Laskutikuista

© Timo Leipälä
sovellettu matematiikka
Turun yliopisto
leipala@utu.fi

Sisältö:

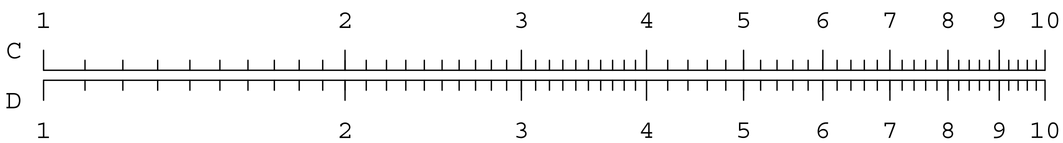
Laskutikun käyttötaito alkaa olla katoavaa kansanperinnettä, joten seuraavassa esitetään rautaisannos asiasta ts. Juice Leskistä mukaillen laskutikkuteorian alkeet peruskoulua varten, lyhyt oppimäärä.

1. Laskutikun käytöstä ja historiasta

Laskutikku eli laskuviivain (räknesticka, slide rule, Rechenschieber, Rechenstab, счетная линейка, логарифмическая линейка, arvutuslükati) on logaritmien tunnettuihin ominaisuuksiin

$$\log(ab) = \log a + \log b$$
$$\log(a/b) = \log a - \log b$$

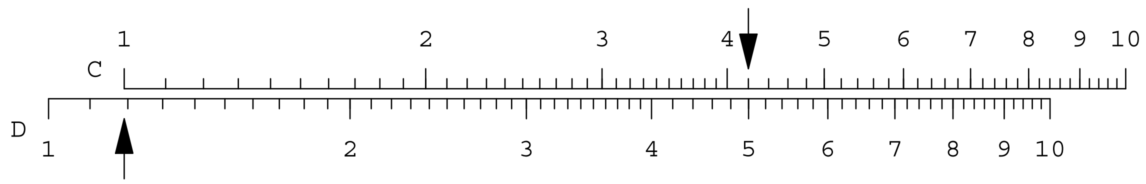
perustuva analoginen laskuväline, jolla kerto- ja jakolasku palautetaan janojen yhteen- ja vähennyslaskuksi. Tässä samoin kuin myöhemminkin oletetaan yleensä logaritmien kantaluvuksi 10 ja luonnollisesta logaritmista käytetään merkintää ln a. Yhteen- tai vähennyslaskua ei sen sijaan laskutikulla pysty suorittamaan. Yksinkertaisimmassa muodossaan voidaan laskutikku konstruoida kahdesta erillisestä logaritmisesta asteikosta välillä [1, 10].



Kuva 1. *Kaksi logaritmista asteikkoa vastakkain eli Oughtred laskutikku.*

Kuvassa 1 on siis etäisyys kohdasta a asteikolla kohtaan $b \geq a$ pituudeltaan log b – log a ja erityisesti kohdan b etäisyys asteikon alkupisteestä a = 1 on log b sekä loppupisteestä a = 10 puolestaan 1 – log b. Englantilainen Edmund Gunter tajusi pian logaritmien keksimisen jälkeen logaritmisen asteikon käyttökelpoisuuden. Hän konstruoi vuoden 1620 paikkeilla puusauvalle logaritmisen asteikon ja tätä välinettä kutsutaan Gunterin asteikoksi. Laskutoimituksiin tarvitaan apuvälineeksi harppia, jonka avulla janojen yhteen- ja vähennyslaskut saadaan suoritettua. William Oughtred puolestaan keksi noin 1625 pistää kuvan 1 mukaisesti kaksi Gunterin sauvaa vastakkain ja tätä voimme kutsua ensimmäiseksi laskutikuksi. Liimaamalla puolilogaritmipaperia kahdelle pahviliuskalle on helppo askarrella Oughtred laskutikku, jolla voidaan seuraavien ohjeiden mukaan harjoitella kertomista ja jakamista.

Mikäli $1 \leq a \leq 10$, $1 \leq b \leq 10$, $ab \leq 10$, tapahtuu kertolasku ab niin että etsitään luku a alemmalta asteikolta, jota laskutikuissa kutsutaan D asteikoksi, ja siirretään ylemmän C asteikon alkupää 1 tähän kohtaan. Sen jälkeen etsitään C asteikolta luku b ja katsotaan siltä kohtaa D asteikolta tulon ab arvo. Esimerkkinä kerrottaessa lukua 4,2 luvulla 1,19, kannattaa valita ensiksi valittavaksi arvoksi a pienempi kertojista 1,19, jolloin päästään pienemmällä C asteikon siirrolla ja tulokseksi saadaan kuvan 2 mukaisesti noin 5,0.



Kuva 2. *Kertolasku 1,19 · 4,2 ≈ 5,0.*

Saatava tarkkuus tällaisessa analogialaskennassa riippuu lukemistarkkuudesta ja sitä voidaan parantaa tekemällä asteikosta pitempi. Tällöin tietenkin käyttö voi tulla hankalaksi, joten hyväksi havaittu perinteinen laskutikun asteikon pituus on 25 cm laskutarkkuuden ollessa noin 3 numeroa. Erittäin moniin käytännön sovelluksiin se on edelleen aivan riittävä ja ennen vuotta 1970 suunnitellut rakennukset, sillat, laivat, lentokoneet jne. on laskettu tällä tarkkuudella. Elektronilaskimien ja tietokoneiden tuottamista numeroista taas normaalisti suuri osa on teknillisissä laskelmissa täysin merkityksettömiä, koska lähtötietojen tarkkuus on parin numeron luokkaa. Lyhyempiä laskutikkuja tarvittiin kun haluttiin kuljettaa niitä mukana rintataskussa, mutta pitempiäkin toki käytettiin vaikka ne ovatkin harvinaisia.

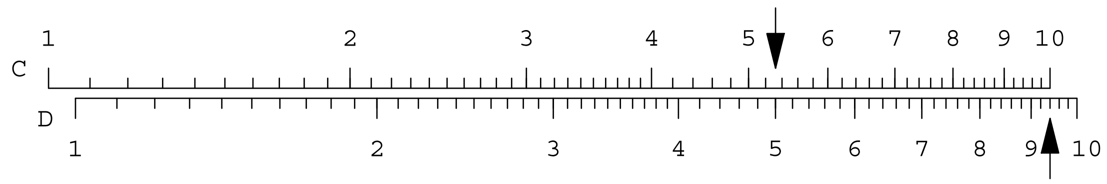
On huomattava, ettei analogialaskennassa toisin kuin nykyisin vallalla olevassa digitaalilaskennassa ikinä saada tarkkaa tulosta, vaan esimerkiksi 2 kertaa 3 laskutikulla suoritettuna tuottaa tulokseksi noin 6 eikä tarkalleen 6. Jos tuloksessa on korkeintaan 3 numeroa, kannattaa viimeinen niistä laskea päässä, jolloin saadaan laskutikullakin tarkka tulos. Useissa sovelluksissa on tulon toinen tekijä a vakio ja tällöin laskutikku on erittäin nopea, sillä silloin ei tarvitse muuttaa C asteikon paikkaa. Jos esimerkiksi hinnoittelussa on lisättävä 19 % arvonlisävero, saadaan kuvan 2 asettelulla samalla kertaa kaikkien välillä [1, 8,4] olevien tuotteiden kokonaishinnat. Samaten ulkomailla pystytään tehokkaasti määräämään tavaroiden hinnat euroissa, kun vain tiedetään valuuttakurssit. Laskutikulla on siis mahdollista suorittaa tällaista rinnakkaislaskentaa toisin kuin laskimilla. Analogialaskennasta yleisemmin voi katsoa lisätietoa vaikkapa seuraavalta internet sivulta.
www.rechnerlexikon.de/artikel/Physikalische_Analogien_und_Ziffernrechenmaschinen.

Epälineaarisen logaritmiasteikon lukeminen tarkasti ja nopeasti vaatii harjoitusta, jottei esimerkiksi sekoiteta arvoja 7,40 ja 7,04 keskenään. Kun tässä on harjaantunut, on laskutikku nopeampi kuin laskin, jossa tarvitsee naputella jokainen numero erikseen, valita toimintanäppäimen vaihtoehdoista oikea jne.

Mikäli tulo $ab > 10$, päätyy edellisessä C asteikon kohta b asteikon D ulkopuolelle, joten käytetään kaavaa

$$\log(ab/10) = \log a - (\log 10 - \log b).$$

Siis siirretään C asteikon loppupää 10 asteikon D kohdalle a ja etsitään C asteikolta luku b, jonka kohdalta D asteikolta löytyy tulon arvo jaettuna kymmenellä. Esimerkiksi kertolaskun $9{,}4 \cdot 5{,}32$ tuloksen kymmenesosa on kuvan 3 mukaan noin 5,0, joten tulon arvo on noin 50.



Kuva 3. *Kertolasku 9,4 · 5,32 ≈ 50.*

Jos jompikumpi tai molemmat tulon tekijöistä ei kuulu välille [1, 10], täytyy desimaalipilkkuja siirtää niin että näin on. Tulo määrätään jommalla kummalla edellisistä tavoista, ja desimaalipilkun paikka lopputuloksessa täytyy päättää itse. Tätä varten joudutaan arvioimaan päässälaskulla tuloksen likimääräinen suuruus ja se käy samalla varmistukseksi sille, että suoritus on sujunut oikein. Elektronista laskinta käytettäessähän ihmisillä on taipumus luottaa sokeasti saatuun tulokseen, joka voi näppäilyvirheestä johtuen olla täysin virheellinen.

Jakolasku suoritetaan käänteisessä järjestyksessä. Mikäli $1 \le a \le 10$, $1 \le b \le 10$, $a/b \ge 1$, valitaan D asteikolta jakaja a ja siirretään C asteikolta jaettava b sen kohdalle. Tulos luetaan C asteikon arvon 1 osoittamalta kohdalta D asteikolta. Esimerkiksi kuvan 2 mukaisella asteikkojen asettelulla voidaan laskea $8{,}33/7 \approx 1{,}19$. Jos taas $a/b < 1$, on voimassa

$$\log(10a/b) = \log a + (\log 10 - \log b),$$

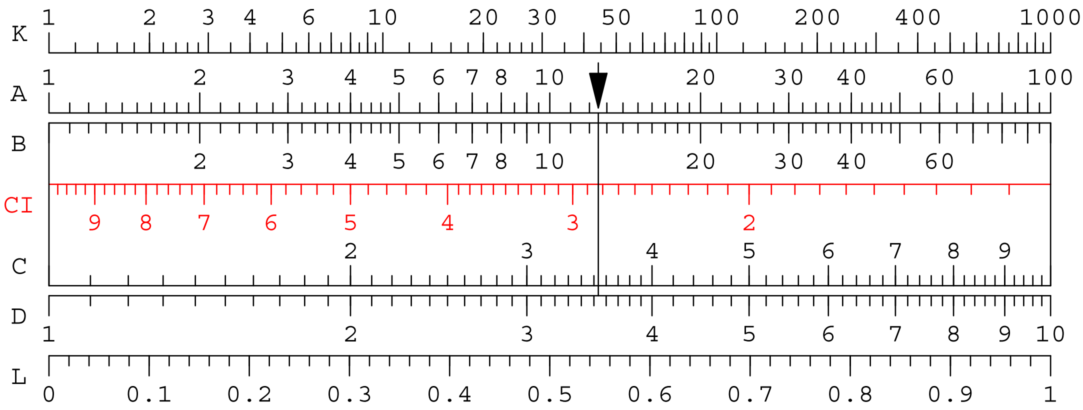
joten siirretään taas C asteikolta luku b asteikon D luvun a kohdalle. C asteikon arvon 10 kohdalta löytyy nyt haettu osamäärä kymmenkertaisena. Esimerkiksi kun jaetaan luku 2,82 luvulla 3, niin kuvan 3 mukaisesti C asteikon luvun 10 kohdalta löytyy arvo noin 9,4 ja haettu osamäärä on siis noin 0,94.

Kerto- ja jakolaskusäännöt: *Kertolaskussa ab siirretään D asteikolta etsityn tekijän a kohdalle C asteikon alku- tai loppupää ja katsotaan tulon lukuarvo siltä kohtaa D asteikolta mihin osuu C asteikolla tekijä b. Jakolaskussa a/b siirretään C asteikolla jakaja b samalle kohtaa kuin D asteikolla on jaettava a ja tuloksen lukuarvo katsotaan C asteikon sen pään kohdalta, joka osuu D asteikon sisälle.*

Edellä kuvailtu kahdesta erillisestä sauvasta koostuva Oughtred laskutikku on hankala käyttää, mutta noin vuonna 1650 keksittiin myöhemmin vakiintunut muoto, jossa liikkuva kieli (tunga, slide, Zunge) kulkee laskutikun runkoon tehdyssä urassa. Kaksisataa vuotta myöhemmin noin 1850 kehitti ranskalainen Amédée Mannheim ensimmäisen näihin aikoihin asti käytetyn laskutikkujärjestelmän, jossa A asteikko rungossa ja B asteikko kielen yläreunassa muodostuvat C ja D asteikkojen lukuarvojen neliöistä ja niissä on siis kahteen kertaan identtinen logaritminen asteikko. Jos käytetään näistä vasemmanpuoleista, voidaan kertolasku suorittaa aina kuvan 2 mukaisesti, vaikka tulon arvo olisikin suurempi kuin 10. Tarkkuus on tällöin tietenkin pienempi kuin kuvan 3 tavalla laskien C ja D asteikolla. Itse asiassa alkuperäinen Gunterin asteikko oli juuri tällainen A asteikko välillä [1, 100]. Jotta voidaan laskea Mannheim tikulla neliöitä tai neliöjuuri, tarvitaan vielä hahloksi (löpare, cursor, Läufer) kutsuttu osa, jonka avulla pystytään siirtymään asteikolta A asteikolle D ja päinvastoin. Nykymuodossaan se on rungon suuntaisesti liikkuva rungon suhteen kohtisuorassa olevia hiusviivoja käsittävä lasi- tai muovilevy. Hahlon käyttö on hyödyllistä vaikka ei välttämätöntä myös kuvien 2 ja 3 mukaisissa kertolaskuissa. Silloin asetetaan hahlon viiva ensin D asteikon kohdalle a, siirretään kielen pää tälle kohdalle, jonka jälkeen siirretään hahlo C asteikon luvun b kohdalle ja luetaan tältä kohtaa D asteikolta tulos hahlon avulla. Mannheim tikku oli varsin suosittu ja pienissä laskutikuissa käytössä vielä 1960 luvulla.

***Kuva 4.** Puksipuinen, Tavernierin ja Gravetin noin vuonna 1875 valmistama Mannheim laskutikku, asteikon pituus 25 cm. Vanhanmallisessa hahlossa ei vielä ole käytössä lasia. Näkyvissä on ylhäältä lukien A, B, C ja D asteikot. Lisäksi kielen takapinnalla on siniasteikko S, tangenttiasteikko T ja logaritmiasteikko L. Asteikkoja on siis yhteensä 7.*

Neliö a^2 saadaan tietenkin määrättyä tavallisena kertolaskuna, mutta nopeammin siirtämällä hahlon hiusviiva D asteikolla kohdalle a ja lukemalla tulos samalta kohtaa A asteikolta. Neliöjuuri saadaan päinvastaisessa järjestyksessä, mutta siinä täytyy olla tarkkana kummalta A asteikon osalta juurrettava valitaan. On jaettava juurrettava desimaalipilkusta lukien tarvittavaan suuntaan kahden numeron ryhmiin ja määrättävä näin onko kyseessä väli [1, 10] vai [10, 100]. Esimerkiksi laskettaessa luvun 1250 neliöjuurta etsitään edellisen mukaan A asteikolta luku 12,5 ja katsotaan tuloksen lukuarvo D asteikolta. Kuvan 5 mukaisesti on tulos noin 35,4 kun huomioidaan vielä desimaalipilkun oikea paikka.

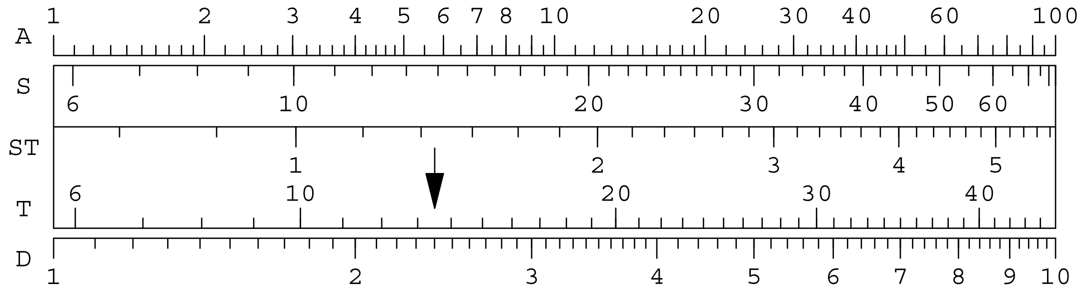


Kuva 5. *Rietz laskutikun etupuoli, jossa on laskettuna neliöjuuri luvusta 1250.*

Saksalainen Max Rietz kehitti 1902 Mannheim tikkua edelleen asettamalla kuvan 5 mukaisesti A asteikon yläpuolelle runkoon kuutioasteikon K ja siirtämällä logaritmiasteikon L kielen takapinnalta D asteikon alapuolelle runkoon. Tämä varsinkin Euroopassa suosittu malli on maailman eniten valmistettuja laskutikkutyyppejä. Vuoden 1925 paikkeilla lisättiin Rietz laskutikun kieleen vielä kuvassa 5 näkyvä CI asteikko, jossa C asteikon luvun a kohdalla luku $10/a$ ts. käänteisarvo kerrottuna kymmenellä. Luvun a etäisyys asteikon alkupäästä 1 joka on siis C asteikon loppupään 10 kohdalla, on nytkin $\log a$. CI asteikkoa käyttäen voidaan kertolasku ab palauttaa jakolaskuksi $a/(1/b)$. Tämä on varsin kätevää, koska silloin ei synny edellä kuvattua ongelmaa, jossa täytyy kokeilla kumpi C asteikon päistä pistetään luvun a kohdalle. Riittää kun asetetaan asteikolla D luku a ja asteikolla CI luku b hahlon avulla samalle kohdalle ja luetaan CI asteikon jommankumman pään kohdalta D asteikolta lopputulos. Tällaisella kertolaskulla aloittamalla saadaan myös kolmen luvun kertominen suoritettua ainoastaan yhdellä kielen siirrolla. Jakolasku a/b saadaan vastaavasti CI asteikon avulla palautettua kertolaskuksi $a(1/b)$. Yleensä CI asteikko on väritetty punaiseksi, jotta käyttäjä varmasti huomaisi, että asteikon lukujen järjestys on päinvastainen kuin muissa asteikoissa.

Kuutioasteikossa K on D asteikon lukujen kolmannet potenssit, ja siinä on kuvan 5 mukaisesti kolmeen kertaan logaritminen perusasteikko. Kuutiojuurta määrättäessä on taas huolehdittava siitä, miltä kolmesta mahdollisesta asteikonosalta valitaan juurrettava. Logaritmiasteikolla L on D asteikon luvun a kohdalla $\log a$ ja se on siis tasavälinen.

Rietz tikun kielen takapinnalla on kolme trigonometrista asteikkoa. Siniasteikko S ja tangenttiasteikko T muodostetaan niistä kulmista (asteina), joiden sinit/tangentit ovat välillä [0,1, 1] ts. D asteikolta saadaan tulos kymmenkertaisena. Kulmien täytyy nyt siniasteikolla olla välillä [5º44', 90º] ja tangenttiasteikolla puolestaan [5º43', 45º]. Pienille kulmille sini ja tangentti saavat lähes identtisiä arvoja, joten niille lisättiin samanaikaisesti CI asteikon kanssa yhteinen ST asteikko välillä [34', 5º43'] oleville kulmille, joissa tuloksen arvo on välillä [0,01, 0,1]. Saatu lukema D asteikolla täytyy nyt jakaa sadalla. Kieli voidaan kuvan 6 mukaisesti kääntää nurin päin trigonometrisiä laskelmia varten. Tämä ei kuitenkään ole välttämätöntä, sillä D asteikon päiden kohdalla on rungon takapuolella merkit, joita käyttäen voidaan välttää tämä operaatio.

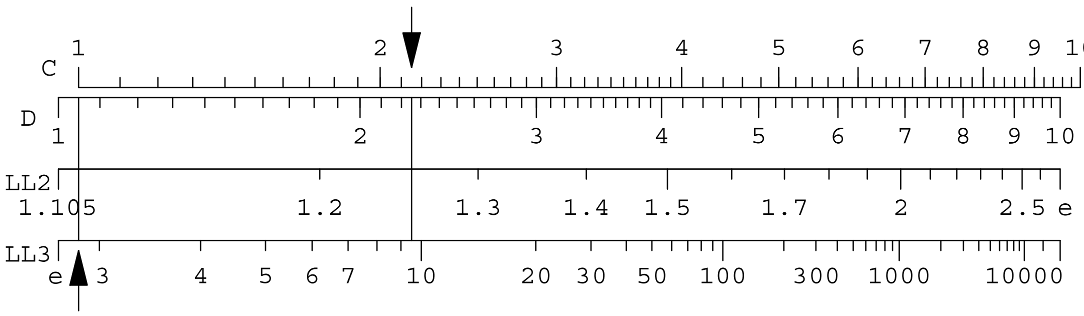


Kuva 6. *Rietz laskutikun trigonometriset asteikot ja siinä laskettuna tangentti 13,5° ≈ 0,24. Kuvassa on asteet jaettu minuuteiksi, mutta desimaalijaotustakin on laskutikuissa käytetty.*

Parannetussa Rietz laskutikussa on kaikkiaan 10 asteikkoa, mutta tämä tiettävästi riitti Albert Einsteinille, joka käytti saksalaista Nestler tikkua. Kolme asteikkoa enemmän on Darmstadt tikussa, jonka kehitti Darmstadtin teknillisen korkeakoulun professori Alwin Walther 1934. Siinä on kielen takapinnalla kolme niin kutsuttua loglog asteikkoa LL3, LL2 ja LL1. Tällaisen asteikon keksi Peter Roget jo vuonna 1814, mutta sen käyttö yleistyi hitaasti, vaikka se on laskutikun ehkä hämmästyttävin ominaisuus. LL asteikoilla voidaan nimittäin mielivaltaiset potenssit ja juuret laskea yhtä helposti kuin tavalliset kerto- ja jakolaskut. Perusasteikolla LL3 on C/D asteikon lukujen b kohdalla eksponenttiarvot e^b ja siksi LL3 asteikon luvun $a = e^b$ etäisyys asteikon alkukohdasta on log b = log ln a, josta on peräisin asteikon nimitys. LL3 asteikolla on siis lukualue $[e, e^{10}]$ = [2,718, 22030]. Ottamalla logaritmit kahdesti saadaan nyt kaavat

$$\log \ln a^b = \log \ln a + \log b$$
$$\log \ln \sqrt[b]{a} = \log \ln a - \log b$$

ja näiden mukaan saadaan mielivaltaiset potenssit ja juuret LL3 ja C/D asteikkojen avulla tapauksessa $1 \le b \le 10$, $e \le a \le e^{10}$, $a^b \le e^{10}$ ja $\sqrt[b]{a} \ge e$. Jos LL3 asteikko on rungossa niin kuin yleensä uudemmissa tikuissa, täytyy b hakea C asteikolta kuten kuvassa 7. Darmstadt laskutikuissa on LL asteikot on sijoitettu laskutikun kieleen, jolloin b katsotaan luonnollisesti D asteikolta.



Kuva 7. *LL3 ja C asteikkojen avulla määrätty potenssi* $2{,}85^{2{,}15}$ *≈ 9,5. Samalla tikun asettelulla voidaan määrätä myös esimerkiksi* $\sqrt[3{,}74]{50}$ *≈ 2,85.*

Jotta saataisiin laskenta-aluetta laajennettua, on Darmstadt tikussa vielä asteikot LL2 ja LL1, joissa on arvot $e^{0,1b}$ ja $e^{0,01b}$. Tällöin LL2 asteikko kattaa luvut [1,105, 2,718] ja LL1 puolestaan [1,01, 1,105]. Esimerkiksi koronkorkolaskuissa tarvitaan vähän ykköstä suurempien lukujen potensseja ja siinä LL1 asteikko on kovasti tarpeellinen. LL2 asteikolla on luvun a etäisyys asteikon alusta log(10 ln a) ja LL1 asteikolla log(100 ln a). Kunkin LL asteikon sisällä voidaan laskea kuten edellä, mutta voimme myös siirtyä asteikolta toiselle. Jos esimerkiksi $e \le a \le e^{10}$ mutta $\sqrt[b]{a} < e$, voidaan kaavan

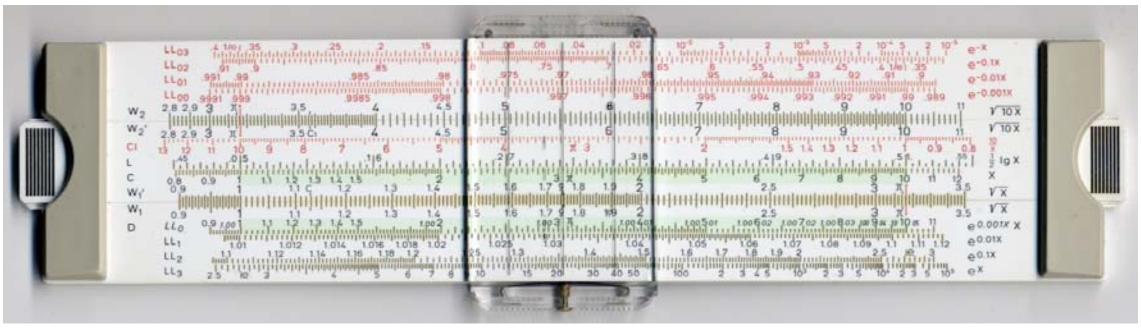
$$\log(10 \ln \sqrt[b]{a}\,) = \log \ln a + (\log 10 - \log b)$$

mukaan asettaa C/D asteikon luku b LL3 asteikon luvun a kohdalle ja katsoa tulos C/D asteikon loppupään kohdalta LL2 asteikolta. Vastaavasti jos $e^{0,1x} \le a \le e$ ja $a^b \ge e$, on voimassa

$$\log(0,1 \ln a^b) = \log \ln a - (\log 10 - \log b)$$

ja nyt pistetään C/D asteikon loppupää LL2 asteikon luvun a kohdalle sekä katsotaan tulos C/D asteikon luvun b kohdalta LL3 asteikolta. Nestlerin Darmstadt laskutikku oli saksalaisen rakettiasiantuntijan Wernher von Braunin suosikkimalli, jonka hän vei mukanaan Yhdysvaltoihin siirtyessään johtamaan Yhdysvaltojen avaruusohjelmaa toisen maalmansodan jälkeen.

1950-luvun lopulla ruvettiin Euroopassakin valmistamaan Duplex laskutikkuja, joissa kieli kulkee kahden eri palasta koostuvan runko-osan välissä ja rungon ympäri kulkevaa hahloa voidaan lukea kummaltakin puolelta. Tällöin myös rungon takapuolelle voidaan mahduttaa asteikkoja, joten niitä on 1960-luvun laskutikuissa runsaasti. Esimerkiksi kuvan 8 laskutikussa on peräti 8 eri LL asteikkoa. Edelläesitettyjen lisäksi siinä on LL0 asteikko, joka kattaa arvot $e^{0,001b}$ sekä negatiiviset potenssit e^{-b}, $e^{-0,1b}$, $e^{-0,01b}$, $e^{-0,001b}$ käsittävät asteikot LL03, LL02, LL01 ja LL00. Mitään Mannheim, Rietz tai Darmstadt järjestelmien kaltaisia yleisiä standardeja ei enää syntynyt, vaan joka valmistajalla oli omat systeeminsä.



Kuva 8. *Useat asiantuntijat pitävät maailman parhaana laskutikkuna muovista Faber-Castell Novo-Duplex tikkua, jossa on kaikkiaan 30 asteikkoa. Väritys on tehty niiden sekoittamisen välttämiseksi. Kuvassa on taskumallin (asteikkojen pituus 12,5 cm) takapuoli, jossa on 8 kappaletta LL asteikkoja, Perusasteikko on jaettu kahteen osaan, joista väli* [1, $\sqrt{10}$] *on sijoitettu kielen ala- ja väli* [$\sqrt{10}$, 10] *yläreunalle. Näin saadaan normaalilaskutikun 25 cm asteikko ja tarkkuus, mutta käyttö on tietenkin hankalampaa.*

Esitettyjen lisäksi on laskutikuissa usein muitakin asteikkoja, mutta niiden käyttöä voi opiskella joko tikun omasta käyttöohjeesta tai yleisistä opaskirjoista. Ehdottomasti tärkein ja eniten tarvittu on kuitenkin kuvan 1 perusasteikko. Laskemista voi harjoitella internetissä olevilla virtuaalilaskutikuilla, joita löytyy esimerkiksi osoitteissa
www.syssrc.com/html/museum/html/sims/javaslide/index.html
tai
www.taswegian.com/SRTP/JavaSlide/javaslide.html.

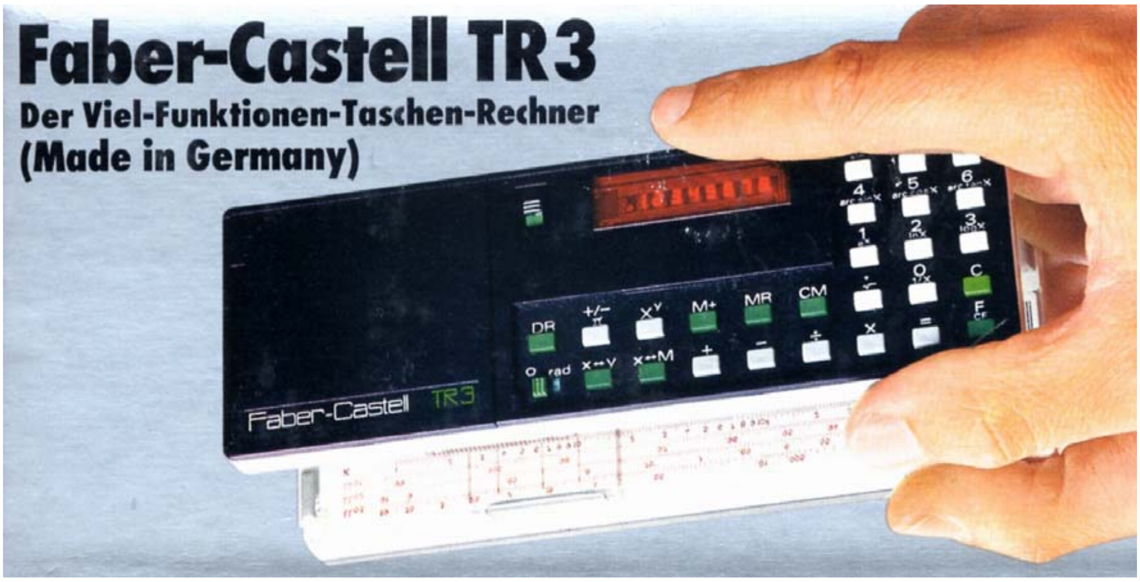
Oikeitakin laskutikkuja on vielä kohtuuhintaan saatavissa kirpputoreilta, osto- ja myyntiliikkeistä sekä internet huutokaupoista. Tavallisimmat Suomessa esiintyvät merkit ovat saksalaiset Aristo, Faber-Castell ja Nestler, tanskalaiset Diwa ja UTO, japanilaiset Fuji ja Sun Hemmi, ranskalainen Graphoplex sekä tsekkoslovakialainen Logarex.

Laskutikkujen materiaalina käytettiin aluksi puksipuuta ja norsunluuta, myöhemmin myös muita jalopuita ja bambua. Vuonna 1886 Dennert & Pape, myöhemmältä nimeltään Aristo Hampurissa keksi puun päällystyksen valkoisella selluloidikerroksella ja asteikot saatiin tällöin tarkemmiksi ja lukeminen miellyttävämmäksi. Halvoissa laskutikuissa on myös käytetty puulle liimattuja paperille painettuja asteikkoja. Vuonna 1936 samainen Dennert & Pape rupesi ensimmäisenä valmistamaan kokomuovisia laskutikkuja, jotka eivät elä puisten tikkujen lailla, ja nämä olivat myöhemmin valta-asemassa. Metallisia ja pahvisiakin laskutikkuja on tehty.

Suomessa laskutikun käyttö sallittiin ylioppilaskirjoituksissa vuodesta 1948 alkaen matematiikan tehtävien laskutulosten tarkistamiseen (asetus 717/1947) mitä tämä sitten ikinä tarkoittaneekin. Reaalikokeessa ei laskutikkua saanut vielä tuolloin käyttää missään muodossa ja ylioppilastutkintolautakunta kielsi sen vielä eksplisiittisesti kiertokirjeessään 26.3.1949, ks. Metsänkylä Yrjö: Laskutikun käyttämisestä ylioppilastutkinnossa, Matemaattisten aineiden aikakauskirja, 1950, s. 71-72. Vasta vuodesta 1951 alkaen sai laskutikkua käyttää ilman rajoituksia sekä matematiikan että reaalikokeessa (asetus 261/1950). Tekniikan opetuksessa on laskutikkua käytetty jo paljon aikaisemmin. Helsingin teollisuuskoulun lehtoriksi 1912 tullut Max Sergelius julkaisi jo 1914 laskutikkuoppaat sekä suomeksi että ruotsiksi. Esipuheen mukaan kirja on tarkoitettu tekniikan alalla työskenteleville henkilöille, jotka eivät välttämättä ymmärrä vieraskielisiä oppaita. Siinä ei vielä mainita sitä oliko laskutikun käyttö opetusohjelmassa, mutta vuonna 1921 julkaistun toisen painoksen mukaan Sergelius oli jo useita vuosia opettanut laskutikun käyttöä. Myös toisen suomalaisen laskutikkuoppaan kirjoittaja Johannes Saraoja oli Helsingin teollisuuskoulun koulun lehtori.

Ensimmäisten taskukokoisten elektronisten nelilaskimien (Sharp EL-8, Sanyo ICC-82D, Canon Pocketronic) tulo markkinoille vuonna 1970 ei vielä vaikuttanut juuri mitään laskutikun asemaan, sillä ne olivat varsin kalliita, lähes kilon painoisia ja akkujen tehot heikkoja. Kahta vuotta myöhemmin vuonna 1972 Hewlett-Packard julkisti kuitenkin maailman ensimmäisen taskukokoisen tieteislaskimen HP-35 ja silloin varsinaisesti alkoi laskutikun käytön lähtölaskenta. Kyseessä oli todella mullistava laite, jonka käyttöohjeessa todetaankin rehvakkaasti "Kehittäessämme HP-35:n oli päämääränämme valmistaa Teille erittäin tarkka kannettava elektroninen laskutikku. Ajattelimme, että haluaisitte saada laitteen, minkä tähän asti vain James Bond, Batman tai Maxwell Smart ovat voineet omistaa". Vaikka HP-35 aluksi laski muutamassa erikoistapauksessa virheellisesti, oli siinä laskutarkkuus kuitenkin 10 numeroa ja käytetty lukualue välillä $[10^{-100}, 10^{100}]$. Niinkuin oheisesta kirjallisuusluettelosta nähdään, painettiin viimeinen suomenkielinen laskutikkuopas vuonna 1976 ja tästäkin painoksesta on varmaan suuri osa jäänyt myymättä.

Faber-Castell yritti vielä 1970-luvulla tehdä laskutikkuja, joiden kääntöpuolella oli elektroninen laskin yhteen- ja vähennyslaskuja varten, mutta niiden menestys oli arvattavasti heikko. Harvinaisina kuriositeeteina ne ovatkin tällä hetkellä keräilijöiden tavoittelemia ja kalliimpia kuin samanikäiset normaalit laskutikut tai laskimet. Tutustuessani ensimmäisen taskulaskimeni ostoa varten tarjolla oleviin vaihtoehtoihin syksyllä 1974 Helsingissä pidetyssä konttoritekniikan näyttelyssä tuntui Faber-Castell ylivoimaisesti huonoimmalta valinnalta, vaikka juuri se olisi tulevaisuutta ajatellen kannattanut hankkia.

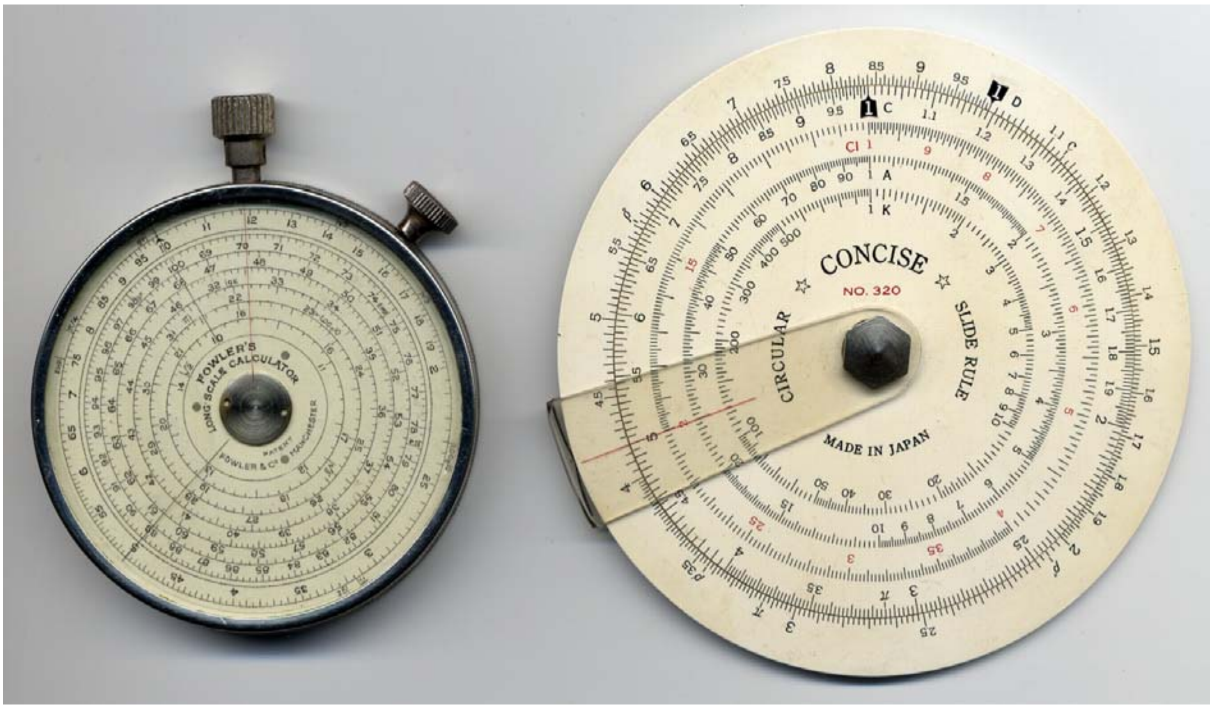


Kuva 9. *Faber-Castell TR3 laskutikku, jonka takapuolella on elektronilaskin, asteikon pituus 12,5 cm. Tämän mallin laskin on peräti tieteislaskin. Punainen LED näyttö tosin kuluttaa niin paljon virtaa, että laskutikkupuolta on tarvittu ainakin akun latauksen loppuessa.*

2. Erilaisia laskutikkutyyppejä

Edellä esiteltyjen yleislaskutikkujen lisäksi on erikoistarkoituksiin kehitelty lukematon määrä erilaisia laskutikkuja. Niissä on useimmiten ainakin perusasteikot C ja D sekä vaihteleva määrä sovelluksen tarvitsemia asteikkoja. Tavallisimpia ovat kaupalliset laskutikut ja sähköinsinöörien erikoistikut.

Laskutikun ei tarvitse suinkaan olla edellä esitetyn mukainen viivoittimen muotoinen väline. Jo Oughtred siirsi vuoden 1628 paikkeilla C ja D asteikot saman säteisille ympyränkehille antaen asteikon alku- ja loppupään yhtyä. Tällaisella laskukiekolla (räkneskiva, circular slide rule, Rechenscheibe) on useita etuja tavanomaiseen laskutikkuun verrattuna. Ensinnäkin se menee kompaktimpaan tilaan, sillä tavallisen laskutikun 25 cm asteikko saadaan mahtumaan halkaisijaltaan 8 cm kiekkoon. Lisäksi edellä esitettyä ongelmaa siitä meneekö kertolaskun lopputulos yli asteikon loppupään, ei esiinny ollenkaan. Edelleen ympyränmuotoisista levyistä muodostettu keskipisteistään ruuvilla yhdistetty laskukiekko on halvempi tuottaa kuin perinteinen laskutikku. Niinpä niitä tuotetaan vieläkin jossain määrin ja lentokoneissa on edelleen oltava mukana lentäjän erikoiskiekko siltä varalta, että sähköiset ohjausjärjestelmät menevät epäkuntoon. Toinen mahdollisuus on tehdä taskukellon näköisiä laskukiekkoja, joissa hiusviivaa ja taustalevyä pyöritetään kiekon reunalla olevilla nupeilla. Laskukiekoissa asteikkojen pituus on suurin reunalla, joten sinne pyritään sijoittamaan tärkeimmät ja suurinta tarkkuutta vaativat asteikot. Virtuaalikiekolla laskemista voi harjoitella osoitteessa
www.dazine.de/Schieber.html.



Kuva 10. *Kaksi laskukiekkoa. Isommassa Concise kiekossa on uloimman asteikon halkaisija 8 cm ja siinä on D, C, CI, A ja K asteikot. Concise valmistaa edelleenkin laskukiekkoja, ks. www.concise.co.jp/eng0731/top_eng.html. Fowler kiekon uloimman asteikon halkaisija on 6 cm ja siinä on sisempänä 6 osiin jaettua asteikkoa, joiden yhteispituudeksi tulee 76 cm. Kummassakin on laskettuna kuvan 2 kertolasku ja kiekolla saadaan myös 1,19 kerrottuna välillä [8,4, 10] olevilla tekijöillä toisin kuin varsinaisilla laskutikuilla.*

Pyrittäessä suurempaan laskutarkkuuteen, voidaan kuten kuvan 10 Fowler kiekossa jakaa asteikko erillisiin osiin, mutta tämä ei ole välttämätöntä sillä asteikot voidaan tehdä myös spiraalinmuotoiseksi. Näin saatava yhtenäinen asteikko on käyttäjäystävällisempi kuin osiin pilkottu.

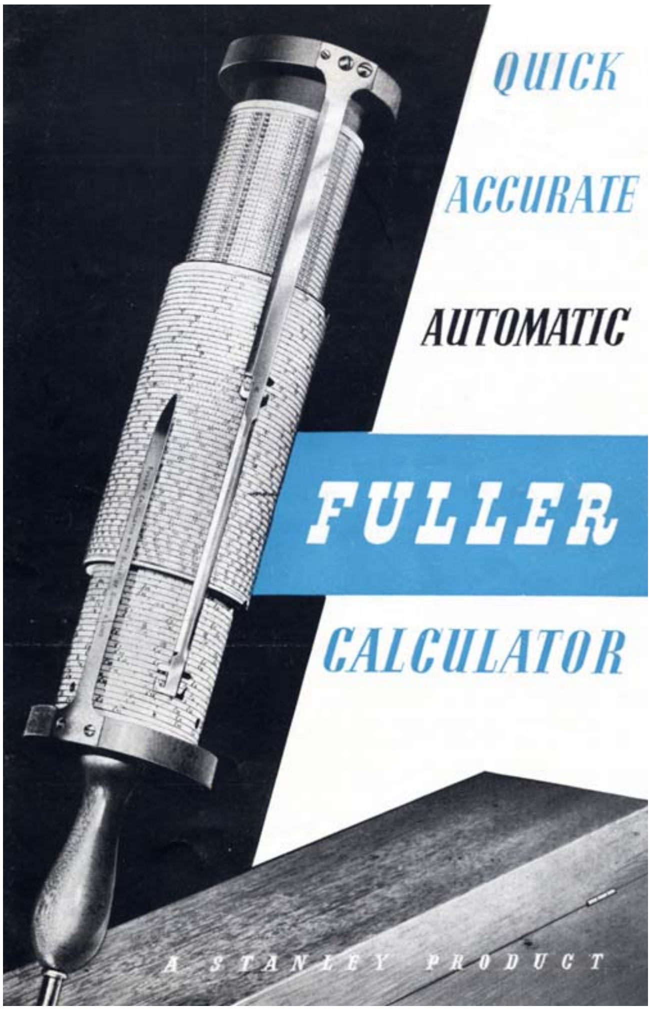
Kuva 11. *Spiraalinmuotoinen asteikko venäläisessä* КЛ-1 *(KL-1) laskukiekossa, jossa uloimman logaritmisen asteikon halkaisija 3,7 cm. Sen sisäpuolella on siniasteikko normaaliin tapaan välillä [5°44', 90°]. Tangenttiasteikko kiertää nyt spiraalina lähes kaksi kierrosta, joten siihen on saatu mahtumaan kulmien [1°, 45°] tangentit. Kuvassa on määrätty tan 30° = cot 60° ≈ 0,577.*

Kuva 12. *Halikkolaisen agronomi Eino Veitsolan suunnittelema kotimainen grid-iron laskulevy vuodelta 1933, om. Jyrki Raulo. Tässä on logaritminen asteikko välillä [1, 10] jaettu kahteenkymmeneen 17,5 cm pitkään osaan, joten asteikon kokonaispituus on 350 cm ja saavutettu laskutarkkuus tekijän mukaan huolellisella asettelulla yksi seitsemästuhannesosa ts. lähes neljä numeroa. Turun pussi ja kirjekuoritehtaassa painetun asteikon jaotus on varsin omaperäinen.*

Haluttaessa parempaa laskutarkkuutta voidaan perinteisessä laskutikussa jakaa asteikko kahteen allekkaiseen osaan, mutta näistä täytyy sitten pystyä valitsemaan se, jossa haettu tulos on, ks. kuva 8. Mikäli osia halutaan muodostaa enemmän, on se hankala tehdä kapealla tikulla, ja tällöin voidaan asettaa ne ns. grid-iron laskulevylle. Laskemisessa tarvitaan kieltä vastaava muovilevy, mutta kuvan 12 mukaisen laitteen käyttö ei ole kovin mukavaa ne ovat jääneet harvinaisiksi.

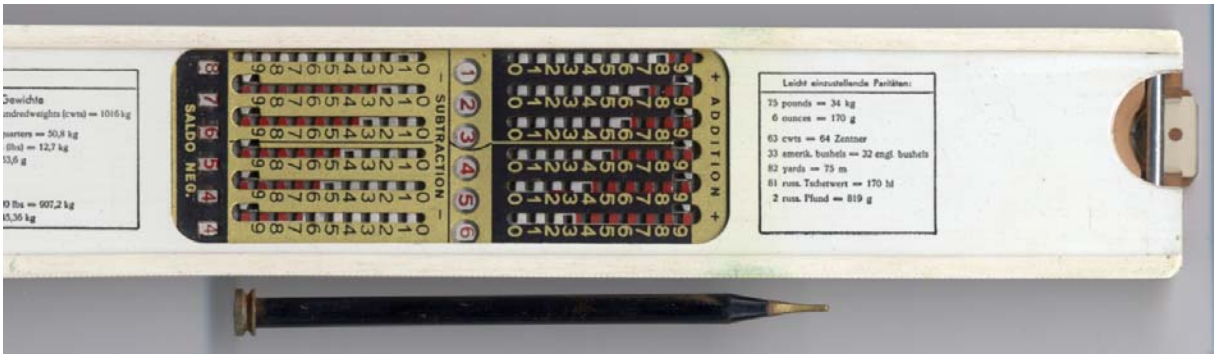
Kun taivutetaan laskulevy sylinteriksi, on "kielen" konstruointi pituussuuntaan liikkuvina ja sylinterin ympäri pyörivänä erillisinä liuskoina yksinkertaisempaa ja saadaan laskurumpu (cylindrical slide rule, Rechenwalze), ks. kuva 13. Isokokoisilla laskurummuilla voi asteikon pituus olla jopa 24 metriä ja tällöin päästään yli 5 numeron laskutarkkuuteen. Toinen mahdollisuus on tehdä rummun pinnalle ruuviviivana kulkeva yhtenäinen asteikko, jollainen näkyy kuvassa 14.

Kuva 13. *Kaksi sveitsiläistä Loga laskurumpua. Suuremmassa on 60 kappaletta 60 cm pituisia asteikonpätkiä, mutta asteikon kokonaispituus on käyttöä helpottavista päällekkäisyyksistä johtuen "vain" 15 m. Pienemmässä rummussa puolestaan on 20 kpl 24 cm pituisia asteikkoja ja asteikon kokonaispituus 2,4 m.*



Kuva 14. *Fuller laskurumpu, jossa yhtenäinen 500 tuumaa (12,7 m) pitkä asteikko kiertää ruuviviivana pitkin sylinterin pintaa. Laskutarkkuus on noin 5 numeroa.*

Koska laskutikulla ei pysty suorittamaan yhteen- tai vähennyslaskuja, patentoi saksalainen Carl Kübler 1937 valmistamansa puikolla operoitavan taskukokoisen Addiator yhteen- ja vähennyslaskulaitteen sijoittamisen laskutikun takapinnalle. Addiator ei ole varsinainen laskukone, koska siinä ei kymmenylivienti (muistinumeron käsittely) tapahdu automaattisesti vaan käyttäjän täytyy päätellä kumpaan suuntaan puikkoa vedetään. Yhteistyössä Faber-Castell firman kanssa Kübler tuotti näitä mekaanisia nelilaskimia.

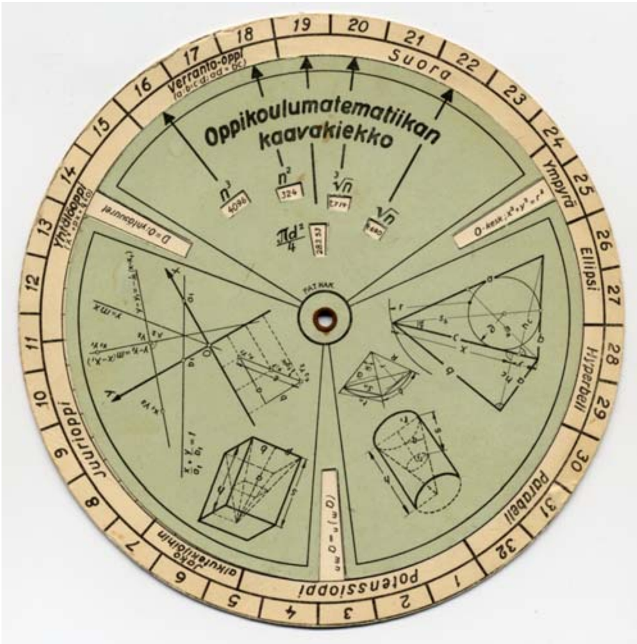


Kuva 15. *Kaupallisen Faber-Castell Disponent 25 cm laskutikun takapinnalle sijoitettu Addiator yhteenlaskukoje sekä sen operoimiseen tarkoitettu laskutikun rungossa säilytettävä puikko.*

Paitsi yhteenlaskukojeeseen, on laskutikkuja sijoitettu esimerkiksi lyijytäytekyniin ja solmioneuloihin sekä laskukiekkoja kelloihin, tupakansytyttimiin, avaimenperiin ja kävelykeppien nuppeihin. Legendan mukaan täytyi jokaisen arvonsa tuntevan amerikkalaisen insinöörin erottautua 1950-60 luvuilla rahvaasta solmioneulalaskutikulla.

Kuva 16. *Muovinen (asteikot A, C, D: pituus 3,6 cm) ja hopeinen (asteikot A, C, D: pituus 4,1 cm) solmioneulalaskutikku, kaksi kynälaskutikkua (ylemmässä asteikot K, A, B, CI, C, D: pituus 7,3 cm ja alemmassa A, B, C, D: pituus 12,5 cm) sekä rannekelloon ympätty laskukiekko (asteikon pituus 10 cm). Alemmassa kynälaskutikussa on suoritettuna kuvan 2 kertolasku.*

Laskutikkujen tai laskukiekkojen kaltaisia laitteita ovat niin kutsutut valitsijat (slide chart), joissa vastaukset katsotaan digitaalisina niitä varten tehdyistä aukoista. Näitä käytetään edelleen tekniikassa, mutta kouluopetustakin varten tällaisia on suunniteltu, ks. kuva 17.



Kuva 17. *Oppikoulumatematiikan pahvinen kaavakiekko halkaisijaltaan 17 cm, suunnittelija tuntematon. Vihreätä levyä kiertämällä saadaan näkyviin erilaisia kaavoja, mutta myös välillä 1-32 (takapuolella 33-64) olevien kokonaislukujen neliöt, kuutiot, neliöjuuret sekä kuutiojuuret.*

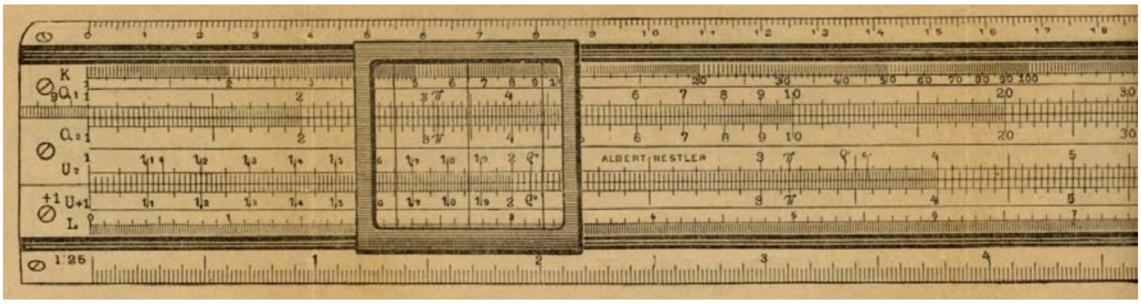
Lisätietoa laskutikuista löytyy kansainvälisen laskutikkuharrastajien yhdistyksen Oughtred Societyn kotisivulta www.oughtred.org ja erityisesti siellä olevista linkeistä. Yhdistyksen kustantama kirja "The Oughtred Society Slide Rule Reference Manual" on paras laskutikkuja nykyperspektiivistä käsittelevä teos, vaikka näkökulma onkin amerikkalainen ja esiteltävistä laskutikuista suuri osa Euroopassa varsin outoja.

3. Kotimaisista laskutikuista

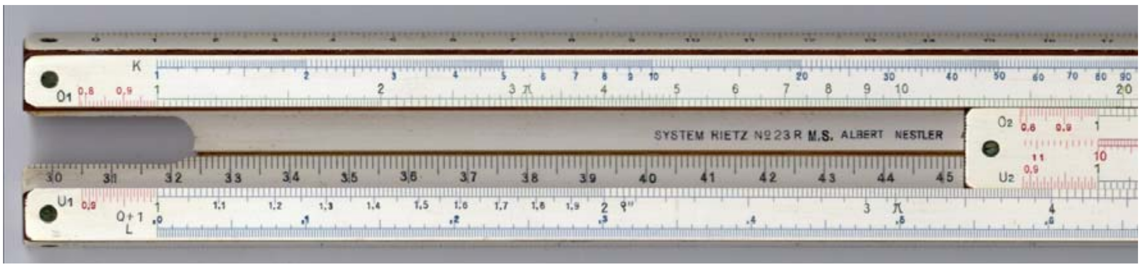
Paitsi edellä esitettyä Eino Veitsolan grid-iron levyä, on Suomessa valmistettu varsinkin hinnoitteluun käytettyjä laskukiekkoja. Esitellään niistä seuraavassa muutamia, vaikka lista ei suinkaan ole täydellinen. Tietoa valmisteista on valitettavan niukasti olemassa.

Veitsola on käyttöohjeensa mukaan tarkoittanut laskulevynsä sellaisille käyttäjille, joille tavalliset laskutikut ovat liian kalliita tai epätarkkoja. Tarkkuus on yksi kahdestuhannesosa ja huolellisella asettelulla yksi seitsemästuhannesosa, ja kaikki kerto- ja jakolaskut saadaan suoritetuksi muutamassa sekunnissa. Etuina ovat halpuus, helppo kuljetettavuus ja kotimaisuus. Lisäksi "laskulevyä on vähätaitoisemmankin helppo oppia käyttämään" ja "laskulevyllä merkit ovat niin selviä, että heikkosilmäisempikin voi sitä käyttää ja ne näkyvät vaikkapa hiekkapaperilla selluloidia naarmutettaisiin".

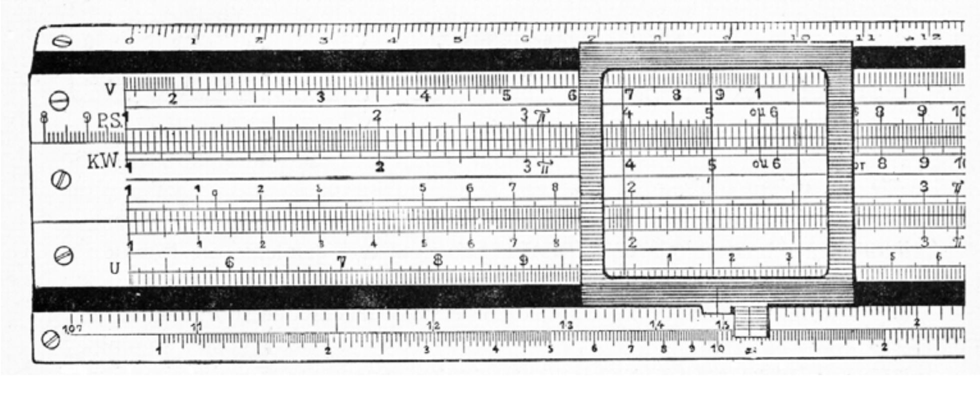
Aiemmin mainittu Max Sergelius (1879-1958) toimi ylimääräisenä opettajana Teknillisessä Korkeakoulussa 1902-1916, Helsingin Teollisuuskoulun lehtorina 1912-1914, rehtorina 1914-1922 sekä Tekniska Läroverketin johtajana 1916-1952, joten hänellä oli monipuolista näkemystä tekniikan opetukseen. Sergelius ei ollut tyytyväinen olemassaoleviin laskutikkumalleihin, vaan teetätti jo ennen kirjansa toisen painoksen ilmestymistä vuonna 1921 pieniä muutoksia Nestler 23/3 Rietz laskutikkuun, jota sitten myytiin Suomessa nimellä Nestler 23/3 System M.S. Siinä on sekaannusten välttämiseksi A ja C asteikkojen oikeanpuolisilla osilla luvut 10-100 aiemmin käytettyjen 1-10 asemasta, aivan kuten kuvassa 5. Lisäksi A asteikko ulottuu vasemmasta ja D asteikko oikeasta reunastaan hieman pitemmälle, jolloin pystytään määräämään ympyrän ala kaikille halkaisijan arvoille nopeasti. Tämä tapahtuu niin, että sijoitetaan hahlon keskimmäinen hiusviiva D asteikolla halkaisijan kohdalle ja luetaan ympyrän ala A asteikolta vasemmanpuoleisen hiusviivan kohdalta. Ilmeisesti nämä muutokset tehtiin Suomessa, mutta asiasta ei ole varmuutta. Merkintä M.S. löytyy rungosta kielen alta ja myös kotelosta. Tämän lisäksi Sergelius kehitteli muutoksia Nestlerin sähköinsinööreille tarkoitettuun Elektro erikoislaskutikkuun, ja sai näille muistelmiensa (I den tekniska undervisningens tjänst i hem- och utlandet, 1955) mukaan Saksassa patentinkin.



Kuva 18. *Varhainen Sergelius tikku Nestler System 23/3 M.S., jossa kauttaviivan jälkeinen 3 merkitsee hahlossa olevien hiusviivojen lukua. Kuvan mukaisella hahlon asettelulla voidaan määrätä 1,86 halkaisijaisen ympyrän säteeksi noin 2,72.*



Kuva 19. *Uudempi Sergelius tikku Nestler System 23R M.S., jossa R merkitsee sitä, että käänteislukuasteikko CI on mukana. Tässä ulottuvat jo asteikot A, B, CI, C ja D yli molempien päidensä.*



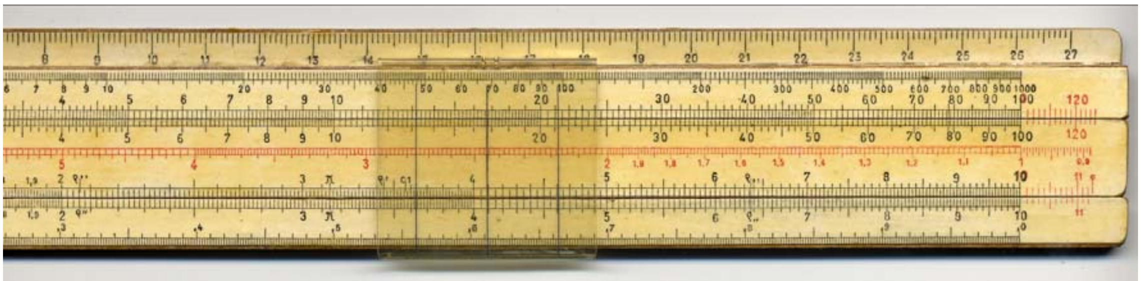
Kuva 20. *Nestler M.S. Elektro laskutikku, jossa V asteikkoa käytetään sähköjohtojen vastuksien ja jännityshäviöiden laskemiseen ja U asteikkoa sähkömoottorin akselin läpimitan, kierrosluvun ja kehänopeuden määräämiseen. Kuvassa alimpana on rungon sivupintaan tehdyt asteikot ja näistä ylempi on LL asteikko.*

Sodanjälkeisinä pulavuosina oli tuonti ankarasti säännösteltyä, eikä laskutikkujenkaan tuontia kovan valuutan maista sallittu. Silloin aukesi kotimaiselle tuotannolle markkinarako ja esimerkiksi Valtion Lentokonetehdas Tampereella rupesi tuottamaan laskutikkuja lentokoneen potkureita varten kehittämästään kolupuusta. Kyseessä on tavallinen Rietz tikku ja perimätiedon mukaan tikun kieli venyi käytössä, mikä ei laskutikussa ole toivottava ominaisuus.

Kuva 21. *Valtion Lentokonetehtaan mainos, Ekonoomi, numero 6, 1945, ©Turun yliopiston kirjasto. KHM on kansanhuoltoministeriöstä käytetty lyhennys. Tilastokeskuksen rahanarvokerrointaulukon mukaan tikun ostohinnan nykyarvo on noin 60,5 €.*

Kuva 22. *Valtion Lentokonetehtaan Rietz laskutikun kääntöpuoli, asteikon pituus 25 cm.*

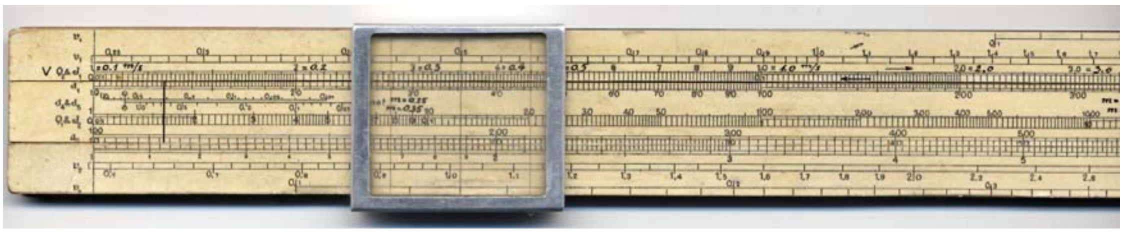
Ilmeisesti samoihin aikoihin valmisti myös Tampereen Konttoritarvike OY vanerisia Rietz tikkuja. Niissä on paperille painetut asteikot, jotka on päältä suojattu lakkakerroksella. Työn jälki tässä on varsin karkeaa.



Kuva 23. *Tampereen Konttoritarvikkeen valmistaman Rietz laskutikun etu- ja takapuoli. Asteikon pituus 25 cm.*

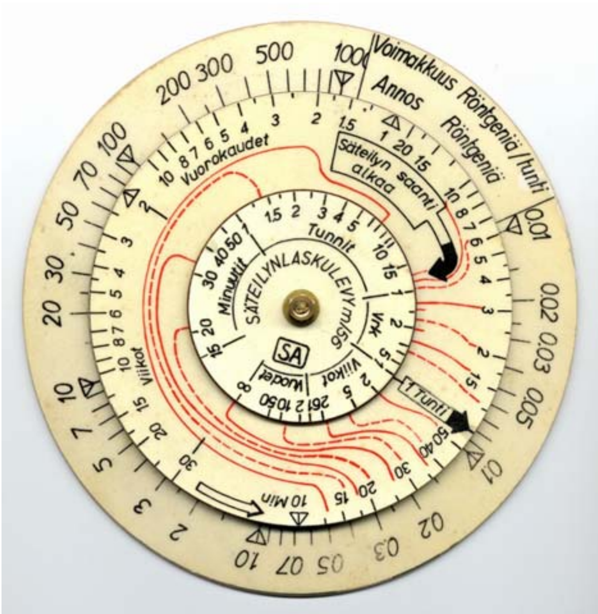
Laskutikkuasiantuntija Paavo Korhonen totesi vuonna 1948 että täysin kunnollisia laskutikkuja ei valitettavasti tuolloin ollut saatavissa, ks. Korhonen Paavo: Käytä tehokkaasti laskutikkuasi, Tehostaja, 1948, s. 29-31. Tämä viitannee edellisiin ja myöskin venäläiseen Sojuz laskutikkuun, jota tuolloin tuotettiin suomenkielisellä takapuolen kaavaliitteellä varustettuna maahan. Säännöstelyä kiertäen toi lisäksi Wulff Nestler laskutikkuja puolivalmisteina maahan pistäen niihin oman nimensä valmistajaksi. Kun tuonti 1950-luvun puolivälissä vapautui hävisivät nämä pula-ajan tuotteet nopeasti markkinoilta.

Helsingin vesijohtolaitoksen ensimmäisenä insinöörinä 1906-1939 ja toimitusjohtajana vuodesta 1939 työskennellyt tekniikan tohtori John L. W. Lillja (1879-1946) julkaisi vuosina 1910-1933 väitöskirjan lisäksi useita tutkimuksia vesijohtoverkoston suunnittelusta ja kehitti ilmeisesti siinä yhteydessä oheisen kuvan 24 mukaisen erikoislaskutikun. Artikkeleista ei löytynyt mainintaa laskutikusta eikä käyttöohjettakaan ole Helsingin vedeksi nimensä muuttaneen laitoksen arkistossa sen paremmin kuin Helsingin yliopiston kirjastossakaan, joten tikun syntyaika jää avoimeksi. Asteikot ja takapuolen tiivistetty käyttöohje on painettu paperille, mutta niitä on käsin täydennelty. Ilmeisesti valmistusmäärä on ollut varsin pieni.

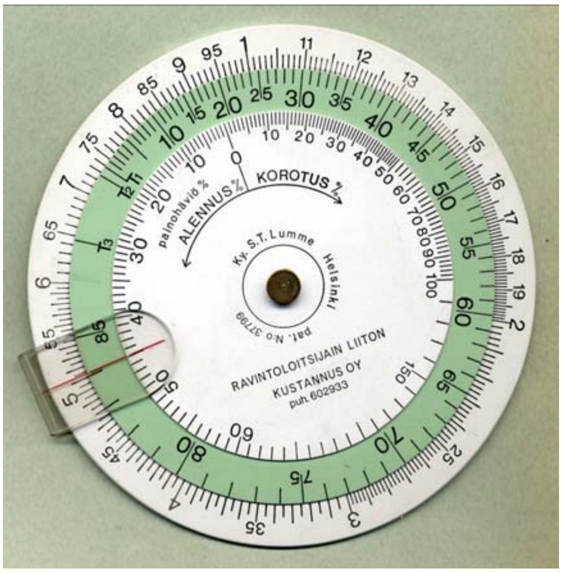


Kuva 24. *John L. W. Lilljan vesijohto-laskutikku etu- ja takapuolelta. Materiaali paperilla päällystettyä pahvia, asteikon pituus 25 cm. Valmistettu noin 1920.*

Kotimaisista laskukiekoista voidaan mainita armeijan säteilylaskukiekko ja Sauli Lumpeen noin 1980 suunnittelemat ja valmistamat hinnoittelukiekot. Esimerkiksi patentoidulla ravintoloiden hinnoittelukiekolla SL1 voidaan määrätä yksi suureista ruokalistahinta, ainehinta ja voittoprosentti, kun kaksi muuta tunnetaan. Laskelmat suoritetaan eri tavalla kahvilaravintolalle (kohta T1 kuvassa 26), ravintolalle jossa asiakas maksaa tarjoilijalle tarjoilupalkkion (T2) ja 12 % tarjoilupalkkion sisältävälle erikoistilaukselle (T3). Kalojen hinnoittelukiekolla voidaan taas laskea kuinka paljon eri kaloja pitäisi ostaa, jos halutaan annettu määrä perattua tai fileerattua tuotetta. Edelleen voidaan määrätä kalajalosteiden myyntihinnat kun tunnetaan raakakalan ostohinnat.



Kuva 25. *Suomen armeijan säteilylaskukiekko m/56, vaneria. Uloimman asteikon halkaisija 11,8 cm ja käyttöohje on takapuolella. Laite on ilmeisesti amerikkalaisen Radiac kiekon jokseenkin suora kopio.*



Kuva 26. *Ravintolan hinnoittelukiekko SL1, muovia, uloimman asteikon halkaisija 10 cm. Takapuolella on tavalliset logaritmiasteikot kerto- ja jakolaskua varten.*

Kuva 27. *Kalojen hinnoittelukiekko, muovia, uloimman asteikon halkaisija 10 cm. Takapuolella on tavalliset logaritmiasteikot kerto- ja jakolaskua varten.*

4. Kotimaista laskutikkukirjallisuutta

Albert Nestlerin laskuviivoittimen käyttöohjeet, 1914, 96 s.

Den logaritmiska [Nestler] räknelinjalen och dess användning, 1914, 98 s.

Hintikka Pekka: Laskutikun käyttö, 1948, 15 s.

Kalari Erkki: Puutavaramies ja laskuviivoitin, 1948, 52 s.

Korhonen Paavo: Laskutikun käyttö, 1946, 47 s.; 1948, 47 s.; 1954, 63 s.; 1959, 63 s.; 1960, 63 s.; 1962, 63 s.; 1966, 63 s.; 1969, 63 s.: 1971, 63 s.; 1973, 63 s.; 1975, 63 s.

Lindholm Sven: Räknestickans ABC, 1967, 73 s.

Lindholm Sven Gottfrid: Laske laskuviivaimella 1: työkirja, 1972, 74 s.; 1976, 74 s.

Lindholm Sven Gottfrid: Laske laskuviivaimella 2: työkirja, 1974, 64 s.

Lumme Sauli: Hinnoittelukiekko/SL1 hinnoittelulaite ravitsemisliikkeitä varten, s.a., 2 s.

Ohjeet Osram valaistus-laskuviivoittimen käyttämiseen, 1930, 10 s.

Osara K.: Laskutikkuopas, 1957, 149 s.

Persson Östen: Laskemme laskutikulla, 1960, 37 s.; 1964, 37 s.

Saraoja Johannes: Användning av räknelinjalen: kort handledning, 1929, 16 s.

Saraoja Johannes: Lyhyt opas laskuviivottimen käyttöön, 1929, 16 s.

Sergelius Max: Kortfattad handledning i användandet af matematiska tabeller och den logaritmiska räknelinjalen, 1913, 43 s.; Den logaritmiska räknelinjalen och matematiska tabeller: kortfattad handledning i deras användande, 1921, 54 s; 1927, 68 s.; 1941, 84 s.; 1944, 84 s.; 1946, 84 s.

Sergelius Max: Lyhyt opastus matemaattisten taulukkojen ja logaritmisen laskuviivottimen käyttämisessä, 1913, 43 s.; Logaritminen laskuviivotin ja matemaattisia taulukkoja: lyhyt opastus niitten käyttämisessä, 1921, 54 s.; 1924, 64 s.; 1938, 64 s.; Logaritminen laskuviivotin ja matemaattiset taulukot: lyhyt opas niiden käyttämisessä, 1940, 72 s.; 1943, 79 s.; 1945, 79 s.; 1948, 79 s; 1951, 79 s.

Sergelius Max: Den logaritmiska räknelinjalen: systemet "M.S.-Elektro", 1924, 8 s.

Taskukalkylaattori HP-35 käyttöohje, 1973, 36 s.

Varsila Hannes: Laskuviivaimen käyttö, 1966, 81 s.; 1969, 81 s.

Veitsola Eino: Laskulevy kerto- ja jakolaskuja varten sekä muitakin logaritmiin perustuvia kuten potenssi ja juurilaskuja varten, 1933, 16 s.