

УДК 533.9.07

А.В. ЛОЯН, С.Ю. НЕСТЕРЕНКО, Ш. РОШАНПУР, А.И. ЦАГЛОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ИНДУКЦИОННЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ИСТОЧНИКАХ ПЛАЗМЫ И ЭЛЕКТРОНОВ

В приближении однокомпонентной магнитной гидродинамики представлена математическая модель процессов в индукционных высокочастотных источниках плазмы и электронов. Уравнения записаны в двумерной форме в представлении об аксиальной симметрии задачи. Перенос импульса описан уравнением вязкости, в котором учтены влияния магнитного поля на диссипативные процессы в разреженной среде. Приведены предварительные оценки глубины магнитного скин-слоя и токового слоя. Сформулированы граничные условия, описывающие потоки частиц, импульса и энергии на поверхности устройства.

Ключевые слова: ВЧ-ионизация, источник плазмы, источник электронов

Введение

Работа индукционных высокочастотных источников заряженных частиц – электронов, плазмы – основана, в первую очередь, на ионизации газа в высокочастотном разряде. Аксиально-симметричное магнитное поле индуктора, созданное источником $\sim U_c$ переменного (периодического) во времени напряжения, индуцирует в объеме периодическое азимутальное электрическое поле. Под действием последнего возникает периодический азимутальный ток электронов, столкновения которых с атомами подаваемого газа вызывает их ионизацию.

В представленной на рис. 1 схеме устройство работает как источник (преимущественно) электронов.

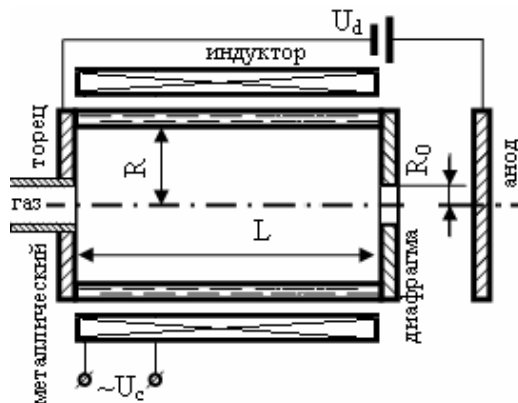


Рис. 1. Индукционный ВЧ источник электронов

Эмитированные наружу электроны непосредственно или через разряд в устройстве, обслуживаемом источником, попадают на анод. Затем через контур источника постоянного разрядного напряжения U_d они поступают в металлический задний торцевой ионизатора и возвращаются в разрядный объем

в составе электронных оболочек атомов, образующихся на металлическом торце в результате поверхностной рекомбинации ионов, рождающихся в объеме источника.

Диафрагма при этом может быть как диэлектрической, так и металлической. В последнем случае возможно наличие дополнительного источника напряжения, смещающего потенциал диафрагмы относительно потенциала металлического торца. В режиме генерации плазмы все поверхности источника могут быть диэлектрическими, что автоматически обеспечивает равный нулю суммарный ток из источника – при равных нулю токах на элементы конструкции источника.

Предварительные оценки

Характерная для названных устройств частота источника напряжения индуктора $\nu \sim 10$ МГц. Предварительные оценки (в пренебрежении вязкостью в движении электронов) при линейных размерах устройства порядка 1 см показали следующее:

- глубина скин-слоя δ (глубина проникновения магнитного поля в плазму) и глубина токового слоя ΔR (глубина затухания тока) составляют ~ 1 мм;
- напряженность поля в скин-слое $E \sim 10$ В/м;
- циклотронная частота электронов $\omega_c \sim 10^7$ 1/с;
- циклотронный радиус электронов $r_c \sim 0.1$ м;
- азимутальная скорость электронов $V_{e\psi} \sim 10^4$ м/с.

Учет вязкого переноса импульса электронов может несколько увеличить оценку глубины скин-слоя и заметно увеличить оценку глубины токового слоя. В любом случае предварительные оценки показывают, что экранирование поля индуктора собственным полем плазмы является значительным, но не

экстремальным – для численного решения с использованием метода конечных элементов достаточная точность достижима при разбиении радиального размера полости на несколько сотен элементов. Большая величина r_c при этом позволяет пренебречь эффектом Холла в переносе частиц, импульса и энергии.

Исходная система уравнений

Плазму в полости рассматриваем как трехкомпонентную среду, состоящую из электронов, однозарядных положительных ионов и нейтральных атомов. Каждая из компонент описывается уравнениями неразрывности, движения и энергии:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \vec{V}_e) = \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \vec{V}_i) = \tag{1}$$

$$= -\frac{\partial n_a}{\partial t} - \nabla \cdot (n_a \vec{V}_a) = -n_e n_a v_e \sigma_i = n_e n_a v_e \sigma_i;$$

$$m_e \frac{\partial}{\partial t} (n_e \vec{V}_e) + m_e n_e \vec{V}_e \cdot \nabla \vec{V}_e + m_e \vec{V}_e \nabla \cdot (n_e \vec{V}_e) + \nabla (n_e k T_e) + \nabla \cdot \pi_e + e n_e (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) = \tag{2}$$

$$= -v_e \left[n_a \left(\sigma_{ea} + \sigma_i \frac{\Delta_i p_e}{m_e V_e} \right) + n_e \sigma_{ei} \right] m_e n_e \vec{V}_e;$$

$$m_i \frac{\partial}{\partial t} (n_e \vec{V}_i) + m_i n_e \vec{V}_i \cdot \nabla \vec{V}_i + m_i \vec{V}_i \nabla \cdot (n_e \vec{V}_i) - e n_e \vec{E} + \nabla (n_e k T_i) = -\frac{m_i}{2} n_e n_a v_{ia} \sigma_{ia} \vec{V}_i + m_e n_e^2 v_e \sigma_{ei} \vec{V}_e; \tag{3}$$

$$m_i \frac{\partial}{\partial t} (n_a \vec{V}_a) + m_i n_a \vec{V}_a \cdot \nabla \vec{V}_a + m_i \vec{V}_a \nabla \cdot (n_a \vec{V}_a) + \nabla (n_a k T_a) = \frac{m_i}{2} n_e n_a v_{ia} \sigma_{ia} \vec{V}_i + \tag{4}$$

$$+ m_e n_e n_a v_e \left(\sigma_{ea} + \sigma_i \frac{\Delta_i p_e}{m_e V_e} \right) \vec{V}_e;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[n_e \left(\frac{m_e V_e^2}{2} + \frac{3}{2} k T_e \right) \right] + \nabla \cdot \bar{q}_e + \tag{5}$$

$$+ e n_e \vec{V}_e \cdot \vec{E} = -n_e n_a v_e \sigma_i e \varphi_i;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[n_e \left(\frac{m_i V_i^2}{2} + \frac{3}{2} k T_i \right) \right] + \nabla \cdot \bar{q}_i - e n_e \vec{V}_i \cdot \vec{E} = n_e n_a \times \tag{6}$$

$$\times v_e \sigma_i \frac{3}{2} k T_a - \frac{1}{2} n_e n_a v_{ia} \sigma_{ia} \left[\frac{m_i V_i^2}{2} + \frac{3}{2} k (T_i - T_a) \right];$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[n_a \left(\frac{m_i V_a^2}{2} + \frac{3}{2} k T_a \right) \right] + \nabla \cdot \bar{q}_a = \frac{1}{2} n_e n_a v_{ia} \sigma_{ia} \times \tag{7}$$

$$\times \left[\frac{3}{2} k (T_i - T_a) + \frac{m_i (V_i^2 - V_a^2)}{2} \right] - n_e n_a v_e \sigma_i \frac{3}{2} k T_a,$$

где T_e, T_i, T_a – температуры электронов, ионов и атомов; $\bar{q}_e, \bar{q}_i, \bar{q}_a$ – плотности потока энергии электронов, ионов и атомов; π_e – тензор вязкости электронов.

Разреженность разрядной среды требует использования развернутых выражений [1]:

$$\frac{\partial \pi_e}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V}_e \pi_e) + \overbrace{n_e k T_e \nabla \vec{V}_e} + \tag{8}$$

$$+ \frac{e}{m_e} (\pi_e \times \vec{B} - \vec{B} \times \pi_e) \approx -\frac{3}{2} v_e n_e \sigma_{ee} \pi_e;$$

$$\frac{\partial \bar{g}_e}{\partial t} + (\vec{V}_e \cdot \nabla) \bar{g}_e + \frac{7}{5} \bar{g}_e \nabla \cdot \vec{V}_e + \frac{9}{5} (\bar{g}_e \cdot \nabla) \vec{V}_e + \tag{9}$$

$$+ \frac{2}{5} \bar{g}_e \times (\nabla \times \vec{V}_e) + \frac{e}{m_e} \bar{g}_e \times \vec{B} +$$

$$+ \frac{5 n_e k^2 T_e}{2 m_e} \nabla T_e = -n_e v_e \sigma_{ee} \bar{g}_e,$$

где \bar{g}_e – кондуктивная составляющая плотности потока энергии электронов (теплопроводность).

В (8) тензор $\hat{\bar{D}}$ связан с исходным тензором D так:

$$\hat{\bar{D}} = D + D^* - \frac{2}{3} \delta \text{Tr} D, \tag{10}$$

где D^* – тензор, сопряженный тензору D ; $\text{Tr} D$ – след тензора D ; δ – тривиальный (унитарный) тензор второго ранга:

Для mn -го элемента $\hat{\bar{D}}^{(mn)}$ тензора $\hat{\bar{D}}$ запись (10) означает:

$$\hat{\bar{D}}^{(mn)} = D^{(mn)} + D^{(nm)} - \frac{2}{3} \delta_{mn} \sum_k D^{(kk)}, \tag{11}$$

где δ_{mn} – символ Кронекера:

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n; \\ 1, & m = n. \end{cases} \tag{12}$$

Нестационарность разряда

Поток ионов через лэнгмюровскую границу вблизи всех поверхностей полости осуществляется с ионно-звуковой скоростью. При значении ионно-звуковой скорости $V_{is} \sim 10^3$ м/с характерное время реагирования ионов на изменение условий во времени имеет, таким образом, порядок:

$$t_i \sim \frac{R}{V_{is}}, \frac{L}{V_{is}} \sim 10^{-6} \text{ с}, \tag{13}$$

что существенно больше временного масштаба изменения внешних характеристик $T \sim 10^{-8}$ с.

Таким образом, распределение параметров ионов в пространстве можно считать стационарным. При этом, движение электронов в осевом и радиальном направлениях обусловлено (через самосогласованное электрическое поле) движением ионов – осевая и радиальная проекции среднemasсовой скорости электронов не превышают по порядку ионно-звуковую скорость и существенно уступают индивидуальной скорости звука электронов. Это означает, что:

– нестационарность процесса требует учета только в азимутальной проекции уравнений (2) и (9), а также в аксиально-азимутальной и радиально-азимутальной компонентах уравнения (8);

– в переносе массы и импульса электронов (в том числе, и вязком) интерес для нас представляет только азимутальная проекция скорости электронов (не ограниченная в замкнутом движении самосогласованным полем, но обусловленная только индуцированным азимутальным электрическим полем), а также аксиально-азимутальная и радиально-азимутальная компоненты тензора вязкости.

Кроме того, с учетом $r_c \gg R, L$ слагаемыми с магнитным полем в (8), (9) можно пренебречь.

В таком случае, уравнения (1), (2), (3), (8) и (9) в проекциях (и компонентах) приобретают вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}(n_e V_{ex}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(n_e V_{er} r) = v_e^{(i)} n_e; \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(n_e V_{ix}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(n_e V_{ir} r) = v_e^{(i)} n_e; \quad (15)$$

$$k T_e \frac{\partial n_e}{\partial x} + e n_e E_x \approx 0; \quad (16)$$

$$k T_e \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{m_e n_e V_{e\psi}^2}{r} + e n_e E_r + e n_e V_{e\psi} B \approx 0; \quad (17)$$

$$m_e n_e \frac{\partial V_{e\psi}}{\partial t} + \frac{\partial \pi_e^{(x\psi)}}{\partial x} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\pi_e^{(r\psi)} r^2 \right) + e n_e E_\psi \approx -v_e^{(p)} m_e n_e V_{e\psi}; \quad (18)$$

$$m_i n_e V_{ix} \frac{\partial V_{ix}}{\partial x} + k T_i \frac{\partial n_e}{\partial x} - e n_e E_x = -v_e^{(i)} m_i n_e V_{ix}; \quad (19)$$

$$m_i n_e V_{ir} \frac{\partial V_{ir}}{\partial r} + k T_i \frac{\partial n_e}{\partial r} - e n_e E_r = -v_e^{(i)} m_i n_e V_{ir}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial \pi_e^{(x\psi)}}{\partial t} + n_e k T_e \frac{\partial V_{e\psi}}{\partial x} + \frac{2}{5} \frac{\partial g_{e\psi}}{\partial x} \approx -v_e^{(\pi)} \pi_e^{(x\psi)}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \pi_e^{(r\psi)}}{\partial t} + n_e k T_e r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_{e\psi}}{r} \right) + \frac{2}{5} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{g_{e\psi}}{r} \right) \approx -v_e^{(\pi)} \pi_e^{(r\psi)}; \quad (22)$$

$$V_{ex} \frac{\partial g_{ex}}{\partial x} + V_{er} \frac{\partial g_{ex}}{\partial r} + \frac{5}{2} \frac{n_e k^2 T_e}{m_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} = -v_e^{(g)} g_{ex}; \quad (23)$$

$$V_{ex} \frac{\partial g_{er}}{\partial x} + V_{er} \frac{\partial g_{er}}{\partial r} + \frac{5}{2} \frac{n_e k^2 T_e}{m_e} \frac{\partial T_e}{\partial r} = -v_e^{(g)} g_{er}; \quad (24)$$

$$\frac{\partial g_{e\psi}}{\partial t} + \left(\frac{3}{5} \frac{V_{e\psi}}{r} - \frac{2}{5} \frac{\partial V_{e\psi}}{\partial r} \right) g_{er} = -v_e^{(g)} g_{e\psi}; \quad (25)$$

где $v_e^{(i)} = n_a v_e \sigma_i; \quad (26)$

$$v_e^{(p)} = v_e \left[n_a \left(\sigma_{ea} + \sigma_i \left(1 + \frac{\Delta_i p_e}{m_e V_e} \right) \right) + n_e \sigma_{ei} \right]; \quad (27)$$

$$v_e^{(\pi)} = 3 v_e \left[n_a \left(\sigma_{ea} + \sigma_i \frac{\Delta_i p_e}{m_e V_e} \right) + n_e \left(\sigma_{ei} + \frac{\sigma_{ee}}{2} \right) \right]; \quad (28)$$

$$v_e^{(g)} = n_e v_e \left(\sigma_{ee} + \frac{7}{5} \sigma_i \right) g_{ex}. \quad (29)$$

Граничные условия для вязкости и теплопроводности

Диссипативный перенос импульса (вязкость) означает перенос импульса без переноса массы и в наших условиях связан с потерями импульса электронов при отражении от неоднородностей потенциального барьера вблизи диэлектрической и торцевой металлической границ полости. Диссипативный перенос энергии (теплопроводность) означает перенос энергии без переноса массы, либо с переносом массы, но не пропорционально величине $\frac{5}{2} k T_e + \frac{m_e V_e^2}{2}$. Первое обстоятельство также связано с потерями энергии электронов при отражении от неоднородностей потенциального барьера вблизи диэлектрической и торцевой металлической границ полости. Второе – с неравновесным переносом энергии электронами, преодолевающими барьер:

$$q_{en} = n_e V_{en} \left(e \Delta \phi + 2 k T_e + \frac{m_e V_e^2}{2} \right), \quad (30)$$

где $\Delta \phi$ – потенциальный барьер вблизи поверхности; индекс n означает нормаль к поверхности.

Граничные условия для аксиально-азимутальной и радиально-азимутальной компоненты могут, с учетом сказанного, быть записаны так:

$$\pi_e^{(x\psi)} \Big|_{x=0} = -m_e n_e \frac{V_e}{4} V_{e\psi} \eta_e^{(p)};$$

$$\pi_e^{(x\psi)} \Big|_{x=L, r>R_0} = m_e n_e \frac{V_e}{4} V_{e\psi} \eta_e^{(p)}; \quad (31)$$

$$\pi_e^{(r\psi)} \Big|_{r=R} = m_e n_e \frac{V_e}{4} V_{e\psi} \eta_e^{(p)},$$

где $x = 0$ и $x = L$ – осевые координаты соответственно металлического торца и диафрагмы катода; R_0 – радиус отверстия диафрагмы; $\eta_e^{(p)}$ – доля импульса электронов, теряемая в рассеяниях на барьере вбли-

зи поверхностей.

Граничные условия для теплопроводности могут быть записаны так:

$$\begin{aligned} g_{ex}|_{x=0} &= g_{er}|_{r=R} = \\ &= -n_e \left[\frac{v_e}{4} \frac{m_e V_{e\psi}^2}{2} \eta_e^{(\varepsilon)} + V_{is} \left(e \Delta \varphi - \frac{1}{2} k T_e \right) \right], \end{aligned} \quad (32)$$

где $\eta_e^{(\varepsilon)}$ – доля энергии электронов, теряемая в рассеяниях на барьере вблизи поверхностей.

С учетом (23) – (25) и (32) можно показать:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial T_e}{\partial x} \right| &\sim \left| \frac{\partial T_e}{\partial r} \right| \sim \frac{2}{5} \frac{m_e}{n_e k^2 T_e} v_e^{(g)} n_e \times \\ &\times \left[\frac{v_e}{4} \frac{m_e V_{e\psi}^2}{2} \eta_e^{(\varepsilon)} + V_{is} \left(e \Delta \varphi - \frac{1}{2} k T_e \right) \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

При этом потенциальный барьер вблизи ди-

электрических поверхностей равен, а вблизи металлической близок к плавающему:

$$e \Delta \varphi_f = \frac{1}{2} k T_e \ln \frac{m_i}{2 \pi m_e}. \quad (34)$$

Выводы

Представлена математическая модель процессов в индукционных высокочастотных источниках плазмы и электронов. Приведены предварительные оценки глубины магнитного скин-слоя и токового слоя. Сформулированы граничные условия.

Литература

1. Росси Б. Введение в физику космического пространства / Б. Росси, С. Ольберт. – М.: Атомиздат, 1974. – 392 с.

Поступила в редакцию 6.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Оранский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В ІНДУКЦІЙНИХ ВИСОКОЧАСТОТНИХ ДЖЕРЕЛАХ ПЛАЗМИ І ЕЛЕКТРОНІВ

А.В. Лоян, С.Ю. Нестеренко, Ш. Рошанпур, О.І. Цаглов

В наближенні однокомпонентної магнітної гідродинаміки представлено математичну модель процесів в індукційних високочастотних джерелах плазми і електронів. Рівняння записано у двовимірній формі в представленні про аксіальну симетрію задачі. Перенос імпульсу описано рівнянням в'язкості, в якому враховано вплив магнітного поля на дисипативні процеси у розрідженому середовищі. Наведено попередні оцінки глибини магнітного скин-шару і шару струму. Сформульовано граничні умови, які описують потоки часток, імпульсу і енергії на поверхні пристрою.

Ключові слова: ВЧ-іонізація, джерело плазми, джерело електронів.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESSES IN INDUCTIVE HIGH FREQUENCY SOURCES OF PLASMA AND ELECTRONS

A.V. Loyan, S.Yu. Nesterenko, Sh. Roshanpur, O.I. Tsaglov

Mathematical model of the processes in inductive high frequency sources of plasma and electrons is represented in single component magnetic hydrodynamics approximation. Equations are written in two-dimension form in the supposition about axial symmetry of task. Motion transition is described by viscosity equation considering magnetic field influence on dissipative processes in rarified substance. Preliminary estimations of magnetic skin layer and current layer thickness are represented. Boundary conditions are written considering particles, motion and energy flow on device surfaces.

Key words: RF-ionization, plasma source, source of electrons.

Лоян Андрей Витальевич – канд. техн. наук, ст. научн. сотр. кафедры двигателей и энергоустановок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: a.loyan@khai.edu.

Нестеренко Сергей Юрьевич – канд. техн. наук, доцент кафедры двигателей и энергоустановок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: thrust@d4.khai.edu.

Рошанпур Шахрам – аспирант кафедры двигателей и энергоустановок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: sh.roshan2002@gmail.com.

Цаглов Александр Игоревич – инженер 3-й категории, аспирант кафедры двигателей и энергоустановок летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.