

CARTOLARIZZAZIONE E MODELLI DI CREDIT RATING PER CBO

NICOLETTA BALDINI

SOMMARIO. La stima della distribuzione delle perdite derivanti da rischio di credito, associata ad un certo portafoglio, è tutt'oggi oggetto di dibattito. Nel caso di operazioni di cartolarizzazione la sensibilità a questo tipo di problema deriva dal fatto che a fronte del portafoglio di collateral vengono emesse delle note il cui payoff dipende dalla percentuale di perdite che si verificano.

Il livello di rischio del portafoglio e delle note emesse è valutato dalle agenzie di rating utilizzando modelli proprietari. Le agenzie tendono a non rivelare i dettagli dei loro modelli in modo da riservarsi la valutazione insindacabile del rating. Da qui la necessità per lo strutturatore di operazioni di cartolarizzazione di un lavoro di *reverse engineering* sui detti modelli in modo da far rientrare anche la definizione del portafoglio di collateral fra le variabili oggetto di ottimizzazione. Nel caso in cui lo strutturatore non conosca i meccanismi tramite i quali l'agenzia valuta il portafoglio di collateral, il rating assegnato alle note è un vincolo; viceversa potendo disporre di strumenti che "simulino" la risposta delle agenzie, il rating diventa un obiettivo e l'asset allocation di portafoglio il mezzo per raggiungerlo.

1. INTRODUZIONE

Il mercato della cartolarizzazione si è notevolmente sviluppato negli ultimi anni conquistando una posizione di tutto rispetto nel panorama finanziario internazionale. Lo sviluppo in Italia di questo tipo di operazioni è da ricondursi ad un insieme di fattori che vanno dall'esistenza di adeguate masse di crediti cartolarizzabili alla necessità per gli intermediari finanziari di migliorare la propria redditività.

In Italia la cartolarizzazione è stata disciplinata attraverso la legge 30 aprile 1999, n.130¹, *Disposizioni sulla cartolarizzazione dei crediti*: trattasi di una legislazione speciale che costituisce una deroga alla disciplina generale dal punto di vista del diritto civile e tributario, nonché in tema di contabilità.

La cartolarizzazione può essere definita come quel processo tramite il quale un insieme di attività costituenti un cosiddetto "asset pool" (o "collateral portfolio") viene ceduto a titolo oneroso ad una società allo scopo costituita, la SPV (*Special Purpose Vehicle*); il cash flow generato da queste attività serve poi per far fronte al pagamento dei titoli emessi dall'SPV. Tali titoli, generalmente definiti *Asset-Backed Securities* (ABS) sono venduti ad investitori (principalmente istituzionali) sul mercato dei capitali.

Tipicamente a fronte di un portafoglio cartolarizzato vengono emesse più tipologie di titoli (*tranche*)² che si differenziano fra loro per caratteristiche finanziarie e grado di seniority (ovvero l'ordine di priorità nel pagamento di interessi e capitale). I titoli senior sono generalmente liquidi e vengono scambiati sul mercato con spread

Date: 31/12/2001.

Versione preliminare.

Si desidera ringraziare il prof. U. Cherubini per le preziose discussioni e gli utili commenti. Le opinioni espresse e le eventuali inesattezze riguardano esclusivamente l'autore e non coinvolgono in alcun modo l'istituto di appartenenza.

¹pubblicata sulla Gazzetta Ufficiale n.111 del 14 maggio 1999

²quando la tranche è unica si parla di *repackaging*

su Euribor molto ridotti; d'altro canto i titoli delle tranches junior sono molto più illiquidi e vengono scambiati con uno sconto rispetto a titoli corporate con analoghe caratteristiche finanziarie (principalmente a causa del rischio liquidità e del rischio modello che incorporano).

A seconda del tipo di attività oggetto di cartolarizzazione parleremo di CBO (*Collateralized Bond Obligations*), CLO (*Collateralized Loan Obligations*), MBS (*Mortgage Back Securities*), RMBS (*Residential Mortgage Back Securities*), e così via³ (d'ora in avanti useremo il termine CDO, *Collateralized Debt Obligations*, per riferirci a generiche operazioni di cartolarizzazione).

Il presente lavoro si limita all'analisi di CBO, operazioni di cartolarizzazione in cui l'asset pool è costituito da corporate bonds, credit default swap ed ogni altra forma di titolo di debito compresi gli strumenti ibridi costituenti il capitale noti come Tier1, Tier2 o Tier3. All'interno di questa categoria possiamo ulteriormente distinguere:

- CBO statici: l'asset pool è costituito da un portafoglio definito al momento della chiusura della transazione ed immodificabile fino a scadenza;
- CBO dinamici: l'asset pool è identificato tramite le sue caratteristiche, ma viene attivamente gestito dal collateral manager durante la vita dell'operazione.

La qualità creditizia degli ABS è valutata da agenzie di rating internazionali (Moody's, Standard&Poor's, FitchIBCA le principali) in base a modelli proprietari.

Il presente documento vuol riferire principalmente il lavoro di *reverse engineering* che è stato necessario svolgere per capire i modelli (*cash flow models*) in base ai quali le agenzie assegnano il rating a strutture di CBO. Tale compito, lungi dall'essere un puro esercizio teorico, è un passo fondamentale per permettere allo strutturatore di poter costruire al meglio le transazioni di cartolarizzazione. Tali operazioni, infatti, necessitano spesso di un lungo dibattito con le agenzie per la definizione delle condizioni (caratteristiche dell'asset pool, garanzie accessorie e struttura del passivo dell'SPV) che garantiscano il raggiungimento del rating obiettivo: conoscendo i parametri ed i modelli utilizzati dalle agenzie, l'originator può selezionare il portafoglio ottimale da cartolarizzare, ovvero quello che permetta il raggiungimento dei propri obiettivi in termini di rating e redditività.

L'operazione di reverse engineering si rende necessaria perché le agenzie di rating non fanno una "full disclosure" dei loro modelli, preferendo restare insindacabili arbitri dei rating assegnati.

L'obiettivo che le agenzie hanno cercato di raggiungere nella definizione dei loro modelli di credit scoring è assai ambizioso, e cioè costruire un impianto generale che fosse quanto più possibile standardizzato ed in grado di cogliere gli aspetti rilevanti di rischio di qualunque portafoglio. Tale analisi richiede la conoscenza di dati spesso imprecisi o difficili da stimare (ad es. term structure delle probabilità di default dei singoli asset in portafoglio e la correlazione, time dependent, fra probabilità di default) per i quali è necessario ricorrere ad ipotesi.

I modelli formulati dalle agenzie si differenziano fra loro sotto i seguenti aspetti:

- caratteristiche del collateral portfolio prese in considerazione
- interventi "cautelativi" effettuati sul portafoglio prima di stimarne la distribuzione delle perdite
- full valuation dell'asset pool o uso di un portafoglio ridotto
- definizione degli scenari sotto i quali valutare il portafoglio

In questa sede verranno messe in luce le ipotesi e le metodologie implementate dalle agenzie Moody's e Standard&Poor's, ed una loro applicazione ad un caso

³Per una trattazione completa si rimanda a [For01].

concreto. Vedremo come i modelli possano discostarsi nella valutazione del grado di rischio di uno stesso portafoglio, risultando più o meno sensibili a variazioni nel grado di diversificazione dello stesso.

Il presente lavoro è così organizzato: nella sezione 2 sono commentati alcuni punti disciplinati dalla legge n.130; nella sezione 3 vengono analizzate in generale le caratteristiche di operazioni di cartolarizzazione, verrà inoltre fornita una veloce panoramica sulle tipologie di tali contratti. La sezione 4 si sofferma sui soggetti coinvolti in operazioni di cartolarizzazione e le loro funzioni di payoff. La sezione 5 sarà dedicata all'esposizione del modello di S&P's mentre la sezione 6 a quello di Moody's. Nella sezione 7 verranno espone le motivazioni che hanno portato le agenzie di rating a sviluppare i loro modelli sulla base dell'expected loss (anziché sulla probabilità di default). Nella sezione 8 viene affrontato un caso concreto: un portafoglio viene valutato con entrambe le metodologie, e vengono posti in evidenza debolezze e punti di forza dei due modelli di credit scoring. La sezione 9 conclude.

2. ASPETTI NORMATIVI DELLA CARTOLARIZZAZIONE IN ITALIA

In Italia la cartolarizzazione è stata disciplinata attraverso la legge 30 aprile 1999, n.130 ⁴, *Disposizioni sulla cartolarizzazione dei crediti*. L'art.1, definisce l'ambito di applicabilità della legge stessa a tutte le "operazioni di cartolarizzazione realizzate mediante cessione a titolo oneroso di crediti pecuniari, sia presenti sia futuri, individuabili in blocco se si tratta di una pluralità di crediti"; la legge quindi non specifica la tipologia di crediti cedibili e non stabilisce nemmeno se la cessione debba avvenire pro soluto o pro solvendo ⁵, la definizione di questo aspetto viene lasciata all'accordo fra le parti ⁶.

Le attività che possono essere utilizzate per costituire l'asset pool sono le più varie: crediti al consumo, crediti commerciali, corporate asset, mutui su proprietà commerciali e residenziali ⁷, e così via: in generale possiamo affermare che oggetto di cartolarizzazione può essere qualunque asset il cui valore possa essere stimato con relativa precisione e che generi un flusso futuro di rendimenti prevedibile e stabile.

Nonostante tale pluralità di sottostanti, i fondamenti dei diversi tipi di cartolarizzazione sono comuni; alla lettera b) del comma 1 dell'art.1 viene introdotto il principio base dell'*asset segregation*: le attività costituenti l'asset pool rappresentano l'unica garanzia per il pagamento dei relativi ABS emessi (in particolare il rischio di credito dell'ABS non dipenderà più dalla società cedente i crediti). La legge, ispirandosi all'esperienza dei paesi anglosassoni che si avvalgono del cosiddetto *Special Purpose Vehicle* (SPV), stabilisce che l'operazione di cartolarizzazione debba essere condotta da un'apposita società avente come oggetto esclusivo la realizzazione di una o più operazioni di cartolarizzazione. I crediti relativi a ciascuna delle operazioni costituiscono un patrimonio separato fra loro e da quello dell'SPV. Su ciascun portafoglio non sono ammesse azioni da parte di creditori diversi dai

⁴pubblicata sulla Gazzetta Ufficiale n.111 del 14 maggio 1999

⁵La legge non stabilisce cioè se il cessionario assume o meno su di sé il rischio di mancato pagamento a scadenza dei crediti ceduti.

⁶Per la definitiva uscita del credito dall'attivo del cedente ed il conseguente beneficio a livello di ratios patrimoniali sarà necessaria oltre alla cessione pro soluto la definitiva eliminazione dal bilancio del cedente di ogni connesso rischio economico.

⁷Da notare che la legge non discrimina l'oggetto di cartolarizzazione in ragione della solvibilità del creditore: è possibile definire asset pool costituiti da crediti in bonis, a basso rischio, forniti di idonee garanzie, ceduti da parte degli operatori con fini di mobilitazione del capitale, oppure da crediti in sofferenza, ceduti da parte di aziende in difficoltà, con lo scopo prevalente di pulizia dei bilanci.

portatori dei relativi ABS. Le somme corrisposte da parte dei debitori ceduti devono essere destinate in via esclusiva dalla SPV al soddisfacimento dei diritti che vengono incorporati nei titoli emessi nonché al pagamento dei costi dell'operazione.

La legge (art.2) approfondisce peraltro l'aspetto relativo alla tutela degli investitori definendo l'informazione che deve essere contenuta nel prospetto informativo da allegarsi all'operazione, prevedendo un ulteriore elemento di tutela nel caso in cui l'offerta si rivolga ad investitori non professionali, e cioè di offerta al pubblico: la valutazione del merito di credito deve avvenire da parte di un'agenzia di rating ammessa dalla Consob.

Nonostante la legge non preveda la necessità di forme di garanzia accessorie gli operatori generalmente ricorrono a *credit enhancement*, cioè garanzie che assicurino gli investitori dal rischio di mancata performance del portafoglio. Spesso è lo stesso originator a prestare garanzia (*internal credit enhancer*) concedendo un prestito subordinato all'SPV o costituendo un fondo speciale di riserva, attraverso *overcollateralization*, cioè dotando l'SPV di un asset pool il cui valore nominale ecceda quello dei titoli emessi o infine detenendo l'equity tranche⁸.

La Relazione al provvedimento indica diverse alternative riguardo la configurazione giuridica della società emittente i titoli: società veicolo, vehicle company, special trust o fondo d'investimento mobiliare chiuso, esplicitamente regolamentato dalla Banca d'Italia. La scelta fra queste alternative comporta differenti modalità di smobilizzo degli attivi ed incide sulla natura stessa delle attività emesse⁹.

Il *servicer*, in una operazione di cartolarizzazione, assolve alla riscossione dei crediti ceduti e ai servizi di cassa e pagamento indicati all'art.2, comma3, lettera c). Nel caso la società cedente i crediti sia una banca, potrà essere la stessa ad assumere il ruolo di servicer per conto del cessionario nei riguardi del debitore: in tal modo il debitore originario continua a corrispondere quanto dovuto direttamente alla banca cedente, la quale mantiene quindi un rapporto di clientela con il debitore.

3. CARATTERISTICHE DELLE OPERAZIONI DI CARTOLARIZZAZIONE

Una operazione di cartolarizzazione può essere completamente descritta dalle seguenti caratteristiche:

- attività sottostanti
- struttura di tranching
- scopo
- struttura creditizia

Gli asset cartolarizzati possono essere i più disparati; l'esposizione al rischio di credito di tali attività può essere ottenuta con l'acquisto effettivo da parte dell'SPV o sinteticamente tramite un *credit default swap*.

Il tranching è definito in modo tale da minimizzare i costi di funding per l'SPV. Una tipica struttura prevede una nota "super-senior" con rating AAA; una tranche AA o A, una BBB, una BB ed infine l'equity tranche *unrated*. Nella maggior parte delle operazioni di cartolarizzazione le tranche più senior costituiscono la maggior parte del finanziamento del veicolo (l'ammontare delle altre tranche si aggira attorno

⁸Esempi di *external credit enhancement* possono essere lettere di credito o polizze assicurative; in questi casi l'investitore è esposto al rischio di credito di "terze parti" e quindi il rating dell'ABS dipenderà dalla qualità creditizia dell'istituzione che presta garanzia. Un'alternativa può essere il *cash collateral account*: l'emittente prende a prestito l'ammontare di credit enhancement richiesto e lo investe in attività a breve termine poco rischiose; il collateral account si configura a tutti gli effetti come un deposito di cash. Altra soluzione può essere quella di costituire un conto nel quale l'SPV versi gli avanzi di cassa: tale conto verrà utilizzato come riserva di liquidità.

⁹Va indicato che tra il tipico SPV e la società per la cartolarizzazione dei crediti prevista dal nostro legislatore sussistono notevoli differenze, formali e sostanziali (vedi [Maz99]).

al 5% – 15% del nominale complessivamente emesso). Le tranche più junior hanno lo scopo di proteggere le senior dalle perdite che si possono verificare nel portafoglio di collateral e per questo motivo i loro acquirenti sono retribuiti con alti coupon.

L'esperienza ha mostrato che gli investitori preferiscono in genere posizioni estreme sul rischio di credito, acquistando i titoli super-senior o la tranche equity. Di conseguenza con l'andar del tempo si è andata diffondendo la necessità di cartolarizzare di nuovo le tranche di CDO che avevano ottenuto rating intermedi, per emetterne titoli super-senior ed equity.

Circa le finalità con le quali sono strutturati CDO si possono distinguere due grandi gruppi:

- (1) cartolarizzazioni con finalità di bilancio
- (2) cartolarizzazioni con finalità di arbitraggio

Nel primo caso i CDO sono originati dagli stessi detentori degli asset da cartolarizzare, ad esempio banche commerciali, con lo scopo:

- di abbattere le perdite derivanti da determinate posizioni creditizie, crediti incagliati o in sofferenza (*non performing loans*) che saranno venduti con un forte sconto
- di liberare capitale, ed in tal caso si cartolarizzeranno i migliori crediti presenti in bilancio, che permetteranno di aggiudicarsi spread migliori

In entrambi i casi la cartolarizzazione viene vista come un mezzo che permette di finanziarsi tramite parti individuabili e separate dell'attivo, a differenza di quanto avviene nel caso di emissione di prestito obbligazionario.

Nel caso invece di arbitrage CDO l'operazione di cartolarizzazione è ispirata da asset managers e investitori dell'equity tranche: i primi guadagneranno una commissione di gestione dell'asset pool (anche se spesso loro stessi investono nell'equity tranche o legano le commissioni al rendimento delle tranche junior); i secondi con lo scopo di guadagnare lo spread fra rendimento post-default e costo di finanziamento ("funding gap").

Un CDO può avere una struttura creditizia basata sul valore di mercato o sul cash flow, a seconda del meccanismo di protezione dalle perdite delle note. Nel primo caso viene periodicamente controllato il valore di mercato dell'asset pool e nel caso in cui risultasse inferiore al nominale delle note emesse si dovrebbe procedere alla sua liquidazione per ripagare, per quanto possibile, i titoli emessi (per approfondimenti si rimanda a [Fla01]).

Nel caso di cash flow CDO, di gran lunga il tipo di struttura più diffuso, vengono emessi titoli in misura tale che le entrate attese dell'asset pool (nelle componenti interessi e capitale, dati gli eventi di default che si verificano) siano sufficienti a coprire i pagamenti. I due fattori che determinano la qualità delle tranche di debito emesse sono la rischiosità dell'asset pool ed il livello di protezione della struttura. La stima del valore atteso del cash flow si basa su tre elementi principali:

- probabilità di default dei singoli asset e default schedule degli stessi
- correlazione fra eventi di default, positiva nel caso gli asset tendano a cadere congiuntamente in default, negativa nel caso opposto
- loss severity, cioè la perdita effettivamente riscontrata nel caso di default; essa varia per settore industriale e tribunale di competenza

In un cash flow CDO diversi sono i meccanismi che possono essere implementati per preservare la struttura di seniority. Innanzi tutto l'ordine sequenziale di pagamento delle tranche; in secondo luogo l'uso di "test di copertura" in base ai quali indirizzare i flussi in entrata. I due principali test sono:

- test di *over-collateralization*, ovvero il rapporto fra il valore nominale dell'asset pool e quello di ciascuna tranche

- test di copertura degli interessi, calcolato come rapporto fra una media delle entrate attese per interessi dall'asset pool ed il coupon di ciascuna tranche

Tipicamente per cash flow CDO si richiede che l'asset pool soddisfi una serie di requisiti, volti ad assicurarne la qualità creditizia, come ad esempio concentrazione settoriale e geografica, rating medio e vita media, livelli minimi di recupero in caso di default e coupon minimi.

4. SOGGETTI COINVOLTI IN UN'OPERAZIONE DI CARTOLARIZZAZIONE E LORO PAYOFF

Una operazione di cartolarizzazione può essere interpretata come un *Basket Credit Derivative* il cui payout dipende dalla perdita complessiva registrata da un dato portafoglio creditizio in un orizzonte temporale definito; in generale quindi il payoff dipenderà dalla distribuzione delle perdite e quindi dai percentili della stessa.

Nella sua forma più semplice in un Percentile Basket Credit Derivative il "protection seller" risarcirà il "protection buyer" per le perdite riscontrate fino all' $\alpha\%$, oltre il quale le perdite ricadranno completamente sul protection buyer.

Indichiamo con L_α il percentile α -esimo della loss distribution e con L la perdita effettivamente riscontrata. In una operazione di cartolarizzazione, costituita ad esempio da due sole tranche, il detentore della nota junior (protection seller) riceverà a scadenza l' $\alpha\%$ del totale nominale del portafoglio meno le perdite realizzate. Se le perdite eccedono l' $\alpha\%$ ($L > L_\alpha$) la differenza si scaricherà sulla senior tranche. Il detentore della nota senior riceverà $(1 - \alpha)\%$ del nominale complessivo iniziale meno le perdite eccedenti L_α .

A scadenza il payout delle due tranche sarà:

$$\begin{aligned}\Pi(S, \alpha) &= (100 - L_\alpha) - \max[L - L_\alpha, 0] \\ \Pi(J, \alpha) &= L_\alpha - \min[L_\alpha, L] = \max[L_\alpha - L, 0]\end{aligned}$$

Detenere la senior note equivale ad avere una posizione lunga in uno zero coupon bond e una corta su una opzione call sulla perdita del basket con strike L_α ; la nota junior equivale invece al payout di una opzione put (con strike L_α) ([Li99]). Minore è l'expected loss rate maggiore sarà il valore della put, viceversa per la call. Si può dimostrare ([Esp01]) che il payout della mezzanine tranche definita sul range di percentili (α, β) sarà:

$$\Pi(M, \alpha, \beta) = (L_\beta - L_\alpha) - \max[L - L_\alpha, 0] + \max[L - L_\beta, 0]$$

La mezzanine tranche può essere interpretata come una posizione su uno zero coupon ed un call spread.

Si può aumentare il valore dell'equity tranche:

- mantenendo basso l'expected loss rate (L_α)
 - (1) la posizione long put della junior note risulta maggiormente in-the-money;
 - (2) la opzione call della senior e mezzanine note risulta out-the-money, e poiché la posizione sarebbe short la nota acquista valore;
- aumentando la volatilità
 - (1) l'opzione put della junior note aumenta di valore;
 - (2) l'opzione call della senior note aumenta di valore, ma essendo una posizione short la senior tranche ne risulta penalizzata;
 - (3) l'effetto per la mezzanine note non è univoco ma dipenderà dalla posizione relativa del tasso di default rispetto agli strike del call spread (anche se normalmente l'effetto è negativo poiché il tasso si troverà più vicino allo strike minore portando il vega della short call a dominare quello della long call).

Risulta evidente che la massimizzazione del payoff dell'equity tranche può comportare un peggioramento nel livello di protezione delle tranche senior. Per questo motivo le agenzie di rating impongono una serie di vincoli che mirano a mantenere basso il tasso di default atteso, richiedendo che sia mantenuto un rating medio di portafoglio entro certi limiti, ma cercano anche di controllare il modus di conseguimento dello stesso, cercando di mantenere basso il livello di volatilità.

I soggetti coinvolti in una operazione di cartolarizzazione sono i seguenti:

- (1) asset manager: ovvero colui che gestisce il collateral portfolio. Gestire un CDO è compito diverso dalla normale gestione di portafoglio a causa della struttura dell'operazione e dei vincoli imposti dalle agenzie di rating. La selezione di un "buon" gestore è un punto molto delicato cui le agenzie e gli stessi sottoscrittori pongono grande attenzione. Importante è anche la definizione di un sistema di incentivi che ne garantisca un'operatività nell'interesse degli investitori. Una delle pratiche più diffuse al riguardo consiste nel legare buona parte delle commissioni del gestore alla performance dell'operazione, oppure tramite l'acquisto stesso da parte del gestore di una parte dell'equity tranche ¹⁰.
- (2) agenzia di rating
- (3) swap counterparty: talvolta le strutture di CDO prevedono la chiusura di operazioni di (interest rate o currency) swap allo scopo di abbassare il rischio derivante da mismatch fra flussi in entrata ed in uscita
- (4) generalmente è la stessa società a svolgere i ruoli di trustee e di servicer, curando l'incasso dei flussi dall'asset pool ed il pagamento alle note emesse; periodicamente viene redatto un documento con l'indicazione dello status del collateral portfolio e la distribuzione del cash alle tranche
- (5) l'arranger è colui che si occupa della strutturazione dell'operazione di cartolarizzazione, dai rapporti con le agenzie di rating al collocamento delle tranche
- (6) talvolta è prevista la partecipazione di un soggetto che presta garanzia sulle note senior

5. MODELLO DI CREDIT RATING DI STANDARD&POOR'S

Per assegnare il rating a strutture di CBO Standard&Poor's esegue una serie di stress test sulla distribuzione delle perdite attese calcolata per il collateral portfolio.

Le informazioni richieste dal modello di S&P's sul portafoglio di collateral sono l'ammontare nominale e la scadenza di ciascun asset, l'emittente e il rating dello stesso (da notare che in questo caso il rating deve essere quello dell'emittente e non dell'emissione), ed il settore industriale di appartenenza.

Poiché il modello ipotizza perfetta correlazione fra settori industriali, grande enfasi viene posta sulla diversificazione dell'asset pool fra gli stessi, in modo da abbassare il rischio che si verifichino contemporaneamente più eventi di default. Allo scopo di incoraggiare la costruzione di collateral portfolios diversificati, il modello di S&P's prevede un sistema di penalizzazione in base al quale se il portafoglio risultasse troppo concentrato su certi settori industriali il rating di tutti gli asset appartenenti a detti settori sarebbe abbassato di uno o più livelli a seconda del grado di concentrazione (*Notching Ratings*).

In particolare se la concentrazione fosse compresa fra l'8% ed il 12% i rating subirebbero il downgrading di una posizione, se fosse fra il 12% ed il 16% di tre

¹⁰tale meccanismo di incentivi può comportare problemi nel momento in cui l'opzione call dell'equity tranche sia out of the money

posizioni mentre se fosse superiore al 16% i ratings verrebbero abbassati di quattro o più posizioni ¹¹.

Per il portafoglio così modificato viene stimata la distribuzione delle perdite prendendo come probabilità di default dei singoli asset quella derivata dal rating “aggiustato” ¹².

Per esemplificare come S&P’s calcola la loss distribution prendiamo in considerazione il caso di un portafoglio costituito da due posizioni x_A e x_B sugli asset A e B; supponiamo che le probabilità di default siano rispettivamente π_A e π_B ed il recovery rate sia nullo. Il payoff del portafoglio dipende dai default che si verificano ($D_A D_B$):

	D_B	ND_B
D_A	$x_A + x_B$	x_A
ND_A	x_B	0

TABELLA 1. Perdite possibili nei diversi stati del mondo per un portafoglio composto da due posizioni x_A e x_B

Ai quattro scenari vanno attribuite delle probabilità che dipenderanno dal grado di correlazione fra gli asset. I valori di tali probabilità per gli scenari estremi di perfetta correlazione positiva e negativa possono essere calcolati come limiti di Fréchet.

Lo scenario più rischioso è quando A e B sono perfettamente comonotone: nella tabella seguente sono riportate le probabilità dei diversi payoff.

	D_B	ND_B
D_A	$\min(\pi_A, \pi_B)$	$\max(\pi_A - \pi_B, 0)$
ND_A	$\max(\pi_B - \pi_A, 0)$	$(1 - \pi_A) - \max(\pi_B - \pi_A, 0)$

TABELLA 2. Probabilità degli scenari nel caso A e B perfettamente comonotone

La massima perdita stimata sarà data da:

$$(x_A + x_B) \cdot \min(\pi_A, \pi_B) + x_A \cdot \min(\pi_A - \pi_B, 0) + x_B \cdot \max(\pi_B - \pi_A, 0) + 0 \cdot ((1 - \pi_A) - \max(\pi_B - \pi_A, 0))$$

Ad esempio sia P il portafoglio composto dalle due posizioni $x_A = 10$ e $x_B = 20$ ciascuna con probabilità di default rispettivamente $\pi_A = 2\%$ e $\pi_B = 5\%$; la perdita massima attesa sarà:

$$ExpectedLoss = 30 \cdot 2\% + 20 \cdot 3\% = 1.2$$

Quanto sopra riportato è stato ottenuto sotto l’ipotesi worst case di perfetta correlazione positiva. Da notare che in valore atteso la perdita attesa sarebbe costante anche nel caso di perfetta correlazione negativa o di indipendenza.

Nel primo caso le probabilità dei diversi scenari sarebbero:

$$ExpectedLoss = 30 \cdot 0\% + 10 \cdot 2\% + 20 \cdot 5\% = 1.2$$

Nel caso di indipendenza:

¹¹In questo caso S&P’s si riserva di valutare caso per caso il livello di penalty da applicarsi.

¹²In realtà prima di procedere al calcolo della loss distribution viene eseguito un ulteriore controllo sui rating di tutti gli emittenti per i quali valga una relazione del tipo “affiliated”: per tali posizioni viene riconosciuto un solo *obligor* e i rating specifici di ciascun emittente vengono sostituiti da un rating medio ponderato calcolato utilizzando probabilità di default date dai rating, notched, e dalla scadenza (procedendo per interpolazione lineare, senza arrotondamenti).

	D_B	ND_B
D_A	$\max(\pi_A + \pi_B - 1, 0)$	$\min(\pi_A, 1 - \pi_B)$
ND_A	$\min(\pi_B, 1 - \pi_A)$	$\max(1 - \pi_A - \pi_B, 0)$

TABELLA 3. Probabilità degli scenari nel caso A e B siano perfettamente contromonotone

	D_B	ND_B
D_A	$\pi_A \cdot \pi_B$	$\pi_A \cdot (1 - \pi_B)$
ND_A	$\pi_B \cdot (1 - \pi_A)$	$(1 - \pi_A) \cdot (1 - \pi_B)$

TABELLA 4. Probabilità degli scenari nel caso A e B siano indipendenti

$$ExpectedLoss = 30 \cdot 0.1\% + 10 \cdot 1.9\% + 20 \cdot 4.9\% = 1.2$$

In tutti e tre questi scenari estremi il valore atteso della perdita non cambia, ma la distribuzione delle perdite sarà molto diversa (vedi Figura 1 e Figura 2).

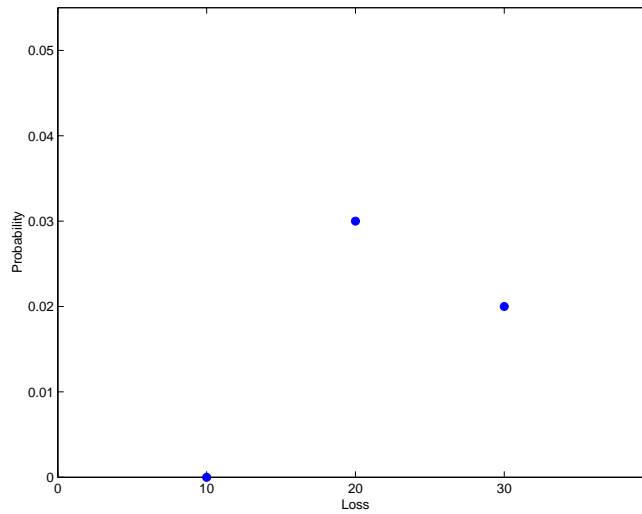


FIGURA 1. Loss distribution del portafoglio P con A e B perfettamente comonotoni; $\mathbb{E}(P) = 1.2$ $Var(P) = 28.56$

I valori dei primi due momenti delle tre distribuzioni di perdite calcolate sotto gli scenari estremi di perfetta correlazione positiva e negativa e di indipendenza sono:

	Valore Atteso	Varianza
A e B comonotone	1.2	28.56
A e B indipendenti	1.2	20.96
A e B contromonotone	1.2	20.56

TABELLA 5. Valore atteso e varianza delle loss distribution calcolate per gli scenari estremi

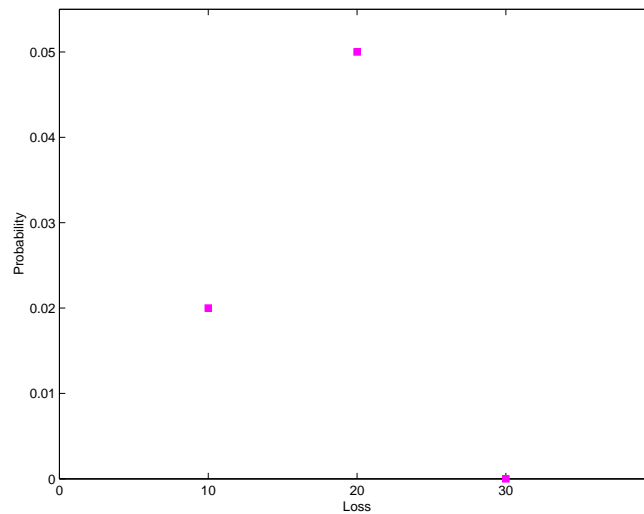


FIGURA 2. Loss distribution del portafoglio P con A e B perfettamente contromonotoni; $\mathbb{E}(P) = 1.2$ $\text{Var}(P) = 20.56$

Dai dati emerge quanto già noto in partenza, ovvero che il caso di asset comonotoni determina la distribuzione più rischiosa. Il modello di S&P's effettua le stime di loss distribution sotto l'ipotesi worst case di perfetta correlazione positiva.

Secondo il modello di S&P's il portafoglio P viene trasformato in posizioni su due nuovi asset l'uno con importo nominale di 30 e probabilità di default 2%, l'altro con valore nominale 20 e probabilità di default 3%.

Praticamente, scorrendo gli obligors vengono sommate le posizioni nominali e calcolate le differenze nelle probabilità di default in ordine inverso, applicando quanto descritto sopra per due asset in modo ricorsivo.

Si ottiene così la loss distribution che indica, per ogni livello di perdita, la massima probabilità con la quale si può verificare quel determinato payoff.

A seconda del rating obiettivo della transazione la distribuzione è sottoposta a stress test. I fattori moltiplicativi che vengono applicati sono quelli di seguito riportati.

Vediamo come lo stress test ha lo scopo di garantire quanto più possibile il rispetto dei limiti massimi di default per i livelli di investment grade (ovvero rating fino a BBB). Dalla tabella che riporta per rating e vita residua i valori stimati di default rate, viene un tasso di default "soglia" (*loss threshold*) ricavato in corrispondenza di ciascun rating e della WAM (weighted average maturity) di portafoglio.

Si confrontano quindi tali livelli soglia con quelli ricavati dallo stress test condotto sulla distribuzione stimata delle perdite attese.

Il rating che S&P's assegnerà sarà il maggiore fra quelli che superano lo stress test, ovvero per il quale il tasso di default atteso sia inferiore al livello soglia individuato.

Il modello di S&P's valuta il portafoglio di collateral sempre secondo una "full evaluation" cioè non si utilizza alcun portafoglio semplificato di replica. L'analisi del rischio è condotta sotto le ipotesi più cautelative possibili, attraverso l'utilizzo della tecnica del notching e della valutazione worst case di correlazione.

In realtà la forma di tutela derivante dal downgrading per portafogli che risultino molto concentrati non soddisfa appieno soprattutto considerando che la classificazione all'interno di un dato settore industriale di taluni obligor (multinazionali o holding) può risultare particolarmente imprecisa.