

Выборы и статистика: казус «Единой России» (2009)

А. Шень

22 октября 2009

Аннотация

В этом обзоре собраны графики, отражающие статистику российских выборов (прежде всего в Мосгордуму 2009 года) и опубликованные в открытой печати и сети Интернет (см. блог Сергея Шпилькина rodmoskovnik.livejournal.com и далее по ссылкам). Объясняется смысл этих графиков и на их примере иллюстрируется процесс выбора статистических гипотез.

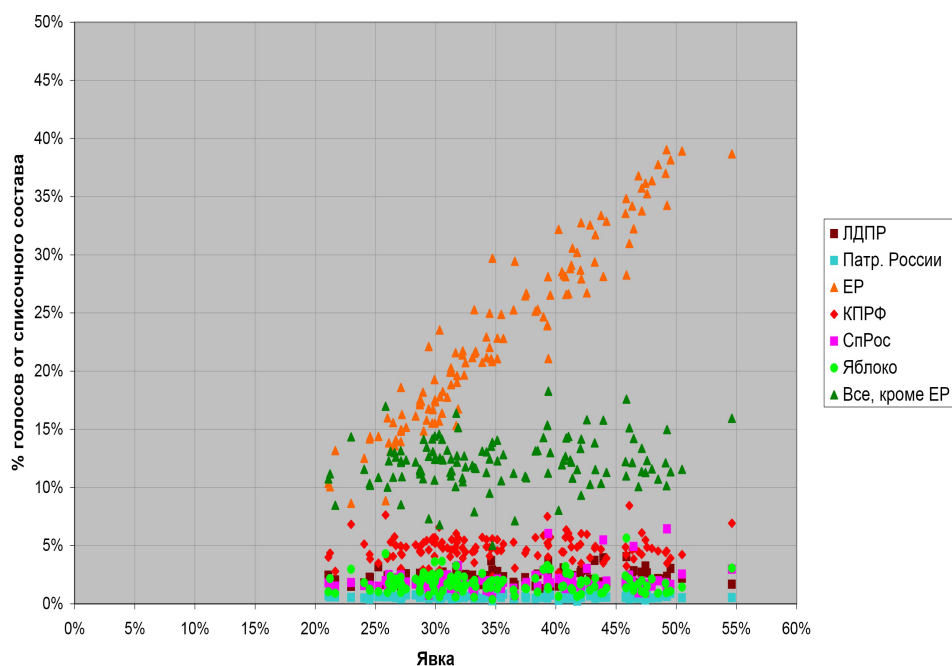


Рис. 1. Данные по районам [3]; добавлена сумма всех партий, кроме «Единой России»; рисунок растянут по вертикали, чтобы сделать масштабы по осям примерно равными.

1. Графики и обсуждение

Данные голосования на выборах в Мосгордуму 2009 года были опубликованы в интернете (на официальном сайте избиркома [2]), и всякий желающий мог их списать и анализировать. Авторы «Живого Журнала» (livejournal.com) построили на основе этих данных графики (рис. 1, 2) и высказали предположение о том, что на этих выборах на этапе подсчёта голосов имели место подтасовки. (Другие этапы тоже любопытны, но заслуживают отдельного обсуждения.) Мне кажется, что этот случай («казус», как говорят юристы) интересен и с точки зрения знакомства с окружающей действительностью, и как иллюстрация некоторых простейших методов математической статистики.

Это предположение обсуждалось в различных печатных и сетевых публикациях, в том числе критически (см., например, забавную паническую отповедь [4]).

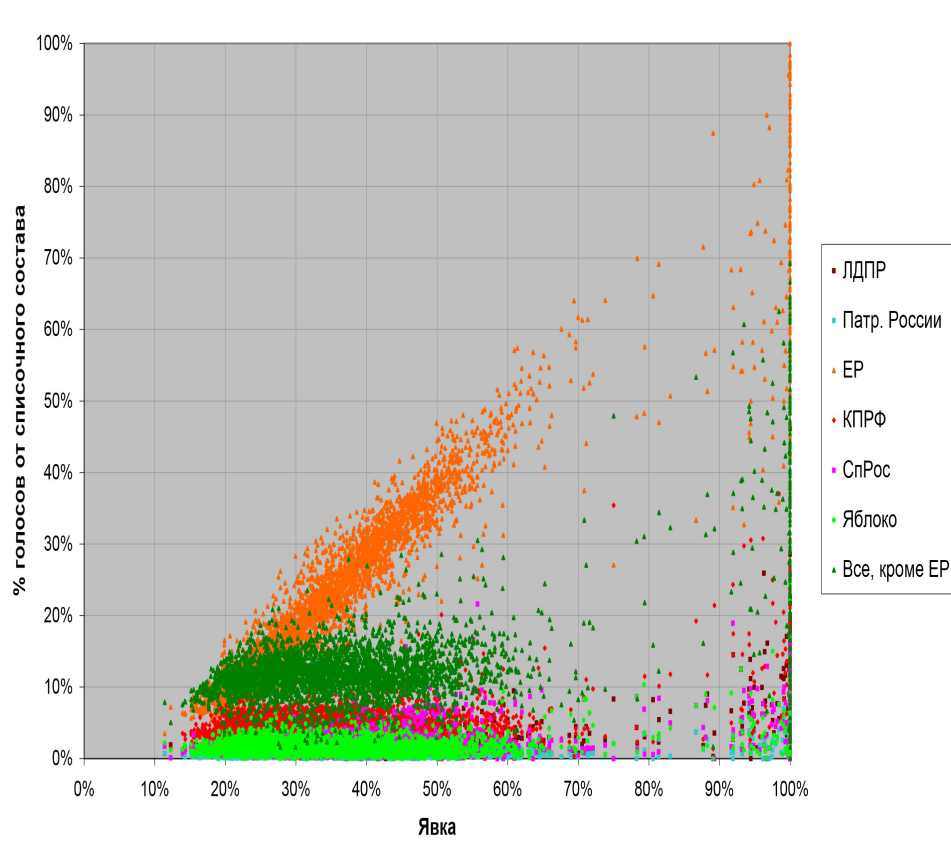


Рис. 2. Данные по участкам [1]; добавлена сумма всех партий, кроме «Единой России»; рисунок растянут по вертикали, чтобы сделать масштабы по осям примерно равными.

2. О статистических доказательствах

Может ли вообще статистика что-то доказать? Нет, если мы понимаем доказательство «математически» (как сказал бы Достоевский) — как нечто, что не может быть опровергнуто никакими новыми данными и наблюдениями. Сразу по многим причинам:

- **Вероятность и достоверность.** Допустим, вы играете в казино в рулетку (будем для простоты считать выигрыш и проигрыш равновероятными) и проигрываете двадцать раз подряд? Можно ли считать доказанным, что казино жульничает? Большинство скажет, что да: первый проигрыш случается в половине случаев, два проигрыша — в четверти случаев (половина из этой половины), три проигрыша — в одной восьмой и так далее, так что двадцать проигрышей подряд — это примерно один шанс на миллион, пренебрежимо мало. С другой стороны, если в игре участвуют миллионы людей, скорее всего с кем-то такое случится и при честной игре со стороны казино. (См. обсуждение в [5, 6, 7], о простейших понятиях теории вероятностей можно прочесть в [8].)
- **Априорные вероятности гипотез.** Пытаясь оценить (по наблюдениям) различные варианты объяснений (статистические гипотезы, как говорят), мы исходим из некоторых начальных представлений о их правдоподобии. В теории вероятностей это называют «формулой Байеса», которую можно пояснить на таком примере. Пусть при болезни А симптом Х появляется в 90% случаев, в при болезни Б — в 10% случаев. Врач видит больного с симптомом Х. Что более вероятно — болезнь А или Б? На первый взгляд — А, но на самом деле ответ зависит от «априорных вероятностей»: если болезнь А редкая (один случай на миллион), а Б — более частая (один случай из тысячи), то среди обладателей симптома Х преобладают жертвы болезни Б (посчитайте в качестве упражнения, во сколько раз их больше: должен получиться ответ $111\frac{1}{9}$).
- **Математические модели.** Наконец, выбор математической модели ещё ничего не означает. Скажем, в нашем первом примере можно обвинить владельцев казино в жульничестве. Но тот же самый результат может быть следствием, скажем, проседания грунта, в результате чего первоначально горизонтальная рулетка наклонилась. В этом случае злого умысла нет, а есть халатность — хотя математически ситуации неотличимы.

Всё это к тому, что от статистического анализа нельзя ждать окончательных ответов (тем более в «социальных науках»). Легенда про Колмогорова говорит, что после его первого научного доклада (на тему истории Руси) ему сказали, что его доказательство убедительно, но этого мало, хорошо бы иметь и независимые подтверждения — после чего он занялся наукой, где таких независимых подтверждений не требуется (математикой). Так и здесь — статистические наблюдения имеют смысл лишь в сочетании с другими обстоятельствами, и при этом желательно понимать самому, в чём именно состоит статистическая аргументация (а не полагаться на специалистов)

Так что попробуем немного разобраться с этими графиками с выборов.

3. Что изображено на графиках

Представим себе, что на одном из участков явились все 100% избирателей, и из них 60% проголосовали за партию А, а 40% — за партию Б. Изобразим эти результаты на графике (рис. 3) в виде двух точек: по горизонтали отложим явку в диапазоне от нуля то 100%, а по вертикали — доли сторонников. (Партия А на цветном рисунке

изображается синим, а Б — красным.) На другом участке, допустим, при явке в 50% соотношение сил такое же: 60% из пришедших проголосовали за А, остальные 40% за Б. Это означает, что 30% списочного состава проголосовали за А и 20% списочного состава проголосовали за Б.

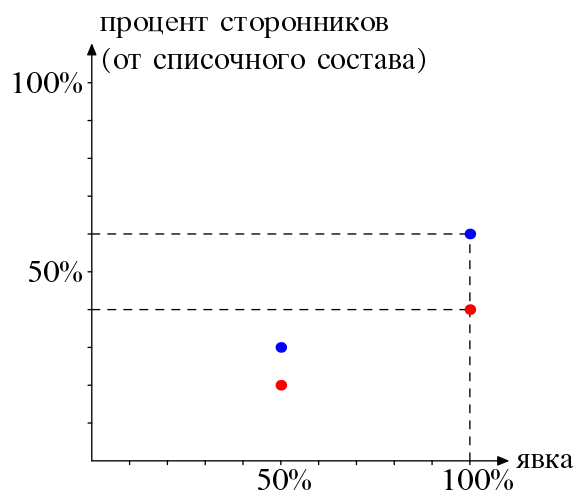


Рис. 3. Представление данных на графике

На таком графике

- каждому участку соответствует набор точек (по одной каждого цвета — для каждой партии):
- сумма вторых координат этих точек (суммарная доля проголосовавших за какую-либо из партий) не больше первой координаты (явки); равенство означает, что не было унесённых или недействительных бюллетеней.

Можно было бы составить другой график, откладывая по вертикальной оси процент сторонников от числа явившихся (как это обычно делается на выборах). Но наш график более наглядно отражает некоторые линейные закономерности, как мы увидим.

Именно так построены графики рис. 1 и 2. Но перед тем, как внимательно смотреть на эти графики, полезно потренироваться и ответить на несколько контрольных вопросов.

- Как будет выглядеть график, если на всех участках явка одна и та же (скажем, 50%)? [Ответ: все точки будут на вертикальной прямой с абсциссой 50%.]
- Как будет выглядеть график, если явка всегда составляет 100% и все голосуют за одну партию? [Ответ: точки для этой партии будут в правом верхнем углу (100%, 100%), точки для остальных — на оси абсцисс под ними.]
- Как будет выглядеть график, если явка колеблется от 0 до 100%, но все приходящие голосуют за одну партию? [Ответ: точки этой партии лягут на прямую, идущую из начала координат под углом 45°, точки других партий будут на оси абсцисс.]

- Как будет выглядеть график, если явка колеблется от 0 до 100%, но все приходящие забирают бюллетени с собой? [Ответ: все точки будут на оси абсцисс.]

Теперь мы уже готовы посмотреть на график рисунка 1. Вот что можно заметить, глядя на него:

- Явка колеблется примерно от 20% до 55%.
- Светло-коричневые точки (партия «Единая Россия») образуют облако, близкое к наклонной прямой.
- Тёмно-красные точки (КПРФ) образуют облако, близкое к горизонтальной прямой.
- Во всех районах результат ЕР больше результата КПРФ (точки ЕР выше точек КПРФ с той же абсциссой);
- Разрыв этот тем больше, чем больше явка: на результат КПРФ явка влияет мало (облако почти горизонтально), а на результат ЕР существенно: повышение явки с 20% до 30% приводит к увеличению проголосовавших за ЕР почти на те же 10% списочного состава: от 10% до 20%; дальнейшее повышение явки на 10% до 40% даёт рост ещё почти на 10% до 30%, и так далее: прямая идёт под наклоном чуть меньше 45°.

Аналогичный вид имеет и график по участкам (рис. 2), но есть и некоторые отличия:

- Есть небольшое количество точек с большой явкой и большим разбросом результатов. (Это не удивительно, так как есть участки с небольшим числом голосующих, скажем, в больницах, и там результаты сильно зависят от местных случайностей. На общих результатах это сказывается мало из-за небольшого числа участников.)
- Заметно, что количество проголосовавших за другие партии (в частности, КПРФ и «Яблока») не растёт с ростом явки, а даже, похоже, немного убывает при увеличении явки от 40% до 60%). Это не относится к участку небольшой явки (15–20%).

4. Варианты объяснений

Для начала обсудим, чем может быть вызван такой заметный разброс по явке. Его трудно списать на индивидуальные случайности — участки в основном большие (тысячи человек), и если бы, скажем, каждый бросал монетку, чтобы решить, идти или не идти на выборы, то колебания явки были бы порядка 5% (как учит теория вероятностей, размах колебаний убывает пропорционально $1/\sqrt{N}$ при N независимых испытаниях). Но в принципе ничего удивительного в разбросе нет: если участок в неудобном месте, или на дверях подъездов не было объявлений, то можно ожидать существенно меньшего числа голосующих. Если же, скажем, избирательные комиссии, как в советское время, ходили по квартирам напоминать, голосующих могло быть больше. Бывают избирательные участки в общежитиях.

Удивительно другое: что этот фактор (или комбинация факторов) действует так избирательно: почти все дополнительно пришедшие, как обнаруживается из графика, голосуют за «Единую Россию». Как это можно объяснить?

Одно из возможных объяснений такое: реально пришло народу гораздо меньше, чем утверждается (около 20%, как в районе начала графика), а в результатах голосования были подтасовки: были вброшены дополнительные бюллетени за «Единую Россию» или просто изменены цифры в протоколах. (Если допустить саму возможность вброса, то не удивительно, что вбрасываются бюллетени за «партию власти».) Небольшое уменьшение в правой части, правда, так не объясняется — тут надо дополнительно предположить, что в некоторых местах был не только вброс, но и перераспределение голосов.

Альтернативное объяснение состоит в поиске возможного фактора, который создаёт разброс в явке на участках и действует только на голосующих за «Единую Россию». Например, можно считать, что сторонники других партий тверды в своём выборе (пойти голосовать за эти партии или бойкотировать выборы) и призывы принять участие в голосовании на них никак не действуют, но сильно влияют на участие в выборах голосующих за «Единую Россию». Как указывалось в обсуждениях в Livejournal [12], «подобный эффект должен получаться автоматически при наличии инертной массы, которая поддерживает едро, и очень активных сторонников других партий, которых, однако, очень мало. Тогда явка зависит в основном от того, насколько у едра получится отомобилизовать своих избирателей. Ну и процент за едро тоже будет расти от этого». (Но надо ещё предположить, что нет сторонников других партий, которые ленятся идти на выборы, но сходят, если про это им будут напоминать — ведь напоминают всем подряд, а не только любителям «едра». Важное обстоятельство, которое не всегда замечают: тот факт, что сторонники одних партий ходят на выборы чаще, чем сторонники других, сам по себе лишь меняет соотношение голосов, но не объясняет разброса явки по участкам.)

Другой комментатор [13] предлагает возможный конкретный механизм: «Имея опыт организации розничной торговли и общественного питания на избирательных участках на выборах в Санкт-Петербурге в 1997 году, могу сказать, что явка избирателей на участках, где все было организовано по высшему разряду (100 грамм + бутерброд за смешные деньги) была в три раза выше, чем на участках, где избирателям предлагали только чай и булочки». Чтобы это объяснение сработало, надо ещё предположить, что любители «Единой России» падки на халявную закуску и выпивку (что ещё можно себе представить) и что сторонники других партий (в том числе коммунистической!) к ней совершенно равнодушны (что выглядит менее правдоподобно).

Ещё одно возможное объяснение — принудительное голосование за «Единую Россию» больших групп с понуждением их к конкретному выбору. (Но это уже приближается к вбросам, особенно если одни и те же люди голосуют многократно или голосуют за других.)

Наконец, можно предположить, что избирательные участки Москвы отличаются по составу населения и их можно разбить на группы, для каждой из которых характерна своя явка и свои распределения предпочтений по кандидатам. (Сходная гипотеза была выдвинута в [29]). Но тогда остаётся без объяснения, почему все эти гипотетические группы хорошо укладываются на одну прямую (наклонную для «Единой России» и почти горизонтальные для остальных). См. ниже обсуждение статьи [29].

5. Обсуждение гипотез

Мы видим, что оценка правдоподобности предлагаемых объяснений остаётся неформальной, и представляют интерес другие данные, которые могут поддержать ту или иную гипотезу. Среди них есть и статистические данные, и, что называется, anecdotal evidence.

5.1. Неожиданные пики

На рис. 4 показана так называемая «гистограмма»: для каждого числа от 1 до 100 по вертикали отложено количество участков, на которых был именно такой процент голосов за «Единую Россию». Видны пики на 70%, 75%, 80%, 85%, которые можно объяснить наличием «контрольных нормативов», которым старались следовать при подтасовках. В принципе, конечно, это можно считать и случайным совпадением.

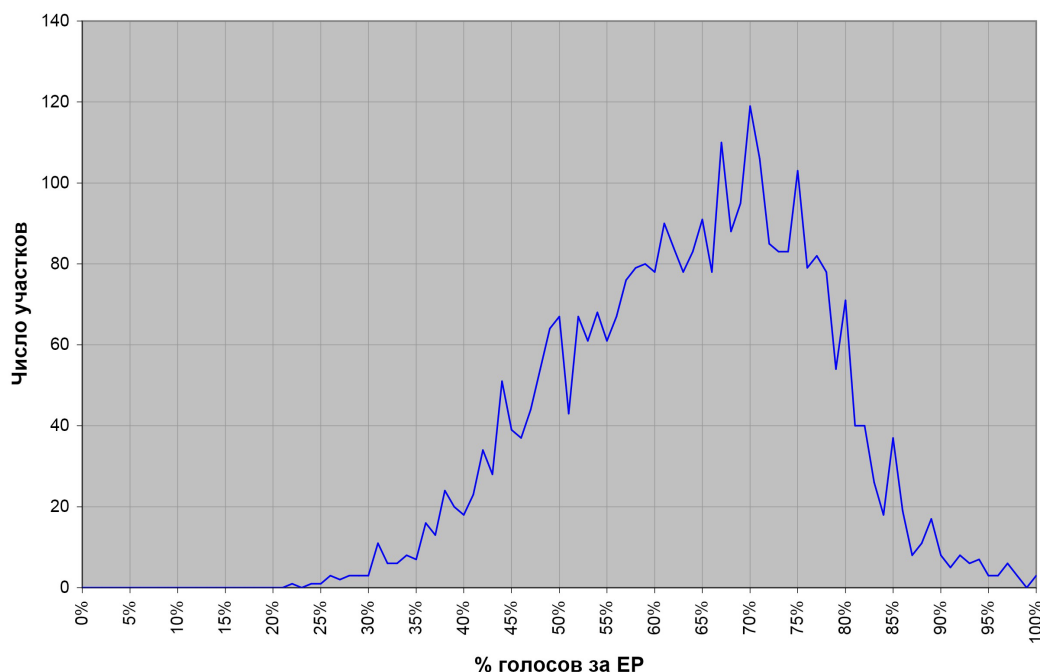


Рис. 4. Количество участков, где «Единая Россия» получила данный процент голосов (гистограмма), выборы в Мосгордуму 2009 года [9]

Любопытно сравнить это с аналогичной гистограммой для «явки» на выборах 2007 года в Госдуму (рис. 5) и для выборов президента в 2008 году (рис. 6). Там тоже заметны характерные пики на «круглых» числах, но для явки, а не для процента «Единой России».

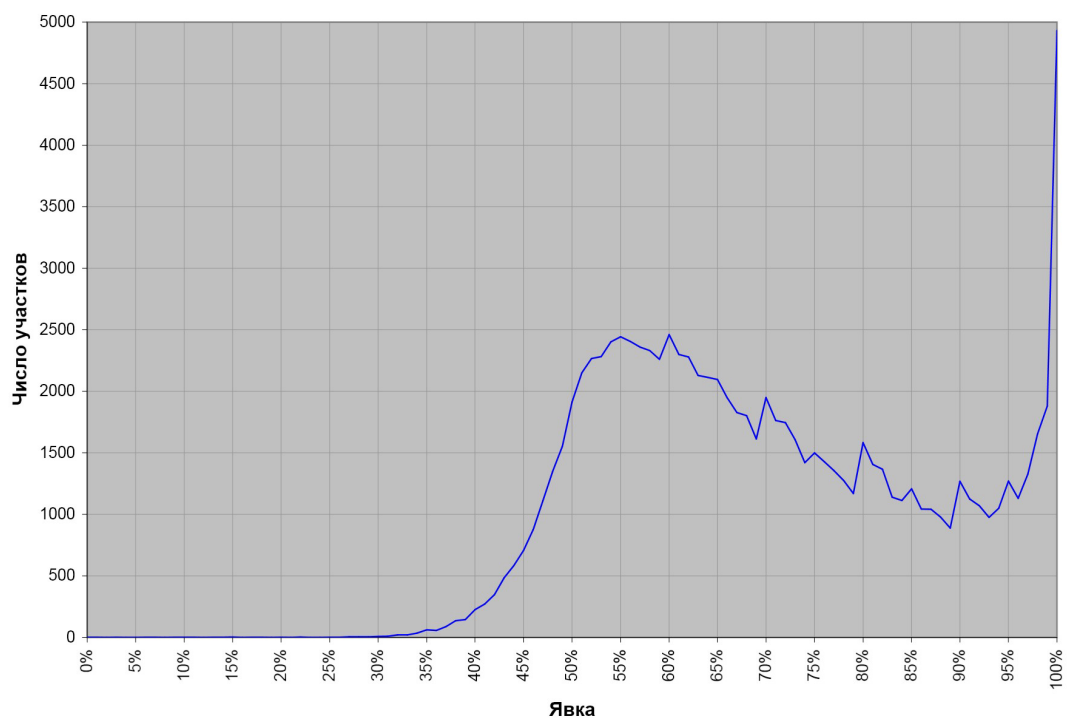


Рис. 5. Количество участков, где зарегистрирована данная явка (гистограмма), выборы в Госдуму 2007 года [10]

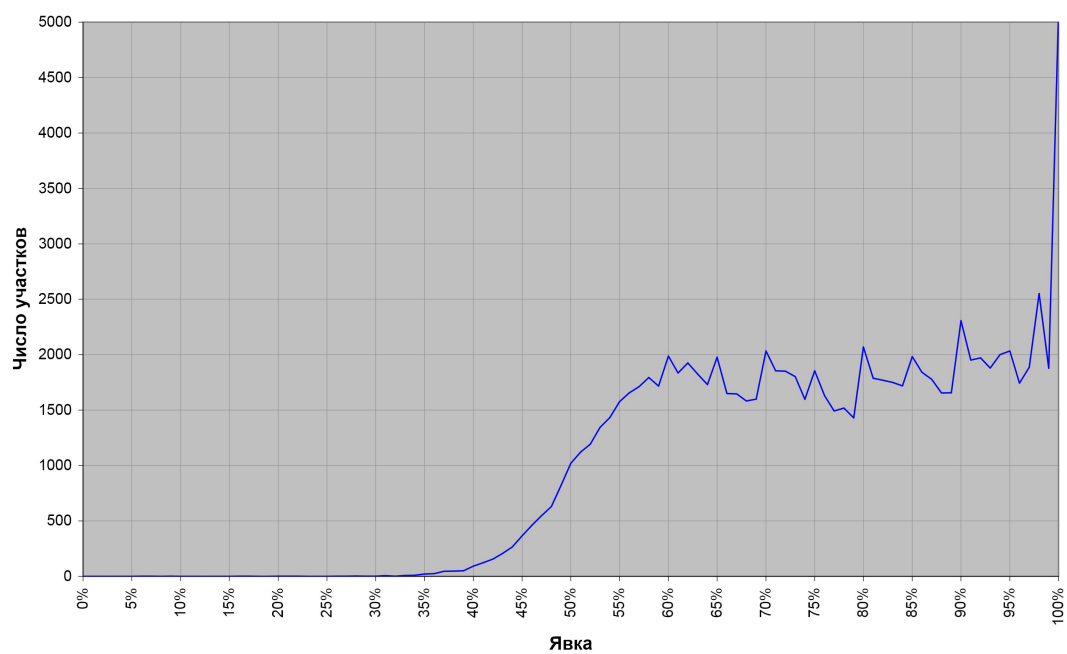


Рис. 6. Количество участков, где зарегистрирована данная явка (гистограмма), выборы президента 2008 года [15]

Интересно сравнить это с комментариями А. Шмелёва [14], где он говорит о недостатках последних выборов по сравнению с предыдущими (но не в Госдуму, а весной 2008 года):

Не знаю как насчет статистики, но то, что на прошлых московских выборах не было таких вбросов — знаю точно. Там перед комиссиями ставилась другая задача: явку повысить. Поэтому даже там, где вбросы делались, фиктивные бюллетени, как правило, заполнялись за всех кандидатов пропорционально. Ну, и число этих вброшенных бюллетеней было несоизмеримо меньше — в среднем по 50 на участок. . .

Вероятно, некоторые комиссии и тогда проявляли «усердие не по разуму», но разрядка тогда была исключительно на явку, а не на результаты. Уж поверьте мне — сведения совершенно надёжные.

(Идея расчёта и пропорционального заполнения фиктивных бюллетеней на первый взгляд кажется слишком сложной для реализации; оценка в 50 фиктивных бюллетеней на участок не очень согласуется со статистикой, см. ниже о КОИБ.)

5.2. Данные КОИБ

КОИБ — это комплекс обработки избирательных бюллетеней, электронное устройство, которое прикрепляется к урне и сканирует бюллетени, избавляя от необходимости ручного подсчёта. Такие устройства использовались на части избирательных участков в Москве. Поскольку избиратель видит это устройство, уже придя на выборы, само их наличие должно мало влиять на явку (разве что какой-то любитель новой техники пришёл специально на них посмотреть). Тем не менее гистограммы явки на участках с ними и без них существенно отличаются (рис. 7–9): отсутствие КОИБ сдвигает график в сторону более высокой явки, наиболее это заметно на президентских выборах 2008 года. Это можно объяснить тем, что процедура фальсификации результатов усложняется, если при подсчёте применяется электронное устройство (надо пропускать бюллетени через него, а не просто увеличить цифру или вбросить пачку). Другого объяснения этого эффекта, кажется, не предлагалось; предположение о том, он объясняется концентрацией КОИБ в районах с особым составом жителей, не подтверждается при сравнении данных по участкам с КОИБ и без в одном районе или в соседних районах с близким составом жителей [30].

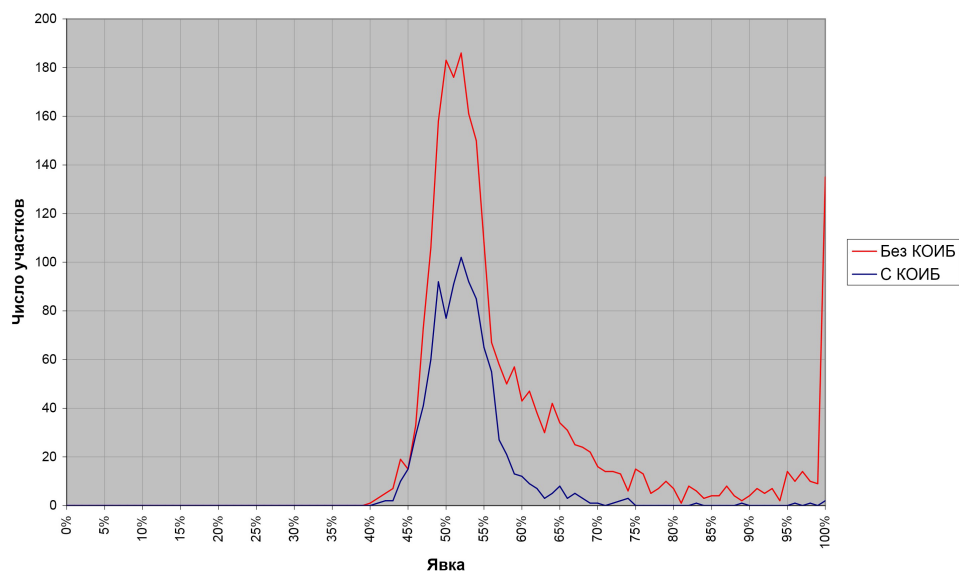


Рис. 7. Гистограмма явки по Москве с КОИБ и без в 2007 г., выборы Госдумы

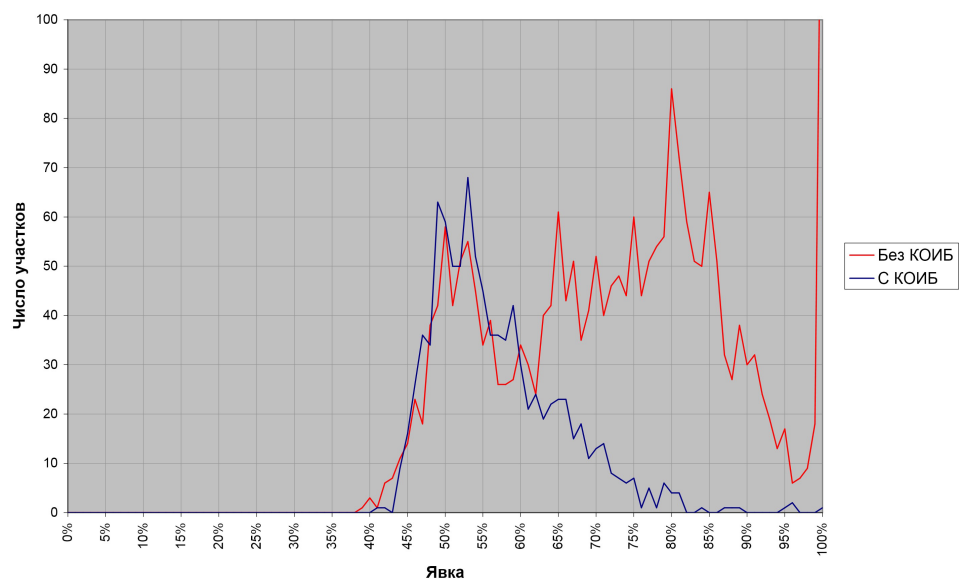


Рис. 8. Гистограмма явки по Москве с КОИБ и без в 2008 г., выборы президента

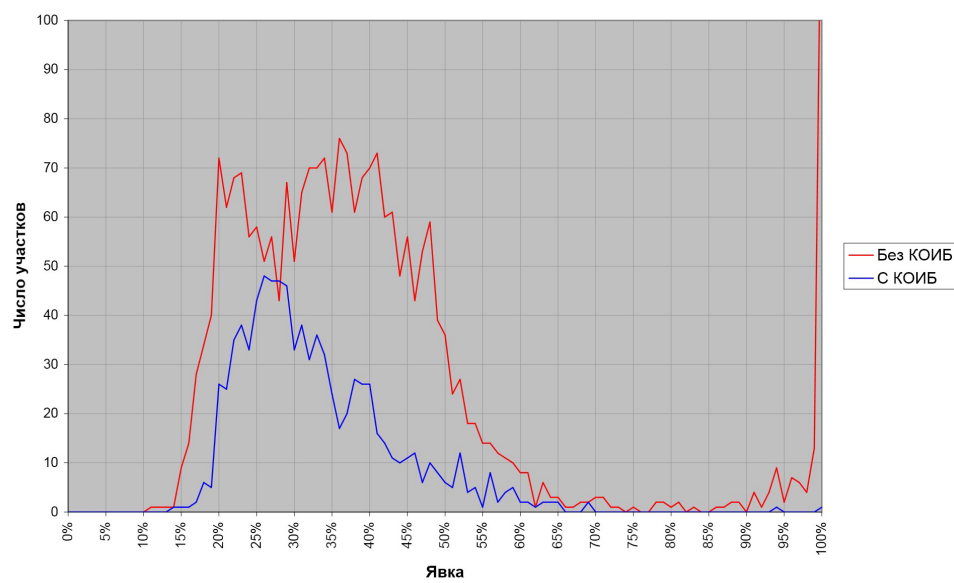


Рис. 9. Гистограмма явки по Москве с КОИБ и без в 2009 г., выборы Мосгордумы

5.3. Сравнение со статистикой других выборов

В работе [16] приводятся гистограммы явки по различным российским выборам, причём отдельно по областям и по национальным республикам. Выясняется, что их вид бывает разным: по областям вначале (1990-е годы) графики были близки к гауссову распределению («колокол»), а по республикам и по областям в более позднее время отчётливо наблюдается аномальный хвост в сторону высоких явок, примерно как на рисунках 5–6.

Для сравнения можно также взять гистограмму явки на выборах 2005 года в Польше (рис. 10), где тоже нет этого аномального хвоста.

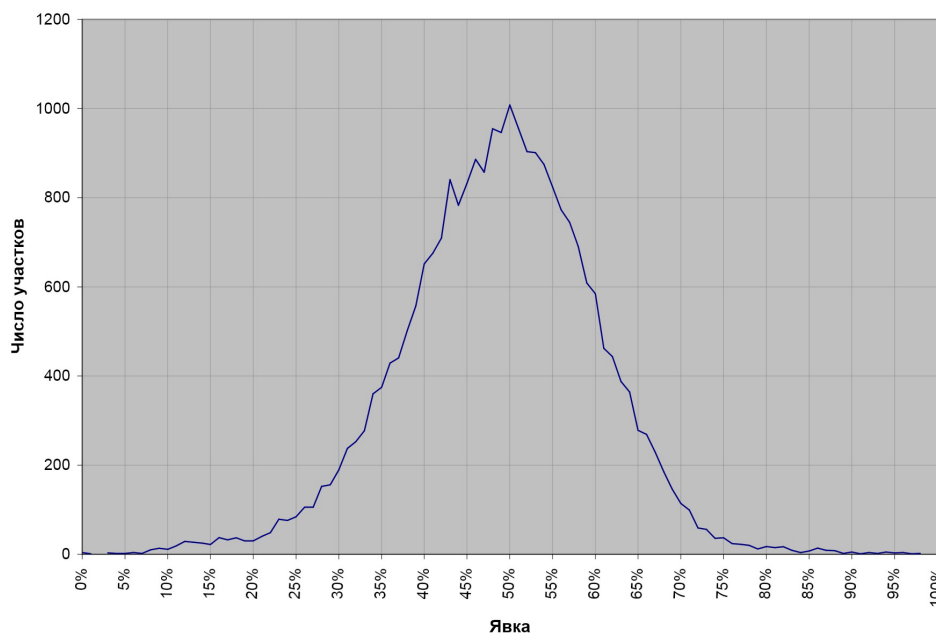


Рис. 10. Гистограмма явки на выборах 2005 года в Польше

Почувствительно сравнение гистограмм явки за разные годы (рис. 11 из [30]), которое решительно противоречит гипотезе о разделении участков на группы по социальному составу (выдвигаемой как объяснение в [29], см. ниже): вряд ли такое разделение могло появиться в 2008 году, если его не было раньше.

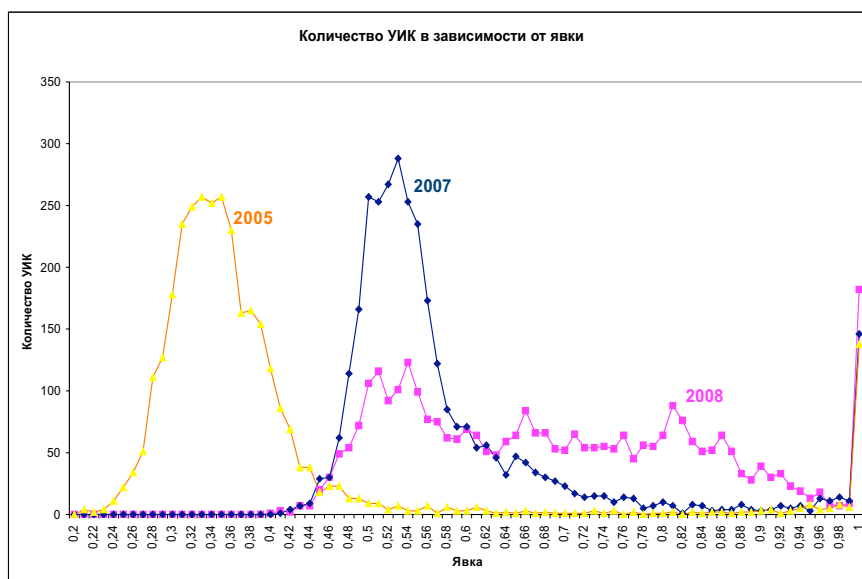


Рис. 11. Явка на трёх последовательных выборах в Москве

5.4. Отдельные случаи

Рассматривая эти случаи, нужно иметь в виду, что каждый отдельный рассказ проверить трудно (если вообще возможно) и в принципе его можно считать выдумкой или предвзятым изложением. Тем не менее эти случаи могут рассматриваться как иллюстрации и дополнительное подтверждение гипотез, сделанных при рассмотрении статистических данных. (Здесь отобраны рассказы о конкретных случаях от их непосредственных участников, а не оценки и рассуждения общего характера.)

- По утверждению Ивана Большакова [19], на участке 1702 партия «Единая Россия» получила 192 голоса (скан копии протокола) при официальных данных в 742 голоса (сайт избирательной комиссии); результаты остальных партий совпадают.
- По утверждению Игоря Яковлева [20], на участке 1701 число голосов «Единой России» при передаче данных в избирком было увеличено с 482 до 617 за счёт уменьшения голосов других партий (в том числе КПРФ: 121 → 81, «Справедливая Россия»: 81 → 61, «Яблоко»: 25 → 5).
- Член избирательной комиссии Андрей Клюкин «опровергает» сделанные накануне (как он говорит, спьяну) заявления (пересказать трудно, это надо смотреть) [25].
- Наблюдатель на участке 172 рассказывает о подтасовках при подсчёте числа выданных бюллетеней [23]. В комментариях рассказывается о согласовании результатов с территориальной избирательной комиссией в Хамовниках.
- Другой рассказ о согласовании в территориальной избирательной комиссии и о голосовании за других [24]
- Это уже не в Москве, а на одновременно проходящих выборах в Азове: видео скандала с обнаружением подготовленных к вбросу бюллетеней [26].
- Корреспондент журнала «Русский Newsweek» Мария Железнова рассказывает о том, как её выгнали из участковой избирательной комиссии после того, как она обнаружила вброс бюллетеней за «Единую Россию» и написала жалобу [27].
- На участке 192, где голосовал лидер «Яблока» Митрохин, не было обнаружено ни одного бюллетеня, поданного за «Яблоко» [21]. Как сообщает РИА «Новости» [22], «при повторном пересчете голосов 16 бюллетеней за „Яблоко“ были обнаружены в общей папке, где находились избирательные бюллетени, поданные за все партии, кроме „Единой России“».

5.5. Реакция Центризбиркома

В качестве ответа на критику на сайте Центризбиркома размещено несколько статей [28], из которых отчасти научный характер имеет только одна [29] (отметим очевидный конфликт интересов: один из авторов — председатель Центризбиркома). Её авторы пишут:

Обычно в статьях оппонентов дается анализ статистических данных по двум независимым параметрам, например, распределение количества участковых избирательных комиссий (УИК) в зависимости от явки и распределение голосов за кандидатов (партии) также в зависимости от явки. На основании анализа данных протоколов УИК, находящихся в открытом доступе [4], делается обычно один и тот же вывод: поскольку распределение (например, числа УИК в зависимости от явки) не соответствует нормальному закону распределения (закону больших чисел) относительно средней явки, то результаты выборов являются недостоверными.

Такой вывод можно было бы сделать, если бы мы имели дело с однородным массивом, как избирателей, так и УИК, которые, подчиняясь некоему случайному процессу, участвовали в выборах. Однако это не совсем так. Во-первых, сам процесс выборов отнюдь не случаен, т.к. слишком много факторов на него влияет [так в оригинале], а во-вторых, сам массив, как избирателей, так и УИК отнюдь не однороден.

Таким образом, авторы концентрируют внимание на одной претензии (характер распределения участков по явке) и предлагают объяснение: участки по своему месту нахождения делятся на несколько групп, и даже если в каждой группе распределение близко к нормальному, в итоговой гистограмме мы видим сумму. Это объяснение выглядит разумно и подтверждается приводимыми графиками отдельно для городских и сельских избирательных участков (воспроизводится здесь как рис. 12) по 25 регионам европейской части России (список в статье не указан).

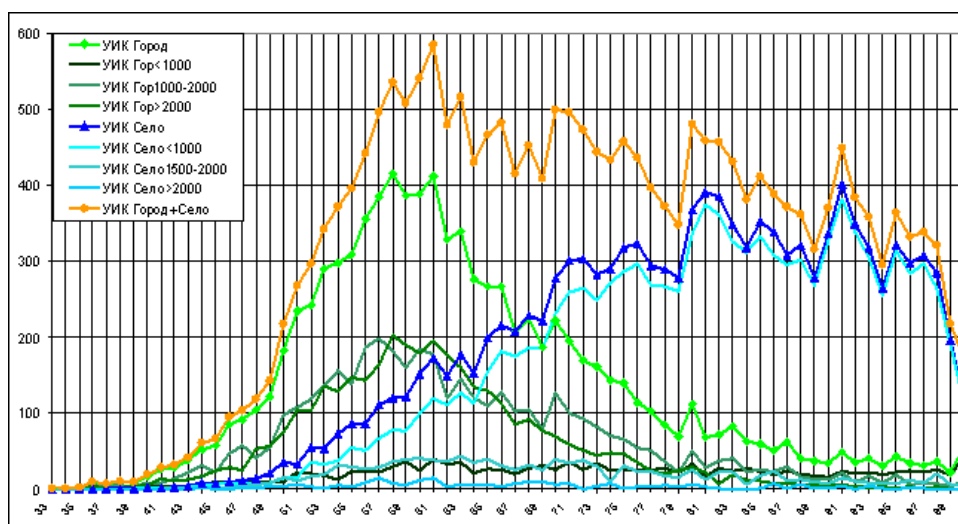


Рис. 12. Гистограмма явки на президентских выборах 2008 года по 25 регионам Европейской части России из [29], разделённая по типам участков

Однако авторы ничего не говорят о других странностях:

- Данные по Москве вряд ли можно объяснить разбиением на город и село, особенно с учётом различий по участкам с КОИБ и без них. Между тем в работах [30, 31, 32],

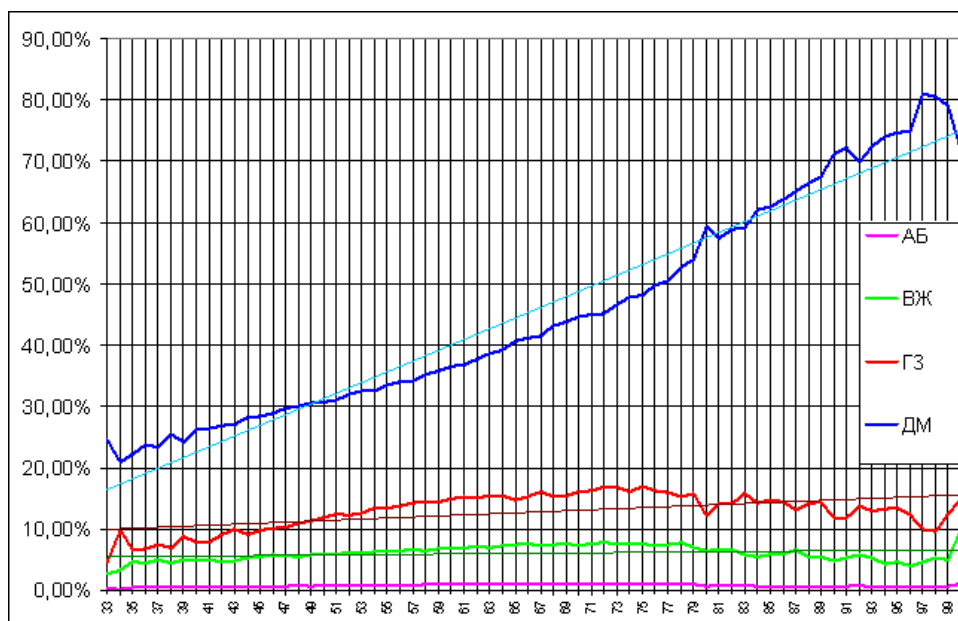


Рис. 13. График из [29], названный там «зависимость распределения голосов по кандидатам в процентах от списочного состава УИК в зависимости от явки».

цитируемых в [29], приводятся и данные по КОИБ, и сравнительные данные за разные годы по Москве (см. рис. 11). Отсутствие какого-либо упоминания основных возражений оппонентов и замена их данных на свои (без точного описания последних) производит впечатление научной недобросовестности.

- Никакое разбиение не может объяснить пики на общей гистограмме явки (рис. 6); интересно, что гистограмма в [29] нарисована с довольно неожиданным шагом в 3 процента, так что судить по ней, есть ли в этих регионах пяти- и десятипроцентные пики, трудно (а проверить независимо нельзя из-за отсутствия списка регионов); другие графики также нарисованы так, что проверить пяти- и десятипроцентные пики по ним нельзя. Отсутствие упоминания проблемы пиков и замена данных и способа их отражения усиливает впечатление научной недобросовестности.

Кроме того, авторы [29] без особых комментариев приводят ещё график, который, судя по всему, противоречит их собственным гипотезам (рис. 13). Они называют его «зависимость распределения голосов по кандидатам в процентах от списочного состава УИК в зависимости от явки (город)». Можно предположить, что он получен усреднением ординат в точках графика типа рис. 2, имеющим абсциссу в данном интервале (хотя от авторов научной статьи стоит ожидать более точного описания, не требующего догадок — заметим, что в статьях оппонентов, на которые они отвечают, приводятся корректные графики). Но если так, то это как раз противоречит идее авторов об однородности группы — поскольку в пределах этой группы воспроизводится странная закономерность рис. 2 (рост по явке вызывает рост голосов за Медведева, но не за остальных, у которых даже видно некоторое падение).

6. Заключение

Вернёмся к исходному вопросу: доказывают ли статистические данные наличие подтасовок на выборах в Мосгордуму? Со всеми сделанными оговорками о нематематическом характере вопроса лично я бы ответил на него так:

- по совокупности статистических и иных свидетельств гипотеза, объясняющая результаты выборов подтасовками, выглядит правдоподобной: *If it looks like a duck, swims like a duck and quacks like a duck, then it probably is a duck*;
- другие гипотезы вызывают сомнение как сильными (и пока никак не обоснованными) предположениями, так и отсутствием объяснений для части данных;
- в принципе, возможно, что новые данные изменят эту оценку, но пока сторонниками гипотезы честных выборов они не представлены и бремя доказывания лежит на них;
- судя по статистике, масштабы подтасовок достаточно значительны (десятки процентов);
- судя по статистике предыдущих выборов в последние годы, ситуация 2009 года не является исключительной, хотя есть данные, что ранее подтасовки могли иметь меньший размер.
- (last but not least) читатель может и должен составить своё собственное мнение по этому вопросу, используя приведенные ссылки на статистические данные и другую информацию.

Литература

- [1] График распределения голосов по участкам.
podmoskovnik.livejournal.com/56185.html (Блог Сергея Шпилькина)
- [2] Официальный сайт избиркома с данными о выборах в Мосгордуму 2009 года.
http://www.moscow_city.vybory.izbirkom.ru/region/moscow_city
- [3] График распределения голосов по районам.
uborshizza.livejournal.com/674242.html
- [4] Шпилькина грамота, <http://actualcomment.ru/daycomment/294/> (Под фотографией, открывающей публикацию, написано «Фото: Александр Шатилов», но означает ли это имя фотографа или имя автора публикации, не вполне ясно.
- [5] Успенский В.А., Семёнов А.Л., Шень А. Может ли индивидуальная последовательность нулей и единиц быть случайной? *Успехи математических наук*, 1990, том 45, вып. 1, с. 105–162.

- [6] Shen A. Algorithmic Information Theory and Foundations of probability. – In: *Reachability problems*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5727 (2009). Слайды доклада и текст:
<http://www.cmi.univ-mrs.fr/~ashen/nafit/nafit.html>
- [7] Борель Э. *Вероятность и достоверность*. М.: Физматгиз, 1969.
- [8] Шень А. *Вероятность: примеры и задачи*. М.: МЦНМО, 2008.
<ftp://ftp.mcsme.ru/users/shen/proba.pdf>
- [9] Гистограмма по результатам «Единой России»,
<http://capitan-blood.livejournal.com/74484.html>
- [10] Гистограмма по явке, выборы в Госдуму, 2007.
<http://podmoskovnik.livejournal.com/7227.html>
- [11] Анализ пиков явки с помощью математических методов,
<http://oude-rus.livejournal.com/52935.html>
- [12] Комментарий rico.livejournal.com:
<http://a-shen.livejournal.com/8782.html?thread=367182#t367182>
- [13] Комментарий ivalnick.livejournal.com:
<http://leonwolf.livejournal.com/106744.html?thread=3111928#t3111928>
- [14] Комментарий Александра Шмелёва, обозревателя издания ВЗГЛЯД.РУ,
<http://shmelev.livejournal.com/58689.html?thread=1339457#t1339457>
- [15] Гистограмма явки в Москве, выборы президента (2008).
<http://podmoskovnik.livejournal.com/16223.html>
- [16] Peter Ordeshook (Caltech), Misha Myagkov (University of Oregon), *Russian Elections: An Oxymoron of Democracy*, Caltech/MIT Voting Technology Project Working Paper # 63, March 2008,
http://vote.caltech.edu/drupal/files/working_paper/vtp_wp63.pdf.
 Анализу российских выборов посвящена также книга: Mikhail Myagkov, Peter C. Ordeshook, Dimitri Shakin, *The Forensics of Election Fraud: Russia and Ukraine*, Cambridge University Press, 2009 (к сожалению, недоступная при подготовке этого текста).
- [17] Гистограмма явки на думских выборах 2003 года, президентских выборах 2004 года, думских выборах 2007 года. Заметка написана до 2008 года и содержит предсказание аналогичных пиков на президентских выборах 2008 года (подтвердившееся, как видно из графиков).
<http://sergey-shulgin.livejournal.com/8056.html>
- [18] Данные по выборам в Канаде 2006 года (при сравнении надо иметь в виду, что на этом графике по вертикали откладывается процент голосов по отношению к участникам голосования).
<http://minns.ca/owen/item/election-canada-2006.shtml#share-by-turnout>

- [19] Иван Большаков (Яблоко), скан копии протокола и официальные данные.
http://community.livejournal.com/yabloko_party/180445.html
- [20] Игорь Яковлев, данные по 1701 участку.
<http://yakovlev-igor.livejournal.com/456910.html>
- [21] Копия протокола, в котором из 1020 бюллетеней нет ни одного за «Яблоко» и за ЛДПР. На этом участке голосовал лидер «Яблока» Сергей Митрохин.
<http://yakovlev-igor.livejournal.com/458430.html>
- [22] Сообщение РИА Новости.
<http://www.rian.ru/politics/20091023/190235224.html>
- [23] Рассказ наблюдателя на участке 172.
<http://dani444.livejournal.com/227832.html>
- [24] Виталий Резников рассказывает о том, что было в Пресненском районе.
<http://vreznikov.livejournal.com/51066.html>
- [25] Андрей Клюкин, видеозапись рассказа о подтасовках и «опровержение» на следующий день:
<http://www.youtube.com/watch?v=bJdma0-LPPc>,
<http://www.youtube.com/watch?v=QaQQkdwz-6k>
- [26] Видео скандала в Азове (обнаружение подготовленных для вброса бюллетеней)
<http://rutube.ru/tracks/2485992.html?v=8c6611d97a3934bbd37229b999a601d3>
- [27] Корреспондента Newsweek выгнали из участковой избирательной комиссии за жалобу на вброс бюллетеней в пользу «Единой России».
<http://runewsweek.ru/country/30719/>
- [28] Сайт Центральной избирательной комиссии Российской Федерации. Иллюзия нарушений.
<http://www.cikrf.ru/newsite/illuziya/>
- [29] Чуров В.Е., Арлазаров В.Л., Соловьёв А.В. Итоги выборов. Анализ электоральных предпочтений. В кн.: *Труды института системного анализа Российской академии наук. Сборник: математика и управление*. Под редакцией члена-корреспондента РАН профессора В.Л. Арлазарова и д.т.н. профессора Н.Е.Емельянова, ЛКИ, 2008. Цитируется по [28].
- [30] Андрей Бузин. Курс аномальной электоральной вероятности.
http://www.golos.org/IMG/doc/Arifmetika_kak_svidetel_.doc
- [31] Сергей Шпилькин. Обработка данных результатов федеральных выборов. Презентация.
http://www.golos.org/IMG/ppt/sakharov_080423.ppt
- [32] А.Е. Любарев. Статистические аномалии на федеральных выборах 2007-2008 годов. Презентация.
<http://www.golos.org/IMG/ppt/Lyubarev-stat-1.ppt>