

ІНТЕРВАЛЬНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОТУЖНОСТІ МАЛОЇ ГІДРОЕЛЕКТРОСТАНЦІЇ "ТОПОЛЬКИ"

Вступ

За умов енергетичної кризи, яку на даний момент переживають більшість країн світу, в тому числі і Україна, важливим є перехід до нетрадиційних джерел енергоресурсів, а також раціональне використання усіх наявних ресурсів. Одним із таких видів є гідроресурси. Україна має достатньо велику кількість малих річок, енергію яких з успіхом та без шкоди довіллію можна було б використовувати для додаткового вироблення електроенергії. Тим більше, що у післявоєнні роки накопичено достатній досвід використання такого виду ресурсів. Зокрема, у м. Бучач Тернопільської області на річці Стрипа у 1953 р. було введено в експлуатацію малу гідроелектростанцію. (МГЕС) "Топольки", яка на той час виробляла близько 100 кВт електроенергії. Частково відновлена і введена в експлуатацію влітку 2003 р. МГЕС функціонує і на сьогоднішній день. Проте подальше збільшення потужності МГЕС вимагає дослідження її характеристик генерування електроенергії, вивчення можливостей щодо генерування потужності. Для розв'язування вказаної задачі необхідно розробити математичну модель прогнозування генерованої потужності МГЕС залежно від факторів впливу.

Як відомо [1], для розв'язування такого класу задач традиційно використовують регресійний аналіз, що побудований на методи

найменших квадратів. Проте критерій мінімуму середньоквадратичної похибки між експериментальними та прогнозними даними не забезпечуватиме можливості дотримання заданого коридору генерованої потужності МГЕС. За цих умов більш придатними є методи побудови моделей характеристик МГЕС на основі аналізу інтервальних даних [2–4].

Постановка задачі

На МГЕС було встановлено гідротехнічне обладнання австрійської фірми "Фойт". Топольківська ГЕС знаходиться в центральній частині м. Бучач на лівому березі р. Стрипа.

Будівля ГЕС має одну турбіну потужністю 90 кВт, передбачається встановлення ще однієї турбіни 120 кВт. Аванкамера шириною 11 м має три відділення. Перше – вхід в горизонтальну турбіну шириною 3 м. Друге – отвір для промивки підвідного і відвідного каналів і регулювання подачі води на турбіну, шириною – 3,6 м. Третє – для подачі води в другу вертикальну турбіну.

На сьогоднішній день в експлуатації знаходиться одна турбіна і станцією виробляється близько 55 кВт·год електроенергії, тим часом як значна частина води через водовідвідний канал повертається у р. Стрипа.

Наявність гідроресурсів дозволяє суттєвим чином збільшити кількість генерованої електроенергії як на існуючій турбіні, так

Ю.П. Франко, ст. викладач,

Бучацький інститут менеджменту і аудиту

М.П. Дивак, доктор техн. наук,
В.І. Манжула, канд. техн. наук

Тернопільський національний економічний університет





Фото 1. Зовнішній вигляд МГЕС „Топольки” на р. Стрипа у м. Бучач Тернопільської обл.

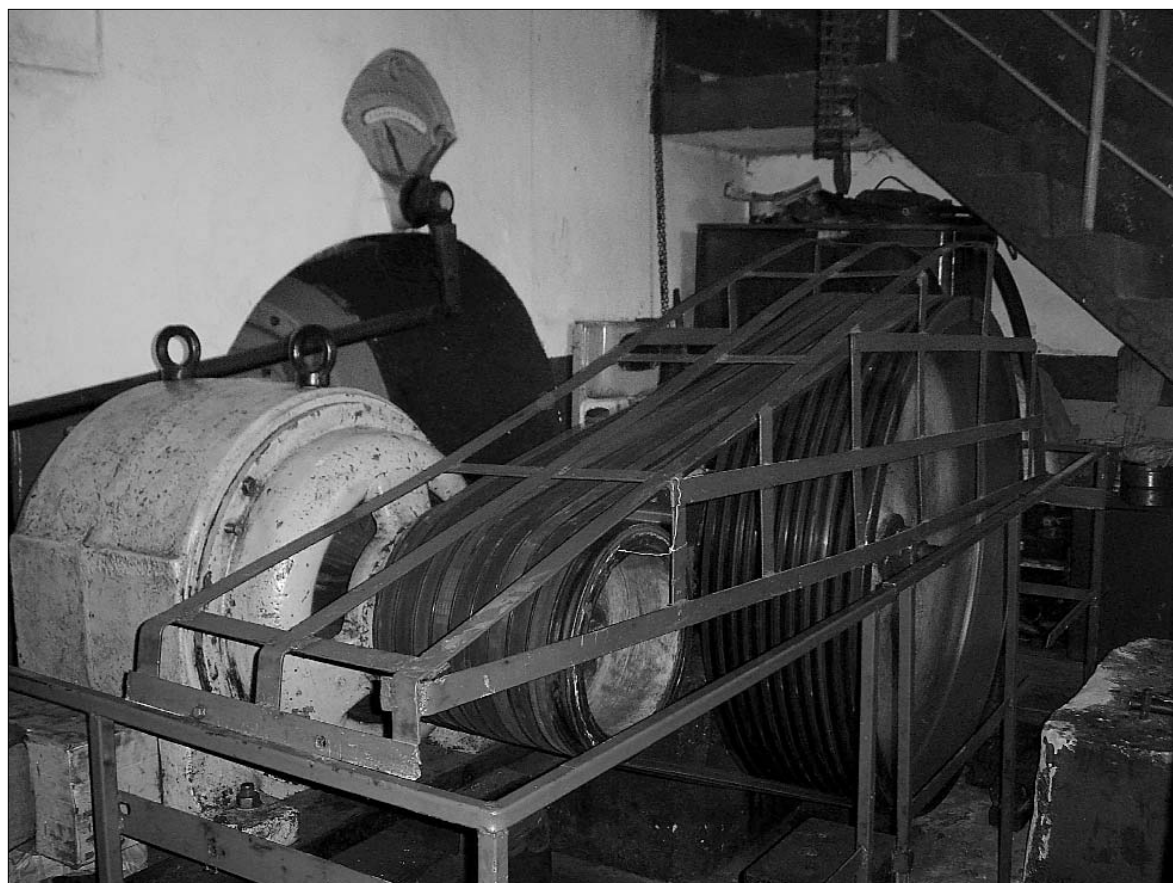


Фото 2. Гідротехнічне обладнання австрійської фірми "Фойт"

із введенням в експлуатацію додаткової. Проте для забезпечення стабільної прогнозованої роботи МГЕС в майбутньому необхідно побудувати макро-модель генерованої потужності від зовнішніх факторів впливу.

Проведений аналіз зовнішніх факторів впливу показав, що зовнішнім середовищем для МГЕС є система постачання гідроресурсів, яка характеризується двома не корельованими між собою факторами напором води, тобто різницею рівнів верхнього і нижнього б'єфів, та рівнем води на гідропості уверху по течії р. Стрипа. З іншого боку, оскільки МГЕС функціонує в єдиній енергосистемі, то генерована потужність також визначається реактивною потужністю.

Для спрощення подальшого розгляду позначимо потужність генерованої електроенергії за y , а набір факторів, що впливають на цю характеристику $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$, де x_1 – реактивна потужність; x_2 – напір (різниця відміток верхнього і нижнього б'єфів; x_3 – рівень води на гідропості уверху по течії р. Стрипа.

Тоді задачу знаходження моделі прогнозованої генерованої потужності МГЕС залежно від значень набору факторів $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ впливу \vec{x}_i , можемо формалізувати у вигляді

$$|y(\vec{x}_i) - y_0(\vec{x}_i)| \leq \xi_i, \quad (1)$$

тобто виходячи із умови забезпечення відхилення між прогнозованою чи реальною $y(\vec{x}_i)$ та бажаною потужністю $y_0(\vec{x}_i)$, не більшого від ξ_i для усіх заданих значень наборів факторів \vec{x}_i . За даними Буцацького РЕМ, для забезпечення неавтономного функціонування МГЕС в енергосистемі достатньо, щоб відхилення ξ_i генерованої потужності від заданого графіка не перевищували 10%, тобто $\xi_i = 10\%$ для усіх значень наборів факторів впливу.

За цих умов справедливими є включення

$$y_0(\vec{x}_i) \in [y(x_i) - \xi_i; y(x_i) + \xi_i], \quad \forall \vec{x}_i \in x, \quad (2)$$

які дозволяють для знаходження інтервальної моделі прогнозування потужності МГЕС в межах похибки $\xi_i = 10\%$ записати таку систему обмежень:

$$\begin{cases} y^-(\vec{x}_1) \leq y_0(\vec{x}_1) \leq y^+(\vec{x}_1); \\ \vdots \\ y^-(\vec{x}_i) \leq y_0(\vec{x}_i) \leq y^+(\vec{x}_i); \\ \vdots \\ y^-(\vec{x}_N) \leq y_0(\vec{x}_N) \leq y^+(\vec{x}_N); \end{cases} \quad (3)$$

де значення $y^-(x_i) = y(x_i) - \xi_i$, $y^+(x_i) = y(x_i) + \xi_i$ та \vec{x}_i наведено в таблиці.

Математичну залежність $y_0(x)$ бажаної потужно-

сті представимо у вигляді лінійно-параметричного рівняння:

$$y_0(\vec{x}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \phi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \cdot \phi_m(\vec{x}), \quad (4)$$

де $\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_m)^T$ – вектор невідомих параметрів моделі; $\vec{\phi}^T(\vec{x}) = (\phi_1(\vec{x}), \dots, \phi_m(\vec{x}))^T$ – вектор невідомих базисних функцій.

Тоді система обмежень (3) матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \phi_1(\vec{x}_1) + \dots + b_m \phi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_i^- \leq b_1 \phi_1(\vec{x}_i) + \dots + b_m \phi_m(\vec{x}_i) \leq y_i^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_1 \phi_1(\vec{x}_N) + \dots + b_m \phi_m(\vec{x}_N) \leq y_N^+; \end{cases} \quad (5)$$

де $y_i^- = y(x_i) - \xi_i$, $y_i^+ = y(x_i) + \xi_i$.

Розв'язки цієї системи достатньо досліджені методами інтервального аналізу [5]. Зокрема, відомо, що за умови сумісності системи (5) її розв'язки в загальному випадку утворюють опуклий многогранник Ω .

Отримана множина значень параметрів Ω (5) породжує множину інтервальних моделей. При цьому кожна із характеристик представлено у вигляді

$$\hat{y}_j(\vec{x}) = b_{j0} + b_{j1} \cdot \phi_1(\vec{x}) + \dots + b_{jm} \phi_m(\vec{x}) \quad \vec{b}_j = (b_{j0}, b_{j1}, \dots, b_{jm}) \in \Omega, \quad (6)$$

де $\hat{y}^-(\vec{x}) = \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\phi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b})$ та $\hat{y}^+(\vec{x}) = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\phi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b})$ нижня та верхня межі коридору моделей.

За одну модель прогнозування генерованої потужності МГЕС із функціонального коридору можна використати модель, побудовану на основі будь-якої із точок \vec{b} , що належить многограннику Ω .

З цією метою сформулюємо таку задачу лінійного програмування [8]:

$$b_j \rightarrow \min(\max), \quad (7)$$

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_0 + \phi_1(x_1) + \dots + b_j \phi_j(\vec{x}_1) + \dots + b_m \phi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_0 + \phi_1(x_1) + \dots + b_j \phi_j(\vec{x}_N) + \dots + b_m \phi_m(\vec{x}_N) \leq y_N^+ \end{cases} \quad (8)$$

Однак з врахуванням реальних процедур розв'язування задачі лінійного програмування за рахунок похибок заокруглень можлива втрата точності при пошуку \vec{b}^* , що приведе до порушення умови належності отриманої характеристики споживання електроенергії допустимому коридору інтервальних характеристик, до того ж точкові оцінки множини параметрів не дозволяють дослідити прогностичні

властивості інтервальної моделі генерованої потужності. Тому на практиці доводиться шукати множинні оцінки параметрів моделей, точність яких безпосередньо залежить від розмірів області параметрів. У свою чергу, для даного випадку область параметрів є многогранником, що суттєво ускладнює алгоритми побудови коридорів інтервальних моделей. Тому доводиться використовувати спрощені оцінки цих областей, які максимально покривають область параметрів і в той же час є простішими при побудові інтервальних моделей, наприклад, у вигляді описаних прямокутних паралелепіпедів Π^+ [6].

Основна ідея методу, розглянутого у роботі [6], полягає у знаходженні $2m$ вершин многогранника Ω із розв'язку $2m$ задач лінійного програмування у такому вигляді:

$$b_j \rightarrow \min, j = 1...m \tag{9}$$

$$b_j \rightarrow \max, j = 1...m \tag{10}$$

за умов (5).

В результаті розв'язування задач (9), (10) за умов (5) отримаємо $2m$ \vec{b}_s вершин многогранника Ω , де $s = 1...2m$.

Отримана множина параметрів Ω^* також є многогранником, але на відміну від точного розв'язку ІСЛАР є простішою, оскільки має фіксовану кількість вершин $2m$.

Тоді прогнозований коридор генерованої потужності МГЕС матиме такий вигляд:

$$\left[\min_{\vec{b}_S \in \Omega^*} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_S); \max_{\vec{b}_S \in \Omega^*} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}_S) \right]. \tag{11}$$

Для знаходження коридору генерованої потужності МГЕС використовуватимемо методи лінійного програмування.

Інтервальна модель для прогнозування потужності МГЕС

Оскільки вектор базисних функцій математичної залежності для прогнозованої та бажаної потужностей є невідомий, то поряд із задачею параметричної ідентифікації моделі для прогнозування потужності, у вигляді $2m$ -задач лінійного програмування, спочатку необхідно розв'язувати задачу її структурної ідентифікації [7]. Вихідні дані для отримання моделі наведено в таблиці.

Для синтезу оптимальної структури використали метод послідовного включення елементів структури, описаний у роботі [8]. За критерії оптимальності вибрали мінімум кількості коефіцієнтів у моделі та мінімум об'єму, описаного навколо області параметрів моделі прямокутного паралелепіпеда Π^+ (критерій точності), при трьох факторах [6]. Для перевірки адекватності поточних структур моделі використовували програмний модуль, розроблений на основі задачі лінійного програмування (7), (8) в середовищі MATLAB.

У випадку адекватності поточної структури моделі, для оцінки її точності, тобто об'єму, описаного навколо області параметрів моделі прямокутного паралелепіпеда Π^+ , використовували алгоритм, побудований для розв'язування задач лінійного програмування у вигляді (9), (10) з умовами (5). Програмний модуль цього алгоритму також реалізований в середовищі MATLAB.

Найпростіша модель була задана поліномом першого порядку:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3.$$

На основі даних таблиці було складено систему інтервальних рівнянь

$$y_i^- \leq b_0 + b_1 \cdot x_{1i} + b_2 \cdot x_{2i} + b_3 \cdot x_{3i} \leq y_i^+, i = 1, \dots, 51.$$

Складена система інтервальних рівнянь для даної структури моделі виявилась несумісною, що означало неадекватність моделі.

Тоді було прийнято рішення ускладнити модель, шляхом додавання членів, що відображають парну взаємодію факторів: $x_1 \cdot x_2, x_1 \cdot x_3, x_2 \cdot x_3$. В результаті сформували три моделі такого вигляду:

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{jk} \cdot x_j \cdot x_k, j, k = 1, \dots, 3, j < k.$$

Під час перевірки адекватності отриманих моделей жодна з інтервальних систем, складених на їхній основі, не була сумісною.

Шляхом нарощування членів моделі (до шести та семи) з коефіцієнтами парних взаємодій отримали чотири моделі-претенденти, під час перевірки яких не було виявлено адекватних моделей.

Подальше нарощування структури моделі здійснювалося за рахунок включення взаємодії факторів, які містять їх квадрати, тобто $b_{jk} \cdot x_j \cdot x_k^2, j, k = 1...3, j < k$.

Серед згенерованих моделей такого вигляду:

Таблиця

Зведені дані про потужність та фактори впливу на її генерування у МГЕС

Дата	№	Реактивна потужність	Папір	Рівень води на гідропості	Згенерована потужність
	<i>i</i>	x_{1i}	x_{2i}	x_{3i}	$[y'(x_i); y''(x_i)]$
2.01.07	1	182,5	4,6	6,5	[1087,2;1211,28]
10.01.07	2	182,6	4,6	5,8	[1105,32;1231,468]
16.01.07	3	182,7	4,7	5,5	[1069,08;1191,092]
22.01.07	4	182,7	4,7	4,97	[1069,08;1191,092]
27.01.07	5	182,7	4,7	5,45	[1087,2;1211,28]
31.01.07	6	182,7	4,6	6,8	[906;1009,4]
4.02.07	7	182,9	4,7	7,5	[1069,08;1191,092]
8.02.07	8	183	4,7	11,9	[1087,2;1211,28]
12.02.07	9	183,1	4,7	14,9	[1087,2;1211,28]
19.02.07	10	183,1	4,7	12,5	[1105,32;1231,468]
25.02.07	11	183,1	4,7	9,8	[1123,44;1251,656]
7.03.07	12	183,1	4,55	10,4	[1087,2;1211,28]
12.03.07	13	183,1	4,65	15,5	[1087,2;1211,28]
18.03.07	14	183,1	4,6	13,7	[1141,56;1271,844]
31.03.07	15	184,6	4,65	13,7	[1105,32;1231,468]
5.04.07	16	184,6	4,7	14,9	[1159,68;1292,032]
8.04.07	17	184,6	4,7	17	[1159,68;1292,032]
17.04.07	18	184,6	4,7	14	[1159,68;1292,032]
21.04.07	19	184,6	4,7	12,8	[1159,68;1292,032]
23.04.07	20	184,7	4,7	12,5	[1141,56;1271,844]
2.05.07	21	184,8	4,7	11,6	[1159,68;1292,032]
8.05.07	22	184,8	4,7	10,4	[1159,68;1292,032]
12.05.07	23	184,8	4,7	10,1	[1177,8;1312,22]
21.05.07	24	184,9	4,7	9	[1014,72;1130,528]
25.05.07	25	184,9	4,7	7,7	[942,24;1049,776]
5.06.07	26	186,8	4,75	8,1	[1014,72;1130,528]
12.06.07	27	186,8	4,7	7,3	[1050,96;1170,904]
16.06.07	28	187,2	4,7	7,5	[1087,2;1211,28]
25.06.07	29	187,2	4,7	7,1	[1105,32;1231,468]
29.06.07	30	187,2	4,8	7,3	[1105,32;1231,468]
3.07.07	31	187,2	4,75	8,3	[1087,2;1211,28]
7.07.07	32	187,2	4,7	8,8	[978,48;1090,152]
13.07.07	33	187,2	4,7	8,3	[1069,08;1191,092]
17.07.07	34	187,2	4,7	13,7	[1087,2;1211,28]
23.07.07	35	187,2	4,7	9,8	[1050,96;1170,904]
5.08.07	36	189,1	4,6	7,24	[1050,96;1170,904]
16.08.07	37	189,1	4,65	5,99	[1141,56;1271,844]
26.08.07	38	189,1	4,75	5,64	[978,48;1090,152]
9.09.07	39	189,1	4,7	5,74	[1105,32;1231,468]
15.09.07	40	189,1	4,65	6,49	[960,36;1069,964]
25.09.07	41	189,1	4,7	8,02	[978,48;1090,152]
11.10.07	42	189,1	4,7	6,74	[942,24;1049,776]
15.10.07	43	189,2	4,75	6,49	[942,24;1049,776]
5.11.07	44	189,2	4,75	5,74	[996,6;1110,34]
2.11.07	45	189,2	4,7	4,64	[1014,72;1130,528]
11.11.07	46	189,3	4,7	4,32	[978,48;1090,152]
16.11.07	47	189,3	4,7	4,78	[978,48;1090,152]
25.11.07	48	189,4	4,6	4,78	[1032,84;1150,716]
11.12.07	49	189,4	4,8	5,74	[1105,32;1231,468]
23.12.07	50	189,4	4,8	4,11	[1014,72;1130,528]
31.12.07	51	189,5	4,75	5,01	[1105,32;1231,468]

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_p \cdot x_k + b_p \cdot x_j \cdot x_k + b_p \cdot x_j \cdot x_k^2, \quad j, k = 1, \dots, 3, \\ j < k, \quad p = 1, \dots, 12,$$

адекватних моделей не було виявлено. Тому було прийнято рішення розширення базису структурних елементів, за рахунок включення тригонометричних функцій вигляду: $\sin(x_k)$, $\cos(x_k)$, $k = 1 \dots 3$.

Генерування моделей-претендентів відбувалося за такою схемою: на початковому етапі розглядали моделі вигляду

$$y(\vec{x}) = b_0 + b_p x_k + b_p \cdot x_j \cdot x_k + b_p \cdot f(x_k) + b_p \cdot x_j \cdot x_k^2, \\ j, k = 1, \dots, 3, \quad j < k, \\ f(x_k) = (\sin(x_k), \cos(x_k)), \\ p = 1, \dots, 4.$$

На даному етапі було отримано єдину структуру моделі такого вигляду:

$$y(\vec{x}) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 x_3 + b_3 \cdot \sin(x_3) + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2.$$

Отримана модель має достатньо високі прогностні властивості (об'єм V_{II^+} прямокутного паралелепіпеда II^+ дорівнював $6,0354 \cdot 10^{-8}$).

Подальше нарощування членів моделей не має змісту, оскільки супроводжується втратою точності моделей.

Отже, для побудови інтервальної моделі прогнозування потужності МГЕС залежно від факторів впливу було отримано таку базову структуру [8]:

$$y(\vec{x}) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 x_3 + b_3 \cdot \sin(x_3) + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2$$

Із розв'язку задач лінійного програмування (9), (10) з умовами (5) отримали такі вершини \vec{b}_s області параметрів інтервальної моделі: $\vec{b}_1 = (5,5767; 0,0956;$

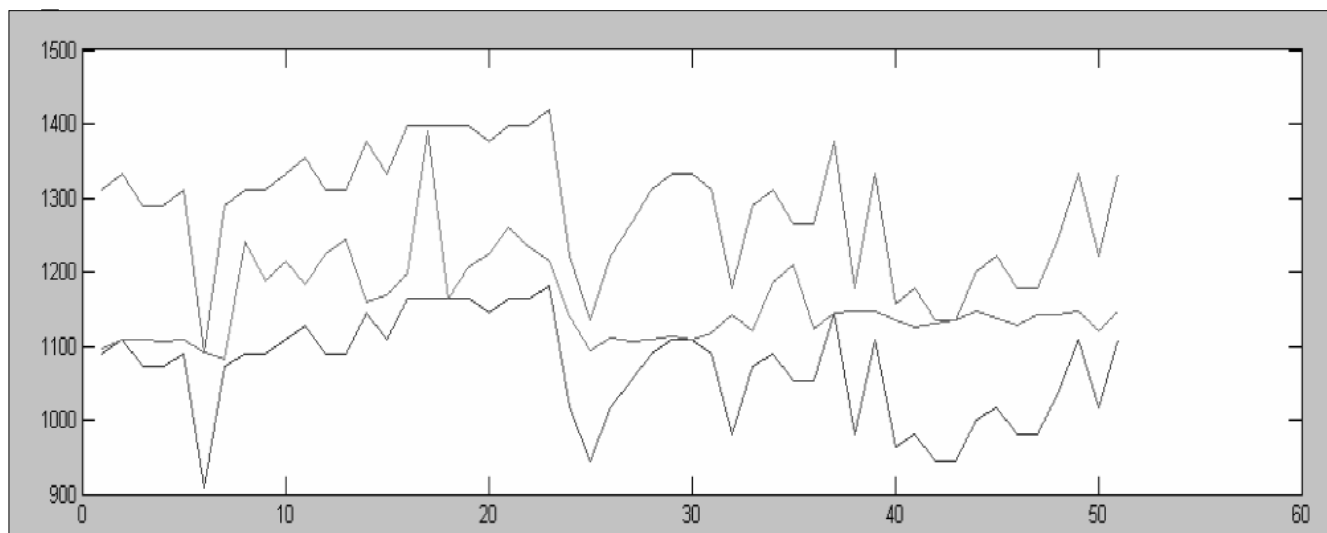


Рис. 1. Графік потужності генерованої електроенергії МГЕС

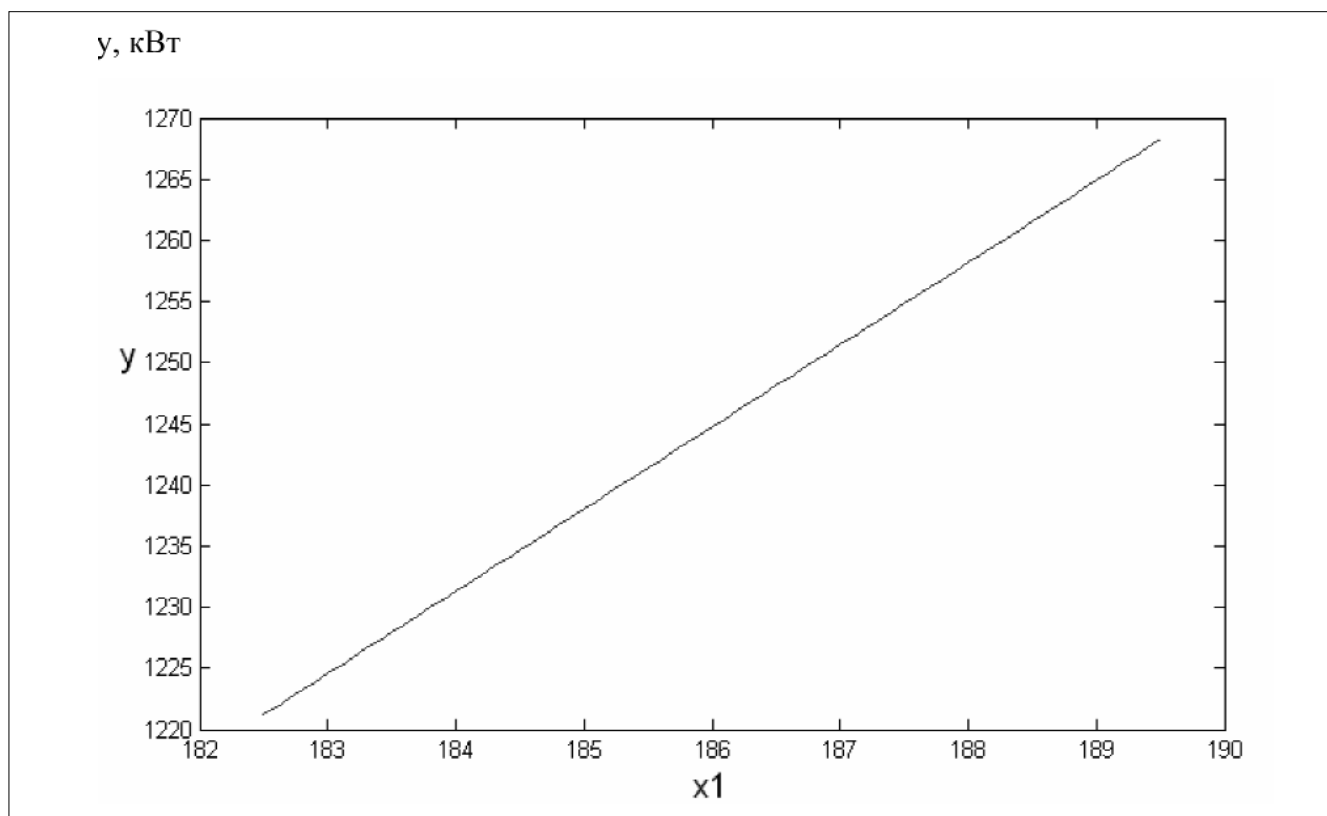


Рис. 2. Залежність потужності генерованої електроенергії від зміни реактивної потужності турбіни

$-5,6847; -0,0080$), $\vec{b}_2=(5,6290; 0,0910; -5,8634; -0,0069)$, $\vec{b}_3=(5,6223; 0,0909; -5,8254; -0,0077)$, $\vec{b}_4=(5,5929; 0,0959; -5,6754; -0,0076)$, $\vec{b}_5=(5,6223; 0,0909; -5,8634; -0,0069)$, $\vec{b}_6=(5,5767; 0,0956; -5,6754; -0,0076)$, $\vec{b}_7=(5,5767; 0,0956; -5,8314; -0,0081)$, $\vec{b}_8=(5,6016; 0,0959; -5,8634; -0,0069)$ та гарантовані прогнозовані коридори для згенерованої потужності МГЕС:

$$[\hat{y}^-(\bar{x}); \hat{y}^+(\bar{x})] = \left[\min_{\vec{b}_S \in \Omega^*} \left(\begin{matrix} b^s_1 \cdot x_1 + b^s_2 \cdot x_1 x_3 + b^s_3 \cdot \sin(x_3) + \\ + b^s_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2 \end{matrix} \right); \right. \\ \left. \max_{\vec{b}_S \in \Omega^*} \left(\begin{matrix} b^s_1 \cdot x_1 + b^s_2 \cdot x_1 x_3 + b^s_3 \cdot \sin(x_3) + \\ + b^s_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2 \end{matrix} \right) \right].$$

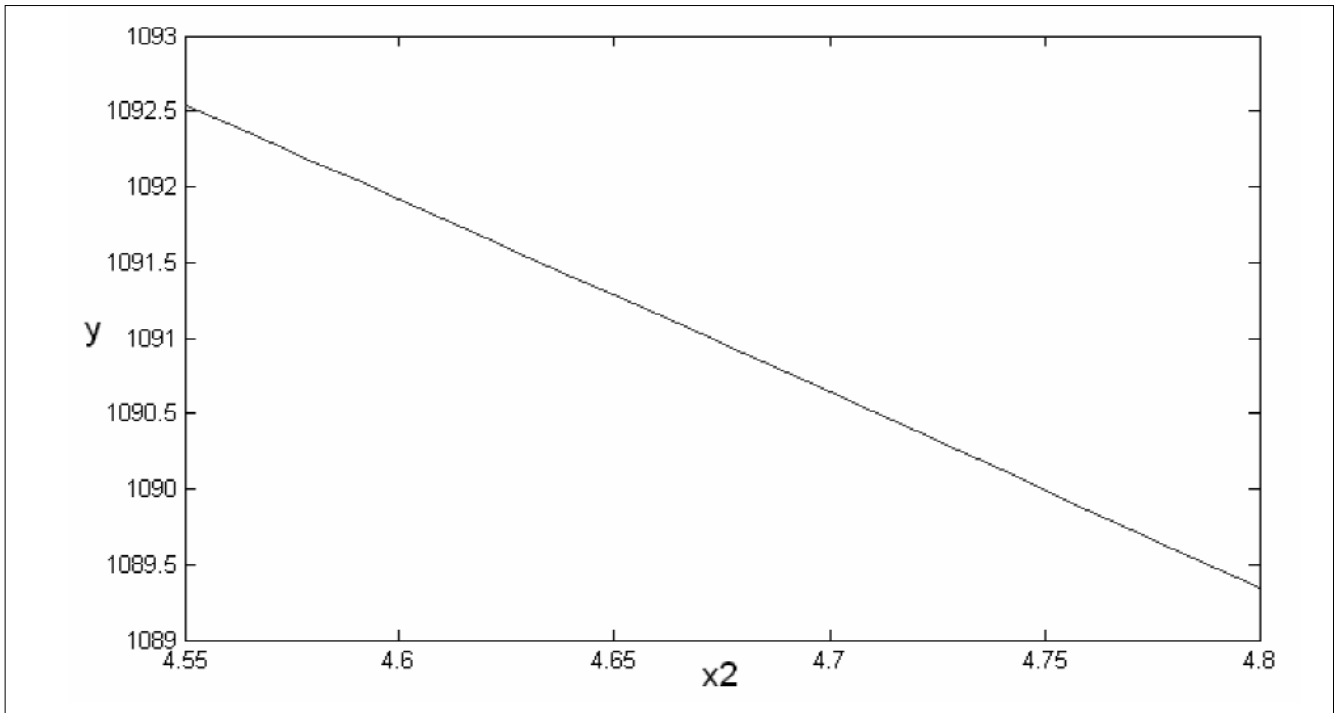


Рис. 3. Залежність потужності генерованої електроенергії від зміни різниці верхнього та нижнього б'єфів

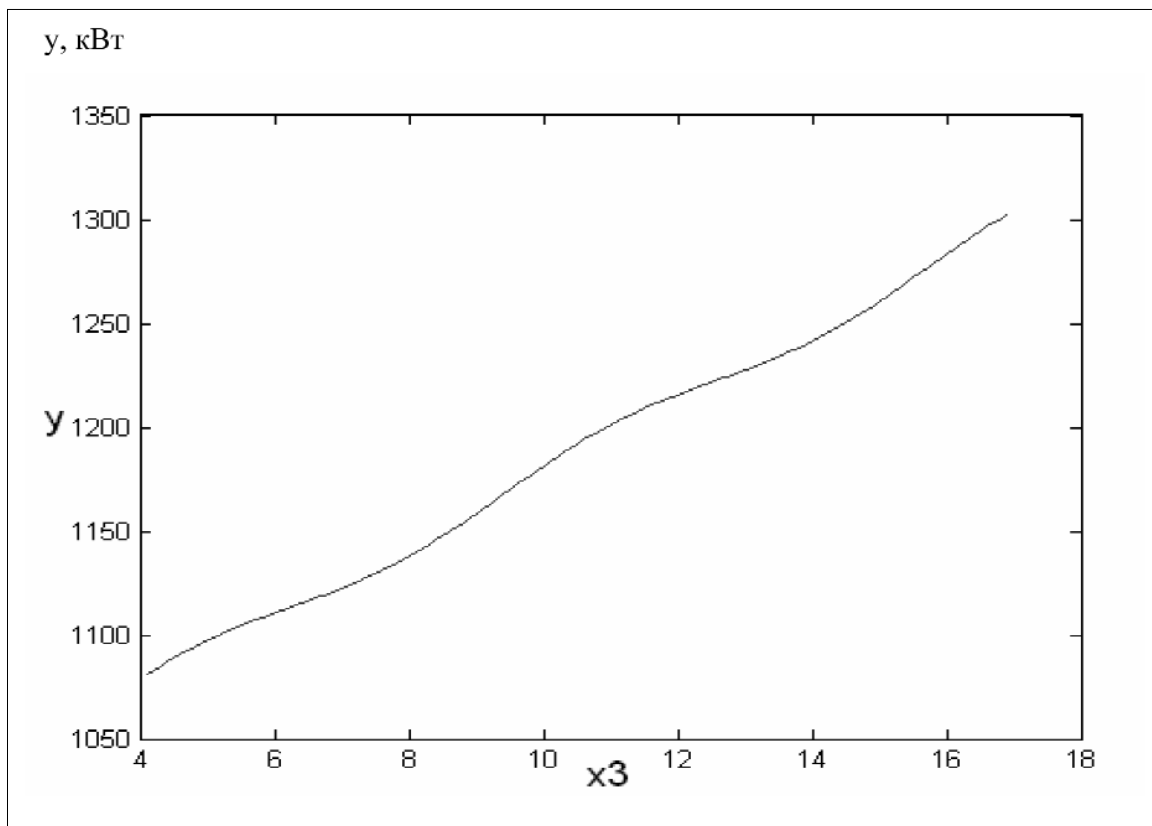
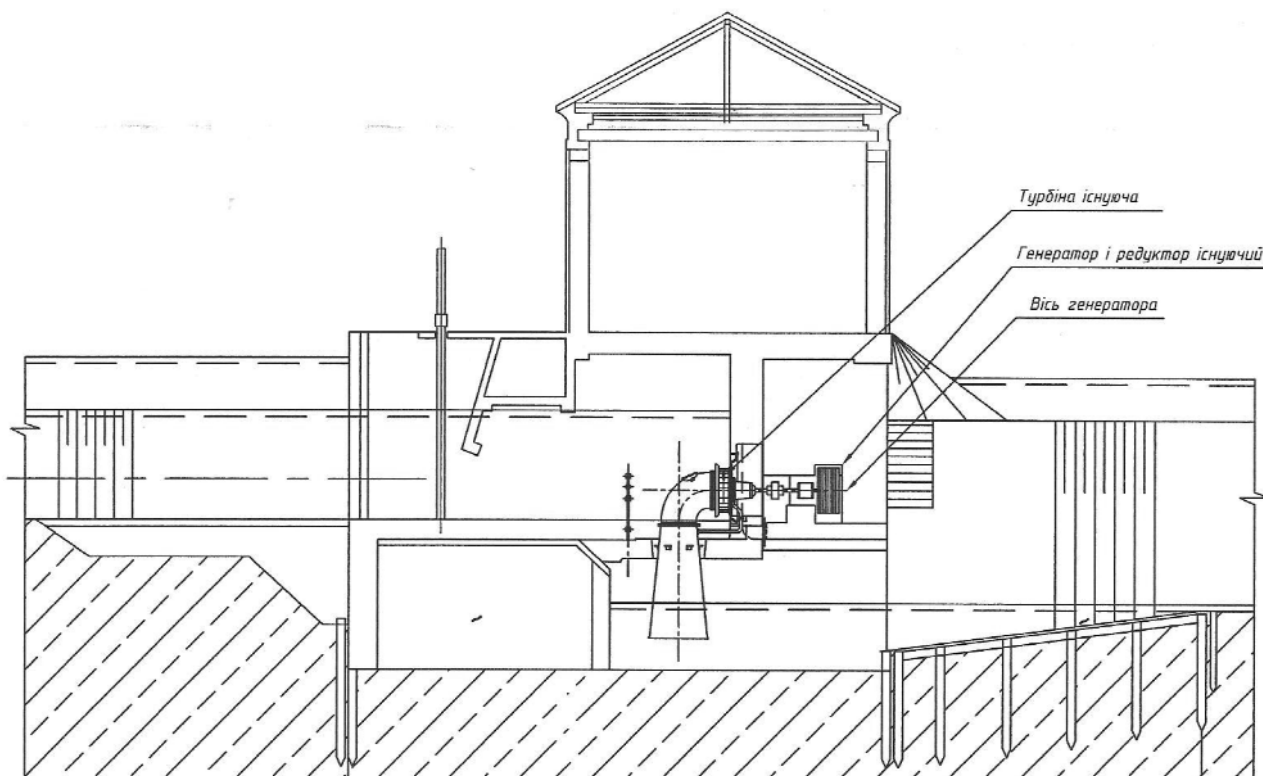


Рис. 4. Залежність потужності генерованої електроенергії від зміни рівня води на гідропості

На рис. 1 наведено графіки для порівняння експериментальних даних та прогнозу на основі інтервальної моделі потужності генерованої електроенергії $\hat{y}(\vec{x}) = \bar{b}_1 \cdot x_1 + \bar{b}_2 \cdot x_1 x_3 + \bar{b}_3 \cdot \sin(x_3) + \bar{b}_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2$, із параметрами, отриманими за формулою середнього, тобто

Розріз "А" по будівлі МГЕС



Розріз "В" по будівлі МГЕС

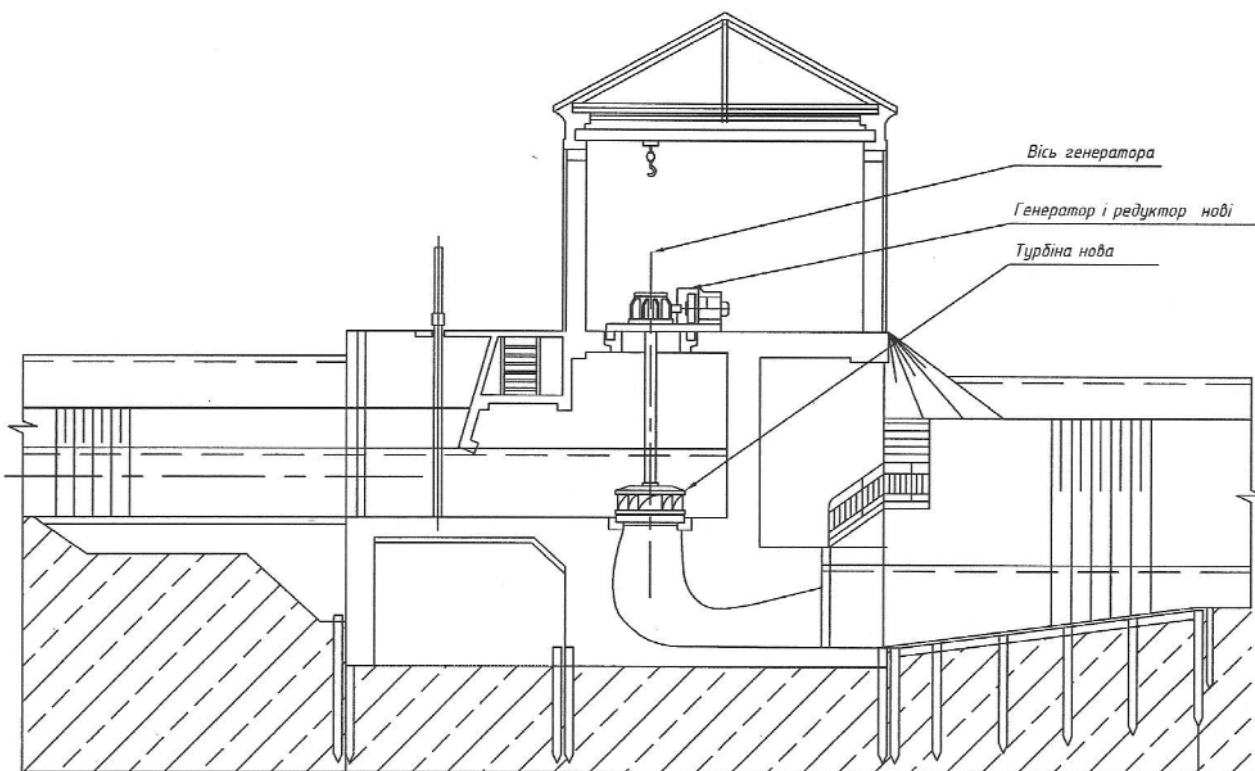


Рис. 5. Розріз МГЕС „Топольки” до реконструкції (А) й після (В)

$$\bar{b}_1 = 1/8 \cdot (5,5767 + 5,629 + 5,6223 + 5,5929 + 5,6223 + 5,5767 + 5,5767 + 5,6016) = 5,5998;$$

$$\bar{b}_2 = 1/8 \cdot (0,0956 + 0,091 + 0,0909 + 0,0959 + 0,0909 + 0,0956 + 0,0956 + 0,0959) = 0,0939;$$

$$\bar{b}_3 = 1/8 \cdot ((-5,6847) + (-5,8634) + (-5,8254) + (-5,6754) + (-5,8634) + (-5,6754) + (-5,8314) + (-5,8634)) = -5,7853;$$

$$\bar{b}_4 = 1/8 \cdot ((-0,0080) + (-0,0069) + (-0,0077) + (-0,0076) + (-0,0069) + (-0,0076) + (-0,0081) + (-0,0069)) = (-0,0075).$$

На рис. 2–4 наведено залежності потужності генерованої електроенергії МГЕС від зміни окремих факторів.

Застосування отриманої моделі дозволить дослідити потенційні можливості та умови збільшення потужності генерованої електроенергії на МГЕС «Топольки».

ВИСНОВКИ

Проведено дослідження умов функціонування та генерування електроенергії малою гідроелектростанцією «Топольки» і при цьому отримано такі наукові та практичні результати:

1. Встановлено зовнішнє середовище, яке суттєвим чином впливає на потужність генерованої електроенергії МГЕС «Топольки» з такими факторами: рівень гідроресурсів на постах, різниця рівнів б'єфа та реактивна потужність, що дозволило вибрати початкову структуру моделі для прогнозування потужності.

2. Обґрунтовано застосування методу аналізу інтервальних даних для отримання моделі прогнозування потужності генерованої електроенергії МГЕС.

3. На основі застосування методів аналізу інтервальних даних вперше отримано інтервальну модель для прогнозування потужності малої гідроелектростанції «Топольки».

ЛІТЕРАТУРА

1. *Борисенко А.В., Саух С.Е., Семагина Э.П.* Экономико-математическая модель электроэнергетики Украины для краткосрочного прогнозирования перспектив развития // Электрон. моделирование. – 2005. – 27, №1. – С. 97–107.
2. *Лычак М.М.* Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода // Проблемы управления и информатики. – 1999. – №5. – С. 34–41.
3. *Куницевиц В.М.* Решение одной оптимальной задачи управления в условиях неопределенности // Проблемы управления и информатики. – 2002. – №3. – С. 85–100.
4. *Дывак М.П.* Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів // Сб. науч. тр. междунар. науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. «Кибернетика». Моделирование и управление состоянием эколого-экономических систем региона. – Киев, 2001. – С.58–63.
5. *Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х.* Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986. – 222 с.
6. *Франко Ю.* Інтервальні моделі характеристик споживання електроенергії // Вісник Хмельницького національного університету. – 2007. – Т.1. Технічні науки, №2. – С. 195–201.
7. *Дывак М., Манжула В.* Структурная идентификация интервальных моделей статических систем // Проблемы управления и информатики. – 2008. – №2. – С. 26–28.
8. *Дывак М., Манжула В.* Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2005. – №2. – С. 37–44.