

Fahrdynamik des Schienenverkehrs

Wintersemester 2004/2005

Peter Spiess
DB Systemtechnik

14. Dezember 2005

Kontakt

Dr. Peter Spiess
DB Technik/Beschaffung
TZF 81 Bremsbetrieb und Zugdynamik
Weserglaci 2
32423 Minden
Tel.: 0571 - 393 5663
Mail: peter.a.spiess@bahn.de

Literatur

- Hendrichs, W. und Voß, G.: „Fahrdynamik“
in Mehlhorn, G. (Hrsg.): *Der Ingenieurbau*, Ernst & Sohn, Berlin 1995.
- Wende, D.: *Fahrdynamik*, B.G. Teubner, Stuttgart 2003.
- Gralla, D.: *Eisenbahnbremstechnik*, Werner Verlag, Düsseldorf 1999.
- Popp, K. und Schielen, W.: *Fahrzeugdynamik*, B.G. Teubner, Stuttgart 1993.

Inhalt

- Einführung und Anwendungsgebiete
- Physikalische Grundlagen
- Fahrdynamische Kräfte
- Ausgewählte Anwendungen

Einführung und Anwendungsgebiete

- **Warum Fahrdynamik?**
- **Anwendungsbereiche und Fragestellungen**
- **Definitionen**

Warum Fahrdynamik?

Eisenbahnbetrieb erfordert zu jeder Zeit

- sehr genaue Kenntnis der Position der Fahrzeuge auf dem Fahrweg
 - Fahrplan (*wann* hält der Zug *wo*?)
 - Sicherstellung eines Mindestabstandes zweier Fahrzeuge

Notwendig:

- Kenntnis der Gesetze, denen die Bewegung der Fahrzeuge unterliegt
- Kenntnis der Leistungsfähigkeit der Fahrzeuge
- Kenntnis der für die Fahrleistung relevanten Streckenparameter

→ Grundlagen liefert die Fahrdynamik

Anwendungsbereiche und Fragestellungen

- Fahrplankonstruktion
- Grundlegende Berechnungen zur Fahrzeugauslegung
- Simulation von betrieblichen Abläufen, Betriebsanalysen
- Berechnung energieoptimaler Fahrweisen
- Bremstechnische Betrachtungen
- Unfallanalysen
- Achterbahnen
- ...

Definitionen

Definition 1. [Wende] *Fahrdynamik ist die Wissenschaftsdisziplin von der Fahrbewegung der Verkehrsmittel, den verursachenden Kräften und der Traktionsenergie*

Definition 2. [Spiess] *Fahrdynamik ist die Physik der Zugfahrt auf großen Skalen.*

Grundlagen

- **Kinematische Grundlagen**
- **Dynamische Grundlagen**
- **Fahrdynamische Grundgleichung**

Grundlagen

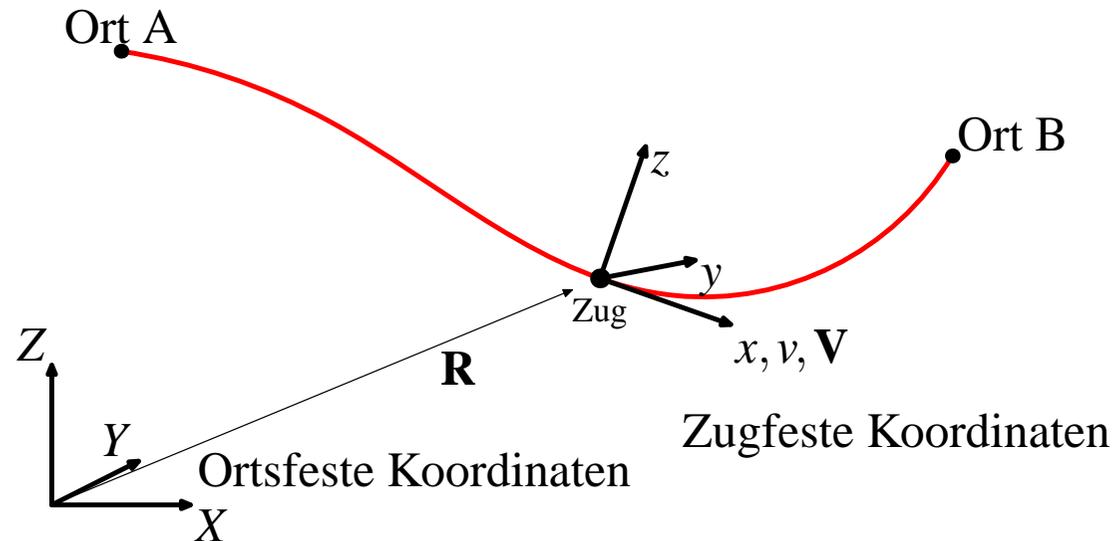
■ Kinematische Grundlagen

- Beschreibung der Bewegung im Raum
- Größen und Beziehungen
- Zugfestes Koordinatensystem
- Bewegungsformen
- Mittelwerte
- Auswertung fahrdynamischer Daten

■ Dynamische Grundlagen

■ Fahrdynamische Grundgleichung

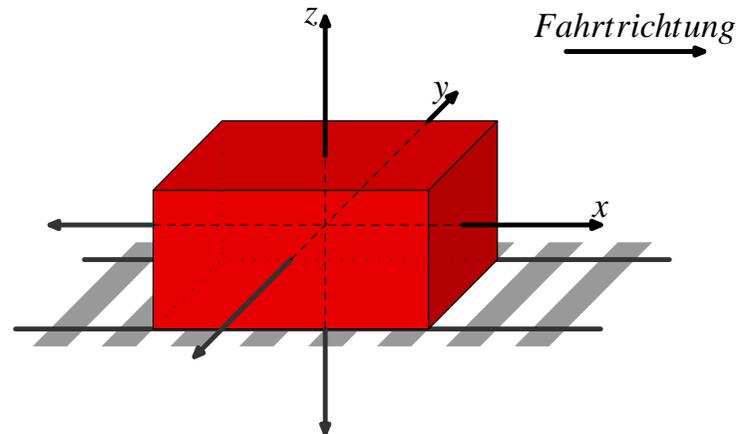
Beschreibung der Bewegung im Raum



Die Zugbewegung findet auf einer dreidimensionalen Bahnkurve statt. Man unterscheidet

- *ortsfeste Koordinaten X, Y, Z und*
- *zugfeste (mitbewegte) Koordinaten x, y, z .*

Zugfestes Koordinatensystem



- das System, auf das sich die meisten fahrdynamischen Größen beziehen
- allgemeine Eisenbahnkonvention
- Voraussetzung für das Aufstellen von Gleichungen
- wichtig für elektronische Systeme (vorwärts/rückwärts, Fahrzeugorientierung,...)

Einige Größen und Beziehungen

Ortsvektor $\mathbf{R}(t) = (X(t), Y(t), Z(t))$

- ➔ beschreibt den Ort des Zuges im ortsfesten System
- ➔ Ist Koordinatenursprung im zugfesten System

Geschwindigkeit $\mathbf{V}(t) = \dot{\mathbf{R}}(t)$

- ➔ Im zugfesten System: $v(t) = \sqrt{\mathbf{V}^2(t)}$, zeigt immer in x - Richtung

Beschleunigung $\mathbf{A}(t) = \dot{\mathbf{V}}(t)$, $a(t) = \dot{v}(t)$

- ➔ $a(t)$ ist die Komponente der Beschleunigung in x - Richtung, $a = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_x$, i.A. gilt $a \neq |\mathbf{A}|$

Wegstrecke $s(t) = \int_{t_0}^t |\mathbf{V}(t')| dt'$

- ➔ Gibt den zurückgelegten Weg an. Hinreichend zur Ortsangabe, da die befahrenen Strecken im Allgemeinen bekannt sind.
- ➔ Kann als Kurvenparameter genutzt werden, z.B. $v(s)$, solange die Abbildung $t \rightarrow s$ umkehrbar.

Ruck $\mathbf{U} = \dot{\mathbf{A}}$, $u = \dot{a}$

- ➔ Wichtig bei Komfortfragen

Zusatz – Kurvenradius:

Einheitsvektor $\mathbf{e}_x \equiv \mathbf{V}/v$ kann als Funktion von s betrachtet werden. Dann ist

$$\frac{d\mathbf{e}_x}{ds} \equiv \frac{d\mathbf{V}}{ds v} := \mathbf{N}(s) \quad (1)$$

die *Krümmung* der Kurve (des Gleisbogens). Es gilt die Zerlegung

$$\mathbf{A} = a \cdot \mathbf{e}_x + v^2 \cdot \mathbf{N}.$$

Weiter ist der Krümmungsradius das Inverse der Krümmung, $\rho = 1/|\mathbf{N}|$. Es ist also für den mit konstanter Geschwindigkeit v fahrenden Zug

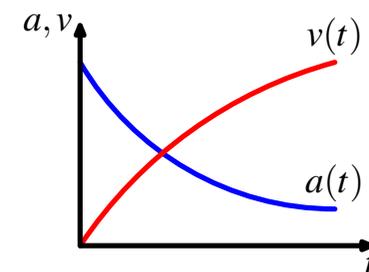
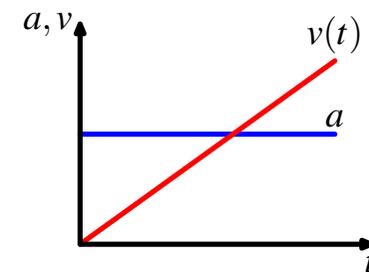
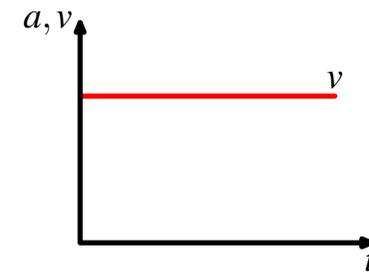
$$|\mathbf{A}| = \frac{v^2}{\rho} = v^2 \cdot |\mathbf{N}(s)|.$$

- Die Krümmung einer Kurve sollte stetig ausgelegt werden, anderenfalls tritt ein unendlicher Ruck auf (\rightarrow BoGeStra).

Bewegungsformen

Grundsätzliche Einteilung:

- Rotation
- Schwingung (Vibration)
- Translation
 - ➔ gleichförmige Bewegung ($v = \text{const.}$)
 - ➔ gleichmäßig beschleunigte Bewegung ($a = \text{const.}, v = a \cdot t + v_0$)
 - ➔ ungleichmäßig beschleunigte Bewegung
➔ allgemeiner Fall



Mittelwerte

- Wichtig in der Praxis! Messwerte sind oft verrauscht.
- Allgemeine Vorschrift zur Bildung eines Mittelwerts:

$$F_m = \frac{1}{b-a} \int_a^b F(x) dx. \quad (2)$$

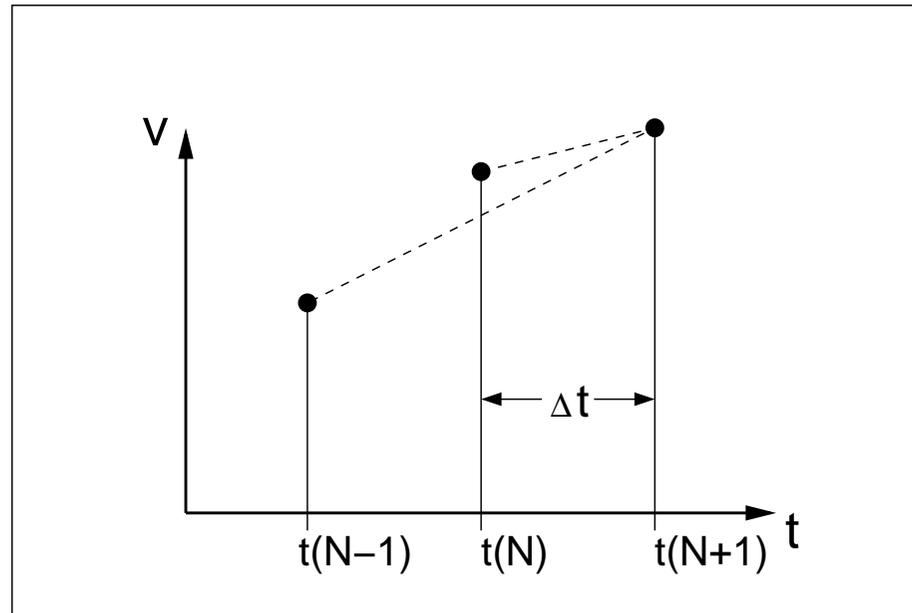
- wichtig ist die Angabe der Größe, über die gemittelt wird,

$$a_{m,t} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0}. \quad (3)$$

unterscheidet sich i.A. von

$$a_{m,s} = \frac{1}{s_1 - s_0} \int_{s_0}^{s_1} a(s) ds = \frac{v^2(s_1) - v^2(s_0)}{2(s_1 - s_0)}, \quad (4)$$

Auswertung fahrdynamischer Daten



Fahrdynamische Daten aus Versuchen liegen i.A. in diskreter, digitaler Form vor, z.B. $\{v(t_0), v(t_1), \dots, v(t_N)\}$. Zur Ermittlung von Werten zwischen den Messpunkten existieren z.B. die Verfahren der

- linearen Interpolation oder der
- Spline-Interpolation

Zur Ermittlung weiterer, abgeleiteter Größen, wie z.B. der Beschleunigung a oder des Weges s existieren verschiedene Näherungsverfahren, z.B.

1. Numerische Differentiation mittels zentraler Differenzenquotienten:

$$a(t_N) \approx \frac{v(t_{N+1}) - v(t_{N-1}))}{2\Delta t}.$$

➔ erheblich genauer als Vorwärts- oder Rückwärtsdifferenzen!

2. Numerische Integration mittels der Trapezformel:

$$s(t_{N+1}) \approx s(t_N) + \frac{v(t_N) + v(t_{N+1}))}{2\Delta t}$$

3. Es existieren zahlreiche weitere Verfahren, die problemangepasst angewandt werden sollten

Grundlagen

■ Kinematische Grundlagen

■ Dynamische Grundlagen

- Zugmodell in der Fahrdynamik
- Dynamische Systeme
- Energie des Zuges
 - ⇒ Kinetische Energie
 - ⇒ Massenfaktoren
 - ⇒ Potentielle Energie
 - ⇒ Der Energiesatz

■ Fahrdynamische Grundgleichung

Zugmodell in der Fahrodynamik

Die am Zug angreifenden Kräfte sind i.A. dreidimensional und von den folgenden Parametern abhängig:

1. Zeit
2. Weg
3. Geschwindigkeit
4. Temperatur
5. ...
6. Wetter
7. Verschleißzustand
8. ...

■ Die unabhängigen fahrdynamischen Größen sind zum Teil deterministischer (1 - 5), zum Teil aber auch stochastischer Natur (6 - 8)

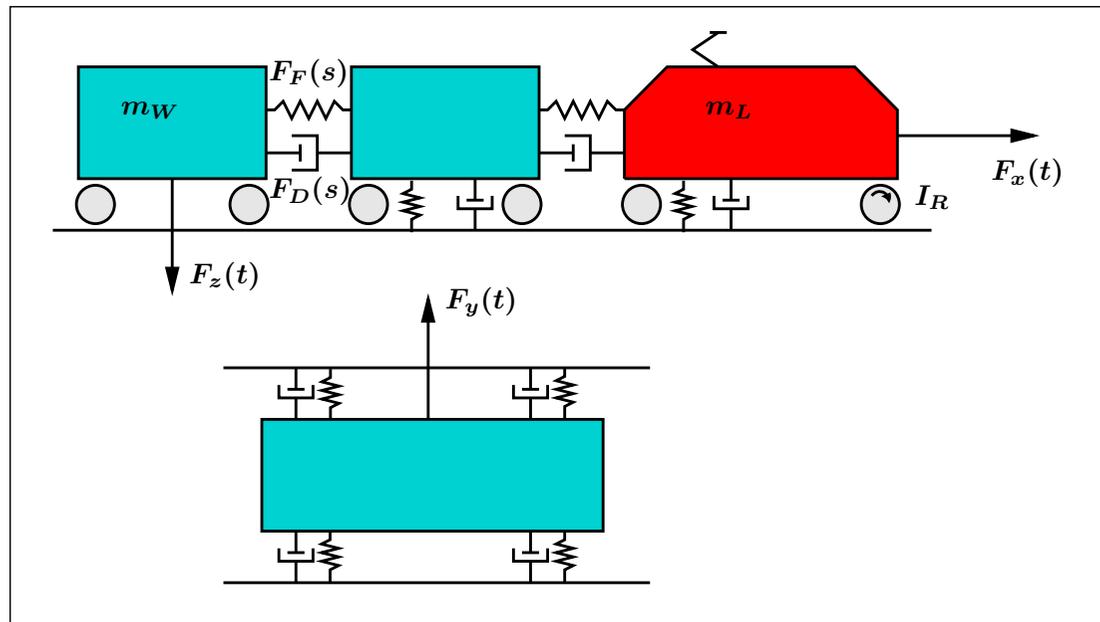


Abb. 1: Mechanisches Modell eines Zuges (schematisch).

Das Modell aus Abb. 1

- ist hinreichend zur Bearbeitung sämtlicher fahrdynamischer Fragestellungen
- kann für viele Untersuchungen noch vereinfacht werden

Vereinfachungen

1. Bewegungen vertikal zur Fahrtrichtung werden nicht betrachtet, Kräfte vertikal zur Fahrtrichtung als Zwangskräfte.
 - ➔ Geeignet für alle fahrdynamischen Untersuchungen, insbesondere Längsdynamik
2. Der Zug kann als inhomogenes, elastisches Massenband betrachtet werden . Mögliche weitere Vereinfachungen sind:
 - (a) Verzicht auf die Annahme der Elastizität (starres, inhomogenes Massenband)
 - ➔ Untersuchungen an langen Güterzügen
 - (b) Verzicht auf die Annahme der Inhomogenität (starres, homogenes Massenband)
 - ➔ Untersuchungen an Reisezügen
 - (c) Verzicht auf die Berücksichtigung der Längsausdehnung des Zuges (Betrachtung als Punktmasse) .
 - ➔ Einzelfahrzeuge, Überschlagsrechnungen

Dynamische Systeme

Mathematische Beschreibung (kontinuierlicher) dynamischer Systeme durch Differentialgleichungen:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t); \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 \quad (5)$$

Lösung $\mathbf{X}(t)$ charakterisiert den Zustand des Systems zur Zeit t .

- In der Fahrodynamik interpretieren wir den Zug als dynamisches System.
- Fahrdynamische Resultate entstehen vorwiegend durch Lösung von Differentialgleichungen.

Energie des Zuges

Ausgangspunkt der Betrachtungen: **Energie**, da

- sich anhand von Energiebetrachtungen viele generelle Aussagen einfach herleiten lassen,
- die Energie eine zentrale fahrdynamische Größe ist,
- ein derartiges Vorgehen weniger Kenntnis der genauen Wirkmechanismen der angreifenden Kräfte erfordert.

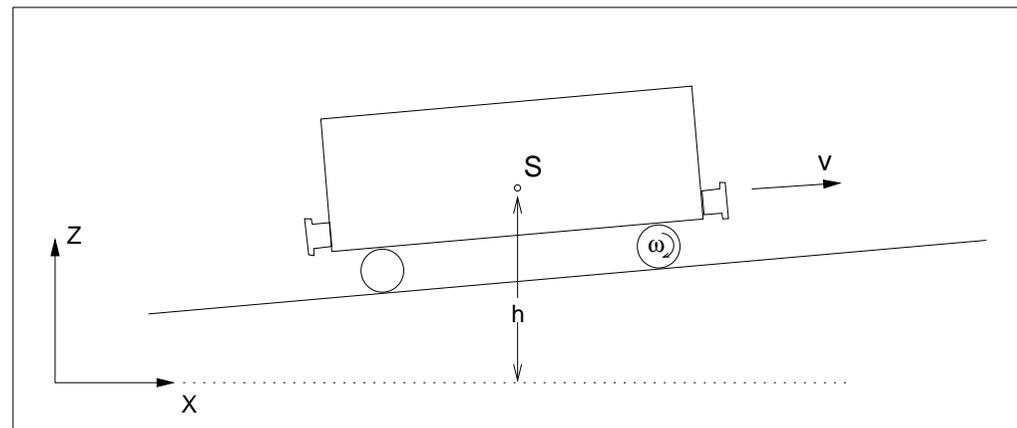


Abb. 2: Zum Energiesatz - Einzelfahrzeug
Setzt sich aus potentieller und kinetischer Energie zusammen:

$$E = E_{pot} + E_{kin} \quad (6)$$

Kinetische Energie

Setzt sich aus *translatorischem* und *rotatorischem* Anteil zusammen (Abb. 2).

Translationsenergie :

$$E_{kin,trans,Fz.} = \frac{M_i}{2} v^2. \quad (7)$$

Rotationsenergie (Abb.3):

- Rotationsgeschwindigkeit der Räder:

$$\omega = \frac{v}{r}.$$

- Rotationsenergie des Rades mit Trägheitsmoment I um die Achse:

$$E_{rot,Rs} = \frac{I_{Rs}}{2} \omega^2,$$

- Folgt: Rotationsenergie des Radsatzes

$$E_{rot,Rs} = \frac{1}{2} \frac{I_{Rs}}{r^2} v^2$$

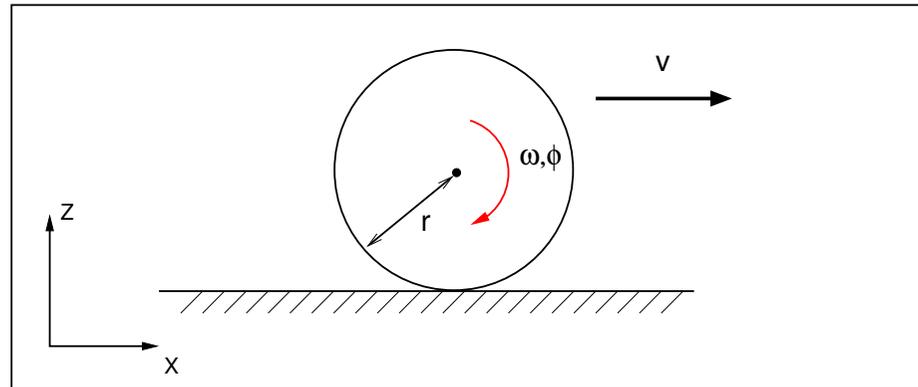


Abb. 3: Zur Rotationsenergie der Radsätze

Die *gesamte Bewegungsenergie* des Fahrzeuges ist also

$$E_{kin,Fz} = \left(\frac{M}{2} + \frac{\sum_{Fz} I_j / r_j^2}{2} \right) v^2,$$

oder, nach Einführung des *Massenfaktors* ρ

$$\rho \equiv \left(1 + \frac{\sum_{Fz} I_j / r_j^2}{M} \right)$$

als

$$E_{kin,Fz} = \frac{Mv^2}{2} \cdot \rho \quad (8)$$

auszudrücken.

Der Massenfaktor ist ein Maß für den Anteil der Rotationsenergie an der gesamten kinetischen Energie des Fahrzeuges.

Kinetische Energie des gesamten Zuges: Summation über alle Fahrzeuge

$$E_{kin,Zug} = \sum_{Fahrzeuge} \frac{M_i \rho_i}{2} v^2 \equiv \frac{M_{Zug} v^2}{2} \cdot \rho_{Zug}, \quad (9)$$

Massenfaktoren

Fahrzeugart	Massenfaktor
Reisezüge	1,1
ICE 3	1,04
Leere Güterzüge	1,15
Beladene Güterzüge	1,06
Diesellokomotiven	1,2...1,3
Elektrische Lokomotiven	1,2...1,3

Tabelle 1: Massenfaktoren verschiedener Schienenfahrzeugtypen.

Potentielle Energie

Einzelfahrzeug:

$$E_{pot,Fz} = Mgh(x),$$

$h(x)$ Höhe des Fahrzeugschwerpunktes gegenüber *irgendeinem* Referenzniveau.

Zug:

$$E_{pot,Zug} = \sum_i M_i g h(x_i). \quad (10)$$

(Formel gilt streng genommen nur im Rahmen des Zugmodells als starres Massenband wg. Federenergien der Puffer.)

Definition Schwerpunkthöhe:

$$h_S \equiv \frac{\sum_i M_i h(x_i)}{M_{Zug}}$$

Folgt:

$$E_{pot,Zug} = M_{Zug} \cdot g \cdot h_S$$

- Begründet die Notwendigkeit des Massenbandmodells.

Bemerkung: Massenkorrekturen aufgrund von Rotation gehen in die potentielle Energie selbstverständlich *nicht* ein.

Beispiel

Zug mit N Fahrzeugen bei Anfahrt auf Steigung.

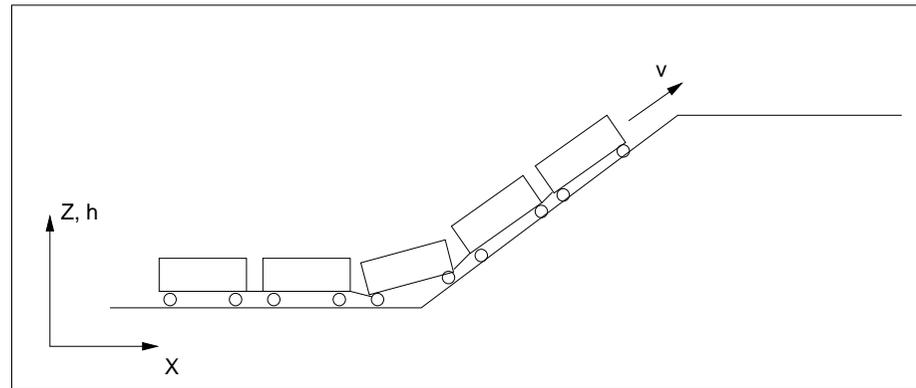


Abb. 4: Massenband auf unterschiedlich geneigter Strecke

Massenpunktmodell: E_{pot} bleibt konstant, bis der Zugschwerpunkt Anfang der Steigung erreicht hat.

Massenbandmodell: E_{pot} steigt, sobald das erste Fahrzeug die Steigung erreicht hat.

Der Energiesatz

Energie für den ganzen Zug:

$$E_{\text{Zug}} = \frac{M \cdot \rho}{2} v^2 + M \cdot g \cdot h_S(s) \quad (11)$$

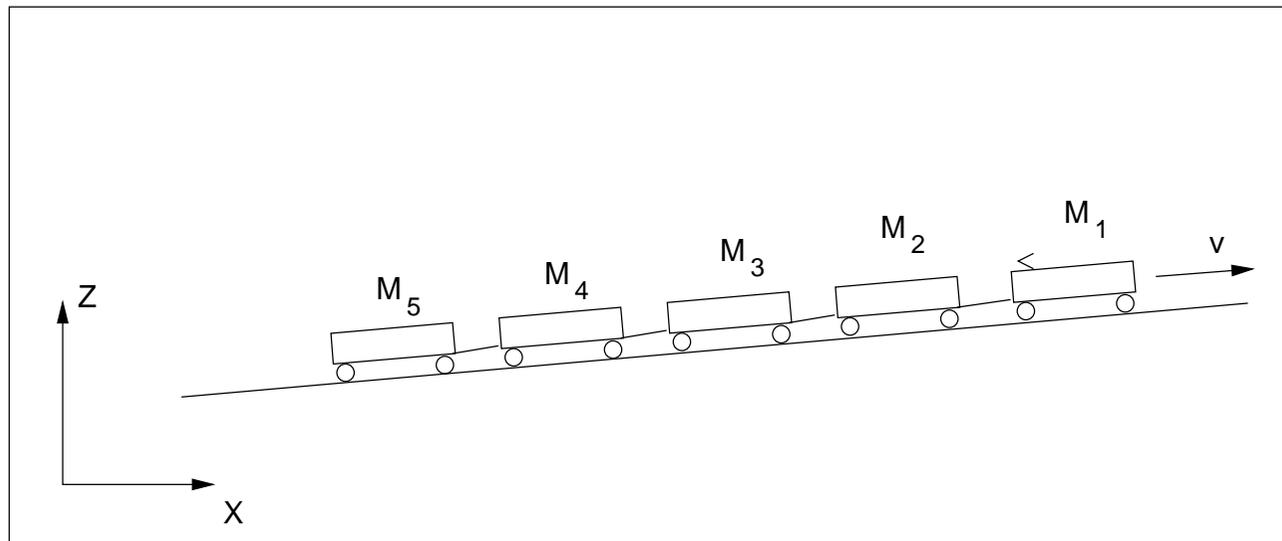


Abb. 5: Zum Energiesatz - ganzer Zug

- Energie ist *nicht* erhalten, ändert sich durch
 - ➔ Verrichtung von Arbeit am Zug (z.B. Zugkraftarbeit)
 - ➔ Abgabe von Wärme (z.B. Bremsung)
- Energiesatz kann für den Zug wie in der Thermodynamik differentiell formuliert werden:

$$dE = dA + dQ$$

$$\text{Energiezuwachs} = \text{Verrichtete Arbeit} + \text{Wärmeabgabe}$$

Vorteile der Energieformulierung:

- *Richtigkeit* (der Energiesatz ist allgemein anerkannt, über Modelle läßt sich trefflich streiten) und
- *Modellunabhängigkeit* (je nach Fragestellung kann ein mehr oder weniger detailliertes Modell erforderlich sein - die Grundlage, Gl. () ist aber immer dieselbe)

Grundlage der weiteren Betrachtung:

- Differentielle Energien werden auf die Wirkung von Kräften zurückgeführt:

$$dE = F_A \cdot ds + F_Q \cdot ds \quad (12)$$

- F_A die Summe der Kräfte, die reversibel Arbeit am Zug verrichten (Zugkraft, elektrische Bremskraft bei Rückspeisung ins Netz).
- F_Q die Summe der Kräfte, die durch Reibleistung dem Zug Energie entziehen.

Wichtige Überlegung:

- Jeder Wärme erzeugende fahrdynamische Prozess
 - entzieht der Zugfahrt Energie
 - läßt sich auf die Wirkung einer Widerstandskraft zurückführen

Grundlagen

- Kinematische Grundlagen
- Dynamische Grundlagen
- **Fahrdynamische Grundgleichung**

Herleitung der Grundgleichung

Herleitung: Gl. (12) durch dt :

$$\frac{dE}{dt} = F_A \cdot \frac{ds}{dt} + F_Q \cdot \frac{ds}{dt} = (F_A + F_Q) \cdot v.$$

Einsetzen von (11):

$$M\rho v \cdot \frac{dv}{dt} + Mg \cdot \frac{dh_S}{ds} \cdot v = (F_A + F_Q) \cdot v$$

Folgt:

$$M\rho \cdot \frac{dv}{dt} = (-Mgh'_S(s) + F_A + F_Q)$$

oder

$$M\rho \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = (-Mgh'_S(s) + F_A + F_Q)$$

Grundgleichung der Fahrodynamik.

Grundgleichung der Fahrodynamik

Schreibweise im Eisenbahnwesen:

$$M \rho \frac{dv}{dt} = -W(s, v) + F_Z - F_B \quad (13)$$

W : Summe der Widerstandskräfte

F_Z : Zugkraft

F_B : Bremskraft

- **Beschreibt die Bewegung des Zuges als Ganzes.**
- **Ist Grundlage der meisten fahrdynamischen Betrachtungen**

Bemerkungen zur Grundgleichung

- Gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung
 - ➔ im Allgemeinen *nichtlinear* und *zeitabhängig*
 - ➔ in den meisten Fällen nicht explizit lösbar
 - ➔ kann in vielen Fällen auf 1. Ordnung reduziert werden
- wird oft in *wegabhängiger* Form verwandt:

$$M\rho \frac{dv}{ds} = -\frac{1}{v} (W(s, v) + F_Z - F_B) \quad (14)$$

- ➔ günstige Form für Fahrodynamik-Rechenprogramme
- ➔ schwierig zu handhaben für $v \rightarrow 0$

Fahrdynamische Kräfte

- **Widerstandskräfte**
- **Rad-Schiene-Kraftschluss**
- **Zugkraft**
- **Bremskraft**

Fahrdynamische Kräfte

■ Widerstandskräfte

- Streckenwiderstandskräfte
- Zugwiderstandskräfte

■ Rad-Schiene-Kraftschluss

■ Zugkraft

■ Bremskraft

Widerstandskräfte

Unterscheidung:

- Streckenkräfte
 - ➔ Abhängig von s , Strecken- und Fahrzeugparametern
- Zugwiderstandskräfte
 - ➔ Abhängig von v , Fahrzeugparametern

Bezeichnungen:

- Neigungskraft F_N
- Restliche Widerstandskräfte $W_{(.)}$

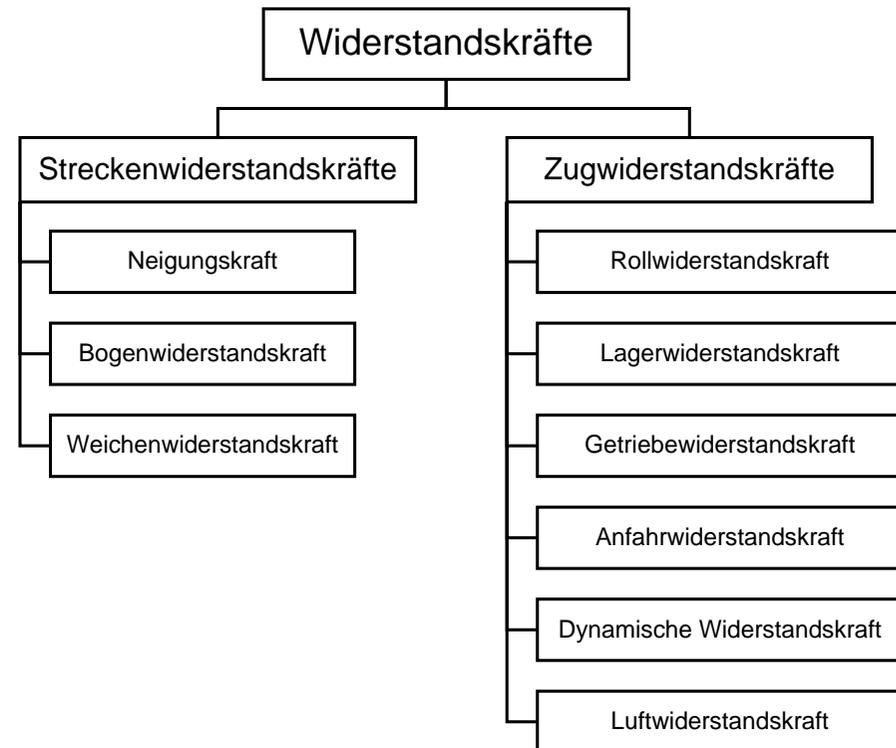


Abb. 6: Einteilung der Widerstandskräfte

Streckenkräfte - Neigungskraft

Wirkung:

- ➔ Energieerhaltend
- ➔ Setzt potentielle in kinetische Energie um (und umgekehrt)

Formulierung:

$$F_N = -Mg \frac{dh_s}{ds} \quad (15)$$

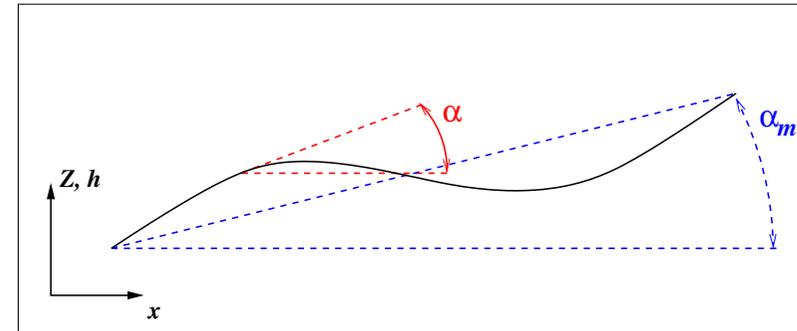
Darstellungen der Neigung :

Strecken­neigung:

$$i := \frac{dh}{ds} \quad (16)$$

Effektive Neigung:

$$i_{eff} := \frac{dh_s}{ds} \quad (17)$$



Mittlere Neigung eines Streckenabschnitts:

$$i_m := \frac{1}{s_2 - s_1} \int_{s_1}^{s_2} h'(s) ds = \frac{h(s_2) - h(s_1)}{s_2 - s_1} \quad (18)$$

Neigungen im Eisenbahnbereich sind i.A. klein, so dass

$$\frac{dh}{ds} =: \tan(\alpha) \approx \alpha$$

- ➔ Neigungen werden in ‰ angegeben.

Tabelle 2: Zulässige mittlere Neigungen (Stand 1990, nach Wende)

Bedingungen	Neigung
Eisenbahn:	
Hauptstrecken	bis 25 ‰*
Nebenstrecken	bis 40 ‰
Ausnahmefälle	bis 60 ‰
Zahnradbahnen	≥ 60 ‰
Straßenbahn:	
Neubaustrecken	bis 50 ‰
Züge mit nicht angetriebenen Radsätzen	bis 70 ‰
Züge mit Antrieb aller Radsätze	bis 110 ‰

*: Ausnahmen: Einige Neubaustrecken, z.B. Köln-Rhein/Main mit max. 40 ‰

Streckenkräfte - Bogenwiderstandskraft

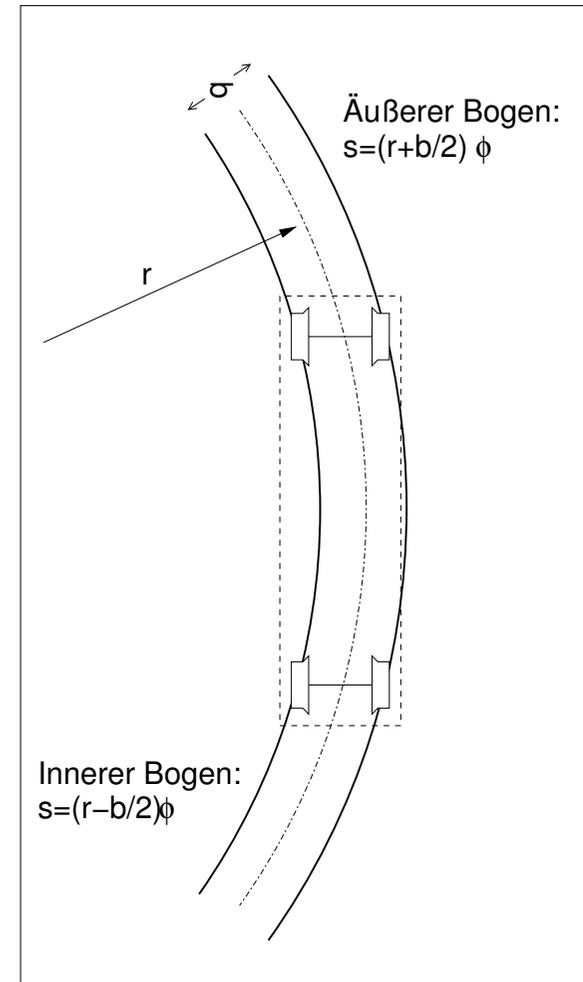
Erhöhter Fahrwiderstand im Gleisbogen.

Ursachen:

- ➔ Anlaufen der Radsätze am Schienenkopf, z.T. Zweipunktkontakt
- ➔ Gleitbewegungen der Räder, verursacht durch verschiedene zurückzulegende Wege innen und außen

Maßnahmen zur Verringerung:

- ➔ Radial einstellbare Radsätze
- ➔ geringe Radsatzabstände
- ➔ Spurkranzschmierung
- ➔ dezentraler Lauf der Radsätze



Modell:

- ➔ Verschiedene Modelle unterschiedlicher Genauigkeit.
- ➔ Formel von Protopapadakis:

$$W_B = \frac{Mg\mu}{\rho} (\alpha \cdot a + \gamma \cdot c) \quad (19)$$

a : Achsabstand

c : Laufkreisabstand

α, γ : Aus Versuchen zu bestimmende Faktoren. $\alpha \approx 0,47$ und $\gamma \approx 0,72$
sind vernünftige Werte

Streckenkräfte - Weichenwiderstandskraft

Ursache:

- Stöße und Reibvorgänge zwischen Rädern und Radlenkern bzw. Herzstücken der Weiche

Relevant

- nur für ablaufdynamische Betrachtungen

Modell:

$$W_{Wei} = r_{Wei} \cdot Mg$$

- $r_{Wei} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ → Weichenwiderstandskraft ist klein.

Zugwiderstandskräfte - Rollwiderstandskraft

Ursachen:

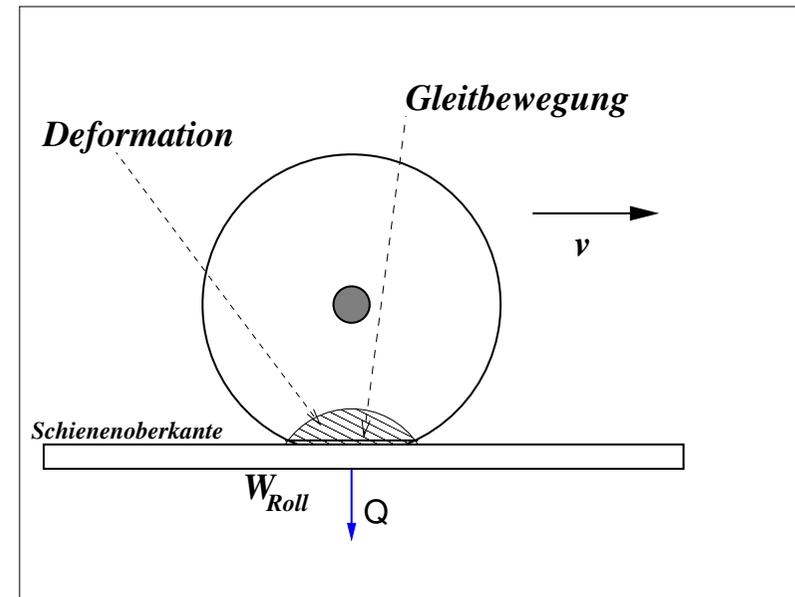
- ➔ Deformationsarbeit beim Abrollen des Rades (plastische Deformation)
- ➔ Reibung bei Gleitbewegungen zwischen Rad und Schiene

Modell:

$$W_{Roll} = c_{Roll} \cdot Mg \quad (20)$$

$c_{Roll} (\sim 1,5 \cdot 10^{-3})$

- ➔ nimmt mit der Radaufstandskraft Q leicht zu
- ➔ nimmt mit dem Radradius r ab
- ➔ nimmt mit der Fahrgeschwindigkeit v leicht zu



- ➔ wird in fahrdynamischen Berechnungen meist als fahrzeugabhängige Konstante betrachtet

Zugwiderstandskräfte - Lagerwiderstandskraft

Ursache:

➔ Reibung in Wälz- oder Gleitlagern

Modell:

Für ein Lager:

$$W_{La} = \mu_{La} \cdot Q_{La} \cdot \frac{r_{La}}{r_{rad}} \quad (21)$$

Fahrzeug:

$$W_{La} = c_{La} \cdot Q_{Rad} \quad (22)$$

$$c_{La} = \mu_{La} \cdot \frac{r_{La}}{r_{Rad}} \cdot \sum_{Lager} \frac{Q_{La}}{Mg}$$

Lagerreibungsbeiwert $c_{La} \approx 0,6 \cdot 10^{-3}$ für Gleitlager, $\approx 0,2 \cdot 10^{-3}$ für Wälzlager

Zugwiderstandskräfte - Getriebewiderstandskraft

Fasst die Widerstände der zur Leistungsübertragung benötigten Bauteile zusammen.

Definition

über die Motorzugkraft F_M und den Wirkungsgrad η_W der Übertragung und Wandlung

$$W_G = F_M(1 - \eta_{UW}), \quad (23)$$

- ➔ Stark abhängig von der Bauform
- ➔ Ermittlung durch Messung

Zugwiderstandskräfte - Anfahrwiderstandskraft

Zusammenfassung der beim Anfahren zu überwindenden Widerstände, z.B. Schmierfilmaufbau in Lagern.

Modell:

$$W_A = W_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

- ➔ klingt schnell ab
- ➔ nur relevant für Züge mit nahezu vollständiger Zugkraftausnutzung

Zugwiderstandskräfte - Dynamische Widerstandskraft

Ursache:

Schwingungsbewegungen während der Zugfahrt, angeregt durch

- ➔ den Sinuslauf der Radsätze,
- ➔ Unregelmäßigkeiten in der Gleislage,
- ➔ Beschleunigungs- und Bremsvorgänge sowie
- ➔ Fliehkräfte im Bogenlauf

Schwingungsdämpfung führt zu Energieverlust

➔ Widerstandskraft!

Modell:

Amplituden der Fahrzeugschwingungen sind geschwindigkeitsabhängig, linearer Ansatz:

$$W_D = c_D \cdot k \cdot v. \quad (24)$$

c_D : Dimensionsloser Beiwert, abhängig von der Gleislagequalität

k : Bezugsdämpfungskonstante, fahrzeugabhängig, schwer bestimmbar.

Zugwiderstandskräfte - Luftwiderstandskraft

Ursache: (Abb. 7)

➔ Zu verdrängende Luft muss beschleunigt werden

Modell: ➔ Für ein Fahrzeug:

$$W_L = \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot c \cdot A \cdot v^2$$

$$\equiv \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot c_L \cdot A_{Norm} \cdot v^2 \quad (25)$$

$A_{(Norm)}$ (Normierte) Fahrzeugstirnfläche
($A_{Norm} = 10m^2$)

$c_{(L)}$ Luftwiderstandsbeiwert ($0,1 \lesssim c_L \lesssim 0,5$)

ρ_{Luft} Dichte der Luft ($\approx 1,4kg/m^3$)

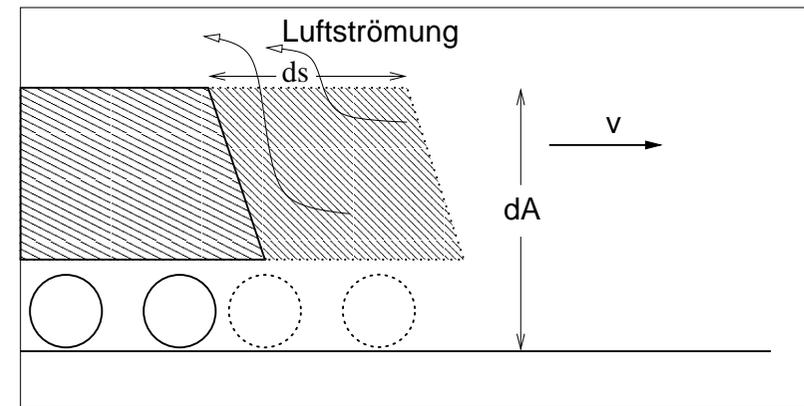


Abb. 7: Luftwiderstand.

Ganzer Zug:

$$W_L = \sum_{i=Fahrzeuge} \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot c_{L,i} \cdot A_{Norm} \cdot v^2$$

Zugwiderstandskräfte - Luftwiderstandskraft

- Koeffizienten $c_{L,i}$ hängen von der Bauform und der Position des Fahrzeugs im Zug ab.
- Bestimmung der c_L in gewissen Grenzen während der Fahrzeugdesignphase möglich → *CFD-Software*
- Sonderrollen haben
 - ↳ das vorauslaufende Fahrzeug (Lok)
 - ↳ das letzte Fahrzeug
 - ↳ das direkt an die Lok gekuppelte Fahrzeug

Fahrzeug	c_L
Lok	0,3
Erster Wagen	0,23
Mittlerer Wagen	0,14
Letzter Wagen	0,3

Tabelle 3: Luftwiderstandsbeiwerte eines IC-Zuges.

Zugwiderstandskräfte - Luftwiderstand bei Wind

Ursachen:

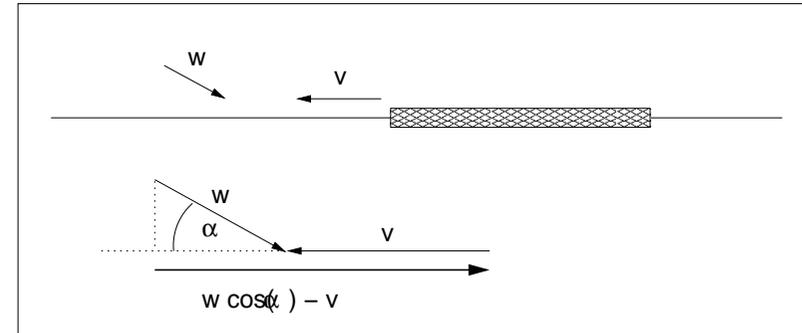
- ➔ Erhöhte Relativgeschwindigkeit zwischen Luft und Fahrzeug
- ➔ Vergrößerte Angriffsfläche des Fahrzeugs bei Anströmung von der Seite
- ➔ Reaktionskräfte zwischen Rad und Schiene bei Seitenwind ➔ erhöhte Reibkräfte

Modell:

$$W_L = \frac{\rho}{2} \cdot c'_L \cdot A_{Norm} \cdot v'^2$$

$$v'^2 = (v^2 + w^2 + 2vw \cdot \cos \alpha)$$

$$c'_L = c_L \cdot (1 + f(\alpha))$$



- v' ist Differenzgeschwindigkeit zwischen Luft und Zug
- c'_L berücksichtigt Veränderung des Luftwiderstandbeiwerts und der Anströmfläche
- Im Allgemeinen sind Anströmwinkel und Windgeschwindigkeit stochastische Größen, die nur wenig vorhersehbar sind. Daher in Berechnungen meist $W_L = \rho_L / 2 c_L A_{Norm} (v + \Delta v)^2$ mit pauschalem Δv .

Zugwiderstandskräfte - Luftwiderstand von Brems Scheiben

Ursache:

- Innenbelüftung der Brems Scheiben.

Modell:

- Ähnliche Überlegungen wie für den Luftwiderstand führen zu:

$$W_{L,B} = c_{L,B} \cdot v^2$$

- Nicht zu vernachlässigen. Lüfterleistung eines Reisezugwagens bei 200 km/h: $P_L = W_{L,B} \cdot v \simeq 19\text{kW}$ → Motorleistung eines Kleinwagens

Zugwiderstandskräfte - Tunnelwiderstand

Ursachen:

- ➔ Aufbau einer Druckwelle vor dem Zug bei Einfahrt in den Tunnel
- ➔ Bewegung einer Luftsäule vor dem Zug
- ➔ Abströmende Luft muss beschleunigt werden

Modell:

$$W_{L,T} = T_f \cdot W_L$$

- ➔ Tunnelfaktor $T_f > 1$, abhängig von
 - Tunnel- und Zuglänge
 - Verhältnis zwischen Tunnel- und Fahrzeugquerschnitt
 - Rauigkeit der Tunnelwand

Bestimmung der Widerstandskräfte durch Versuch

Bewegungsgleichung für die Zug- und Bremskraftfreie Fahrt:

$$M\rho \frac{d^2 s}{dt^2} = F_N - W_B(s) - W_{Wei}(s) - W_{Roll} - W_{La} - W_G - W_D(v) - W_L(v). \quad (26)$$

Versuchsobjekt: Wagen

- ➔ Kein Getriebewiderstand
- ➔ Zusammenfassung Rollwiderstandskräfte $W_R := W_{Roll} + W_{La}$

Bewegungsgleichung:

$$M\rho \frac{dv}{dt} = -Mg \frac{dh}{dx} - Mg \cdot c_R - \frac{\rho_{Luft}}{2} c_L A_{Norm} v^2 \quad (27)$$

Bestimmung des Massenfaktors und der Rollwiderstandskraft

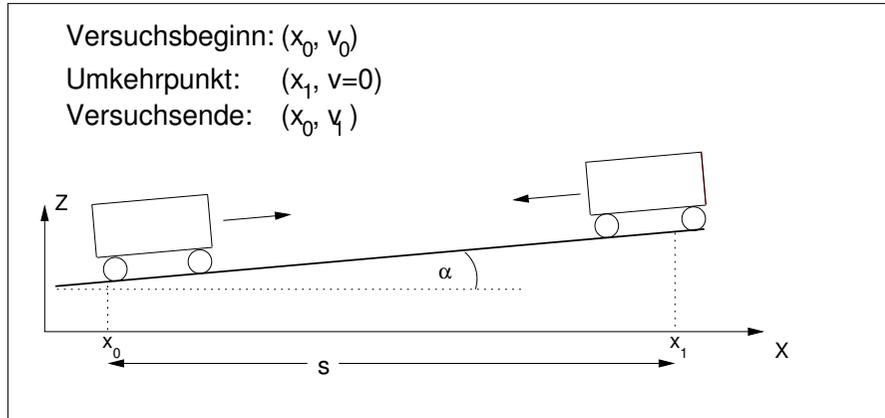


Abb. 8: Auslaufversuch zur Bestimmung von ρ und c_R .

Versuchsdurchführung: Wagen läuft gegen die Steigung aus und rollt zurück. Ortsmessung bei x_1 , Geschwindigkeitsmessung bei x_0 .

Energiesatz:

$$\frac{m\rho}{2}v_0^2 = mg \cdot c_R \cdot s + i \cdot mg \cdot s$$

$$\frac{m\rho}{2}v_1^2 = -mg \cdot c_R \cdot s + i \cdot mg \cdot s$$

Folgt:

$$\rho = \frac{4gs \cdot \tan(\alpha)}{v_0^2 + v_1^2}$$

$$c_R = \frac{v_0^2 - v_1^2}{v_0^2 + v_1^2} \cdot \tan(\alpha)$$

Beispiel: Abrollen eines Wagens am Hang

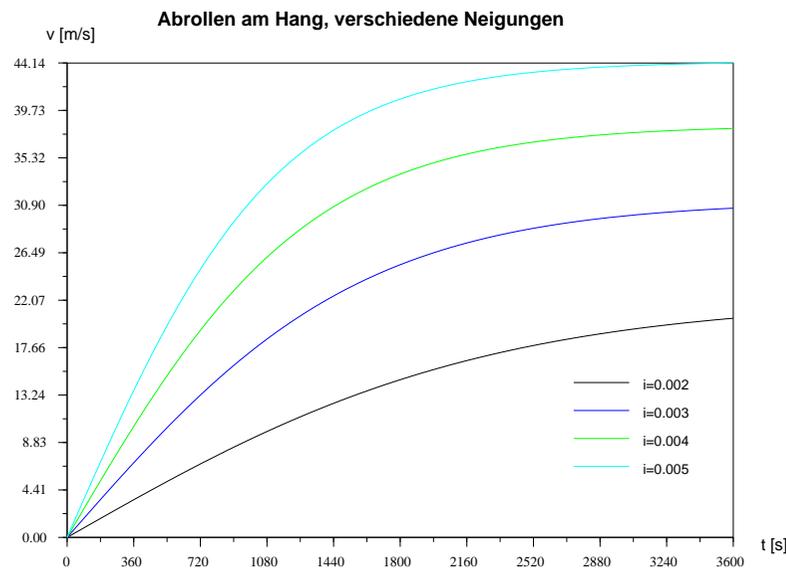


Abb. 9: v-t - Diagramme für das Abrollen am Hang bei verschiedenen Neigungen

Fahrdynamische Grundgleichung:

$$m\rho \frac{dv}{dt} = F_N - W_0 - \frac{w_2}{2}v^2, \quad v(0) = 0$$

W_0 : Roll-, Lager- und Bogenwiderstandskräfte

w_2 : $\rho_{Luft} \cdot c_L \cdot A_{Norm}$

Lösung:

$$v(t) = \sqrt{\frac{2(F_N - W_0)}{w_2}} \tanh \left(\sqrt{\frac{w_2(F_N - W_0)}{2m^2\rho^2}} \cdot t \right)$$

Grenzgeschwindigkeit:

$$v_{grenz} = \sqrt{\frac{2(F_N - W_0)}{w_2}}$$

Fahrdynamische Kräfte

- Widerstandskräfte
- **Rad-Schiene-Kraftschluss**
- Zugkraft
- Bremskraft

Rad-Schiene-Kraftschluss

Der Rad-Schiene-Kraftschluss μ_{Rs} bestimmt wesentlich

- das Beschleunigungsvermögen,
- die Steigfähigkeit,
- die Bremswege und damit
- die maximal fahrbare Geschwindigkeit

von Zügen.

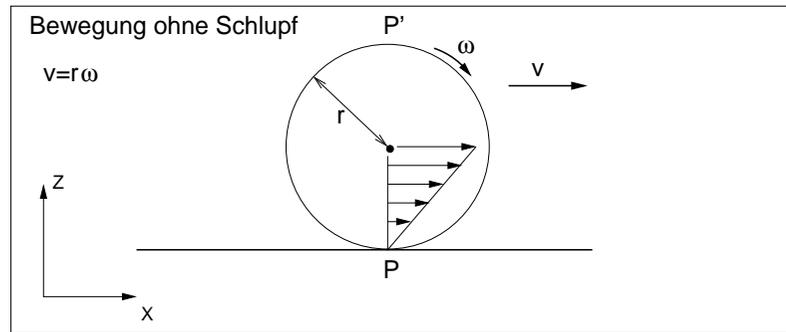
Die Kräfte zwischen Rad und Schiene hängen ab von:

- Den Materialeigenschaften
 - ➔ üblicherweise Stahl/Stahl
- Dem Zwischenmedium
 - ➔ Verschmutzungen, abgeriebenes Material, Oxidschichten, ...
- Der Gleitgeschwindigkeit
 - ➔ i.A. $d\mu/dv_{Gleit} < 0$
- Der Temperatur
- Der Flächenpressung
 - ➔ i.A. $d\mu/dQ < 0$, $d\mu/dR_{Rad} > 0$

Starrkörpermodelle

„Nullte Näherung“ in der physikalischen Beschreibung der Kontaktverhältnisse.

Lauf des Rades ohne Schlupf

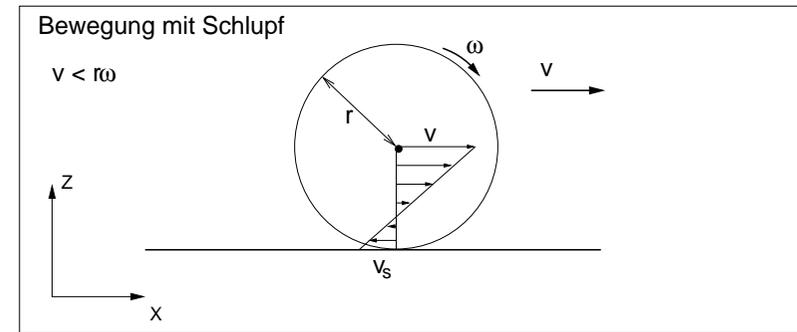


Umfangsgeschwindigkeit v_U und Fahrgeschwindigkeit stimmen überein:

$$v_U = \omega \cdot r_{Rad} \equiv v. \quad (28)$$

➔ Eignet sich allein zur Beschreibung des (Moment-)frei rollenden Rades

Lauf des Rades mit Schlupf



Fahrgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit unterscheiden sich um die Schlupfgeschwindigkeit:

$$v_S = v - v_U \quad (29)$$

Schlupf

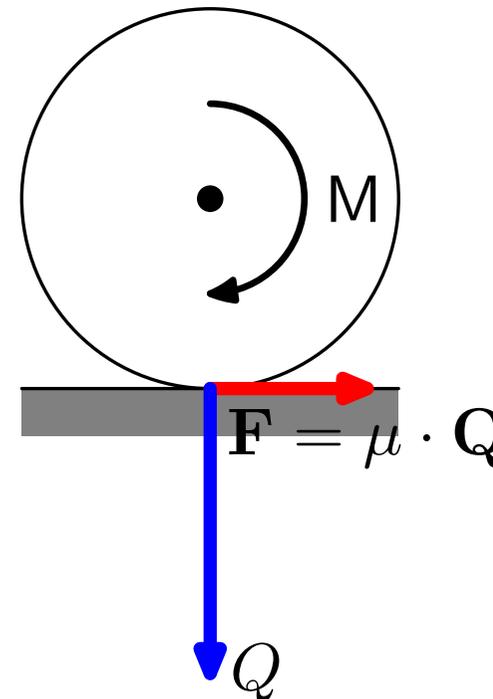
Definition

$$\sigma = \frac{|v - v_U|}{|\max(v, v_U)|} \quad (30)$$

- ➔ immer positiv
- ➔ liegt zwischen 0 und 1 ➔ relative Größe
- ➔ Grenzzustände:
 1. $\sigma = 0$: Reines Rollen
 2. $\sigma = 1$ während der Bremsung: Blockieren des Rades.
 3. $\sigma = 1$ beim Anfahren: Schleudern des Rades.

Schleudern und **Gleiten** sind im Betrieb unbedingt zu vermeiden.

- ➔ Materialschäden an Rad und Schiene
- ➔ Grund für die frühe Einführung von Gleitschutz im Eisenbahnwesen



Auf die Schiene übertragene Antriebs- oder Bremskraft:

$$F_{Z,B,max} = \mu_{gleit} \cdot Q, \quad (31)$$

Einfaches elastisches Modell makroskopisch

Modellvoraussetzungen

- ➔ Rad elastisch
- ➔ Schiene starr
- ➔ Kontaktfläche ist eben

Drehmoment am Rad erzeugt Schubspannungen im Material

Flächenpressung \times Reibwert $>$ Schubspannung

- ➔ Material haftet (Haftzone)

Flächenpressung \times Reibwert $<$ Schubspannung

- ➔ Material gleitet (Gleitzone)

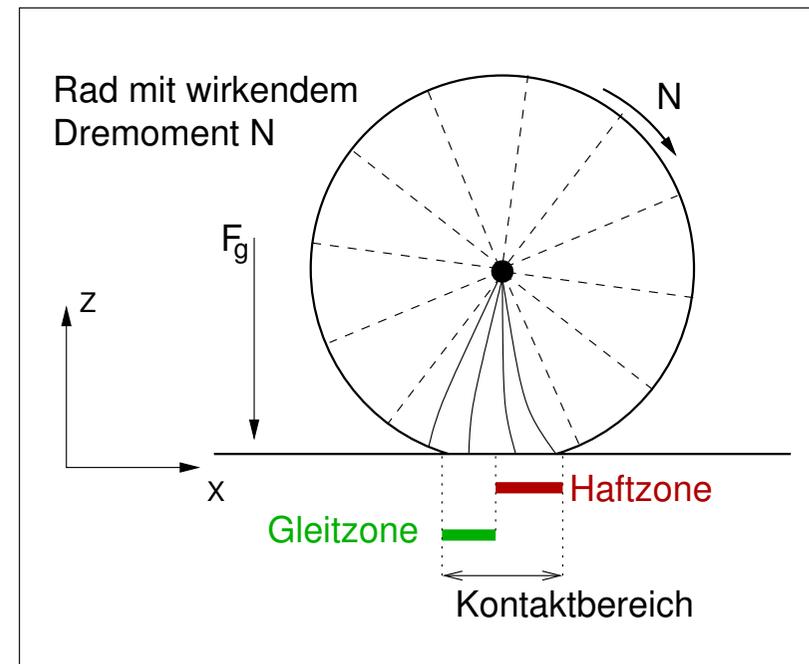


Abb. 10: Rad-Schiene-Kontakt bei wirkendem Drehmoment.

Einfaches elastisches Modell mikroskopisch

Gleitbedingung:

$$-dF_x \geq \mu_{Reib} \cdot dF_z$$

Übertragene Kraft:

$$F_t = \int \tau(x) \cdot dx. \quad (32)$$

Schlupfleistung:

$$P_\sigma = \int \tau(x) v_s(x) \cdot dx.$$

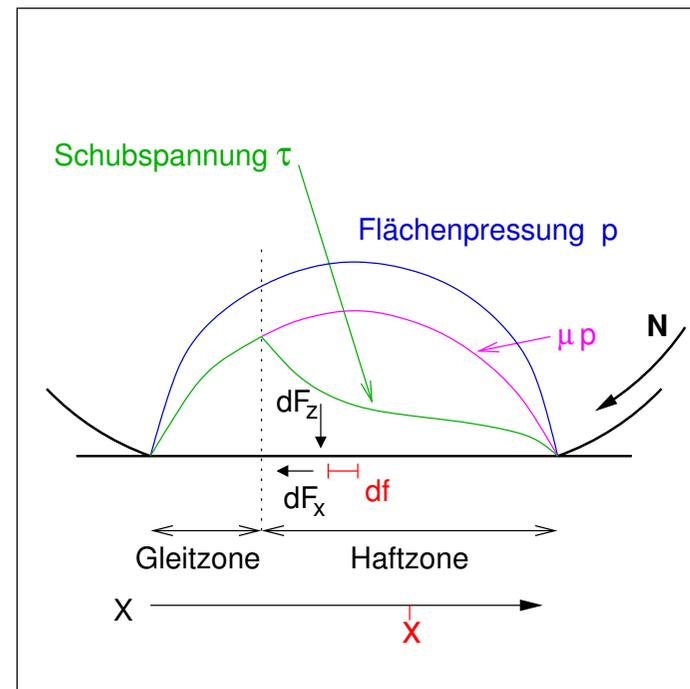


Abb. 11: Rad-Schiene-Kontakt bei wirkendem Drehmoment.

Die Kraftschluss-Schlupf-Beziehung

Definition Kraftschluss:

Verhältnis zwischen übertragener Antriebs- oder Bremskraft und der Radaufstandskraft.

$$\mu = \frac{F_{Z,B}}{Q}$$

$\sigma = 0$: Keine Kraftübertragung $\rightarrow \mu = 0$

Kraftschluss

- steigt mit wachsender Gleitzone, bis Gleitbereich = Kontaktbereich
 \rightarrow Mikroschlupf
- sinkt mit steigender Gleitgeschwindigkeit
 \rightarrow Makroschlupf

Größenordnungen:

- $\sim 0,4$ bei trockener Schiene
- $\leq 0,15$ bei schmieriger Schiene

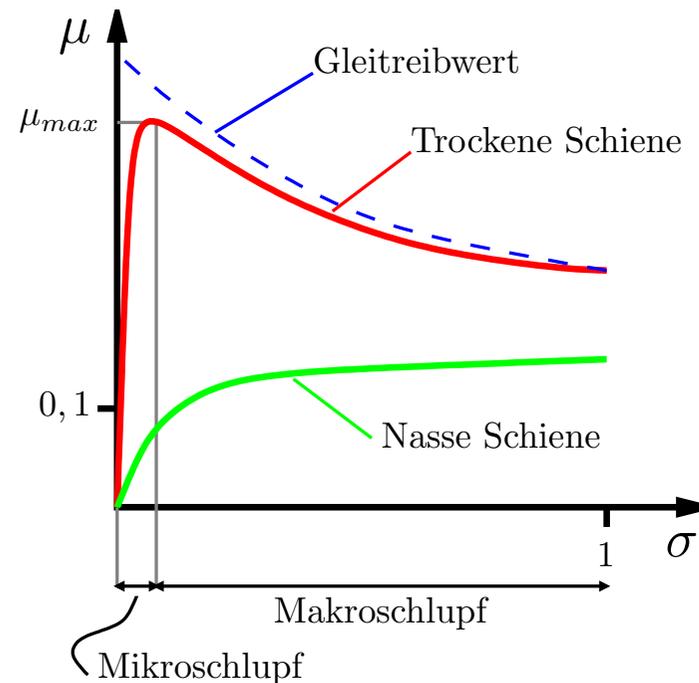


Abb. 12: Kraftschluss - Schlupf - Beziehungen (qualitativ)

Kraftschluss - dynamische Betrachtung

Dynamisches Modell für das System Zug-Rad-Schiene unter Berücksichtigung von Schlupf:

$$m_Z \cdot \tilde{\rho} \frac{dv}{dt} = m_T g \mu(v_s) - W \tag{33}$$

$$\frac{I_T}{r^2} \frac{dv_u}{dt} = \frac{M(v_u)}{r} - m_T g \mu(v_s) \tag{34}$$

Beschreibt die Dynamik der Längsbewegung des Zuges und der Rotation der Radsätze.

Annahmen:

- Treibachsen laufen synchron
- gleicher Kraftschluss an allen Treibachsen

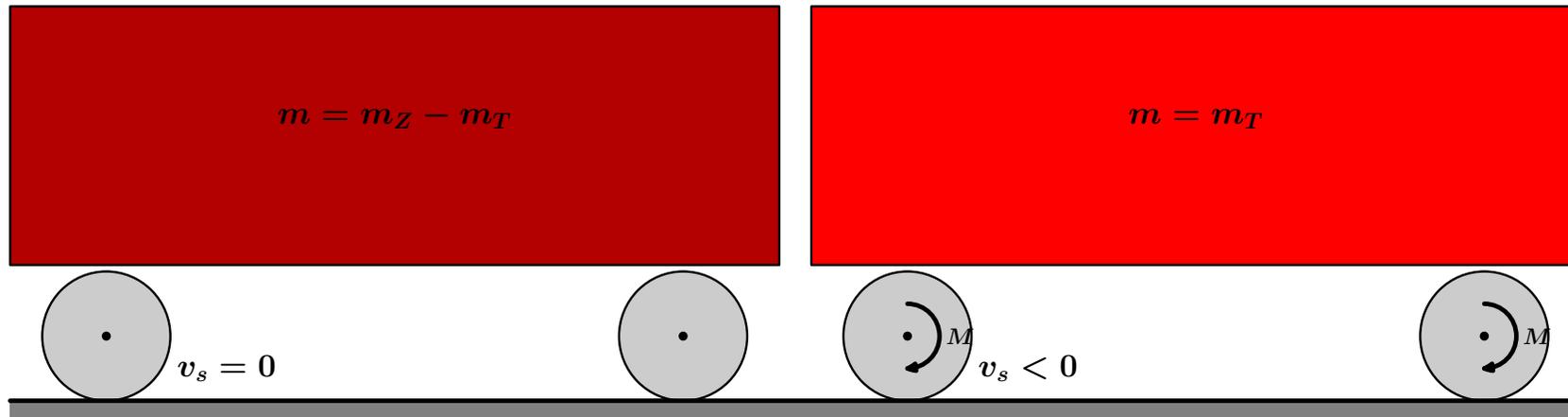
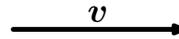
Weitere Verallgemeinerung: Jede Treibachse hat eigene Schlupfgeschwindigkeit $v_{s,i}$ und Drehmoment M_i , so dass $\sum_i M_i = M$, $\sum_i I_{T,i} = I_T$

- Gl. (34) dann für jede Achse einzeln

Größen:

m_Z	Zugmasse
m_T	Achslast der Treibachsen
r	Radradius
I_T	Trägheitsmoment der Treibachsen
$\tilde{\rho}$	Massenfaktor <i>ohne</i> Treibachsen ($m_Z \cdot \tilde{\rho} + I_T/r^2 \equiv m_Z \cdot \rho$)
M	Achswirksames Drehmoment der Treibachsen
W	Summe der Widerstandskräfte
$\mu(v_s)$	Kraftschluss-Schlupf-Beziehung

Kraftschluss - dynamische Betrachtung Herleitung



Kinetische Energie des Zuges unter Berücksichtigung des Radschlupfes:

$$E_{kin} = \frac{m_Z \cdot \tilde{\rho}}{2} (v_u + v_s)^2 + \frac{I_T}{2r^2} v_u^2$$

Differentielle Änderung:

$$dE_{kin} = m_Z \cdot \tilde{\rho} (v_u + v_s) dv_s + \left(m_Z \cdot \tilde{\rho} (v_u + v_s) + \frac{I_T}{r^2} v_u \right) dv_u$$

Differentielle Arbeitsaufnahme:

$$dA = M(v_u) \cdot d\phi = \frac{M(v_u)}{r} r d\phi = \frac{M(v_u)}{r} v_u dt$$

Abgegebene Wärme:

$$dQ = m_T g \mu (v_s) v_s dt - W \cdot (v_u + v_s) dt$$

Differentielle Energiebilanz:

$$m_Z \cdot \tilde{\rho}(v_u + v_s)dv_s + \left(m_Z \cdot \tilde{\rho}(v_u + v_s) + \frac{I_T}{r^2}v_u \right) dv_u = \frac{M(v_u)}{r}v_u dt + m_T g \mu(v_s)v_s dt - W \cdot (v_u + v_s)dt$$

Muss für beliebige, unabhängige Werte von v_u , v_s gelten!

Folgt:

$$\begin{aligned} m_Z \cdot \tilde{\rho}v_u(dv_u + dv_s) + \frac{I_T}{r^2}v_u dv_u &= \frac{M(v_u)}{r}v_u dt - Wv_u dt \\ m_Z \cdot \tilde{\rho}v_s(dv_u + dv_s) &= m_T g \mu(v_s)v_s dt - Wv_s dt \end{aligned}$$

Durch dt , v_u resp. v_s teilen, $v_u + v_s \rightarrow v$:

$$\begin{aligned} m_Z \cdot \tilde{\rho} \frac{dv}{dt} + \frac{I_T}{r^2} \frac{dv_u}{dt} &= \frac{M(v_u)}{r} - W & (35) \\ m_Z \cdot \tilde{\rho} \frac{dv}{dt} &= m_T g \mu(v_s) - W \end{aligned}$$

Untere von oberer Gleichung subtrahieren ergibt Gl (34).

Bemerkung: Bei geringem Schlupf ist $v_u \approx v$ und Gl. (35) entspricht der fahrdynamischen Grundgleichung. Dabei entspricht dann M/r der Zugkraft.

Bewegungsformen am Rad

Bahnkurve von Punkten auf dem Rad

➔ Ort:

$$x(t) = v \cdot t + r \cdot \sin(\omega t)$$

$$z(t) = r_{Rad} \cdot \left(1 + \frac{r}{r_{rad}} \cos(\omega t)\right)$$

➔ Geschwindigkeit:

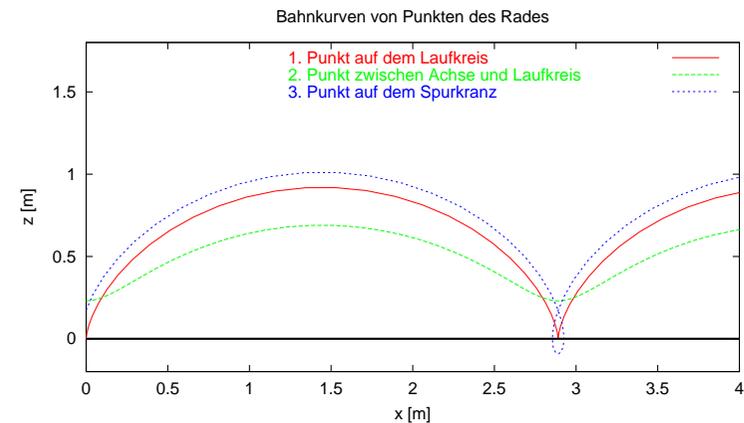
$$\dot{x}(t) = v + r\omega \cos(\omega t)$$

$$\dot{z}(t) = -r\omega \sin(\omega t).$$

Interessant: Bahnkurve eines Spurkranzpunktes

➔ Kriterium für die Entgleisungssicherheit

$$\frac{F_y}{F_Q} < 1,2$$



Fahrdynamische Kräfte

- Widerstandskräfte
- Rad-Schiene-Kraftschluss
- **Zugkraft**
- Bremskraft

Zugkraft

Bedeutung:

- Notwendig zur Erzeugung und Erhaltung des Bewegungszustandes
- Leistet Arbeit gegen Trägheits- und Widerstandskräfte

Definitionen:

F_{Z_A} : Zugkraft an einer Achse

$F_{Z_T} = \sum_A F_{Z_A}$: Treibachs-Zugkraft

- Im Allgemeinen sind die Zugkräfte an den Achsen nicht exakt gleich.

Grenzen der Zugkraft

Physikalische Grenzen:

1. Leistung:

$$F_Z \leq \frac{P}{v}$$

2. Rad-Schiene-Kraftschluss:

$$F_{Z_A} \leq \mu_A(v) \cdot Q_A$$

➔ $\mu(v)$ reibungsbestimmt ➔ stark schwankend

➔ Oft benutzt: *Curtius-Kniffler*

$$\mu(v) = \begin{cases} 0,161 + \frac{27}{v+158,4} \\ 0,13 + \frac{27}{v+158,4} \end{cases}$$

Ideales Zugkraftdiagramm

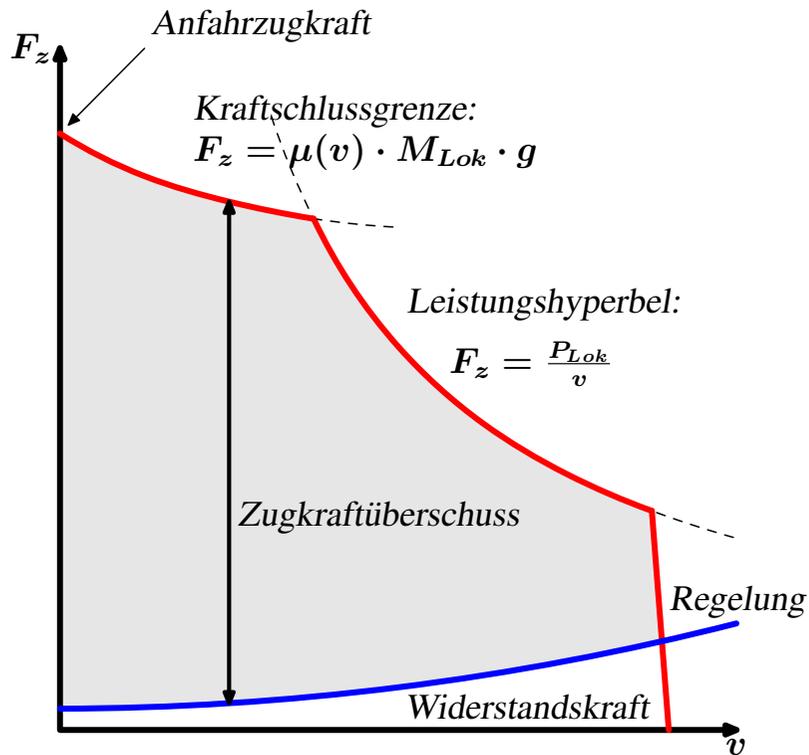


Abb. 13: Ideales Zugkraftdiagramm

- i.A. $F_{Z_{real}} < F_{Z_{ideal}}$
- Bewertungsgröße *Leistungsfaktor*

$$\lambda = \frac{\int_0^{v_{max}} F_Z(v) \cdot dv}{A_{ideal}}$$

Kennzahl für den Wirkungsgrad über den gesamten Geschwindigkeitsbereich

- Bewertungsgröße *Anfahrzugkraft*

$$F_{anfahrr} = F_z(0)$$

Bestimmt Grenzlasten für Lokomotiven im Güterverkehr.

- ➔ Typische Werte: 300 kN für moderne, 4-achsige Lokomotiven
- ➔ Entspricht einer Kraftschlussausnutzung von $\mu \simeq 0.35$

Dynamische Betrachtung

Grundgleichung mit Zugkraft:

$$M_Z \rho \frac{dv}{dt} = F_N - W_{Ges}(v) + F_{Z_T}(v), \quad (36)$$

Folgerungen:

$$\begin{aligned} F_{Z_T}(v) &> W_{Ges}(v) - F_N && \rightarrow \text{beschleunigte Bewegung} \\ F_{Z_T}(v) &< W_{Ges}(v) - F_N && \rightarrow \text{verzögerte Bewegung} \\ F_{Z_T}(v) &= W_{Ges}(v) - F_N && \rightarrow \text{konstante Geschwindigkeit} \end{aligned}$$

→ maximale Beschleunigung eines Zuges:

$$a_{max} = \frac{g}{\rho} \cdot \left(\mu_T \cdot \frac{M_T}{M_Z} - i_{eff} - c_R - \frac{W_{Luft}(v)}{g \cdot M_Z} \right). \quad (37)$$

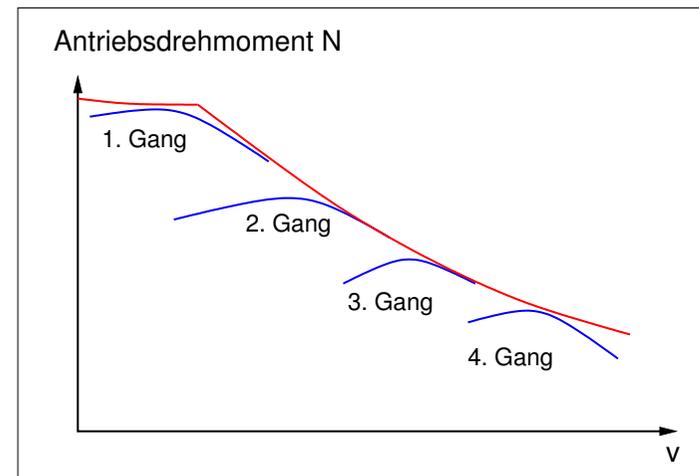
→ maximal befahrbare Steigung:

$$i_{max} = \left(\mu_T \cdot \frac{M_T}{M_Z} - c_R - \frac{W_{Luft}(v)}{g \cdot M_Z} \right). \quad (38)$$

Geeignete Zugkraftkennlinien

Forderungen an Traktionsmotoren:

1. Hohes Drehmoment bei $v = 0$
 2. Fallende Zugkraftkennlinie für Fahrt mit $v = \text{const}$
- ➔ automatisch erfüllt von E-Antrieben
 - ➔ i.A nicht erfüllt von Dieselantrieben
 - ➔ dieselmechanische,
 - ➔ dieselhydraulische,
 - ➔ dieselektrische Leistungswandlung.



Motordrehmoment eines Dieselmotors in verschiedenen Gängen (qualitativ).

Zugbewegung

Bewertungsgrößen:

- Fahrzeit,
- Weg,
- Geschwindigkeit,
- benötigte Leistung,
- benötigte Energie
- ggf. Betriebstemperatur von Antrieb und Bremse.

Darstellung

- ↪ zeitabhängig → allgemeine Untersuchungen
- ↪ wegabhängig → v.a. Fahrpläne

Phasen der Zugfahrt

1. Beschleunigungsphase

➔ Zugkraftaufwand zum Erreichen der Sollgeschwindigkeit

2. Beharrungsphase

➔ Zug- oder Bremskraftaufwand zum Erhalt der Geschwindigkeit

3. Ausrollphase

➔ kein Kraftaufwand ➔ kein (mechanischer) Energieverbrauch

4. Bremsphase

➔ Bremskraftaufwand

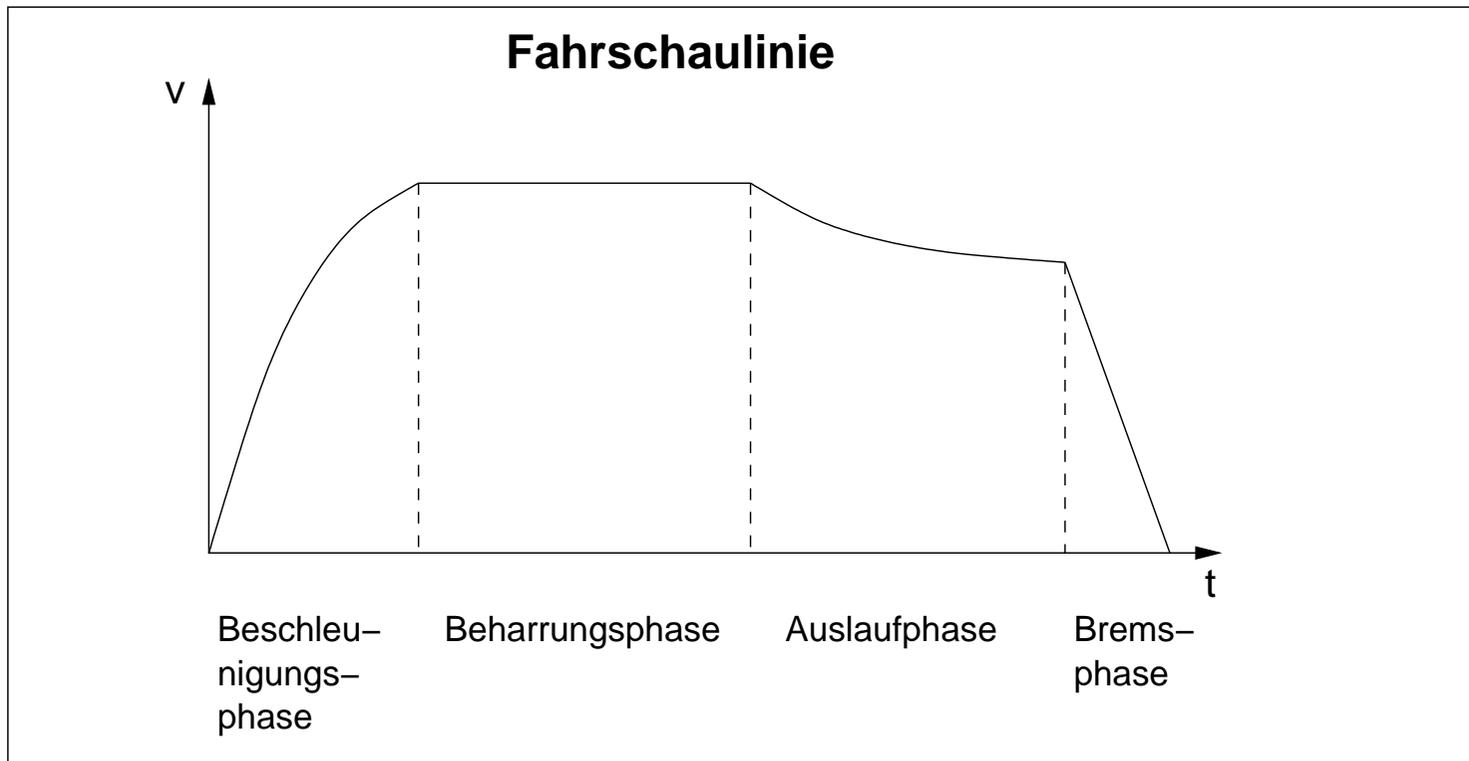


Abb. 14: Fahrschaulinie (qualitativ, zeitabh. Darst)

Energieverbrauch

Relevant

- ➔ für Fahrzeit- und Auslegungsrechnungen:

Treibachs - Zugkraftleistung:

$$P_T = v \cdot F_{Z_T} \quad (39)$$

- ➔ für Energieverbrauchsrechnungen:

Leistungsaufnahme am Systemeingang:

$$P_E = \frac{1}{\eta_{Tfz}} \cdot P_T \quad (40)$$

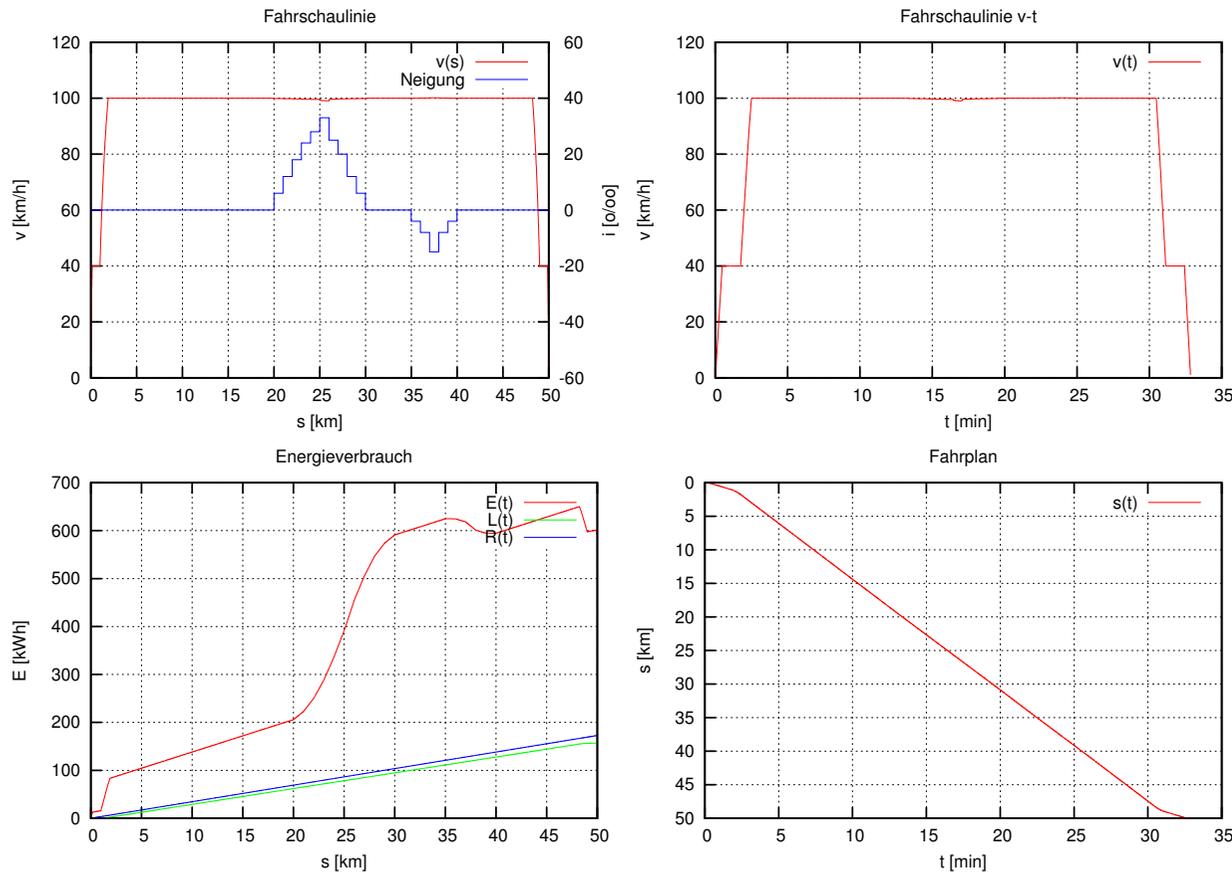
- ➔ Wirkungsgrad η_{Tfz} i.A. abhängig von v, F_Z

Energieverbrauch: (mechanisch)

$$E = \int_{s_0}^{s_1} F_{Z_T} \cdot ds = \int_{t_0}^{t_1} P_T(t) \cdot dt. \quad (41)$$

- ➔ beinhaltet Arbeit zur Zugbeschleunigung und gegen Widerstandskräfte
- ➔ $P(t)$ kann für Bremsvorgänge mit E-Bremse zeitweise negativ sein
- ➔ Für Gesamtenergieverbrauch: $P_T \rightarrow P_E$

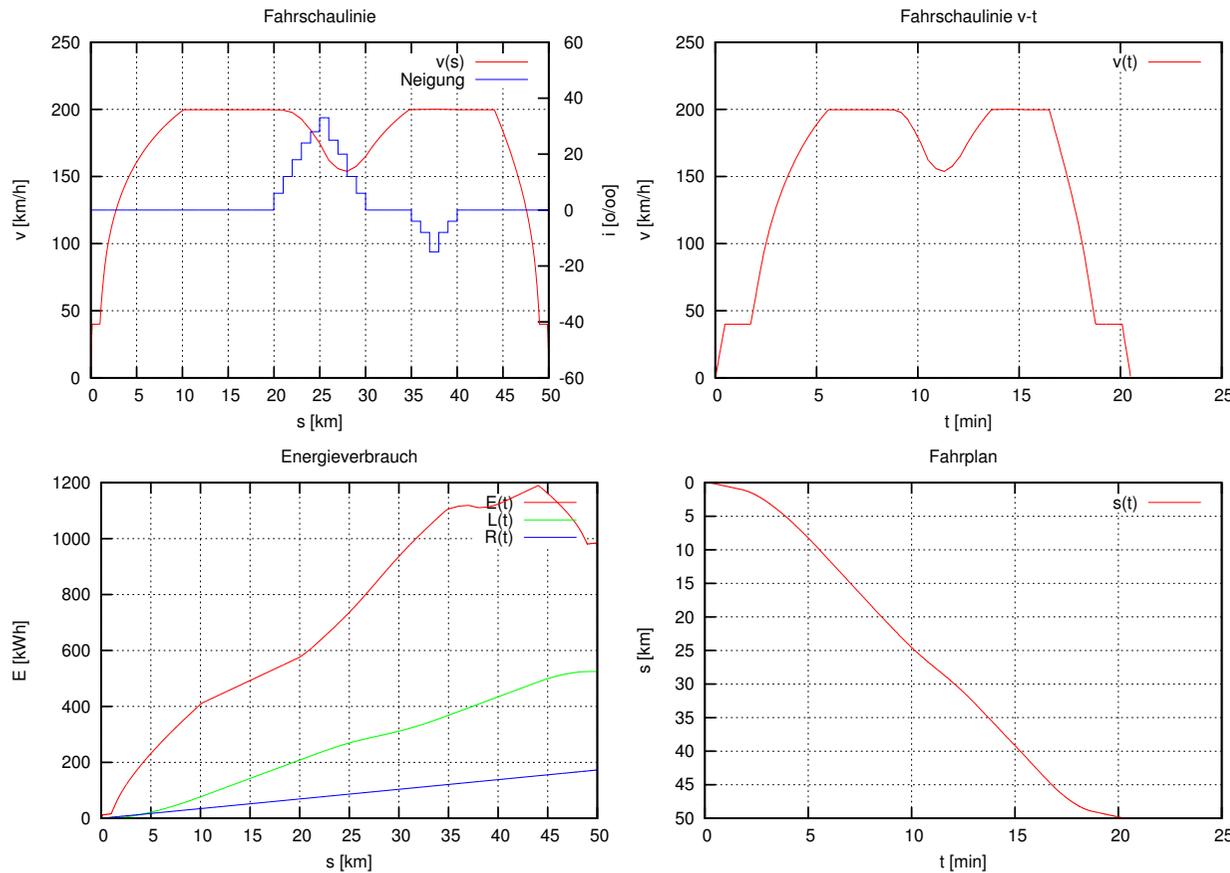
Beispiele 1



Fahrzeit	32.85 min
Energieverbrauch	590.89 kWh
Arbeit gegen W_{Luft}	156.90 kWh
Arbeit gegen W_{Roll}	172.72 kWh
Zugmasse	634 t
Lokmasse	84 t
Wagenzugmasse	550 t
Anzahl Wagen	10
Leistung Lok	6400 kW
v_{max}	100 km/h
c_L /Wagen	0.2000
c_R	0.0020
ρ	1.10
μ_{RS}	0.35
Windgeschwindigkeit	0.00 km/h
η dynamische Bremse	0.90

Abb. 15: Zugfahrt über 50 km mit $v_{max} = 100$ km/h. Zugmasse

Beispiele 2



Fahrzeit	20.51 min
Energieverbrauch	974.16 kWh
Arbeit gegen W_{Luft}	525.11 kWh
Arbeit gegen W_{Roll}	172.72 kWh
Zugmasse	634 t
Lokmasse	84 t
Wagenzugmasse	550 t
Anzahl Wagen	10
Leistung Lok	6400 kW
v_{max}	200 km/h
c_L /Wagen	0.2000
c_R	0.0020
ρ	1.10
μ_{RS}	0.35
Windgeschwindigkeit	0.00 km/h
η dynamische Bremse	0.90

Abb. 16: Zugfahrt über 50 km mit $v_{max} = 100$ km/h. Zugmasse

Fahrdynamische Kräfte

- Widerstandskräfte
- Rad-Schiene-Kraftschluss
- Zugkraft
- **Bremskraft**

Bremmung

Funktion der Bremsung

- ➔ der Änderung des Bewegungszustandes,
- ➔ der Erhaltung des Bewegungszustandes,
- ➔ dem Sichern von Fahrzeugen gegen das Abrollen am Hang.

Besonderheiten der Eisenbahnbremse

- ➔ komplexes Bauteil
- ➔ einziges System, dass sich als Einheit durch den ganzen Zug erstreckt
- ➔ **muss immer funktionieren**
- ➔ bestimmt die maximal fahrbare Geschwindigkeit

Bremskraft

Abhängig von

- Zeit,
- Geschwindigkeit
- Bremssystem des Fahrzeugs und
- gewählter Bremsstufe.

Grundgleichung der Fahrodynamik für die Bremsung:

$$M\rho \frac{dv}{dt} = F_N - W_{Ges}(v) - F_B(v, t). \quad (42)$$

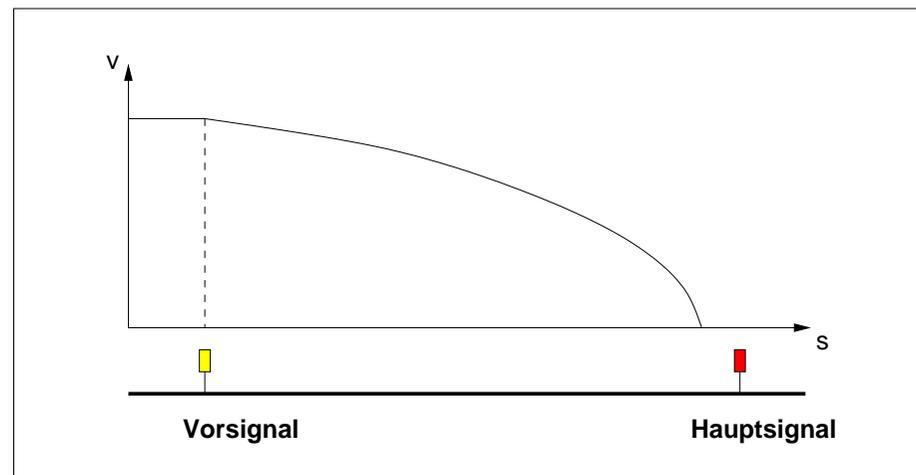
→ wegen Zeitabhängigkeit der Bremskraft schwer lösbar

Betriebliche Bedingungen

Signalisierung

Fahren "auf Sicht" wegen langer Bremswege und fehlender Ausweichmöglichkeit unmöglich.

- ➔ $v < 160\text{km/h}$ Betrieb im HV-System
Abstand zwischen Vor- und Hauptsignal: 1000 m (auf Hauptstrecken)
- ➔ $v > 160\text{km/h}$ permanente Überwachung der Zuggeschwindigkeit



Geschwindigkeiten im HV-System

Abschätzung der Größenordnung:

Voraussetzung: Fahrzeug verfügt allein über radwirksame Bremsen

Bremswegformel:

$$s_B = \frac{v_0^2}{2a_{m,s}} \leq 900\text{m}$$

Verzögerung $a_{m,s} \leq (M_B/M_Z) \cdot g \cdot \mu$ ist durch den Kraftschluss Rad-Schiene begrenzt. Folgt

$$v_0 \leq \sqrt{\frac{2M_B s_B \mu}{M_Z}} \quad (43)$$

Bei garantiertem Kraftschluss von $\mu = 0,12$ und folgt hieraus:

$$v_0 \stackrel{!}{<} 165\text{km/h}$$

Wert verringert sich noch durch dynamische Effekte des Bremssystems!

Folgerungen

- ➔ Bremssystem sollte auf alle Achsen des Zuges wirken
- ➔ Für $v > 160\text{km/h}$ sind andere Signalisierungsmittel notwendig (LZB, ETCS)

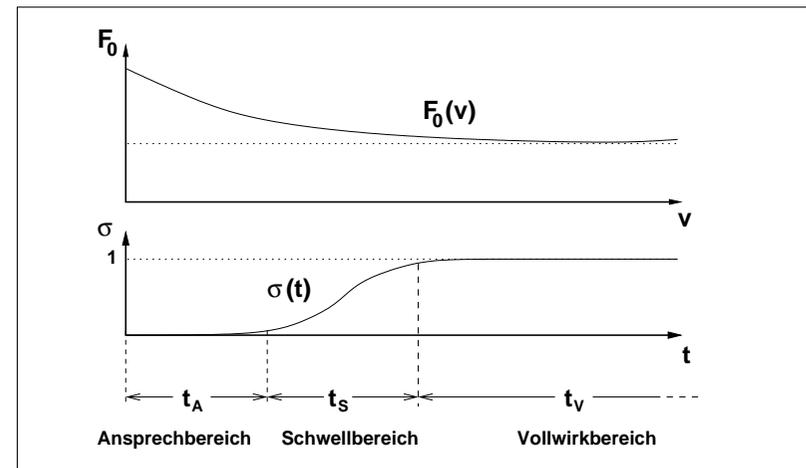
Phasen der Bremsung

Reaktionsphase: Reaktionszeit des Triebfahrzeugführers (Bremsen inaktiv, $t_R \sim 1s$)

Ansprechphase: Zeit zwischen Betätigung und Beginn der Wirkung der Bremse (keine Bremswirkung) ($t_A \sim 1s$)

Schwellphase: Zeitraum zwischen Ansprechen und voller Wirkung der Bremse (i.A. $3s < t_S < 30s$)

Vollwirkphase: Zeitraum, in dem die Bremse voll wirkt



Darstellung der Bremskraft:

$$F_B(v, t) = \sigma(t) \cdot F_0(v) \quad (44)$$

Bremswegberechnung

Notwendig für:

- Fahrzeugauslegung
- Unfallanalysen
- Sicherheitsanalysen

Grundlage: Fahrdynamische Grundgleichung unter Vernachlässigung der Widerstandskräfte

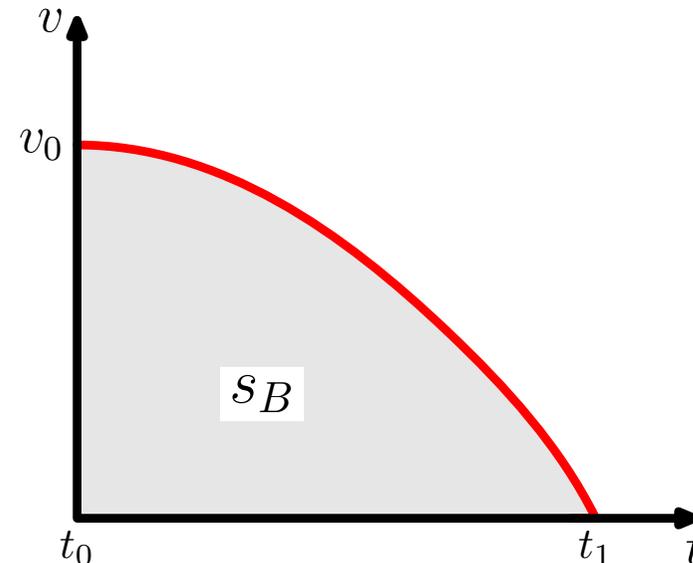
$$M\rho \frac{dv}{dt} = -\sigma(t) \cdot F_0(v) + F_N. \quad (45)$$

- Gleichung ist in einigen Fällen explizit (analytisch) lösbar.
- Bremsweg abhängig von $v_0, F_N, M\rho, F_B(v), \sigma(t)$

Bremswegermittlung via

$$s_B = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

mit $v(t)$ Lösung von (45).



Bewertungsgröße für Züge: Mittlere Bremsverzögerung

$$a_m = \frac{1}{s} \int_{s_B} a(s) ds = \frac{v_0^2}{2s_B}$$

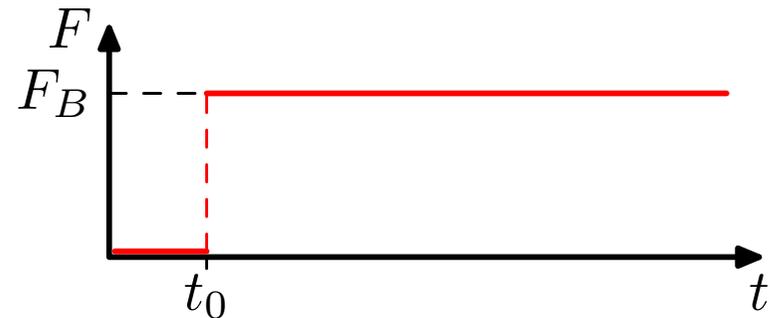
Bremswegmodelle

- Basieren auf Gl. (45).
- Analytische Modelle
 - ➔ versuchen, die Dynamik der Bremse über einfache funktionale Abhängigkeiten abzubilden
 - ➔ “einfache” Berechnungsvorschriften
 - ➔ meistens gut geeignet für scheibengebremste Fahrzeuge
 - ➔ i.A. weniger gut für klotzgebremste Fahrzeuge
- Numerische Modelle
 - ➔ erlauben genauere Abbildung von $\sigma(t)$ und $F_B(v)$
 - ➔ Berücksichtigung von Widerstandskräften relativ einfach möglich
 - ➔ Berechnungen weniger leicht nachzuvollziehen und zu dokumentieren.

Zweistufiges Bremsmodell

Verwendung: Fahrzeuge mit Scheibenbremsen oder Kunststoffbremsklotzsohlen. Bremsstellungen R, P .

Charakteristika: Ansprechphase und Schwellphase werden implizit berücksichtigt, konstante Bremskraft während der Vollwirkzeit. Vereinfachung von . Ungenau bei kleinen v_0 .



Konvention: $a_N := F_N / (m_Z \rho)$

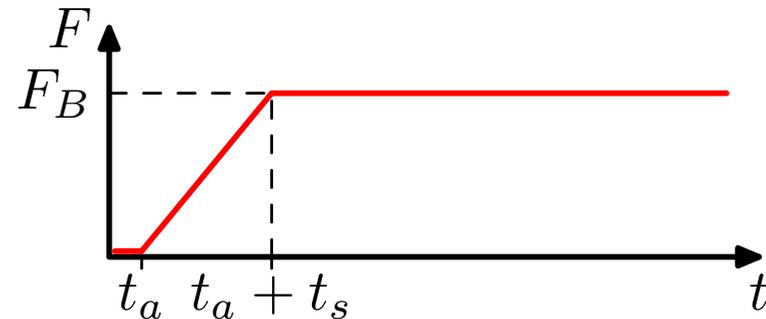
Bremsweg:

$$s_B = v_0 t_0 + \frac{a_N t_0^2}{2} + \frac{(v_0 + a_N t_0)^2}{2(a_B - a_N)}; \quad t_0 = t_a + t_s / 2$$

Dreistufiges Bremsmodell mit linearer Schwellphase

Verwendung: Fahrzeuge mit Scheibenbremsen oder Kunststoffbremsklotzsohlen. Bremsstellungen R , P und G .

Charakteristika: Berücksichtigung Ansprechzeit, linearer Anstieg der Bremskraft während der Schwellzeit, konstante Bremskraft während der Vollwirkzeit. Genauer als das zweistufige Modell.



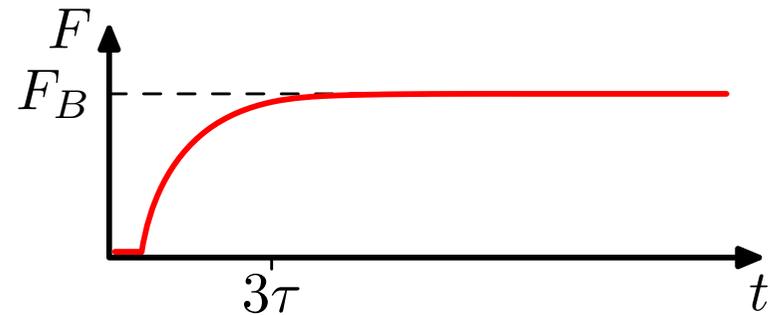
Bremsweg:

$$s_B = v_0(t_a + t_s) + \frac{a_N(t_a + t_s)^2}{2} - \frac{a_B t_s^2}{6} + \frac{(v_0 + a_N(t_a + t_s) - \frac{a_B}{2} t_s)^2}{2(a_B - a_N)}$$

Bremsmodell von Hendrichs

Verwendung: Fahrzeuge mit Scheibenbremsen oder Kunststoffbremsklotzsohlen. Bremsstellungen R, P .

Charakteristika: Ansprechphase berücksichtigt, Bremskraftentwicklung in der Wirkzeit gemäß $F(t) = F_B(1 - e^{-3t/\tau})$.



Bremsweg:

$$s_B = v_0 t_a + \frac{a_N t_a^2}{2} + \frac{\left(v_0 + a_N t_a + \frac{a_B \cdot \tau}{3}\right)^2}{2(a_B - a_N)} - \frac{a_B \cdot \tau^2}{9}$$

Mindener Formel

Verwendung:

- Klotzgebremste Fahrzeuge
- Wenn ausser dem Bremsgewicht nichts bekannt ist.

Charakteristika:

- Früher "*Best Practice*"
- Physikalisch nicht nachvollziehbar.

Bremsweg:

$$s_B = \frac{3,85 \cdot v_0^2}{6,1 \cdot \psi \left(1 + \frac{\lambda}{100}\right) + a_N}$$

λ : Bremsgewicht, ψ : Korrekturfaktor

Bremskraftcharakteristiken

Bremskraftcharakteristiken $F_B(v)$
stark abhängig von den verwendeten
Bremsystemen

Scheibenbremsen: Bremskraft

- im Wesentlichen konstant
- unabhängig von der Belagkraft

Grauguss-Klotzbremsen:

Bremskraft

- fällt mit steigender Geschwindigkeit
- ist stark vom Klotzdruck abhängig

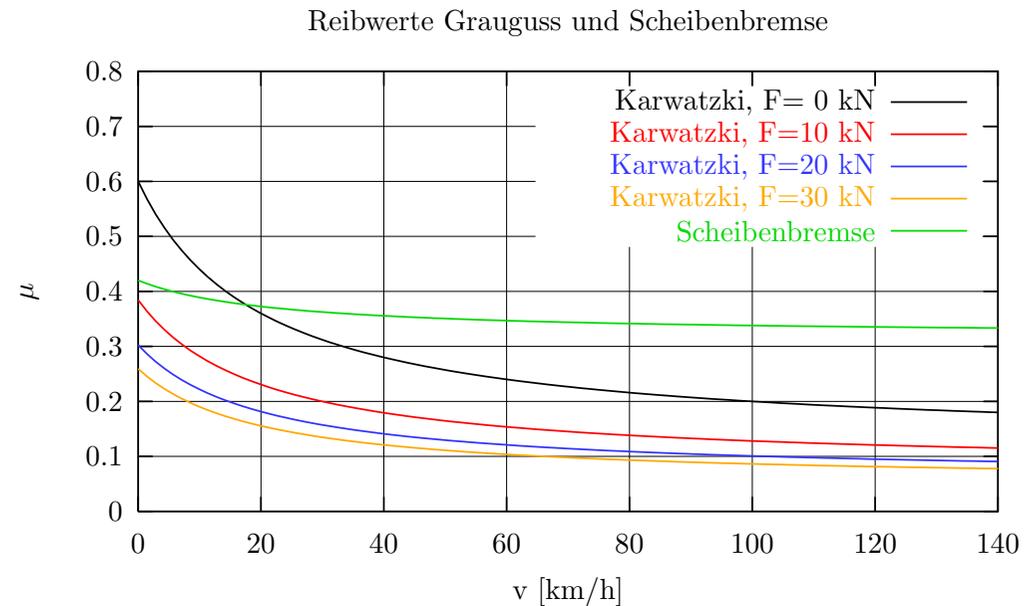


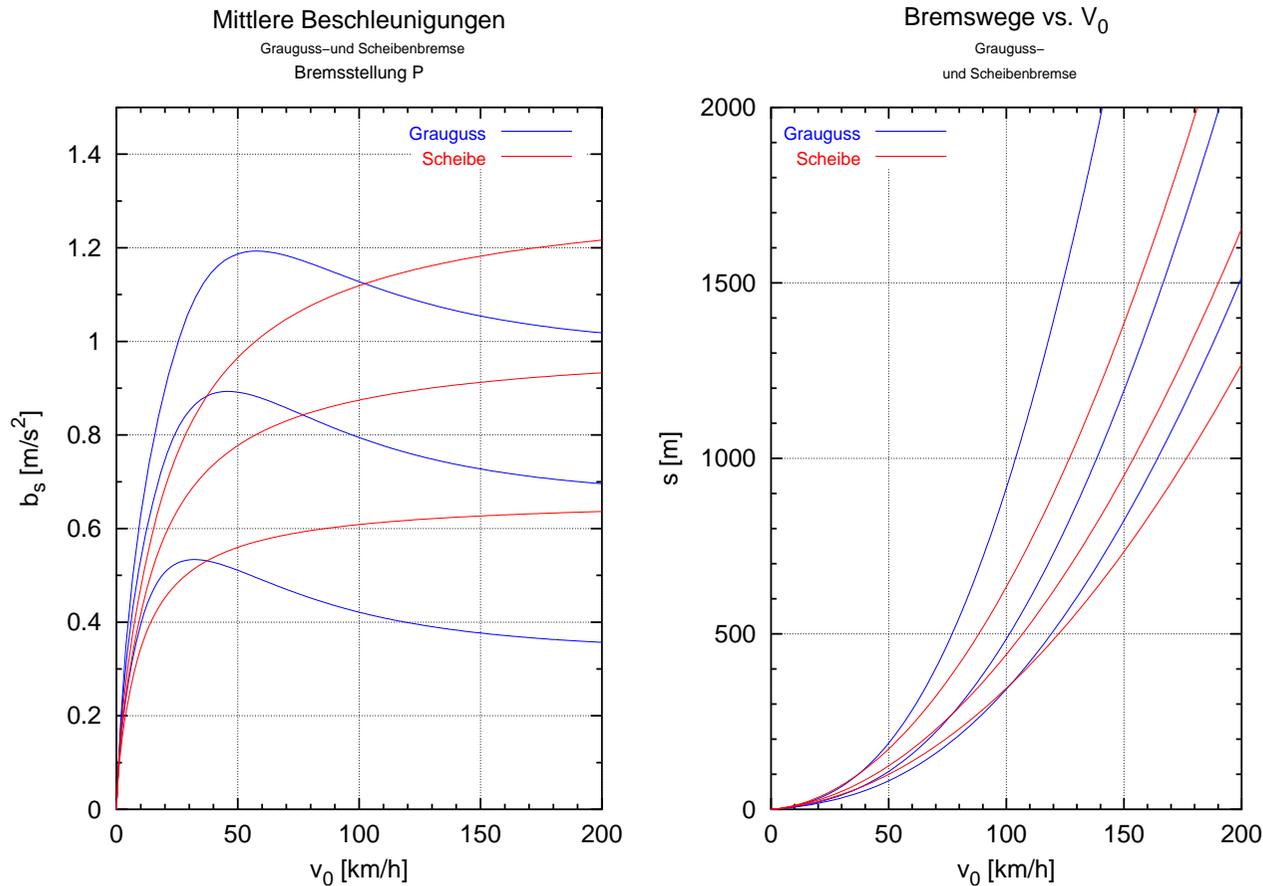
Abb. 17: Bremskräfte proportional zum Reibwert μ

Weitere Bremssysteme:

- Bremskraft stark geschwindigkeitsabhängig
- Einsatz in bestimmten Geschwindigkeitsbereichen

Bremskraftcharakteristiken – fahrdynamische Konsequenzen

Stark unterschiedliche Verläufe $a_m(v_0)$ und $s_B(v_0)$



➔ Konsequenzen für die Bewertung des Bremsvermögens von Zügen

Bremsbewertung

- **Betriebliche** Bewertungsgrößen für das Bremsvermögen:
 - ➔ Bremsgewicht B ➔ Maß für die (maximale) Bremskraft eines Zuges
 - ➔ Bremswert λ ➔ Maß für die (maximale) Verzögerungsfähigkeit eines Zuges
 - ➔ Ermittlung mit Hilfe des *Bremsbewertungsblatts*
 - ➔ Bremswert legen gemeinsam mit der Streckenbremstafel die fahrbare Höchstgeschwindigkeit von Zügen (im HV-System) fest.
- **Fahrdynamische** Bewertungsgrößen für das Bremsvermögen:
 - ➔ Bremskraft F_B
 - ➔ Mittlere Bremsverzögerung $a_m = \frac{v_0^2}{2s_B}$
 - ➔ Ermittlung durch Berechnung

Bremsbewertung

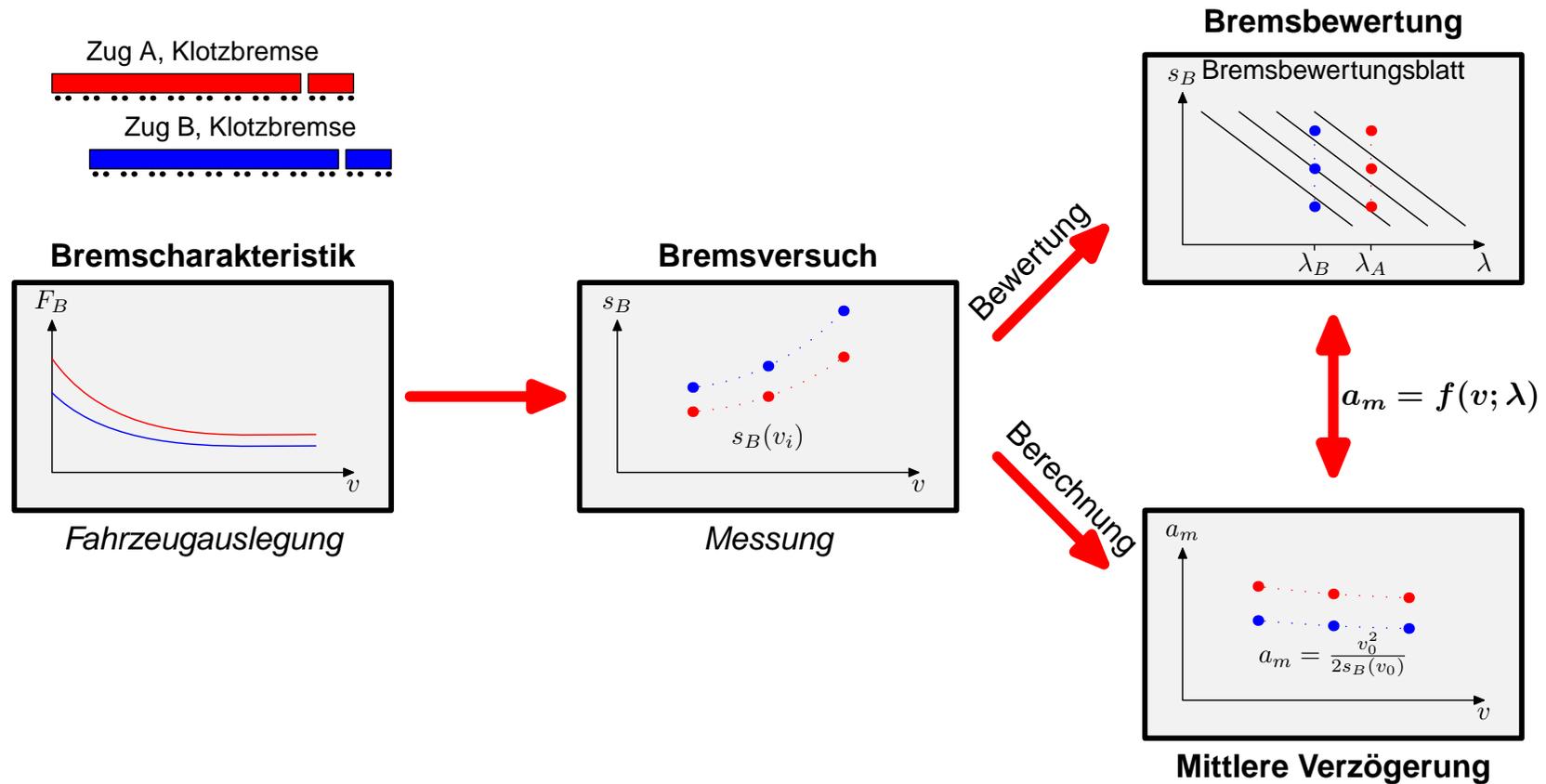


Abb. 18: Bremsbewertung vor ~ 1960 : Alle Fahrzeuge haben bis auf einen Faktor gleiche Bremskraftcharakteristiken. Bremswert λ bestimmt die Bremswege für alle Bremsausgangsgeschwindigkeiten

Bremsbewertung

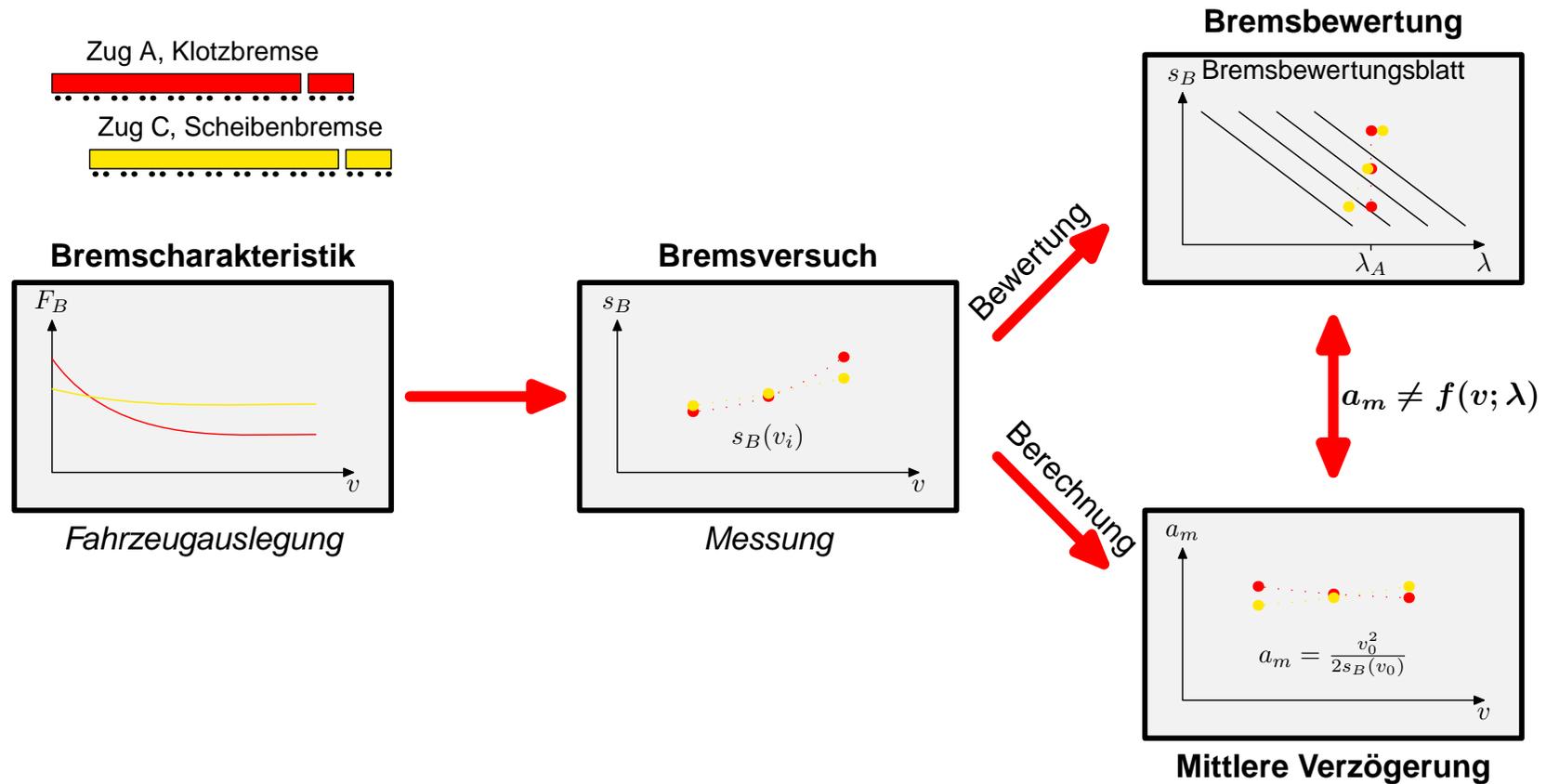


Abb. 19: Bremsbewertung heute: Verschiedene Bremskraftcharakteristiken führen zu Uneindeutigkeit in der Bremsbewertung. Bremswert λ bestimmt die Bremswege nicht mehr eindeutig

Bremsbewertung

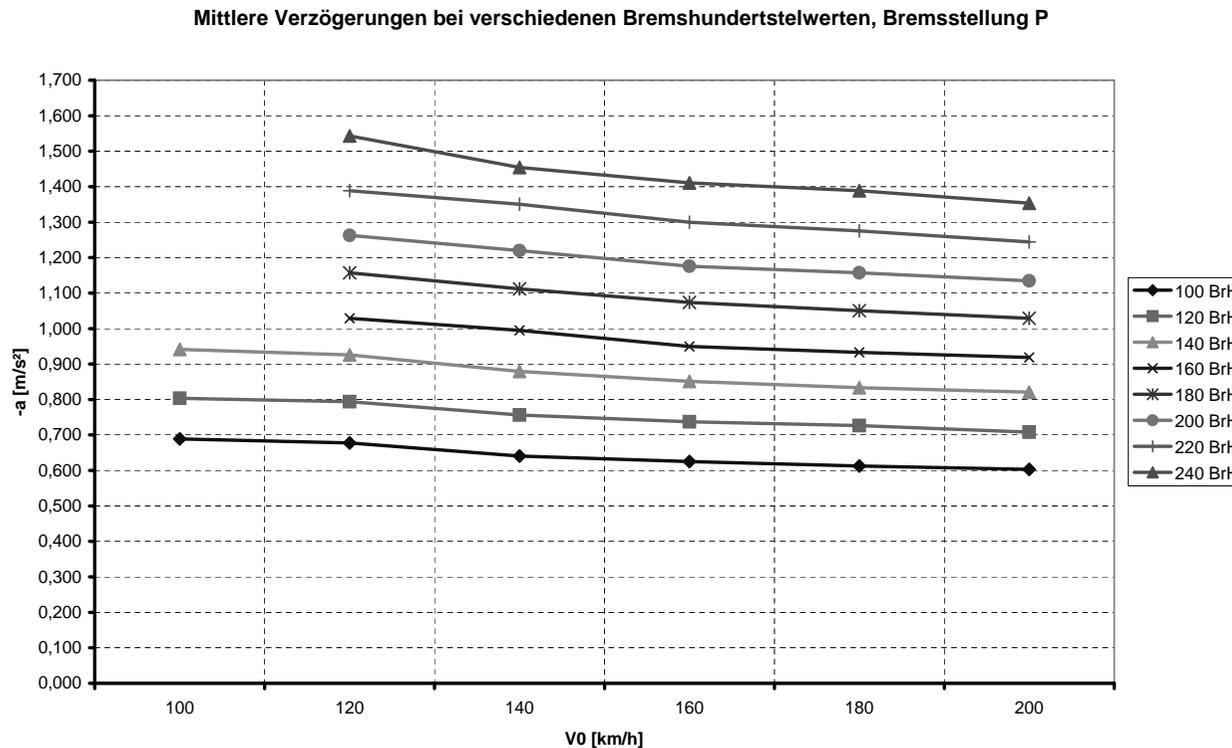


Abb. 20: Zusammenhang Bremswertstufel - mittlere Bremsverzögerung

Spezielle Anwendungen

- Bremswegsicherheit
- Simulation
- Energieverbrauch
- Zugdynamik

Spezielle Anwendungen

- **Bremswegsicherheit**
- Simulation
- Energieverbrauch
- Zugdynamik

Bremswegsicherheit – Einflussfaktoren

Bremswegsicherheit ist ein Systemproblem mit den folgenden *Einflussfaktoren*:

Fahrzeugseitig

- Verfügbarkeit der Bremskomponenten (Ausfallraten!)
- Reibwerte
- Bremszylinderdrücke
- Kraftschlussausnutzung durch den Gleitschutz
- Besandung

Infrastruktur:

- verfügbarer Kraftschluss
- verfügbare Bremswege und -sicherheiten

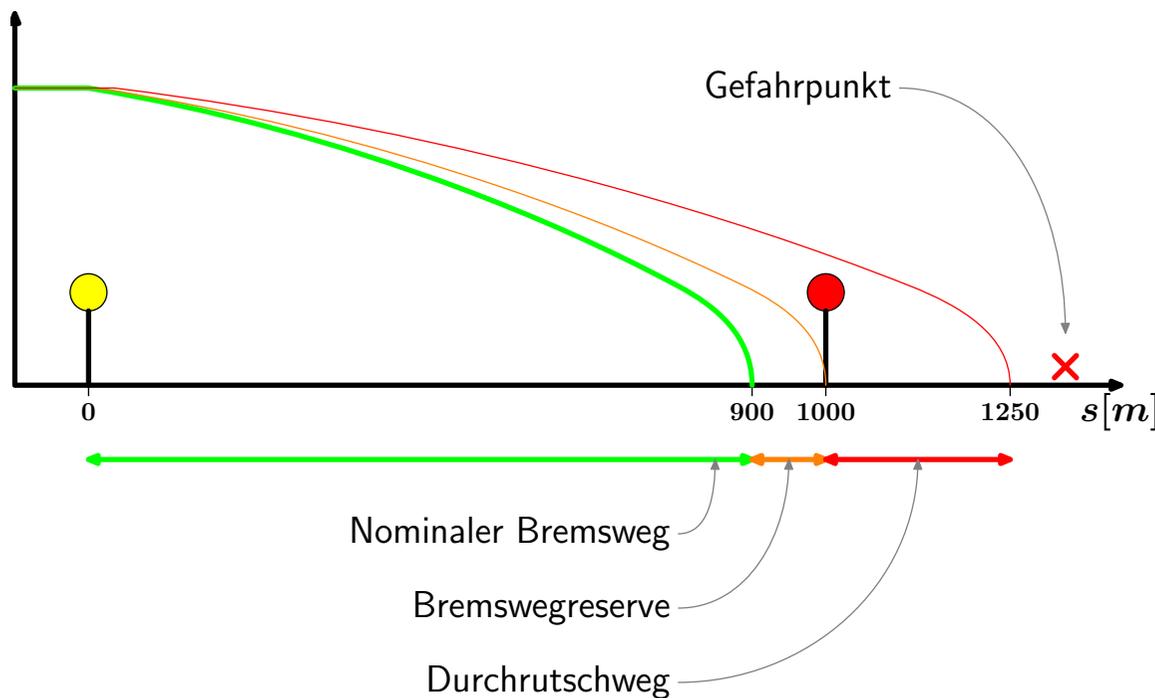
Betrieb:

- Fahrgeschwindigkeiten
- Ausbildung/Fahrweise der Tf
- Instandhaltung

Bremswegsicherheit

Betrieblich verfügbare Sicherheiten:

Beispiel H-V - System:



Sicherheitskonzept

- ist bewährt
- bietet anerkannte Sicherheit

Dennoch:

- Zunehmende Notwendigkeit der Quantifizierung der Bremswegsicherheit
- ➔ Einführung neuer Systeme
- ➔ Nachweis der Erfüllung von Sicherheitszielen

Bremswegsicherheit – fahrdynamisch

Bisherige Annahmen bei Bremswegberechnungen:

die Dynamik des Zuges ist hinreichend gut modelliert

die Anfangsbedingungen sind bekannt

die Randbedingungen sind bekannt

Ergebnis:

zwei Bremsungen des gleichen Zuges werden bei gleichen Anfangs- und Randbedingungen zu gleichen Bremswegen führen

Realität:

→ die Dynamik des Zuges kann hinreichend gut modelliert werden

→ die Anfangsbedingungen sind i.A. *gut* bekannt

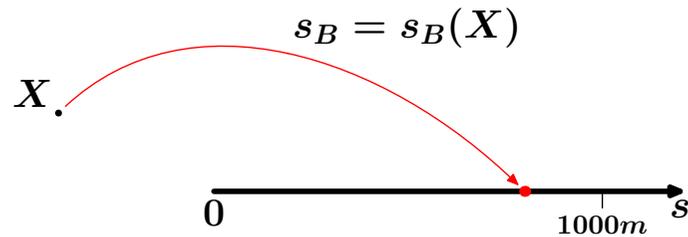
→ die Randbedingungen sind z.T. statistisch

Ergebnis:

→ zwei Bremsungen des gleichen Zuges werden bei gleichen Anfangs- und Randbedingungen *meistens* zu *ähnlichen* Bremswegen führen

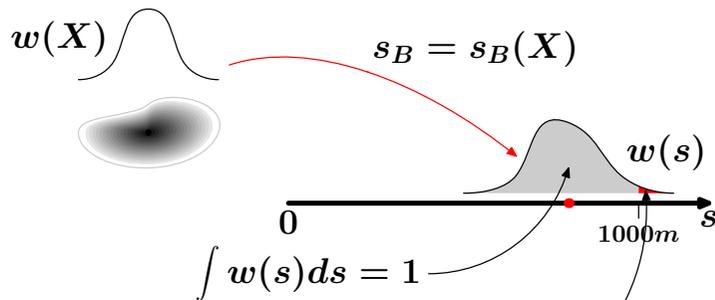
Statistische Bremswegbetrachtungen

Deterministisches Modell:



X : Zustandscharakterisierung des Fahrzeugs

Statistisches Modell:

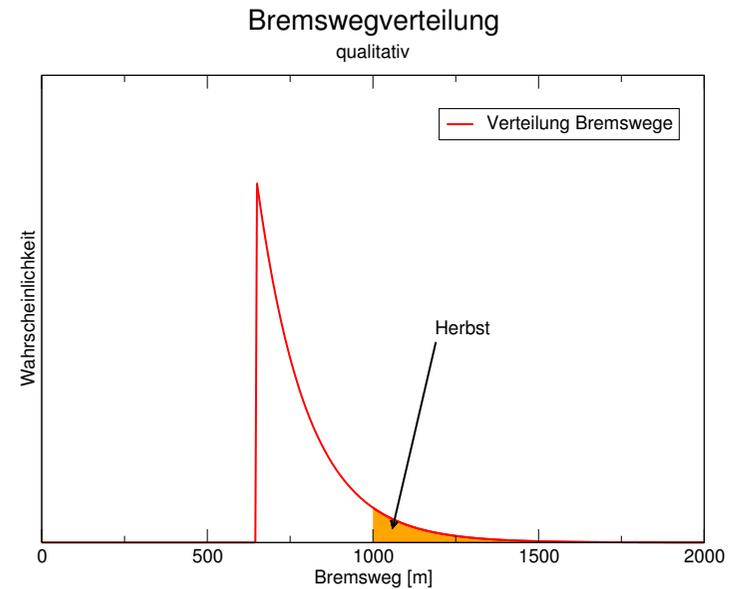


Wahrscheinlichkeit Signalvorbeifahrt:

$$\int_{1000m}^{\infty} w(s) ds$$

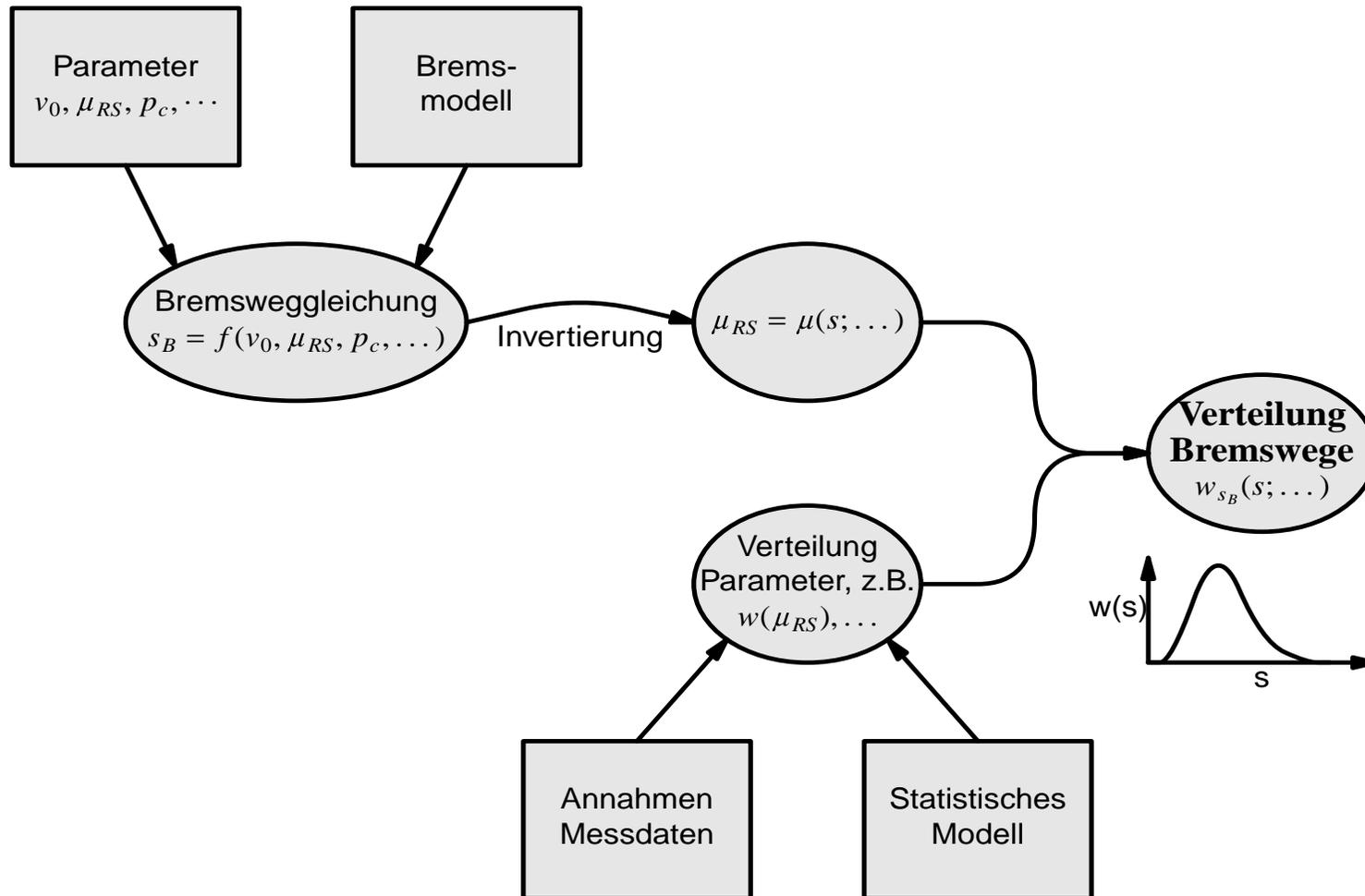
Ziel: Quantifizierung des Risikos, den verfügbaren Bremsweg zu überschreiten.

Alternativ: Betrachtung der mittleren Verzögerung



Bremswegsicherheit

Einfluss von μ



Spezielle Anwendungen

- Bremswegsicherheit
- **Simulation**
- Energieverbrauch
- Zugdynamik

Fahrdynamische Simulation

Simulation erforderlich für die

- Fahrplanberechnung
- Fahrzeugauslegung
- Energieverbrauchsrechnung
- Bremswegberechnung
- Berechnung von Lastkollektiven
- zugdynamische Berechnung
- ...

Kurzum: Für alle fahrdynamischen Fragestellungen mit komplexen Randbedingungen

Dennoch: Analytische Modelle und Lösungen sind wichtig für das Verständnis der Zusammenhänge

Simulationsprogramme

Anforderungen an ein (fahrdynamisches) Simulationsprogramm variieren mit der Aufgabenstellung

Generell:

- Beeinflussbarkeit aller wesentlichen fahrdynamischen Parameter durch den Benutzer
- Möglichkeit der Stapelverarbeitung
- offene Schnittstellen
- In- und Output (weitgehend) ASCII
 - ➔ ggf. Exportmöglichkeit

Speziell:

- Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung
- Anforderungen an die GUI
- Verfügbarkeit Quellcode

Spezielle Anwendungen

- Bremswegsicherheit
- Simulation
- **Energieverbrauch**
- Zugdynamik

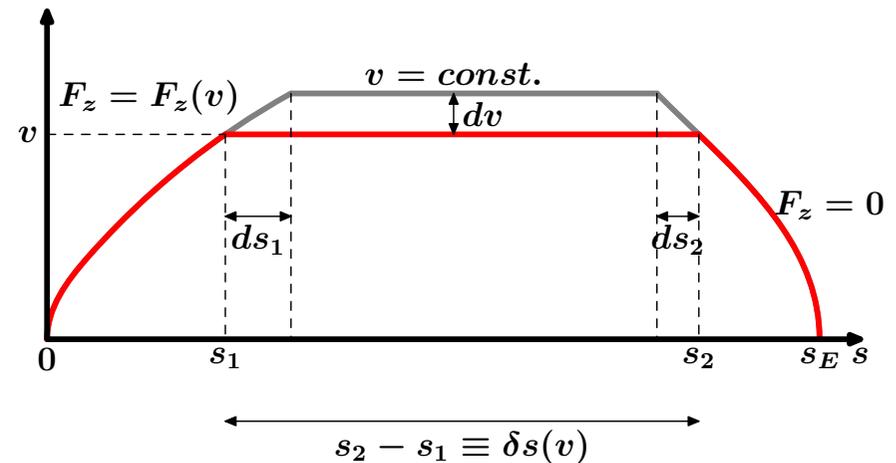
Energieverbrauch

Gesamtenergiebedarf der Zugfahrt nur schwer analytisch zu bestimmen.

Differentieller Energiebedarf oder – Was kostet eine Minute Fahrzeitverkürzung?

- Vergleich zweier “straffer” Zugfahrten:
- Fahrt 1: $v_{max} = v$
- Fahrt 2: $v_{max} = v + dv$
- Fahrzeitunterschied: $dt_f = -\frac{\delta s}{v^2} \cdot dv$
- Energiedifferenz:
 $dE \simeq (m\rho + \delta s \cdot \rho_l A_{NCL}) \cdot v \cdot dv$
- Zusätzlicher Energieverbrauch pro Minute Fahrzeitgewinn:

$$\frac{dE}{dt_f} \simeq \left(\frac{m\rho}{\delta s(v)} + \rho_l A_{NCL} \right) \cdot v^3 \quad (46)$$



Personenzüge: Berücksichtigung der Heizleistung

$$\left(\frac{dE}{dt_f} \right)_{Pers.} \simeq \frac{dE}{dt_f} - P_{Heiz} \quad (47)$$

Folgt: Minimaler Energieverbrauch bei $v \neq 0$

Spezielle Anwendungen

- Bremswegsicherheit
- Simulation
- Energieverbrauch
- **Zugdynamik**

Zugdynamik

Befasst sich mit den Zug- und Druckkräften innerhalb des Zugverbandes.

Anwendungen:

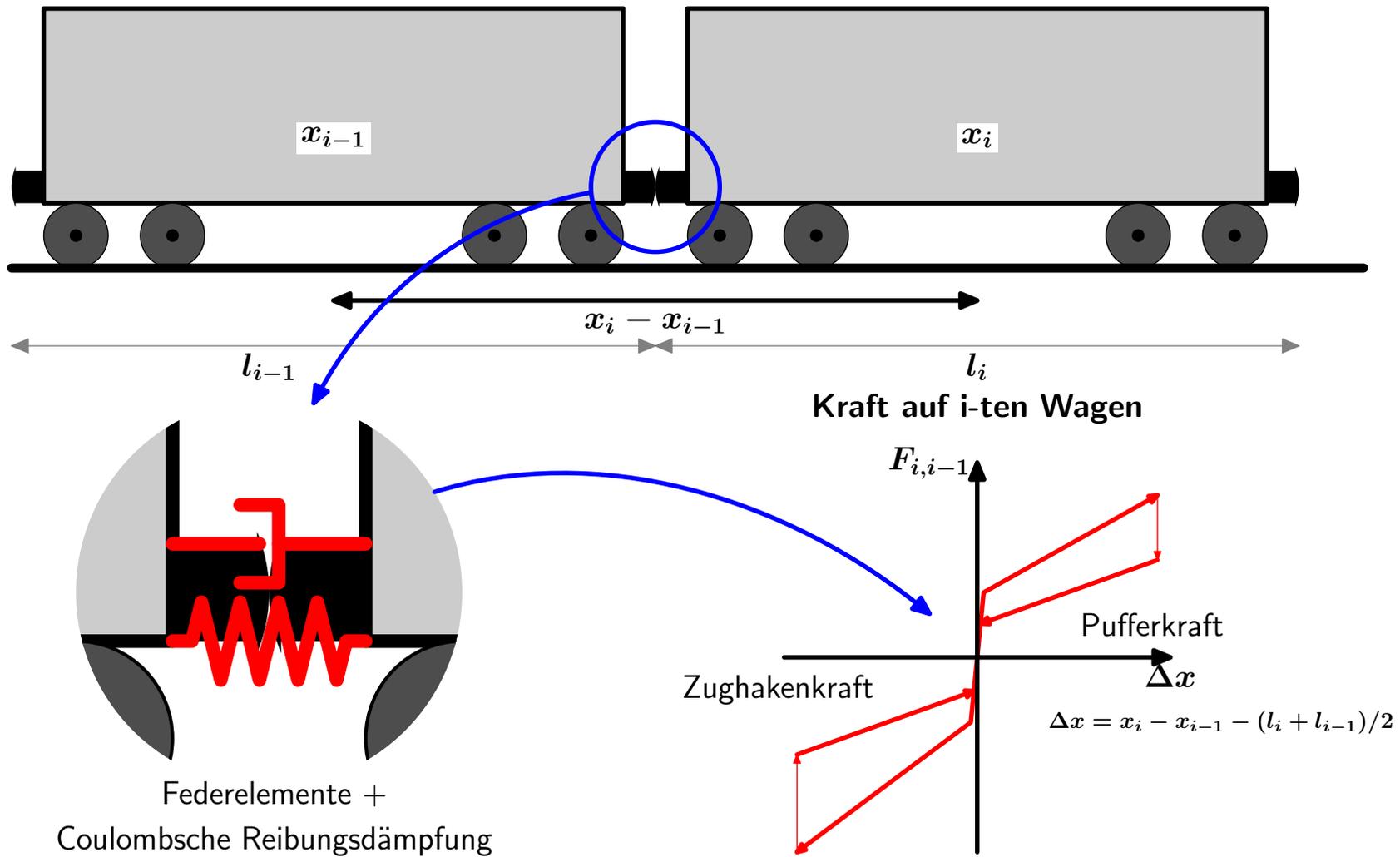
- Auslegung von (Güter-) Zügen
 - ➔ maximal fahrbare Zugmasse
 - ➔ maximal fahrbare Zuglänge
 - ➔ fahrbare Bremsstellung
- Ladungssicherheit

Zugmodell

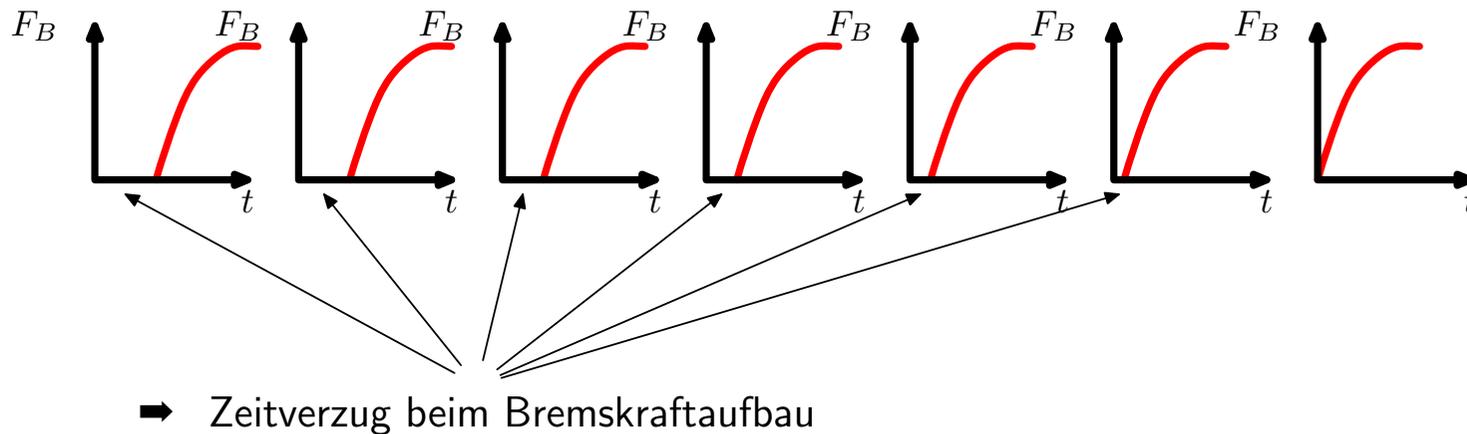
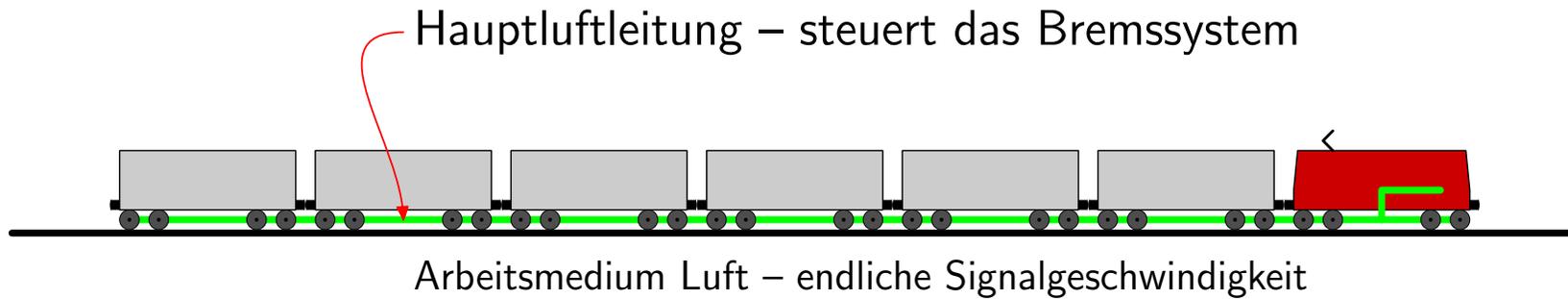
Elastisches Massenbandmodell unter Berücksichtigung

- der Zughaken- und Pufferkräfte
- der Dynamik des Bremssystems

Puffer- und Zughakenkräfte

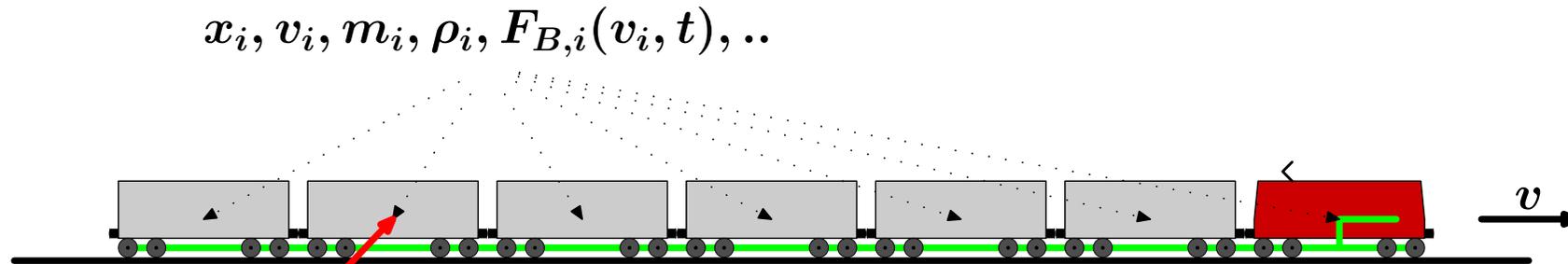


Zugdynamik – Dynamik des Bremssystems



Verzögerter Bremskraftaufbau im hinteren Zugteil führt zu hohen Druckkräften im Zug. Entgleisungsgefahr bei Überschreiten von Grenzwerten im Gleisbogen.

Zugmodell für die Zugdynamik



Differentialgleichungssystem:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i$$

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{m_i \rho_i} (F_N - W_i(x_i, v_i) - F_{B,i}(v_i, t) + F_{i+1,i} + F_{i,i-1})$$

... + Dynamik der Bremspneumatik (Strömungsmechanik)

Modellgleichungen i.A. nur numerisch lösbar.

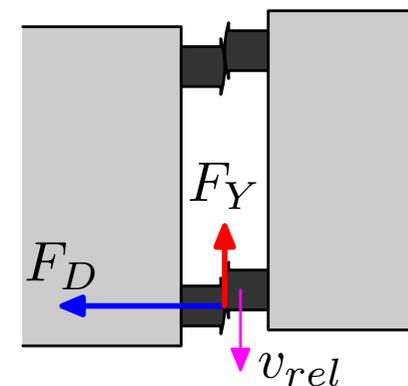
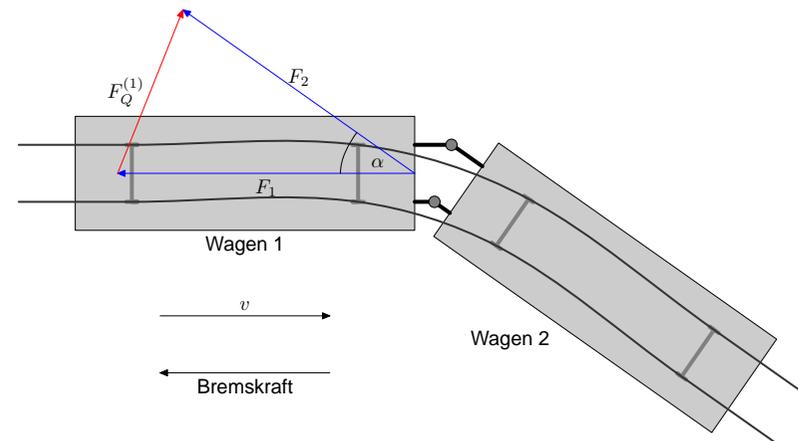
Entgleisungsgefahr bei überhöhten Längsdruckkräften

Ursachen:

- Komponenten der Längsdruckkraft quer zur Schiene
- kinematische Effekte bei der Bogeneinfahrt

Einflussgrößen:

- Wagenmasse bzw. Achslast
- Bogenradius
- Art der Kupplung
- Qualität der Gleislage
- Verwindungssteifigkeit des Wagenkastens
- Schmierung der Pufferteller
- Rad-Schiene-Kraftschluss
- Wagenreihung



Ertragbare Längsdruckkräfte

- Wagenspezifische Größe
- Ermittlung im Nachschiebeversuch im S-Bogen
- begrenzen die Zuglänge und -masse

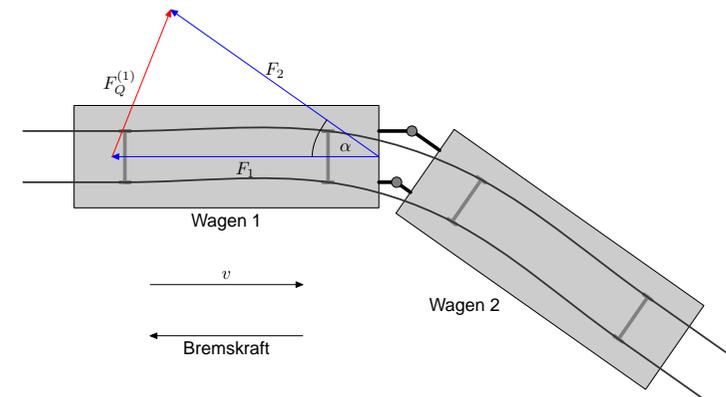
Wagentyp	Ertragbare Druckkraft
2-achsige Güterwagen, Schraubenkupplung	200 kN
4-achsige Güterwagen, Schraubenkupplung	240 kN
Wagen mit automati- scher Kupplung	600 kN

Mindestens Ertragbare LDK nach UIC-Merkblatt 530.2

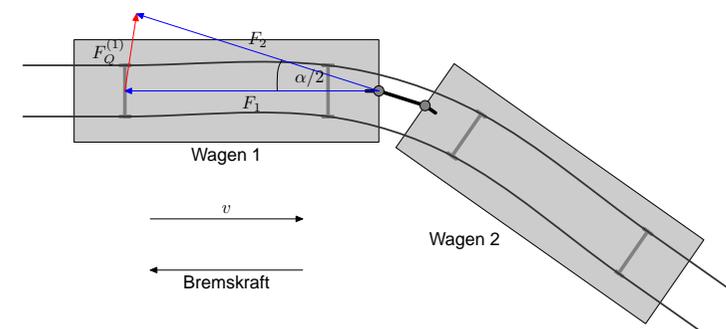
Möglichkeiten der Erhöhung von Zuglänge und -masse

- elektronische Bremssysteme
- verteilte Traktion
- automatische Mittelpufferkupplungen
- homogene Zugbildung

Seitenpuffer:



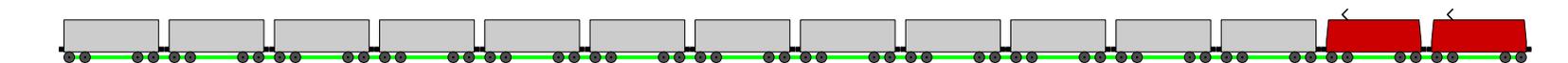
Automatische Mittelpufferkupplung



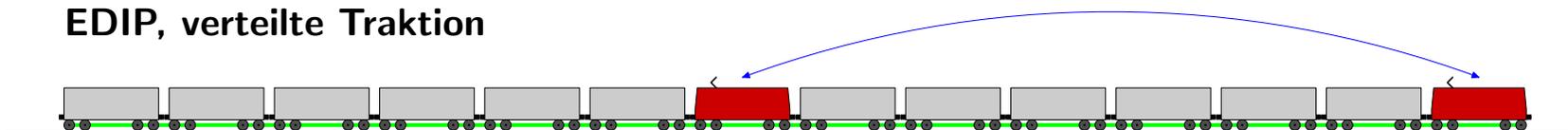
Zugdynamik

Lange Züge – Begriffe

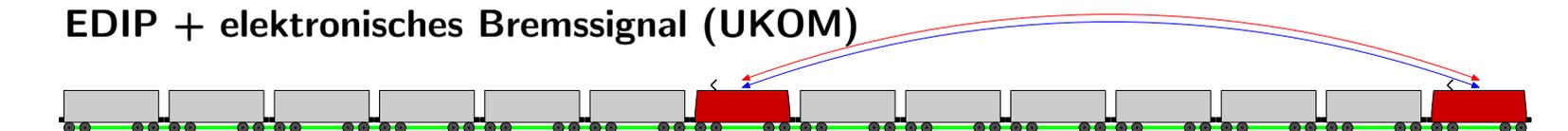
Langer Zug, $l > 700m$



EDIP, verteilte Traktion



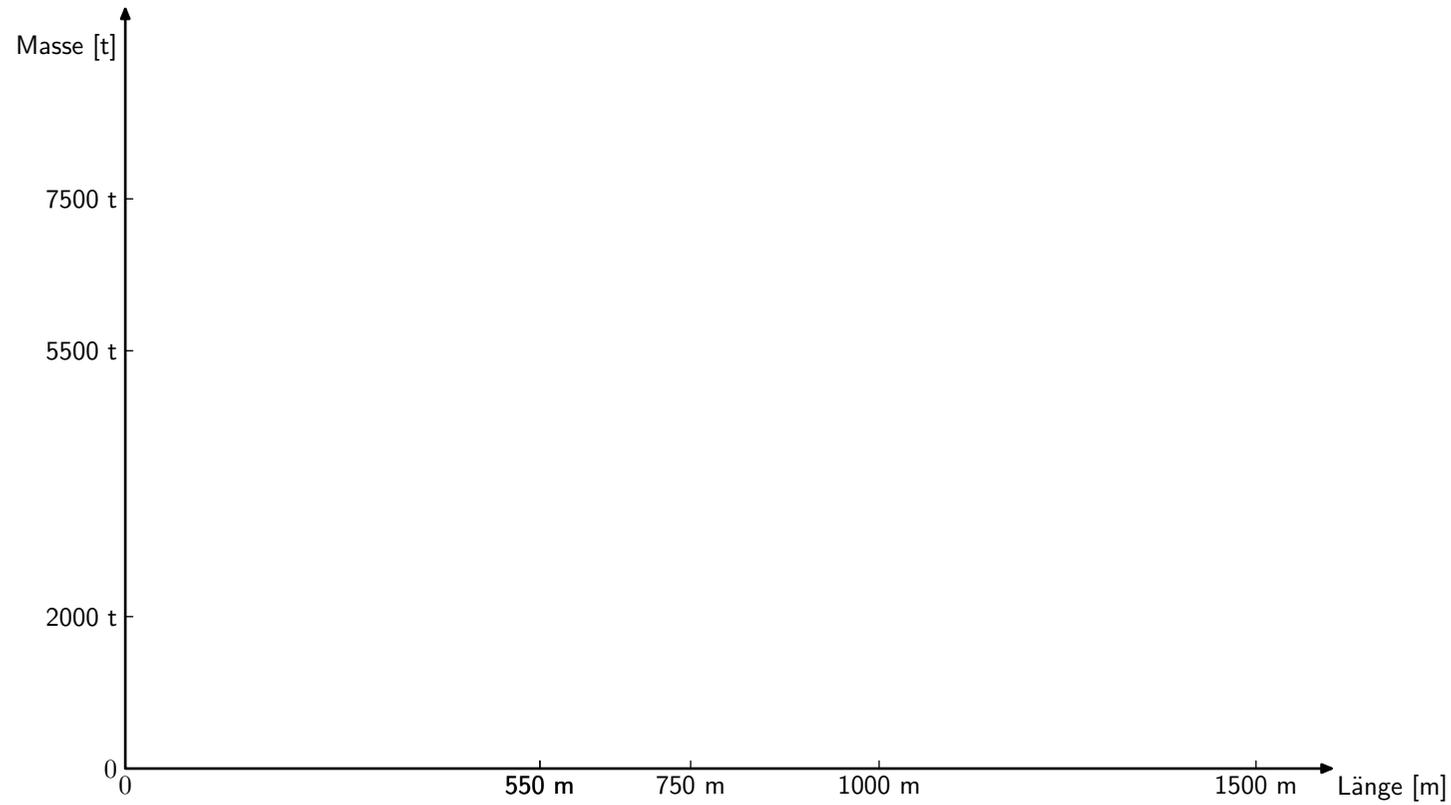
EDIP + elektronisches Bremssignal (UKOM)



FEBIS, elektronisches Bremssignal im ganzen Zug

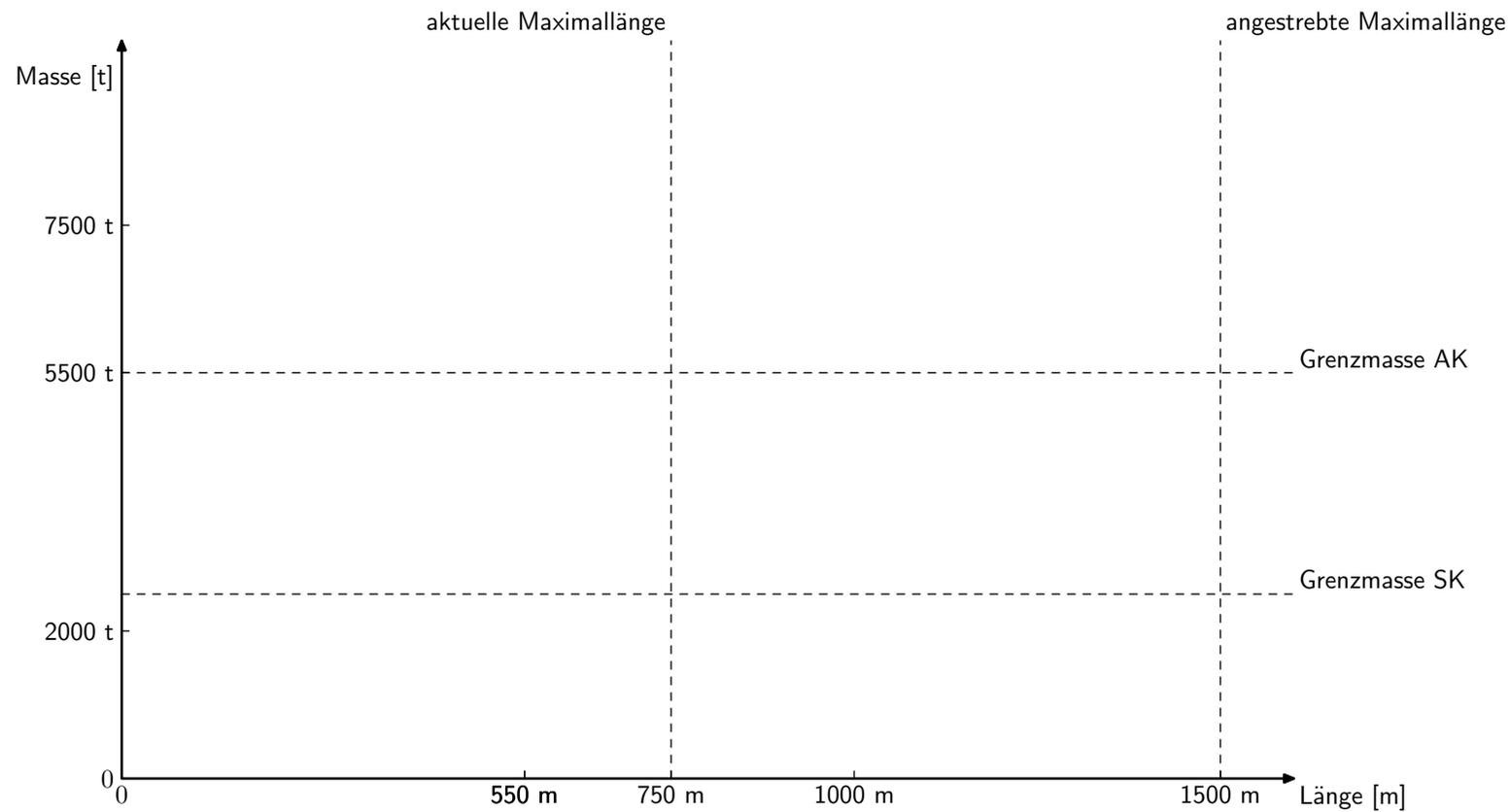


Zugdynamik Länge vs. Masse von Güterzügen

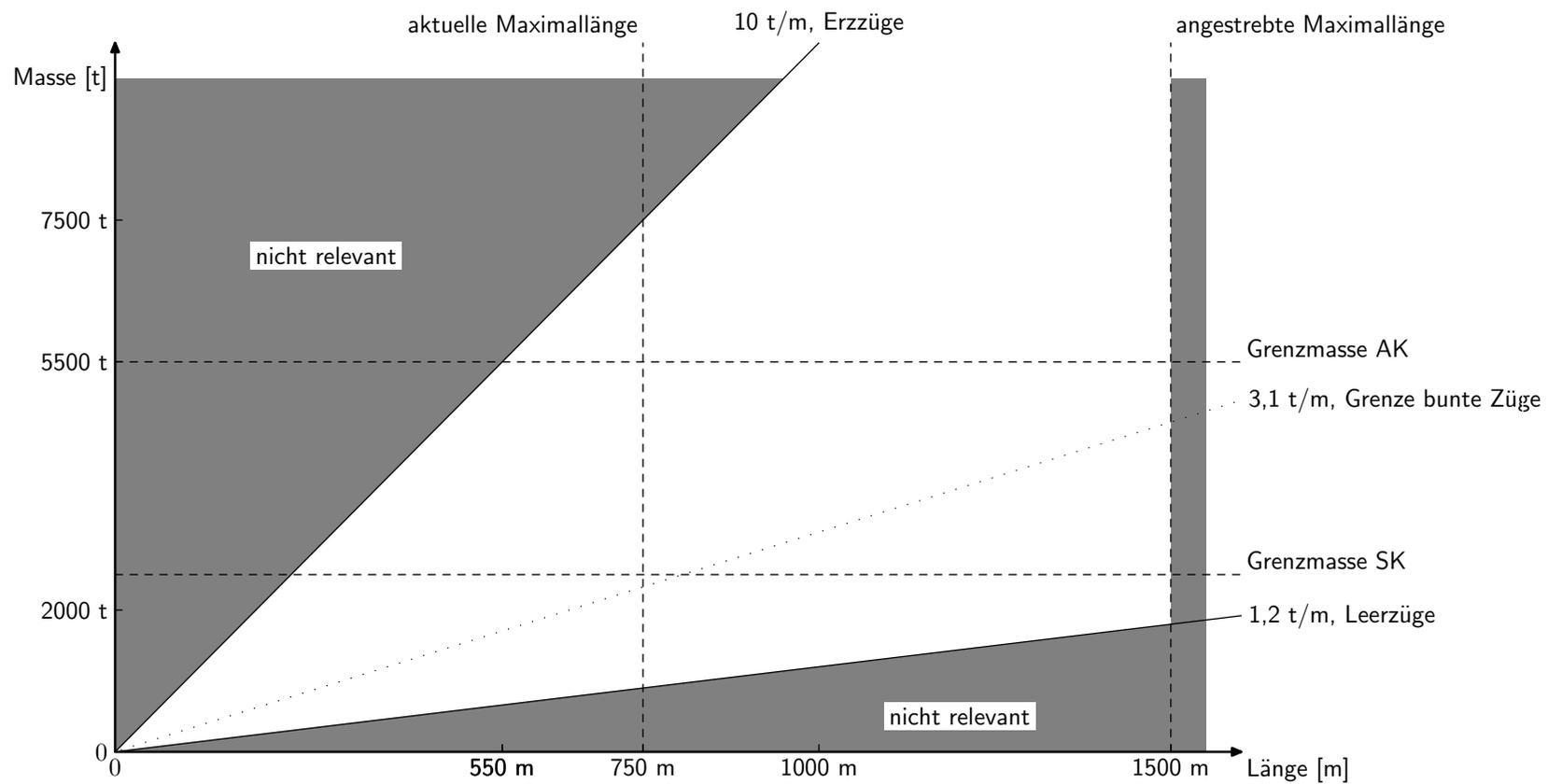


Zugdynamik

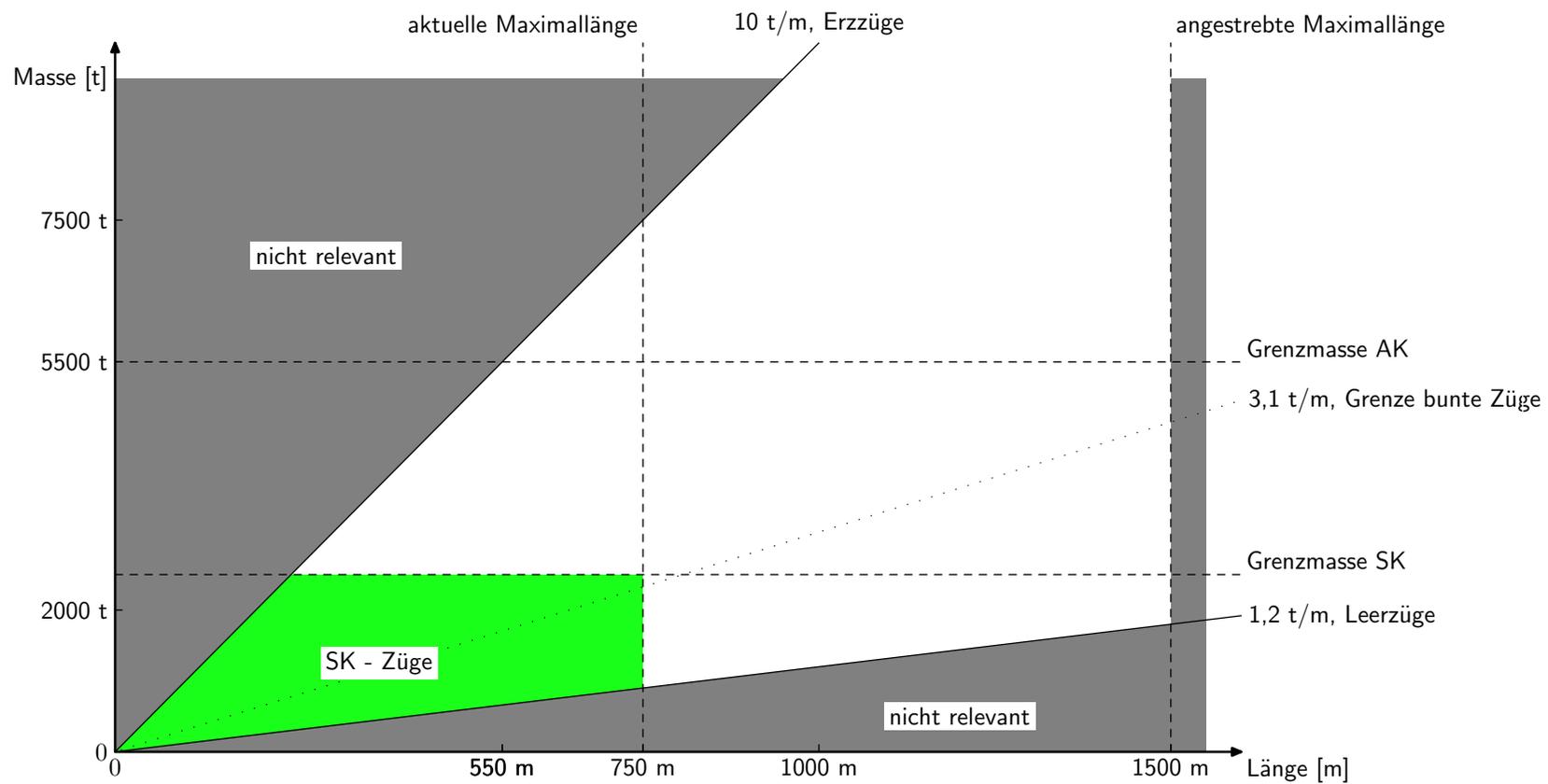
Aktuelle resp. zukünftige Grenzen für Masse und Länge



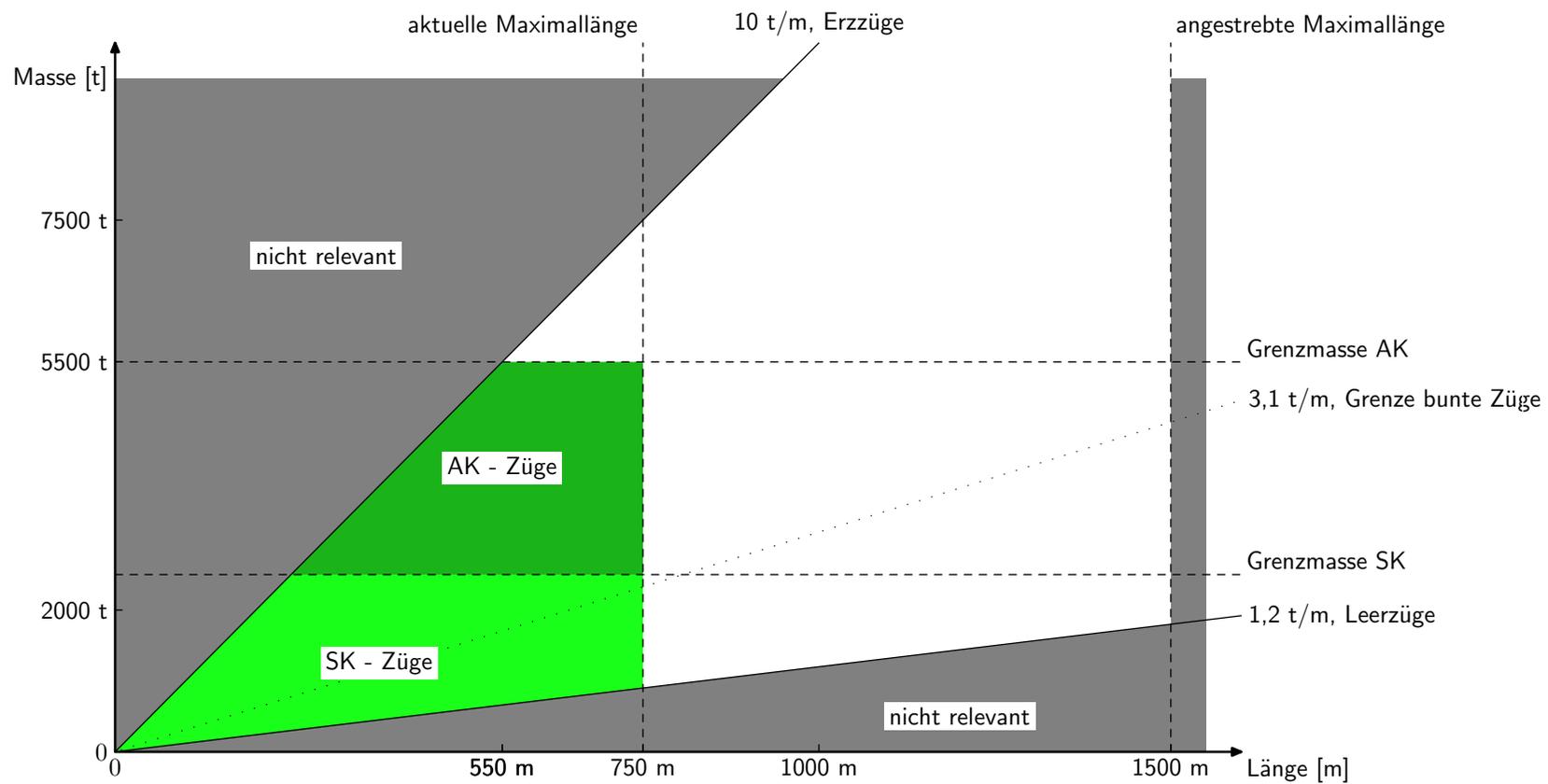
Zugdynamik Einschränkungen durch Achslast resp. Tara



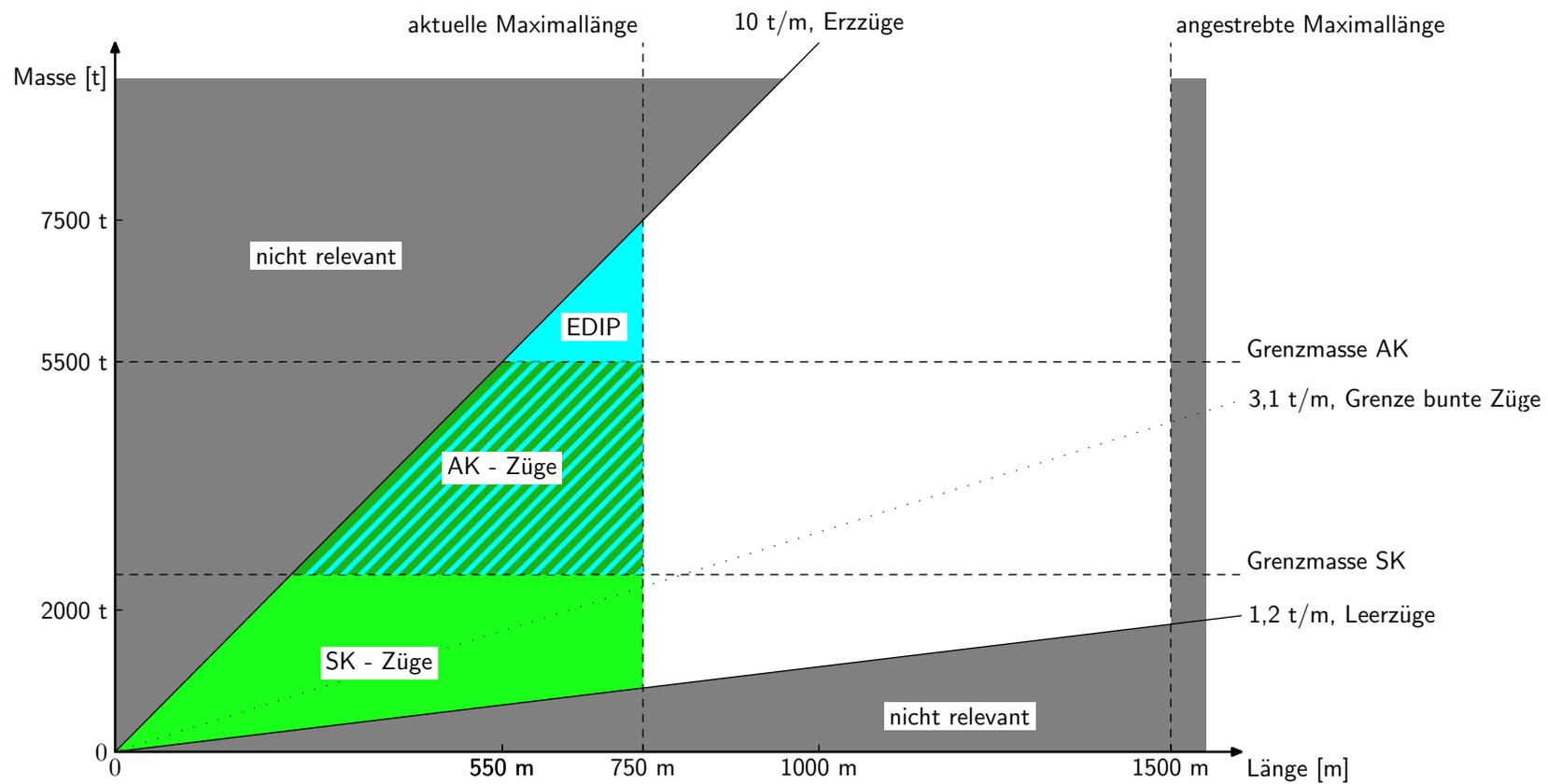
Zugdynamik Aktuelle Lage, Schraubekupplung



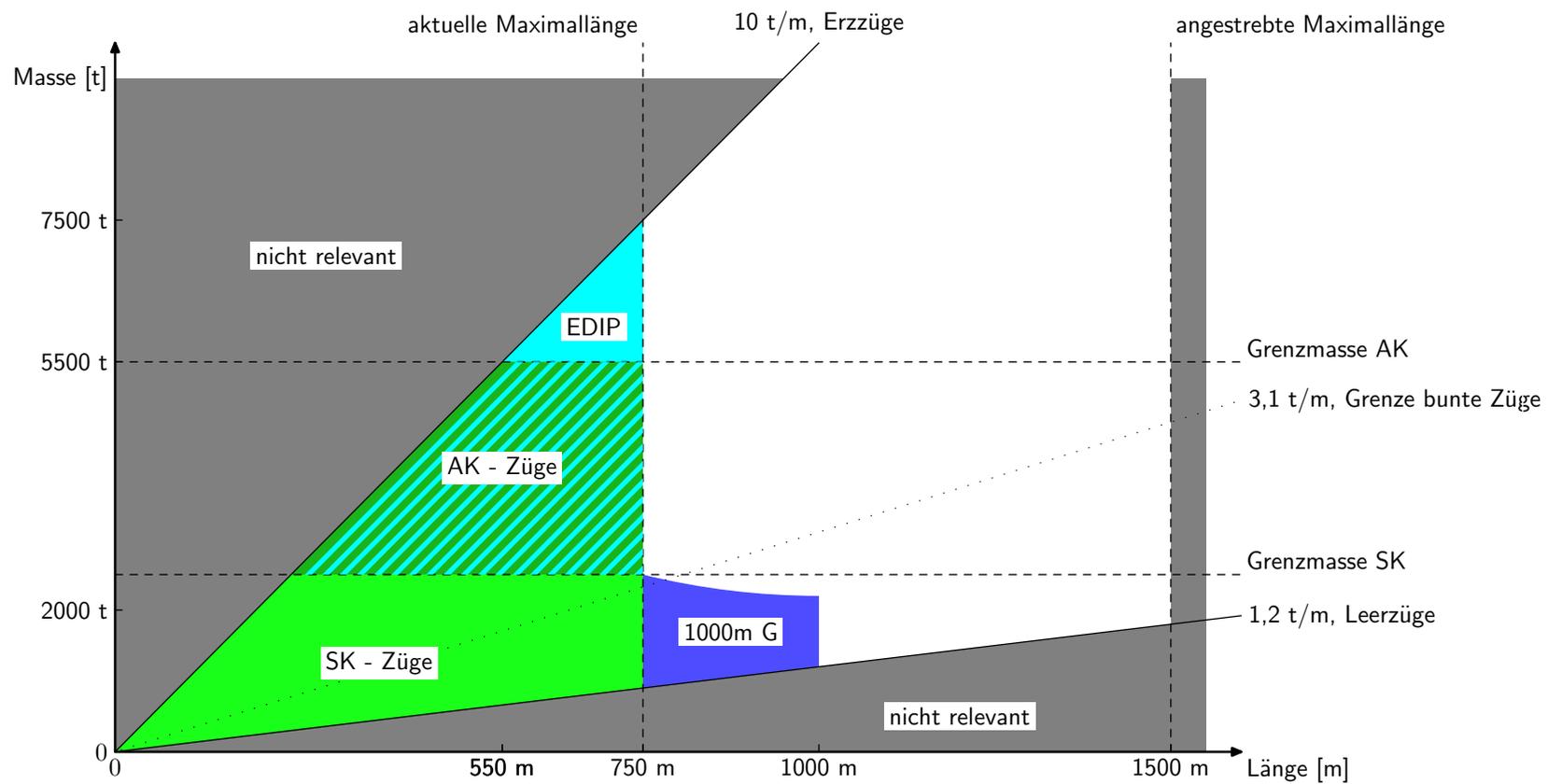
Zugdynamik Potenzial resp. Ist automatische Kupplung



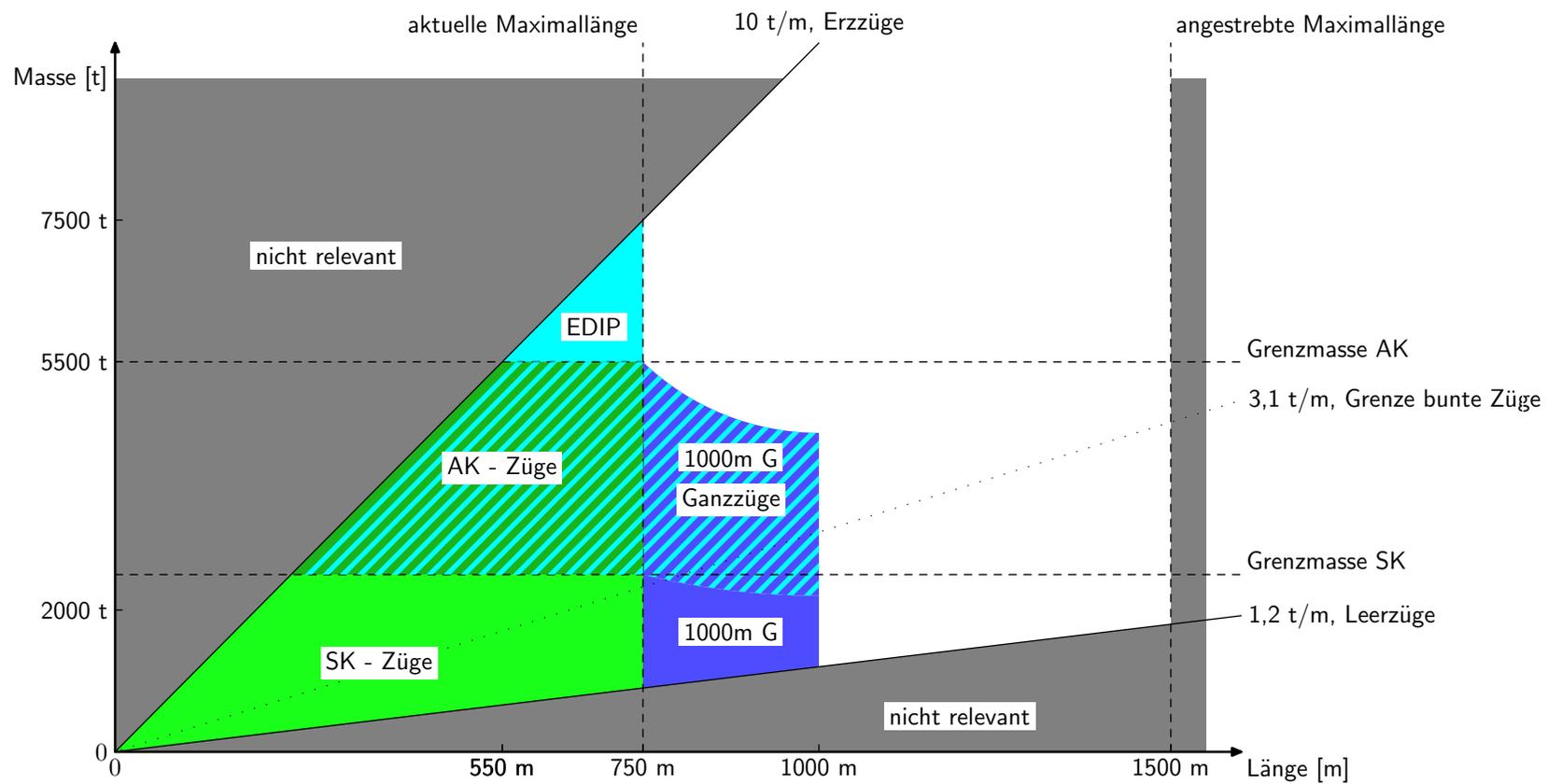
Zugdynamik Potenzial EDIP resp. verteilte Traktion



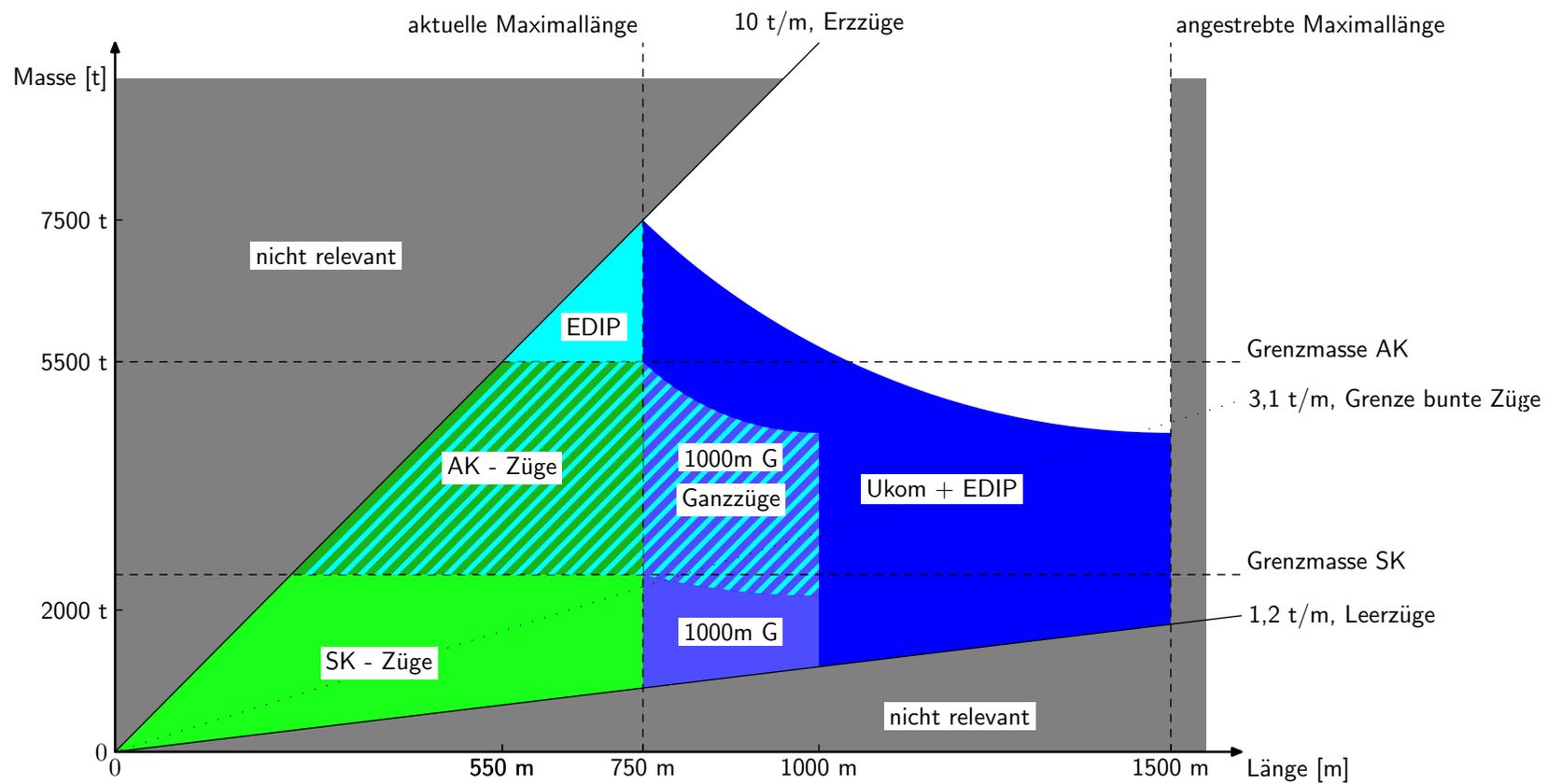
Zugdynamik Potential Bremsstellung G, Einzelwagenverkehr



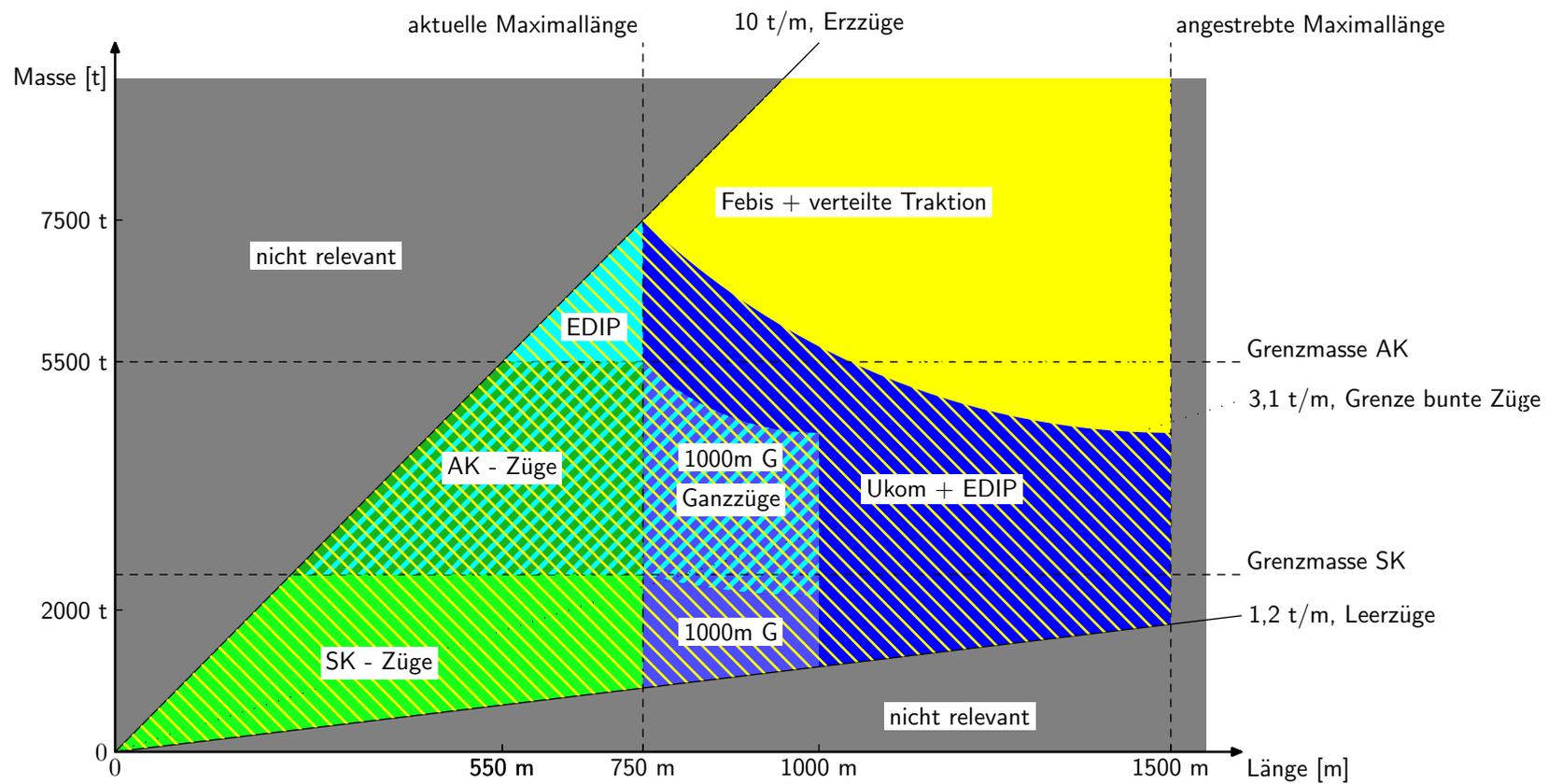
Zugdynamik Potential Bremsstellung G, Ganzzüge



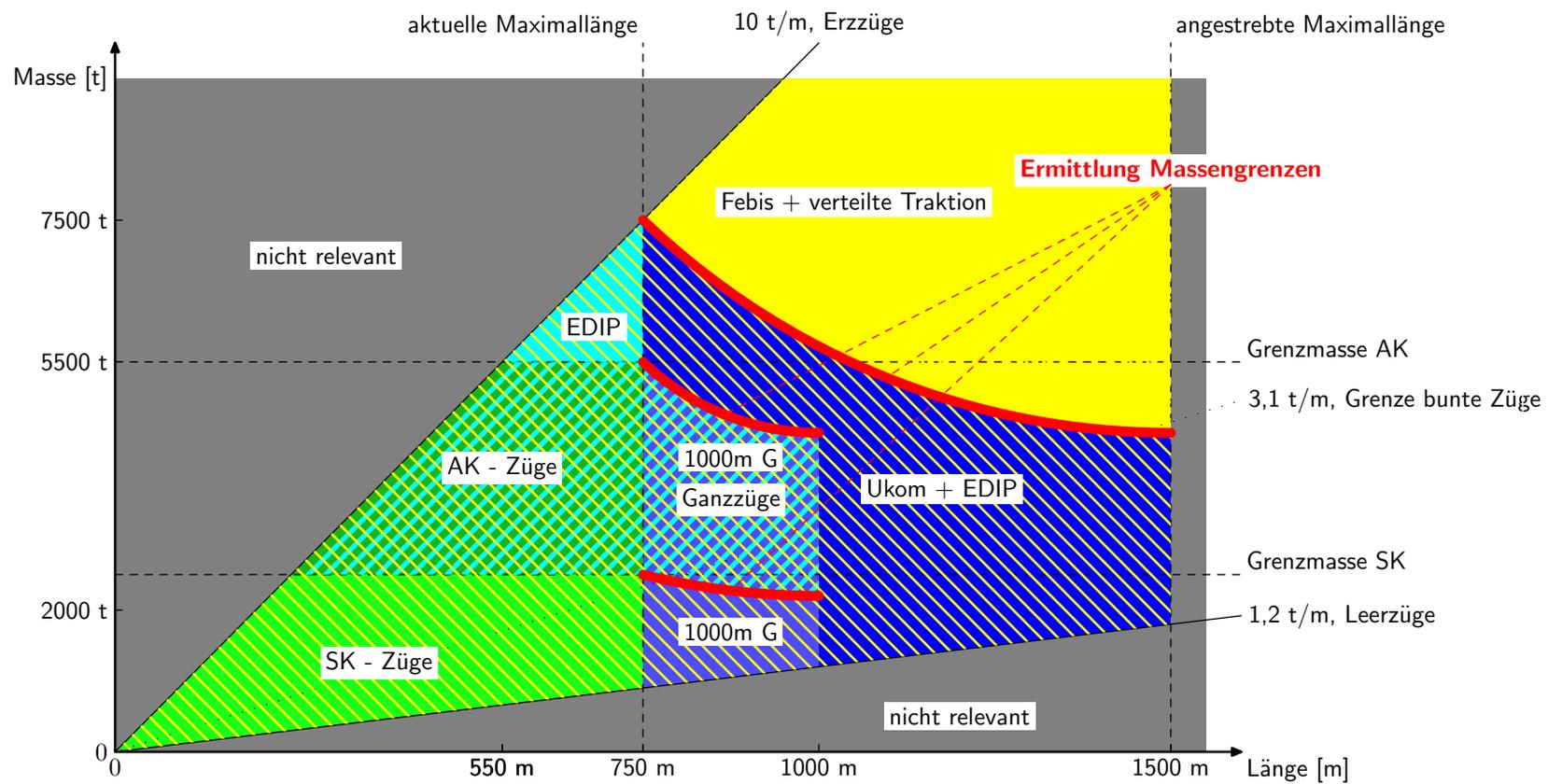
Zugdynamik Potenzial verteilte Traktion + verteilte Bremsansteuerung



Zugdynamik Potenzial FEBIS



Zugdynamik Untersuchungsbedarf



Ein frohes Weihnachtsfest und viel Spass bei der Schienenfahrzeugtechnik ...