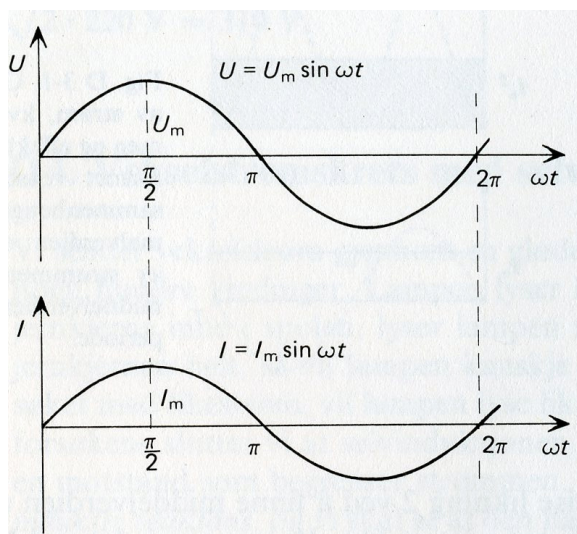
Vekselstrøm gjennom ohmsk motstand.

Ei vekselstrømskjelde er kopla til ein motstand med resistans R . Polspenninga U frå vekselstrømskjelda er gitt som

$U = U_m \sin(\omega t)$ der U_m er maksimalverdien (amplituden) til polspenninga.

Strømmen I gjennom motstanden er gitt ved Ohms lov:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{U_m \sin(\omega t)}{R} \Rightarrow I = I_m \sin(\omega t) \text{ der } I_m = \frac{U_m}{R}$$



Vekselstrøm gjennom ohmsk motstand.

I ein vekselstrømskrets med berre resistans har strøm og spenning alltid samme fase.

Eksempel 1:

Vekselstrømmen på nettet har amplitude 325 V og frekvens 50 Hz. I ein ovn er resistansen til varmelementet 100 Ω. Skriv eit uttrykk for korleis spenning og strøm varierer med tida.

Løysing:

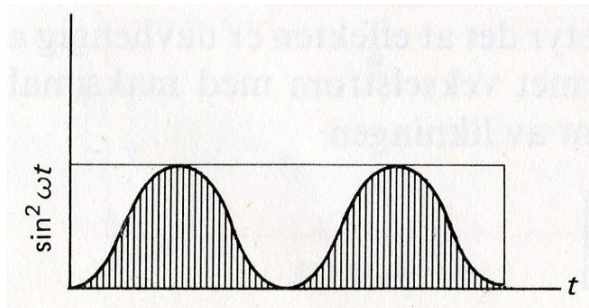
Vinkelfart $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$. Spenning $U(t) = 325 \sin(314 t) \text{ V}$. Amplitude for strøm er

$$I_m = \frac{325 \text{ V}}{100 \Omega} = 3.25 \text{ A}. \text{ Strømmen varierer slik med tida } I = 3.25 \sin(314 t) \text{ A}.$$

3.4 Effektiv strøm og spenning

Når ein vekselstrøm går gjennom ein resistans R, varierer effekten med tida slik:

$$P(t) = RI^2 = RI_m^2 \sin^2(\omega t) = RI_m^2 \cdot \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))$$



Effekt har gjennomsnittsverdi lik halve maksimalverdien.

Her har vi brukt ein formel for cosinus til den dobbelte vinkel frå matematikken. Men vi er vanlegvis mest interessert i gjennomsnittseffekten. Gjennomsnittsverdien til $\cos(2\omega t)$ er 0. Gjennomsnittseffekten er difor

$$\bar{P} = RI_m^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} P_{maks} = R \frac{I_m^2}{2} = RI_{eff}^2 \quad \text{der vi har innført effektiv strøm } I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Effektivverdien til strømmen er den likestrømmen som vil gi like stor effekt som vekselstrømmen.

Eksempel 2:

Skriv eit uttrykk som viser korleis effekten til ovnen i eksempel 1 varierer med tida. Finn gjennomsnittseffekten og den likestrømmen som ville gitt samme effekt.

Løysing:

$$\text{Maksimal effekt } P_m = RI_m^2 = 100\Omega \cdot (3.25\text{A})^2 = 1056 \text{ W}$$

$$\text{Effekt } P(t) = 1056 \sin^2(314t) \text{ W}$$

$$\text{Gjennomsnittseffekt } \bar{P} = \frac{1}{2} P_m = 528 \text{ W}$$

$$\text{Likestrøm som gir samme effekt } I_{eff} = \frac{3.25\text{A}}{\sqrt{2}} = 2.3 \text{ A}$$

På samme måte innfører vi effektivverdi for spenning:

Effektivverdien til spenninga er den likespenninga som vil gi like stor effekt som vekselspenninga.

$$\text{Effektivverdi for spenning: } U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Eksempel 3:

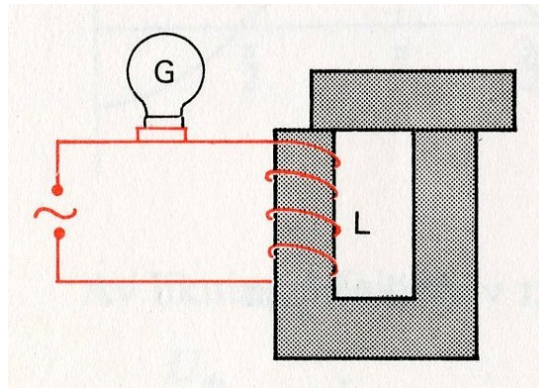
Den spenninga på 230 V som er oppgitt for nettet vårt, er effektivverdien. Finn maksimalverdien for spenninga i stikk-kontaktane våre.

Løysing:

$$\text{Maksimalverdi } U_m = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} = 325 \text{ V}$$

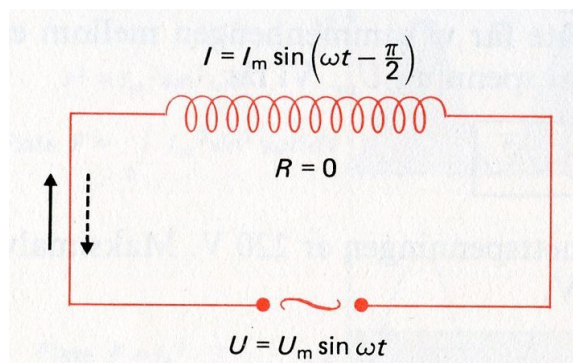
3.5 Vekselstrømskrets med sjølvinduktans

Vi sender vekselstrøm gjennom ei lyspære og ein spole med nokre hundre viklingar.



Spole som lysdimmer

Lampen lyser klart. Når vi set ein open jernkjerne inn i spolen, lyser lampen litt svakare. Dersom vi lukkar jernkjernen heilt, så vil lampen kanskje slokne. Vi har laga ein *strømdemper* av samme slag som vi brukar i installasjon i heimen for å dimme lyset i lampar. Gjer vi samme forsøk med likestrøm, vil lampen lyse like sterkt i alle tre tilfelle. Det som skjer, er at sjølvinduksjon ved vekselstrøm gir ei motspenning som verkar som ein motstand som reduserer strømmen. Denne motstanden kallar vi *induktiv reaktans*, og vi skal sjå at den har andre eigenskapar enn vanleg resistans.



Vekselstrøm gjennom spole med induktans L .

Vi har ei vekselstrømkjelde som er koplta til ein spole utan resistans. Vekselstrømkjelda gir ei spenning

$$U = U_m \sin(\omega t)$$

I spolen skaper sjølvinduksjon ei motspenning $\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$ som prøver å hindre endring i strømmen. L er her sjølvinduktansen til spolen. Den er eit mål for "størrelsen" til spolen og er mellom anna avhengig av antall viklingar og type jernkjerne i spolen. Sjølvinduktansen måler vi i *henry* (H).

Sum av alle spenningar i ein lukka strømkrets er lik 0. Det gir

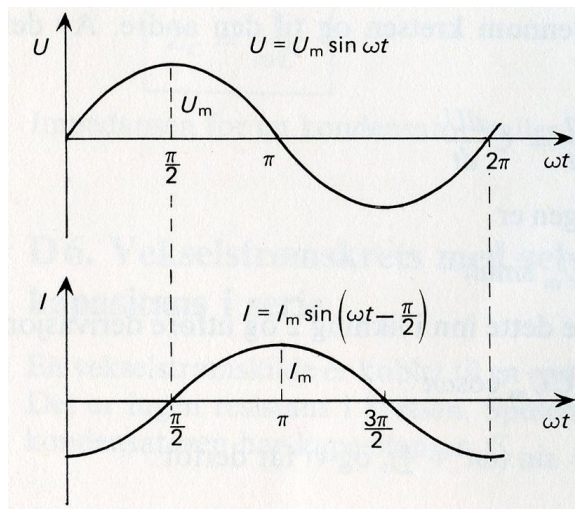
$$U_m \sin(\omega t) + \varepsilon_L = 0$$

$$U_m \sin(\omega t) = L \frac{dI}{dt}$$

Den funksjonen som gir sinus når vi deriverer han, er $-\cos$ inus. Strømmen må då variere slik:

$$I = -I_m \cos(\omega t) = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

der vi ser at strømmen er "forsinka" $\pi/2$ i forhold til spenninga.



Vekselstrøm gjennom spole. Strømmen I er "forsinka" $\pi/2$ i forhold til spenninga U

Ved innsetting i spenningslikninga får vi:

$$U_m \sin(\omega t) = L \frac{dI}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t)$$

$$U_m = L\omega I_m$$

Forholdet mellom spenning og strøm kallar vi som vanleg for motstand, i dette tilfellet

$$\text{induktiv reaktans } Z_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L.$$

Eksempel 4:

Ein spole med sjølvinduktans 2.0 H er kopla til ein stikk-kontakt. Finn maksimal strøm gjennom spolen og eit uttrykk for korleis strømmen varierer med tida dersom spenninga varierer som ein sinusfunksjon.

Løysing:

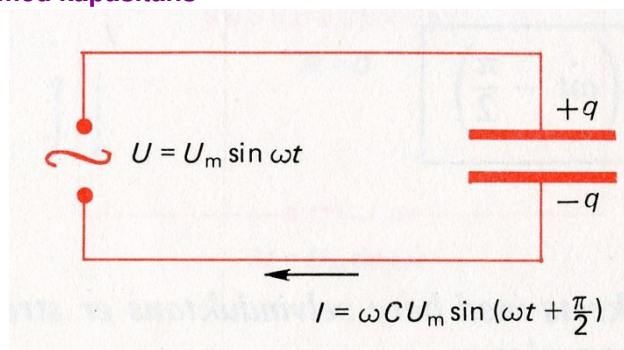
Med frekvens 50 Hz er vinkelfarten $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$

$$\text{Induktiv reaktans } Z_L = \omega L = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2.0\text{H} = 628 \Omega$$

$$\text{Maksimal strøm } I_m = \frac{U_m}{Z_L} = \frac{325\text{V}}{628\Omega} = 0.52\text{A}$$

$$\text{Strømmen varierer slik: } I(t) = -I_m \cos(\omega t) = -0.52 \cos(314t)\text{A}$$

3.6 Vekselstrømkrets med kapasitans



Vekselstrøm gjennom kondensator med kapasitans C .

Vi legg vekselspenning

$$U = U_m \sin(\omega t)$$

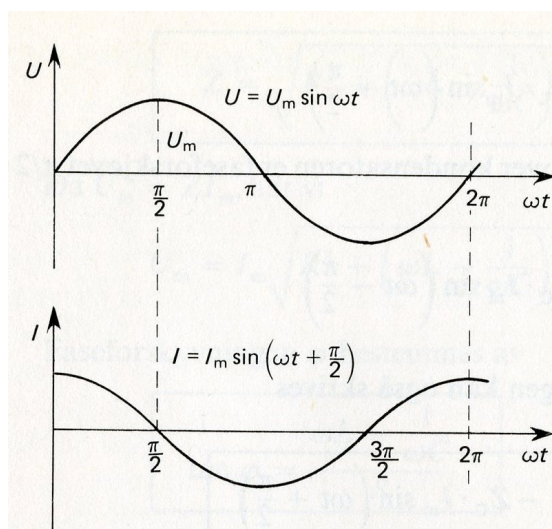
over ein kondensator med kapasitans C . Etter som spenninga vekslar, blir kondensatoren lada opp og ut. I eit gitt øyeblikk kan vi tenkja oss at det er ladning q og $-q$ på kondensatorplatene. Vi har frå definisjonen på kapasitans

$$q = CU$$

Ladninga q varierer med tida. Det må difor gå ein strøm frå den eine plata gjennom kretsen til den andre. Av definisjonen for strøm får vi

$$I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt} = \omega C U_m \cos(\omega t) = \omega C U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Vi ser at strømmen er faseforskyvd $\pi/2$ framfor spenninga.



Vekselstrøm gjennom kondensator. Strømmen er faseforskyvd $\pi/2$ framfor spenninga

Forholdet mellom spenning og strøm kallar vi som vanleg for motstand, i dette tilfellet

$$\text{kapasitiv reaktans } Z_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}.$$

Eit fellesnamn på alle typar motstand – ohmsk motstand, induktiv reaktans og kapasitiv reaktans - er impedans.

Eksempel 5:

Ein kondensator med kapasitans $10 \mu\text{F}$ er kopla til ein stikk-kontakt. Finn maksimal strøm gjennom kondensatoren og eit uttrykk for korleis strømmen varierer med tida dersom spenninga varierer som ein sinusfunksjon.

Løysing:

Med frekvens 50 Hz er vinkelfarten $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$

$$\text{Kapazitiv reaktans } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 318 \Omega$$

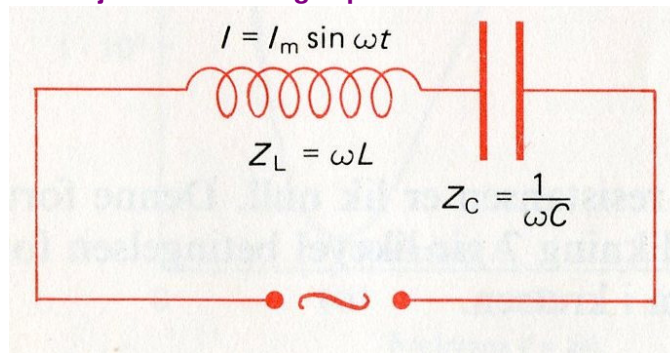
$$\text{Maksimal strøm } I_m = \frac{U_m}{Z_L} = \frac{325 \text{ V}}{318 \Omega} = 1.02 \text{ A}$$

Strømmen varierer slik: $I(t) = I_m \cos(\omega t) = 1.02 \cos(314t) \text{ A}$

Simulering og oppgåver: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?12>

I denne simuleringa kan du studere fase for strøm og spenning i enkle vekselstrømkoplingar. Prøv deg på oppgåvene i simuleringa.

3.7 Vekselstrømkrets med sjølvinduktans og kapasitans i serie



Vekselstrøm gjennom kondensator og spole.

Ei vekselstrømkjelde er kopla til ein spole og ein kondensator i serie. Det er ingen resistans i kretsen. Spolen har sjølvinduktans L , og kondensatoren har kapasitans C .

Strømmen må vera den same gjennom heile kretsen. Vi antar at den er gitt ved likninga

$$I = I_m \sin(\omega t)$$

Spenninga U_L over spolen er faseforskyvd $\pi/2$ framfor strømmen, og spenninga U_C over kondensatoren er faseforskyvd $\pi/2$ etter strømmen. Då er dei to spenningane i motfase og impedansen for seriekoplinga er:

$$Z = \frac{|U_{Lm} - U_{Cm}|}{I_m} = |Z_L - Z_C| = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$$

Impedansen til ei seriekopling av ein spole og ein kondensator er lik absoluttverdien til differansen mellom den induktive og den kapitative reaktansen.

Vi har her gått ut frå at det ikkje er resistans i kretsen. Det er aldri tilfelle fordi ledningar og komponentar også har vanleg ohmsk resistans R . I idealiserte kretsar kan vi sjå bort frå

resistansen, og ved ein gitt frekvens får vi impedans lik 0. Vi kallar denne frekvensen for resonansfrekvens. Den er gitt ved at $Z=0$:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\text{Resonansfrekvens } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Eksempel 6:

Ein seriekopling av ein spole med induktans $L=200$ mH og ein kondensator med kapasitans $C=4.4$ μF er kopla til ei vekselstrømskjelde der vi kan variere frekvensen. Finn impedansen ved frekvens 100 Hz. Finn også resonansfrekvensen.

Løysing:

$$\text{Vinkelfart } \omega = 2\pi f = 628 \text{ rad/s}$$

$$\text{Induktiv reaktans } Z_L = \omega L = 628 \text{ rad/s} \cdot 0.200 \text{ H} = 126 \Omega$$

$$\text{Kapasitiv reaktans } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{628 \text{ rad/s} \cdot 4.4 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 362 \Omega$$

Antar at det er ein ideel krets utan resistans.

$$\text{Impedans } Z = |Z_L - Z_C| = |126 \Omega - 362 \Omega| = 236 \Omega$$

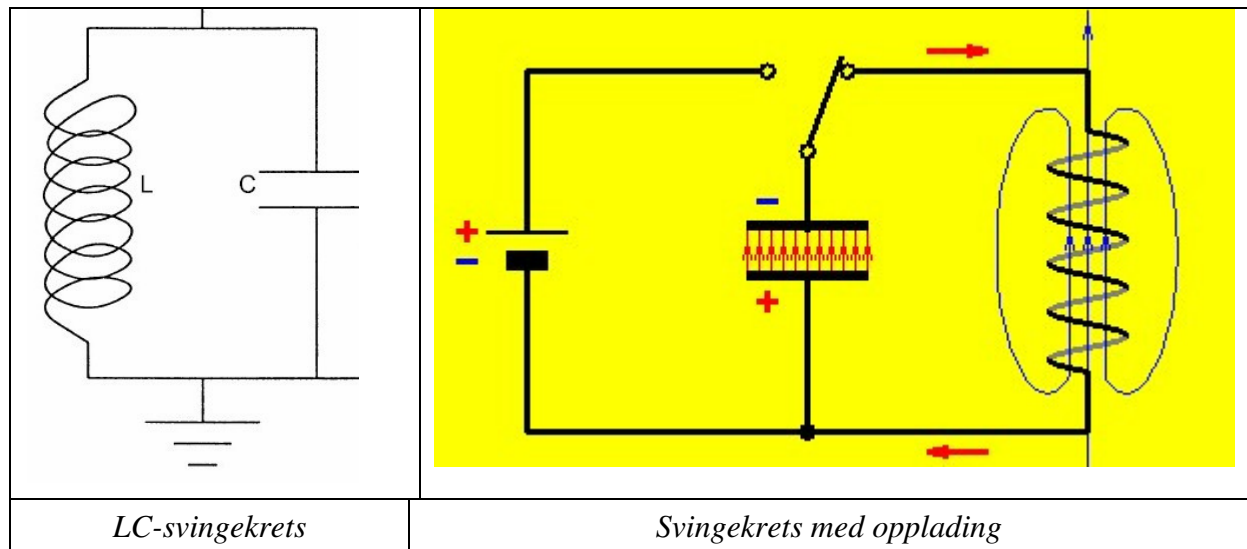
$$\text{Resonansfrekvens } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{0.200 \text{ H} \cdot 4.4 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = 170 \text{ Hz}$$

I reele kretsar er det alltid resistans, så impedansen blir aldri lik null. Men ved resonansfrekvensen vil impedansen ha sin minste verdi og strømmen i kretsen ha sin største verdi.

Simulering.

I denne simuleringa: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?14> kan du studere strøm og spenning i vekselstrømkoplingar med motstand, spole og kondensator i serie: Prøv deg på oppgåvene i simuleringa.

3.8 LC-svingekrets



Dersom vi ladar opp ein kondensator og seriekoplar den med ein spole, vil energien vi tilførte kondensatoren pendle mellom kondensatoren og spolen. Vi har ein svingekrets. Når kondensatoren blir kopla til spolen startar det å gå strøm i spolen, men induksjonen prøver å bremse strømauken, så først når kondensatoren er utlada, når strømmen sin maksimalverdi. Men då hindrar induksjonen at vi får ein brå stopp i strømmen, og dermed blir kondensatoren lada opp med motsett ladning. Først når kondensatoren har fått full ladning, snur strømmen retning. Dersom det ikkje er ohmsk motstand i kretsen, held svinginga fram i det uendelege.

Ein kondensator med kapasitans C som er lada opp til ei spenning U , har lagra (potensiell) energi

$$E_c = \frac{1}{2}CU^2$$

Ein spole med induktans L som det går ein strøm I gjennom, har magnetisk (kinetisk) energi

$$E_L = \frac{1}{2}LI^2$$

Dersom det ikkje er resistans i svingekretsen, vil energien vera bevart:

$$\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}CU^2 = \text{konstant}$$

I reele svingekretsar er det ohmsk motstand og vi må tilføre energi heile tida for at ikkje svinginga skal bli dempa.

Eksempel:

Ein svingekrets har kondensator med kapasitans $220 \mu\text{F}$ og spole med induktans 100mH . Vi startar svinging ved først å lade opp kondensatoren til 10 V . Finn maksimal strøm i svingekretsen.

Løysing:

Maksimal energi i spole = Maksimal energi i kondensator

$$\frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 \Rightarrow I_m = \sqrt{\frac{C}{L}}U_m = \sqrt{\frac{220 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{0.10 \text{ H}}} \cdot 10 \text{ V} = 0.47 \text{ A}$$

Denne energibevaringa er heilt analogt til energibevaring for ein elastisk pendel.

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{konstant}$$

På samme måte som ein elastisk pendel, vil svingekretsen svinge med ein bestemt frekvens

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Dette er eigenfrekvensen til kretsen, og det er den frekvensen som gir minst motstand (impedans). Påtrykkjer vi ei spenning med denne frekvensen, for eksempel frå ei antenne, får vi resonans.

Eksempel 7:

Finn eigenfrekvensen til ein svingekrets der kondensatoren har kapasitans 220 μF og spolen har induktans 100 mF.

Løysing:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{220 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 0.10 \text{ H}}} = 34 \text{ Hz}$$

Simulering.

I denne simuleringa: <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?13> kan du studere strøm og spenning i ein svingekrets. Prøv deg på oppgåvene i simuleringa.

3.9 Oppgaver i elektromagnetisme.

1. Ein strømkrets består av ei vekselspanningskjelde som gir 50 Hz vekselspanning med maksimalverdi 10V og ein motstand med resistans 10 ohm. Skriv opp eit uttrykk for korleis spenning U , strøm I og effekt P varierer med tida.
Teikn graf av $U(t)$, $I(t)$ og $P(t)$.
Finn effektivverdi av strøm og spenning.
2. Ein strømkrets består av ei vekselspanningskjelde som gir 50 Hz vekselspanning med maksimalverdi 10V og ein spole med induktans 0,10 H. Vi antar at den ohmske motstanden i kretsen $R=0$. Finn den induktive reaktansen i kretsen. Skriv opp eit uttrykk for korleis spenning U og strøm I varierer med tida.
Teikn graf av $U(t)$, $I(t)$.
3. Ein strømkrets består av ei vekselspanningskjelde som gir 50 Hz vekselspanning med maksimalverdi 10V og ein kondensator med kapasitans 5,0 μF . Vi antar at den ohmske motstanden i kretsen $R=0$. Finn den kapasitive reaktansen i kretsen. Skriv opp eit uttrykk for korleis spenning U og strøm I varierer med tida.
Teikn graf av $U(t)$, $I(t)$.
4. Ein strømkrets består av ei vekselspanningskjelde som gir 50 Hz vekselspanning med maksimalverdi 10V og ein kondensator med kapasitans 5,0 μF i serie med ein spole med induktans 1,5 H. Vi går ut frå at den ohmske resistansen er 0 i kretsen. Teikn kopleingsskjema. Finn impedansen til seriekoplinga.
Vi kan variere frekvensen til spenningskjelda. Finn den frekvensen (eigenfrekvensen) som gir impedans lik 0. Kva skjer med strømmen når vi varierer frekvensen rundt eigenfrekvensen?
5. Ein elektrisk svingekrets består av ein kondensator med kapasitans 1,0 μF og ein spole med induktans 10 mH. Vi går ut frå at den ohmske resistansen er 0 i kretsen. Teikn kopleingsskjema. Vi ladar opp kondensatoren med ei likespenning på 5,0 V.
Kor stor ladning får kondensatoren?
Finn den elektriske energien svingekretsen får tilført ved oppladninga.
Kva skjer når vi koplear frå oppladningskjelda?
Finn svingefrekvensen og vinkelfarten.
Sett opp eit uttrykk for korleis spenninga over kondensatoren varierer med tida.
Bruk energilikning til å finne maksimal strøm i kretsen.

Fasit:

1. 7,1 V 0,71 A
2. 31,4 Ω
3. 637 Ω
4. 166 Ω 58 Hz
5. 5,0 μC 12,5 μJ 10 krad/s 1,6 kHz 50 mA

3.10 Fasit Oppgaver i elektromagnetisme

Oppg. 1

$$\omega = 2\pi f = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$U = U_m \sin \omega t = 10 \sin(314t) \text{ V}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t \quad \text{der } I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{10 \text{ V}}{10 \Omega} = 1,0 \text{ A}$$

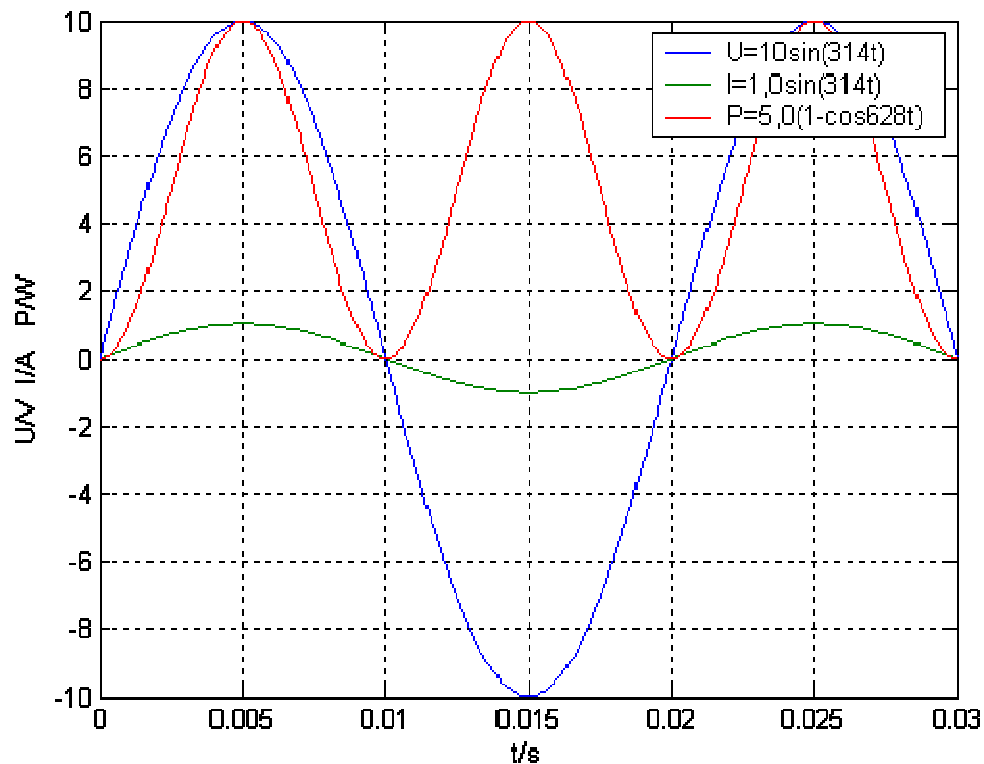
$$I = 1,0 \sin(314t) \text{ A}$$

$$P = UI = U_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{U_m I_m}{2} (1 - \cos 2\omega t) = \frac{10 \text{ V} \cdot 1,0 \text{ A}}{2} (1 - \cos 628t) = 5(1 - \cos 628t) \text{ W}$$

Gjennomsnittseffekten er $\bar{P} = 5,0 \text{ W}$.

$$\text{Effektivverdier: } U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{10 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 7,1 \text{ V} \quad I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1,0 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 0,71 \text{ A}$$

Vi ser at $\bar{P} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$



Oppg. 2

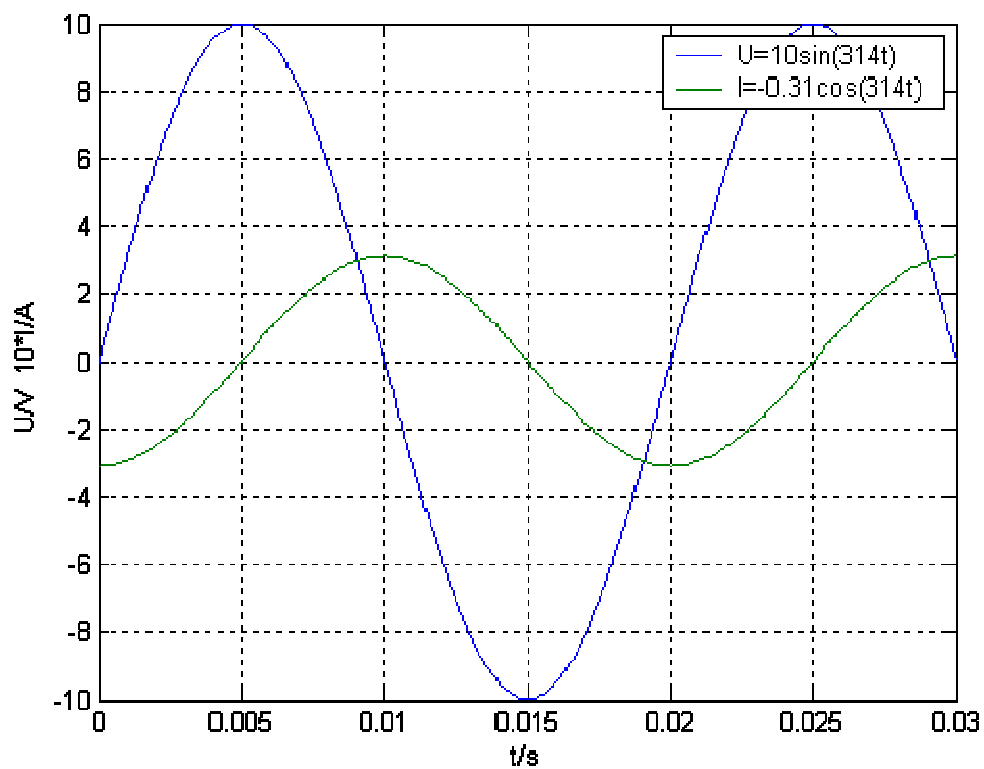
$$\omega = 2\pi f = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Induktiv reaktans: } Z = \omega L = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,10 \text{ H} = 31,4 \Omega$$

$$U = U_m \sin \omega t = 10 \sin(314t) \text{ V}$$

$$I = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ der } I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{10 \text{ V}}{31,4 \Omega} = 0,32 \text{ A}$$

$$I = 0,32 \sin(314t - \frac{\pi}{2}) \text{ A} = -0,32 \cos(314t) \text{ A}$$



Oppg. 3

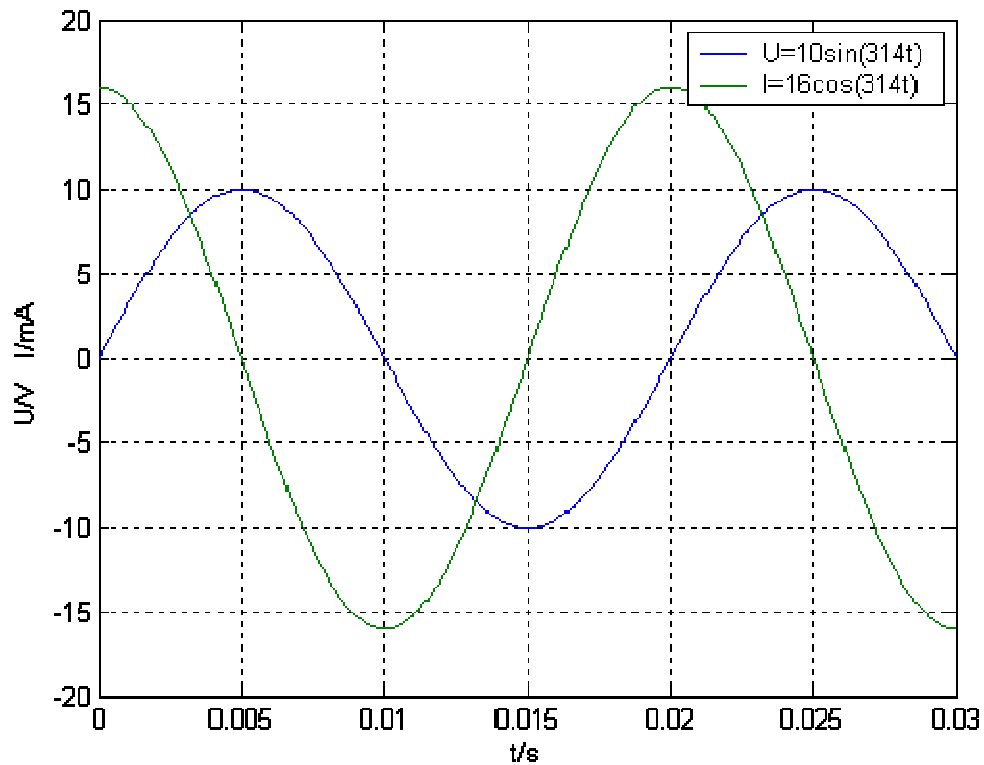
$$\omega = 2\pi f = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Kapazitiv reaktans: } Z = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ H}} = 637 \Omega$$

$$U = U_m \sin \omega t = 10 \sin(314t) \text{ V}$$

$$I = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ der } I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{10 \text{ V}}{637 \Omega} = 16 \text{ mA}$$

$$I = 16 \sin(314t + \frac{\pi}{2}) \text{ mA} = 16 \cos(314t) \text{ mA}$$



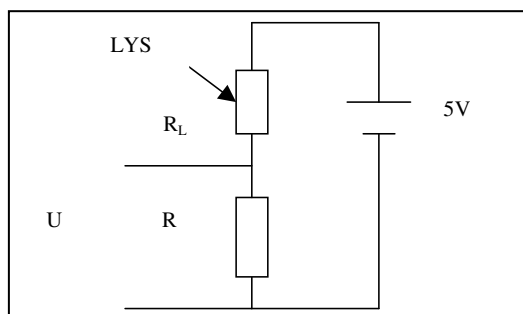
3.11 Demonstrasjonsekperiment vekselstrøm

3.11.1 Demo 1. Vekselstrømskrets med ohmsk motstand

(Les kapittel 3.3 og 3.4, oppgåve 1 elektromagnetisme)

Vi skal bruke oscilloskop til å studere sammenheng mellom spenning, strøm og effekt i ein vekselstrømskrets med ohmsk motstand (ei lyspære).

a) Først lagar vi ein enkel lysmålar for å finne lyseffekten frå ei lyspære:



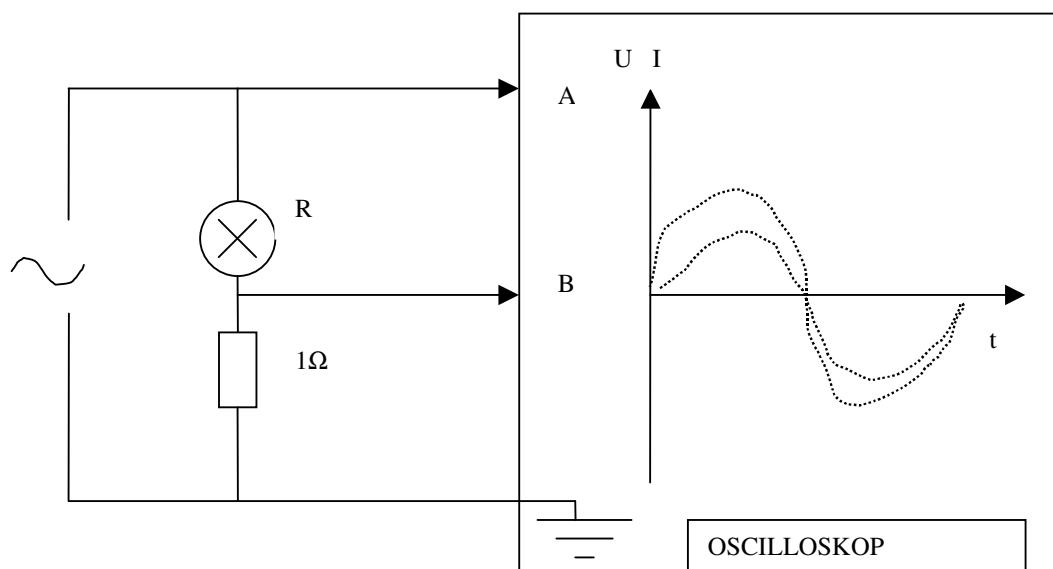
R_L er ein lysfølsom motstand.

Stor lysstyrke \rightarrow Liten resistans R_L \rightarrow Stor strøm I \rightarrow Stor spenning U .

$$I = \frac{5V}{R + R_L} \Rightarrow U = RI = \frac{R}{R + R_L} 5V \text{ der } R \text{ er ein konstant resistans på f.eks. } 100\Omega$$

Spenninga U er altså eit mål for lysstyrken, vi har ein **lys-sensor**. Tilsvarende er prinsippet for mange andre sensorar, for eksempel temperatursensorar.

b) Vi koplpar opp strømkretsen slik :



Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A og B. Sidan inngang B måler spenning over motstanden på 1Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

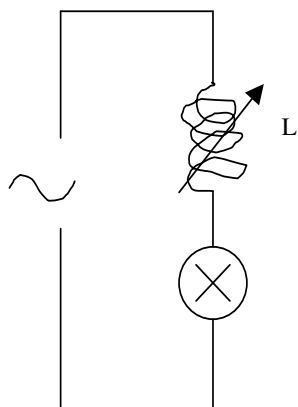
$$U = U_m \sin \omega t \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t \text{ der } I_m = \frac{U_m}{R} \text{ (R er her resultatresistansen)}$$

c) Koplpar så lysmålarinn på inngang B, som då viser korleis effekten varierer med tida.

3.11.2 Demo 2. Vekselstrømkrets med spole

(Les kapittel 3.5, oppgave 2 elektromagnetisme)

Vi skal studere sammenheng mellom spenning og strøm i ein vekselstrømkrets med spole (induktans).



a) Først brukar vi ei lyspære til å vise strømmen i kretsen:

Vi varierer induktansen til spolen - L - ved å ha meir eller mindre jernkjerne inne i spolen, og ved å prøve spolar med ulike viklingstal. Før observasjon i tabell (stor/liten):

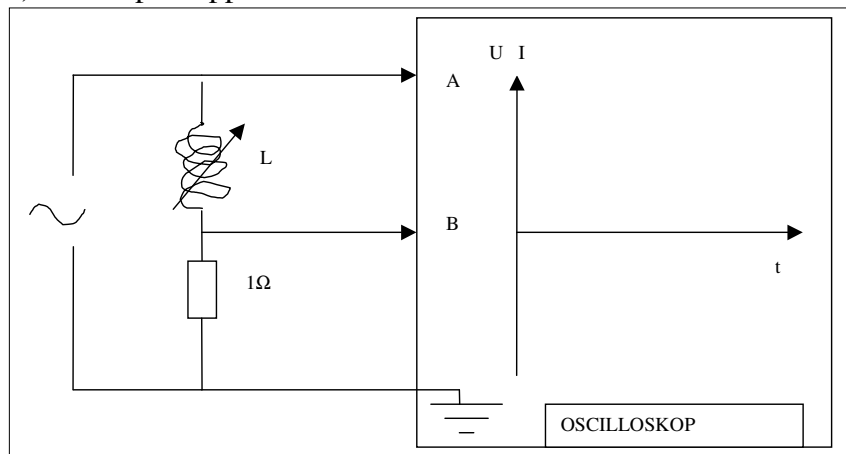
Induktans L	Strøm I	Motstand(impedans) Z
Lite jern		
Mykje jern		
600 viklingar		
300 viklingar		

Så varierer vi frekvensen på vekselspanninga. Før observasjon i tabell (stor/liten):

Frekvens ω	Strøm I	Motstand(impedans) Z
Stor		
Liten		

Teorien vil vise at impedansen (den induktive reaktans) $Z_L = \omega L$

b) Vi koplpar opp strømkretsen slik:



Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A og B. Sidan inngang B måler spenning over motstanden på 1Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

Teikn inn strøm og spenningskurver på oscilloskop-biletet og skriv funksjonsuttrykk for kvar av dei (sinus eller cosinus).

Teorien seier at: $U = U_m \sin \omega t$ og $I = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ der $I_m = \frac{U_m}{Z_L}$ og impedansen $Z_L = \omega L$

Stemmer dette?

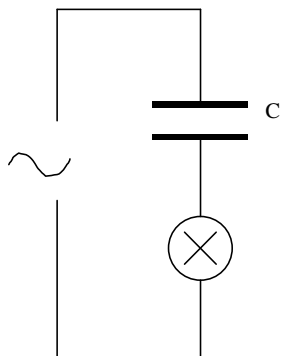
For at faseforskyvinga skal vera $\pi/2$, må den ohmske motstanden vera liten: $R \ll Z_L$.

3.11.3 Demo3. Vekselstrømkrets med kondensator (kapasitans).

(Les kapittel 3.6, oppgave 3 elektromagnetisme)

Vi skal studere sammenheng mellom spenning og strøm i ein vekselstrømkrets med kondensator (kapasitans).

c) Først brukar vi ei lyspære til å vise strømmen i kretsen:



Vi varierer kapasitansen ved å skifte kondensator. Før inn observasjonar i tabell (stor/liten/"ingen"):

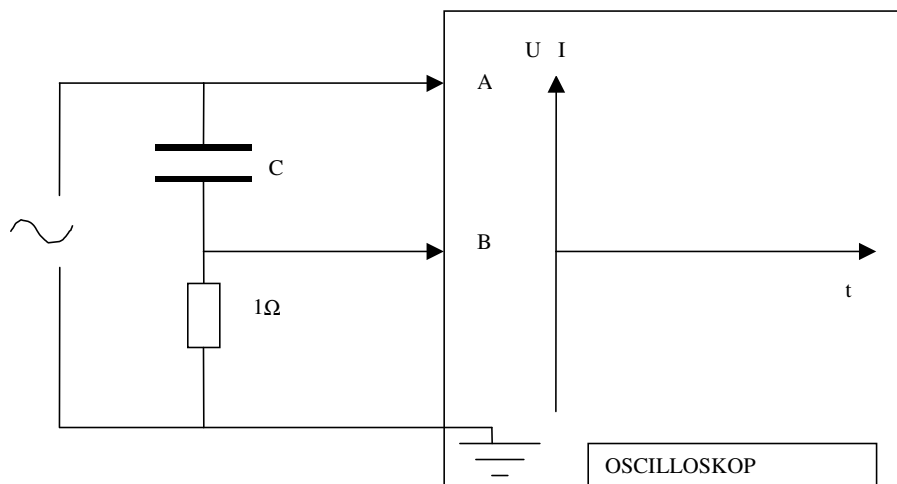
Kapasitans C	Strøm I	Motstand(impedans) Z
1 μF		
3 μF		
5 μF		
10 μF		

Så varierer vi frekvensen på vekselspanninga. Før inn observasjonane i tabell (stor/liten):

Frekvens ω	Strøm I	Motstand(impedans) Z
Stor		
Liten		

Teorien vil vise at impedansen (den kapasitive reaktans) $Z_C = 1/\omega C$

d) Vi koplur opp strømkretsen slik:



Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A og B. Sidan inngang B måler spenning over motstanden på 1 Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

Teikn inn strøm og spenningskurver på oscilloskop-biletet og skriv funksjonsuttrykk for kvar av dei (sinus eller cosinus).

Teorien seier at: $U = U_m \sin \omega t$ og $I = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ der $I_m = \frac{U_m}{Z_C}$ og impedansen $Z_C = \frac{1}{\omega C}$

Stemmer dette?

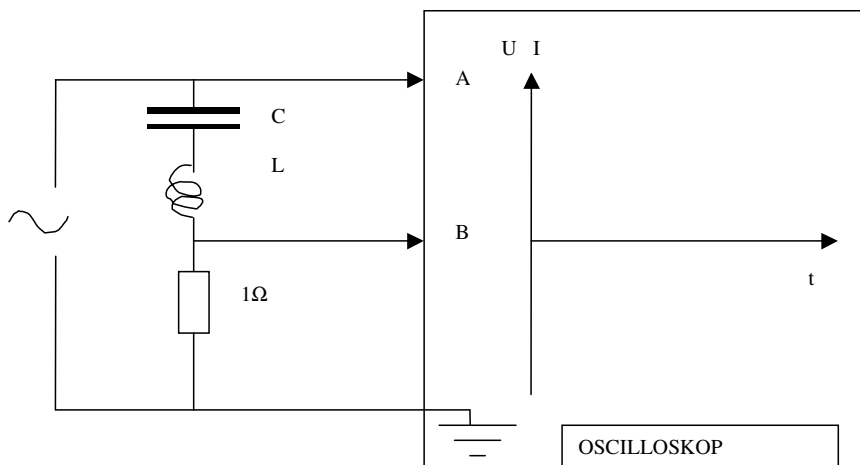
For at faseforskyvninga skal vera $-\pi/2$, må den ohmske motstanden vera liten: $R \ll Z_C$.

3.11.4 Demo4. Vekselstrømkrets med kondensator og spole.

(Kapittel 3.7, oppgave 4 og 5 i elektromagnetisme)

Vi skal studere sammenheng mellom spenning og strøm i ein vekselstrømkrets med kondensator (kapasitans C) og spole (induktans L).

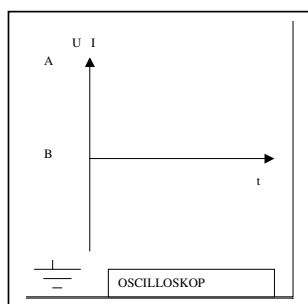
e) Vi koplur opp strømkretsen slik:



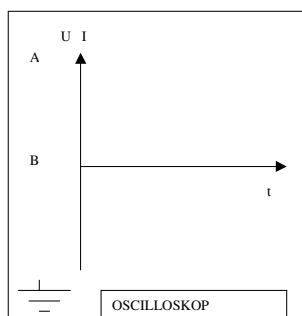
Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A og B. Sidan inngang B måler spenning over motstanden på $1\ \Omega$, viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga. Impedansen til serikoplinga (dersom vi ikkje har ohmsk motstand) er gitt ved:

$$Z = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right| \text{ som er lik null ved resonansfrekvensen } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad Z \rightarrow 0 \Rightarrow I \rightarrow \infty$$

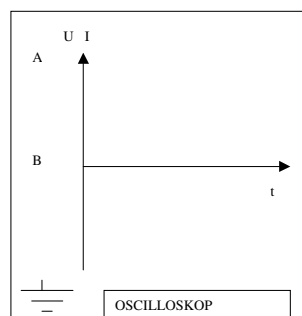
For mindre ω er kapasitansen dominerande, og for større ω er induktansen dominerande. Dette bestemmer faseforskyvinga mellom spenning og strøm.



$$\omega < \omega_0$$



$$\omega = \omega_0$$



$$\omega > \omega_0$$

Teikn inn strøm og spenningskurver på oscilloskop-biletet .

Får vi uendelig strøm ved resonans?.....

Forklar!

Ved resonansfrekvensen får vi strøm sjølv med liten eller ingen påtrykt spenning. Strømmen svingar av seg sjølv, sjølv om vi kortsluttar spenningskjelda! Vi har ein **svingekrets**.

3.12 Repetisjonsoppgåver mekaniske svingingar og vekselstrøm.

1.

- Ei fjør blir stekt 4,0 cm av ei kraft 20N. Finn fjørkonstanten.
- Eit lodd med masse 2,0 kg heng i ro i denne fjøra. Vi gir så loddet ein fart 0,50 m/s oppover, og vi får harmoniske svingingar. Finn amplituden til utslaget $x(t)$ for svingingane. (Tips: bruk energi).
- Finn frekvens og periode for svingingane.
- Finn utslaget som funksjon av tida ($x(t)$).
- Finn farten som funksjon av tida ($v(t)$).
- Finn akselerasjonen som funksjon av tida ($a(t)$).
- Skisser graf av $x(t)$, $v(t)$ og $a(t)$ i samme koordinatsystem.
- Finn utslaget når farten er 0,2 m/s.

2.

Ein motstand med resistans $R=100\Omega$ blir kopla i serie med ei spenningskjelde som gir vekselspanning med amplitude 20V og frekvens 100 Hz.

- Skriv eit uttrykk for spenning som funksjon av tida ($U(t)$).
- Skriv eit uttrykk for strøm som funksjon av tida ($I(t)$).
- Skriv eit uttrykk for effekt som funksjon av tida ($I(t)$).
- Finn effektivverdien til strøm og spenning
- Skisser graf av $U(t)$, $I(t)$ og $P(t)$ i samme koordinatsystem.
- Skisser effektivverdien av strøm og spenning i samme koordinatsystem.

3.

Ein spole med induktans $L=0,20$ H blir kopla i serie med ei spenningskjelde som gir vekselspanning med amplitude 20V og frekvens 100 Hz

- Finn den induktive reaktansen i kretsen
- Skriv eit uttrykk for strøm som funksjon av tida ($I(t)$).
- Skisser strøm $I(t)$ og spenning $U(t)$ i samme koordinatsystem.

Ein kondensator med kapasitans $C=100\ \mu\text{F}$ blir kopla i serie med ei spenningskjelde som gir vekselspanning med amplitude 20V og frekvens 100 Hz

- Finn den kapasitive reaktansen i kretsen
- Skriv eit uttrykk for strøm som funksjon av tida ($I(t)$).
- Skisser strøm $I(t)$ og spenning $U(t)$ i samme koordinatsystem.

Kondensatoren og spolen blir så seriekopla. Vi brukar den samme spenningskjelda.

- Finn impedansen i kretsen
- Anslå ei høveleg faseforskyvning og skriv eit uttrykk for strøm som funksjon av tida.
- Skisser strøm $I(t)$ og spenning $U(t)$ i samme koordinatsystem.

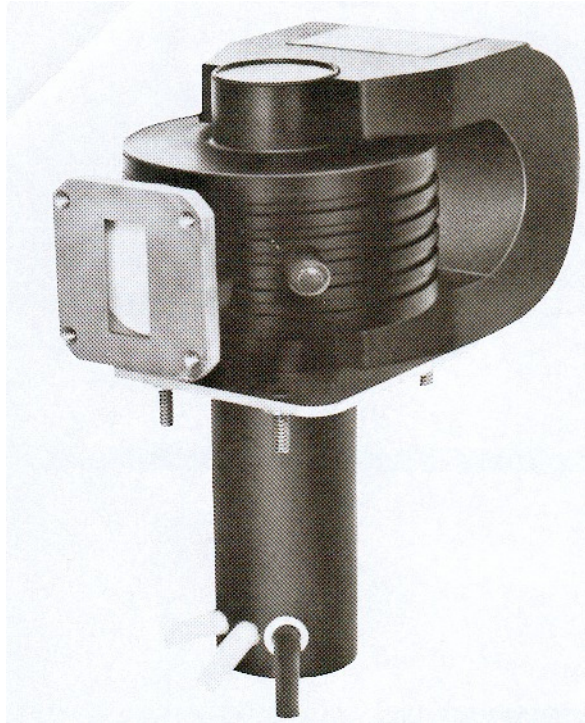
Vi brukar dei samme komponentane til ein svingekrets.

- Skisser svingekretsen.
- Rekn ut resonansfrekvensen.

Vi lagar eit høypassfilter av komponentar frå oppgåve 2 og 3 (vent med denne delen til du har lest om signalbehandling).

- Skisser koplingskjema for filtret.
- Finn cut-off frekvens
- Rekn ut responsen for eit par frekvensar og skisser frekvensresponsen.

4 Elektromagnetiske bølger og antenner



Magnetron i naturlig størrelse.

- Magnetfelt rundt elektrisk leder
- Elektrisk felt rundt punktladning
- Effekt i elektromagnetisk bølge
- Elektrisk dipolantenne
- Magnetisk dipolantenne
- Bølgjefunksjon for elektromagnetisk bølge
- Strålingsdiagram og direktivitet for antenner
- dB-skala for effekt
- Impedans
- Refleksjon av elektromagnetiske bølger
- Antennetyper
- Strålingsdosar
- Magnetron
- Bølgjeleder
- Radarantennar
- Dopplerradar.

4.1 Elektromagnetiske bølger

4.1.1 Magnetisk felt.

Magnetisk flukstetthet i avstand r frå ein uendeleg lang leder med strøm I :

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \text{ der } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A er } \textit{permeabiliteten} \text{ for tomt rom.}$$

Eksempel 1:

1, 0 m frå ein enkeltleder strømkabel som fører 10 A strøm, er magnetfeltet:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \cdot \frac{10 \text{ A}}{2\pi \cdot 1,0 \text{ m}} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 2,0 \mu\text{T}$$

Vanlege strømkablar er toleder og der går strømmen både fram og tilbake, noko som gir nettostrøm lik 0, og tilnærma 0 magnetfelt.

Flukstettheten inne i ein spole med lengde L og N vindingar og strøm I :

$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}.$$

Med "stoff " inne i spolen, kan vi få magnetisk polarisering av stoffet og endra magnetfelt. Då må μ_0 erstattast med $\mu = k_m \mu_0$ der den relative permeabiliteten k_m er typisk 1000 til 100 000 for ferromagnetisk materiale (jern, kobolt, nikkel og ein del legeringar) .

Den magnetiske feltstyrken som er $H = B/\mu$, vil for ein spole vera ein størrelse som er uavhengig av om vi har jern-kjerne eller ei.

4.1.2 Elektrisk felt

Elektrisk felt i eit punkt P i avstand r frå ladning Q :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \text{ der } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \text{ er dielektrisitetskonstanten for vakum.}$$

3Fy-boka brukar konstanten $k = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / C^2$ i staden for $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Med eit isolerande stoff rundt punktet P, kan vi få polarisering av stoffet og svakare felt. Då må ϵ_0 erstattast med $\epsilon = k\epsilon_0$ der den relative dielektrisitetskonstanten k er 1,00059 for luft og 3,40 for plexiglas. For vatn er $k=1,7$ ved lysfrekvensar, men ca. 80 ved radiofrekvensar.

Farten til elektromagnetiske bølger i eit medium ("lysfarten"):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \text{ som i vakum blir } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

4.1.3 Intensitet og Poyntings vektor

Intensiteten til stråling er definert slik:

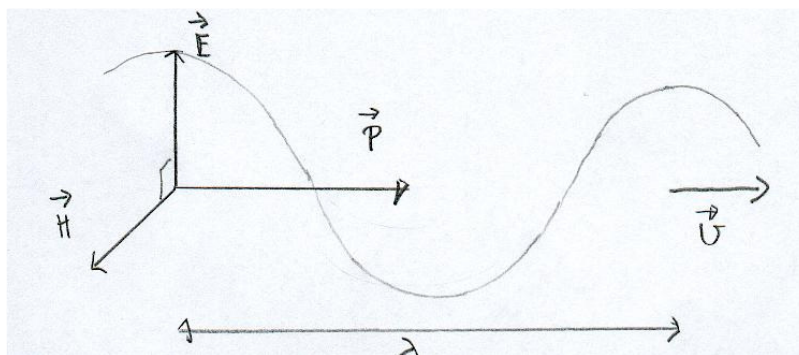
$$\text{Intensitet } I = \frac{\text{Effekt}}{\text{Areal som strålinga passerer}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Effekt-transporten i eit variabelt elektromagnetisk felt er gitt ved **Poyntings vektor** :

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \text{ der retningen er gitt ved h ogrehandsregel.}$$

(NB! Bokstaven P st ar her ikkje for effekt)

Elektromagnetisk bølgje (her er variasjon i E-felt vist) med Poyntings vektor som viser fartsretning for bølgja og intensiteten ved eitt tidspunkt.



Eksempel 2:

Ei radarb lgje har i eit øyeblikk elektrisk felt $E=30 \text{ V/m}$ nedover og magnetisk flukstetthet $B=0,10 \mu\text{T}$ mot oss. a) Finn fartsretningen til bølgja! b) Finn intensiteten til radarb lgja i W/m^2 !

Løysing:

a)

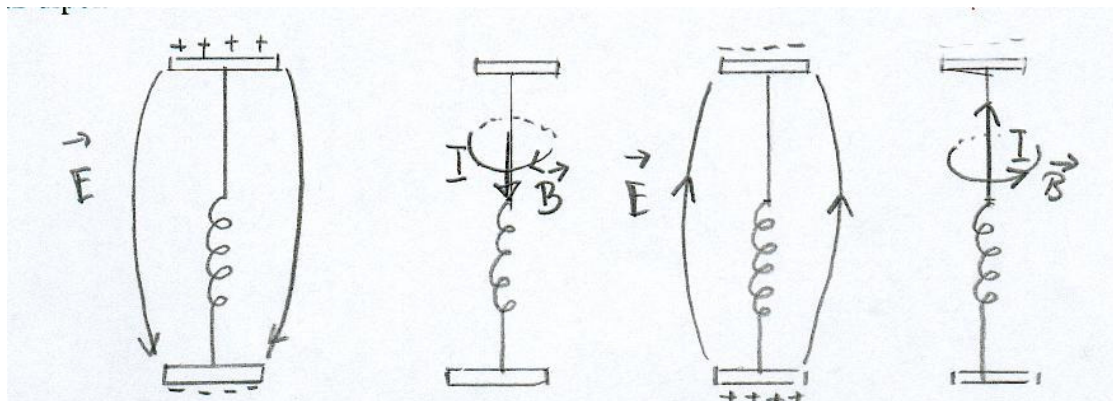
H ogrehandsregel: E på tommelfinger, B på peikefinger, P på langfinger, gir her P mot venstre. Fartsretning er mot venstre.

b)

$$\text{Intensitet: } I = |\vec{P}| = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{30 \text{ V/m} \cdot 0,10 \cdot 10^{-6} \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}} = 2,4 \text{ W/m}^2$$

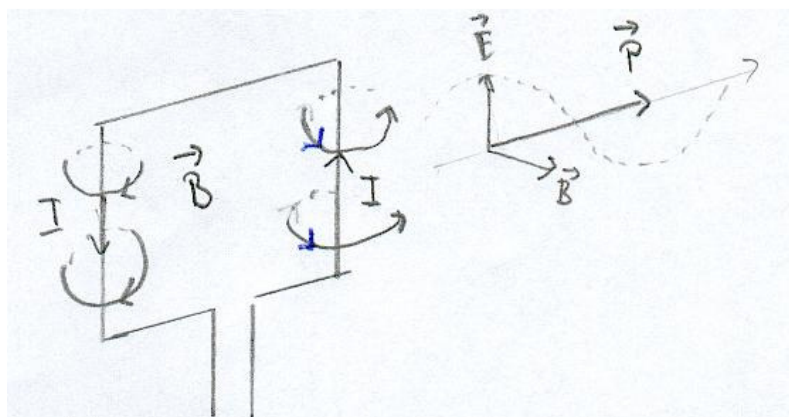
4.1.4 Dipolantenner

Ei **elektrisk dipol-antenne** kan vi få ved å "opne opp" ein elektrisk svingekrets, slik at vi får eit varierende elektrisk dipolfelt E pga endringane i ladningsfordeling på antenne og eit varierende magnetisk sirkel-felt B pga endringane av strømmen i antenne. Endringane i begge felte forplantar seg med lysfarten utover frå antenne. Ein forenkla modell for ei slik antenne er ein Hertz-dipol.



I nærfeltet er E -feltet og B -feltet faseforskyvde $\pi/2$, og Poyntings vektor peikar vekselvist utover frå antenne og innover mot antenne, ein stor del av energien pendlar fram og tilbake. **I nærfeltet frå ei elektrisk dipolantenne kan vi ha kraftige elektriske felt som kan representere ein fare sjølv om antenne sin utstrålingseffekt er oppgitt til ein ufarleg verdi!**

Rundt ei elektrisk dipolantenne dominerer det elektriske kjeldefeltet. Eit varierende elektrisk felt E "oppfører seg som ein vekselstrøm" og skapar eit varierende magnetisk felt B vinkelrett på E (magnetisering) i området rundt seg, dette varierende magnetiske feltet skapar eit varierende elektrisk felt i området rundt seg (induksjon), og dette varierende elektriske feltet skapar eit varierende magnetisk felt (magnetisering) i området rundt seg osv Alle endringar forplantar seg utover med lysfarten, og vi får **ei elektromagnetisk bølge**. I fjernfeltet ("det induserte feltet") er E og B i fase og Poyntings viser fartsretningen til bølga.



Ei **magnetisk dipolantenne** er ei strømsløyfe (rammeantenne) der det magnetiske kjeldefeltet dominerer og induserer ei elektromagnetisk bølge på tilsvarande måte som den elektriske dipolantenna.

Fjernfeltet er definert som der det induserte feltet dominerer over kjeldefeltet.

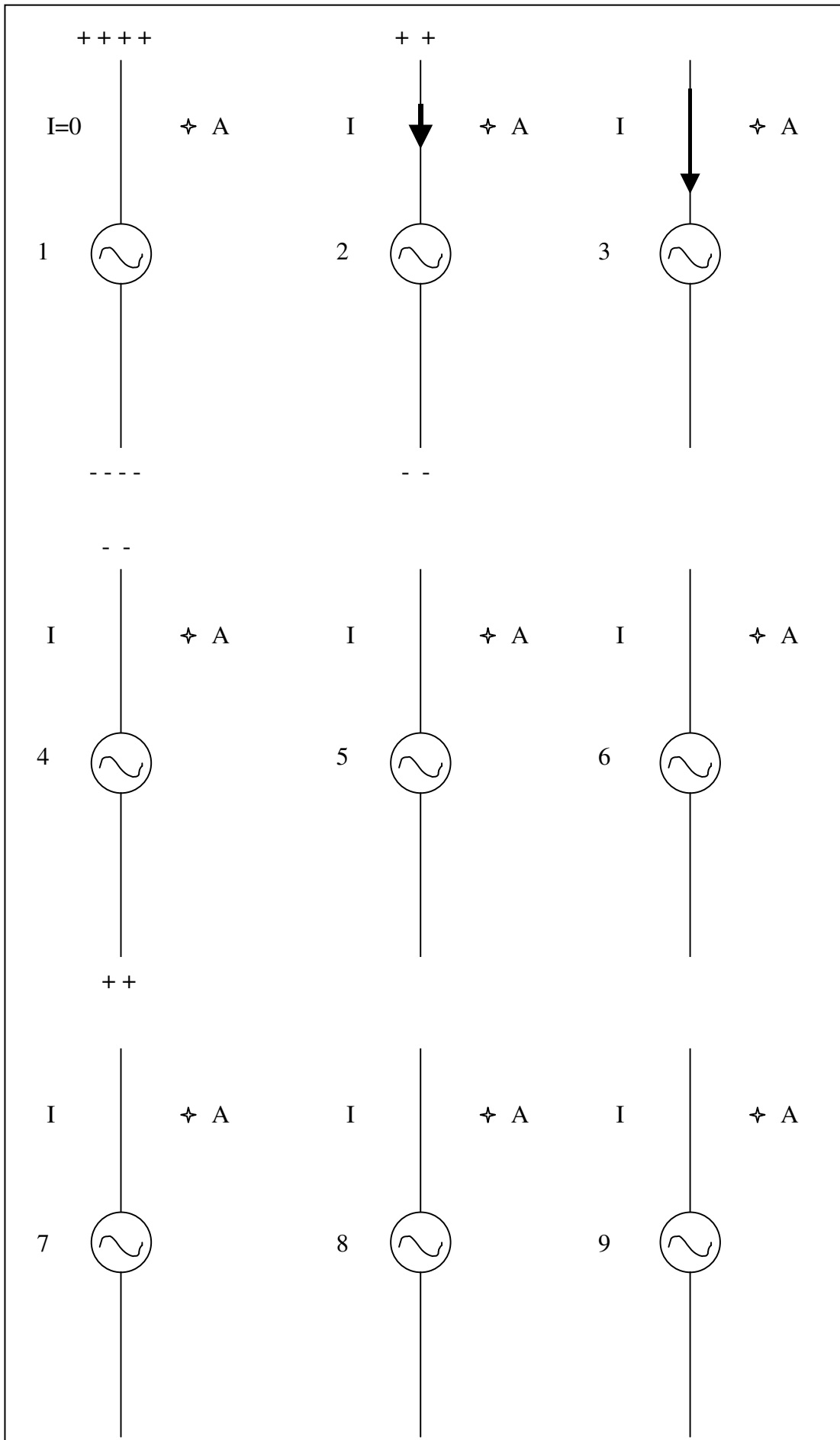
Fjernfeltet startar i avstand $r = \lambda/2\pi$. Analogi: For bølgjene frå eit skip er nærfeltet der sjøen blir pressa til sides av skipet, fjernfeltet er der bølga i eit punkt skapar bølga i nabopunkt sjølv om skipet er langt unna og kanskje ute av syne.

Øvingsoppgåve dipolantenne.

Tegn inn E-felt og B-felt og Pointing vektor i punktet A.

Tegn inn ladningar og strømpiler der det manglar.

Det er 1/8 periode mellom kvar figur.



4.1.5 Intensitet i fjernfeltet.

Effekten pr. m^2 (intensiteten I) til ei elektromagnetisk bølge er gitt ved Poyntings vektor

$I = \frac{EB}{\mu_0}$ avtar som $\frac{1}{r^2} \Rightarrow E$ og B avtar begge som $\frac{1}{r}$ og forholdet mellom E-felt og B-felt er

konstant i fritt rom (dvs i fjernfeltet i avstand frå antenna $r > \lambda/2\pi$):

$$\frac{E}{B} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} = c \Rightarrow E = cB \Rightarrow I = \frac{E^2}{\mu_0 c}$$

Eksempel 3:

Elektrisk feltstyrke i ei radiobølge i fjernfeltet frå antenna har amplitude $10 \mu\text{V/m}$. Finn amplituden til magnetfeltet (magnetisk flukstetthet)!

Løysing:

$$B_m = \frac{E_m}{c} = \frac{10,0 \cdot 10^{-6} \text{ V/m}}{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 3,3 \cdot 10^{-14} \text{ T}$$

Det er ikkje så ofte vi er interessert i effekten i eit øyeblikk. Oppvarmingen av eit objekt i for eksempel ein mikrobølgeovn, er avhengig av gjennomsnittseffekten. Vi reknar då med effektivverdiar for E-felt og B-felt:

Gjennomsnittintensiteten i bølga er $\bar{I} = \frac{E_{eff}^2}{\mu_0 c} = \frac{E_{eff}^2}{377 \Omega}$ der effektivverdien $E_{eff} = \frac{E_{maks}}{\sqrt{2}}$

Eksempel 4:

Finn effektivverdien til E-feltet og B-feltet i eksempel 3, og bruk dei til å finne gjennomsnittintensiteten i radiobølga.

Løysing:

$$E_{eff} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ V/m}}{\sqrt{2}} = 7,07 \cdot 10^{-6} \text{ V/m}$$
$$B_{eff} = \frac{B_m}{\sqrt{2}} = \frac{3,3 \cdot 10^{-14} \text{ T}}{\sqrt{2}} = 2,3 \cdot 10^{-14} \text{ T}$$
$$\bar{I} = \frac{E_{eff}^2}{\mu_0 c} = \frac{(7,07 \cdot 10^{-6} \text{ V/m})^2}{377 \Omega} = 1,3 \cdot 10^{-13} \text{ W/m}^2$$

Ofta er det forholdet mellom elektrisk og magnetisk feltstyrke i ei elektromagnetisk bølge som er oppgitt. Dette tilsvarar på ein måte forholdet mellom spenning og strøm i ein elektrisk krets. Dette forholdet kalla vi impedansen for kretsen. For fritt rom er

$$\frac{E}{H} = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega = \text{karakteristisk impedans for vakum.}$$

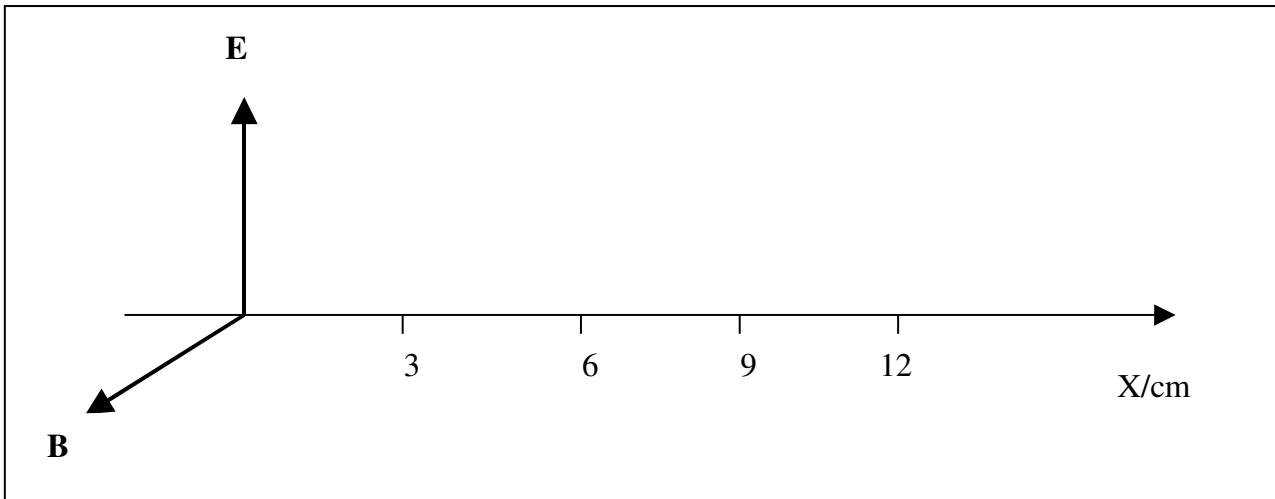
Når ei elektromagnetisk bølge går i bølgeleder eller kabel, er det andre verdiar for impedansen.

4.1.6 Øvingsoppgåve elektromagnetisk bølge.

Ei elektromagnetisk bølge i fritt rom har bølgjelengde $\lambda = 8,0$ cm.

Figuren viser maksimalt E-felt og B-felt i eit punkt ($x=0$) ved eit gitt tidspunkt.

- Teikn inn Pointings vektor i dette punktet.
- Teikn inn E-felt og B-felt og Pointings vektor i dei andre punkta ($x=3, 6, 9, 12$) ved samme tidspunkt (cosinusurve)
- $E_{\text{maks}} = 10$ V/m. Finn B_{maks} , P_{maks} , middelintensitet, E_{eff} og B_{eff}



4.2 Antenner.

4.2.1 Eigenskapar for antenner

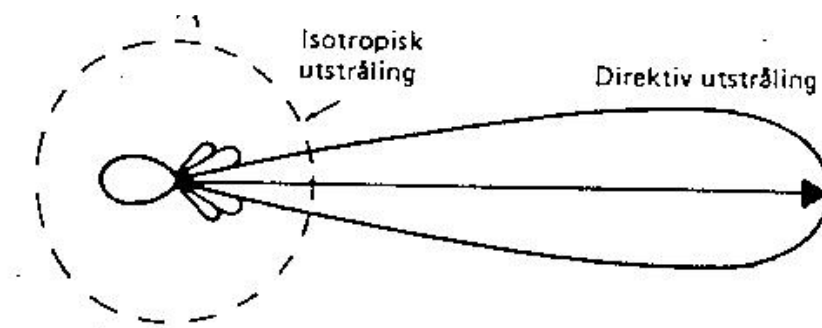
Ei antenne har **resiproke eigenskapar**. Det vil seia at ho har mange like eigenskapar som mottaksantenne og som sendeantenne. Det gjeld:

- Polarisasjon
- Strålingsdiagram og strålebreidde.
- Forsterkning og direktivitet
- Virkningsgrad
- Frekvensområde

Polarisasjonen er horisontal dersom E-vektoren er horisontal, og vertikal dersom E-vektoren er vertikal.

Strålingsdiagrammet for ei antenne viser korleis strålingsintensiteten I (eventuelt effektiv feltstyrke E_{eff}) fordeler seg i ulike retningar rundt antenne. Vi må ha eitt horisontaldiagram og eitt vertikaldiagram for å få eit bilete av strålingsfordelinga.

Direktivt strålingsdiagram.



Strålingsintensitet er definert som effekt/flate som effekten fordeler seg på. Eining W/m^2 .

Direktivitet. Ei antenne sender ut effekt P . Dersom antenne sender ut samme effekt i alle retningar, er antenne **isotropisk**. Effekten fordeler seg på ei kuleflate. I ein avstand r frå antenne er strålingsintensiteten

$$I_{iso} = \frac{P}{4\pi r^2} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

I realiteten vil ingen antenne vera isotropisk. Effekten er meir eller mindre konsentrert i bestemte retningar. Forsterkinga G til ei antenne er eit mål på evna antenne har til å konsentrere strålinga i ein bestemt retning:

$$G = \frac{I_D}{I_{iso}}$$

Her er I_{iso} gjennomsnittintensitet for alle retningar og I_D maksimal intensitet i direktiv stråle. Forsterkinga blir ofte gitt i logaritmisk skala (dB – skala), og blir då kalla direktivitet D .

$$D = 10 \log G = 10 \log \frac{I_D}{I_{iso}}$$

Effekten fordeler seg i alle tilfelle over ei flate som aukar som r^2 , og intensiteten avtar dermed som $1/r^2$ der r er avstand frå antenne.

Eksempel 6:

Ei radarantenne har utstrålt effekt 100 W og direktivitet 30 dB. Finn intensiteten midt i hovedloben i avstand 1000 m frå antenna!

Løysing:

Med isotrop stråling, ville intensiteten i avstand 1000 m vera:

$$I_{iso} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100 \text{ W}}{4\pi \cdot (1000 \text{ m})^2} = 7,96 \mu\text{W/m}^2$$

Direktivitet $D=30$ db er lik forsterking $G=10^{\frac{30}{10}} = 1000$:

Intensiteten blir: $I_D = G \cdot I_{iso} = 1000 \cdot 7,96 \mu\text{W/m}^2 = \underline{\underline{7,96 \text{ mW/m}^2}}$

4.2.2 dB-skala.

Samanhengen mellom effekt P i dB og i linær skala er

$$P_{dB} = 10 \cdot \log \frac{P}{P_0} \text{ der } P_0 \text{ er ein referanseeffekt}$$

$$P = P_0 \cdot 10^{\frac{P_{dB}}{10}}$$

Ein faktor 10 i effekt gir 10dB, ein faktor 100 gir 20dB. Ei halvering av effekt gir -3dB ($\log(1/2)=-0,301$). Feltstyrken E er då redusert til

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \text{ av referansefeltstyrke } E_0$$

dB-skala for intensitet I er som for effekt P :

$$I_{dB} = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \text{ der } I_0 \text{ er ein referanseintensitet}$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{I_{dB}}{10}}$$

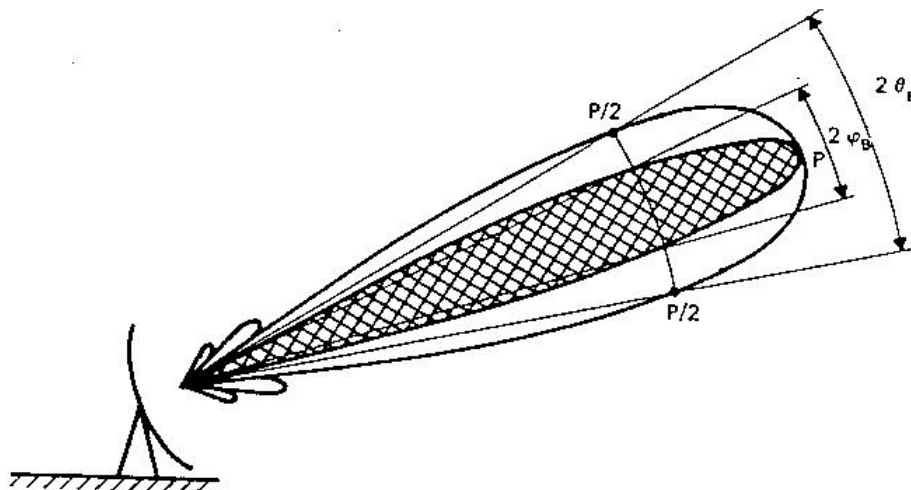
Eksempel 7:

Intensiteten rett fram i hovedloben til ei radarstråle er 100 W/m^2 . Første sidelobe har intensitet som er -16dB i høve til hovedloben. Finn intensiteten i W/m^2 i sideloben!

Løysing:

Intensitet i sideloben er : $I = 100 \text{ W/m}^2 \cdot 10^{\frac{-16}{10}} = 100 \text{ W/m}^2 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ W/m}^2$

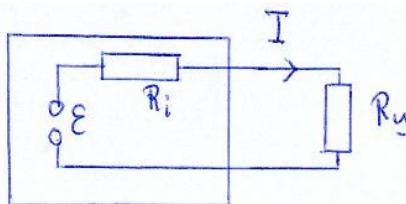
Strålebreidde (halveffekt-vinkel) for ei direktiv antenne er vinkelen mellom -3dB punkta på kvar si side av retningen for maksimumseffekt. Vi måler **horizontal** og **vertikal** strålebreidde.



Virkningsgraden til ei antenne er $\eta = \frac{\text{Utstrålt effekt frå antenne}}{\text{Tilført effekt til antenne frå sender}}$

Strålingsmotstanden til ei sendeantenne er ein tenkt motstand R_s som brukar samme effekt og reflekterer like mykje signal tilbake til sender som den verkelege antenna.

4.2.3 Impedanstilpasning.

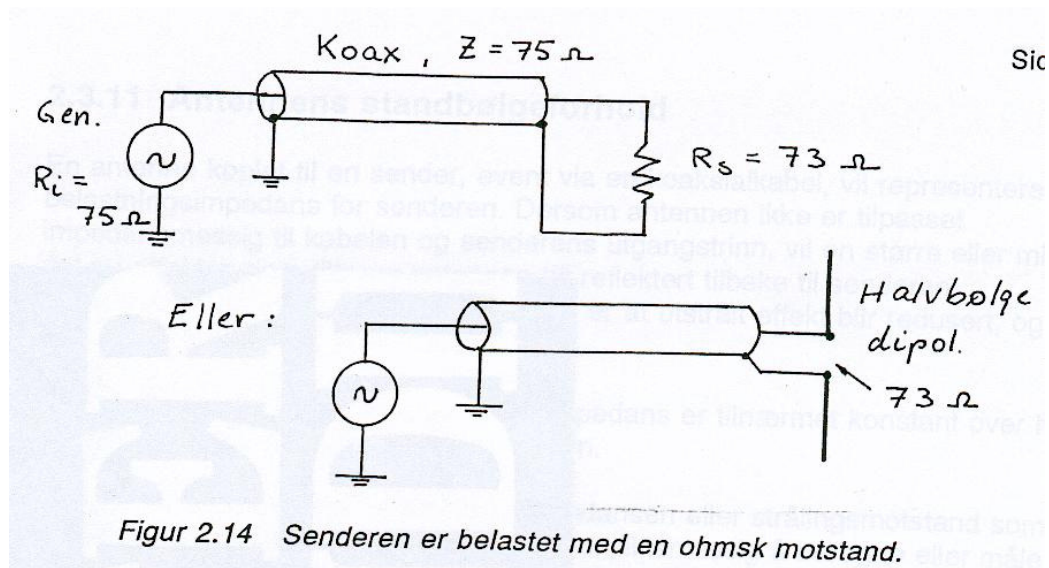


Ei spenningskjelde (for eksempel signalgenerator, radiosender, stereoforsterkar) har indre resistans (utgangsimpedans) R_i og "ems" ϵ . Vi koplar til ytre utstyr (for eksempel ei antenne, høgtalarar) med samla ytre resistans (inngangsimpedans) R_y . Dersom vi vil ha maksimal effekt overført til det ytre utstyret, må vi ha $R_y = R_i$:

$$I = \frac{\epsilon}{R_i + R_y} \quad P = R_y I^2 = \frac{R_y \epsilon^2}{(R_i + R_y)^2} \quad \frac{dP}{dR_y} = 0 \text{ når } R_y = R_i \text{ (bevis det!)}$$

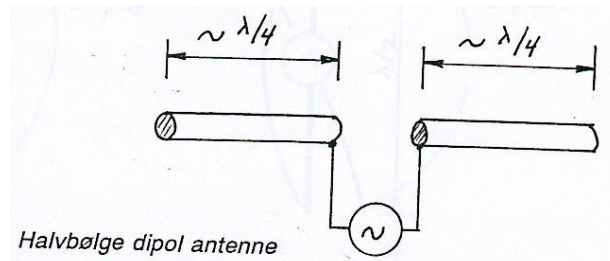
Er $R_y < R_i$ risikerer vi å overbelaste spenningskjelda, og i alle tilfelle å få forvrengte signal. Dersom $R_y \gg R_i$, har vi liten utnytting av effekten i anlegget, og vi kan få forvrengte signal.

Impedanstilpasning mellom radiosender og antenne, vil sei at sender sin indre resistans (utgangsimpedans), kabelen sin impedans og antenne sin impedans har tilnærma lik verdi for maksimal energioverføring:

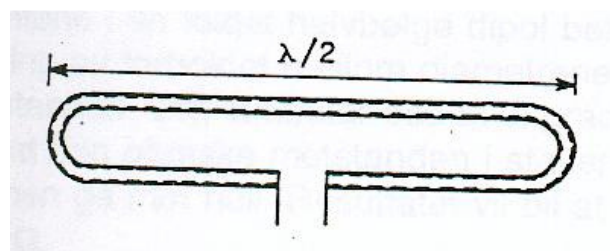


Dersom det er ulik impedans, vil deler av signalet bli reflektert.

Frekvensområde for ei antenne er det området der antenne fungerer godt. Skal antenne virke godt, må vi få til ståande bølge i antenne. Ei breibandsantenne vil fungere godt innafor eit stort frekvensområde, medan ei smalbands-antenne berre fungerer godt i eit lite frekvensområde. **Bandbreidde** er ofte oppgitt som frekvensintervallet som gir minst halvparten av maksimal effekt (-3dB), dvs. ein feltstyrke på minst 70 % av maksimalverdi.

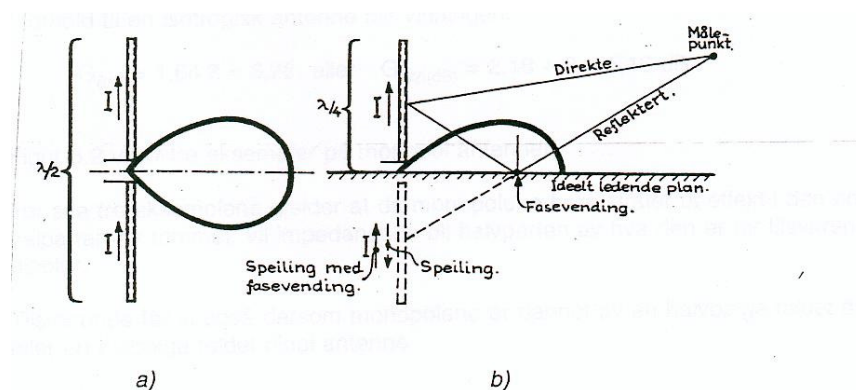


Halvbølge dipolantenne har lengde lik halve bølglengda til den elektromagnetiske bølga som går i antenne under sending/mottaking. Det oppstår ei ståande bølge i antenne slik at spenninga U har buk i endepunkta og knute i mate-punktet (der sendaren er tilkoplta). Ved rett frekvens, har ei halvbølge dipolantenne impedans 73Ω . For frekvens $f=90 \text{ MHz}$ (FM) er bølglengde i antenne $\lambda=c/f=3,3 \text{ m}$, og ei halvbølge dipolantenne bør vera ca. $1,65 \text{ m}$ lang.



Folda halvbølge dipolantenne er vanleg som FM- og TV antenne, og der ofte som det aktive elementet i ei direktiv antenne med fleire *direktorar* og eventuelt ein **reflektor**. Folda dipol har større strålingsmotstand ($150\text{-}700 \Omega$) enn enkel dipol, og er eit alternativ dersom kabel eller sendar/mottakar har større impedans enn 73Ω . Denne antenne har knute for spenninga i endepunkta og buk i matepunktet. I matepunktet er difor impedansen $Z=U/I$ større for denne.

Kvartbølge monopolantenne blir plassert over eit elektrisk leiande plan (jordplan), for eksempel på taket på ein bil eller over metalldekket på ein båt. Er du ute i skogen, legg du ut ledningar som jordplan. Elektromagnetiske bølger blir reflektert i planet, og saman med spegelbiletet av antenne, har vi ei antenne som oppfører seg som ei halvbølge dipolantenne.



Figur 5.1 Sammenlikning av en halvbølge dipol og en kvartbølge monopol antenne.

4.3 Strålingsdosar.

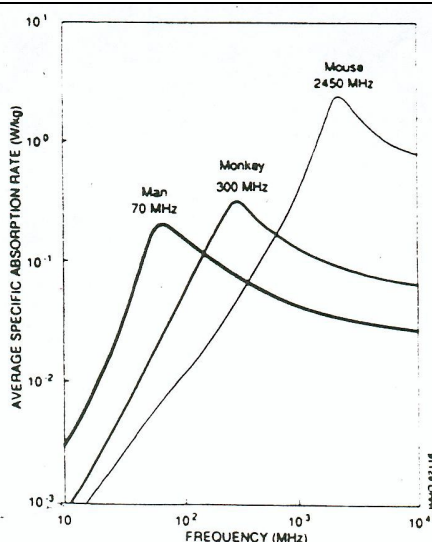
Helsefaren ved elektromagnetisk stråling er ikkje fullgodt kartlagt. Men ein effekt er vellkjend og lett å rekne på: oppvarming pga. det elektriske feltet. Effekt absorbert pr. kg kroppsvekt, Spesifikk AbsorbsjonsRate, SAR, er gitt ved likninga:

$$SAR = \frac{\sigma E_i^2}{\rho} \left[\frac{W}{kg} \right]$$

der E_i = elektrisk feltstyrke inne i kroppsvevet [V/m], σ = ledningsevne i vevet [$1/\Omega m$] og ρ = tettheten til kroppsvevet [kg/m^3].

E_i , og dermed SAR, er avhengig av strålingsintensitet kroppen blir eksponert for, men også av størrelsen på kroppen eller kroppsdelene i høve til bølgjelengde for strålinga. Når kroppen verkar som ei antenne (halvbølgje dipol), får vi resonans og ein topp for SAR-verdien: For menneske ved $f=70$ MHz, apekatt ved $f=300$ MHz og mus ved $f=2450$ MHz. Kroppsdelar som hovud, auge osv. har også sine resonans-frekvensar.

Figur viser middels SAR-verdi for 3 arter som er utsett for e.m. stråling med intensitet $I = 10 \text{ W/m}^2 = 1 \text{ mW/cm}^2$ med E-felt parallelt med lengderetningen til kroppen. Kurvene er empiriske (funne ved dyreeksperiment). Oppvarminga av kroppen er målt for ulike frekvensar, og SAR-verdien er rekna ut i kvart tilfelle. Når vi skal finne SAR-verdiar, brukar vi ikkje formelen ovanfor, men les av verdiar frå SAR-kurvane



Temperaturauken i kroppsvevet ΔT er også avhengig av eksponeringstid t og den spesifikke varmekapasiteten til kroppsvevet c (ca. 2000 J/kgK) :

$$\Delta T = \frac{SAR \cdot t}{c} [K]$$

Friske personar kan tolerere temperaturauke på 1K for heile kroppen (om lag som lett feber). Det tilsvarar SAR-verdi på 1-4 W/kg. Dyreforsøk viser at ved SAR-verdi på 4W/kg startar adferdsendingar.

Grenseverdiar.

Grunnleggjande for eksponeringsnorm er at SAR-verdi på 4W/kg kan føre til biologiske skader.

Sikkerhetsfaktor 10 for yrkeseksponerte -> grense SAR-verdi = 0,4 W/kg.
Ekstra faktor 5 for befolkning generelt -> grense SAR-verdi = 0,08 W/kg
Alle verdian gjeld midla over ein vilkårleg 6 minutt periode.

Eksempel 9:

Eit barn blir utsett for radiostråling med frekvens 100 MHz med intensitet 20 W/m^2 i 10 minutt.

Finn SAR-verdien og temperaturauken i kroppen dersom det ikkje er varmetap (avkjøling)!

Løysing:

Etter kroppsstørrelse brukar vi kurva for apekatt og les av SAR-verdi på $0,10 \text{ W/kg}$ ved intensitet 10 W/m^2 . Her er intensiteten 20 W/m^2 , og SAR-verdien blir då $0,20 \text{ W/kg}$ som er over grenseverdien for befolkning generelt.

$$\text{Temperaturauke: } \Delta T = \frac{SAR \cdot t}{c} = \frac{0,20 \text{ W/kg} \cdot 600 \text{ s}}{2000 \text{ J/kg/K}} = \underline{\underline{0,06 \text{ K}}}$$

Dette er sansynlegvis ingen faretruande temperaturauke, men ...

4.4 Generering av radarbølger.

Radarbølger er mikrobølger i frekvensområde 1-40 GHz. Til å generere elektromagnetiske svingingar i dette frekvensområdet kan det nyttast spesielle diode- eller transistorkretsar (avalanchediode, Gunndiode, frekvensmultiplikator-diode) eller elektronrøyr av ulike typar (magnetron, klystron, tilbakebølgerøyr).

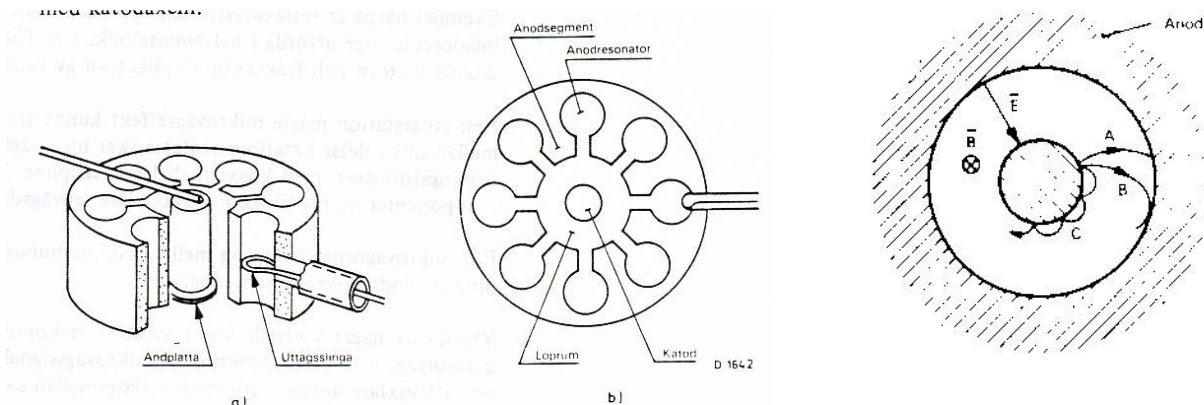


Bild 3: 1. Magnetron
a) Godtyckligt snitt
b) Snitt vinkelrett mot katodaxeln

Magnetronen, som er den vanlegaste sendarrøret for radar, kan levere stor effekt, har høg virkningsgrad (30-50%) og lite volum. Den eignar seg for korte pulsar, men fins også for CW (Continuous Wave). Oppbyggingen til magnetronen er vist på figurar. Katoden i sentrum kan varmast opp med glødetråd, og avgir då elektronar. Elektronane blir akselerert mot anoden av eit elektrisk likespenningsfelt. Anodeblokka er gjerne av kopar, og har eit jamnt antal (her 8) resonatorholrom. I rommet mellom katode og anode er det tilnærma vakum. Ein permanent magnet lagar eit magnetfelt vinkelrett på det elektriske feltet. Under påverknad av det elektriske og magnetiske feltet vil elektronane ut frå katoden kunne få ulike banar.

Elektrisk kraft: $\vec{F}_e = q\vec{E}$ Magnetisk kraft $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$

Den magnetiske krafta kan berre endre fartsretning til elektronane, det elektriske feltet kan endre både fart og retning for elektronet. I tillegg til desse konstante felta, vil det bli induisert varierende elektriske og magnetiske felt.

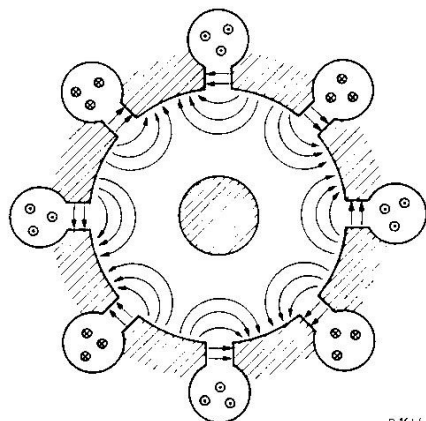


Bild 3: 3. Elektriska och magnetiska fältbilder i en 8-resonators magnetron

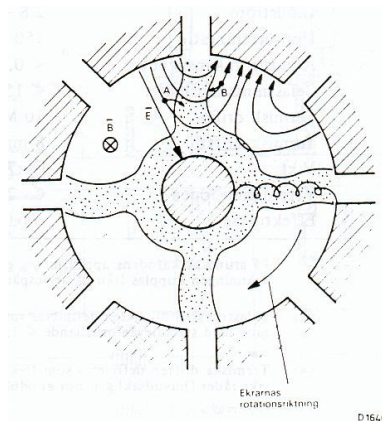


Bild 3: 5. Elektronkoncentrationer vid B

Under påverknad av alle desse felte, vil elektronane få ulike banar på veg frå katoden mot anoden:

- Ein del elektronar slår tilbake til katoden, (og har tilnærma null fart når dei kjem tilbake -- - bevaring av energi)
- Dei fleste elektronane bunkar seg saman som eiker i eit hjul. Med 8 resonatorholrom får vi 4 eiker.
- Etter maksimalt eit par omløp vil dei fleste elektronane ende opp på anoden. Som ein tilnærma verdi på omløpsfrekvensen, kan vi bruke syklotronfrekvensen (dette er ei svært grov tilnærming, då den elektriske krafta er av samme størrelsesorden som den magnetiske):

$$\text{Sentripetalkraft } qvB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \text{Vinkelfart } \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \Rightarrow \text{Omløpsfrekvens } f = \frac{qB}{2\pi m}$$

Her er q =elementærladningen, B =magnetisk flukstetthet og m =elektronmassen. Vi ser at syklotronfrekvensen tilsynelatande er uavhengig av farten til elektronane, men skal elektronane koma rundt katoden, må dei ha ein fart $v = \omega r = 2\pi f r$.

Når eikene i "elektronhjulet" passerer eit anodesegment tiltrekkjer det seg positiv ladning. Nabosegmenta får negativ ladning, og vi får eit varierende elektrisk felt mellom segmenta. Opningen mellom segmenta oppfører seg som ein kondensator med kapasitans C . Det må samtidig gå ein strøm rundt resonatorholromma frå segment til segment. Denne strømmen fører til eit varierende magnetfelt inne i holromma. Holromma oppfører seg som ein spole

med induktans L . Vi har ein svingekrets med resonansfrekvens $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Med 4 eiker

på "elektronhjulet" må magnetfeltet justerast slik at resonansfrekvensen bli 4 ganger syklotronfrekvensen. Magnetronen opererer då i π -mode, der feltet i kvart holrom er faseforskyvd 180° i høve til naboholromma. Andre modi kan oppstå, men dei prøver vi å undertrykke for eksempel ved å kople saman annankvart anodesegment slik at dei svingar i samme fase.

For å tappe ut bølger frå magnetronen, legg vi ei lita strømsløyfe inn i eit holrom. Det blir indusert ei spenning i denne, og ved tikopling til ei transmisjonslinje (kabel eller bølgeleder), kan vi få transportert svinginga til ei antenne.

Eksempel 10:

- Finne syklotronfrekvensen når magnetfeltet $B = 0,025$ T.
- Finne radarfrekvensen dersom det er 8 hulrom.
- Finne farten elektronet må ha dersom baneradius skal vera 2,0 cm.
- Finne elektrisk spenning som skal til for å gi denne farten.

Løysing:

$$\text{a) Syklotronfrekvens: } f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,025 \text{ T}}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \underline{\underline{700 \text{ MHz}}}$$

$$\text{b) Med 8 holrom er radarfrekvens: } f_r = 4 \cdot f = \underline{\underline{2,8 \text{ GHz}}}$$

Reknar ikkje relativistisk (litt grov tilnærming når farten nærmar seg c):

$$\text{c) Elektronfart med radius 2 cm: } v = 2\pi r f = 2\pi \cdot 0,020 \text{ m} \cdot 700 \text{ MHz} = \underline{\underline{8,8 \cdot 10^7 \text{ m/s}}}$$

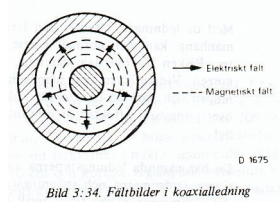
$$\text{d) Energi } eU = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow$$

$$\text{Spenning } U = \frac{mv^2}{2e} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (8,8 \cdot 10^7 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = \underline{\underline{22 \text{ kV}}}$$

4.5 Bølgjeleder

Koaksialkabel fungerer bra som transmisjonslinje opp til om lag $f=1$ GHz. Ved høgare frekvensar vil svekkinga av signalet (attenuation) vera for stor. Typiske verdiar er 0,23 dB/m ved 500 MHz og 0,6 dB/m ved 3 GHz.

Ved høge frekvensar er det vanleg å nytte **bølgjeleder**. Typiske verdiar for svekking er 0,04 dB/m ved 3 GHz og 0,2 dB/m ved 10 GHz.



Eksempel 11:

Kor lang koaksialkabel vil halvere intensiteten i eit 3 GHz radarsignal?

Løysing:

0,6 dB demping pr. m. Halvering er 3 dB demping:

$$\text{Lengde } L = \frac{3 \text{ dB}}{0,6 \text{ dB/m}} = \underline{\underline{5 \text{ m}}}$$

Bølgjeleder.

Ein bølgjeleder er eit rektangulært metallrør, gjerne av messing. Inne i bølgjelederen er den elektriske feltvektoren vinkelrett på langsida i rektangelet.

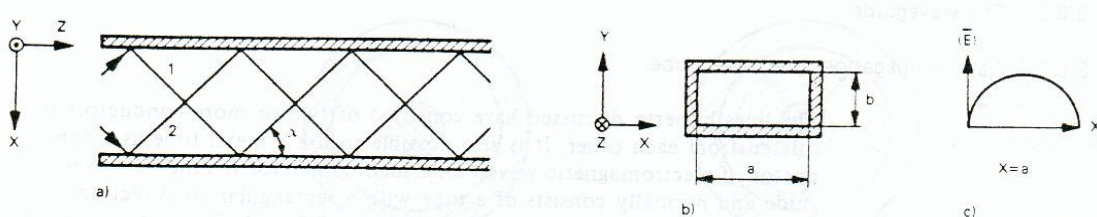


Fig 3:36. Waveguide
a) Longitudinal section
b) Cross-section
c) Field strength of the transverse component

Bølgja dannar ei ståande bølgje vinkelrett på utbreiingsretningen, samtidig som vi får transportert energi i utbreiingsretningen. Dette kan oppfattast som interferens mellom to bølgjer som går i sikk-sakk gjennom bølgjelederen med gjentatte refleksjonar med kortveggane. Det elektriske feltet har knutepunkt i refleksjonspunktet (E-feltet lagar strøm i veggane, og spenning $U=RI=0$ fordi R er tilnærma lik 0), og i TE₁₀-mode har den ståande bølgja ein buk mellom refleksjonspunkta. Samanhengen mellom refleksjonsvinkel α og avstanden a mellom kortveggane er

$\sin \alpha = \frac{\lambda}{2a}$. Her må $a > \lambda/2$. Dersom $a > \lambda$, kan vi få ståande bølgjer med fleire enn ein buk,

TE₂₀-mode, TE₃₀-mode osv. Dette er vanlegvis ikkje ønskjeleg, så optimal verdi er $a = ca. 0,7\lambda$ og $b = 0,5a$.

Eksempel 12:

a) Kva er optimale dimensjonar for bølgjeleder til 10 GHz radar? B) Kva vinkel går dei elektromagnetiske bølgjene med inne i bølgjelederen?

$$\text{Bølgjelengde } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 3,0 \text{ cm}$$

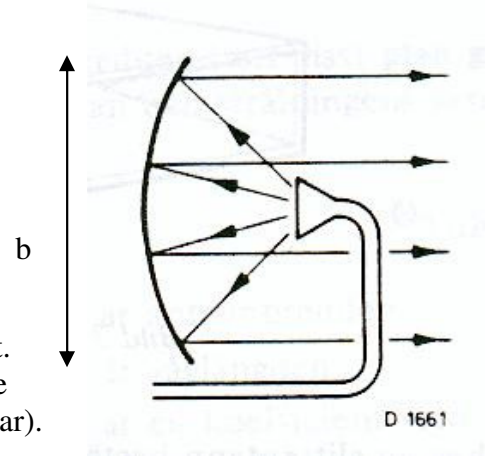
Løysing:

$$a = 0,7\lambda = 0,7 \cdot 3,0 \text{ cm} = \underline{\underline{2,1 \text{ cm}}} \quad b = a/2 = \underline{\underline{1,05 \text{ cm}}} \quad \sin \alpha = \frac{\lambda}{2a} = \frac{3,0 \text{ cm}}{4,2 \text{ cm}} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 51^\circ}}$$

4.6 Radarantenner

4.6.1 Belysningsfunksjon

Ein **parabolsk reflektor** får vanlegvis signal ("belysning") frå ei hornantenne plassert i brennplanet til reflektoren. Radarstrålene vil då etter refleksjon gå ut tilnærma parallelt. Men pga diffraksjon vil det alltid vera ei viss spreining. Eit tilsvarende fenomen har vi med laserlys gjennom ei spalt. Når vi reduserer spalteopninga, bøyer lyset meir av til sidene og utanfor 1. minimum får vi eit interferensmønster (sidelobar).



Dersom vi måler strålebreidda for hovedloben til ei radarantenne i grader er $\theta_{3dB} = k \frac{\lambda}{b}$

der b = antennebreidde og k ein konstant på 50-80° som er avhengig av antennedesign. Konstanten k er mellom anna avhengig av **belysningsfunksjonen** som er lik intensitetsfordelinga inn på reflektoren. Ein konstant belysningsfunksjon gir liten k , men kraftige sidelobar. Ein \cos^2 -funksjon gir svake sidelobar, men stor k .

Eksempel 13:

Ei antenne har \cos^2 -belysningsfunksjon, dvs stråler lite frå kantane. Konstante k er 80°. Finn strålebreidde til 10 GHz radarstråler når antenna er 1,0 m breid.

Løysing:

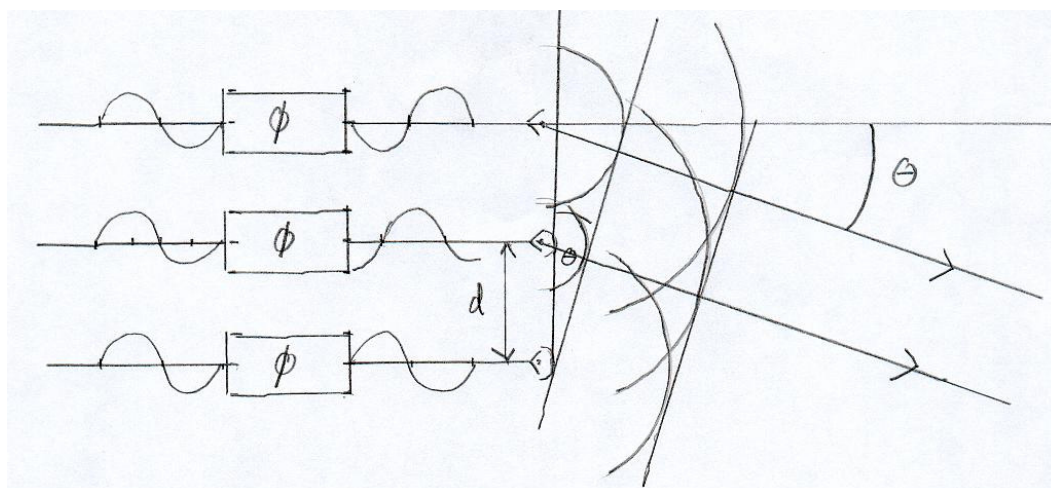
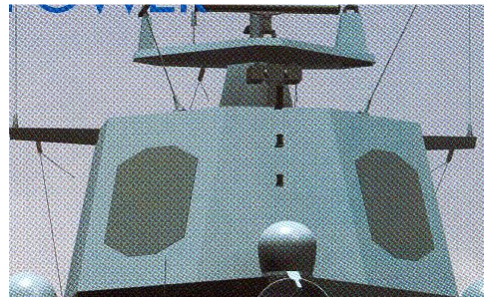
$$\text{Bølgjelengde: } \lambda = \frac{c}{f} = 3,0 \text{ cm. Strålebreidde: } \theta_{3dB} = k \frac{\lambda}{b} = 80^\circ \frac{0,030 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = \underline{\underline{2,4^\circ}}$$

4.6.2 Phased Array Radar

På Fridtjof Nansen-klassen kjem det ein type radar utan bevegelege deler. Ei matrise med horn-antenner styrer radarstrålen ved at kvar antenne får eit bestemt faseskift i høve til naboantennene. Interferens mellom bølgiene frå kvar antenne gir maksimal stråleintensitet i bestemte retningar gitt ved interferensformelen:

$$d \sin \theta = (n + \frac{\phi}{2\pi}) \lambda$$

$$\text{For } n = 0 \text{ er } d \sin \theta = \frac{\phi}{2\pi} \lambda$$



Vinkelen θ er her retningen som radarstrålen går. $\theta = 0^\circ$ er rett fram vinkelrett på panelet.

ϕ er faseskiftet mellom naboantennene. For $n=0$ får vi 0. ordens stråle som gir hovedloben vi er interessert i å bruke. $n=-2, -1, 1, 2$ osv. gir "grating-lobes" som vi helst vil unngå. Dei bør helst peike i retningar som ikkje antenna "ser", elles kan refleksar frå desse strålene bli tolka som refleksar frå hovedloben. I tillegg har kvar lobe sidelobar som for alle andre antenner. Både strålebreidde og intensiteten til sidelobane er også her avhengig av

belysningsfunksjonen. Ved å redusere strålingintensiteten til dei yste antenneelementa, kan vi dempe sidelobane, men får større strålebreidde. Ved å bruke større eller mindre deler av

antennematrissa, kan vi variere konstanten b i formelen $\theta_{3dB} = k \frac{\lambda}{b}$ og dermed variere strålebreidde og høgd. Faseskiftet og intensiteten for kvart antenneelement blir styrt av ein datamaskin. Når antennene står i ei rektangulær matrise, kan radarstråla styrast både horisontalt og vertikalt, og strålebreidde og sidelobar kan justerast både horisontalt og vertikalt. Strålebreidda kan også justerast ved å introdusere "støy" i faseskifta (figur neste side).

Datamaskinen kan flytte strålen "momentant" frå ein posisjon til ein annan, og samme radar kan engasjere 100-vis av mål "samtidig".

Eksempel 14:

Avstanden mellom antenne-elementa i ein 3 GHz (10 cm) phased array radar er 8,0 cm. Finn vinkelen som hovedloben peikar når faseskiftet mellom antenneelementa er 120° . Kva retning peikar då "grating-lobes"?

Løysing:

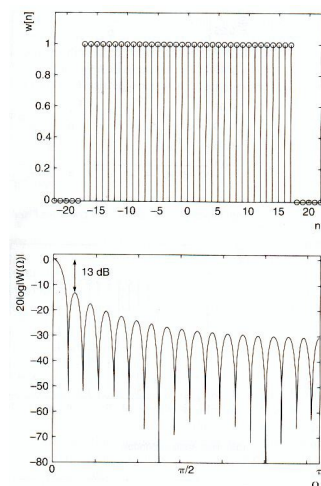
$$d \sin \theta = \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) \lambda \Rightarrow \sin \theta = \frac{120^\circ}{360^\circ} \frac{10 \text{ cm}}{8,0 \text{ cm}} \Rightarrow \theta = \underline{\underline{24,6^\circ}}$$

"Grating-lobe" med $n=-1$:

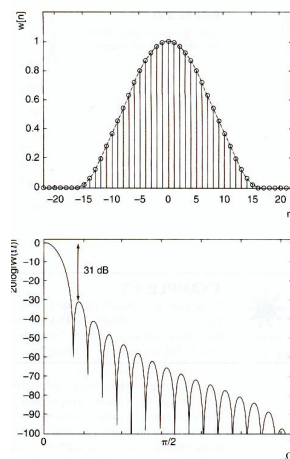
$$\sin \theta = \left(-1 + \frac{120^\circ}{360^\circ}\right) \frac{10 \text{ cm}}{8,0 \text{ cm}} \Rightarrow \theta = \underline{\underline{-56,4^\circ}}$$

Denne "grating-loben" ville nok vera eit problem, i alle tilfelle om vi auka faseskiftet.

Når 4 phased array radarar skal dekke 360° , må kvar dekke vel 45° til kvar side utan at "grating-lobes" kjem under ca. 70° . Ved større vinklar enn ca. 70° har antenneelementa heldigvis så dårleg impedanstilpassning til fritt rom (pga naboelementa) at lite energi kjem ut.



Ved å variere intensiteten frå dei ulike antenneelementa, kan strålebreidde og sidelobe-intensiteten styrast. Rektangulær belysnings-funksjon gir alltid -13dB intensitet på første sidelobe og den minste strålebreidde som råd er.

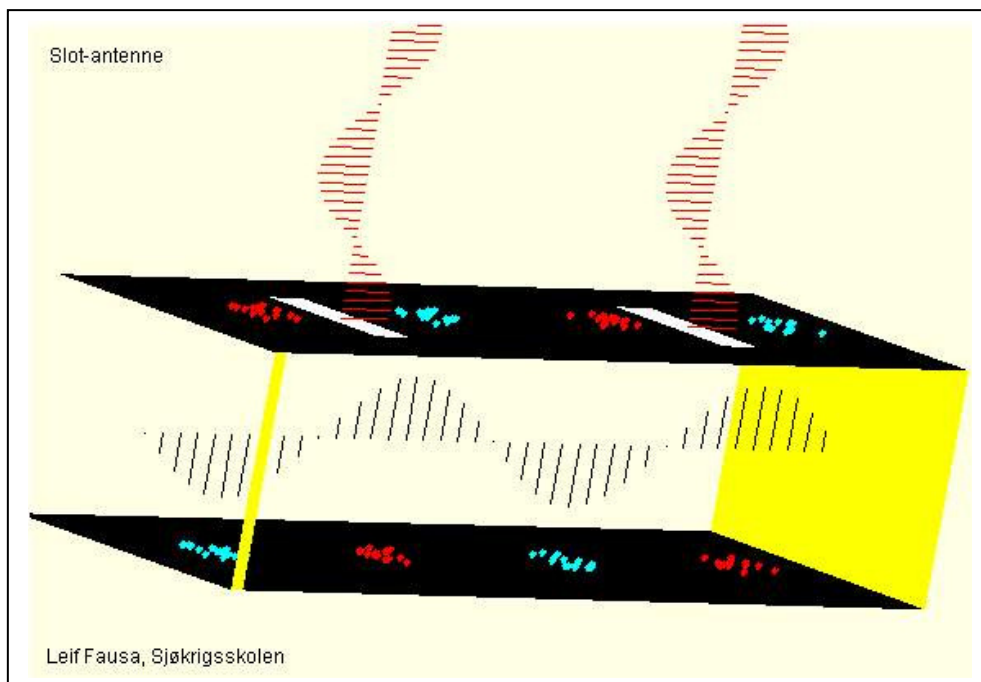


Cos^2 – belysnings-funksjon gir -31 dB på første sidelobe, men større strålebreidde. Vinkelen i desse diagramma er ikkje i rett skala.

4.6.3 "Slotted Array" antenne.



Den vlegaste type antenne for navigasjonsradar er "slotted array". Antenna er ein bølgeleder der radarsignalet som skal sendast kjem inn midt på (matepunktet). Radarsignalet blir reflektert i endepunkta, og det dannar seg ei ståande bølge med knutar og bukar inne i bølgelederen. Bølgelederen har spalteforma opningar ("slots") :



Kvar spalteopning verkar som ei elektrisk dipolantenne som sender ut e.m.-bølger som er i fase. Bølgjene interfererer og gir maksimal intensitet i stråleretning gitt ved:

$$d \sin \theta = n\lambda \quad \text{og minimal intensitet ved} \quad d \sin \theta = (n + \frac{1}{2})\lambda. \quad \lambda \text{ er bølglengde i fritt rom.}$$

Det er ønskeleg med maksimum berre rett fram, dvs. ved 0° ($n=0$) og første minimum ved 90°

($n=0$) Dermed bør avstanden mellom spaltene vera $\frac{1}{2} \lambda$.

Eksempel:

Korleis skal vi konstruere ei "slotted array" antenne som skal vera 2,0 m lang og brukast til 3 GHz radar.

Løysing:

$$\text{Bølglengde i fritt rom: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 0,10 \text{ m. Avstand mellom spalter } \frac{1}{2} \lambda = 5 \text{ cm}$$

40 spalter. Med lik intensitet frå alle spalter (rektangulær belysningsfunksjon), blir strålebreidde:

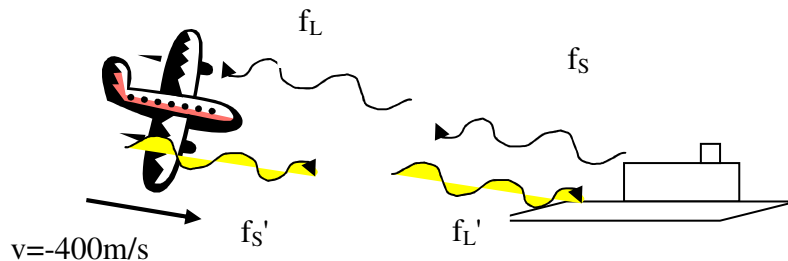
$$\theta_{3\text{dB}} = k \frac{\lambda}{b} = 50^\circ \frac{0,010 \text{ m}}{2,0 \text{ m}} = \underline{\underline{0,25^\circ}}$$

4.6.4 Dopplerradar

Når eit objekt **S** sender ut bølger med frekvens f_S , vil ein "Lytter" **L** som observerer bølgjene, registrere høgare frekvens enn den utsende f_S dersom L og S går mot kvarandre og lavare frekvens enn f_S dersom L og S går frå kvarandre. For elektromagnetiske bølger er det berre den relative farten v som bestemmer denne frekvensforskyvningen. For mekaniske bølger (for eksempel lyd) er det også avgjerande om det er L eller S eller begge som flyttar seg.

For elektromagnetiske bølger er frekvensen som L observerer $f_L = \left(\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\right) f_S$

Her er c =lysfarten og v =relativ fart mellom S og L. For teiknskonvensjon for v : Positiv v når L og S går frå kvarandre, negativ v når L og S går mot kvarandre.



Eksempel 15:

I Seasparrow-rakettsystemet er det ein dopplerradar. Lat oss seie at den sender med frekvens $f_S=10\text{GHz}$. Eit jagarfly med fart 400 m/s kjem rett mot radaren. Relativ fart $v=-400\text{m/s}$. Jagarflyet sin radarvarslar registrerer då ein lytte-frekvens

$$f_L = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} - (-400 \text{ m/s})}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} + (-400 \text{ m/s})}} \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 10,000,013,333 \text{ Hz}$$

Dette er eit doppler-skift $\Delta f=13\ 333 \text{ Hz}$.

Jagarflyet reflekterer radarbølgja, og verkar no som ein sendar med frekvens $f_S=10,000,013,330\text{Hz}$. Radaren mottar den reflekterte bølgja og registrerer ein lyttefrekvens

$$f_L' = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} - (-400 \text{ m/s})}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} + (-400 \text{ m/s})}} \cdot 10,000,013,333 \text{ Hz} = 10,000,026,666 \text{ Hz}$$

Det totale dopplerskiftet er altså $\Delta f=26\ 666\text{Hz}$.

Dette kunne vi tatt direkte ved å bruke dopplerformelen 2 ganger:

$$f_L' = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} f_S = \frac{c-v}{c+v} f_S \text{ som gir}$$

$$\Delta f = f_L' - f_S = \left[\frac{c-v}{c+v} - 1\right] f_S = \frac{c-v-(c+v)}{c+v} f_S = \frac{-2v}{c+v} f_S \approx \frac{-2v}{c} f_S \text{ når } |v| \ll c$$

Beat-frekvens og svæving.

Når vi legg saman to sinus-funksjonar med frekvens f_1 og f_2 , får vi ein ny sinusfunksjon med frekvens $(f_1 + f_2)/2$, der amplituden varierer med **beat-frekvens** $|f_1 - f_2|$.

Amplitudevariasjonane gir effektvariasjonar som det er relativt lett å registrere. For lydbølger høyrer vi denne svævinga når lyden frå to kjelder med nærliggjande frekvens blir blanda.

I doppler-radaren blir utsendt signal og reflektert signal blanda, og det produserer svæving med beat-frekvens Δf . Ut frå beatfrekvensen kan vi så finne farten til objektet som radaren

følgjer (eigentleg berre den komponenten av farten som er mot/frå sendar). Ein beatfrekvens

på 26666Hz gir fart:
$$v = \frac{\Delta f}{2f_s} c = \frac{26666 \text{ Hz}}{2 \cdot 10 \cdot 10^9 \text{ Hz}} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 400 \text{ m/s}$$

Øvingsoppgåve:

Bruk simuleringa. <http://www.surendranath.org/Applets/Waves/Beats/BeatsApplet.html>

Finn "beat"-frekvensen for ulike sett av frekvensar:

- a) 14 og 16 Hz b) 15 og 16 Hz c) 16 og 16 Hz d) 17 og 16 Hz

4.7 Oppgåver elektromagnetiske bølger og antenner

1. I nærfeltet til ei antenne har i eit øyeblikk E-feltet verdi 50 V/m med retning nedover og B-feltet verdi 0.12 μT og retning mot nord. Finn Poyntings vektor i dette øyeblikket (retning og størrelse)
2. Finn maksimal og gjennomsnittleg intensitet i W/m^2 for ei plan elektromagnetisk bølge med E-felt med maksimalverdi 10 V/m. Finn maksimalverdien til B-feltet.
3. Ein mobiltelefon med utstrålt effekt $P=1,0 \text{ W}$ stråler isotropt (dvs. likt i alle retningar - det er lite sannsynleg, men brukt som forenkling her). Finn strålingsintensiteten sin middelværdi 10 cm frå antenna og 40 cm frå antenna. Finn effektivverdien til E-feltet i begge desse avstandane. Finn maksimal strålingsintensitet i avstand 10 cm og 40 cm dersom antenna har ein direktivitet på 6dB.
4. Ein kortbølgesendar har frekvens 7,7 MHz. Finn bølgjelengde for radiobølgjene i luft. Finn optimale antennedimensjonar for halvbjølge dipol, halvbjølge folda dipol og kvartbjølge monopol.
5. Ein radar har maksimaleffekt 250 kW. I ein avstand på 10 m har hovedloben eit tverrsnitt på $1,0 \text{ m}^2$, og vi antar at 90% av effekten ligg innafor denne. Finn effektivverdien til E-feltet her (gjennomsnittsverdien over heile tverrsnittet).
6. Eit menneske og ei mus blir begge utsett for stråling med effekt 2 W/m^2 frå ein FM-sendar med frekvens 100MHz. Finn bølgjelengde for strålinga. E-felt er parallelt med lengderetningen. Finn SAR-verdiar frå figur! Vi kan anta at spesifikk varmekapasitet for kroppsvevet er 2 kJ/kgK . Finn middels temperaturauke i løpet av 6 minutt!
7. I ein magnetron er det permanente magnetfeltet $B=0,080 \text{ T}$. Finn syklotronfrekvensen. Det er 8 resonatorholrom. Kapasitans og induktans for holromma er justert for π -mode ressonans. Finn frekvensen som magnetronen gir. Kapasitansen til anodesegmenta er $C=1\text{pF}$. Finn induktansen til holromma.
8. Eit signal med frekvens 3 GHz og effekt 100 W blir sendt inn i ein 10 m lang koaksialkabel med svekking 0,6 dB/m. Kor stor effekt kan vi ta ut i andre enden? Kor stor effekt ville vi fått ut om vi sende signalet med bølgeleder med svekking 0,2dB/m?
9. Ein radarreflektor har høgde 10cm og breidde 120 cm. Reflektoren blir belyst med ei \cos^2 -fordeling som gir k-verdi på 80° . Frekvensen er 10 GHz. Finn horisontal og vertikal strålebreidde.
10. I ein "Phased Array Radar" med frekvens 10 GHz er det 10,0 cm mellom antennene og fasskiftet mellom naboantennar er 5° . Finn vinkelen for 0.-orden og 1. orden stråle.
11. Stjernene i ei gallakse fjernar seg frå oss med fart 30% av lysfarten. Den gule Na-lina i lysspektret frå stjernene blir sendt ut med bølgjelengde 589 nm. Finn frekvens og bølgjelengde for dette lyset når det blir mottatt av oss.
12. Ein radiosender i eit fly som går frå med fart 200 m/s bort frå oss, sender med frekvens 90 MHz. Finn frekvensen til det signalet vi mottar. Vi blandar det mottatte signalet med signalet frå ein lokal signalgenerator med frekvens 90 MHz og det oppstår svæving. Finn beat-frekvensen.

13. Vis at formelen for mottatt frekvens kan skrivast $f_L \approx (1 - \frac{v}{c})f_s$ når $|v| \ll c$

Fasit:

Oppg. 1: 6.6 W/m² mot aust

Oppg. 2: $B_m=33\text{nT}$ $I_m=2,65\text{ W/m}^2$ $I_{\text{middel}}=1,32\text{W/m}^2$

Oppg. 3: $I_{10}=8,0\text{W/m}^2$ $I_{40}=0,50\text{W/m}^2$ Direktiv: $I_{10}=32\text{W/m}^2$ $I_{40}=2,0\text{W/m}^2$ $E_{\text{eff}10}=54,8\text{V/m}$
 $E_{\text{eff}40}=13,7\text{V/m}$

Oppg. 4: Halvbølgje dipol og folda dipol lengde 19,5 m, kvartbølgje monopol lengde 9,7m

Oppg. 5: 6,5 kV/m

Oppg. 6: $\lambda=3,0\text{ m}$ Menneske SAR=22mW/kg Mus SAR=2,1 mW/kg

Mann: $\Delta T=4\text{ mK}$. Mus $\Delta T=0,4\text{ mK}$.

Oppg. 7: 2,2 GHz 9,0 GHz 0,32 nH

Oppg. 8: 25 W 63 W

Oppg. 9: Vertikal 24° Horisontal 2,0°

Oppg. 10: 0,24° 17,7°

Oppg. 11: $3,74 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$ 803 nm

Oppg. 12: 89 999 940 Hz 60 Hz

Oppg. 13: Tips: utvid brøken med (c-v) og ignorer v²-leddet i nemnar

4.8 Repetisjonsoppgåver Elektromagnetiske bølger og antenner

Oppg. 1

- a) Teikn enkel skisse av elektrisk og magnetisk felt i nærområdet rundt ei vertikal halvbølge elektrisk dipolantenne ved 3 tidspunkt:
1. Når spenninga i øverste endepunkt har maksimalverdi.
 2. Når spenninga i øverste endepunktet har halvparten av maksimalverdi
 3. Når spenninga i øverste endepunkt er null.
- b) I nærområdet er det strøm og ladningsfordeling i antenna som tilnærma alleine gir magnetisk og elektrisk felt. Kva mekanisme er det som gir elektrisk og magnetisk felt i den elektromagnetiske bølga i fjernområdet.
- c) Den elektromagnetisk bølga i eit punkt i fjernområdet utanfor antenna har elektrisk felt som varierer slik med tid t og avstand x frå antenna:

$$E(t, x) = 10 \frac{V}{m} \sin\left(628 \cdot 10^6 \frac{rad}{s} t - \frac{2\pi}{3} \frac{rad}{m} x\right)$$

Finn:

1. Frekvens og bølgjelengde
2. Maksimalverdi og effektivverdi for elektrisk og magnetisk felt.
3. Maksimalverdi og middelvei for intensitet.

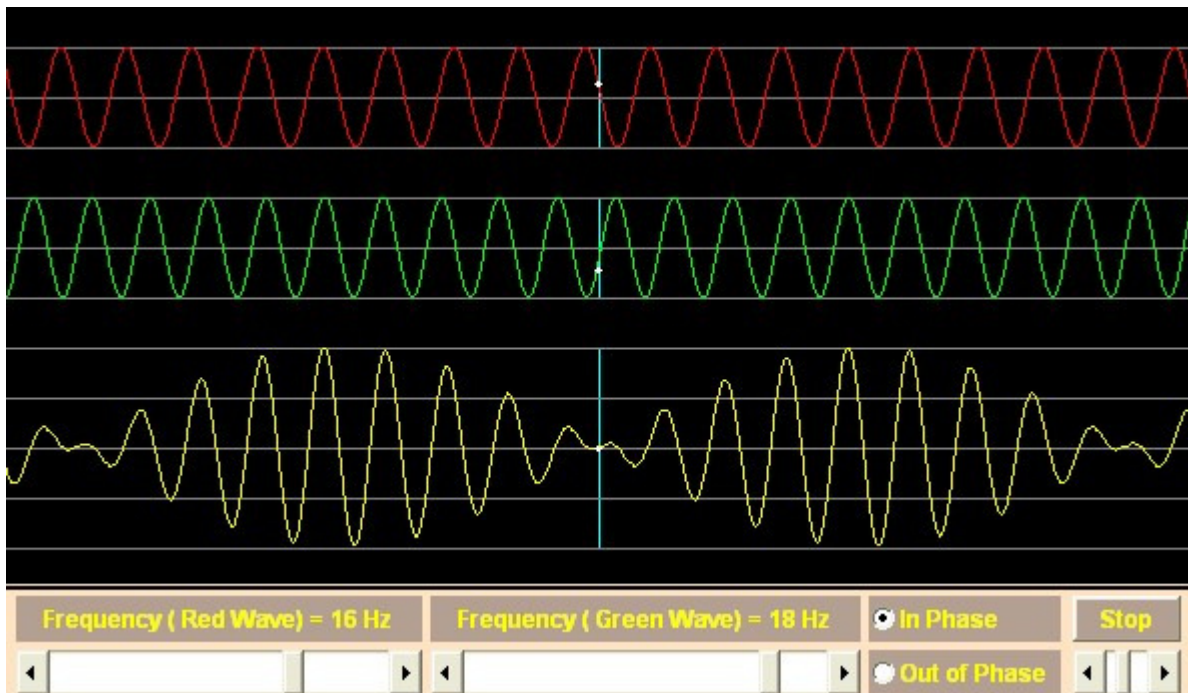
Teikn skisse av bølga som viser variasjonen i E-felt og B-felt over ei strekning på 1 bølgjelengde.

- d) Korleis definerer vi **gain** og **direktivitet** for ei antenne?
- e) Ei radarantenne har utstrålt puls-effekt 100kW, direktivitet 20 dB, pulsrepetisjonsfrekvens 2000Hz og pulslengde 1,0 μ s og sender bølgjelengde 10 cm.
1. Finn maksimal strålingsintensitet 100m frå antenna.
 2. Finn duty cycle og middelintensitet i stråleretningen for antenna.
 3. Ein person blir eksponert for denne strålingsintensiteten i 6 minutt. Bruk graf over SAR-verdiar til å anslå ein temperaturauke i kroppsvevet dersom vi reknar spesifikk varmekapasitet 2 kJ/kgK .
- f) Skisser hulromma i ein magnetron, teikn inn statiske og induserte E-felt og B-felt
- g) Kva bestemmer frekvensen til mikrobølgene ein magnetron produserer?
- h) 3 GHz mikrobølgjer skal overførast frå magnetron til antenne vha koaksialkabel med demping 0,6 dB/m. Finn kabellengde som vil halvere effekten.
- i) Ein rektangulær parabolisk reflektor har høgde 15 cm og breidde 120 cm og blir belyst med mikrobølgjer med bølgjelengde 10 cm og med konstant belysningsfunksjon. Horisontal strålebreidde er 5° .
1. Finn vertikal strålebreidde .
 2. Vi endrar bølgjelengde til 5,0 cm. Finn vertikal og horisontal strålebreidde.
 3. Kva vil skje med radarstrålen om vi dempar belysninga på kantane av antenna?
- j) Skisser prinsippet for styring av radarstråla frå ein Phased Array Radar.
- k) Ein 10 GHz Phased Array Radar har avstand 3,0 cm mellom antenneelementa. Kva retning har radarstrålen når faseskilnaden mellom radarbølgjene frå to naboelement er $\pi/2$? Kva vinklar vil 1. ordens maksimum koma ved ($n = \pm 1$). Er dette eit problem?
- l) Eit fly som kjem direkte mot oss med fart 150 m/s vil motta vårt 10 GHz radarsignal med ein annan frekvens. Finn den.

Reflektert radarsignal som vi mottar, blandar vi med vår utsende frekvens. Forklar kva signal vi då får og korleis det kan brukast til å finne farten.

5 Signalbehandling.

- Frekvensanalyse
- Frekvensfilter
- Modulasjon og demodulasjon
- Pulsmodulert radar
- Digital signalbehandling
- Korrelasjon



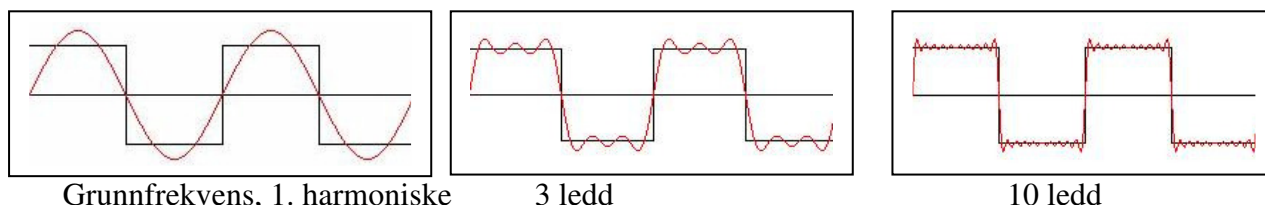
”Beat”-frekvens

5.1 Frekvensanalyse.

Eit kvart periodisk signal $x(t)$ med periode T , kan framstillast som ein sum av sinus- og/eller cosinus-signal, ei Fourier-rekke:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t + \theta_k) \quad \text{eller tilsvarande med sinus. Her er grunnfrekvensen } f_0 = 1/T.$$

Dersom $x(t)$ er eit firkantpulstog, vil Fourier-rekkja gradvis gi betre tilpasning til $x(t)$:



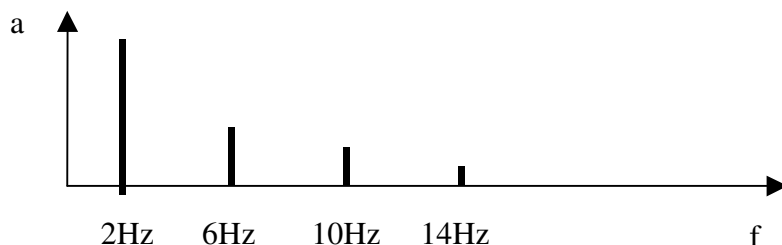
Dersom kvart vindu her er på 1 sekund, er grunnfrekvensen $f_0 = 2$ Hz og dei første ledda i rekkja vil vera slik for 0., 1., 2., 3., 4., 5., 6. og 7. harmoniske:

$$x(t) = 0 + 1 \sin(2\pi \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0 + 0.33 \sin(2\pi \cdot 3 \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0 + 0.2 \sin(2\pi \cdot 5 \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0 + 0.14 \sin(2\pi \cdot 7 \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t) + \dots$$

der berre koeffesientane a_1, a_3, a_5 osv er ulik 0.

Det fins matematiske metodar til å finne koeffesientane i ei Fourier-rekkje for ein gitt periodisk funksjon som vi kjenner funksjonsuttrykket til (Fouriertransformasjon). Ein datamaskin kan også bruke numeriske metodar (Diskret Fouriertransformasjon DFT eller FFT) til å finne koeffesientane sjølv om det ikkje fins noko funksjonsuttrykk. Vi kallar prosessen frekvensanalyse, og den er ein viktig del av signalbehandlinga i ein sonar.

Frekvensspektrum



Amplitudespektrum.

Framstiller vi Fourier-koeffesientane grafisk som funksjon av frekvens, får vi eit frekvensspektrum. Det viser amplituden til dei ulike frekvenskomponentane i signalet $x(t)$.

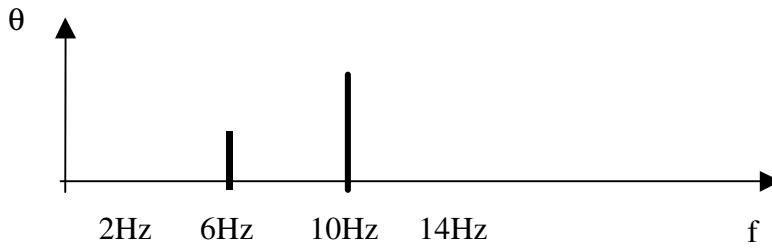
Dersom eit signal har ei blanding av sinus- og cosinus-ledd, eller negative sinus-ledd, kan vi nytte oss av at

$\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ og $-\sin(x) = \sin(x + \pi)$. Eit eksempel på eit blandingssignal kan vera slik:

$$x(t) = 0 + 1 \sin(2\pi 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0 + 0.33 \cos(2\pi 6 \text{ Hz} \cdot t) + 0 - 0.2 \sin(2\pi 10 \text{ Hz} \cdot t) + \dots \text{omformast til:}$$

$$x(t) = 0 + 1 \sin(2\pi 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0 + 0.33 \sin(2\pi 6 \text{ Hz} \cdot t + \frac{\pi}{2}) + 0 + 0.2 \sin(2\pi 10 \text{ Hz} \cdot t + \pi) + \dots$$

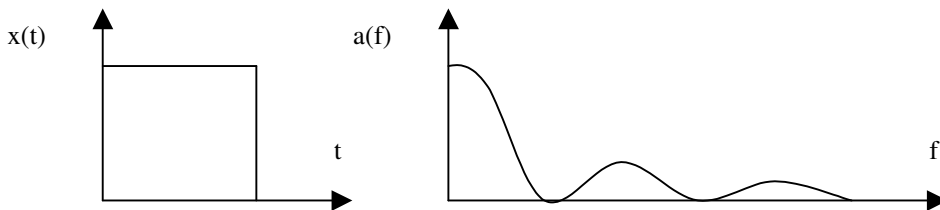
Amplitudespektret er det samme som det ovanfor, men for å få med all informasjonen, må vi også ha eit fasespektrum:



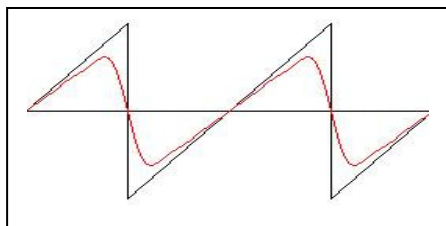
Simuleringsøving: http://sksk.no/Tveita/Fysikk/test_frekvansanalyse.htm

Kontinuerleg frekvensspektrum.

I eksemplet ovanfor kunne vi berre ha frekvensar $k \cdot f_0 = 2\text{Hz}, 4\text{Hz}, 6\text{Hz}, \dots$ avdi grunnperioden til signalet var $T_0=0.5$ s. Dersom signalet som skal frekvensanalyserast er eit målt signal, for eksempel eit lydssignal inn til ein sonar, er det ikkje lett å finne nokon grunnfrekvens. Vi antar då at **heile** det målte signalet er ein periode. Dersom vi måler i 10 sekund, er $T_0=10\text{s}$, og grunnfrekvensen $f_0 = 1/T_0 = 0.1$ Hz. Frekvensane i frekvensspektrat blir liggjande svært nær kvarandre, og vi nærmar oss eit kontinuerleg spektrum. Kontinuerleg spektrum får vi når T_0 går mot uendeleg. Då "går frekvensane i eitt". Eksempel: Ein enkelt firkantpuls har eit kontinuerleg frekvensspektrum:



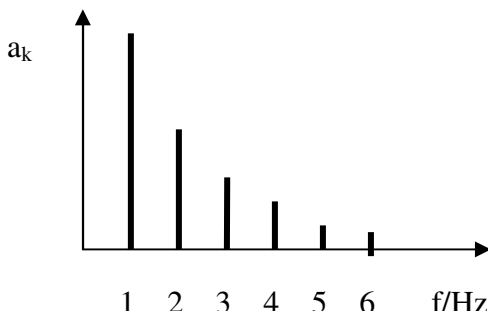
Eksempel 1:



Figur 1

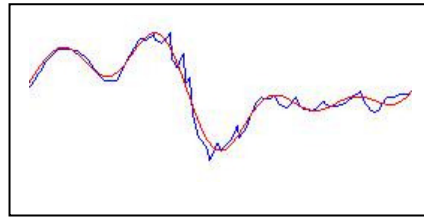
Sinus-rekkja for sagtannsignalet i figur 1 har som dei 7 første koeffesientane (a_0, \dots, a_6): 0, 0.83, 0.33, 0.17, 0.083, 0.033, 0.017. Fasen er null for alle ledd. Teikn frekvensspektrum og skriv ned dei 7 første ledda i sinus-rekkja når grunnfrekvensen er 1Hz (figur 1 viser 2 sekund av sagtannfunksjonen $x(t)$ og tilnærminga med 7-ledds sinusrekkje).

Løysing:



$$x(t) \approx 0.83 \sin(2\pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot t) + 0.33 \sin(2\pi \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t) + 0.17 \sin(2\pi \cdot 3 \text{ Hz} \cdot t) + 0.083 \sin(2\pi \cdot 4 \text{ Hz} \cdot t) + 0.033 \sin(2\pi \cdot 5 \text{ Hz} \cdot t) + 0.017 \sin(2\pi \cdot 6 \text{ Hz} \cdot t)$$

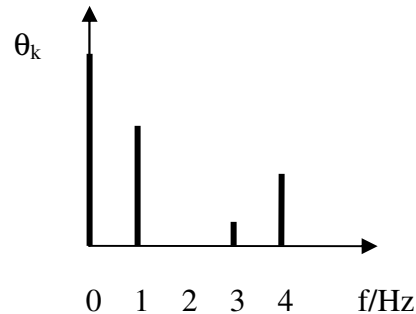
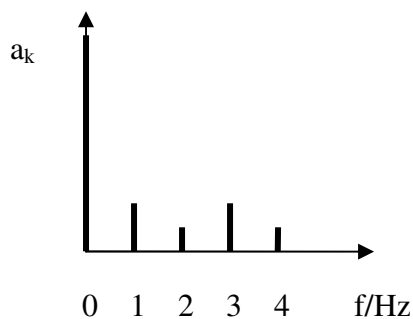
Eksempel 2:



Figur 2

Figur 2 viser eit sensorsignal i 0.1s. ($T_0=0.1s$, $f_0=10Hz$). Sinusrekkeja for signalet har som dei 5 første koeffesientar (a_0, \dots, a_4) : 1.97, 0.161, 0.156, 0.168, 0.145 med fase ($\theta_0, \dots, \theta_4$) : 90, 60, 2, 15 og 37 grader. Teikn frekvensspektrum for amplitude og fase, og skriv ned dei 5 første ledda i sinus-rekkja.

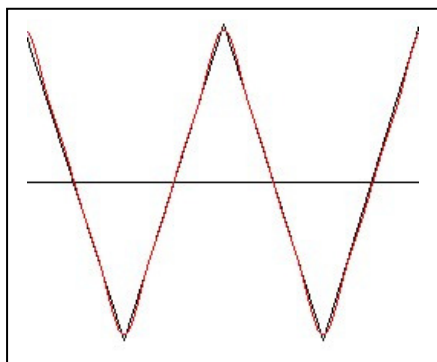
Løysing:



$$x(t) \approx 1.97 \sin(0 + \pi/2) + 0.161 \sin(2\pi \cdot 10 \text{ Hz} \cdot t + \pi/3) + 0.156 \sin(2\pi \cdot 20 \text{ Hz} \cdot t + \pi/90) + 0.168 \sin(2\pi \cdot 30 \text{ Hz} \cdot t + \pi/12) + 0.145 \sin(2\pi \cdot 40 \text{ Hz} \cdot t + 0.21\pi)$$

Oppgåver:

1. Teikn frekvensspektrum for dette signalet når vinduet har breidde 0,1 s. Bruk data frå tabellen som viser amplitude og fase for første del av cosinusrekkeja for signalet.



Harmonics	Amplitude	Phase
1.0	2.0	0.0
3.0	0.2222	0.0
5.0	0.08	0.0

Skriv dei første 3 ledda som ikkje er 0, i rekkjeutviklinga for signalet.

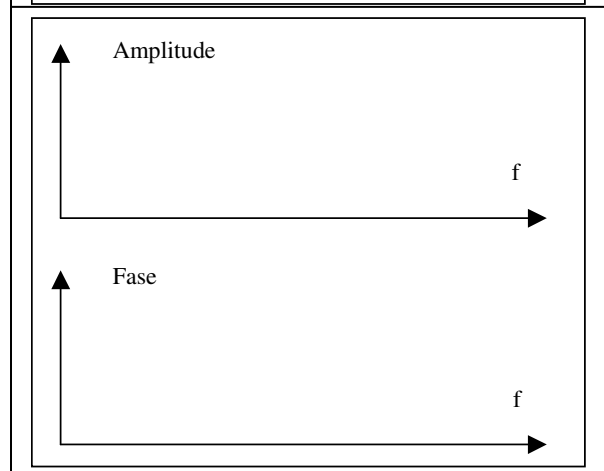
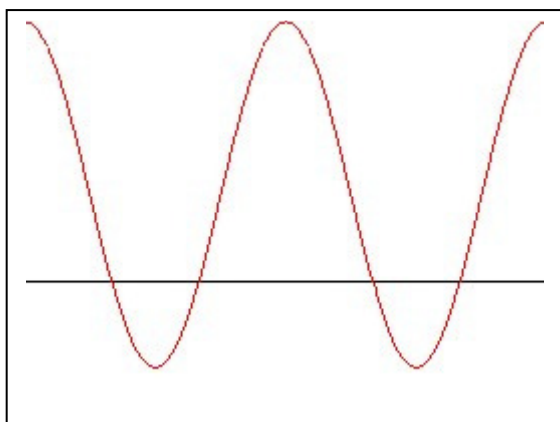
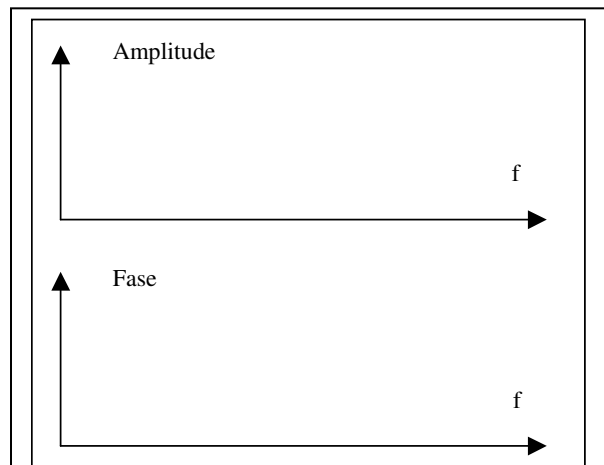
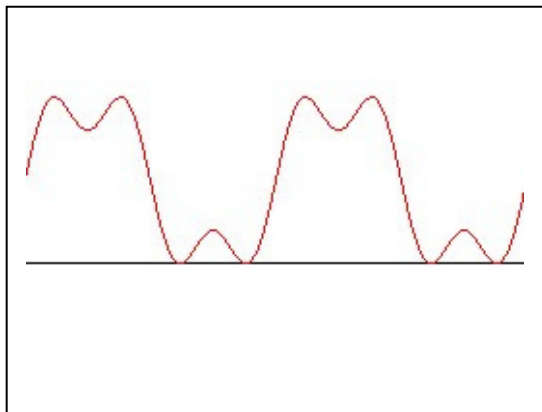
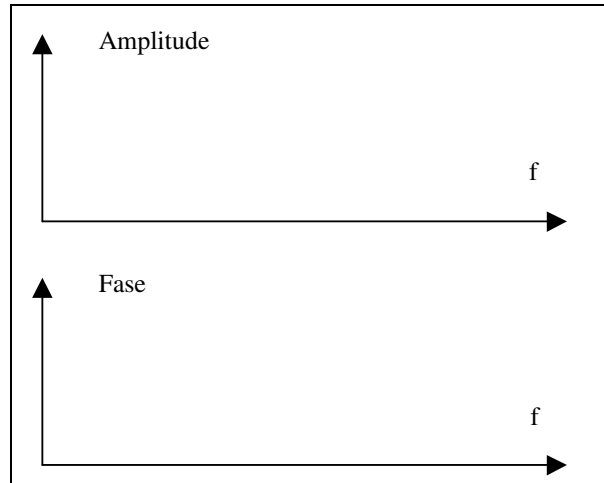
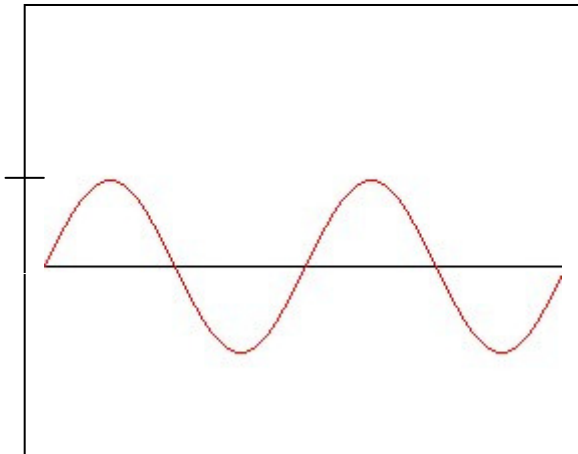
2. Teikn frekvensspekret for signalet

$x(t) \approx 1.5 \sin(0 + \pi/2) + 1.0 \sin(2\pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot t) + 0.5 \sin(2\pi \cdot 2 \text{ Hz} \cdot t)$ og skisser 1 sekund av signalet.

Øving frekvensanalyse

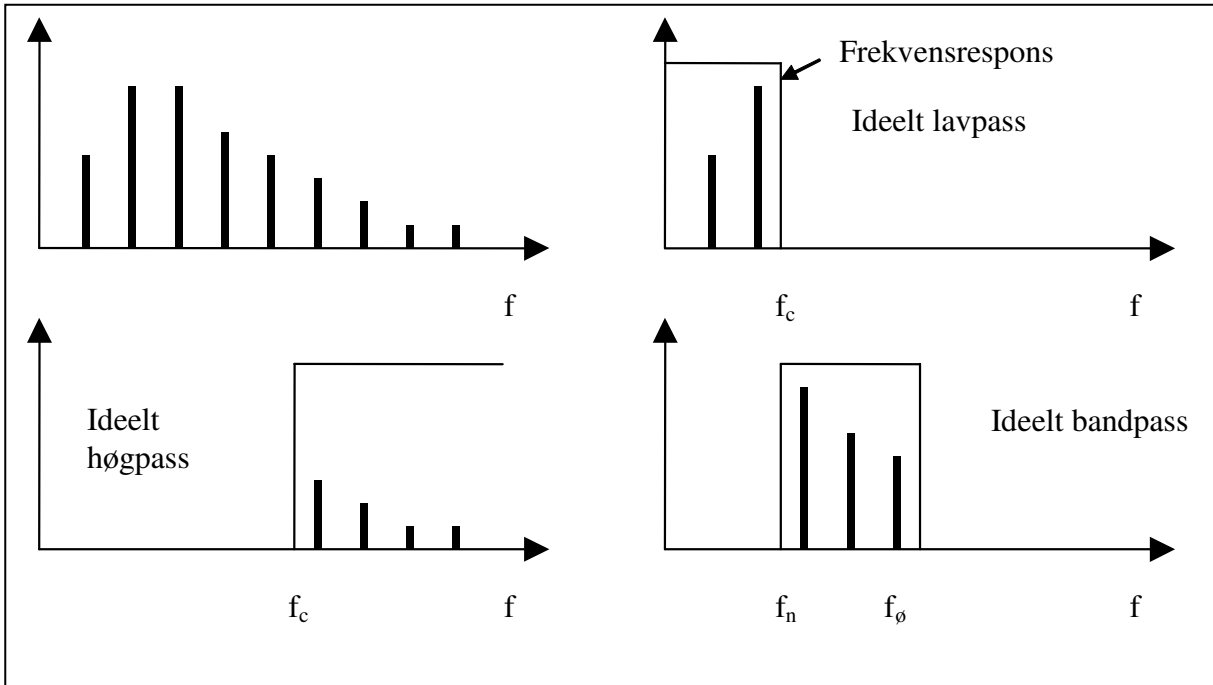
Bileta viser eit spenningsignal i 2,0 sekund. Høgste toppen er i kvart tilfelle 1 V (volt)
Teikn eit frekvensspektrum for kvart tilfelle.

Alle sinusfunksjonar untatt sinus til 0 Hz har gjennomsnittsverdi lik 0. Eit eventuelt 0 Hz – ledd vil difor vise gjennomsnittsverdien (likespenningsverdien) til signalet.



5.2 Filter

Eit filter blir brukt til å fjerne eller dempe uønskte frekvensar i eit signal. Eit lavpassfilter fjernar høge frekvensar, eit høgplassfilter fjernar lave frekvensar, eit bandpassfilter fjernar både høge og lave frekvensar.



Figuren viser verknaden av 3 filter med rektangulær frekvensrespons med grensefrekvens (cut-off-frekvens) f_c og nedre og øvre grensefrekvens for bandpassfilteret. Filter med rektangulær respons er det uråd å realisere. Verkelege filter har ein gradvis overgang frå full gjennomgang til full demping. For kvar frekvens vil vi ha denne samanheng:

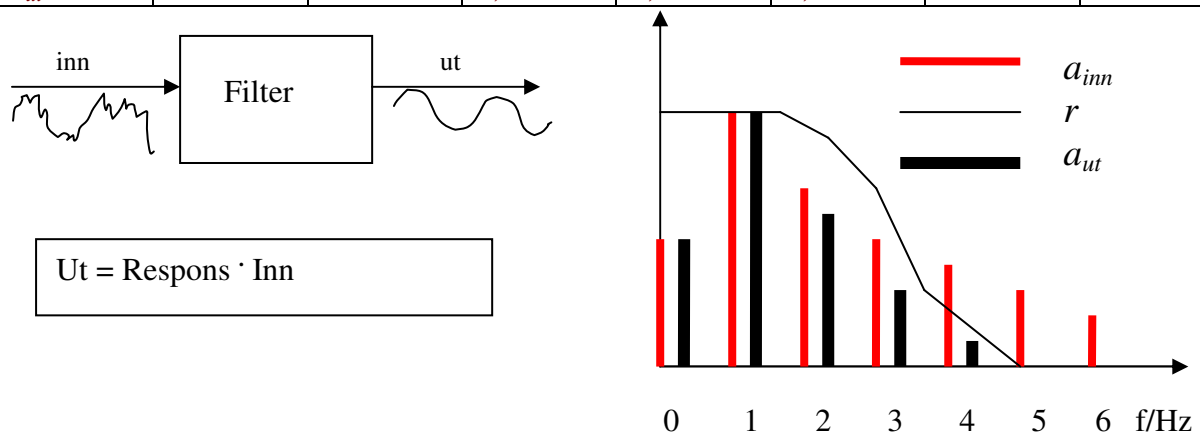
Amplitude u_t = Frekvensrespons \cdot Amplitude inn

$$a_{ut} = r \cdot a_{inn}$$

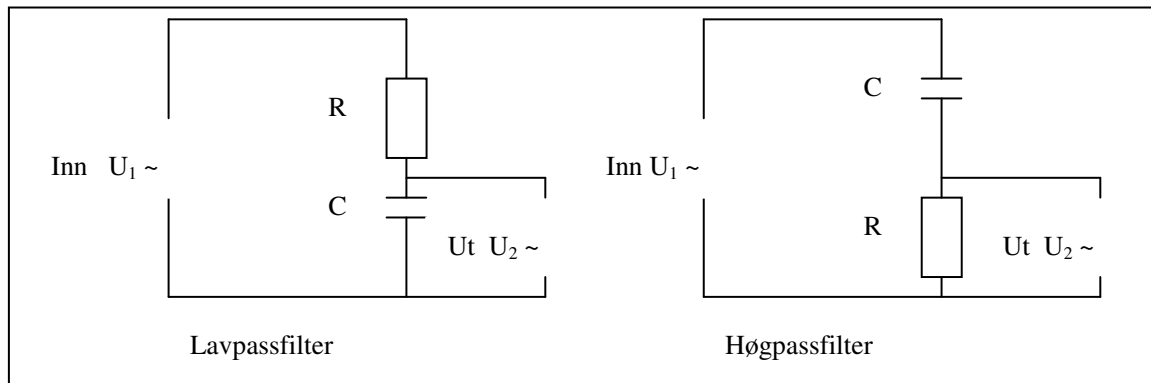
Eksempel 3:

Tabellen viser amplitudane a til eit signal før og etter eit filter med ein gitt respons r :

Frekvens	0 Hz	1 Hz	2 Hz	3 Hz	4 Hz	5 Hz	6 Hz
a_{inn}	5 V	10 V	7 V	5 V	4 V	3 V	2 V
r	1	1	0,9	0,7	0,3	0	0
a_{ut}	5 V	10 V	6,3 V	3,5 V	1,2 V	0 V	0 V



RC-filter



Ved seriekopling av motstand og kondensator, er total impedans

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \quad \text{der reaktansen til kondensatoren } Z_C = \frac{1}{\omega C}.$$

For lavpassfiltret er amplituden til utsignalet $U_2 = \frac{Z_C}{Z} U_1$. Lav frekvens gir stor U_2 . Dei lave frekvensane passerer filteret.

For høgpasfiltret er amplituden til utsignalet $U_2 = \frac{R}{Z} U_1$. Høg frekvens gir stor U_2 . Dei høge frekvensane passerer filteret.

Frekvensresponsen er $r = \frac{\text{Amplitude til utsignal}}{\text{Amplitude til innsignal}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_C}{Z}$ for lavpassfilter.

Ved grensefrekvensen $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ er $Z_C = R$ og $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_C}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.71$,

dvs ein respons på 71%, ei demping på 29%.

Eksempel 4:

Eit RC lavpassfilter har motstand $R=120\Omega$ og kondensator $C=10\mu\text{F}$. Finn amplituden til utsignalet når innsignalet har amplitude 10V når

- frekvensen er 50 Hz
- frekvensen er 1000Hz

Løysing:

$$Z_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6.28 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 318\Omega$$
$$U_2 = \frac{318\Omega}{\sqrt{120^2 + 318^2\Omega}} \cdot 10\text{V} = \frac{318}{340} \cdot 10\text{V} = 9.3\text{V}$$

Dette er ei demping på berre 7% (respons 0,93) ved 50 Hz.

Tilsvarende utrekning med $f=1000\text{Hz}$, gir dempinga på 87% (respons 0,13).

Oppgåver:

- Finn dempinga til filtret ovanfor også ved 130 Hz og 500 Hz. Teikn frekvensresponsen til filteret, og marker cut-off frekvensen.
- Eit høgpas RC-filter skal ha cutoff-frekvens 1000Hz. Motstanden er $R=100\Omega$. Teikn filtret og finn kor stor kondensator vi må bruke. Finn responsen ved 500Hz, og skisser frekvensresponsen.

Fasit:

Oppg. 3: Respons 0,71 ved 130Hz og 0,26 ved 500Hz. Cut-off-frekvens 133Hz.

Oppg. 4: 1.6 μF , respons 0.45 ved 500 Hz.

5.3 Modulasjon.

Ved modulasjon modifierer vi ei radiobølge slik at ho kan overføre informasjon. I radiosamband foregår det i radiosendaren.

5.3.1 Amplitudemodulasjon (AM).

Dersom den informasjonen vi skal overførast ligg i funksjonen $m(t)$ og bæreboelgja er $c(t) = A_c \sin(2\pi f_c t)$, lar vi amplituden til bæreboelgja variere i takt med $m(t)$ omkring ein middelverdi. Uttrykket for det amplitudemodulete signalet er:

$s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \sin(2\pi f_c t)$ der k_a er ein konstant som regulerer "styrken på" moduleringa.

Eksempel 5:

Eit lydsignal med frekvens 5000 Hz og amplitude 1,0 V skal overførast som radiosignal på langbølge med bæreboelgjefrekvens 100 kHz og bæreboelgjeamplitude 5,0 V.

- Skriv eit uttrykk for AM-signalet når $k_a = 1$.
- Finne største og minste amplitude til AM-signalet dersom $k_a = 1$.
- Finne den verdien k_a må ha dersom minste amplitude skal vera 2,5 V.
- Skisser AM-signalet i det siste tilfellet.

Løysing:

a) $\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi \cdot 5000 \text{ Hz} = 31415 \text{ rad/s}$

$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \cdot 100 \text{ kHz} = 628319 \text{ rad/s}$

AM-signal: $s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \sin(2\pi f_c t) = 5,0 [1 + 1 \cdot 1,0 \cos(31415t)] \sin(628319t)$

b)

Største og minste verdi for modulerande signal $m(t) = \pm 1,0 \text{ V}$:

Største amplitude for AM-signal: $A_{maks} = A_c [1 + k_a m(t)_{maks}] = 5,0 \text{ V} \cdot [1 + 1 \cdot 1,0] = \underline{\underline{10 \text{ V}}}$

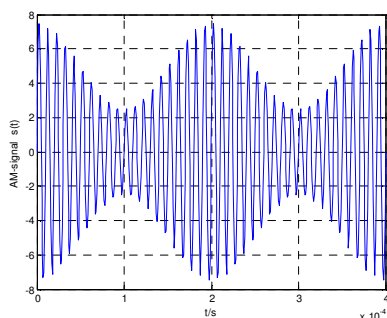
Minste amplitude for AM-signal: $A_{maks} = A_c [1 + k_a m(t)_{min}] = 5,0 \text{ V} \cdot [1 + 1 \cdot (-1,0)] = \underline{\underline{0 \text{ V}}}$

c)

Minste amplitude lik 2,5 V: $5,0 \cdot [1 + k_a \cdot (-1,0)] = 2,5$

Må då ha moduleringsfaktor: $k_a = \underline{\underline{0,5}}$

d)



5.3.2 Fasemodulasjon (PM) og frekvensmodulasjon (FM).

Ved fasemodulasjon varierer fassen til bære­bøl­gja i takt med $m(t)$ og ved frekvensmodulasjon varierer den momentane frekvensen i takt med $m(t)$.

Fasemodulasjon: $s(t)=A_c \sin[2\pi f_c t + k_p m(t)]$

Frekvensmodulasjon: $f(t) = f_c + k_f m(t) \Rightarrow s(t)=A_c \sin[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt]$

Dersom $m(t)$ er ein rein sinus-funksjon, vil integralet her bli ein cosinus-funksjon, og einaste skilnaden på PM og FM er ei faseforskyving.

Dei ulike modulasjonstypene ser du i figur 3 neste side.

5.3.3 Frekvensspektrum for AM-signal.

I matematikken har vi setningar om addisjon og multiplikasjon av trigonometriske funksjonar. Når vi legg saman to sinus-funksjonar med ulike frekvensar, får vi som resultat ein sinus-funksjon med gjennomsnittsfrekvensen, men der amplituden varierer med halve differansfrekvensen (og effekten varierer med differansfrekvensen).

Når vi multipliserer ein cosinus-funksjon med ein sinus-funksjon, får vi ein sum av to sinusfunksjonar:

$$\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

$$2 \cos(\omega_2 t) \cdot \sin(\omega_1 t) = \sin((\omega_1 - \omega_2)t) + \sin((\omega_1 + \omega_2)t)$$

Eksempel 6:

AM-signalet i eksempel 5 c) og d) kan skrivast slik:

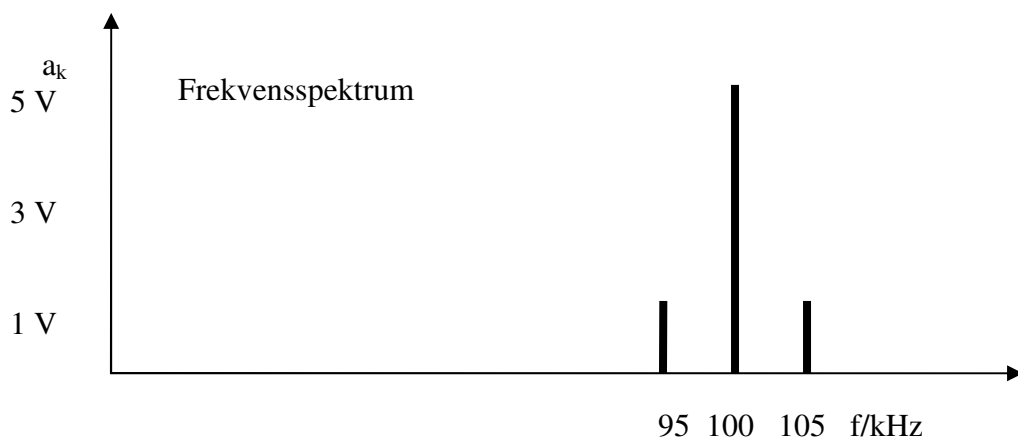
$$s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \sin(2\pi f_c t) = 5,0 [1 + 0,5 \cos(31415t)] \sin(628319t).$$

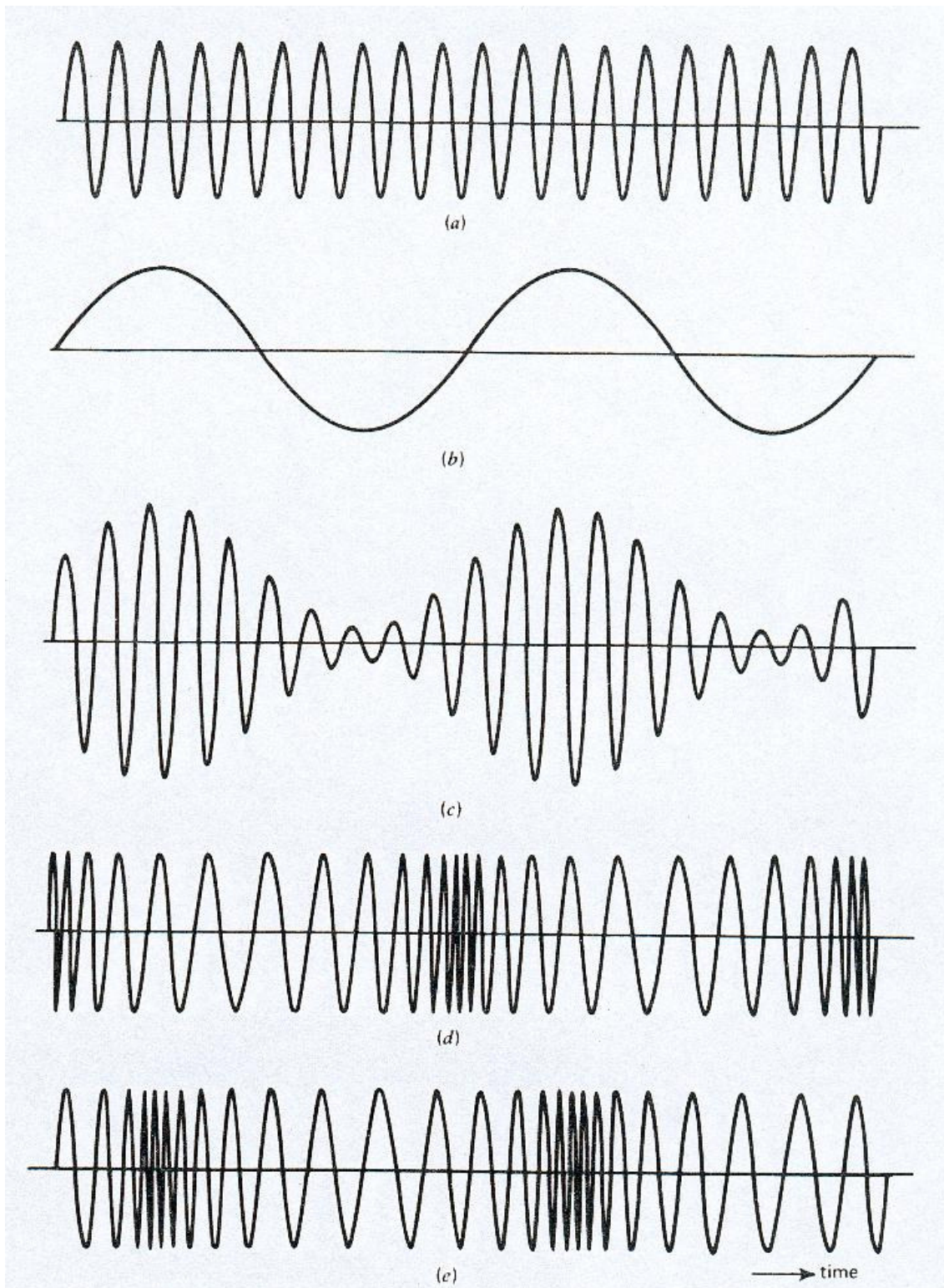
Vis korleis signalet kan skrivast som ein sum av 3 sinus-funksjonar, finn frekvensen til kvar av dei og teikn frekvensspektrum.

Løysing:

Multipliserer ut parentesen:

$$\begin{aligned} s(t) &= 5,0 [1 + 0,5 \cos(31415t)] \sin(628319t) = 5,0 \sin(628319t) + 2,5 \cos(31415t) \cdot \sin(628319t) = \\ &= 5,0 \sin(628319t) + 1,25 \sin((628319 - 31415)t) + 1,25 \sin((628319 + 31415)t) = \\ &= 5,0 \sin(2\pi 100 \text{ kHz} \cdot t) + 1,25 \sin(2\pi 95 \text{ kHz} \cdot t) + 1,25 \sin(2\pi 105 \text{ kHz} \cdot t) \end{aligned}$$





Figur 3a) viser bærebølge $c(t)$.

Figur 3b) viser eit informasjonssignal $m(t)$ som i dette tilfelle er ein rein sinus, for eksempel ein tone frå eit musikkinstrument som skal overførast på radio.

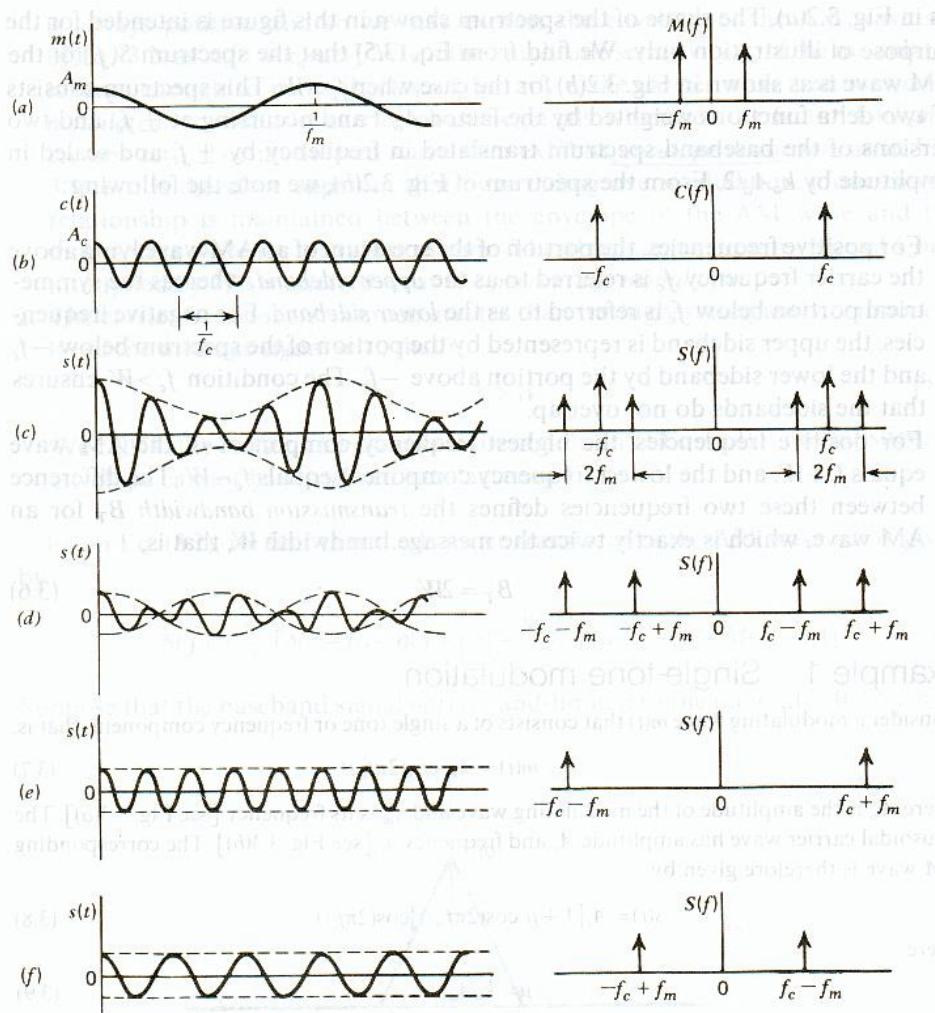
Figur 3c) viser det amplitudemodulerte signalet

Figur 3d) viser det fasemodulerte signalet

Figur 3e) viser det frekvensmodulerte signalet

Frekvensspektrum

Generelt gjeld dette for frekvensspekret til AM-signal: Dersom $\omega_2=2\pi f_m$ og $\omega_1=2\pi f_c$, vil vi få ein frekvens f_c-f_m og ein frekvens f_c+f_m , i tillegg til frekvensen f_c til bæreboelgja. I figur 4 er det også tatt med negative frekvensar. Det er noko vi må ha med for å få matematikken til å fungere.



Figur 4.

- Modulerande signal med frekvens f_m .
- Bæreboelgje med frekvens f_c .
- Amplitudemodulert signal med frekvensar $f_c - f_m$, f_c , $f_c + f_m$
- DSB
- SSB

På ein radiomottakar for AM må bandpass-filtret på inngangen ha ei bandbreidde på $2f_m$ for å få med både øvre og nedre sideband.

Det ligg ingen informasjon i sjølve bæreboelgja, den komponenten som har frekvens f_c . I figur 4d) har vi fjerna den, og den typen modulasjon kallar vi Double SideBand (DSB). I figur 4e) og 4f) har vi også fjerna ein sidebandet, utfrå det prinsipp at når vi kjenner det eine og veit bæreboelgje frekvensen, kan vi rekne ut det andre. Vi har då Single SideBand (SSB).

5.3.4 Demodulasjon.

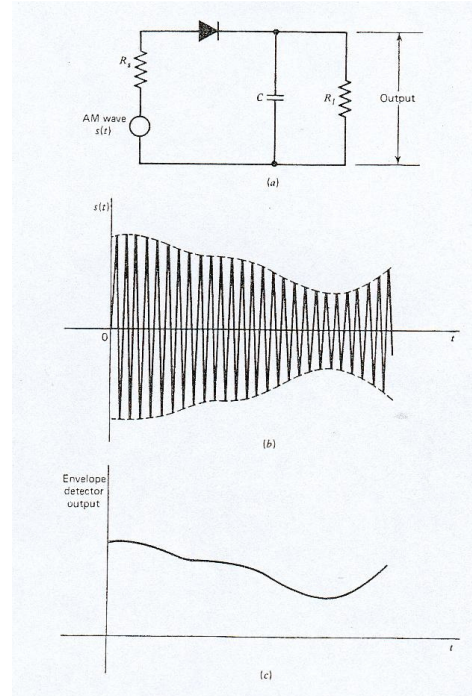
Ved demodulasjon (deteksjon) hentar vi informasjonssignalet $m(t)$ tilbake frå det modulerte signalet. I radiosamband foregår det i radiomottakaren.

Demodulasjon av AM-signal.

Slik demodulasjon forgår ved likeretting og filtrering av den høgfrequente bærebløgja i eit lavpass-filter. Likerettinga kan foregå ved ein diode (i gamle krystallapparat var det krystallen som fungerte som diode), eller ved at vi i mottakaren har ein lokal-oscillator, dvs. ein svingekrets, som gir samme frekvens som bærebløgja. Ved multiplikasjon av AM-signalet med signalet frå lokal-oscillatoren, får vi likeretting:

$$s(t) \cdot \sin \omega_c t = (1 + m(t)) \sin^2 \omega_c t = (1 + m(t)) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega_c t \right)$$

Det høgfrequente cos-leddet filtrerer vi bort i lavpassfiltret, og står igjen med informasjonssignalet $m(t)$.



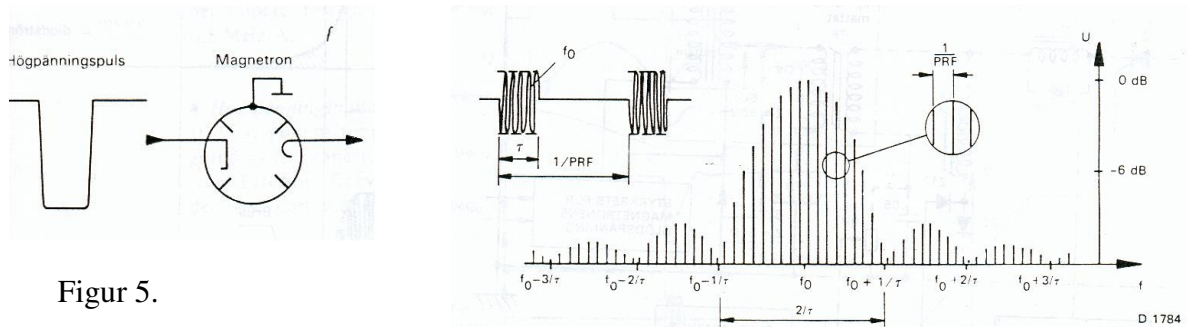
5.4 Modulasjon og demodulasjon av radarsignal.

Det fins radar-system med og utan modulasjon:

- Umodulert radar, Continuous Wave (CW)
- Frekvensmodulert radar (FM/CW)
- Pulsmodulert radar

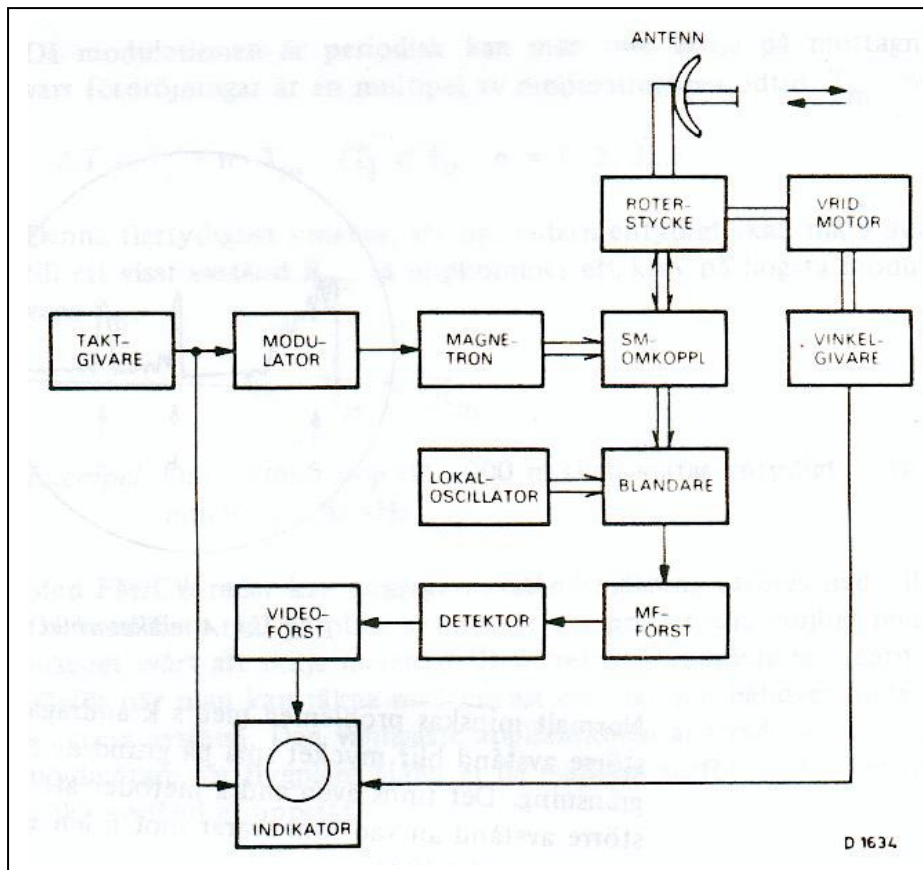
Pulsmodulert radar.

Ved å slå på og av den negative katodespenninga i magnetronen med frekvens PRF (Pulse Repetition Frequency) kan radaren sende ut korte pulsar av radarbløgjer og avstanden til eit objekt er bestemt av tida til radaren mottar reflektert signal av ein bestemt puls. Typiske verdiar for PRF er frå 500Hz til 6000 Hz. Typisk pulslengde er $\tau=1\mu s$.



Figur 5.

Frekvensspektret til pulsmulert radar er vist i figur 5. Bandbreidda for mottakardelen i radaren bør vera minst $2/\tau = 2\text{MHz}$ dersom pulslengda er $\tau=1\mu s$. (Når vi brukar magnetron, vil ikkje pulsane svinge i takt (ikkje coherente pulsar), og linjene vil overlappe.)



Figur 6
Pulsmodulert radar med PPI

Det pulsmodulete radarsignalet har høg pulseffekt, men sidan pulsane er svært korte, er gjennomsnittseffekten mykje mindre. Vi definere *duty cycle (d.c.)* som den delen av tida radaren sender:

$$d.c. = \frac{\text{pulslengde}}{\text{repetisjonsperiode}} = \frac{\tau}{\frac{1}{PRF}}$$

Eksempel 7:

Med pulslengde $\tau=1.2\mu s$ og $PRF=1500Hz$ er *duty cycle*

$$d.c. = \frac{1.2 \cdot 10^{-6} s}{\frac{1}{1500 Hz}} = 0.0018$$

Med gjennomsnittseffekt på 100W er pulseffekten ut frå radaren :

$$P_p = \frac{P_m}{d.c.} = \frac{100W}{0.0018} = 56kW$$

Svekking og forsterking av radarsignal.

Etter at radarsignalet har gått 200 km (54 nm fram og tilbake), vil distansen signalet har gått, alleine gi ei svekking med ein faktor $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{100000^2} = 10^{-10}$ på veg fram til målet, og like

mykje på veg tilbake, tilsaman $\frac{1}{r^4} = 10^{-20}$ i høve til intensiteten i ein avstand på 1m frå

radaren. I tillegg kjem svekking pga meteorologiske forhold, jordkrumming, svekking ved refleksjon osv.

Mottatt puls kan ofte ha effekt på mindre enn 10^{-12} W. Mottakar må forsterke dette signalet. Det er lettare å lage elektronikk for MHz frekvensområdet enn for GHz området. I radarmottakaren har vi difor ein **lokaloscillator** (svingekrets) med frekvens f_L nokre MHz frå radarfrekvensen f_0 . Ved å blande det mottekne radarsignalet med signalet frå lokaloscillatoren, får vi ein mellomfrekvens $f_M = f_0 - f_L$ (og ein uinteressant frekvens $f_0 + f_L$ som vi filtrerer bort).

Mellomfrekvenssignalet blir forsterka i **MF-forsterkaren** og demodulert i **detektoren** til ein firkantpuls som i **videoforsterkaren** får nok effekt til å gi eit lyspunkt på radarskjermen.

Taktgivaren som styrer modulasjonen av radarsignalet, signaliserer også starttidspunktet for ei "stråle" på radarskjermen. Vinkelen som stråla går på radarskjermen, er styrt av ein vinkelmålar festa til akslingen på radarantenna.

Oppgåver:

5. Ein radiostasjon sender på langbølge på frekvens $f = 120$ kHz. I radioprogramma skal det sendast tale og musikk i frekvensområdet 20 - 12000 Hz frå ein teip. Signalet frå teipen er $m(t)$. Amplituden for $m(t)$ er 8,0 V maksimalt. Bærebølgja har amplitude 10 V . Etter modulasjon skal ingen del av det modulerte signalet ha mindre amplitude enn 5,0 V.
 - a. Vis at modulasjonskoeffesienten $k_a=1/16$.
 - b. Skriv eit uttrykk for det modulerte signalet.
 - c. Lag ei skisse av det modulerte signalet når ein tone $m(t)$ på 12000 Hz med amplitude 8,0V blir overført.
 - d. Teikn frekvensspektret for det modulerte signalet, og finn bandbreidda.
 - e. Ein enkel radiomottakar har ein diode for likeretting og eit RC-filter med cut-off-frekvens 15000Hz der motstanden $R=100$ k Ω . Teikn figur og finn kapasitansen til kondensatoren i filtret.
6. Ein pulsmodulert 3,00 cm radar har pulslengde 2,00 μ s , pulsrepetisjonsfrekvens 5000Hz og pulseffekt 50 kw.
 - a. Finn dutycycle og gjennomsnittseffekt.
 - b. Finn radarfrekvensen, og teikn frekvensspektret. Finn bandbreidda som radarmottakaren må ha.
 - c. Lokaloscillatoren i mottakaren har frekven 9950,00 MHz. Signalet frå lokaloscillatoren blir multiplisert med det mottekne reflekterte radarsignalet i blandetrinnet. Kva frekvensar har signalet etter multiplikasjon?
 - d. Etter blandetrinnet vil vi ikkje ha frekvensar i GHz-området. Foreslå eit filter som tar bort slike frekvensar.

Fasit:

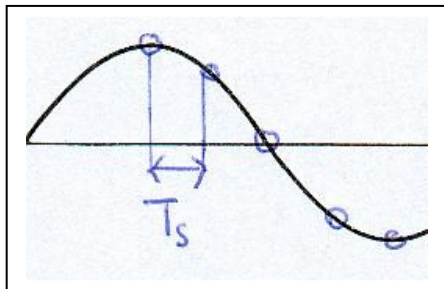
$$5: k_a = \frac{1}{16} \quad s(t) = 10 \text{ V} \left[1 + \frac{1}{16} m(t) \right] \sin(2\pi \cdot 120 \text{ kHz } t) \quad \text{Bandbreidde } B=24 \text{ kHz } C=0,11 \text{ nF}$$

$$6: \text{d.c.}=0,01 \quad P=500 \text{ W } f=10 \text{ GHz } B=1,0 \text{ MHz } f_M=50 \text{ MHz } f_H=19950 \text{ MHz } C=1 \text{ nF } R=1,6\Omega$$

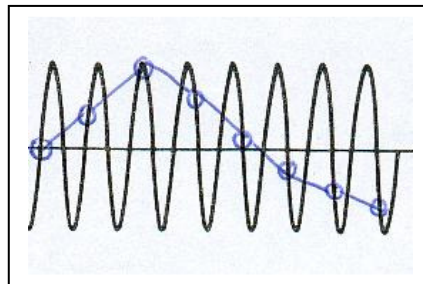
5.5 Digital signalbehandling.

5.5.1 Sampling

I moderne kommunikasjons- og sensor-utstyr vil datamaskiner i stor grad ta seg av styring av utstyret og behandling og presentasjon av data. Innkomande signal må då digitaliserast, gjerast om frå analoge spenningar (eller strømmar) til sekvensar av tal (digits). Dette skjer i analog til digital- (A/D)-omformarar. Antal målingar som blir utført pr. sekund kallar vi **samplingsfrekvensen**, $F_s = 1/T_s$ der T_s er samplingsperioden.



Figur 6 a



Figur 6 b

For å få meningsfylt framstilling av ei svingning, må vi minst ha to punkt pr. periode. Eit signal som skal digitaliserast, må ikkje ha høgare frekvens enn $F_s/2$. Ved for høge frekvensar får vi **aliasing**, signalet oppstår under "nytt namn". Figur 6 b viser eit eksempel på **undersampling**:

Figur 6 a: Dersom vinduet er på 1 sekund, har det analoge signalet frekvens $f_a=1$ Hz. Samplingsfrekvensen er $F_s=8$ Hz. Det digitaliserte signalet har korrekt frekvens $f_d=1$ Hz

Figur 6 b: Dersom vinduet er på 1 sekund, har det analoge signalet frekvens $f_a=9$ Hz. Samplingsfrekvensen er $F_s=8$ Hz. Det digitaliserte signalet har aliasfrekvens $f_d=1$ Hz

Dersom analog frekvens $f_a > F_s/2$, vil det digitaliserte signalet "opptre under alias" f_d gitt som:

$$f_d = |f_a - n \cdot F_s| \quad \text{der } n=1, 2, 3, \dots$$

Eksempel:

- Mobiltelefonen digitaliserer talen vår med samplingsfrekvens 6000Hz. Ein tone med frekvens 5000Hz vil opptre som 1000Hz pga undersampling. Difor er det etter mikrofonen og før digitaliseringa lagt inn eit analogt lavpassfilter med cutoff-frekvens 3000Hz (anti-aliasing-filter).
- På kino er samplingsfrekvensen 25 Hz. Dersom eikene på hjulet til dilligensen passerer med frekvens 101 Hz, ser det ut som berre 1 Hz og hjulet (som for eksempel har 20 eiker) ser ut til å rotere sakte (1/20 Hz).

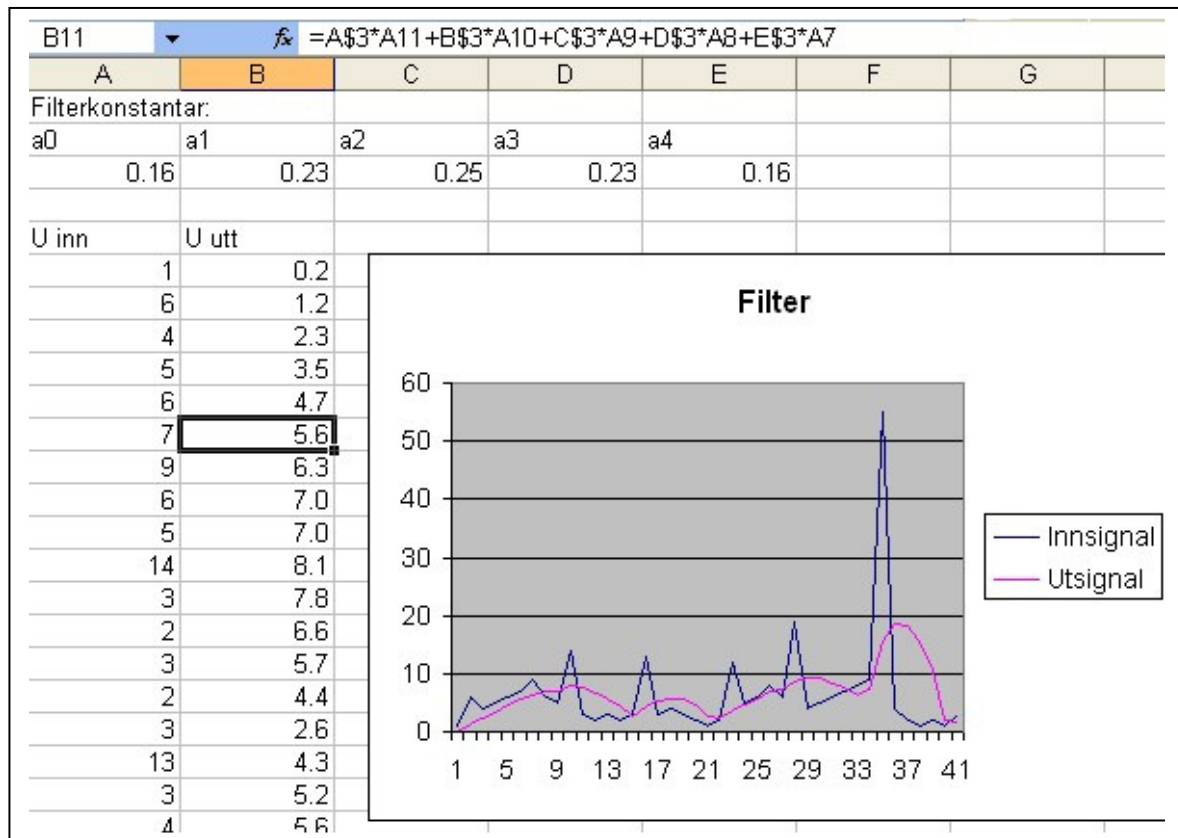
Oppgåve:

7. Slik kan du finne ut kor mange horisontale punkt (F_s) grafikkskjermen på kalkulatoren din har: Lat vinduet på kalkulatoren representere 1 sekund. Framstill funksjonen $\sin(2\pi fx)$ fr  tida $x=-0.5$ til $x=+0.5$ sekund. Velg frekvensar $f = 1$ Hz, 10 Hz, 30 Hz, 50Hz osv. til den tilsynelatande frekvensen går nedover. D  har du aliasing, du har passert halve F_s . Finn $F_s/2$ og F_s . Prøv så med F_s-1 Hz, F_s-10 Hz, $2F_s-1$ Hz.

5.5.2 Digitale filter.

Når signala er digitalisert, kan vi la datamaskinen omforme dei i staden for   bruke kondensatarar, spolar, motstandar, diodar og transistorar. I staden for   lage ein transistorforsterkar, kan vi multiplisere alle tal i ein sekvens med ein forsterkingsfaktor. Eit lavpassfilter skal ta bort raske endringar. Det f r vi til ved heile tida   midle for eksempel dei 10 siste tala i sekvensen (digitalt filter med 10 tappingar). Frekvensresponsen er avhengig av vektninga vi brukar ved midlinga og kor mange tappingar vi brukar.

Eksempel på filter i Excel: <http://sksk.no/Tveita/Fysikk/Filter.xls>



Figur 7

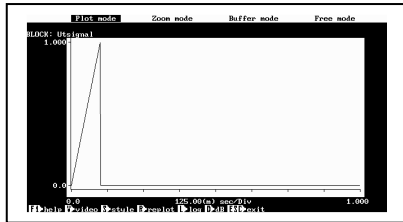
Rekneark med digitalt filter. Utsignalet er eit veid middel av siste 5 innsignal. Vektene a0 til a4 bestemmer eigenskapane til filteret. Her ser vi at raske variasjonar i innsignalet (høge frekvensar) blir filtrert bort. Det er eit lavpassfilter.

5.5.3 Korrelasjon.

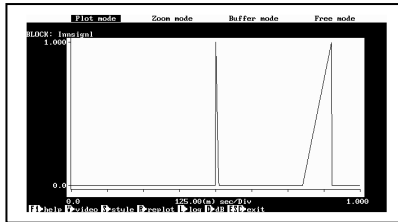
I mange sensorsystem sender vi ut eit signal og mottar eit respons-signal. Ved å ta krysskorrelasjon mellom dei to signala, får vi tidsforsinkelsen. Ved å ha ein signatur i utsendt signal, vil berre mottekne signal med samme signatur, ha stor krysskorrelasjon. Formelen for

$$\text{krysskorrelasjonen mellom to signal } x(t) \text{ og } y(t) \text{ er: } \psi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt$$

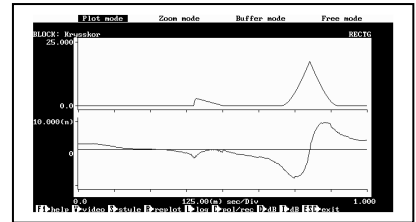
τ er tidsforsinkelsen. Vi ser at integralet får stor verdi når det utsende signalet y har ein tidsforsinkelse slik at det best mogeleg fell saman med x .



Utsignal $y(t)$
y



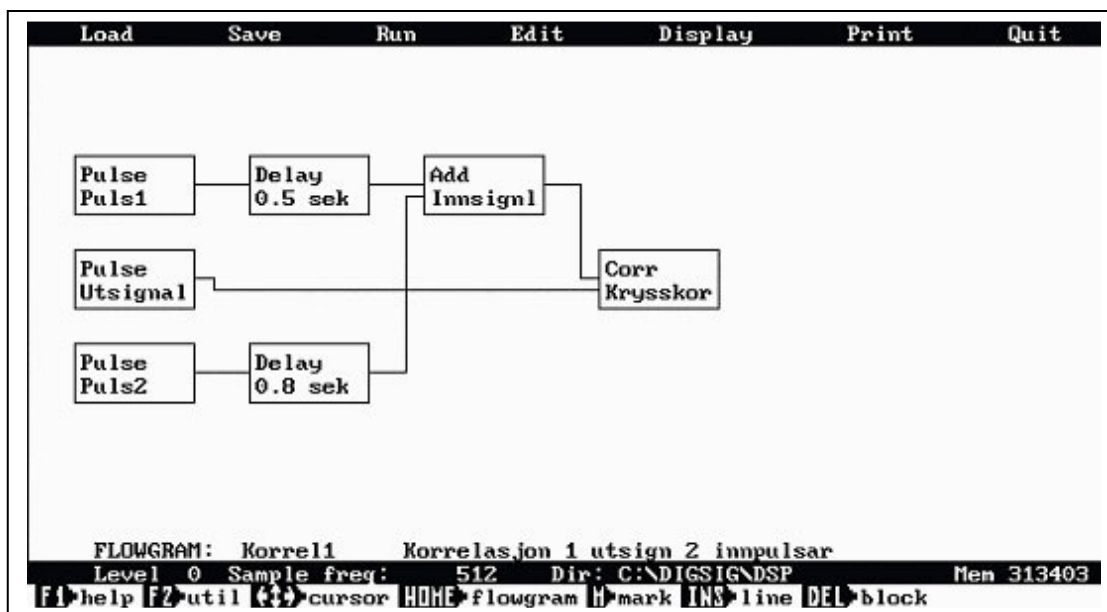
Innsignal $x(t)$ med falsk puls



Krysskorrelasjon av x og y

Når radarsignal er digitalisert, kan datamaskiner foreta krysskorrelasjon og toppane i korrelasjonsfunksjonen gir tida for gyldige refleksjonspulsar og dermed avstanden til refleksjonsobjekt.

Flowgrammet som er brukt til krysskorrelasjonen ovanfor:



Oppgåver.

8. Sampling

- a. Skisser eit sinus-signal med frekvens $f=3$ Hz for tid $t \in [0.0s, 1.0 s]$. Bruk 10 cm til å representere 1,0 s på t-aksen.
- b. Marker med kryss -x- samplingspunkta når du samplar med samplingsfrekvens $F_s = 10$ Hz (ei sampling pr. cm i x-retningen på grafen).
- c. Teikn ei blå kurve gjennom samplingspunkta. Kva er frekvensen til den blå kurva?
- d. Marker med sirklar -o- samplingspunkta når du samplar med samplingsfrekvens $F_s = 5$ Hz. (ei sampling pr. 2 cm i x-retningen på grafen).
- e. Teikn ei raud kurve gjennom desse samplingspunkta. Kva er frekvensen til den raude kurva?
- f. Forklar skilnaden ut frå regelen om aliasing.
- g. Kva blir resultatet om vi samplar med $F_s = 4$ Hz ?

5.6 Repetisjonsoppgåver Signalbehandling.

a) Eit signal $U(t)$ med grunnfrekvens 10 Hz har frekvensspektrum med koeffesientar:

Harmonisk nr.	0	1	2
Amplitude	1,0V	1,0 V	0,5V
Fase for sinus-rekkje	90°	90°	90°

1. Skriv eit matematisk uttrykk for signalet.
2. Lag skisse av signalet i 0.1 sekund.
3. Teikn frekvensspektrum for signalet.

b) Eit høgpasfilter har respons som gitt i tabellen:

Frekvens f	0 Hz	10 Hz	20 Hz
Respons r	0	0,10	1,0

1. Skisser frekvensresponen.
2. Teikn frekvensspektrum (for amplitude) etter at signalet i a) har gått gjennom filtret.
3. Lag skisse for 0,1 s av signalet i a) etter filtret.

c) Eit signal $m(t)=1,0V\cos(314t)$ skal overførast ved amplitudemodulering av eit bærebølgjesignal $c(t)=1,0V\sin(3140t)$ slik at amplituden varierer mellom 0,9V og 1,1V.

1. Skriv eit uttrykk for det amplitudemodulerte signalet $s(t)$.
2. Skisser 20 ms av $s(t)$.
3. Skisser frekvensspektret til $s(t)$.
4. På mottakarsida likerettar vi $s(t)$ ved å multiplisere med $c(t)$. Vi får $r(t)=s(t)c(t)$. Skriv eit uttrykk for $r(t)$ der sinus kvadrert er omforma til uttrykk med cosinus til den dobbelte frekvens
5. Skisser frekvensspektret til $r(t)$.
6. Korleis kan vi ved filtrering av $r(t)$ få tilbake $m(t)$?

d) Eit radarsignal med frekvens 3000Mhz har PRF=1000Hz og pulslengde 0,50 μ s. Lokaloscillatoren har frekvens 3060 MHz. Skisser frekvensspektret til mellomfrekvenssignalet.

e) Eit signal med frekvens 10 Hz blir digitalisert med samplingsfrekvens 16 Hz.

1. Skisser signalet i 1 sekund og vis samplinga på skissa.
2. Kva er aliasing?
3. Fin aliasfrekvensen i dette tilfellet.

f) Eit digitalt filter midlar heile tida dei to siste digitaliserte verdiane. Kva blir utsekvensen v_2 ut av filtret når innsekvensen er:

$$v_1 = \{1, 2, 6, 3, 2, -4, 1, 0, 1, 3, 2, 0, 4, 2, 2, 1\}$$

Skisser innsekvens og utsekvens og vurder om denne midlinga er eit lavpass- eller høgpasfilter.

6 Laboratorieøvingar

6.1 Lab 1 Elastisk pendel

Sensorteori	LOT august 2010
Elastisk pendel	

Utstyr: Skrufjør, diverse lodd, stoppeklokke, stativ.

Del 1: Å finne fjørkonstanten til den utleverte fjøra.

Heng lodd med ymse massar i fjøra og mål forlenging x som funksjon av kraft F .

Masse av lodd	Kraft F [N]	Forlenging x [m]	$k = F/x$ [N/m]

Gjennomsnittsverdi for fjørkonstanten: $k = \dots\dots\dots$

Del 2: Å finne teoretisk og eksperimentell svingefrekvens.

Velg ein masse som du vil gjere svingeforsøk med. Masse $m = \dots\dots\dots$ kg

Finn teoretisk vinkelfart ω og frekvens f :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \dots\dots\dots \text{rad/s} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \dots\dots\dots \text{Hz}$$

Finn eksperimentell frekvens ved å telja talet på svingingar n i ei viss tid t (minst 30 s).

$$f = \frac{n}{t} = \dots\dots\dots \text{Hz}$$

Er det bra samsvar mellom teoretisk og eksperimentell verdi?

.....

Kan eit eventuelt avvik forklarast med at massen til fjøra påverkar frekvensen?

.....

Del 3: Å finne eit uttrykk for dempinga til fjøra.

Køyr simuleringa som du finn på <http://sksk.no/Fysim/oppgavenr.aspx?10> så ser du kva verknad dempingsfaktoren b har på svinginga.

Dersom det verkar ei friksjonskraft $F_r = -bv$ på loddet under svinginga, vil amplituden avta eksponensielt og etter ei tid vera redusert til $e^{-1} \approx \frac{1}{3}$. Dersom denne tida er $t_{1/3}$, så er $b = \frac{2m}{t_{1/3}}$

Start ei svinging med ein gitt amplitude, og mål tida det går før amplituden er redusert til 1/3.

Rekn ut dempningsfaktoren: $b = \frac{2m}{t_{1/3}} = \dots\dots\dots$ kg/s

6.2 Lab 2. Øvingar med oscilloskop

Eit oscilloskop er eit voltmeter som viser korleis spenning varierer med tida.

Viktige knappar:

AUTOSET: Prøver å finne innstillingar automatisk. Leitar etter signal. Ikkje alltid brukbart resultat. Må ofte justere innstillingar etterpå.

CH 1 og CH 2 : Valg av inngang 1 eller 2 eller begge. Får også fram ein meny for den inngangen. På den menyen kan du velje **GROUND** og finne ut kvar 0-volt er, og eventuelt justere den opp/ned med **VERTICAL/POSITION**-knappen. Når du skal studere signal, kan du velje **AC** eller **DC**. **AC** betyr at du ser alle signal med variasjon omkring 0-volt. Med **DC** ser du også kor mykje heile signalet er forskyvd frå 0-volt.

MATH MENU: Kan her addere, subtrahere, multiplisere og invertere signala frå inngang 1 og 2

VOLTS/DIV: Her stiller du volt/cm på y-aksen på skjermen. Du kan strekke/krympe biletet i y-retningen

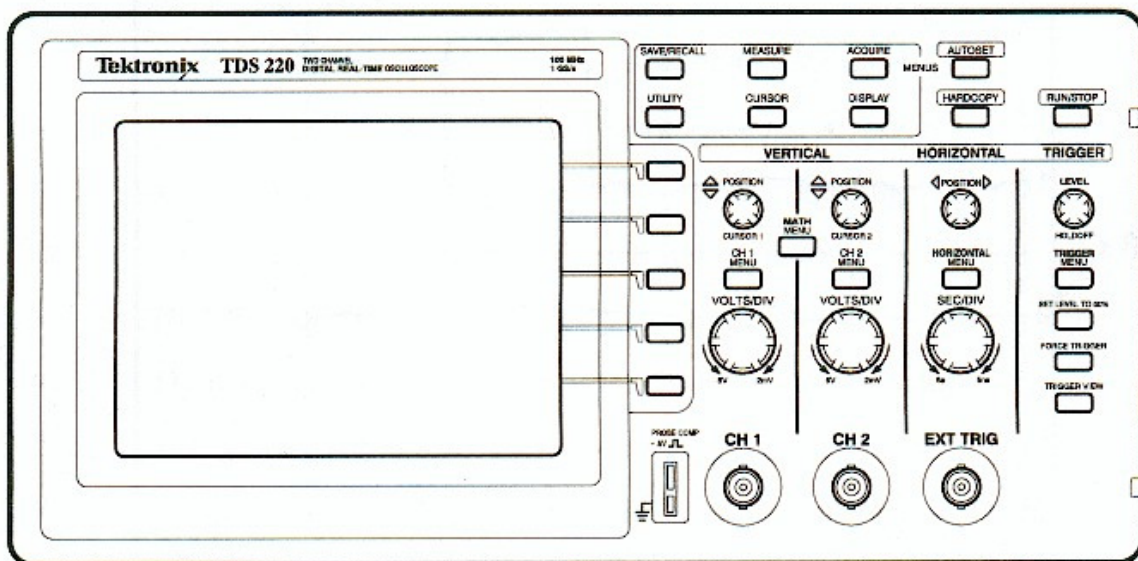
SEC/DIV: Her stiller du sekund/cm på t-aksen på skjermen. Du kan strekke/krympe biletet i x-retningen

HORIZONTAL/POSITION: Flyttar bilete sidelengs.

TRIGGER MENU: Får fram meny for trigging, dvs. når eit sveip over skjermen skal starte. Du kan her velje kva inngang som skal styre trigginga.

TRIGGER LEVEL: Her bestemmer du kor stor spenning eit innsignal skal opp i for at eit sveip skal starte (rettare sagt: verdien midt på skjermen).

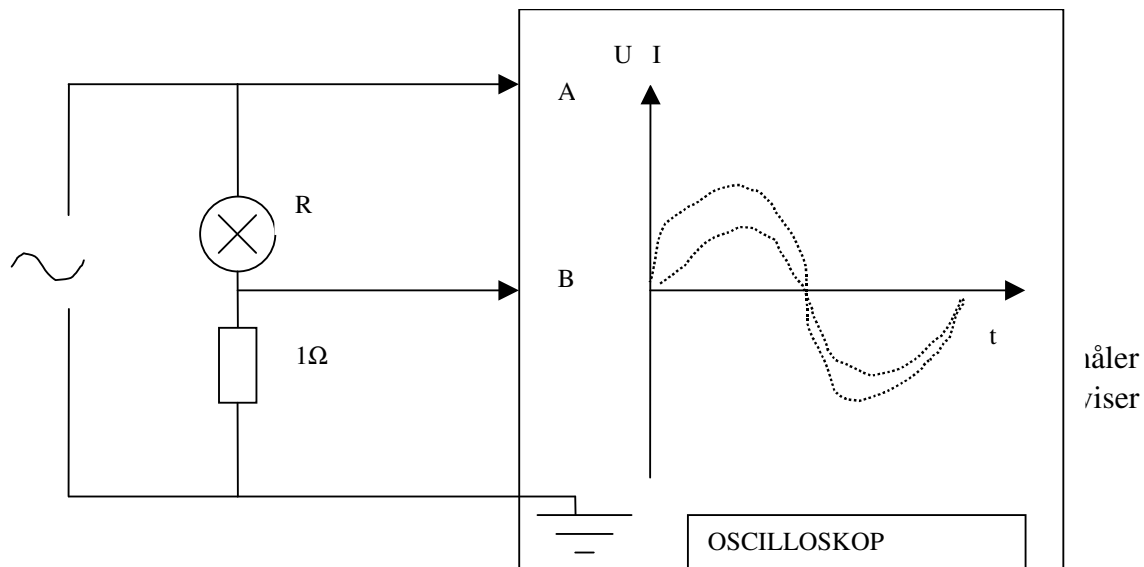
RUN/STOP: Her kan du fryse bilete på skjermen.



Introduksjonseksperiment 1 Vekselstrøm

Vi koplar opp strømkretsen som vist på figur der R er ein ukjent motstand som vi skal finne resistansen til.

Velg frekvens 50 Hz på signalgenerator.



Les av amplituder for spenning og strøm: $U_m = \dots\dots\dots I_m = \dots\dots\dots$

Rekn ut resistans: $R_{res} = \frac{U_m}{I_m} = \dots\dots\dots R = R_{res} - 1\Omega = \dots\dots\dots$

Etterarbeid: Teikn graf for U(t) og I(t). NB! Ta med skalering på aksane!

Effekt:

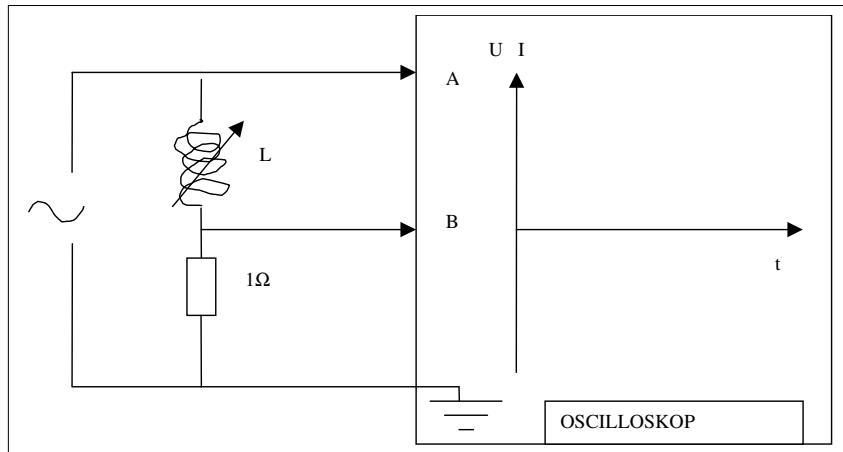
$P(t) = U(t) \cdot I(t)$.

Velg Math-funksjon for å sjå ch1*ch2. Kva blir funksjonsuttrykket for effekten?

Kva blir frekvensen? $f = \dots\dots\dots$ Dersom maksimalverdien til effekten er P_m , kva er då gjennomsnittsverdien til effekten? $\bar{P} = \dots\dots\dots$

Introduksjonseksperiment 2 Vekselstrøm

Vi koplar opp strømkretsen slik figuren viser. Bruk frekvens $f=10\,000\text{ Hz}$ på signalgenerator. Spolen som vi brukar har induktans $L=0,1\text{ H}$:



Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A(ch1) og B(ch2). Sidan inngang B måler spenning over motstanden på 1Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

Les av amplitudane for spenning og strøm:

$$U_m = \dots\dots\dots\text{V} \quad I_m = \dots\dots\dots\text{A}$$

$$\text{Impedansen(motstanden) er: } Z_L = \frac{U_m}{I_m} = \dots\dots\dots\Omega$$

Teikn inn strøm og spenningskurver på oscilloskop-biletet og skriv funksjonsuttrykk for kvar av dei (sinus eller cosinus):

$$U(t)=\dots\dots\dots \quad I(t)=\dots\dots\dots$$

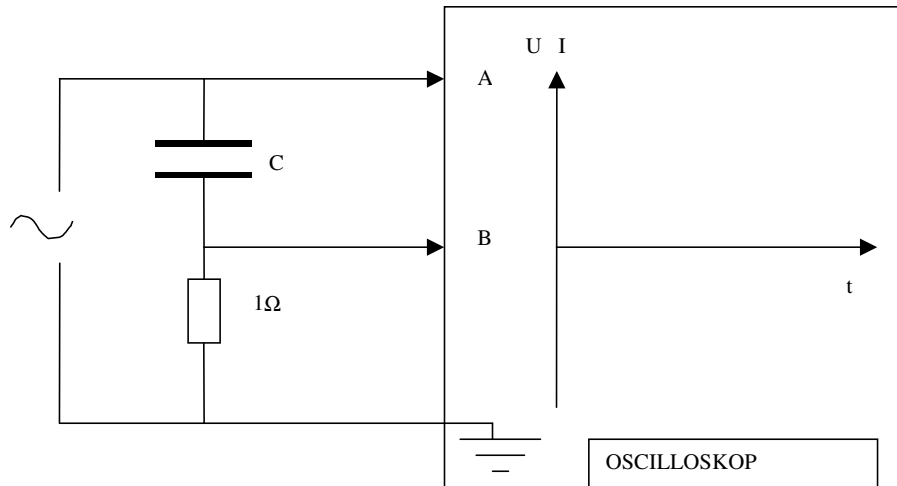
$$\text{Teorien seier at: } U = U_m \sin \omega t \text{ og } I = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ der } I_m = \frac{U_m}{Z_L} \text{ og impedansen } Z_L = \omega L$$

Stemmer dette?

For at faseforskyvninga skal vera $\pi/2$, må den ohmske motstanden vera liten: $R \ll Z_L$.

Introduksjonseksperiment 3 Vekselstrøm

Vi koplek opp strømkretsen slik figuren viser. Kondensatoren $C=22 \mu\text{F}$. Bruk frekvens 50 Hz på signalgeneratoren.



Oscilloskopet måler spenning på to inngangar A(ch1) og B(ch2). Sidan inngang B måler spenning over motstanden på 1Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

motstanden på 1Ω , viser den strømmen gjennom kretsen. Inngang A viser spenninga.

Les av amplitudane for spenning og strøm:

$$U_m = \dots\dots\dots\text{V} \quad I_m = \dots\dots\dots\text{A}$$

Impedansen(motstanden) er: $Z_C = \frac{U_m}{I_m} = \dots\dots\dots\Omega$

Teikn inn strøm og spenningskurver på oscilloskop-biletet og skriv funksjonsuttrykk for kvar av dei (sinus eller cosinus):

$$U(t)=\dots\dots\dots \quad I(t)=\dots\dots\dots$$

Teorien seier at: $U = U_m \sin \omega t$ og $I = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ der $I_m = \frac{U_m}{Z_C}$ og impedansen $Z_C = \frac{1}{\omega C}$

Stemmer dette?

For at faseforskyvninga skal vera $-\pi/2$, må den ohmske motstanden vera liten: $R \ll Z_C$.

6.3 Lab 3 Elektriske svingekretsar

Lab Sensorteori	Labøving nr. 3
Elektriske svingekretsar. Bruk av oscilloskop	LOT, januar 2006

Mål.

- Å bli kjent med enkel bruk av oscilloskop.
- Å forstå verkemåte for elektriske svingekretsar og dipolantenner.

1. Spole og kondensator i serie. Bruk $L=10\mu\text{H}$, $C=10\text{nF}$ og $R=10\text{k}\Omega$.

Den reaktive impedansen (motstandeen)

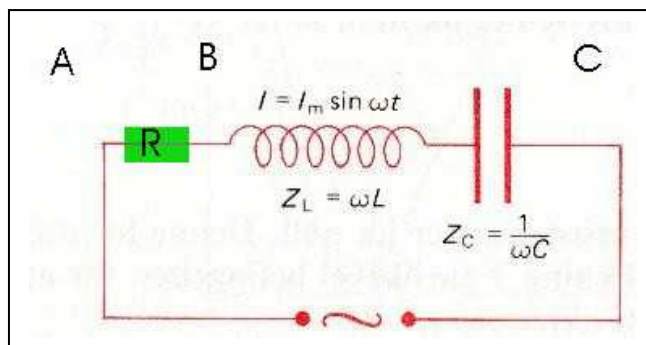
$$Z = |Z_L - Z_C| = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$$

er null når $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ som gir

$$\text{resonansfrekvens } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Rekn ut resonansfrekvensen:

$f_0 = \dots\dots\dots\text{Hz}$.



Kopl oscilloskopet mellom CB (kanal 2) og CA (kanal 1). (Jord i punktet C). Kanal 1 måler spenninga frå signalgenerator. Kanal 2 måler spenninga U_{CB} over kondensator+spole.

Prøv først ut innstillingane på oscilloskopet, test knappane som er forklart på siste side.

Målingar:

Ohms lov gir spenninga $U_{CB}=ZI$. **Juster frekvensen på signalet frå signalgeneratoren til U_{CB} har sin minste amplitude.** Impedansen har då sin minste verdi (får ikkje null impedans pga ohmsk motstand i spolen).

Noter frekvens (bruk gjerne **MEASURE**), og samanlikn med teoretisk resonansfrekvens:

$f = \dots\dots\dots\text{Hz}$. Kommentar:.....

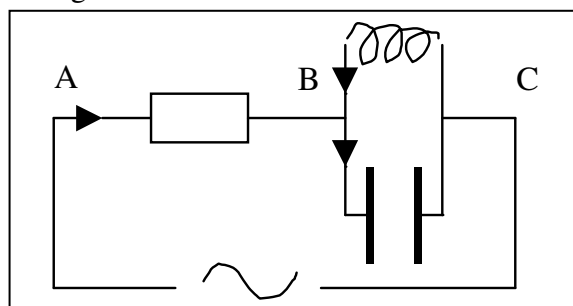
2. Spole og kondensator i parallell.

Kopl spolen og kondensatoren i parallell mellom B og C. Lat motstanden vera som før.

Kretsen blir no slik:

Når $\omega^2 = \frac{1}{LC}$, er strømmen i kondensator og spole tilnærma like stor, men i motfase.

Totalstrøm gjennom kretsen er tilnærma null, spenninga over AB er liten, og spenninga over CB er er stor. Vi får resonans.



Juster frekvensen frå signalgeneratoren til spenninga U_{CB} over parallell-koplinga får sin største amplitude. Noter frekvens og samanlikn med teoretisk resonansfrekvens:

$f = \dots\dots\dots\text{Hz}$. Kommentar:.....

3. Svingekrets.

Bruk samme kopling som i punkt 2 med kondensator og spole i parallell, men no skal signalgeneratoren berre brukast til oppladning av kondensatoren. Still signalgeneratoren på ca 1000Hz firkantpuls. Når signalet frå signalgeneratoren går til 0V, startar kondensatoren utladning gjennom spolen, og det oppstår svingingar i kretsen som består av spole og kondensator.

Juster oscilloskop slik at du får fram bilete av den dempa svinginga.

Skisser

biletet og teikn også inn einingar langs aksane, og angi innstillingar s/cm og V/cm.

Finn svingetid for dei dempa svingane

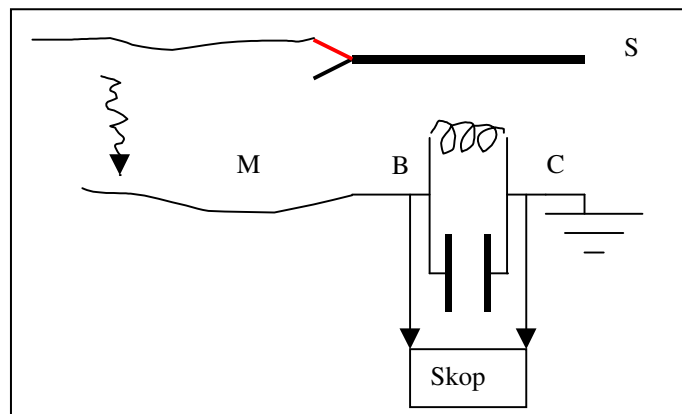


**T =
og rekn ut frekvens**

**f =
og samanlikn med resonansfrekvensen.**

4. Radiomottakar

Signalgeneratoren skal no fungere som radiosendar, og oscilloskopet saman med svingekretsen som radiomottakar. Vi vil sjå at svingekretsen plukkar ut berre ein bestemt frekvens (radiostasjon).



Kopl signalgeneratoren frå svingekretsen.

Lag ei mottaksantenne M i form av ein ledning på ca 1 m ut frå svingekretsen.

Lag ei sendeantenne i form av ein ledning ut frå den røde bananstikka på kabelen S frå signalgeneratoren. Lat det vera ca 30 cm mellom sende-og mottaksantenne.

Mål spenninga U_{CB} over svingekretsen som før med oscilloskopet.

Lat signalgeneratoren sende sinussignal med frekvens nær svingekretsen sin resonansfrekvens. Finn den sendefrekvensen som gir best mottaking:

f = og maksimal spenningsamplitude på oscilloskopet: $U_{maks} = \dots\dots\dots$

Juster frekvensen rundt resonansfrekvensen og finn bandbreidde for mottakaren.

Bandbreidde er definert som frekvensintervallet som gir minst halv mottaks-effekt (3dB).

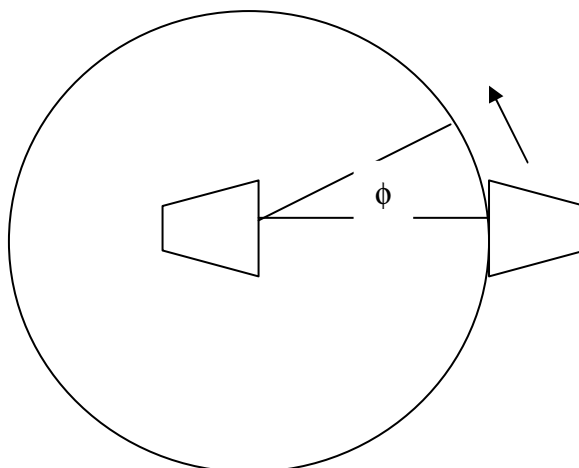
Når $P = \frac{P_{maks}}{2}$, er: $U = \frac{U_{maks}}{\sqrt{2}} \approx 0.7U_{maks}$ Bandbreidde $\Delta f = \dots\dots\dots$ Hz

6.4 Lab 4. Radarstrålediagram

Fysikk OM2	Labøving nr. 4
Radarstrålediagram. dB-skala	LOT, oktober 2000

Vi skal måle den romlege Intensitetsfordelinga for 3 cm radarstråling ut frå ei hornantenne.

Vi flyttar mottaker slik at vinkel ϕ til senterlinjen for sender varierer frå 0° til 90° , og passar på at avstand til sender er konstant lik 30 cm.



Samanhengen mellom intensitet I i dB og i linær skala er

$$I_{dB} = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (1)$$

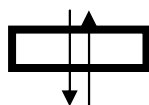
$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{I_{dB}}{10}} \quad (2)$$

der I_0 er ein referanseintensitet - her intensiteten ved 0° . Ein faktor 10 i intensitet gir 10dB, ein faktor 100 i intensitet gir 20dB. Ei halvering av intensitet, gir -3dB. ($\log(1/2) = -0,301$)

Vi stiller inn mottakar slik at målt intensitet ved 0° er 0 dB, dvs fullt utslag på måleinstrument. Fyll ut tabellen for vinkelfordeling av stråling i horisontalplanet:

Vinkel	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
I_{dB}	0									

Det elektriske feltet ut frå antenna har polarisasjonsretning vinkelrett på bølgeleder:



I første forsøk ser vi på vinkelfordelinga i horisontalplanet, dvs i planet vinkelrett på polarisasjonsretninga. For å finne vinkelfordelinga i vertikalplanet, dvs. i planet parallelt med polarisasjonsretninga, legg vi sende- og mottakarantenna **ned** på bordet, og måler ein ny serie som vi kallar vinkelfordeling i vertikalplanet:

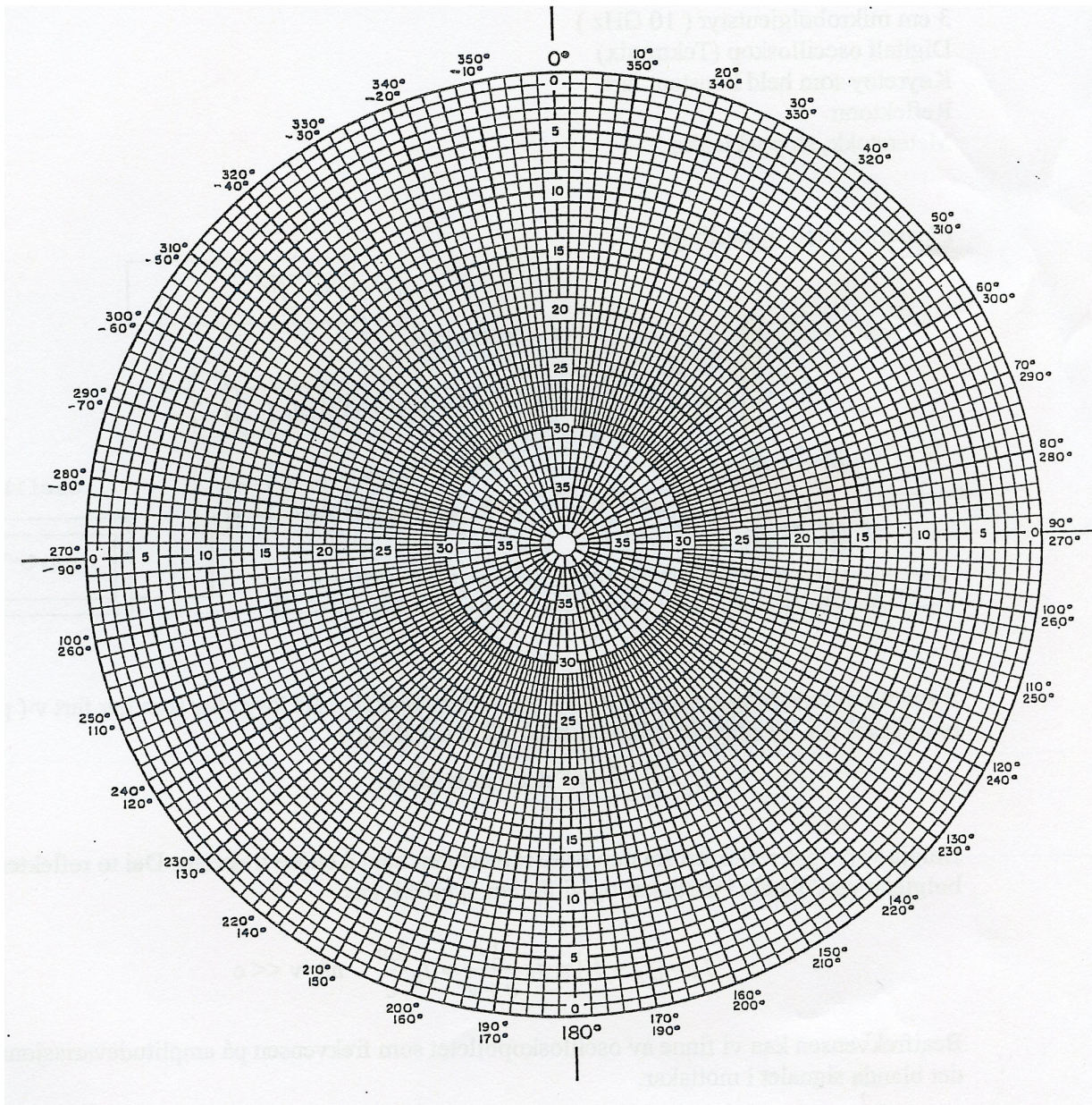
Vinkel	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
I_{dB}	0									

Plott inn dei to måleseriane i strålingsdiagrammet, og lag eit 360° - diagram ved at du antar same verdiar frå 0° til -90° som frå 0° til 90° og konstant verdi frå 90° til 270° .

Teikn inn i diagrammet stråler som går gjennom -3dB punkta for den horisontale og vertikale strålingsloben. Vinkelen mellom desse linjene er definert som hhv den horisontale og den vertikale strålebreidde for radarantenna. Finn desse vinklane!

Legg tabell-dataene (vertikal og horisontal) for -90° til 270° inn i EXCEL, rekn om frå dB til linær(formel 2), og plott radardiagram for intensitet i linær skala - begge lobene i samme diagram. Lever inn dB-diagram og utskrift av rekneark med grafikk.

Radarstrålediagram



Radarstrålediagram med dB skala

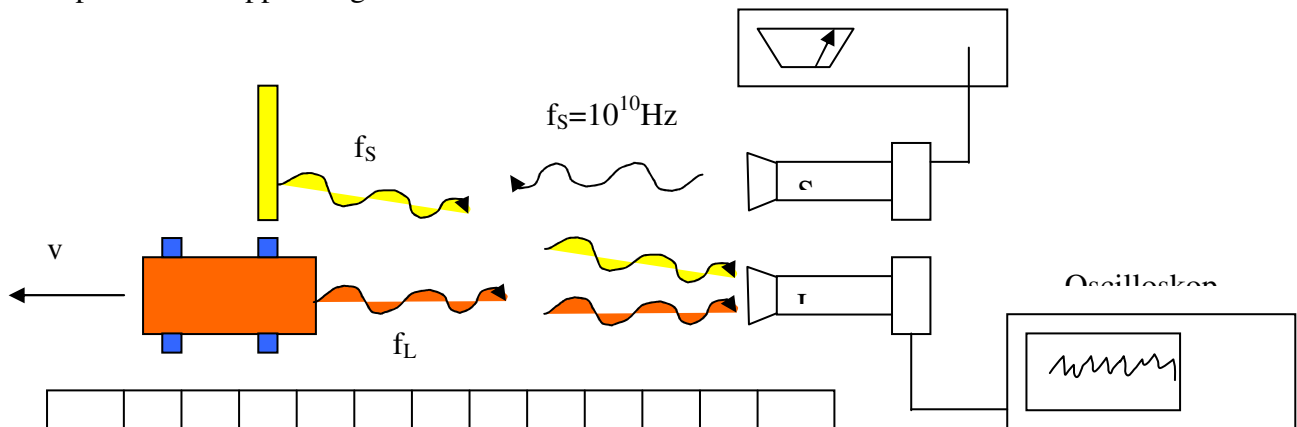
6.5 Lab 5. Dopplerradar

Sensorteori	Labøving nr. 5
Doppler-effekt Fartsmåling med doppler-radar	LOT, febr. 2003

Utstyr:

3 cm mikrobølgeutstyr (10 GHz)
 Digitalt oscilloskop (Tektronix)
 Kjøretøy som held konstant fart
 Reflektorar
 Meterstokk, stoppeklokke

Ekperimentell oppstilling:



S sender ut radarbølger med frekvens f_s . Etter refleksjon fra kjøretøy som har fart v (positiv retning frå S), gir doppler-effekten at bølga har frekvens

$$f_L = \frac{c-v}{c+v} \cdot f_s \text{ der } c \text{ er lysfarten}$$

Bølga vert også reflektert frå den faste reflektoren utan å endre frekvens. Dei to reflekterte bølgjene vert blanda i mottakar og vi får ein *beatfrekvens*

$$f_B = |f_s - f_L| = f_s \frac{2v}{c+v} \approx f_s \frac{2v}{c} \text{ når } v \ll c$$

Beatfrekvensen kan vi finne av oscilloskopbiletet som frekvensen på amplitudevariasjonane for det blanda signalet i mottakar.

$$\text{Farten til kjøretøyet er då } v = \frac{c \cdot f_B}{2f_s}$$

Oppgave:

Vi skal måle farten til eit køyretøy. Prøv tre forsøk med maksimal, medium og minimal fart.

Start køyretøyet, trykk på RUN/STOP - knapp på oscilloskop og start stoppeklokke når køyretøyet passerer starten på meterstokken. Stopp stoppeklokke etter 1.00 m. Når eit skop-biletet er ferdig, trykk på RUN/STOP. Finn beatfrekvensen ut frå skop-biletet. Rekn ut farten både etter formel $s = v/t$ og etter formelen for dopplereffekten. Vurder resultatet.

Tabell:

	Maksfart	Medium fart	Minimal fart
Vei s			
Tid t			
Fart $v=s/t$			
Beatfrekvens f_B			
Fart $v = \frac{c \cdot f_B}{2f_s}$			

Innstillinger:

Digitalt oscilloskop:

CH1: 20 mV/cm

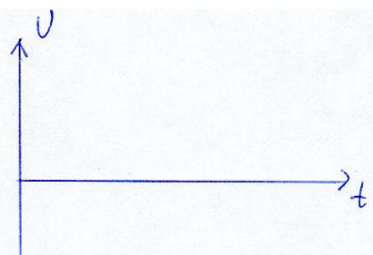
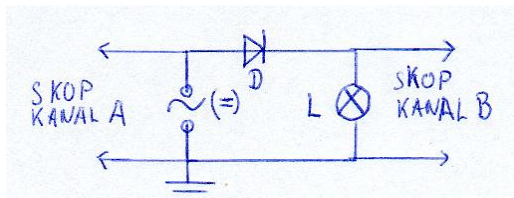
Time: 500 ms/cm eller 1 s/cm

6.6 Lab 6. Diodekoplinger

Sensorteori	Lab nr. 6
Diodekoplinger. Likerettar. RC-filteer.	LOT, april 2010

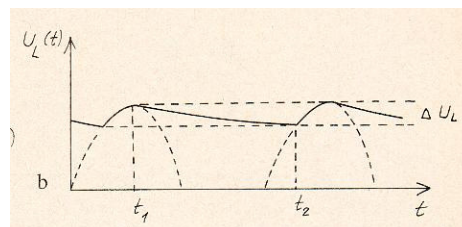
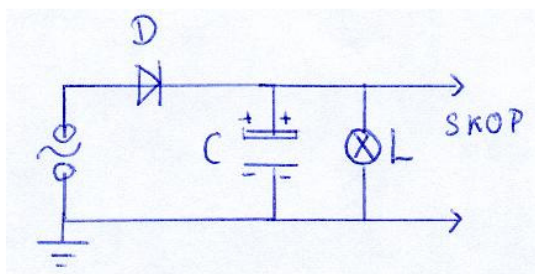
Utstyr: Diverse diodar, kondensatorar, lyspæresokkel og lyspære (6V/0,05A), signalgenerator, likespenningsskjelde, oscilloskop.

Kopling 1: Strømretning gjennom ein diode.



- Vi koplar først likespenningsskjelde til kretsen, still på 5 V. Dersom lampen ikkje lyser, snur vi dioden. Ut frå det kan lederetningen til dioden bestemast (markert med ein ring på dioden). Prøv det samme med ein lysdiode. Noter deg lederetning.
- Deretter koplar vi 0,50 Hz vekselspenning frå signalgenerator til kretsen. Lampen lyser berre ein del av tida. Auk frekvensen til 50 Hz. Kopl oscilloskopet over lampen. Pass på at jordledning (skjerm-leder) på oscilloskop og signalgenerator er kopla til samme punkt. På oscilloskopet ser vi likerettarverknaden til dioden. Teikn oscilloskopbiletet inn i diagrammet ovanfor, både sinus og den likeretta sinus.

Kopling 2: Enkel likeretting med utglatting.



C.

Kopl ein kondensator i parallell med lampen slik det er vist på figuren. Prøv kondensatorar på 10, 100 og 220 μF og studer oscilloskop-biletet. Vi får ei delvis utglatting av spenninga over lampen. Når spenninga stig, blir kondensatoren lada opp. Når spenninga byrjar å avta ved tidspunktet t_1 , blir kondensatoren lada ut gjennom motstanden R i lampen. Men dette tar lang tid når vi har stor kondensator eller stor motstand. Spenninga avtar difor berre sakte mot null før ny oppladning startar ved tidspunktet t_2 . Spenninga avtar eksponensielt som $e^{-t/RC}$, så når $t=RC$ er spenninga redusert til ca. $1/3$ (e^{-1}). RC kallar vi tidskonstanten.

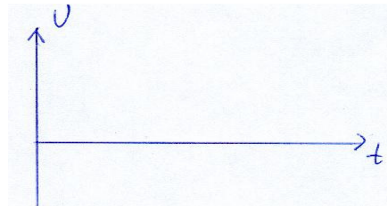
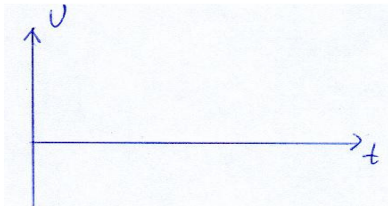
Når du har kondensator $C=100\mu\text{F}$ og vi reknar $R=120\Omega$, skal du finne tidskonstanten:

Ved utrekning: $RC=.....$ Ved observasjon på oscilloskopet: $t_{1/3}=.....$

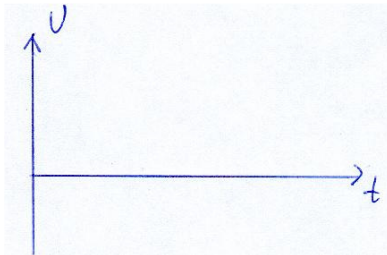
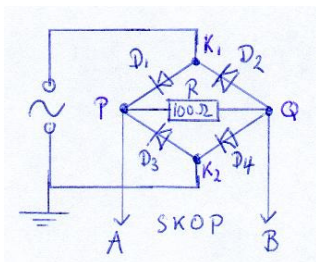
Vi kan også sei at kondensatoren sin reaktans $Z=1/\omega C$ for vekselspanninga er mindre enn lyspæra sin resistans, slik at vekselstrømmen går gjennom kondensatoren og likestrømmen gjennom lyspæra. Koplinga som vi har, kallar vi eit RC-lavpassfilter med grensefrekvens $f_0 = 1/(2\pi RC)$. Frekvensar $f < f_0$ slepp gjennom filteret, frekvensar $f \gg f_0$ blir stansa av filteret (kortslutta av kondensatoren).

Velg no $C=10 \mu F$ og $R=120 \Omega$. Rekn ut grensefrekvensen $f_0 = \dots\dots\dots$

Varier frekvensen frå signalgeneratoren rundt grensefrekvensen og skisser likerettingskurva for **ein frekvens godt over** (for eksempel $10 \cdot f_0$) og **ein frekvens godt under f_0** (for eksempel $0.1 \cdot f_0$) Skriv frekvensen på grafen:

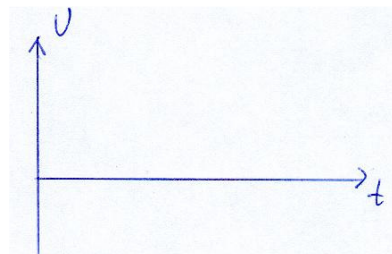
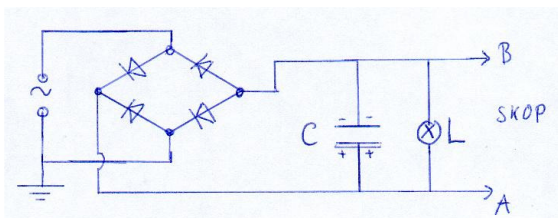


Kopling 3: Likerettar med brukopling



Ved å bruke 4 diodar i brukopling kan vi utnytte begge halvperioder av vekselspanninga. Når K_1 er positiv og K_2 er negativ går strømmen gjennom D_1 , R og D_4 . Når K_1 er negativ og K_2 er positiv går strømmen gjennom D_3 , R og D_2 . Begge ganger frå venstre mot høgre gjennom R , altså har vi fått likestrøm. Når vi skal måle spenninga over R med oscilloskop, må vi på kanal A måle spenninga frå K_2 til P , og på kanal B måle spenning frå K_2 til Q , og så subtrahere dei to spenningane ved innstillinga INVERT/ADD. Teikn inn oscilloskopbiletet i diagrammet. Prøv også å lage brukopling med lysdioder. Reduser frekvensen til 1 Hz og observer korleis strømmen går.

Kopling 4: Likerettar med brukopling og RC-filter

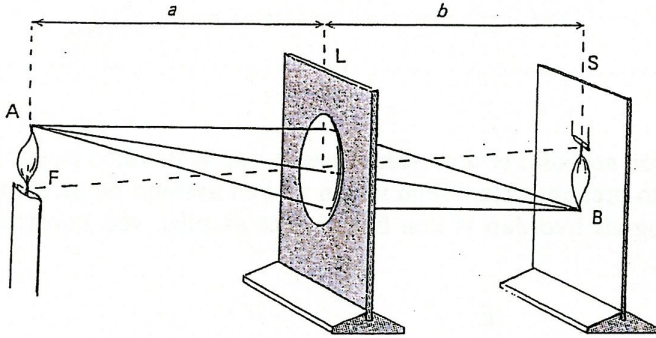


Prøv med kondensatorverdiar $C= 10, 100$ og $220 \mu F$. Teikn inn oscilloskopbiletet i diagrammet i eitt av tilfella. Bruk 50 Hz vekselstrøm frå signalgenerator. Sjølv med store kondensatorar ser vi at det ikkje er lett å få til heilt glatt likespenning. Ved å bruke transistorar kan vi lage **spenningsregulatorar** utan bruk av store kondensatorar.

6.7 Lab7. Avbildning med samlelinse.

Innledning

Når vi sender lys inn mot en samlelinse, blir lyset brutt i linsen. Hvis vi holder en lysende gjenstand foran en slik linse, kan vi få et bilde av gjenstanden. Bildet dannes ved at et knippe stråler fra et objektpunkt A blir brutt i linsen, slik at strålene etter gjennomgangen samler seg i et billedpunkt B .



Vi skal gjøre et forsøk for å studere en slik avbildning nærmere. På figuren er L en tynn samlelinse. Som objekt bruker vi en stearinlysflamme F . Bildet av stearinlysflammen prøver vi å fange opp på en skjerm S . Avstanden fra flammen til linsens midtpunkt kaller vi a , og avstanden fra skjermen til linsens midtpunkt kaller vi b .

Utstyr

Samlelinse med brennvidde 10–15 cm, linseholder, stearinlys, skjerm og målestav.

Observasjoner

Innledende forsøk

For å finne linsens brennvidde f tenner vi stearinlyset og setter det på et bord i noen meters avstand til venstre for linsen. Midtpunktet i veken skal ligge omtrent på linsens akse. Sett skjermen til høyre for linsen. Varier avstanden mellom linsen og skjermen til flammen blir skarpt avbildet på skjermen. Avstanden fra linsens midtpunkt til skjermen er tilnærmet lik brennvidden f . Mål f .

$$f \approx \dots\dots\dots$$

Hvis linsens brennvidde er kjent, så kan vi konstruere billedpunktet B når objektpunktet A er gitt. Under konstruksjonen kan det være hensiktsmessig å bruke tre spesielle stråler som vi kjenner strålegangen for. Hvilke stråler er dette?

Stråle 1:

.....
.....

Stråle 2:

.....
.....

Stråle 3:

.....
.....

Forsøk A

Still stearinlyset til venstre for linsen i en avstand på ca. 3 brennvidder fra linsen. Flytt på skjermen slik at bildet av flammen på skjermen blir så skarpt som mulig. Mål avstandene a og b .

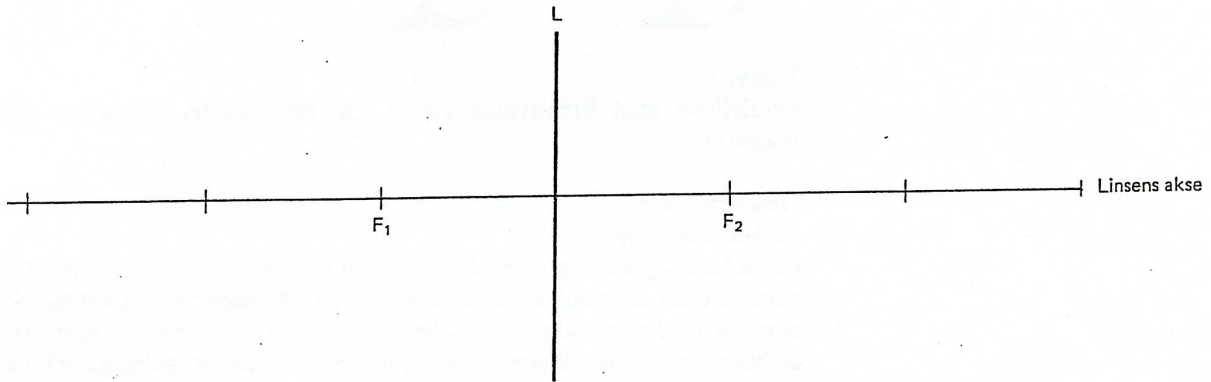
$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

Studer bildet på skjermen. Hva kan vi si om bildet?

.....
.....
.....

På figuren nedenfor er den tynne linsen L tegnet inn med en strek. F_1 og F_2 er linsens to brennpunkter. Tegn inn en pil i en avstand på ca. 3 brennvidder fra linsen, og vis hvordan vi kan finne bildet av pilen ved konstruksjon.



Hvordan stemmer resultatet av konstruksjonen med observasjonene?

.....
.....
.....

Forsøk B

Gjenta forsøket, men still denne gangen stearinlyset i en avstand på 2 brennvidder fra linsen. Flytt skjermen til bildet blir så skarpt som mulig. Noter avstandene a og b .

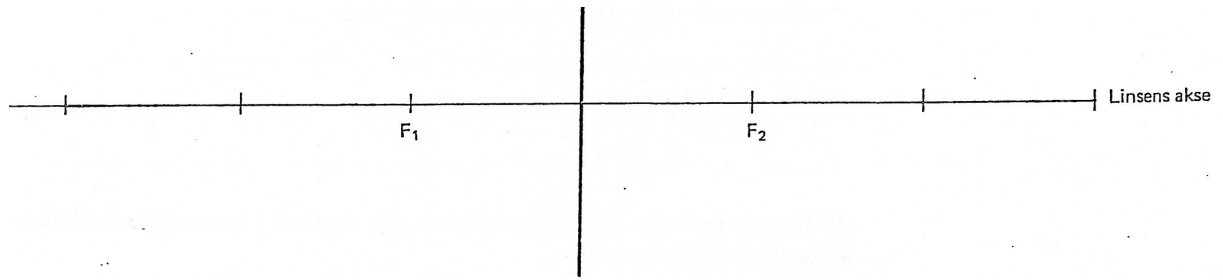
$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

Studer bildet på skjermen. Hva kan vi si om bildet?

.....
.....
.....

På figuren på neste side skal vi tegne inn en pil i en avstand på 2 brennvidder fra linsen L . Vis hvordan vi kan finne bildet av pilen ved konstruksjon.



Hvordan stemmer resultatet av konstruksjonen med observasjonene?

.....

.....

.....

.....

Forsøk C

Gjør forsøket enda en gang, men still nå stearinlyset i en avstand på ca. $1\frac{1}{2}$ brennvidde fra linsen. Flytt skjermen til bildet blir så skarpt som mulig. Mål a og b .

$a = \dots\dots\dots$

$b = \dots\dots\dots$

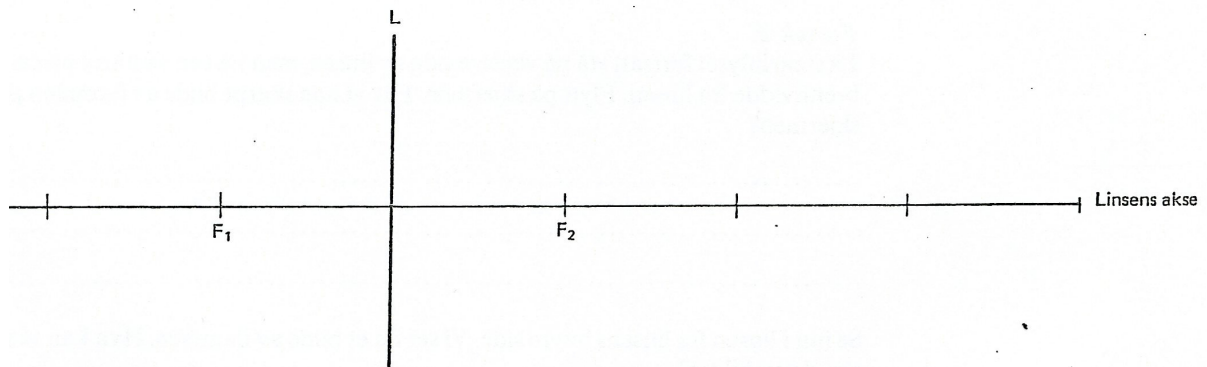
Studer bildet på skjermen. Hva kan vi si om bildet?

.....

.....

.....

På figuren nedenfor skal vi tegne inn en pil i en avstand på ca. $1\frac{1}{2}$ brennvidde fra linsen L . Vis hvordan vi kan finne bildet av pilen ved konstruksjon.



Hvordan stemmer resultatet av konstruksjonen med observasjonene?

.....

.....

.....

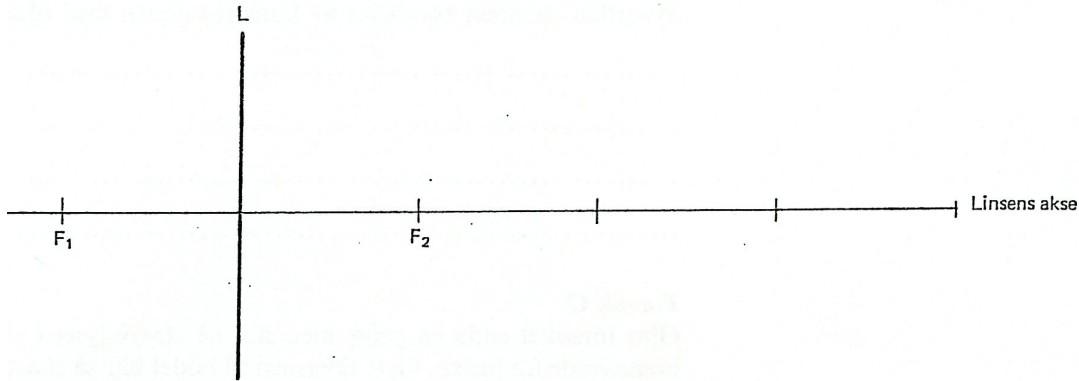
.....

Forsøk D

Still stearinlyset i en avstand på 1 brennvidde fra linsen. Flytt på skjermen. Får vi noe skarpt bilde av flammen på skjermen?

.....
.....
.....

På figuren nedenfor skal vi tegne inn en pil i avstand 1 brennvidde fra linsen *L*. Konstruer bildet av pilen.



Hva forteller konstruksjonen oss om den innbyrdes retning av strålene fra et objektunkt på pilen etter at de har gått gjennom linsen? Hvordan stemmer resultatet av konstruksjonen med observasjonene?

.....
.....
.....
.....

Forsøk E

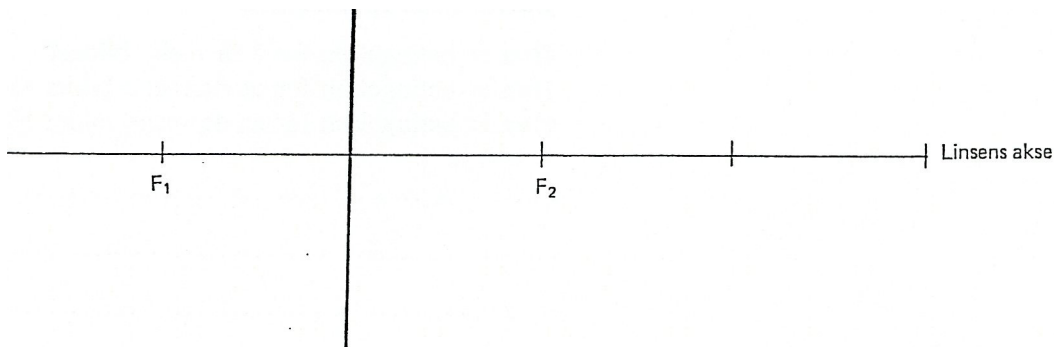
La stearinlyset fortsatt stå på venstre side av linsen, men nå i en avstand på ca. $\frac{1}{2}$ brennvidde fra linsen. Flytt på skjermen. Får vi noe skarpt bilde av flammen på skjermen?

.....
.....
.....

Se inn i linsen fra linsens høyre side. Vi ser da et bilde av flammen. Hva kan vi si om dette bildet?

.....
.....
.....

På figuren på neste side skal vi tegne inn en pil i avstand ca. $\frac{1}{2}$ brennvidde fra linsen *L*. Konstruer bildet av pilen.



Hva forteller konstruksjonen oss om den innbyrdes retning av strålene fra et objektpunkt på pilen etter at de har gått gjennom linsen? Hvordan stemmer resultatet av konstruksjonen med observasjonene?

.....

.....

.....

.....

Diskusjon

1. Sett måleresultatene fra forsøk A, B og C inn i skjemaet nedenfor. Regn ut $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ og $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$.

Forsøk	a	$\frac{1}{a}$	b	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
A					
B					
C					

Regn også ut $\frac{1}{f}$.

$$\frac{1}{f} = \dots\dots\dots$$

Sammenlikn $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ for hver av de tre målingene med $\frac{1}{f}$. Hva tyder resultatene på?

.....

.....

.....

Skriv linseformelen:

2. Sammenlikn bildene i konstruksjonene til forsøkene A–E med hverandre.
Besvar disse spørsmålene:

Hva er betingelsen for å få reelle bilder?

Hva er betingelsen for at de reelle bilder skal bli forminsket?

Hva er betingelsen for at de reelle bilder skal bli forstørret?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Hva er betingelsen for å få virtuelle bilder?

Hvordan er størrelsen av et virtuelt bilde sammenliknet med størrelsen av objektet?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Kikkert.

Bruk to linser med $f=5$ cm og $f=15$ cm. Still dei opp ved vinduet ut mot Paroleplassen slik at du ser eit skarpt, forstørra bilete av ei utelykt på plassen når du ser gjennom begge linsene og held auge tett inntil den eine linsa.

Vurder forstørring (prøv å sjå med eitt auge gjennom ”kikkerten” og eitt utanfor)

Forstørring : ca.

Ser du objektet opp ned eller rettvendt?

Mål nøyaktig avstand mellom linsene og noter ned kva linse som er fremst (objektiv) og nærast auge (okular).

Konstruer strålegangen gjennom linsene. Rekn ut forstørring. Utrekna verdi: