Квантовое число – цвет, цветные кварки и КХД

(к 40-летию открытия квантового числа – цвет)

В.А.Матвеев и А.Н.Тавхелидзе*
(ИЯИ РАН)

Москва, 2005

I. Введение

Идея цветных кварков – фундаментальных фермионов, обладающих специфическим квантовым числом – цветом и являющихся наравне с лептонами элементарными составляющими материи, лежит в основе современных представлений элементарных частиц и микромира.

Когда в 1964 г. в работах Гелл-Мана [1] и Цвейга [2] была высказана гипотеза кварков – гипотетических частиц, из которых строятся все наблюдаемые сильновзаимодействующие частицы – мезоны и барионы, кварки мыслились как сугубо математические объекты, в терминах которых наиболее простым и изящным образом можно было описать обнаруженные к тому времени свойства приближённой унитарной SU(3)-симметрии сильных взаимодействий [3]. Обладающие дробными электрическими зарядами и не наблюдаемые в свободном состоянии частицы, не сразу получили необходимое физическое истолкование.

Прежде всего, построение адронов из кварков, обладающих спином ½, приводило к противоречию с принципом Паули и статистикой Ферми-Дирака для систем частиц с полуцелым спином.

Проблема статистики кварков не была, однако, единственной трудностью, стоящей на пути теории. Оставался без ответа вопрос: почему в природе реализуются лишь системы, соответствующие трём кваркам и кварк-антикварковым парам, и почему отсутствуют указания о существовании других многокварковых состояний?

Особую важность приобрёл вопрос о возможности существования кварков в свободном состоянии (проблема удержания или невылетания кварков).

Анализ этих проблем привёл в 1965 году в работах Н.Боголюбова, Б.Струминского и А.Тавхелидзе [4], а также в работах И.Намбу и М.Хана [5] и И.Миямито [6] к кардинальной идее о наличии у кварков нового, неизвестного ранее квантового числа, впоследствии названного цветом [7].

---

* Работа выполнена при поддержке Объединённого института ядерных исследований в Дубне.

Эта идея вот уже 40 лет лежит в основе физики элементарных частиц. Она позволила рассматривать цветные кварки как реальные фундаментальные составляющие вещества; гипотеза цветных кварков, обладающих цветным зарядом, привела в дальнейшем к созданию квантовой хромодинамики -–калибровочной теории сильных взаимодействий, вызвала к жизни многочисленные варианты теории «большого объединения».

Принципиальный шаг на пути развития динамической теории адронов сделал Намбу [8], который на основе требования SU(3) симметрии относительно нового квантового числа (цвета) впервые ввёл в рассмотрение восемь векторных полей, переносчиков взаимодействия между кварками, явившихся прообразом квантовохромодинамических глюонных полей.

Квантовая хромодинамика (КХД) [14] возникла, таким образом, как результат объединения гипотезы о существовании нового квантового числа (цвета), цветных кварков, цветовой SU`(3) симметрии, принципа локальной инвариантности Янга-Милса и квантования Янг-Милсовских полей. [9]

В настоящей юбилейной статье, рассматриваются основные моменты раннего развития теории цветных кварков выполненного в основном в Дубне в Лаборатории Теоретической физики ОИЯИ под идейным влиянием и в сотрудничестве с Н.Боголюбовым.[*] В статье выделено создание релятивистски инвариантной динамической модели квазисвободных кварков, в рамках которой полученные результаты наиболее адекватно отражают сущность кварковой структуры адронов. Эти исследования способствовали развитию также модели кваркового мешка [10] и кварк-партонной модели.

II. Цветные кварки и динамика адронов

1. Гипотеза цветных кварков [4, 11]

Создание релятивистской инвариантной динамической кварковой модели адронов опиралось, прежде всего, на предположение о том, что кварки – реальные физические объекты, определяющие структуру адронов.

Для того чтобы кварки можно было рассматривать как фундаментальные физические частицы, была высказана гипотеза о том, что введённые в работах Гелл-Мана и Цвейга кварки должны обладать дополнительным квантовым числом, причём кварк каждого типа появляется в трёх (унитарно) эквивалентных

---

[*] Более подробное обсуждение данных вопросов содержится в обзоре Н.Боголюбова, В.Матвеева и А.Тавхелидзе [25].

состояниях $q \equiv (q^1,q^2,q^3)$, различающихся значениями нового квантового числа, названного впоследствии цветом.* Так как в то время, когда было введено новое квантовое число, было известно лишь три типа кварков – (u,d,s), модель кварков с дополнительным квантовым числом получила название: модель трёх триплетов.

С введением нового квантового числа – цвета, естественно возник вопрос о возможности появления адронов, обладающих цветом, которые, однако, не наблюдались. Исходя из предположения, что цветные кварки являются физическими объектами, а адронный мир вырожден по новому квантовому числу, или, как сейчас принято говорить, безцветен следовало, что решения динамических уравнений для барионов и мезонов, находящихся в основном s-состоянии, должны быть нейтральными по цветовым квантовым числам.

Предполагалось, что волновая функция наблюдаемого семейства адронов в основном состоянии, описываемая в приближении спин-унитарной симметрии полностью симметричным 56-компонентным тензором $\Phi_{abc}(x_1,x_2,x_3)$, является полностью антисимметричной по переменным цвета трёх составляющих кварков

$$\Psi_{ABC}(x_1,x_2,x_3) = 1/6\ \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\ \Phi_{abc}(x_1,x_2,x_3), \qquad (\alpha,\beta,\gamma = 1,2,3),$$

где $A=(a,\alpha)$, $B=(b,\beta)$, $C=(c,\gamma)$, a,b,c – унитарные квантовые числа, α,β,γ - цветовые.

Было проверено, что для того чтобы формфакторы мезонов, найденные без учёта цвета кварков, оставались неизменными, достаточно предположить, что волновая функция мезонов в основном состоянии имеет вид:

$$\Psi_A{}^B(x_1,x_2) = 1/\surd 3\ \delta_\alpha{}^\beta\ \Phi_a{}^b(x_1,x_2)$$

Такие решения отбирают мезоны, в которых с2остояния $\Psi_1{}^1$, $\Psi_2{}^2$ и $\Psi_3{}^3$ появляются с одинаковым весом.

Предложенный выше выбор для волновых функций барионов и мезонов приводит к выводу, что наблюдаемые мезоны и барионы являются нейтральными по отношению к цветовому квантовому числу, и известные мезоны и барионы строятся следующим образом из цветных кварков и антикварков:

---

* Далее для нового квантового числа мы будем использовать термин – цвет.

$\bar{q}^{\alpha}(1)q_{\alpha}(2)$ – мезоны

$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}q_{\alpha}(1)q_{\beta}(2)q_{\gamma}(3)$ – барионы

Цветные кварки, в принципе, могли иметь не только дробные, но и целочисленные электрические заряды, если предположить, что оператор заряда действует не только на унитарные индексы, связанные с ароматами кварков, но и на цветные индексы.

Определим оператор заряда в следующим виде:

$$e_A{}^{A`} = e_a{}^{a`} + e_\alpha{}^{\alpha`}$$

Оператор $e_a{}^{a`}$ действует на унитарные индексы ароматов и имеет вид

$$e_a{}^{a`} = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}$$

Оператор $e_\alpha{}^{\alpha`}$ действует на дополнительные квантовые чмсла кварков (индексы цветовых зарядов) и имеет вид

$$e_\alpha{}^{\alpha`} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -2/3 \end{pmatrix}$$

Тогда электрические заряды цветных кварков оказываются целочисленными

a\α	1	2	3
1	1	1	0
2	0	0	-1
3	0	0	-1

Учитывая, что оператор $e_\alpha{}^{\alpha`}$ диагонален, получим

$$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}e_\alpha{}^{\alpha`}\varepsilon_{\alpha`\beta\gamma} = 0 \qquad \delta_\beta{}^{\alpha}e_\alpha{}^{\alpha`}\delta_{\alpha`}{}^{\beta} = 0$$

Отсюда имеем

$$e_a{}^{a`} = 1/6\ \varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\,(e_a{}^{a`} + e_\alpha{}^{\alpha`})\varepsilon_{\alpha`\beta\gamma}=0$$

$$e_a{}^{a`} = 1/3\ \delta_\beta{}^{\alpha}\,(e_a{}^{a`} + e_\alpha{}^{\alpha`})\delta_{\alpha`}{}^{\beta}=0$$

С помощью этих равенств было показано, что вычисленные в низшем порядке теории возмущений по электрическому заряду релятивистские формфакторы адронов остаются неизменными также и для цветных кварков с целочисленным зарядом.

2. Динамические кварковые модели и формфакторы адронов [4,11,12,13]

Введение цветных ферми-кварков как физических фундаментальных частиц открыло путь к динамическому описанию адронов.

Главной проблемой на этом пути являлось отсутствие кварков в свободном состоянии. Хотя было очевидно, что окончательное решение проблемы невылетания остаётся за экспериментом, был предпринят ряд попыток дать логически непротиворечивое объяснение «вечного заключения» кварков внутри адронов; в частности, была предложена модель «кваркового мешка» – дубненский кварковый мешок как первоначальный вариант и усовершенствованный вариант MIT [10].

Динамическая релятивистская кварковая модель, разработка которой началась в Дубне в 1964 году, опиралась на предположение о том, что кварки весьма тяжёлые объекты, связаны в адронах огромными силами, которые с одной стороны обуславливают большой дефект масс кварков в адронах, а с другой – препятствуют их вылету наружу.

От динамических уравнений требовалось, чтобы они имели решения для адронов, в которых кварки находятся в квазисвободном состоянии, в результате чего сохраняется свойство приближённой аддитивности при вычислении различных физических величин, присущее нерелятивистским кварковым моделям.

Модель квазисвободных кварков существенно опирается на удовлетворительное объяснение эффекта усиления магнитного момента тяжёлого кварка, связанного в адроне. Наиболее просто этот эффект может быть продемонстрирован на примере уравнения Дирака для кварка, связанного скалярным полем, описываемым прямоугольной потенциальной ямой $U(r) = - U_0\, \theta(r_0\text{-}r)$, в присутствии магнитного поля H

$$[E + i\vec{\alpha}\ (\vec{\nabla} + ie\vec{A})]\ \Psi = \beta\ M^*\ \Psi;\ r \le r_0$$

где $M^* = M_q - U_0$, $\vec{H} = \mathrm{rot}\ \vec{A}$

Решая это уравнение в пределе бесконечно тяжёлой массы свободного кварка M_q при фиксированном значении эффективной массы M^*, которое в дальнейшем будем полагать равным нулю, для магнитного момента связанного кварка в основном состоянии найдём

$$\mu_q = \frac{e}{2E_q}\,(1 - \delta); \qquad (E_q = \frac{2.04}{r_0})$$

где E_q – энергия связанного состояния кварка, а δ - среднее значение компоненты его орбитального момента

$$\delta = <\uparrow|L_z|\uparrow>$$

в состоянии, в котором полный момент кварка $J_z = 1/2$.

Подчеркнём, что конечность магнитного момента бесконечно тяжёлого связанного кварка является следствием предположения о скалярном характере связывающего потенциала и не выполняется, например, в векторном случае [15].

В модели квазисвязанных кварков составляющие адрон кварки движутся независимо в некотором самосогласованном скалярном потенциале U(r), связь с которым приводит к компенсации их большой массы.*

В модели квазисвободных кварков волновая функция мезона представляет собой смешанный спинор второго ранга $\Phi_A{}^B(p)$, который удовлетворяет уравнениям

$$(p - m_q)_A{}^{A`}\, \Phi_{A`}{}^B(p) = 0 \qquad \text{для составного кварка}$$

$$(p + m_q)_B{}^{B`}\, \Phi_A{}^{B`}(p) = 0 \qquad \text{для антикварка}$$

m_q – эффективная масса кварка (антикварка) в мезоне, перенормированная благодаря компенсации большой массы кварка (антикварка) сильным скалярным полем. $A(\alpha,a)$, $B(\beta,b)$ – цветные и унитарные квантовые числа кварка и антикварка соответственно.

Для бариона, составленного из трёх квазисвободных кварков, волновая функция представляет собой смешанный спинор третьего ранга $\Phi_{ABC}(p)$, который удовлетворяет уравнениям:

$$(p - M_q)_A{}^{A`}\, \Phi_{A`BC}(p) = 0 \qquad (p + M_q)_C{}^{C`}\, \Phi_{ABC`}(p) = 0$$

---

* Абдус Салам образно назвал назвал подобную картину адрона «архимедовой баней»

где M_q – перенормированная масса тяжёлого кварка в адроне. A=(α,a), B=(β,b), C(γ,c) – цветные и унитарные индексы составных кварков.

Барионы Φ_{ABC} и мезоны $\Phi_A{}^B$ представляются суперпозицией всех допустимых состояний по квантовым числам (A,B,C) и (A,B) соответствующих требованиям SU(6) симметрии, статистике кварков в адронах и нейтральности адронов по цветовому квантовому числу.

Динамическая составная модель квазисвободных кварков позволила дать систематическое описание, как статически наблюдаемых характеристик адронов (μ, g_A/g_V и др.), так и их формфакторов. Вводя слабые и электромагнитные взаимодействия минимальным образом

$$i\partial_\mu \to i\partial_\mu + \begin{cases} eA_\mu & \text{- электромагнитное взаимодействие} \\ \frac{G}{\sqrt{2}}\tau^{\pm}\gamma_5 e_\mu{}^{\pm} & \text{- слабое взаимодействие} \end{cases}$$

где A_μ - электромагнитный потенциал, $e_\mu{}^{\pm}$ - заряженные лептонные слабые токи, G – фермиевская константа слабых взаимодействий. Для отношения g_A/g_V аксиальной и векторной констант слабого взаимодействия и для магнитного момента, скажем, протона получаем

$$g_A/g_V \cong -5/3\ (1-2\delta)$$

$$\mu_p \cong \frac{e}{2E_q}\ (1-\delta)$$

где параметр

$$\delta = \langle\uparrow|L_z|\uparrow\rangle = -i\int d^3r\Psi^*(r)[r\times\nabla]_z\Psi(r)$$

Здесь L_z и E_q есть соответственно орбитальный момент и энергия связанного кварка в нуклоне с проекцией полного углового момента ½; энергия связанного кварка приблизительно равна трети массы нуклона $E_q \cong 1/3\ M_p$.

Заметим, что величина δ характеризует величину релятивистских поправок. В ультрарелятивистском случае, когда $\langle q\rangle/E_q{}^2 \sim 1$, принимает значение $\delta \sim 1/6$, даёт для отношения g_A/g_V поправку порядка 30%. Этот пример показывает, насколько существенным может оказаться эффект релятивистских поправок к предсказаниям нерелятивистской модели кварков.

Модель квазисвободных кварков позволила объяснить слабые лептоные распады псевдоскалярных π и K-мезонов, а также электромагнитные распады векторных мезонов ρ^0, ω^0 и Φ^0 на электрон-позитронные пары, как анигиляции связанных в мезонах кварк-антикварков. [16]

Анализ данных о ширине этих распадов привели к выводу о зависимости масштабов расстояний (эффективных размеров) от квантовых чисел связанной системы, например

$$\frac{|\Psi_k(0)|^2}{|\Psi_\pi(0)|^2} \cong \frac{m_k}{m_\pi}$$

В случае распада $\pi^0 \to 2\ \gamma$, определяемой треугольной аномалией [17] аксиального тока, анигиляционная модель указывает на пропорциональность ширины этого распада числу различных цветов кварков [16].

II. МОДЕЛЬ КВАЗИСВОБОДНЫХ КВАРКОВ И МАСШТАБНЫЕ ЗАКОНЫ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ [18, 19]

Эксперименты по изучению инклюзивных реакций [20] при высоких энергиях и передачах импульса, и обнаружение в них масштабных закономерностей и их теоретические исследования углубили наши представления о природе сильных взаимодействий и дали свежий толчок развитию кварковой структуры адронов.

В этом направлении принципиальное значение имело исследование глубоко неупругих процессов при инклюзивном рассеянии электронов на нуклонах, проведённое в Стенфордском центре (СЛАК, Стенфорд), которые привели в 1968 году к обнаружению масштабных свойств реакций – бьерновский скейлинг, указывающий на существование «жёсткой», точечноподобной структуры нуклона. [21]

Эксперименты на других крупнейших ускорителях, при изучении масштабных свойств инклюзивных адронных реакций ИФВЭ (Протвино) [40], а также в процессах глубоконеупругого взаимодействия нейтрино и антинейтрино с нуклонами ЦЕРН (Женева), ФНАЛ (Батавия) подтвердили идею о точечноподобном поведении нуклона. Другими словами, эффективные размеры нуклона при учёте всех открытых каналов реакции как бы исчезают в таких взаимодействиях*.

Опираясь на модели квазисвободных кварков, в 1969 году в работах [18] было высказано предположение, что обнаруженные в экспериментах масштабные свойства процессов взаимодействия электронов с нуклонами являются общими для всех глубоконеупругих лептон-адронных процессов и могут быть выведены модельно независимым образом на основе принципа автомодельности* или принципом самоподобия.

Сущность принципа самоподобия состоит в предположении, что в асимптотическом пределе высоких энергий и больших передач импульсов формфакторы и другие измеримые величины глубоконеупругих процессов не зависят от каких-либо размерных параметров (таких как массы частиц, радиус сильных взаимодействий и т.п.), которые могут фиксировать шкалу измерения длин или импульсов. Таким образом, формфакторы глубоконеупругих процессов оказываются однородными функциями релятивистски-инвариантных кинематическиз переменных, степень однородности которых определяется анализом размерности.

Рассмотрим процесс глубоконеупругого взаимодействия, в котором адронам с импульсами p_i передаётся от лептонов большой импульс q. В бьёркеновском пределе $\nu_i \sim s_{ij} \sim |q^2| >> p_i^2 = m_i^2$, при фиксированных значениях безразмерных отношений больших кинематических инвариантов ν_i/q^2, s_{ij}/q^2, где $\nu_i = qp_i$, $s_{ij} = p_ip_j$ $(i \neq j)$, наблюдаемая физическая характеристика изучаемого процесса F(q,p) при масштабных преобразованиях импульсов

$$q_\mu \to \lambda q_\mu,\ (p_i)_\mu \to \lambda (p_i)_\mu$$

преобразуется, согласно принципу самоподобия, как однородная функция порядка 2k

$$F(q, p_i) \Rightarrow F(\lambda q, \lambda p_i) = \lambda^{2k} F(q, p_i),$$

где 2k – физическая размерность величины $F(q,p_i)$. Следовательно, наиболее общий вид формфактора, удовлетворяющего этим требованиям, есть

---

* В 1964 г. идея о точечноподобном поведении полных сечений взаимодействия лептонов с нуклонами была высказана М.Марковым на основе чисто теоретических соображений о доминирующей роли вновь открытых каналов в сравнении с фактором подавления за счёт адронных формфакторов.

* Автомодельное поведение в физике высоких энергий находится в близкой аналогии со свойством самоподобия в задачах газа и газодинамики, откуда и был заимствован термин автомодельности.

$$F(q, p_i) = (q^2)^k f(\nu_i/q^2, s_{ij}/q^2),$$

где функция f зависит лишь от безразмерных отношений больших кинематических переменных, остающихся конечными в бъеркиновском пределе.

Для глубоконеупругого рассеяния электрона на нуклоне для структурной функции $W_1(q^2, \nu)$ и $W_2(q^2, \nu)$ принцип самоподобия приводит к масштабно инвариантному поведению функций $W_{1,2}$, впервые найденному Бьёркеном

$$\nu W_2(q^2, \nu) = F_2(q^2/\nu),\ \nu W_1(q^2, \nu) = F_1(q^2/\nu),$$

так как

$$[W_1] = m^0,\ [W_2] = m^{-2}$$

Применяя принцип самоподобия, впервые был найден масштабный закон, описывающий спектр масс мюонных пар, образующихся в протонных столкновениях при высоких энергиях $p + p \to \mu^+ + \mu^-$ + адроны, а именно [19]

$$d\sigma/dM^2 \sim \frac{1}{M^2}\Psi(\frac{M}{E})$$

где M – эффективная масса мюонной пары, а E – начальная энергия сталкивающихся частиц. Экспериментальные исследования этого процесса, начатые в 1970 году группой Л.Лидермана в Брукхевене [22], подтвердили данный масштабный закон, а впоследствии именно в этих процессах был обнаружен новый клас адронов J/ψ частиц.

Правила кваркового счёта. [23]

Особенно интересные и важные следствия, к которым привела идея о квазисвободных кварках, относятся к области глубоконеупругого или эксклюзивного взаимодействия адронов, в частности, при рассмотрении бинарных адронных реакций рассеяния на большие углы при высоких энергиях. В данной кинематической области все передачи импульсов и энергий велики, а следовательно, мы имеем дело с процессами взаимодействия, сосредоточенными в области преимущественно малых расстояний и интервалов времени, где непосредственным образом должна проявиться «жёсткая» точечная кварковая структура адронов.

В 1973 году в работах [23], исходя из принципа самоподобия и модели квазисвободных кварков, была установлена общая формула, определяющая характер энергетической зависимости дифференциального сечения произвольной бинарной реакции рассеяния на большие углы при высоких энергиях E = $\sqrt{s}$ и асимптотика формфакторов при больших передачах импульса Q = $\sqrt{-t}$:

$$(d\sigma/dt)_{ab\to cd} = S^{-(n_a+n_b+n_c+n_d-2)}$$

$$F(t) \sim t^{-(n_a-1)},$$

где $n_{i=a,b,c,d}$ – числа элементарных составляющих, участвующих в реакции адронов.

Эти формулы, известные как формулы кваркового счёта, устанавливают прямую взаимосвязь между скоростью степенного убывания дифференциального сечения эксклюзивной бинарной реакции рассеяния на большие углы с ростом энергии и степени сложности участвующих в этом процессе частиц, т.е. с числом их элементарных составляющих.

Открытие формул кваркового счёта открыло широкие возможности экспериментального изучения кварковой структуры адронов и лёгких атомных ядер [23, 24].

Коснёмся коротко вывода формул кваркового счёта на основе анализа размерностей («размерный кварковый счёт»).

Рассмотрим бинарную реакцию общего вида a + b → c + d. Пусть в пределе высоких энергий и больших передач импульсов частиц частица a ведёт себя как составная система, содержащая n_a точечных образующих – кварков. Вектор состояния такой системы может быть записан в виде

$$|a> = N_a\, |n_a\text{-кварков}>,$$

где символ N_a обозначает операцию умножения вектора состояния свободных кварков на подходящую волновую функцию системы и интегрирования (суммирования) по переменным кварков.

Дифференциальное сечение бинарной реакции соответственно может быть представлено в форме

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{ab\to cd} = \mathrm{Tr}\left(\prod_{i=a,b,c,d} \rho_i \frac{d\sigma}{dt}\right)$$

где

$$\rho_i \equiv N_i \times N_i^+$$

$$\frac{d\sigma}{dt} \equiv \frac{1}{s^2}\ |<n_a n_b|T|n_c n_d>|^2$$

Размерность одночастичного нормированного релятивистски инвариантным образом состояния есть, как известно,

$$[|1\text{-частичное}>] = m^{-1}$$

Откуда следуют размерности множителей ρ_i и $d\sigma/dt$.

Считая в соответствии с принципом самоподобия, что взаимодействие кварков на малых расстояниях масштабно инвариантно, т.е. не зависит от от размерных динамических параметров, приходим к заключению о степенном поведении с ростом энергии и передачи импульсов величин ρ_i и $d\sigma/dt$, а с нею и дифференциального сечения эксклюзивной реакции:

$$(\frac{d\sigma}{dt})_{ab\to cd} \to (\frac{1}{s})^{n-2}\ f(\frac{t}{s}),\ n = n_a + n_b + n_c + n_d$$

Функция f(t/s), зависящая лишь от соотношения больших кинематических переменных или, что то же, от угла рассеяния, является сама по себе размерной величиной, причё естественным масштабом здесь является эффективный размер частиц. Таким образом, степенной асимптотический закон указывает на факторизацию эффектов больших и малых расстояний.

Закон степенного падения формфактора адрона вяляется частным случаем эксклюзивной реакции – рассеяния бесструктурного лептона на адроне, состоящем из n_a кварков.

Успех формул кваркового счёта выдвинул на первый план задачу их обоснований в рамках квантовой хромодинамики, и этой проблеме посвящён целый ряд работ. Обзор этих работ, в частности, дан в работе [25].

III. О МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНОЙ АСИМПТОТИКЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ [26]

Как было отмечено, наблюдаемые на опыте масштабные свойства процессов взаимодействия элементарных частиц, могут быть описаны единым образом на основе принципа самоподобия, исходя из законов физического подобия и анализа размерностей.

Вместе с тем, возникает вопрос, в какой мере масштабно-инвариантное поведение совместимо с основными положениями и требованиями квантовой теории поля такими, как условие локальности, микропричинности и спектральности.

Наиболее полно эта проблема исследована в 1972 г. в работах Н.Боголюбова, В.Владимирова и А.Тавхелидзе, в которых найдены достаточные, а в определённых случаях (случай свободного поля) и необходимые условия существования масштабно-инвариантных асимптотик в квантовой теории поля. Одним из результатов этого подхода является установление точной взаимосвязи между асимптотикой наблюдаемых величин – амплитуд и сечений и свойством взаимодействия вблизи светового конуса.

С этой целью, в отмеченной выше работе был рассмотрен процесс глубоконеупругого рассеяния электронов на нуклонах, ранее в 1968 г. изученном Бьёркеном и при некоторых интуитивно правдоподобных предположениях, были установлены асимптотические свойства формфакторов $W_{1,2}$, широко известных как бьёркеновский скейлинг.

Итак, рассмотрим глубоконеупругий процесс рассеяния электронов на нуклонах.

Сечения глубоконеупругого рассеяния электрона на нуклоне определяется с помощью фурье-образа коммутатора

$$W_{\mu\nu}(q, p) = \frac{1}{8\pi}\sum_{\sigma}\int < p,\sigma\,|\,[j_{\mu}(x), j_{\nu}(0)]\,|\,p,\sigma > e^{iqx}dx$$

$$= (-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2})\, W_1(q, p) + (p_{\mu} - \frac{qp}{q^2}q_{\mu})(p_{\nu} - \frac{qp}{q^2}\, q_{\nu})\, W_2(q, p),$$

в котором j_{μ} - компоненты электромагнитного тока, q – четырёхимпульс виртуального фотона $q^2<0$, и матричный элемент берётся между одинаковыми однонуклонными состояниями $|p,\sigma>$ с 4-импульсом p массы $p^2=1$ и спином $\sigma=\pm1/2$.

Задача заключается в том, чтобы найти асимптотику формфакторов $W_{1,2}$ в бьёркеновской области

$$|q^2| \to \infty,\ \nu = 2pq \to \infty,\ s = -q^2/2pq = \mathrm{const},$$

($s>0$ – физическая область) и связать её с поведением в окрестности светового конуса коммутаторов тока.

Прежде всего было показано, что формфакторы $W_{1,2}$ являются причинными[*], т.е. их фурье-образы обращаются в нуль при $x^2<0$.

Чтобы исследовать асимптотику формфакторов, удобно ввести инвариантные причинные функции

$$F_1(p,q) = \Sigma g_{\mu\mu}g_{\nu\nu}p_\mu p_\nu W_{\mu\nu} \equiv p^\mu p^\nu W_{\mu\nu}$$

$$F_2(p,q) = F_1(p,q) - \Sigma g_{\mu\mu}W_{\mu\mu,} \quad (g^{00}= 1)$$

В лабораторной системе ($\vec{p}$=0, p=(1,0)) используются обозначения

$$F_i(q) \equiv F_i\ (q;1,0),\ W_i \equiv W_i\ (q;1,0)$$

И впредь F(x) будет обозначать фурье-образ

$$F(q) \equiv \int F(x)e^{iqx}dx$$

Из определения F_i вытекает, что эти функции нечётные по q^0, радиально-симметричные, т.е. зависят лишь от q_0, $|q|$ и обращаются в нуль в области $(-q^2/2|q^\nu|)>1$ (условие спектральности), кроме того

$$\varepsilon(q^0)F_i(q) \geq 0,\ \text{если}\ q^2<0$$

$$\varepsilon(q^\nu)W_i(q) \geq 0,\ \text{если}\ q^2<0$$

Бьёркен предположил, что в случае токов взаимодействующих полей, как и в случае свободных полей, величины F_1 и F_2-F_1 в физической области стремятся к конечным и отличным от нуля предельным обобщённым функциям. Тогда в бьёркеновской области получим асимптотические соотношения

$$W_1 \sim \frac{1}{2}(F_2 - F_1),\ W_2 \sim \frac{2\varsigma}{\nu}(F_2 - F_1),\ W_1 \sim \frac{\nu}{4\varsigma}W_2,$$

аналогичные точным равенствам свободных полей (см.ниже). Обозначая в бьёркеновской области

$$F_i(\zeta,\nu) \sim F_1(\zeta),$$

---

[*] Ранее существующее доказательство [27] не убедительно, ибо используются перестановочные соотношения между токами, которые не следуют из общих принципов квантовой теории поля.

приходим к масштабно-инвариантным формулам Бьёркена в физической области:

$$W_1(\zeta,\nu) \sim f_1(\zeta),\ \frac{\nu}{4} W_2(\zeta,\nu) \sim f_2(\zeta),$$

$$f_1(\zeta) = \frac{1}{2}[F_2 - F_1],\ f_2(\zeta) = \zeta f_1(\zeta) > 0$$

Таким образом, для таких асимптотических формул достаточно потребовать, как это предположил Бьёркен, чтобы функции F_1 и F_2-F_1 стремились в физической области к конечным, отличным от нуля, пределам. Поэтому естественно возникает вопрос, какие дополнительные требования, вытекающие из динамики процесса следует наложить на функции F_1 и F_2, чтобы обеспечить справедливость масштабно-инвариантных формул Бьёркена.

Итак, мы исследуем поведение обобщённой функции F(q,p) (медленного роста) в бьёркеновской области, удовлетворяющей следующим условиям:

I $F(q,p) = -F(-q,p)$
II $F(q,p) = 0$, если $-q^2/12pq > 1$
III $F(x,p) = 0$, если $x^2 < 0$
IV $F(\Lambda p, \Lambda q) = F(p,q)$ при всех $\Lambda \subset L_+^{\uparrow}$

В силу IV задачу достаточно рассмотреть в системе покоя p=0. В этой системе функции F(x) и F(q) зависят лишь от x^0, $|x|$ и $q^0|q|$ и соответственно удовлетворяют следующим условиям:

I` $F(q) = -F(-q)$
II` $F(q) = 0$, если $-q^2/|2q^0| > 1$
III` $F(x) = 0$, если $x^2 < 0$
IV` $F(q) = F(q^0,|q|)$

Асимтотическая область принимает вид

$$|q^2| \to \infty,\ \nu = 2q^0 \to \infty,\ -q^2/2q^0 = \zeta,\ q^0 \sim |q|$$

Для функции F(q), удовлетворяющей условиям I` - IV`, существует (единственная) обобщённая функция $\Psi(|u|,\lambda^2)$ медленного роста такая, что справедливо интегральное представление Йоста-Леммана-Дайсона [28]

$$\mathrm{F}(\zeta,\nu) = \frac{2\pi}{\nu}\int_0^\infty d\lambda^2 \int_0^1 \rho^2 d\rho \Psi(\rho,\lambda^2) \int_{-1}^1 d\mu\delta(\varsigma + \frac{\rho^2+\lambda^2}{\nu} - \rho\mu\sqrt{1+\frac{4\varsigma}{\nu}})$$

Причём носитель Ψ содержится в области

(u,λ^2): $|u|\le 1$, $\lambda^2 \ge (1-\sqrt{1-u^2}\,)^2$

Отметим, что из условия II следует, что F(ζ,ν)=0, если ζ>1.

Подчеркнём, что перечисленные выше свойства весовой функции Ψ, вообще говоря, не обеспечивают определённого асимптотического поведения F(ζ,ν). Надо найти те условия, которые обеспечили бы масштабно-инвариантное поведение функции F в бьёркеновской области.

Асимптотика F(ζ,ν) может выражаться в терминах обобщённой функции по ζ. Поэтому, выбирая класс основных функций f(ζ), которые являются финитными, бесконечно дифференцируемыми, обращающимися в нуль при ζ<0 функциями, определением обобщённой функции F(ζ,ν) при ν>0 можно считать следующее выражение

$$\int F(\varsigma,\nu) f(\varsigma) d\varsigma =$$

$$\frac{2\pi}{\nu}\int_0^\infty d\lambda^2 \int_0^1 \rho^2 d\rho \Psi(\rho,\lambda^2) \int_{-1}^1 d\mu \int d\varsigma f(\varsigma)\delta(\varsigma + \frac{\rho^2+\lambda^2}{\nu} - \rho\mu\sqrt{1+\frac{4\varsigma}{\nu}})$$

Отсюда, асимптотика обобщённой функции F(ζ,ν) в физической области 0 ≤ ζ ≤ 1 в пределе ν → ∞ определяется выражением

$$\int F(\varsigma,\nu) f(\varsigma) d\varsigma \to \frac{2\pi}{\nu}\int_0^\infty d\lambda^2 \int_0^1 \rho^2 d\rho \Psi(\rho,\lambda^2) \int_{-1}^1 d\mu f(-\frac{\lambda^2}{\nu} + \rho\nu)$$

Теперь ограничим класс рассматриваемых весовых функций Ψ, предполагая, что при достаточно больших λ^2 обобщённая функция $\Psi(\rho,\lambda^2)$ есть обычная функция по λ^2 и при некоторых k > -1 существует отличный от нуля предел (в смысле обобщённой функции по ρ)

$$\lim_{\lambda^2\to\infty} \frac{\Psi(\rho,\lambda^2)}{\lambda^{2k}} = \Psi_0(\rho) \ne 0$$

или

$$\Psi(\rho^2,\lambda^2)=\theta(\lambda^2)\lambda^{2k}\Psi_0(\rho)+\Psi_1(\rho,\lambda^2),\ \Psi_1(\rho,\lambda^2)/\lambda^{2k}\to 0,\ \text{если}\ \lambda^2\to\infty$$

Отсюда в бьёркеновской области для физических значений $\zeta^2 \geq 0$, вытекает асимптотическое равенство

$$\mathrm{F}(\zeta,\nu) \sim \nu^k\,\mathrm{F}(\zeta),\ \mathrm{F}(\zeta) = \frac{2\pi}{k+1}\int_{\varsigma}^{1}\rho\Psi_0(\rho)(\rho-\varsigma)^{k+1}d\varsigma$$

Итак, при отмеченных ограничениях на весовую функцию имеет место масштабно-инвариантное поведение $F(x)$ в физической области $0 \leq \zeta \leq 1$. Заметим, что при целом k асимптотическая формула представляет собой первообразную порядка k+1.

Изучим теперь асимптотическое поведение $F(x)$ вблизи светового конуса $x^2 \sim 0$:

$$F(x) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int F(q)e^{iqx}dx = -\frac{i}{2\pi}\int_0^{\infty}D(x,\lambda^2)\Delta(|\vec{x}|,\lambda^2)d\lambda^2$$

где $\mathrm{D}(x,\lambda^2)$ перестановочная функция для свободных скалярных частиц с массой λ:

$$\mathrm{D}(x,\lambda^2) = \frac{i}{(2\pi)^3}\int e^{-iqx}\varepsilon(q^0)\delta(q^2-\lambda^2)dq\,,$$

а спектральная функция $\Delta(|\vec{x}|,\lambda^2)$ выражается формулой

$$\Delta(r,\lambda^2) = 4\pi\int_0^1\Psi(\rho,\lambda^2)\frac{\sin\rho r}{r}\rho d\rho$$

В произвольной системе отсчёта имеем:

$$F(x) = -\frac{i}{2\pi}\int_0^{\infty}D(x,\lambda^2)\Delta(\sqrt{(px)^2-x^2},\lambda^2)d\lambda^2$$

Если спектральной функции удовлетворяет ранее принятые нами ограничения, для асимптотического поведения $F(x,p)$ вблизи светового конуса $x^2 \sim 0$, получим формулу:

$$F(x,p) \approx \frac{i}{\pi} G(p,x)\varepsilon(x^0)(-\Box)^k \delta`(x^2)$$

$$\mathrm{G(px)} = 4\pi\int_0^1 \Psi_0(\rho)\frac{\sin\rho p\cdot x}{p\cdot x}\rho d\rho$$

Итак, коэффициент G(px) при главной особенности F(x,p) в окрестности светового конуса выражается через спектральную функцию, определяющую масштабно-инвариантное поведение функции F(q,p) в бьёркеновской области.

В заключение заметим, что для весовой функции свободного поля $\Psi^0(\rho,\lambda^2)$ ограничения $\lim\frac{\Psi^0(\rho,\lambda^2)}{\lambda^{2k}}$ естественно удовлетворяются при k=0:

$$\Psi^0(\rho,\lambda^2) \equiv \Psi^0(\rho), \text{ если } \lambda^2 > 4$$

и для $\Psi^0(\rho)$ имеем явное выражение [26].

Вычисленные на её основе формфакторы свободных нуклонов $W_{1,2}{}^0(\zeta,\nu)$ в бьёркеновской области точно удовлетворяют асимптотическим соотношениям

$$W_1{}^0 \cong \frac{1}{2}(F_2^0 - F_1^0)\,,\ W_2{}^0 = \frac{2\zeta}{\nu}(F_2^0 - F_1^0)\,,\ W_1{}^0 = \frac{\nu}{4\zeta}\ W_2{}^0$$

Таким образом, введённый выше класс весовых функий естественным образом включает весовые функции свободных фермионных полей, что оправдывает использование модели квазисвободных кварков.

Важную роль в формировании представлений о кварковой структуре адронов сыграло изучение правил сумм, вытекающих из алгебры локальных токов адронов [24]. Отметим в этой связи, что формфакторы мезонов и барионов, построенные на основе уравнений модели квазинезависимых цветных кварков, в значительной степени воспроизводят эти результаты [25, 39].

Заметим, что обнаруженное впоследствии явление асимптотической свободы [30] для инвариантного заряда [31] в квантовой хромодинамике является принципиально важным шагом для обоснования картины квазисвободных кварков в адронах.

IV. НАРУШЕННАЯ ЦВЕТОВАЯ СИММЕТРИЯ И ПРОБЛЕМА КВАРКОВЫХ ЗАРЯДОВ [32,33]

Цветные кварки могут иметь как дробные, так и целочисленные электрические заряды. Предположение об абсолютно точном характере цветовой симметрии совместимо лишь с дробными зарядами цветовых кварков. Хотя в КХД вследствии невылетания кварков, по-видимому, о кварковых зарядах можно говорить лишь как об эффективных константах, характеризующих электромагнитное взаимодействие кварков на достаточно малых расстояниях.

В случае целочисленных зарядов кварков цветовая симметрия не является точной и нарушается (локально или глобально), по крайней мере в электромагнитных взаимодействиях.

Действительно, в моделях с целыми зарядами кварков электромагнитный ток является суммой синглетного и октетного по $SU_c(3)$-группе членов

$$J_\mu^{\text{эм}} = J_\mu^{L=0}(1) + J_\mu^{L\neq0}(\underline{8})$$

Так, в модели трёх цветных триплетов

$$U \equiv (U^1,U^2,U^3),\ d(d^1,d^2,d^3),\ S \equiv (S^1,S^2,S^3)$$

выбор целочисленных зарядов кварков

$$Q_u = (1,1,0),\ Q_d = Q_s = (0,0,-1)$$

осуществляется в соответствии с формулой

$$Q_q = Q_0 + Q_c$$

Здесь Q_0 – оператор заряда SU(3) кварков, а Q_c действует на цветные индексы и является генератором группы цвета

$$Q_c = \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8 = (\frac{1}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3})$$

Подчеркнём, что кваркам с целочисленными электрическими зарядами можно сопоставить в соответствии с формулой Нишиджимы-Гелл-Мана целые барионные числа

$$Q_q = T_3 + \frac{1}{2}B_{q,}\ B_q = (1,1,-1)$$

Зависимость зарядов кварков от их цветового состояния приводит, очевидно, к нарушению глобальной цветовой симметрии в электромагнитных взаимодействиях, что проявится, например, в расщеплении масс цветового кваркового триплета и т.п. Как было, однако, показано, нейтральность адронов по отношению к цвету, т.е. сопоставление наблюдаемым адронам синглетных цветовых волновых функций, обеспечивает исчезновение во всех наблюдаемых характеристиках адронов (зарядах, магнитных моментах, формфакторах и т.д.) проявления отмеченного выше нарушения глобальной цветовой симметрии.

Целочисленность электрических зарядов и барионных чисел кварков приводит к возможности их превращения в лептоны и другие наблюдаемые частицы. В результате мы должны были бы придти к выводу о возможной нестабильности кварков, что объясняло бы отрицательные результаты их поисков. Впоследствии было показано [34], что нестабильность кварков не противоречит наблюдаемой высокой стабильности нуклона и крайней подавленности эффектов несохранения барионного числа.

При учёте квантовохромодинамического взаимодействия кварков введение целозарядных кварков ставит принципиальную проблему. Непосредственный выбор электромагнитного тока в виде суммы синглетного и октетного по $SU_c(3)$ группе членов приводит к нарушению локальной $SU_c(3)$ симметрии и, как следствие, к неперенормируемости теории.

Проблема снимается, если рассматривать спонтанно нарушенную цветовую $SU_c(3)$-симметрию, что требует введения в теорию новых степеней свободы, например, цветных скалярных хиггсовских полей [32]. Принципиальным следствием таких моделей является также возможность существования нового семейства адронов, построенных из кварков и хиггсовских цветных скаляров, сильно связанных хромодинамическими силами [33].

Вопрос о том, является ли цветовая симметрия точной или нарушенной, не может быть решён априори. Иными словами, ответ на этот вопрос, в конечном счёте, может дать только эксперимент. Наиболее полный анализ теоретических моделей с нарушенной цветовой симметрией дан в обзоре [25].

V. ПАРАСТАТИСТИКА ДЛЯ КВАРКОВ

Первая попытка решить проблему статистики кварков, предпринятая Гринбергом в 1964 году, опиралась на гипотезу о кварках как парафермионах ранга три [35]. В рамках данного подхода удалось объяснить существование барионов, описываемых полностью симметричными спин-унитарными волновыми функциями.

Хотя уже в ранних работах подчёркивалось [36], что использование параферми-статистики для кварков и введение нового квантового числа кварков – цвета и соответствующей ему цветовой $SU_c(3)$-симметрии – есть два неэквивалентных подхода в теории элементарных частиц, ведущих, вообще говоря, к различным физическим следствиям, тем не менее, появляются работы, в которых необоснованно ставится знак равенства между ними.

Чтобы внести ясность в этот принципиально важный вопрос мы кратко изложим основные результаты работ А.Геворкова [37], в которых изучены свойства калибровочной симметрии локального взаимодействия парафермионных и парабозонных векторных полей и доказано, что использование парастстистики не равнозначно введению цвета и соответствующей ему калибровочнолй $SU_c(3)$-симметрии, лежащей в основе квантовой хромодинамики.

Для частиц со спином ½ волновые функции которых подчиняются уравнению Дирака, параферми-поля представляются в виде анзаца Грина [38][*]

$$\Psi = \sum_{A=1}^{3} \Psi_A(x),$$

$$[\overline{\Psi_A}(x), \Psi_B(y)]_{2\delta_{AB}-1} = -i\,\delta_{AB} S(y-x),\ [\Psi_A(x), \Psi_B(y)]_{2\delta_{AB}-1} = 0$$

Скобки означают антикоммутатор или коммутатор при A=B и A≠B соответственно, S(x) – сингулярная функция для дираковского поля.

Для векторных частиц анзац Грина парабозе-поля имеет вид

$$\mathrm{B}^{\mu}(\mathrm{x}) = \sum_{A=1}^{3} B_A{}^{\mu}(x),\ [B_A{}^{\mu}(x), B_B{}^{\nu}(y)]_{1-2\delta_{AB}} = -i\delta_{AB} D^{\mu\nu}(x-y)$$

$D^{\mu\nu}(x)$ – перестановочная функция для векторных полей.

Сами фермионные и бозонные параполя удовлетворяют трилинейным соотношениям Грина. Заметим, однако, что в работе

---

[*] Напомним, что используя модель с парафермионными полями ранга 3, удаётся лишь решить проблему спектроскопии барионов, требующую помещения в одно и то же квантовое состояние до трёх тождественных кварков.

[36] было доказано, что однозначность представления параполей в виде анзаца Грина строго имеет место лишь для свободных полей. В этой же работе было показано, что дополнительных ограничений в теории не возникает, если для парабозе и параферми-поля одного ранга, в рассмотренном случае 3, имееют место соотношения парабозонного типа:

$$[\Psi_A(x),\Psi_B{}^{\mu}(x)]_{1-2\delta_{AB}} = [\overline{\Psi_A}(x),\Psi_B{}^{\mu}(y)]_{1-2\delta_{AB}} = 0,$$

которые в совокупности и обеспечивают условия, необходимые для построения локальной теории взаимодействующих парафермионных и бозонных полей.

Аномальный характер перестановочных соотношений гриновских компонент не позволяет придать им непосредственно какой-либо физический смысл.

Существует, однако, преобразование Клейна, являющееся нелинейным и налокальным, которое позволяет привести перестановочные соотношения гриновских компонент к нормальному, каноническому виду, как для параферми, так и для парабозе-полей.

Для этих параполей, компонентам которых можно придать физический смысл, Янг-Миллсовский лагранжиан обладает SO(3) симметрией и записывается в виде [37]

$$L(x) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}{}^{2} + \overline{\Psi}(x)[i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m]\Psi(x) - igB^{\mu}[\overline{\Psi}\gamma^{\mu}x\Psi(x)]$$

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu} + g[B_{\mu} \times B_{\nu}]$$

где

$\Psi \equiv (\Psi_1,\Psi_2,\Psi_3)$ и $B = (B_1,B_2,B_3)$

являются векторами группы SO(3).

Заметим, что в отличие от квантовой хромодинамики в теории с SO(3) симметрией имеется лишь три глюона, а в спектре частиц присутствуют дикварки, фермионы с квантовыми числами кварк-мезон и другие экзотические адроны. Кроме того, теория с SO(3) симметрией обладает свойством асимптотической свободы лишь при условии, что колличество ароматов кварков не превышает двух.

Таким образом, гипотеза параферми и парабозе статистики не эквивалентна введению цвета и цветовоц SU(3) симметрии и приводит к результатам, не подтверждённым опытом.

Можно заметить, что многие приоритетные работы, изложенные в статье, опубликованы лишь в препринтах или сборниках докладов на международных конференциях, в соответствии с возможностями того периода.

Литература

[1] M.Gell-Mann, Phys.Lett. **8** (1964) 214

[2] G.Zweig, CERN Preprint TH-401 (1964)

[3] Y.Neeman, Nucl.Phys. **26** (1961) 222

[4] N.Bogolubov, B.Struminsky, A.Tavkhelidze, Preprint JINR D-1968 (1965); A.Tavkhelidze, High Energy Physics and Elementary Particles, Vienna (1965) 753

[5] M.Y.Han, Y.Nambu, Phys.Rev. **139B** (1965) 1005

[6] Y.Migamoto, Progr.Theor Phys.Suppl.Extra No 187 (1965)

[7] W.A.Bardeen, H.Fritzch, M.Gell-Mann, Published in Scale and Conformal Symmetry in Hadron Physics, (Willeg, NY 1973) p.139

[8] Y.Nambu, Proc. Of the Second Coral Gables Conf. On Symmetry Principles at High Energy, Univ. Of Maiami, January, 1965

[9] L.Faddeev, V.Popov, Phys.Lett. **25B** (1967) 30; B.De Witt, Phys.Rev. **162** (1967) 1195

[10] P.N.Bogolubov, Ann.Inst.Henri Poincare, v.**VIII**, 2 (1968); A.Chodos,R.L.Jaffe, K.Johson, C.B.Thorn, V.F.Weisskopf, Phys.Rev. **D12** (1975) 2060

[11] N.Bogolubov, V.Matveev, Nguen Van Hein, D.Stoyanov, B.Struminsky, A.Tavkhelidze, V.Shelest, Preprint JINR P-2141, Dubna, 1965; “Problems of Elementary Particle Physics”, Erevan, Academy of Science of Armenia, 1965, p.406-420

[12] A.Tavkhelidze, In “2 Fundamental Problems in Elementary Particle Physics”, Proc.of the XIV Conf.on Particle Physics, Univ.of Brussels, October 1967, Intanci (1968) p.145-154

[13] V.Matveev, Preprint JINR P2-3847, Dubna (1968)

[14] H.Fritzsch, M.Gell-Mann, M.Leutwyllen, Phys.Lett. **74B** (1973) 365

[15] H.Lipkin, A.Tavkhelidze, Phys.Lett. v**17** №3 (1965) 331-332

[16] V.Matveev, B.Struminsky, A.Tavkhelidze, Preprint JINR P-2524, Dubna, 1965; B.Struminsky, A.Tavkhelidze, Proc.of the Int.Conf.on High Energy Physics and Elementary Particle Physics, “Naukova Dumka”, Kiev – 1967, p.625-638

[17] S.Adler, in “High Energy Physics and Nuclear Structure”, 1970, Plenna Press, NY,647-655; S.Adler, in Lectures on Elementary

Particles and Quantum Field Theory, MIT Press, Cambridge, 1970, 3-164

[18] V.Matveev, R.Muradyan, A.Tavkhelidze, Preprint JINR P2-4578, 1969; "Elementary Particles and Atomic Nuclei", v.**2** (1971) 6-32; V.Matveev, R.Muradyan, A.Tavkhelidze, Lett.Nuov.Cim. **5** (1972) 712

[19] V.Matveev, R.Muradyan, A.Tavkhelidze, Preprint JINR P2-4578, P2-4543, P2-4824, 1969

[20] A.Logunov, M.Mestvirishvili, Nguen Van Hien, Proc.od the Int.Conf on Particles and Fields (Rochester 1967); A.Logunov, M.Mestvirishvili, Nguen Van Hien, Phys.Lett. **25B** (1967) 611; R.Feynman "Photons and Hadrons Interactions", translated to Russian in 1975, "Mir"; C.Yang, "High Energy Collisions", Gordon and Breach, NY, 1969, p.509.

[21] J.D.Bjorken, Phys.Rev. **179** (1968) 5

[22] J.Christenson, G.Hicks, L.Lederman, P.Limon, B.Pope, P.Zavattini, Talk at the Intern.Symp.on Electron and Photon Interactions at High Energies, Daresbury, England (1969)

[23] V.A.Matveev, R.Muradyan, A.Tavkhelidze, Lett.Nuov.Cim. **7** (1973) 712

[24] S.Brodsky, G.Farrar, Phys.Rev.Lett. **31** (1973) 1153

[25] N.Bogolubov, V. Matveev, A.Tavkhelidze, "Coloured Quarks", Advance in Science and Technology in the USSR (1983) Mir Publishers Moscow

[26] N.Bogolubov, A.Tavkhelidze, V.Vladimirov, Teor.Mat.Fiz, 12, No.3 (1972) 305-330; V.Vladimirov, B.Zavialov, Yheor.Mat.Fiz. **40**, №2 (1970) 155-177

[27] J.W.Meyer, H.Saara, Phys.Rev. **160** (1967) 1366

[28] R.Jost, H.Lehman, Nuov.Cim. **5** (1957) 1598; F.Dyson, Phys.Rev. **110**, (1958) 579

[29] W.I.Weisberger, Phys.Rev.Lett. **14** (1965) 1047; S.L.Adler, Phys.Rev.Lett. **14** (1965) 1051; R.Dashen and M.Gell-Mann, Phys.Rev.Lett. **17** (1966) 340

[30] D.J.Gross, F.Wilczek, Phys.Rev.Lett. **30** (1973) 1343; H.Politzer, Phys.Rev.Lett. **30** (1973) 1346

[31] N.Bogolubov, D.V.Shirkov, Nuov.Cim. **3** (1956) 845-863

[32] A.Ignatiev, V.Kuzmin, V.Matveev, A.Tavkhelidze, K.Chetyrkin, M.Shaposhnikov, Teor.Mat.Fiz. **47** (1981) 147

[33] A.Ignatiev, V.Matveev, A.Tavkhelidze, K.Chetyrkin, M.Shaposhnikov, Teor.Mat.Fiz. **53** (1982) 181

[34] J.C.Pati, A.Salam, Phys.Rev. **D8** (1973) 1240

[35] O.W.Greenberg, Phys.Rev.Lett. **13** (1964) 598

[36] O.W.Greenberg, A.M.L.Messiah, Phys.Rev **138B** (1965) 1155

[37] A.Govorkov, Zhetf, 1968, **54**, 1785; A.Govorkov, Int.J.Theor.Phys. **7** (1973) 49; A.Govorkov, Teor.Mat.Fiz. **53** (1982) 283
[38] H.Green, Phys.Rev. **90** (1953) 170
[39] V.A.Matveev, Preprint JINR P2-3847, Dubna (1968)
[40] Yu.Bushin, Yu.Gorin, S.Denisov at.all. Nucl.Phys. **10** (1969) 585