DEUX TEXTES MATHÉMATIQUES DE MERSENNE

Marin Mersenne : Minime mathématicien, ou mathématicien minime ? Un à-peu-près aussi médiocre ne semble pas très équitable envers sa mémoire, car la majorité de ceux qui connaissent le nom de Mersenne n'en ont entendu parler que pour des raisons exclusivement mathématiques. Ce coup de griffe n'est pourtant pas tout à fait injuste ; après avoir parcouru son œuvre, il faut bien reconnaître que si notre héros n'avait été que mathématicien, il n'aurait sans doute jamais été l'objet de journées comme celles dont nous lui faisons ici hommage...

Parler de Mersenne mathématicien oblige donc à ne pas être trop laudateur à son endroit. Les histoires des mathématiques ne nous le permettraient d'ailleurs pas. Dans un précis récent mais reconnu (signé Jean Dieudonné), son nom est absent ; dans le grand ouvrage classique de Montucla[1], il n'apparaît qu'incidemment, à propos de la mécanique, et non pour ce qui nous intéresse ici aujourd'hui.

Pierre Costabel a écrit, de manière fort explicite, que Mersenne, excellent agent de transmission à l'esprit très clair, « a pu paraître médiocre mathématicien »[2]. Nous verrons par exemple, pour étayer ce jugement peu flatteur, que notre auteur n'a guère montré, dans ses papiers, qu'il possédait le sens précis de ce qu'est une démonstration, même avec l'acception très large que l'on pouvait donner à ce terme en ce siècle fondateur.

Il fallait donc aller aux textes ; j'en ai pris deux, très courts, parmi les rares allusions à la mathématique dans l'œuvre copieuse du minime, mais permettant de se faire une idée aussi juste que possible de ses qualités et défauts en ce domaine. Le premier, de 1634, m'avait été signalé par André Pessel, éditeur de Mersenne dans le *Corpus* de Michel Serres, dès l'établissement du texte sur lequel il travaillait. Ce passage concerne le célèbre problèmes dit « des isopérimètres ». Le second est plus proche de dix ans et contient la définition des nombres portant son nom ; il est extrait de la fameuse Préface générale aux *Cogitata Physico-Mathematica*.

1. Très sujet à caution mais fort dense sur le XVII^e siècle et fidèle témoin des opinions dominantes de son temps ; il n'hésite pas à qualifier brutalement de « fatras » les *Cogitata Physico-Mathematica* à propos d'un texte de Roberval qui y est contenu (t. II, p. 50).

2. *Cahier d'histoire et de philosophie des sciences*, n° 14, p. 7, publié en 1986 par la Société française des sciences et techniques.

Sur un problème concernant des figures isopérimétriques

La planche ci-dessous montre plusieurs objets géométriques illustrant l'application la plus banale du célèbre théorème des isopérimètres, à savoir les quatre polygones réguliers les plus simples : un triangle équilatéral, un carré, un pentagone et un hexagone[1].

Ces quatre polygones ont même *périmètre*[2], supposé ici égal à 60 unités. On peut lire à côté de chacun d'eux les quatre valeurs (approchées) des quatre *aires*[3] incluses dans ces figures, proches de 173, 225, 248 et 260[4].

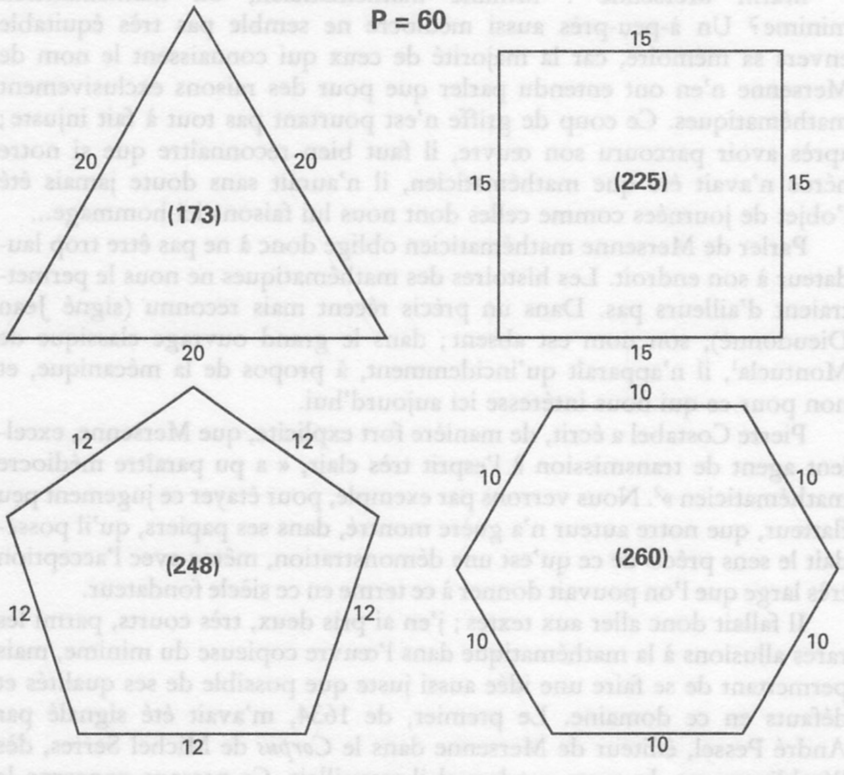

Fig. 1

1. Rappelons qu'un « polygone régulier » a tous ses côtés et tous ses angles égaux ; voisin d'un cercle, il est classiquement obtenu en découpant une circonférence en *n* parties égales.
2. Somme des longueurs des segments qui en forment la frontière.
3. Nombres mesurant les surfaces qu'elles délimitent.
4. On peut les obtenir expérimentalement par les dénombrements sur des feuilles quadrillées dessinées avec suffisamment de soin, ou les tirer de calculs élémentaires à la portée d'Euclide. Par exemple 225 n'est autre que le carré de 15 ; 173 représente dix fois la racine carrée de 3, etc.

On constate que la suite de ces aires croît, la valeur maximale étant obtenue pour le polygone aux formes les plus douces, le moins pointu possible et le plus riche en symétries. Un calcul trigonométrique simple — pour nous — montre d'ailleurs que le rapport du carré du périmètre P à l'aire A d'un polygone régulier de *n* côtés est donné par la formule $P^2/A = 4n \operatorname{tg} Pi/n$, d'où l'on peut déduire facilement qu'il diminue quand *n* augmente, jusqu'à une valeur limite égale à 4P*i*[1]. Par conséquent si le périmètre P est constant, l'aire A augmente avec *n,* sans pouvoir jamais atteindre sa borne supérieure (le nombre $P^2/4Pi$).

Cette page (naturellement étrangère au texte de Mersenne) n'a été placée ici que pour introduire le lecteur moderne au problème. Elle exprime simplement, de la façon la plus visuelle possible, le théorème des isopérimètres tel qu'on l'énonce aujourd'hui[2] :

A égalité de périmètre donné, l'aire la plus grande correspond à la « régularité » la plus grande, c'est-à-dire à la figure la moins anguleuse — la *mieux ordonnée,* selon les paroles exactes de Mersenne lui-même.

Ce problème et sa réponse étaient connus depuis très longtemps, même si, bien entendu, la propriété en question ne pouvait être encore rattachée à une preuve générale satisfaisant à notre exigence moderne de rigueur[3]. Au début de la quarante et unième de ses *Questions théologiques, physiques, morales et mathématiques,* heureusement reprise page 367 de l'édition du *Corpus* des *Questions Inouyes...,* Mersenne raccroche donc naturellement le thème qu'il entend traiter à celui des isopérimètres, en rappelant :

> Il y a bien longtemps que l'on a démontré *(sic)* que la figure circulaire est la plus grande de toutes les Isopérimètres, parce qu'elle contient une infinité d'angles, au lieu que les autres n'en contiennent qu'un certain nombre, qui donne toujours une plus grande figure régulière, lorsqu'il est plus grand.

Il est donc considéré comme connu de tous que l'aire croît d'autant plus que le polygone régulier se rapproche d'une circonférence, et que c'est parce que le cercle a infiniment plus d'angles et de côtés que tout autre figure régulière qu'il est le modèle le plus parfait de toutes ces figures.

Mersenne va s'intéresser à une extension simple et toute logique de cette situation : puisque l'*extremum* parmi les polygones réguliers est obtenu lorsque les figures sont « les mieux ordonnées », il se demande si, lorsque l'on ne suppose plus *a priori* les figures elles-mêmes déjà « ordonnées » ce principe perdure. Désormais il se permettra donc d'examiner des triangles ordinaires et non plus équilatéraux — les plus riches en symétries de tous —, des quadrilatères généraux et non plus des carrés et

1. Elle correspond à un cercle (considéré par toute l'Antiquité — Archimède compris — comme un polygone à une infinité de côtés).
2. Au moins dans la version réduite à laquelle nous nous tiendrons à l'intérieur de cette étude ; le XVII^e siècle n'en connaissait d'ailleurs pas d'autres.
3. Il faudra attendre pour cela le XIX^e siècle.

ainsi de suite, élargissant le problème à l'ensemble des polygones que nous qualifierions de « quelconques »[1].

En termes précis on peut donc lui prêter une hypothèse fort naturelle, qui est à peu près la suivante : si l'on considère un entier n et la famille de tous les polygones à n côtés de périmètre donné, l'aire la plus grande est encore obtenue pour celui d'entre deux qui est le plus « ordonné », c'est-à-dire le polygone régulier[2].

Dans le cas particulier $n = 3$ elle signifie que le triangle équilatéral enclôt une aire supérieure à celle de tout triangle de même périmètre. Ce cas particulier est, pour un géomètre de notre temps, presque trivial à élucider[3].

En fait Mersenne lui-même avait tout ce qu'il fallait pour bâtir une preuve par l'absurde du cas $n = 3$: tout triangle ABC dont les côtés AB et AC sont inégaux peut en effet, à l'aide d'une propriété de l'ellipse dont tous les mathématiciens du XVII^e étaient des familiers éprouvés[4], être transformé en un triangle isocèle A′BC de même périmètre et d'aire supérieure[5]. Mais il n'en a rien fait ; en tout cas ce texte ne donne aucun indice en ce sens.

Déjà un peu agacés de ce que l'auteur ne dise pas avec netteté ce que nous avons essayé de décrire à sa place (définir son but ou son espoir), nous ne pouvons qu'être *a fortiori* irrités par la méthode décevante qu'il va suivre. En fait, loin de chercher à démontrer quoi que ce soit, il se contentera d'affirmer qu' « il est certain que le triangle équilatéral est le plus grand de tous les triangles dont le circuit est égal », et de monter quelques expériences simples (voir la seconde planche page suivante).

L'une des comparaisons auxquelles il se livre marche bien — et cela ne saurait nous surprendre. Il construit en effet un triangle équilatéral de côté 16 + 2/3, donc de périmètre 50 et d'aire égale à la racine carrée de 14 467 + 16/27 (environ 120), qui se comporte comme il se doit vis-à-vis de deux autres triangles de même périmètre, l'un *scalène*[6] de côtés 11, 18 et 21, d'aire égale à la racine de 9 800 (proche de 99) et l'autre, *isocèle*[7] de côtés 10, 20 et 20, d'aire racine de 9 375 (à peu près 97).

Mais cette expérience, pourtant positive, livre au passage un indice contredisant ce qui semblait légitime d'attendre : l'aire de l'isocèle, pourtant plus « ordonné » et « régulier » que le scalène, est significativement plus petite que celle de l'autre ! Accroître la régularité d'un triangle, du

1. « Hétérogènes », dans son langage.

2. Cette hypothèse est d'ailleurs exacte ; elle ne sera exprimée par lui, en termes assez ambigus, qu'à la fin de cette *Question XLI*.

3. La démonstration générale de l'hypothèse qui sous-tend le texte de notre auteur, quoique sans mystères, dépasse cependant les possibilités d'un scientifique non spécialisé de 1990.

4. Voir par exemple sa *Question XIX*, p. 287.

5. Il suffit d'égaler les longueurs des côtés A′B et A′C sans modifier la base BC ni la somme AB + AC = A′B + A′C.

6. Quelconque.

7. Ou *équicrure*, admettant donc deux côtés égaux, deux angles égaux et un axe de symétrie.

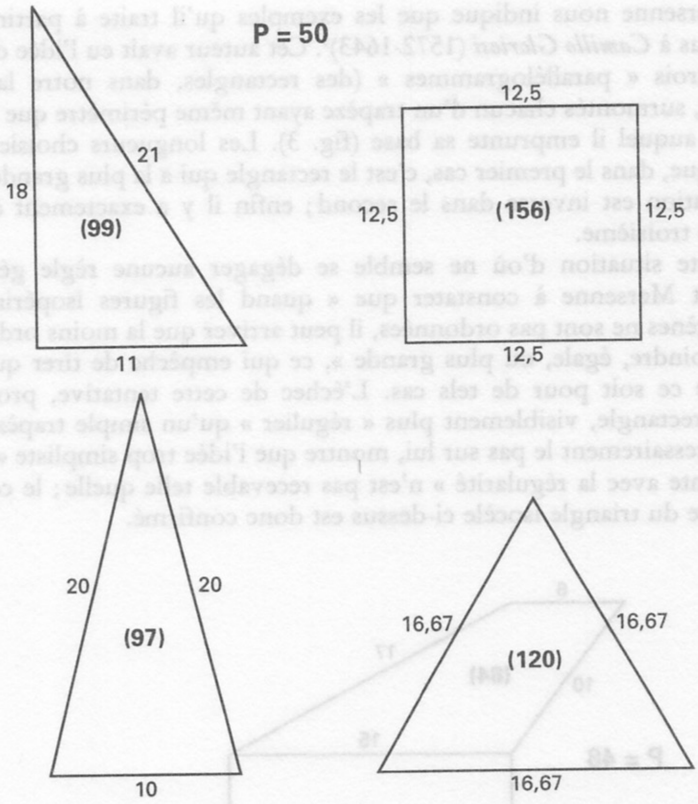

Fig. 2

moins si l'on s'arrête en route sans aller jusqu'au bout — l'équilatéral, triplement isocèle —, ne suffit donc « pas toujours », selon les mots mêmes de Mersenne, à augmenter l'aire.

Compte tenu de ce que nous avons prouvé plus haut, un tel résultat peut paraître paradoxal, mais toute réflexion faite ne contredit naturellement pas notre démonstration moderne : dans notre processus de maximisation, l'isocèle ne l'emporte que parce que l'on travaille à la fois à périmètre égal et à base égale, ce qui n'est naturellement pas le cas ici. Si notre auteur avait pu aller plus loin dans l'analyse, il n'aurait pas eu, comme il a dû s'y résigner, à reconnaître qu'il ne maîtrise pas complètement la situation.

Il n'a d'ailleurs pas fini de se poser des questions. Pour *n* supérieur ou égal à quatre, la situation est en effet encore un peu plus complexe (par exemple, égaler deux à deux les côtés ne suffit plus, car il faut aussi harmoniser les angles, ce qui n'est plus automatique[1]).

1. Ainsi un *losange* a-t-il bien quatre côtés égaux, mais des angles inégaux et ne possède donc que deux axes de symétrie, contre quatre pour un *carré*.

Mersenne nous indique que les exemples qu'il traite à partir de là sont dus à *Camillo Gloriosi* (1572-1643)[1]. Cet auteur avait eu l'idée de dessiner trois « parallélogrammes » (des rectangles, dans notre langage actuel), surmontés chacun d'un trapèze ayant même périmètre que le rectangle auquel il emprunte sa base (fig. 3). Les longueurs choisies sont telles que, dans le premier cas, c'est le rectangle qui a la plus grande aire ; la situation est inverse dans le second ; enfin il y a exactement égalité dans le troisième.

Cette situation d'où ne semble se dégager aucune règle générale conduit Mersenne à constater que « quand les figures isopérimètres homogènes ne sont pas ordonnées, il peut arriver que la moins ordonnée soit moindre, égale, ou plus grande », ce qui empêche de tirer quelque loi que ce soit pour de tels cas. L'échec de cette tentative, prouvant qu'un rectangle, visiblement plus « régulier » qu'un simple trapèze, n'a pas nécessairement le pas sur lui, montre que l'idée trop simpliste « l'aire augmente avec la régularité » n'est pas recevable telle quelle ; le contre-exemple du triangle isocèle ci-dessus est donc confirmé.

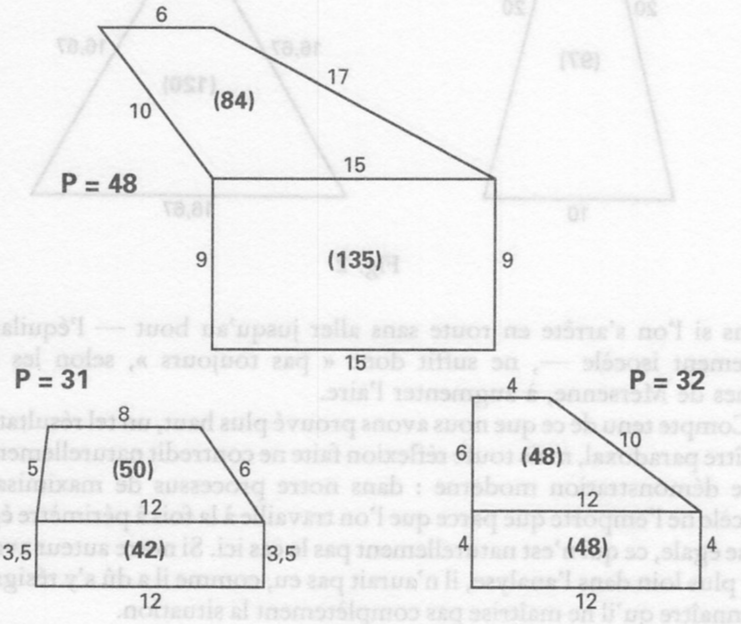

Fig. 3

1. Dont on sait qu'il donna notamment quelques cours de mathématiques à Padoue, en parallèle avec Galilée. Je dois ces renseignements à J.-R. Armogathe, qui m'a communiqué la notice bibliographique de *Gloriosi* tirée du tome 20 des *Œuvres* de Galilée (p. 454).

Cela ne l'empêche pas, suivant toujours « Camille Glorieux », de revenir (pour se rassurer ?) sur le cas des polygones réguliers, pour lequel nous disposons d'une règle sûre. Ainsi le triangle équilatéral déjà examiné, d'aire 120 pour un périmètre de 50, est-il logiquement plus petit que le carré de côté 12 + 1/2, de périmètre 50 et d'aire 156 + 1/4[1].

Pour une fois, notre auteur emploie à ce propos le terme de « démonstration », qu'il utilise pour qualifier le travail de son confrère ; naturellement il serait naïf de prendre le mot ici à la lettre : il ne s'agit que de « montrer » simplement, avec un ou deux exemples bien choisis, que la propriété est générale, et non de jongler avec la trigonométrie.

Ce havre de certitude ne dure pas. Il lui faut en effet encore déchanter dans sa recherche d'une harmonie naturelle dans ce domaine décidément bien compliqué. Notre dernière planche (fig. 4) montre quatre figures de périmètre 48 ; l'une d'elles est un triangle d'aire 84, car de côtés mesurant 10, 17 et 21 ; les trois autres sont des rectangles, d'aires respectives 80, 84 et 140. Cette fois-ci encore, on doit remarquer que l'évidente régularité supérieure des rectangles n'aucune influence décisive sur la comparaison des « capacités » qu'ils déterminent par rapport à un simple triangle.

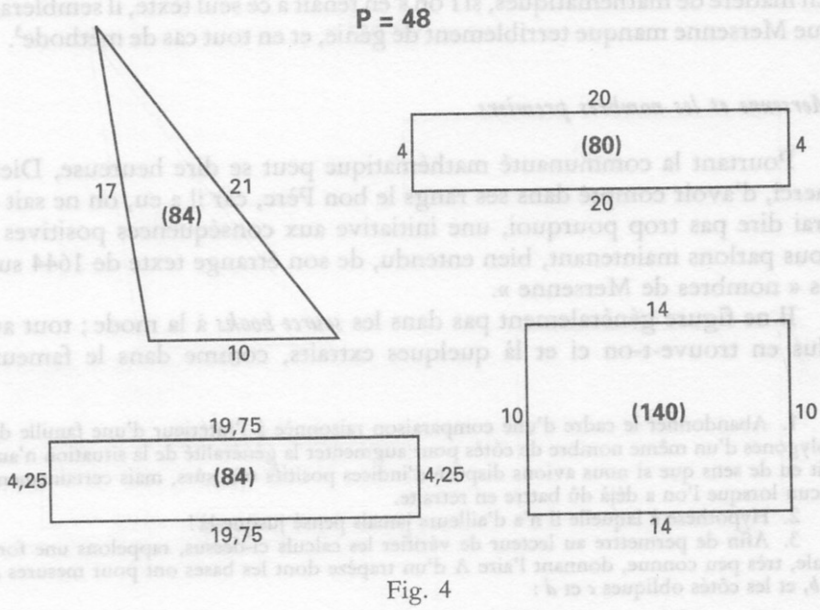

Fig. 4

1. Ecrit faussement 156 + 2/4 par Mersenne, erreur heureusement corrigée par le *Corpus*.

La conclusion est donc analogue à celle de la série précédente ; mais le matériel étudié ne concerne plus des polygones ayant même nombre de côtés (quatre pour la planche 3), mais des couples hétérogènes triangle-rectangle ! L'échec était donc encore plus prévisible ; que Mersenne ne voit pas qu'il y a quelque chose d'illogique dans l'ordre même où il nous expose ses expériences est déconcertant[1].

Mais le plus dur est à venir. Après avoir lui-même cité à foison des exemples indiscutables montrant qu'augmenter l'ordre n'a pas toujours l'effet voulu, Mersenne termine le texte proprement dit en écrivant froidement que Glorieux « prouve *(sic)* que la figure qui approche davantage de l'ordonnée est toujours la plus grande des figures isopérimètres de même nature qui ne sont pas ordonnées ». Il ajoute même une précision, plutôt obscure en vérité, faisant intervenir (et ce pour la première fois) les défauts d'égalité entre les angles des figures considérées.

Il complète enfin par un « Corollaire » embrouillé, mélangeant sans vergogne l'affirmation d'un lien logique (« celle qui approche davantage de la régulière, est la plus grande ») et sa négation (« mais l'on ne peut rien déterminer... ») lorsque côtés et angles varient en sens inverse[2].

Conclure sur un exposé aussi déroutant est impossible ; on ne peut même pas accuser ici le manque de temps d'un correspondant pressé de ne pas rater le départ de la poste : ces pages imprimées, sans doute relues avec soin, ne sont décidément pas à la hauteur de la réputation de notre savant. En matière de mathématiques, si l'on s'en tenait à ce seul texte, il semblerait que Mersenne manque terriblement de génie, et en tout cas de méthode[3].

Mersenne et les nombres premiers

Pourtant la communauté mathématique peut se dire heureuse, Dieu merci, d'avoir compté dans ses rangs le bon Père, car il a eu, on ne sait à vrai dire pas trop pourquoi, une initiative aux conséquences positives : nous parlons maintenant, bien entendu, de son étrange texte de 1644 sur les « nombres de Mersenne ».

Il ne figure généralement pas dans les *source books* à la mode ; tout au plus en trouve-t-on ci et là quelques extraits, comme dans le fameux

1. Abandonner le cadre d'une comparaison raisonnée à l'intérieur d'une famille de polygones d'un même nombre de côtés pour augmenter la généralité de la situation n'aurait eu de sens que si nous avions disposé d'indices positifs très sûrs, mais certainement aucun lorsque l'on a déjà dû battre en retraite.

2. Hypothèse à laquelle il n'a d'ailleurs jamais pensé jusque-là !

3. Afin de permettre au lecteur de vérifier les calculs ci-dessus, rappelons une formule, très peu connue, donnant l'aire A d'un trapèze dont les bases ont pour mesures a et b, et les côtés obliques c et d :

$$16(a-b)^2 A = -(a+b)^2 (a-b+c+d)(a-b+c-d)(a-b-c+d)(a-b-c-d).$$

En y faisant $a = 0$, on retrouve le cas du triangle et la relation dite de Héron d'Alexandrie.

traité de *Théorie des nombres* de Lucas qui en cite quelques lignes; mais Montucla, par exemple[1], n'en dit mot.

C'est cette page qui a été publiée en janvier 1986 par le *Corpus de philosophie*[2] et constitue le meilleur passeport de Mersenne pour l'éternité — y compris, par exemple, pour toute une cohorte d'informaticiens chez qui le commerce épistolaire du XVII[e] siècle, entre des savants dont ils ignorent même bien souvent les noms, restera à jamais lettre morte.

Dans sa préface aux *Cogitata Physico-Mathematica* Mersenne commence par parler de sujets qui intéressent par exemple Descartes et Fermat (comme nous le voyons dans une lettre du 3 juin 1638 que Descartes lui a adressée[3]), mais qui ne sont pas tout à fait étrangers non plus à l'Ecriture, comme nous allons le voir, ni probablement à quelques préoccupations d'ordre métaphysique; la vogue de la numérologie n'est d'ailleurs toujours pas complètement passée de nos jours[4]...

Il y traite en effet d'abord de concepts remontant à l'Antiquité grecque, concernant la recherche de certaines coïncidences portant sur les *diviseurs* de certains entiers, parfois déjà signalés par Euclide. Par exemple il commence par collationner 120, 672, 523 776, 1 476 304 896 et 459 818 240 qui sont les plus petits entiers (et les seuls connus à cette époque) égaux à la moitié de la somme de leurs diviseurs stricts[5].

Suivent d'autres listes, dont une de « nombres aimables » dont certains venaient d'être très récemment découverts par Fermat ou Descartes[6] : qu'il nous suffise de renvoyer ici à l'article du *Corpus* pour des détails plus significatifs.

Enfin viennent les « nombres parfaits ». Aujourd'hui nous n'en connaissons toujours que trente, en dépit de recherches intensives sur des ordinateurs extrêmement puissants; leur rareté justifie certainement leur nom, en lui-même éloge suprême, qui nous vient tout droit des Grecs *(téleios)*. Par définition ils sont égaux à la somme de leurs diviseurs stricts. Ainsi 496 est-il obtenu en additionnant patiemment 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124 et 248; c'est le troisième nombre parfait, après 6 et 28.

Euclide avait donné la seule méthode connue (encore aujourd'hui) pour obtenir de tels nombres; elle consiste à déterminer des nombres premiers[7] q de la forme $2^p - 1$ puis à former le produit $N = 2^{p-1} \times q$. L'entier p est nécessairement premier lui-même; dans notre exemple

1. Qui ignorera d'ailleurs pratiquement toute l'œuvre arithmétique de Fermat.
2. N° 2, p. 17-23, avec notes et commentaires.
3. Adam Tannery, t. II, p. 167.
4. On sait par exemple qu'elle peut jouer un rôle dans les procédures d'embauche de cadres de haut niveau.
5. Et appelés, pour cette raison, *sous-doubles*.
6. Le rôle de ce dernier en ces domaines purement arithmétiques est souvent méconnu, même de la part des historiens souvent trop pressés qui ne voient que son œuvre en géométrie analytique et en théorie des équations algébriques.
7. Rappelons qu'un *nombre premier*, comme 31, n'admet comme seul diviseur strict que l'unité.

où N = 496, p est bien entendu égal à 5 puisque $496 = 16 \times 31$. La recherche est donc ramenée à celle des premiers p tels que $2^p - 1$ soit lui-même premier ; ce sont ces entiers $2^p - 1$ qui sont toujours universellement connus comme les nombres « de Mersenne »[1].

L'importance des nombres parfaits peu très légitimement échapper à un contemporain. Il n'en a cependant pas toujours été ainsi. Notons par exemple qu'Alcuin, précepteur de Charlemagne, écrivait dans une lettre publiée en 1873[2], que le rôle joué par l'entier 6 dans la création du Monde venait de ce qu'il était le plus petit nombre parfait, alors que 8, nombre des âmes humaines recueillies dans l'arche de Noé et destinées à repeupler la Terre après le Déluge, était moins parfait que 6[3]. Il en déduisait que la position de l'Homme à partir de cette époque était devenue inférieure à ce qu'elle était à la suite de la Création originelle qui, portant la marque divine, était nécessairement associée à la perfection[4].

Mersenne avait lu un certain nombre de livres traitant de numérologie, dont deux écrits par Petrus Bungus, assez connu des mathématiciens pour des compilations un peu ennuyeuses[5]. A propos d'une liste de nombres parfaits donnée par Bungus, Mersenne dit — à juste titre — qu'elle est fausse, en donne naturellement une autre où il en garde huit (les plus petits) et surtout y ajoute trois nombres de son cru.

C'est ici qu'intervient un élément qui nous reste encore obscur et justifie l'intérêt que notre siècle porte encore à ces nombres, envahissant ainsi la scène de l'arithmétique supérieure pour ne plus la quitter. Mersenne avait raison de refuser la plupart des nombres de Bungus ; seul les huit qu'il conserve sont corrects[6]. Quant à ceux qu'il y joint, l'un d'eux convient parfaitement mais les deux autres sont malheureusement faux[7] !

Une autre critique ternit encore le travail de Mersenne : on doit en effet

1. Notons pourtant que dans son texte Mersenne ne cite jamais les nombres auxquels on a donné son nom, mais seulement les parfaits correspondants ; son intérêt personnel n'était donc pas spécialement centré sur les nombres premiers.

2. Voir par exemple L. E. Dickson, *History of the Theory of Numbers*, p. 4, n. 9.

3. Alcuin dit que 8 est *déficient*, c'est-à-dire insuffisant, car inférieur à la somme de ses diviseurs stricts.

4. Il est facile de se moquer aujourd'hui de telles affabulations ; n'oublions pourtant pas que l'environnement intellectuel d'hommes comme Newton était encore très marqué par ce genre de références mêlant textes sacrés et interprétations numérologiques. Leur intérêt pour le décryptage de textes comme l'Apocalypse n'est d'ailleurs pas négligeable.

5. Celui qui nous intéresse est le second *Petri Bungi Bergomatis Numerorum mysteria, Bergomi*, 1591.

6. Contrairement à ce que l'on écrit souvent, à la suite d'un lapsus de Mersenne lui-même, Bungus ne donnait pas 28 nombres mais seulement 24 ; c'est donc 16 d'entre eux (et non 20) qui ont été rejetés avec raison. En fait les nombres repérant les parfaits que Bungus propose ne croissent pas régulièrement de 1 à 28, mais mesurent les longueurs de leurs écritures décimales ; il y a quatre absents, à savoir 5, 11, 17 et 23.

7. Les onze nombres parfaits de Mersenne correspondent aux premiers p respectivement égaux à 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31 (venant de Bungus) et 67, 127 et 257 : 67 et 257 sont erronés, comme on le saura respectivement en 1876 et 1932 ; pour ce dernier cas il faudra au mathématicien D. H. Lehmer sept cents heures de travail sur une machine construite à cet objet.

lui reprocher d'avoir laissé un trou assez important dans sa liste, puisqu'il n'y fait pas figurer trois nombres parfaits inférieurs à ceux qu'il donne[1].

Trois « oubliés » et deux faux sur trois : sévère bilan. Pourtant le seul fait d'en avoir donné un (entièrement nouveau) est en soi tout à fait extraordinaire et pose vraiment problème. Songeons qu'il faudra attendre 1876 pour que l'on puisse vérifier l'affirmation de Mersenne[2] ; cela prouve bien que si innocente que puisse paraître la question des nombres parfaits, celle-ci met en jeu des difficultés techniques si considérables que tout progrès en un tel domaine est l'œuvre d'un mathématicien de très haut niveau.

Notre interrogation porte donc sur la nature de la règle (évidemment empirique) dont disposait notre auteur, règle imparfaite comme le montrent les échecs signalés plus haut, mais pourtant une part de vérité incontestable puisqu'il semble bien que le recours au seul hasard (une sorte de tirage au sort parmi les entiers...) soit aussi invraisemblable[3] qu'un message transmis par de petits atlantistes verts.

Un second mystère — sans doute moins obscur — concerne le nom du découvreur de cette règle. Celui de Mersenne lui-même est à exclure ; on a, semble-t-il, le choix entre quelques-uns des meilleurs théoriciens des nombres de l'époque parmi lesquels Frénicle et Fermat sont les plus plausibles[4].

Il serait extraordinaire de mettre la main sur un document contenant l'énoncé manquant ; plus modestement, qu'un mathématicien plus subtil que ses prédécesseurs découvre un algorithme redonnant la liste de Mersenne, avec ses résultats heureux et ses erreurs elles-mêmes, serait déjà très satisfaisant.

André WARUSFEL.

Profitons de la publication de cette étude pour signaler quelques erreurs malencontreusement glissées dans le n° 2 du bulletin du *Corpus* :

— p. 19, l. 24 : un nombre parfait impair aurait au moins 200 chiffres ;
— p. 20, l. 5 : M(127) a 39 chiffres ;
— même page, l. 22 et 23 : remplacer 28 et 20 par 24 et 16 (voir notre note 6, p. 50) ;
— p. 22, l. 12 : insérer *numerum* entre *exponentem* et *62* ;
— même page, l. 7 : lire *repererit*.

1. Les valeurs de p qui auraient mérité d'être citées sont 61, 89 et 107, respectivement trouvés en 1883, 1911 et 1914. Notons toutefois qu'à aucun moment Mersenne n'affirme explicitement que sa liste contient les onze plus petits nombres parfaits.

2. C'est Edouard Lucas, professeur de mathématiques spéciales à Saint-Louis, qui réussira ce tour de force en mettant au point de nouvelles méthodes théoriques, aujourd'hui encore admirées.

3. Nous disposons en fait d'un autre texte de Mersenne — *F. Marini Mersenni Novarvm Observationvm Physico-Mathematicarum,* Tomus III, Parisiis, 1647, Cap. 21, p. 182 —, qui prouve bien que ce qui l'intéressait était justement la recherche de règles explicites ; il en donne une à cette occasion (malheureusement fausse pour $p = 67$) qui ne pourrait à elle seule expliquer ce qui a conduit à cette liste de onze nombres.

4. Cela dit, le résoudre ne ferait que déplacer le problème...