

И. В. Кузьмин

**ОЦЕНКА
ЭФФЕКТИВНОСТИ
И ОПТИМИЗАЦИЯ
АСКУ**

И. В. Кузьмин

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ
И ОПТИМИЗАЦИЯ
АВТОМАТИЧЕСКИХ
СИСТЕМ КОНТРОЛЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**



*Издательство «Советское радио»
Москва — 1971*

УДК 62-501.7

Кузьмин И. В. **Оценка эффективности и оптимизация автоматических систем контроля и управления.** «Советское радио», 1971, стр. 296, тир. 8 600 экз., ц. 1 р. 05 к.

В книге дается понятие эффективности и излагаются основные требования к критериям оценки эффективности автоматических систем контроля и управления (АСКУ) различными сложными объектами. Формируются количественные критерии оценки эффективности и рассматриваются методы расчета эффективности, а также методы оптимизации автоматических систем контроля и управления.

Книга может быть использована инженерами при проектировании систем контроля и управления, а также при изучении и разработке теории оптимальных систем контроля и управления в научно-исследовательских институтах и высших учебных заведениях.

Табл. 17, рис. 64, библи. 123 назв.

Сложные системы контроля и управления находят все более широкое применение. Отдельные сравнительно простые автоматы объединяются в большие автоматизированные и автоматические системы контроля и управления для решения более грандиозных задач.

К таким системам в первую очередь следует отнести автоматические системы стабилизации летательных аппаратов, системы контроля и управления нефтяными районами, энергосетью страны, цехами, предприятиями и фирмами.

Все эти системы не только имеют множество сложных устройств и органов, но и высокий уровень организации, сложные функциональные взаимосвязи устройств и органов.

Характерными особенностями сложных систем являются:

— целостность выполнения единой поставленной перед системой задачи с определенной эффективностью, многоплановость решения задачи, многокритериальность оценки эффективности и оптимизации;

— большие размеры системы и высокая стоимость; иногда системы настолько сложны, что их функциональные подсистемы также относятся к сложным;

— многомерность;

— наличие в системе всевозможных перекрещивающихся прямых и обратных связей;

— высокая степень автоматизации, достигаемая применением телемеханических систем, управляющих вычислительных машин, систем измерения и контроля, различных непрерывных и дискретных автоматов;

— статистическая природа управляющих сигналов, внешних возмущений и нагрузки;

— наличие конкурирующих сторон (например, сигналов управления, с одной стороны, и организованных и неорганизованных помех, с другой стороны);

— многообразие структур с различными иерархическими уровнями, с постоянно изменяющимся составом.

Разработку сложных систем можно разделить на выбор алгоритмов функционирования, выбор структуры системы в целом и ее компонентов. При этом невозможно создать несколько систем и осуществить реальное физическое моделирование для выбора наилучшего варианта, возможно лишь осуществить математическое моделирование на вычислительных машинах с использованием различных уровней абстракции или способов описания.

К этим способам следует отнести:

— знаковое, символическое или лингвистическое описание;

— теоретико-множественное описание с использованием теории множеств и графов;

— общеалгебраическое описание на основе дифференциальных уравнений, теории матриц;

— логико-математическое описание на основе теории конечных автоматов;

— вероятностное и информационное описание;

— эвристическое «описание».

Элементы основ построения математических моделей указанными способами, кроме эвристического, изложены в предлагаемой монографии.

Для того чтобы правильно судить о ходе процесса контроля и управления, а также о степени готовности объекта, необходимо контролировать большое число параметров различной физической природы.

Стремление к повышению эффективности контролируемых объектов приводит к усложнению и увеличению их размеров. Технологические процессы контроля и управления сложными объектами тесно связаны между собой и не всегда контроль и управление ими можно поручить нескольким действующим независимо операторам или автоматам. Поэтому большое число измерительных и управляющих приборов приходится сосредотачивать в одном месте. Большое же число приборов не позволяет оператору составить ясное представление о ходе процесса. Эти трудности можно устранить с помощью централизованной автоматической системы контроля и управления, которая заменила бы показания множества приборов и транспарантов.

АСКУ позволит кроме эффективного контроля и управления вести оптимизацию этих процессов, а также накапливать информацию для прогнозирования отказов системы контроля и управления объектом. Поэтому, прежде чем приступить к непосредственной оценке эффективности АСКУ, необходимо на основе рассмотрения функциональной схемы процесса контроля и управления сформулировать основные требования, предъявляемые к АСКУ.

В общем случае под эффективностью понимают степень приспособленности определенных средств и методов решения определенной задачи. При оптимизации этих средств и методов необходимо правильно сформулировать задачу, которую они выполняют, и цель оптимизации. Следовательно, нахождение оптимального решения связано с выбором критериев эффективности и методов оценки эффективности по выбранным критериям.

В настоящей книге рассматривается эффективность и оптимизация автоматизированных систем контроля и управления. Правильный выбор критериев эффективности АСКУ можно произвести только после тщательного анализа задач, выполняемых АСКУ. В общем случае использование контроля позволяет обнаруживать отказы в эксплуатируемом объекте и вовремя их устранять.

Автоматические системы контроля и управления в значительной мере позволяют устранить недостатки, присущие ручным средствам контроля. В результате использования АСКУ значительно сокращается время подготовки объекта, повышается вероятность его работоспособности (за счет восстановления работоспособности) и коэффициент готовности. Кроме того, повышается экономическая эффективность.

Основное назначение АСКУ — правильно определить в течение заданного интервала времени состояние объекта и управлять им с учетом состояния. Если АСКУ предназначена для прогнозирования работоспособности объекта, то она должна предсказывать поведение параметров или объекта в целом на заданное время вперед, т. е. оценивать эффективность его действия в будущем. АСКУ, используемая в общей системе подготовки и пуска объекта, может выдавать управляющие сигналы на включение резервных блоков, замену отказавших блоков, производить регулировку, настройку и т. д.

В этом случае АСКУ является управляющей системой состоянием объекта, выполняющей гораздо более широкие функции, чем проверка, и позволяющей поддерживать эффективность действия объекта на заданном уровне. АСКУ может также контролировать положение объекта в пространстве и с учетом результата контроля им управлять, решая задачи управления объектом. В каждом случае выполнение АСКУ требуемых функций должно производиться при определенных минимальных материальных затратах.

Нахождение оптимального варианта АСКУ является сложной задачей, так как оно требует большого числа характеристик объекта и АСКУ, связанных сложными зависимостями. Задача оптимизации АСКУ принадлежит к числу задач, связанных с оптимизацией сложных автоматических систем и базирующихся на классических и современных математических теориях и методах: вариационное исчисление, теория статистических решений, теория игр, теория исследований операций, теория информации, теория вероятностей, метод Понтрягина, метод динамического программирования Беллмана и т. д. Поэтому в книге сначала рассматриваются различные методы построения математических моделей объектов контроля, обеспечивающих возможность оценки эффективности системы контроля при использовании ее для контроля конкретного объекта. Затем рассматривается несколько критериев, позволяющих с позиций различных математических теорий подойти к оценке эффективности систем контроля. После этого приводятся инженерные расчетные формулы, алгоритмы и примеры расчета эффективности систем контроля. В заключение кратко рассматривается вопрос об оптимизации систем контроля по информационному критерию эффективности и приводятся некоторые рекомендации по рациональному выбору характеристик систем контроля.

КЛАССИФИКАЦИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Прежде чем приступить к разработке общей теории статистической оптимизации процессов контроля и управления объектами, необходимо предварительно классифицировать системы контроля и управления сложными объектами. При классификации вряд ли возможно указать четкие грани разделения АСКУ. Поэтому, естественно, что классификацию АСКУ надо выполнять так, чтобы она позволила выделить общие принципы построения систем из некоторых частных, обусловленных спецификой определенных классов АСКУ.

1.1. ВИДЫ РАБОТ, ПРОВОДИМЫХ ПРИ КОНТРОЛЕ И УПРАВЛЕНИИ ОБЪЕКТАМИ

Под технической эксплуатацией сложных объектов понимается совокупность мероприятий по хранению, восстановлению, обслуживанию, подготовке к пуску и использованию, обеспечивающих наиболее эффективную их работу. Идеальным можно считать такой объект, который вообще не нуждается в каком-либо обслуживании и процессе всего периода эксплуатации.

Весь комплекс работ, выполняемых при технической эксплуатации объектов, можно разделить на пять групп:

- подготовка объектов к пуску;
- пуск объектов;
- управление работой объектов после пуска;
- регламентные работы;
- ремонт.

Основными этапами подготовки объектов к пуску являются предпусковой контроль систем управления и вы-

полнение операций управления и формирования; например, для космических объектов они сводятся к заправке топливом, различными жидкостями, зарядке рабочими газами, снаряжению запасами, установке съемного оборудования, зарядке аэрофотоаппаратуры, включению вспомогательного оборудования и т. д. В дальнейшем изложены такие работы будут называться подготовительными.

При пуске объектов могут выполняться работы, сравнительно малые по объему (например, нажатие кнопки) и значительные, (например, контроль и управление функционированием сложного объекта при выполнении задачи).

Регламентные работы предназначены для периодического контроля состояния объектов и предупреждения возможных отказов профилактикой. Ремонт предназначен для восстановления неисправных объектов, которые невозможно восстановить при регламентных работах.

Процесс подготовки и пуска объектов, а также управления ими можно считать оптимальным в том случае, когда объем различных видов работ выполняется в определенном смысле в оптимальной последовательности и с оптимальной эффективностью. До настоящего времени, однако, не существует методики оптимизации объема, последовательности и эффективности работ, выполняемых при технической эксплуатации.

В предлагаемой читателю книге предполагается, что в процессе контроля и управления объект восстанавливается АСКУ. При этом процесс ремонта не рассматривается.

В основу разделения работ, выполняемых при технической эксплуатации следует положить также, критерий оценки эффективности объекта [1], или критерий оценки готовности объекта [2].

Под критерием оценки готовности объекта понимается вероятность выполнения поставленной перед объектом задачи с заданными качественными показателями, например: надежностью, точностью и устойчивостью в определенный интервал времени.

Если предварительным анализом установлено, что объект в любой момент времени между регламентными работами может выполнить задачу с заданной эффективностью, то этот объем регламентных и подготовитель-

ных работ, а также объем операций управления выбран правильно.

Однако, как правило, даже минимальный объем подготовительных работ может потребовать больше времени, чем отведено для подготовки и пуска. В этом случае часть подготовительных работ может быть перенесена в регламентные, что потребует изменения периода проведения регламентных работ. Если подготовительные работы легко выполняются в отведенное для них время, то часть регламентных работ может быть перенесена в подготовительные работы. При этом период проведения регламентных работ, естественно, изменится.

Ремонтные работы с объектом проводятся тогда, когда в объекте обнаружена неисправность, которую нельзя устранить в регламентные работы или ожидается снижение эффективности объекта ниже допустимой.

1.2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АСКУ

Классификация АСКУ показана на рис. 1.2.1. Системы контроля и управления объектами могут обслуживать как одиночные, так и групповые объекты

АСКУ делятся на подвижные и неподвижные.

Подвижные АСКУ могут перемещаться по земле, по воде, под водой, в воздухе и космическом пространстве. В соответствии с видом перемещения они подразделяются на наземные, подводные, надводные, воздушные и космические. Такие системы могут осуществлять подготовку, пуск и управление объектами как в процессе движения, так и при остановке.

К неподвижным АСКУ относятся стационарные комплексы, смонтированные на земле, под землей, на воде, под водой. В соответствии с этим неподвижные АСКУ делятся на наземные, подземные, надводные, подводные.

По способу контроля и управления АСКУ можно разделить на системы с непосредственным, дистанционным, телемеханическим и смешанным контролем и управлением [3].

В системах с непосредственным контролем и управлением основная часть работ по подготовке, пуску и управлению проводится непосредственно у объектов; остальная часть работ может выполняться либо дистанционно, либо телемеханически. В системах дистанцион-

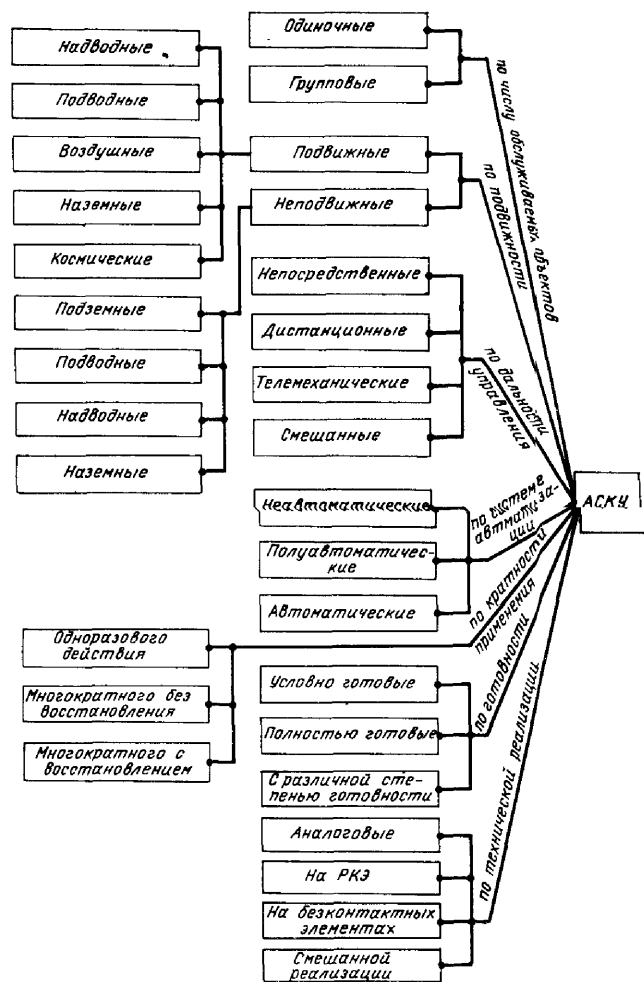


Рис. 1.2.1.

ного контроля и управления все работы по подготовке к пуску и управлению объектами выполняются дистанционно. В системах с телемеханическим контролем и управлением все работы по подготовке, пуску и управлению объектами выполняются с использованием телемеханических систем.

Если ввести коэффициент оценки степени автоматизации

$$K_a = \frac{\tau_a}{\tau_a + \tau_p} \cdot 100\%,$$

где τ_a — среднее время автоматической работы системы контроля и управления (СКУ); τ_p — среднее время, необходимое оператору для выполнения операций вручную, то системы контроля и управления можно разделить на неавтоматические, полуавтоматические и автоматические [4] (рис. 1.2.2).

Неавтоматические СКУ — это такие системы, в которых в процессе подготовки, пуска и управления участвует человек, работающий с осциллографами, вольтметрами и омметрами, проверочными и управляющими панелями и стендами и т. п. В этих системах ручные работы составляют свыше 50% общего времени подготовки, пуска и управления.

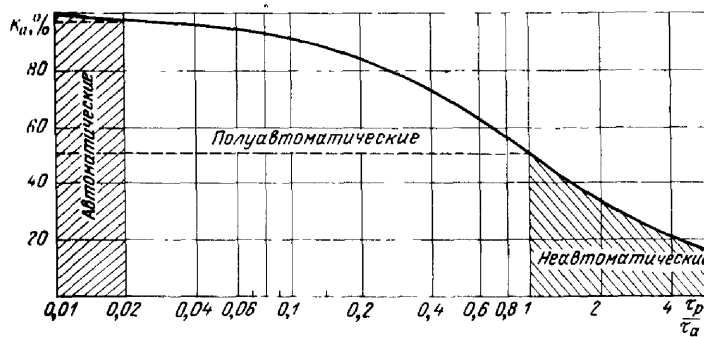


Рис. 1.2.2.

Полуавтоматические СКУ — это такие системы, в которых часть основных операций контроля и управления выполняется автоматически. При этом оператор может

включать или выключать определенные части оборудования, но не производит сложных измерений в процессе выполнения цикла контроля и управления. При работе с такой системой оператор управляет вручную работой установки менее 50% всего времени контроля и управления.

Автоматические СКУ — это такие системы, в которых селекция, накопление и переработка информации для принятия решения по управлению процессом контроля и управления производятся автоматически. Ручное управление оператором в автоматических системах составляет менее 2% общего времени, затрачиваемого на контроль и управление.

В настоящее время основная тенденция направлена на создание автоматических СКУ. На заводах серийного производства при опытно-конструкторских разработках и приемно-сдаточных испытаниях техники могут применяться также неавтоматические и полуавтоматические системы контроля и управления.

АСКУ в зависимости от степени готовности можно разделить на три группы:

- обеспечивающие в течение длительного времени полную готовность объектов к применению;
- обеспечивающие в течение определенного времени условную готовность объектов к использованию;
- обеспечивающие любую из указанных готовностей к пуску.

АСКУ могут быть реализованы либо на аналоговых, релейно-контактных элементах (РКЭ), либо на бесконтактных элементах, либо на тех и на других в зависимости от возможной сложности и стоимости, а также от требуемой надежности и быстродействия.

В зависимости от кратности применения системы делятся на:

- АСКУ одноразового действия, которые осуществляют контроль и управление одного или группы объектов один только раз и затем прекращают свое существование;
- АСКУ многократного действия без восстановления, выполняющие контроль и управление объектами несколько раз без специальных восстанавливающих работ;
- АСКУ многократного действия с восстановлением, которые позволяют производить повторный контроль и

управление объектами только после существенного восстановления.

По принципу сопряжения с объектом АСКУ можно подразделить на автономные и встроенные системы.

1.3. КЛАССИФИКАЦИЯ АСКУ КАК СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Процесс контроля и управления сложными объектами можно рассматривать как процесс формирования и регулирования физически независимых и взаимосвязанных процессов, происходящих одновременно или с некоторым сдвигом во времени. Техническую систему контроля и управления сложными объектами необходимо в этом случае рассматривать как многомерную систему контроля и управления.

Физические величины, наиболее полно характеризующие свойства процесса во времени, назовем параметрами процесса. В зависимости от степени связи отдельных процессов параметры процесса могут быть взаимосвязанными или независимыми.

Как и многомерные САУ, многомерные АСКУ можно условно классифицировать по следующим признакам [5]:

- целевому назначению;
- принципу регулирования и управления при контроле и управлении;
- степени взаимосвязи отдельных выходных параметров процесса контроля и управления;
- характеру связи между отдельными параметрами процесса контроля и управления.

По целевому назначению АСКУ можно разделить на системы: стабилизации, программного управления, следящие, оптимальные и смешанные.

Многомерные АСКУ стабилизации предназначены для одновременного поддержания с определенной точностью многих выходных параметров [17]. Многомерные АСКУ программного управления предназначены для автоматического управления несколькими физическими процессами по заданной программе с определенной точностью. Многомерные следящие АСКУ предназначены для одновременного воспроизведения всеми выходными параметрами неизвестных заранее различных законов управления. Кибернетические многомерные АСКУ име-

ют оптимизатор, позволяющий получать оптимальные значения выходных параметров. Многомерные смешанные АСКУ могут одновременно следить, стабилизировать, управлять по программе и оптимизировать множество параметров.

В зависимости от принципа контроля и управления многомерные системы можно разделить на системы контроля и управления по отклонению выходных параметров от заданного значения, контроля и управления по возмущению и на комбинированные системы, одновременно сочетающие оба принципа.

Характерной особенностью многомерных систем является связь между входными параметрами различных процессов. Наиболее часто встречающимся случаем является естественная связь параметров через контролируемый и управляемый объекты. Кроме естественной связи в многомерной системе могут существовать искусственные связи, вводимые либо между отдельными устройствами системы, либо между объектами. На практике широкое распространение получили симметричные и несимметричные связи однотипных объектов. Несимметричные системы связи могут быть перекрестными и непересекающимися.

Многомерные АСКУ могут работать в различных режимах. Установившийся, или статический режим характеризуется статическими характеристиками, выражающими зависимость между установившимися значениями выходных параметров и внешними воздействиями.

Неустановившийся, или переходный режим характеризуется динамическими или переходными характеристиками, описывающими свойства системы при переходе из одного установившегося режима в другой. Такими характеристиками системы являются обобщенная передаточная функция, импульсная и переходная функция, а также частотные характеристики.

1.4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Оценку готовности АСКУ необходимо производить с учетом функциональной готовности объекта к пуску, причем объект может находиться в состоянии полной готовности или в состоянии условной готовности.

Под полностью готовым к пуску понимается объект,

операции по подготовке которого полностью закончены и состояние которого оценено выбранным критерием оценки готовности.

За критерий оценки готовности объекта к пуску можно, в частности, принять вероятность выполнения задачи объектом с определенным качеством [2, 6, 7]:

$$P_0(t, \tau) = P_{в0}(t, \tau) P_{п0}(t, \tau), \quad (1.4.1)^*)$$

где

$$P_{в0}(t, \tau) = \prod_{i=1}^m P_{в0i}(t, \tau) \quad (1.4.2)$$

— вероятность отсутствия внезапных отказов в m системах управления объектом, начиная с текущего момента времени t до момента окончания работы систем управления τ ;

$$P_{п0}(t, \tau) = \prod_{i=1}^m P_{п0i}(t, \tau) \quad (1.4.3)$$

— вероятность отсутствия постепенных отказов в m системах управления объектом, начиная с текущего момента времени t до момента окончания работы систем управления τ .

Оценку готовности к пуску комплекса объект — АСКУ в простейшем случае можно выполнить по формуле

$$P_K(t, \tau) = P_0(t, \tau) P_{CK}(t, \tau), \quad (1.4.4)$$

где $P_{CK}(t, \tau)$ — вероятность выполнения задачи АСКУ с определенным качеством, вычисляемая по формулам, аналогичным (1.4.1) — (1.4.3).

Под условно готовым к пуску понимается объект, с которым проведены регламентные работы, а оценка готовности произведена по выбранному критерию оценки готовности при условии, что окончательные предпусковые операции контроля и управления будут выполнены с номинальной эффективностью. За критерий оценки готовности в этом случае может быть так же, как и при полной готовности, принят критерий (1.4.1).

*) Формула (1.4.1) справедлива при независимости вероятностей $P_{в0}$ и $P_{п0}$.

В зоне расположения объектов могут находиться одновременно как полностью готовые, условно готовые, так и не готовые к пуску объекты. Зону расположения нескольких объектов назовем универсальным центром контроля и управления, обеспечивающим как одновременный пуск объектов, так и пуск определенной серией.

За полную функциональную готовность универсального центра к выполнению поставленной задачи принимается [1, 7] вероятность выполнения задачи

$$P_{\text{пг}}(t, \tau) = P_{\text{пго}}(t, \tau) P_{\text{пгц}}(t, \tau), \quad (1.4.5)$$

где

$$P_{\text{пго}}(t, \tau) = \frac{N_{\text{пго}}(t, \tau)}{N_0(t, \tau)} \quad (1.4.6)$$

— вероятность наличия полностью готовых к пуску объектов; $N_{\text{пго}}(t, \tau)$ — среднее число полностью готовых к пуску объектов;

$$N_0(t, \tau) = N_{\text{пго}}(t, \tau) + N_{\text{уго}}(t, \tau) + N_{\text{про}}(t, \tau) + N_{\text{ремо}}(t, \tau) + N_{\text{цно}}(t, \tau) \quad (1.4.7)$$

— полный средний состав объектов универсального центра; $N_{\text{уго}}(t, \tau)$ — среднее число условно готовых к пуску объектов; $N_{\text{про}}(t, \tau)$ — среднее число объектов, с которыми проводятся регламентные работы или их необходимо проводить; $N_{\text{ремо}}(t, \tau)$ — среднее число объектов, находящихся на ремонте; $N_{\text{цно}}(t, \tau)$ — среднее число полностью негодных к применению объектов, находящихся в данный момент времени в ожидании списания или сдачи в капитальный ремонт; $P_{\text{пгц}}(t, \tau)$ — полная функциональная готовность центра к пуску.

При подстановке в формулу (1.4.6) значения $N_{\text{пго}}(t, \tau)$ из формулы (1.4.7) получим

$$P_{\text{пго}}(t, \tau) = \frac{N_0(t, \tau) - N_{\text{уго}}(t, \tau) - N_{\text{про}}(t, \tau) - N_{\text{ремо}}(t, \tau) - N_{\text{цно}}(t, \tau)}{N_0(t, \tau)} \quad (1.4.8)$$

После почленного деления числителя на знаменатель получим

$$P_{\text{пго}}(t, \tau) = 1 - P_{\text{уго}}(t, \tau) - P_{\text{про}}(t, \tau) - P_{\text{ремо}}(t, \tau) - P_{\text{цно}}(t, \tau), \quad (1.4.9)$$

16

где $P(t, \tau)$ — соответствующие вероятности неподготовленности объектов по перечисленным выше причинам.

За условную функциональную готовность универсального центра к выполнению поставленной задачи принимается вероятность

$$P_{\text{уг}}(t, \tau) = P_{\text{уго}}(t, \tau) P_{\text{угц}}(t, \tau), \quad (1.4.10)$$

где

$$P_{\text{уго}}(t, \tau) = 1 - P_{\text{пго}}(t, \tau) - P_{\text{ремо}}(t, \tau) - P_{\text{про}}(t, \tau) - P_{\text{цно}}(t, \tau) \quad (1.4.11)$$

— вероятность наличия условно готовых к пуску объектов; $P_{\text{угц}}(t, \tau)$ — вероятность условной готовности оборудования подготовки и пуска.

Таким образом, функциональная готовность универсального центра в основном определяется наличием в любой данный момент готовых к пуску объектов. Кроме того, функциональная готовность определяется также оперативностью выполнения операций пуска готовых объектов или темпами операций подготовки и пуска.

1.5. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ

Функциональная готовность систем контроля и управления недостаточна для полной оценки эффективности АСКУ, так как не учитывает средств, которыми она достигается.

Более полным критерием оценки эффективности АСКУ совместно с объектом является условная величина [8, 9]

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{D(t, \tau)}{C(t, \tau)}, \quad (1.5.1)$$

где $D(t, \tau)$ — общий эффект;

$C(t, \tau)$ — общая стоимость комплекса.

Но критерий оценки эффективности (1.5.1) в явном виде не отражает зависимость эффективности от характеристик статики и динамики процессов контроля и управления объектами. Он не позволяет оценить оперативность отдельных операций контроля и управления, не показывает приспособленность техники к эксплуатации, надежности, производительности, степени автома-

тизации и мобильности технических средств и поэтому не позволяет установить степень оптимальности объема и последовательности операций контроля и управления, степень подготовленности и натренированности персонала в полуавтоматических и автоматических СКУ.

Для оценки эффективности процессов контроля и управления во времени, а также для оптимизации этих процессов можно ввести некоторые частные критерии.

Состояние универсального центра контроля и управления объектами можно характеризовать, как это делается в теории надежности, частотой и интенсивностью утраты готовности объектов к пуску [1].

Частота утраты **полной** готовности объектов универсального центра

$$F_{н/пг}(t, \tau) = \frac{1}{N_0(t, \tau)} \frac{dN_{н/пг}(t, \tau)}{dt}, \quad (1.5.2)$$

условной готовности

$$F_{н/уг}(t, \tau) = \frac{1}{N_0(t, \tau)} \frac{dN_{н/уг}(t, \tau)}{dt}. \quad (1.5.3)$$

При статистической оценке на i -м интервале времени Δt_i

$$F_{н/пг i}^*(t, \tau) = \frac{\Delta N_{н/пг i}(t, \tau)}{N_0(t, \tau) \Delta t_i}, \quad (1.5.4)$$

$$F_{н/уг i}^*(t, \tau) = \frac{\Delta N_{н/уг i}(t, \tau)}{N_0(t, \tau) \Delta t_i}. \quad (1.5.5)$$

Интенсивность утраты **полной** готовности объектов универсальных центров

$$v_{н/пг}(t, \tau) = \frac{1}{N_{пг}(t, \tau)} \cdot \frac{dN_{н/пг}(t, \tau)}{dt}, \quad (1.5.6)$$

условной готовности

$$v_{н/уг}(t, \tau) = \frac{1}{N_{уг}(t, \tau)} \cdot \frac{dN_{н/уг}(t, \tau)}{dt}. \quad (1.5.7)$$

При статистической оценке на i -м интервале времени Δt_i

$$v_{н/пг i}(t, \tau) = \frac{\Delta N_{н/пг i}(t, \tau)}{N_{пг i}(t, \tau) \Delta t_i}, \quad (1.5.8)$$

$$v_{н/уг i}(t, \tau) = \frac{\Delta N_{н/уг i}(t, \tau)}{N_{уг i}(t, \tau) \Delta t_i}. \quad (1.5.9)$$

Интенсивность приведения объектов в состояние **полной** готовности

$$\mu_{пг}(t, \tau) = \frac{1}{N_{н/пг}(t, \tau)} \cdot \frac{df_{пг}(t, \tau)}{dt}, \quad (1.5.10)$$

условной готовности

$$\mu_{уг}(t, \tau) = \frac{1}{N_{н/уг}(t, \tau)} \frac{df_{уг}(t, \tau)}{dt}. \quad (1.5.11)$$

При статистической оценке по интервалам времени

$$\mu_{пг i}^*(t, \tau) = \frac{\Delta f_{пг i}(t, \tau)}{N_{н/пг i}(t, \tau) \Delta t_i}, \quad (1.5.12)$$

$$\mu_{уг i}^*(t, \tau) = \frac{\Delta f_{уг i}(t, \tau)}{N_{н/уг i}(t, \tau) \Delta t_i}. \quad (1.5.13)$$

В формулах (1.5.2) — (1.5.13): $N_{н/пг}$, $N_{н/уг}$ — число полностью готовых и условно готовых объектов; $\Delta N_{н/пг i}$, $\Delta N_{н/уг i}$ — число объектов, утративших полную или условную готовность в i -м интервале времени; $\Delta f_{пг i}$, $\Delta f_{уг i}$ — число объектов, приведенных в течение Δt_i в состояние полной и условной готовности.

Более приемлемой характеристикой состояния объектов в процессе контроля и управления является энтропия состояния объекта [2, 10, 11]:

$$H_0(t, \tau) = H_{во}(t, \tau) + H_{но}(t, \tau), \quad (1.5.14)$$

где

$$H_{во}(t, \tau) = -\{P_{во}(t, \tau) \log_2 P_{во}(t, \tau) + [1 - P_{во}(t, \tau)] \log_2 [1 - P_{во}(t, \tau)]\} \quad (1.5.15)$$

— энтропия, обусловленная наличием внезапных отказов в объекте, происходящих с вероятностью $P_{но}$;

$$H_{но}(t, \tau) = -\{P_{но}(t, \tau) \log_2 P_{но}(t, \tau) + [1 - P_{но}(t, \tau)] \log_2 [1 - P_{но}(t, \tau)]\} \quad (1.5.16)$$

— энтропия, обусловленная наличием постепенных отказов, происходящих с вероятностью $P_{по}$.

АСКУ в процессе контроля и управления получает некоторое количество информации о состоянии объекта, замещая энтропию информацией

$$I(t, \tau) = H_0(t, \tau) - H(t, \tau), \quad (1.5.17)$$

где $H(t, \tau)$ — остаточная энтропия объекта после проведения процесса контроля и управления.

При таком подходе к оценке состояния объекта для оценки эффективности всего процесса контроля и управления или отдельных его операций можно применить критерий [7, 12]

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{I(t, \tau)}{H_0(t, \tau)}. \quad (1.5.18)$$

Однако этот критерий не учитывает затрат на процесс контроля и управления и некоторых других экономических показателей процесса.

Наиболее общим и перспективным функционально-статистическим критерием оценки эффективности можно считать [3, 7, 13]

$$\mathcal{E}_{I,C}(t, \tau) = \frac{I(t, \tau)}{C(t, \tau)}, \quad (1.5.19)$$

где

$$C(t, \tau) = aT + bW + dG + eV \quad (1.5.20)$$

— средняя обобщенная стоимость (затраты) процесса получения информации;

$T = \sum_{i=1}^m t_i$ — время, необходимое для проведения процесса контроля и управления объектом, включающим m систем управления;

$V = \sum_{i=1}^m v_i$ — сложность аппаратуры;

$G = \sum_{i=1}^m g_i$ — вес аппаратуры;

$W = \sum_{i=1}^m w_i$ — стоимость аппаратуры;

a, b, d, e — весовые коэффициенты, учитывающие роль и значимость различных факторов, приводящие размерность различных составляющих к одной.

Все слагаемые знаменателя являются средними значениями соответствующих случайных величин. Выбор значений коэффициентов a, b, d, e определяется различными требованиями к аппаратуре контроля и управления.

В тех случаях, когда необходимо создать быстродействующие системы без учета других факторов, при $a=1, b=d=e=0$ критерий эффективности (1.5.19) оценивает быстродействие

$$\mathcal{E}_{I,T}(t, \tau) = \frac{I(t, \tau)}{T(t, \tau)}, \quad (1.5.21)$$

где $T(t, \tau)$ — время, необходимое для проведения процесса контроля и управления.

В настоящее время для оценки эффективности АСКУ широкое распространение получил критерий

$$\mathcal{E}_{P,C}(t, \tau) = \frac{P(t, \tau)}{C(t, \tau)}, \quad (1.5.22)$$

где $P(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы системы; $C(t, \tau)$ — стоимость аппаратуры.

Кроме рассмотренных критериев, оценку эффективности АСКУ можно производить информационным коэффициентом эффективности [13]

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{1}{K_1 K_2 K_3}, \quad (1.5.23)$$

где K_1 — степень загруженности оператора, равная количеству сообщений (отклонений) на единицу передаваемой информации; K_2 — количество шагов машины на единицу информации; K_3 — количество двоичных операций, совершаемых в блоках машины на один шаг машины.

Выбор того или иного критерия оценки эффективности работы АСКУ определяется требованиями к надежности, быстродействию, стоимости, весу и к другим характеристикам системы, а также необходимостью оптимизации оборудования в процессе проектирования и эксплуатации.

1.6. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ. АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИИ АСКУ

Функциональную схему в общем случае можно представить так, как показано на рис. 1.6.1 [15, 16]. В частных случаях некоторые устройства этой схемы могут быть исключены полностью, а их функции возложены на другие устройства.

Основное назначение АСКУ — самым экономным способом преобразовывать данные о процессе в форму, удобную для восприятия оператором, для ввода в устройство оптимизации, в вычислительную и управляющую машину, а также удобную для выполнения сложных ло-

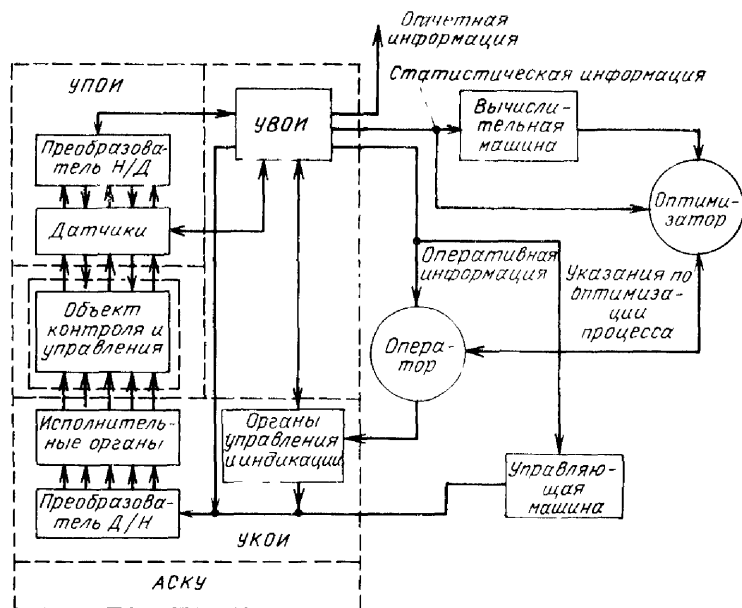


Рис. 1.6.1.

гических операций по оценке готовности сложного объекта к применению, при поиске неисправностей, подстройке, регулировке, формировании отдельных параметров объектов, отбраковке неисправных систем, вводе резерва и т. п.

Для измерения на объекте размещены датчики — преобразователи контролируемых параметров различной физической природы в электрический сигнал, однозначно отображающий параметры объекта. Датчики контролируемых параметров, многоканальный кодирующий преобразователь непрерывных величин в дискретные (Н/Д) совместно с входными линиями связи образуют устрой-

ство первичной обработки информации (УПОИ), которое:

- осуществляет контроль отдельных элементов и систем управления объектов оптимальными методами;
- преобразовывает непрерывную информацию в дискретный код;
- уменьшает избыточность информации для того, чтобы она не перегружала устройств дальнейшей обработки и передачи информации.

Автоматическая система контроля и управления включает также устройство вторичной обработки информации (УВОИ), которое:

- регламентирует весь процесс контроля и управления;
- регистрирует отклонение параметров для выработки управляющего сигнала подстройки и регулирования;

— производит оценку готовности объекта к применению по принятому критерию;

— выполняет обработку данных для осуществления прогнозирования отказов и отбраковки, а также для включения резерва систем управления объектом;

— в случае возникновения неисправностей УВОИ не только автоматически обнаруживает их по оптимальному алгоритму, но и выдает рекомендации по их устранению;

— обеспечивает сопряжение с другими системами и устройствами контроля и управления, выполняет блокировку, аварийную защиту оборудования объекта и системы контроля, а также обеспечивает самоконтроль;

— выдает данные в удобной форме для наглядной индикации и составления отчетной документации о ходе процесса контроля и управления;

— выдает сигнал на применение объекта в соответствии с принятым алгоритмом.

Кроме этих устройств, АСКУ также может включать устройство конечной обработки информации (УКОИ), предназначенное:

— для преобразования информации в форму, удобную для восприятия ее оператором;

— для осуществления настройки, регулировки и формирования различных параметров;

— для передачи сигнала на применение объекта или отбой.

Подобное деление АСКУ на УПОИ, УВОИ, УКОИ следует считать до некоторой степени условным, однако оно облегчает анализ, оценку эффективности и синтез оптимальных АСКУ.

Для удобства анализа и оценки эффективности процесса переработки информации при контроле и управлении всю информацию, выдаваемую УВОИ, можно разделить на оперативную, статистическую и отчетную.

Оперативная информация предназначена для непосредственного воздействия на процесс контроля и управления оператором и управляющей машиной. Вследствие ограничения возможностей оператора воспринимать информацию, оперативная информация должна выдаваться не только в удобном виде, но и в таком количестве, в котором оператор способен ее воспринять, т. е. УВОИ должно выполнять отбор и обобщение информации, перерабатываемой этим устройством.

Введение в процесс контроля и управления специальной управляющей машины обуславливается сложностью процесса управления. В некоторых случаях может оказаться введение такой машины неоправданным и она исключается.

Кроме выработки оперативной информации УВОИ должно отбирать данные, по которым можно будет сделать полезные выводы путем сопоставления замеров на протяжении длительного времени, например нескольких часов, дней, месяцев или лет. Подобные сопоставления всегда требуют усреднения, поэтому такого рода информацию называют статистической.

Все виды информации должны передаваться в цифровом коде, поэтому основная функция АСКУ заключается в представлении значений выходных параметров процесса в форме цифрового кода. Эти значения должны выдаваться в определенной последовательности с частотой повторения, определяемой требованиями динамики процесса контроля и управления.

Для параметров, требующих непрерывной индикации, удобно применять сигнализацию, включающуюся только в том случае, когда какой-либо параметр достигнет некоторого заданного значения. В остальное время показания могут быть получены оператором путем «вызова измерений».

Если оперативную информацию запоминать не всегда обязательно, то для статистической информации применение памяти необходимо. Для представления статистической информации в форме, доступной для чтения человеком, она регистрируется на бумажных или магнитных лентах. Отчетная информация может регистрироваться точно так же, как и статистическая, однако чаще она печатается на отдельных бланках.

АСКУ работает по определенному алгоритму, составленному на основе оценки готовности объекта к применению по принятому критерию. Критерий оценки готовности может быть измерен как при помощи элементов вычислительной техники (оценка готовности по допускам без прогнозирования), так и при помощи сложных расчетов по формулам, составленным с учетом математической модели процесса контроля и управления (оценка по сложному критерию без прогнозирования и с прогнозированием). Алгоритм контроля и управления определяет последовательность арифметических и логических операций с информацией, поступающей непосредственно о текущих процессах, а также с информацией, полученной в предыдущих циклах контроля и управления. Алгоритм контроля и управления определяет также необходимый объем измерительной информации, способы ее сглаживания и усреднения, уточняет состав датчиков, а также степень использования промежуточных вычислений. Выбор оптимальных алгоритмов процесса контроля и управления сложными объектами производится с учетом их эффективности и составляет принципиальную основу разработки АСКУ.

При оценке готовности объекта к применению АСКУ в лучшем случае должна определять вероятность выполнения объектом задачи P или его эффективность \mathcal{E} в момент времени t_k , в который заканчивается контроль, и установить путем прогнозирования указанную вероятность или эффективность на момент времени окончания работы системы управления объектом τ_{op} .

Таким образом, АСКУ должна обеспечить получение необходимых данных для составления функциональных неравенств

$$P(X, t_k, \tau_{op}) \geq P(X_0, t_k, \tau_{op}), \quad (1.6.1)$$

$$\mathcal{E}(X, t_k, \tau_{op}) \geq \mathcal{E}(X_0, t_k, \tau_{op}) \quad (1.6.2)$$

и решения этих неравенств, в которых выходными параметрами объекта являются векторы X и X_0 .

АСКУ должна выдавать результаты оценки готовности либо в виде значения вероятности или эффективности выполнения объектом поставленной перед ним задачи, либо в виде решения «годен — негоден», «меньше — норма — больше» с учетом вероятности или эффективности.

Оценка готовности по таким критериям позволит непосредственно оценить близкое к реальному состояние объекта при выполнении им задачи и значительно облегчить принятие решения оператором на пуск объекта.

В некоторых случаях может оказаться необходимым решение неравенств (1.6.1), (1.6.2) с учетом вероятности выполнения поставленной задачи самой АСКУ, однако это не вызовет новых принципиальных трудностей, кроме увеличения времени определения необходимых данных и решения более сложного функционального неравенства.

Повышение эффективности комплекса объект—АСКУ можно получить, сократив время выполнения контроля и управления объектом введением полной автоматизации. Полная автоматизация возможна только при жестком во времени регламенте процесса контроля и управления. Этот регламент составляется с учетом:

- длительности и последовательности различных операций процесса контроля и управления;

- длительности и последовательности всего процесса;

- возможности проведения ускоренных испытаний и перестройки регламента при обнаружении неисправностей или необходимости в подстройке и регулировке,

- разогрева и введения в рабочее состояние отдельных блоков и систем;

- сохранения ресурса приборов и систем в процессе контроля;

- точности, быстродействия, стоимости оборудования, а также требований к квалификации операторов.

Регламентирование процесса контроля и управления должна осуществлять АСКУ в соответствии с заранее разработанными программами. Программное устройство АСКУ должно обладать определенной гибкостью, позволяющей путем смены программы или добавления новых

сменных модулей переводить АСКУ на выполнение нового регламента или на контроль и управление новыми модификациями объектов и даже в некоторых случаях новыми образцами объектов. Указанную универсальность АСКУ возможно получить разработкой типовых простейших и сложных алгоритмов, стандартизацией узлов, блоков и подсистем, применением дискретной вычислительной техники, позволяющей создавать системы контроля и управления с различными характеристиками. Универсальность АСКУ позволит значительно сократить затраты на проектирование и построение систем, а также количество систем контроля и управления по сравнению с числом специализированных систем.

Важнейшим требованием к АСКУ сложными объектами является ее безотказность в работе, которая характеризуется вероятностью безотказной работы $P_{ск}(t, \tau)$ на протяжении заданного времени и в заданных условиях эксплуатации. Вероятность безотказной работы АСКУ, наряду с вероятностью безотказной работы других элементов (рис. 1.6.1) при их независимости, определяет вероятность выполнения задачи всем комплексом *)

$$P(t, \tau) = P_0(t, \tau) P_{ск}(t, \tau) P_{вм}(t, \tau) \times \\ \times P_{во}(t, \tau) P_{ум}(t, \tau) P_{оп}(t, \tau), \quad (1.6.3)$$

где $P_0(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы объекта; $P_{вм}(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы вычислительной машины; $P_{во}(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы устройств оптимизации; $P_{ум}(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы управляющей машины; $P_{оп}(t, \tau)$ — вероятность «безотказной работы» оператора; t — текущий момент времени; τ — момент времени, относительно которого вычисляются вероятности безотказной работы.

При оценке вероятности безотказной работы АСКУ необходимо прежде всего учитывать следующие основные положения.

Автоматическая система контроля и управления включается в замкнутый цикл процесса контроля и управления, работая при этом в реальном времени, поэтому неправильные решения, принимаемые АСКУ, в ре-

*) Это имеет место в простейшем случае «пятичонн» передачи информации в процессе контроля и управления, в котором не предусмотрена остановка АСКУ на восстановление

зультате ее ошибки приводят к ложным сигналам, которые могут привести к аварии и даже к срыву выполнения объектом задачи АСКУ должна обладать высокой эффективностью при резком ограничении частоты и длительности профилактических мероприятий. Так как АСКУ строится в основном с применением дискретных элементов, то в силу дискретной природы сигналов в ней будут иметь место, в основном, внезапные отказы. Всякая остановка АСКУ для устранения в ней неисправности приводит к остановке процесса контроля и управления, поэтому предусмотренный резерв отказавших элементов и блоков необходимо вводить, не отключая и не нарушая нормального хода процесса. При этом отказавшие элементы или блоки должны заменяться новыми, статистически аналогичными.

Кроме простейшего способа включения АСКУ в контур контроля и управления она может также включаться сложно, создавая «ветвящуюся» структуру с учетом коэффициента готовности

$$K_{Г}(t, \tau) = \frac{\tau_p}{\tau_p + \tau_b}, \quad (1.6.4)$$

где τ_p — общее время исправной работы; τ_b — время восстановления.

С учетом коэффициента готовности при «ниточной» передаче информации*) вероятность выполнения задачи комплексом равна

$$P_1(t, \tau) = K_1(t, \tau) P(t, \tau). \quad (1.6.5)$$

После формулировки основных требований, предъявляемых к АСКУ, необходимо описать и теоретически обосновать один из возможных алгоритмов оценки эффективности и оптимизации системы контроля.

На рис. 1.6.2 представлен алгоритм оценки эффективности и оптимизации АСКУ. На этом рисунке показано, что процесс разработки общей теории оценки эффективности и оптимизации АСКУ является замкнутым с множеством местных обратных и прямых связей, которые выделяются и уточняются как при разработке теории, так и в процессе проектирования.

*) В дальнейшем коэффициент готовности и «ветвящуюся» структуру будем учитывать там, где это принципиально необходимо

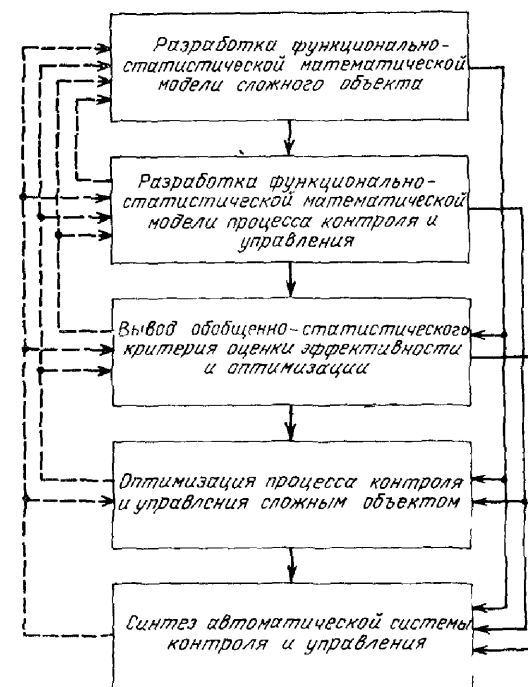


Рис. 1.6.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крауз С. В. О методах оценки готовности авиационной техники к выполнению поставленной задачи. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
2. Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматических систем контроля и управления. Изд. ХВКИУ, 1966.
3. Кузьмин И. В. Проектирование автоматических систем контроля и управления, ч. 1. Синтез структур телемеханических систем. Изд. ХВКИУ, 1967.
4. Корн Ф. К. Тенденции развития проверочного оборудования для сложных систем оружия. Сб. статей под ред. В. А. Боднер. Изд-во иностранной литературы, 1962.
5. Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. Физматгиз, 1963.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО- СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

6. Андреев Н. И. Определение оптимальной линейной динамической системы по критерию экстремума функционала общего вида «Автоматика и телемеханика», 1957, № 7.
7. Касаткина А. С., Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматизированных систем контроля. Изд-во «Энергия», 1967.
8. Мерилл Г., Гельмгольц, Гольдберг Г. Исследование операций. Боевые части. Пуск снарядов, Изд-во иностранной литературы, 1968.
9. Доброленский Ю. П., Иванова В. И., Поспелов Г. С. Автоматика управляемых снарядов. Оборонгиз, 1963.
10. Синдеев И. М. О некоторых методах автоматического контроля работоспособности оборудования летательных аппаратов. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1961, вып. 897.
11. Константинов В. Д., Синдеев И. М. Методы обоснования требований к надежности и эффективности простых и сложных систем. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
12. Бриллиен Л. Наука и теория информации. Гостехиздат, 1960.
13. Синдеев И. М. О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле. ВВИА им. проф. Жуковского Н. Е., 1963, вып. 1020.
14. Якобсон Б. М. Применение теории информации к оценке эффективности систем централизованного контроля. «Приборостроение», 1962, № 9.
15. Шенброт И. М. Централизованный контроль технологических процессов. Изд-во «Энергия», 1961.
16. Ицхоки Я. С., Овчинников Н. И., Фирсов Л. П. Логические схемы устройства первичной обработки радиолокационной информации. Труды ВВИА им. проф. Жуковского Н. Е., 1963.
17. Чинаев П. И. Многомерные автоматические системы. ГИТЛ, Киев, 1963.

Объектом контроля и управления может быть любой аппарат, стабилизируемый в пространстве системами автоматического управления и несущий на борту различные системы, предназначенные для выполнения специальных задач, а также предприятие, цех, фирма, ракетный комплекс и т. д.

Сложность процесса контроля и управления обуславливается, в основном, сложностью объектов. Для описания функционирования объекта целесообразно построить его математическую модель. Наиболее полно состояние объекта характеризует математическая функционально-статистическая модель — это система уравнений или операторов, описывающих зависимость выходных параметров объекта, системы или блока от внешних и внутренних воздействий при функционировании. На основе анализа этой модели возможно сформулировать основные задачи, решаемые автоматической системой контроля и управления, а также синтезировать оптимальную АСКУ, определяя степень автоматизации и ее эффективность.

При построении математической функционально-статистической модели необходимо учитывать то, что объект может состоять из систем всевозможных классов и видов. Эти системы могут быть автономными и неавтономными, замкнутыми и разомкнутыми, стационарными и нестационарными, непрерывными и дискретными. Поэтому для построения математической функционально-статистической модели необходимо использовать достаточно общий математический аппарат, который при соответствующих изменениях может быть распространен

на частные случаи. Кроме того, при построении математической функционально-статистической модели объекта необходимо также иметь в виду основные критерии, по которым выполняется оптимизация характеристик процесса контроля и управления.

К этим критериям прежде всего относятся:

- время, необходимое для выполнения процесса в целом и его составляющих;
- вероятности безотказной работы и вероятности выполнения задачи различными системами, входящими в объект, и объектом в целом;
- точность работы различных систем;
- вес, объем, стоимость, потребляемая энергия и другие важные показатели.

В этой главе рассматриваются функционально-статистические модели, позволяющие определить вероятностные характеристики объекта. Предлагаемые модели позволяют непосредственно определить вероятности появления постепенных отказов систем объекта. При этом могут быть использованы четыре математические модели, основанные: на методе интегрирования дифференциальных уравнений, методе Монте-Карло, методе квазилинейных возмущений и методе канонических разложений.

Метод интегрирования дифференциальных уравнений — это метод прямого вычисления многомерных плотностей вероятностей выходных параметров объекта с помощью дифференциальных уравнений.

Метод Монте-Карло состоит в многократном выборе случайной величины параметров систем с последующим определением закона распределения выходных параметров объекта.

Метод квазилинейных возмущений состоит в представлении выходных параметров в виде ряда Тейлора с последующим определением закона распределения вероятностей выходных параметров.

С методом канонических разложений, разработанным В. С. Пугачевым [20] и использованным в монографии [21] для построения математических моделей оценки вероятностного состояния сложных объектов, можно ознакомиться в указанных работах.

В книге основное внимание уделяется математической модели объекта, основанной на методе квазилиней-

ных возмущений как наиболее простом и позволяющём получать практически важные результаты, а также излагается сущность метода интегрирования дифференциальных уравнений и формулируются условия применения этого метода, а также метода Монте-Карло.

2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ

Под объектом контроля понимается комплекс сложных и простых статических и динамических систем и элементов, а также отдельные системы и блоки, характеристики которых формируются, контролируются и настраиваются по определенным алгоритмам.

Под параметрами многомерного объекта, систем и блоков понимаются величины, функциональные зависимости или операторы, служащие мерой качества объекта и характеризующие способность объекта выполнять заданные функции управления.

При контроле и управлении движением объект можно рассматривать как многомерную динамическую систему, включающую системы автоматического управления (САУ) совместно с управляемым объектом (рис. 2.1.1). На эту систему, наряду с закономерными и случайными управляющими воздействиями или сигналами контроля, влияют различные случайные помехи в виде внешних возмущений, действующих, как правило, на объект, и внутренних, действующих на различные цепи САУ.

Возмущенное состояние объекта при контроле и управлении можно описать системой уравнений, являющейся в общем случае математической функциональной моделью [1]:

$$\sum_{p=1}^m M_{lp} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p = F_l(t, \tau, X, Z),$$

$$l = 1, 2, \dots, m, \quad (2.1.1)$$

где $X \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ — вектор случайных функций времени, характеризующих выходные параметры объекта; $Z \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k\}$ — вектор случайных функций времени,

характеризующих внешние и прямые внутренние возмущения и управляющие воздействия (на рис. 2.1.1 управляющие воздействия обозначены через Φ); F_t — нелинейная функция времени; $M_{lp}(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q)$ — многочлен относительно оператора дифференцирования d/dt с переменным во времени случайным вектором коэффициентов $Q\{q_1, q_2, \dots, q_m\}$; t — текущее значение времени; τ — момент времени, до которого анализируется объект.

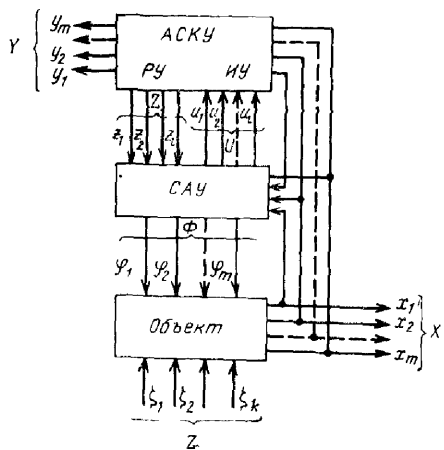


Рис. 2.1.1.

Система уравнений (2.1.1) в зависимости от этапа и выбранного алгоритма контроля может описывать либо динамическое состояние систем управления с неподвижным объектом, либо возмущенное движение объекта, управляемого системами автоматического управления.

В любом случае на объект действуют случайные возмущения, а также случайные и неслучайные воздействия. Случайность внутренних возмущений обуславливается: допусками производства; внезапным отклонением параметров элементов от расчетных; постепенным ухудшением параметров элементов от расчетных; конечной точностью и чувствительностью приборов, входящих в САУ; различными шумами, действующими в цепях САУ и др.

Внутренние возмущения можно разделить на прямые и косвенные. К прямым внутренним возмущениям относятся все возмущения, действующие на прямые цепи прохождения сигналов по системе (случайная конечная точность и чувствительность приборов отдельных элементов систем, а также всевозможные шумы на входах отдельных элементов). К косвенным внутренним возмущениям отно-

сятся возмущения, влияющие на выходные параметры при изменении параметров элементов системы (точность производства и настройки отдельных элементов системы, изменение условий эксплуатации и режима работы системы)

Случайность внешних возмущений обуславливается случайностью ошибок ориентации объекта и приборов управления, случайными отклонениями параметров двигателя от расчетных, погрешностями изготовления объекта и установки двигателей, ошибками при формировании веса, объема объекта, ошибками САУ, случайными возмущениями окружающей среды (изменениями температуры, давления, влажности, скорости движения воздушной среды и др.)

Случайность параметров управляющего или полезного сигналов может обуславливать, в частности, случайность факта появления этих сигналов. Таким образом, как управляющее воздействие, так и возмущения, действующие на объект, следует рассматривать в статистическом плане

Состояние любой динамической системы, находящейся под воздействием управляющих сигналов и возмущений, определяется некоторыми выходными параметрами, определенным образом связанными с воздействиями на систему через соответствующий системе уравнений (2.1.1) вектор-оператор динамической системы, заданный либо совокупностью математических операций $A_i(t, \tau, X, Z, Q)$, либо совокупностью линейных или нелинейных дифференциальных уравнений (2.1.1).

В связи со случайным характером различных воздействий и возмущений выходные параметры объекта будут также случайными функциями времени.

Каждой группе номинальных условий при $t=\tau_0$, x_{01} , x_{0m} , ζ_{01} , ..., ζ_{0k} номинальной области G_0 соответствует свое номинальное решение системы (2.1.1):

$$x_{0i} = \varphi_{0i}(\tau_0, \tau, X_0, Z_0). \quad (2.1.2)$$

Каждой группе реальных условий в момент времени $t=\tau_1$, x_1 , ..., x_m , ζ_1 , ..., ζ_k реальной области G_1 соответствует реальное решение системы (2.1.1):

$$x_i = \varphi_i(\tau_1, \tau, X, Z). \quad (2.1.3)$$

Система уравнений (2.1.1) по числу нелинейных операторов и выходных параметров может быть представлена в виде m отдельных уравнений. Для простоты положим, что число выходных параметров равно числу операторов, хотя их может быть больше. Для v -го пара-

метра система уравнений (2.1.1) станет уравнением

$$M_v \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_v = F_l(t, \tau, x_v, Z). \quad (2.1.4)$$

Этому уравнению при линеаризации могут соответствовать импульсная $\omega(t, \tau, \mu, x_v, Z, Q)$, переходная $h(t, \tau, \mu, x_v, Z, Q)$, передаточная $W(t, \tau, p, x_v, Z, Q)$ функции системы, амплитудная $A(t, \tau, \omega, x_v, Z, Q)$ и фазовая $\varphi(t, \tau, \omega, x_v, Z, Q)$ частотные характеристики системы.

Для объектов, движущихся в трехмерном пространстве, число выходных параметров равно или больше числа степеней свободы. При дальнейшем рассмотрении индекса, соответствующий названию регулируемого параметра, можно не ставить.

Например, уравнения движения центра масс летательного объекта можно записать в виде.

$$M_\gamma \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_\gamma \right) x_\gamma = F_\gamma(t, \tau, x_\gamma, Z_\gamma), \quad (2.1.5)$$

$$M_\beta \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_\beta \right) x_\beta = F_\beta(t, \tau, x_\beta, Z_\beta), \quad (2.1.6)$$

$$M_w \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_w \right) x_w = F_w(t, \tau, x_w, Z_w), \quad (2.1.7)$$

где x_γ — отклонение объекта по нормали к траектории полета; x_β — отклонение объекта в боковом направлении; x_w — скорость движения объекта в продольном направлении, а также уравнения движения летательного объекта относительно центра масс:

$$M_v \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_v \right) x_v = F_v(t, \tau, x_v, Z_v), \quad (2.1.8)$$

$$M_\psi \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_\psi \right) x_\psi = F_\psi(t, \tau, x_\psi, Z_\psi), \quad (2.1.9)$$

$$M_\varphi \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q_\varphi \right) x_\varphi = F_\varphi(t, \tau, x_\varphi, Z_\varphi), \quad (2.1.10)$$

где v — угол тангажа; ψ — угол рыскания; φ — угол вращения.

В уравнениях (2.1.5)–(2.1.10) число возмущений и управляющих воздействий может быть любым.

Регулируемые параметры могут быть как зависимыми, так и независимыми. При движении объекта в пространстве обычно считают, что угловые колебания объекта происходят с относительно большой

частотой и практически мало влияют на движение объекта по траектории. Поэтому при составлении и анализе уравнений движения объекта относительно центра масс влиянием инерционных и демпфирующих моментов можно пренебречь. Кроме того, в общем случае возмущенное движение объекта в плоскости орбиты зависит от возмущенного движения в боковом направлении; однако, например, благодаря большой точности измерителей и систем стабилизации центра масс этим влиянием можно пренебречь. Таким образом, в некоторых частных случаях можно рассматривать уравнения движения объекта по одному из регулируемых выходных параметров независимо от движения объекта по другим параметрам.

При контроле объекта системы регулирования отдельных параметров могут оказаться разомкнутыми, и тогда в зависимости от выбранного критерия оценки готовности систем анализ и синтез системы контроля и управления могут значительно упроститься.

Анализ уравнения возмущенного состояния объекта в процессах контроля и управления позволяет определить функциональное состояние объекта, синтез системы контроля и оценки ее эффективности. Однако более полной характеристикой статического и динамического состояния объекта является вероятностное описание с помощью законов распределения вероятностей значений параметров и векторов-операторов.

2.2. ОЦЕНКА ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ МЕТОДОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для определения дифференциального закона распределения системы случайных выходных параметров $x_1(t), \dots, x_m(t)$ можно воспользоваться методикой, описанной в монографии [1].

Если предположить, что получены решения (2.1.2), известен дифференциальный закон распределения вероятностей $f_0(\tau_0, \tau, X_0, Z_0)$ систем случайных величин $x_{01}, \dots, x_{0m}, \zeta_{01}, \dots, \zeta_{0k}$ и функция F_i имеет кусочно-непрерывные частные производные по координатам x_i , решения системы (2.1.1) φ_i имеют вторые частные производные по x_i , а также по x_i и t , и первые производные по ζ_i , то дифференциальный закон распределения системы случайных величин x_1, \dots, x_m определяется равенством [2, 3]

$$f(X, Z, t, \tau) = \\ = f_0[\varphi_1, (X, Z, t_0, \tau), \dots, \varphi_m(X, Z, t_0, \tau)] J_\varphi, \quad (2.2.1)$$

где

$$I_{\varphi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} \dots \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_m} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta_1} \dots \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta_n} \\ \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_1} \dots \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_m} \frac{\partial \varphi_m}{\partial \zeta_1} \dots \frac{\partial \varphi_m}{\partial \zeta_n} \\ 0 \dots 0 & 1 \dots 0 \\ 0 \dots 0 & 0 \dots 1 \end{vmatrix} \quad (2.2.2)$$

— якобиан преобразования.

Однако в равенство (2.2.1) входят неизвестные функции φ_i и $\partial \varphi_i / \partial x_j$, что не позволяет до конца довести решение.

Закон распределения вероятностей f можно определить из уравнения, составленного при условии, что в рассматриваемый момент времени t $I_{\varphi} > 0$, т. е. $|I_{\varphi}| = I_{\varphi}$. Частные производные от закона распределения (2.2.1) по t и x_j , необходимые для составления уравнения:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} I_{\varphi} + f_0 \frac{\partial I_{\varphi}}{\partial t}, \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} I_{\varphi} + f_0 \frac{\partial I_{\varphi}}{\partial x_j}. \quad (2.2.4)$$

Если умножить каждый член равенства (2.2.4) на $\partial x_j / \partial t$ и полученный результат почленно сложить с уравнением (2.2.3), то можно получить уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{j=1}^m F_j \frac{\partial f}{\partial x_j} = I_{\varphi} \sum_{i=1}^m \frac{\partial f_0}{\partial \varphi_i} \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} \right) + \\ + f_0 \left(\frac{\partial I_{\varphi}}{\partial t} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial I_{\varphi}}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} \right), \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

где

$$F_j = \frac{dx_j}{dt}.$$

После упрощений и эквивалентных преобразований (2.2.5) можно представить в виде линейного уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^m F_j \frac{\partial f}{\partial x_j} + f \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2.2.6)$$

38

из которого, решая задачу Коши, находим закон распределения f . Уравнение (2.2.6) справедливо и для якобиана $I_{\varphi} < 0$. Из общей теории дифференциальных уравнений известно, что для интегрирования уравнений (2.2.6) необходимо найти $m+1$ первых интегралов системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx_1}{F_1} = \frac{dx_2}{F_2} = \dots = \frac{dx_m}{F_m} = - \frac{df}{f \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial x_j}}. \quad (2.2.7)$$

За m первых интегралов системы (2.2.7) могут быть приняты выражения

$$x_{0i} = \varphi_i(X, Z, \tau_0, \tau). \quad (2.2.8)$$

Общий интеграл уравнений (2.2.6)

$$f \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \varphi_j} d\tau_j \right\} = \Phi[\varphi_{\mu}(\tau_0, \tau, x_j, \zeta_j)], \quad (2.2.9)$$

где $\Phi(\varphi_{\mu})$ — произвольная формула n первых интегралов системы (2.2.7), определяемая с учетом начальных условий; μ — индекс, принимающий значения $1, \dots, m$.

После преобразования (2.2.9) получаем дифференциальный закон распределения

$$f(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_j \right\} dZ. \quad (2.2.10)$$

Если учесть реальные пределы изменения величин ζ_1, \dots, ζ_n , то уравнение (2.2.10) можно переписать в виде

$$f(X, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1min}}^{\zeta_{1max}} \dots \int_{-\zeta_{nmin}}^{\zeta_{nmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_j \right\} dZ, \quad (2.2.11)$$

39

где

$$\eta_j = \varphi_j[\tau_0, \tau, \varphi_\gamma(\tau, \tau_0, x_\sigma, \zeta_\nu), \zeta_\nu]$$

при индексах j, γ, σ , принимающих значения $1, \dots, m$, и ν , принимающем значения $1, \dots, k$.

Для оценки совместных законов распределения переходной функции объекта необходимо на его вход подать единичный перепад и по описанной методике определить закон

$$f(h_1, \dots, h_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1m\tau n}}^{\zeta_{1max}} \dots k \dots \int_{-\zeta_{km\tau n}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_1 \right\} dZ. \quad (2.2.12)$$

При этом может оказаться, что нет необходимости производить оценку дифференциального закона распределения для каждого момента времени; при ограниченных спектральных плотностях процессов без особой потери информации его можно определить через интервал времени

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2.2.13)$$

где ω — полоса пропускания объекта контроля.

Для определения дифференциального m -мерного закона распределения импульсных функций можно воспользоваться якобианом преобразования $I(f_h \rightarrow f_\omega)$ с учетом того, что

$$h(t, \tau, \mu, X, Z, Q) = h'(t, \tau, \mu, X, Z, Q).$$

Совместный дифференциальный закон распределения передаточной функции, амплитудно- и фазо-частотных характеристик определяется при гармонических воздействиях на объект. Воспользовавшись описанной методикой при действии гармонических сигналов, можно получить:

— закон распределения передаточной функции объекта

$$f(W_1, \dots, W_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1m\tau n}}^{\zeta_{1max}} \dots k \dots \int_{-\zeta_{km\tau n}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_1 \right\} dZ; \quad (2.2.14)$$

— закон распределения амплитудно-частотной характеристики объекта

$$f(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1m\tau n}}^{\zeta_{1max}} \dots k \dots \int_{-\zeta_{km\tau n}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_1 \right\} dZ; \quad (2.2.15)$$

— закон распределения фазо-частотной характеристики объекта

$$f(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = \int_{-\zeta_{1m\tau n}}^{\zeta_{1max}} \dots k \dots \int_{-\zeta_{km\tau n}}^{\zeta_{kmax}} f_0 \exp \left\{ - \int_{\tau_0}^t \sum_{j=1}^m \frac{\partial F_j}{\partial \eta_j} d\tau_1 \right\} dZ. \quad (2.2.16)$$

Без потери информации эти законы можно определить на частотной оси через дискреты:

$$\Delta \omega = \frac{2\pi}{T_{\Pi}}, \quad (2.2.17)$$

где T_{Π} — минимальное время регулирования одного из выходных параметров.

Таким образом, при оговоренных допущениях теоретически оказывается возможным точно определить m -мерные дифференциальные законы распределения выходных параметров и векторов-операторов. Необходимый объем вычислительных работ можно выполнить только на цифровых машинах.

На практике благодаря отсутствию корреляции между выходными параметрами отдельных систем объекта задача определения совместного закона распределения m -параметров сводится к задаче определения закона распределения для каждого параметра, т. е. при $j=1$, и нахождения произведения этих законов. Описанная методика в этом случае значительно упрощается. Однако выполнить интегрирование можно только тогда, когда плотность вероятности является простой аналитической функцией случайных параметров. С увеличением числа параметров и сложности аналитических функций применение метода вызывает значительные математические трудности.

Для инженерных расчетов при проектировании и оценке эффективности АСКУ целесообразно использовать приближенные методы [1, 4, 5] определения законов распределения выходных параметров с последующей оценкой степени приближения. Приближенные квазилинейные методы позволяют преодолеть математические трудности, обусловленные наличием в системах объекта нелинейностей, для которых не справедлив принцип суперпозиции. К квазилинейным можно отнести методы статистической и гармонической линеаризации.

2.3. ОЦЕНКА ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Для сложных объектов с нелинейностями при вероятностном анализе иногда практически достаточно оценивать первые два момента выходных параметров: математическое ожидание и корреляционную функцию или дисперсию. Эти моменты определяют закон распределения вероятностей, который приближенно можно считать нормальным, так как практически все системы объекта из-за инерционности обладают обобщенными свойствами фильтра [4], т. е.

$$|W_{\pi}(jk\omega)| \ll |W_{\pi}(j\omega)|, \quad k=2, 3, \dots, \quad (2.3.1)$$

где $W_{\pi}(j\omega)$ — передаточная функция преобразованной линейной части нелинейной системы.

Это свойство приближает периодическое решение уравнения системы к синусоидальному виду при сколь угодно сильной нелинейности. При соблюдении условий (2.3.1) математический анализ вероятностных характеристик объекта контроля значительно упрощается, хотя характерные особенности работы системы с нелинейностями сохраняются.

Систему дифференциальных уравнений возмущенно-го состояния объекта [1] в достаточно общей форме можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\rho=1}^m M_{I\rho} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_{\rho} &= F_l(X, Z, t, \tau) + \varphi_l(z_l), \\ z_l &= \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l x_i + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l \xi_j, \end{aligned} \right\} \quad (2.3.2)$$

где a_i^l, c_j^l — постоянные коэффициенты; $X \{x_1, \dots, x_m\}$ — вектор случайных функций параметра t , определяющий движение объекта; $Z \{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ — вектор возмущений, являющийся случайной функцией параметра t ; F_l — нелинейные функции, допускающие линеаризацию относительно некоторого режима движения объекта в пределах рабочих диапазонов величин или функций; φ_l —

нелинейные функции, не допускающие обычную линеаризацию; $M_{I\rho}$ — полиномы относительно оператора дифференцирования с переменными во времени коэффициентами.

Для определения математических ожиданий $m_{x_{\rho}}$ и корреляционных функций $K_{x_{\rho}x_i}(t, s)$ ($\rho, i=1, \dots, m$) случайные функции представляются в виде

$$\zeta_v(t) = m_{\zeta_v}(t) + \zeta_v^0(t) \quad (v=1, \dots, k), \quad (2.3.3)$$

$$z_l(t) = m_{z_l}(t) + z_l^0(t) \quad (l=1, \dots, m), \quad (2.3.4)$$

$$x_{\rho}(t) = m_{x_{\rho}}(t) + x_{\rho}^0(t) \quad (\rho=1, \dots, m), \quad (2.3.5)$$

где $m(t)$ — математические ожидания случайной функции; $\zeta_v^0, z_l^0, x_{\rho}^0$ — центрированные независимые случайные функции.

Функции F_l , допускающие линеаризацию относительно x_{ρ}^0 и ζ_v^0 , можно разложить в ряд Тейлора и при этом ограничиться рассмотрением членов ряда первой степени:

$$\begin{aligned} F_l(t, \tau, x_{\rho}, \zeta_v) &= F_{0l}(t, \tau, m_{x_{\rho}}, m_{\zeta_v}) + \\ &+ \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{x_{\rho}}} \right] x_{\rho}^0 + \sum_{v=1}^k \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{\zeta_v}} \right] \zeta_v^0. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Статистической линеаризацией функцию φ_l можно представить в виде

$$\varphi_l(z_l) \approx \varphi_{0l}(m_{z_l}) + k_1^l z_l^0, \quad (l=1, \dots, m), \quad (2.3.7)$$

где $\varphi_{0l}(m_{z_l})$ — статические характеристики безынерционных нелинейных преобразований; k_1^l — статические коэффициенты усиления безынерционных преобразований. В случае, если функции φ_l нечетно-симметричны, то

$$\varphi_{0l}(m_{z_l}) = k_0^l m_{z_l}. \quad (2.3.8)$$

Если функции φ_l — нелинейные операторы, то в более общем случае вместо коэффициентов усиления k_0, k_1 должна быть применена аппроксимация в виде линейных операторов [1].

Подставляя выражения (2.3.3)–(2.3.8) в систему уравнений (1.3.2), получаем:

$$\begin{aligned} & \sum_p^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) [m_{x_p} + x_p^0] = \\ & = F_l(t, \tau, m_{x_p}, m_{\tau_j}) + \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_{I_p}}{\partial m_{x_p}} \right]_0 x_p^0 + \\ & + \sum_{\nu=1}^k \left[\frac{\partial F_{I_l}}{\partial m_{\tau_\nu}} \right]_0 \zeta_\nu^0 + k_0^l m_{z_l} + k_1^l z_l^0, \\ & m_{z_l} + z_l^0 = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l (m_{x_i} + x_i^0) + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l (m_{\tau_j} + \zeta_j^0). \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Если применить к системе уравнений (2.3.9) операцию нахождения математического ожидания, то можно получить нелинейную систему уравнений для определения математического ожидания случайных функций:

$$\begin{aligned} & \sum_p^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) m_{x_p} = F_l(t, \tau, m_x, m_z) + k_0^l m_{z_l}, \\ & m_{z_l} = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l m_{x_i} + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l m_{\tau_j}. \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

Вычитая (2.3.10) из (2.3.9) получаем систему уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\begin{aligned} & \sum_p^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p^0 = \\ & = \sum_{\rho=1}^m \left[\frac{\partial F_{I_l}}{\partial m_{x_p}} \right]_0 x_p^0 + \sum_{\nu=1}^k \left[\frac{\partial F_{I_l}}{\partial m_{\tau_\nu}} \right]_0 \zeta_\nu^0 + k_0^l z_l^0, \\ & z_l^0 = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l x_i^0 = \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l \zeta_j^0. \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

Интегрируя уравнения (2.3.10), (2.3.11), например, методом последовательных приближений, определяем

математическое ожидание, корреляционные функции и дисперсии выходных параметров. Этот метод приближенного решения применяется тогда, когда гармоническая линеаризация не дает желаемых результатов.

2.4. ОЦЕНКА ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

В тех случаях, когда в нелинейных системах имеются автоколебания или вынужденные колебания, в качестве приближенного метода исследования удобно взять метод, основанный на гармонической линеаризации нелинейностей [4, 6]. Этот метод возможно применять тогда, когда соблюдаются условия наличия в системе обобщенных свойств фильтра (2.3.1), а также когда внешние воздействия $\zeta_j(t)$ на нелинейную систему объекта являются нормально распределенными медленно меняющимися функциями, т. е.

— для статической системы

$$\left| \frac{d\zeta(t)}{dt} \right| T \ll |\zeta(t)|, \quad (2.4.1)$$

— для астатической системы

$$\left| \frac{d\zeta(t)}{dt} \right| T \ll |p\zeta(t)|, \quad (2.4.2)$$

где T — период автоколебаний системы или период вынужденных колебаний.

При соблюдении условий (2.3.1), (2.4.1), (2.4.2) математический анализ вероятностных характеристик объекта значительно упрощается, а характерные особенности работы нелинейных САУ сохраняются.

Система дифференциальных уравнений возмущенного состояния объекта, как и в § 2.3, представляется в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p = F_l(X, Z, t, \tau) + \varphi_l(z_l), \\ & z_l = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l x_i + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l \zeta_j \quad (l = 1, \dots, m). \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Так как методика линеаризации нелинейных систем с вынужденными колебаниями аналогична методике ли-

неаризации нелинейных систем, работающих в автоколебательном режиме, то можно ограничиться изложением метода линеаризации систем с автоколебаниями.

Математическое ожидание $m_{x_p}(t)$ и корреляционная функция $K_{x_p x_l}(t, s)$ ($p = 1, \dots, m$) определяются при записи $z_l(t)$ в виде

$$z_l(t) = z_l^0(t) + z^*_{l}(t) \quad (l = 1, \dots, m), \quad (2.4.4)$$

где z_l^0 — случайная медленно меняющаяся составляющая выходного параметра; $z^*_{l} = z \sin \Omega t$ — гармоническая составляющая со случайной амплитудой z .

Для обоснованного выполнения процедуры гармонической линеаризации предполагается, что выходной параметр системы близок к гармоническому колебанию [1, 4], тогда функцию $\varphi_l(z_l)$ можно представить в виде

$$\varphi_l(z_l) = \varphi_l^0 + g z^*_{l} + \frac{g'}{\Omega} \frac{d}{dt} z^*_{l}, \quad (2.4.5)$$

где

$$\varphi_l^0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(z_l^0 + z \sin \psi, z \Omega \cos \psi) d\psi; \quad (2.4.6)$$

$$g = \frac{1}{2z} \int_0^{2\pi} F(z_l^0 + z \sin \psi, z \Omega \cos \psi) \sin \psi d\psi; \quad (2.4.7)$$

$$g' = \frac{1}{\pi z} \int_0^{2\pi} F(z_l^0 + z \sin \psi, z \Omega \cos \psi) \cos \psi d\psi. \quad (2.4.8)$$

Выражения φ_l^0 , g , g' для конкретных нелинейностей берутся из [4].

Выполняя подстановки и преобразования по методике, описанной в § 2.3, получим систему уравнений для определения математического ожидания выходных параметров:

$$\sum_{p=1}^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) m_{x_p} = F_l(t, \tau, m_x, m_z) + \varphi_l^0(z_l^0),$$

$$z_l^0 = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l m_{x_i} + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l m_{z_j}, \quad (2.4.9)$$

а также систему уравнений для определения случайных составляющих функций:

$$\sum_{p=1}^m M_{I_p} \left(t, \tau, \frac{d}{dt}, Q \right) x_p^0 = \sum_{p=1}^m \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{x_p}} \right] x_p^0 + \sum_{v=1}^k \left[\frac{\partial F_l}{\partial m_{z_v}} \right] z_v^0 + g z^*_{l} + \frac{g'}{\Omega} \frac{d}{dt} z^*_{l},$$

$$z^*_{l} = \sum_{i=1}^{s_l} a_i^l x_i^0 + \sum_{j=1}^{N_l} c_j^l z_j^0. \quad (2.4.10)$$

Интегрируя уравнения (2.4.7) и (2.4.8), определяем математическое ожидание и корреляционную функцию выходных параметров.

Закон распределения вероятностей параметров в нелинейных системах и особенно на выходе нелинейных элементов во многих случаях сильно отличается от нормальных, несмотря на то, что воздействия распределены нормально. Степень отличия закона распределения вероятностей от нормального определяется степенью нелинейности системы, точкой структурной схемы системы, в которой рассматривается процесс, и законами распределения воздействий. Если нелинейность системы сравнительно невелика и процесс рассматривается на выходе какого-либо нелинейного инерционного элемента, то закон распределения процесса практически близок к нормальному. Для оценки степени приближения закона распределения к нормальному необходимо вычислить величину коэффициента асимметрии и эксцесса, например, по методике, предложенной в работах [6, 7].

Кроме того, методы квазилинейных возмущений основаны на том, что среднеквадратические значения возмущений малы по сравнению со средним значением возмущений. При этих условиях (обычно отклонения возмущений не превышают 3σ) влиянием членов разложения высшего порядка можно пренебречь. Наличие в системах больших отклонений и больших нелинейностей препятствует непосредственному использованию этого метода.

Закон распределения вероятностей в системах с большими отклонениями и большими степенями нелинейности можно определить либо методом Монте-Карло, либо методом неслучайных воздействий [8]. Иногда хорошие результаты может дать комбинация метода линейных возмущений с методом Монте-Карло. При этом анализ нелинейной части следует выполнять методом Монте-Карло, а линейной — методом квазилинейных возмущений.

2.5. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

Случайное изменение режима и условий работы объекта, следовательно, изменение параметров элементов, обуславливает случайное изменение его выходных

параметров, как во время протекания процессов, так и от одной реализации процесса к другой. Особенно важно учитывать случайный характер изменения параметров объекта при оптимизации методов контроля и настройки систем, а также при оптимизации всего процесса контроля и управления объектом. Необходимо также отметить, что по отношению к косвенным внутренним воздействиям система всегда нелинейна. Поэтому рассмотренные ранее методы определения вероятностных характеристик объекта с этой точки зрения недостаточно эффективны, так как они получены в предположении, что параметры элементов неслучайны, т. е. постоянны или изменяются во времени по определенному закону.

Оценку вероятностных характеристик параметров объекта с учетом случайности параметров элементов можно выполнить либо методами непосредственного определения характеристик, либо методом вероятностного усреднения [8].

Методы непосредственного определения вероятностных характеристик параметров путем неслучайных воздействий для статистических проб трудоемки, и получаемые при этом зависимости характеристик процесса от характеристик воздействий и параметров системы не наглядны.

Более наглядным и менее трудоемким является метод вероятностного усреднения, сущность которого заключается в следующем. Вначале изложенными ранее методами определяются вероятностные характеристики идеализированной системы объекта, т. е. системы либо нелинейной стационарной, либо простой линейной нестационарной с детерминированными параметрами. Затем соответствующим вероятностным усреднением полученных характеристик в диапазоне возможных значений косвенных воздействий определяются действительные значения вероятностных характеристик.

Предположим, что все случайные внешние и внутренние воздействия $\zeta_1(t), \dots, \zeta_k(t)$ не зависят от случайных косвенных внутренних воздействий $\xi_1(t), \dots, \xi_\mu(t)$ (это практически всегда выполняется). Тогда случайный процесс $x_p(t)$ ($p = 1, \dots, m$) в объекте является функцией воздействий $\zeta_i(t)$ ($i = 1, \dots, k$), $\xi_j(t)$ ($j = 1, \dots, \mu$):

$$x_p(t) = \varphi_0[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau], \quad (2.5.1)$$

где φ_0 — некоторая нелинейная функция.

Если $f_\zeta(Z, t, \tau)$ и $f_\xi(\xi_1, \dots, \xi_\mu, t, \tau)$ — дифференциальные законы распределения систем случайных величин соот-

ветственно ζ_i и ξ_j , то математическое ожидание выходных координат объекта можно определить по известной формуле

$$m_{x_p}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0[\zeta_i(t), \xi_j(t), \tau] \times \\ \times f_\zeta(Z, t, \tau) f_\xi(\xi_j, t, \tau) d\zeta_i d\xi_j \quad (2.5.2) \\ (i = 1, \dots, k), (j = 1, \dots, \mu).$$

Математическое ожидание параметров x_p при конкретных значениях $\bar{\xi}_j$ случайных величин ξ_j получим путем усреднения по ζ_i , т. е.

$$\bar{m}_{x_p}(\bar{\xi}_j, t, \tau) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0[\zeta_i(t), \bar{\xi}_j(t), \tau] f_\zeta(\zeta_i, t, \tau) d\zeta_i. \quad (2.5.3)$$

Это математическое ожидание сравнительно просто находится для линейных и нелинейных стационарных систем, а также для сравнительно простых дискретных систем.

Математическое ожидание выходных параметров объекта $x_p(t)$ с учетом случайности параметров элементов $\bar{\xi}$ находится путем дальнейшего усреднения:

$$m_{x_p}(t, \tau) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \bar{m}_{x_p}(\bar{\xi}, t, \tau) f_\xi(\xi_j, t, \tau) d\xi_j. \quad (2.5.4)$$

Корреляционная функция и дисперсия выходных параметров находятся по аналогичной методике.

Основным достоинством метода вероятностного усреднения является независимость учета случайности параметров элементов от прямых случайных воздействий. При прямом методе учета случайности параметров указанная зависимость сохраняется, что приводит к значительным вычислительным трудностям.

Таким образом, оказывается возможным определить вероятностные характеристики объекта, включающего

стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные системы, точно и приближенно с использованием методов статистических проб и неслучайных воздействий, а также метода вероятностного усреднения. В результате приближенных решений с использованием линейризованных уравнений и операторов находят приближенные вероятностные характеристики выходных параметров объекта, определяющие его состояние.

2.6. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА ПРИ МАЛЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИИ И ОТКЛОНЕНИЯХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕКТА

Для простоты изложения предположим, что один из выходных параметров объекта *) изменяется вследствие малых отклонений параметров элементов q_1, \dots, q_n , обусловленных действием некоторого возмущения ζ малой интенсивности [9—11]. Таким образом, параметры элементов объекта являются функциями возмущения $\zeta(t)$, изменяющегося во времени, т. е.

$$q_i = q_i[\zeta(t)] \quad (i=1, \dots, n).$$

Если существуют производные $\partial q_i / \partial \zeta$, то функцию $q_i[\zeta(t)]$ можно разложить в ряд Маклорена по степеням $\zeta(t)$:

$$q_i[\zeta(t)] = q_{0i} + \alpha_{10q_i} \zeta(t) + \dots + \alpha_{k0q_i} \zeta^k(t) + \dots, \quad (2.6.1)$$

где q_{0i} — значение параметра $q_i[\zeta(t)]$ при $\zeta=0$; $\alpha_{10q_i}, \dots, \alpha_{k0q_i}$ — случайные величины, определяемые значениями производных случайной функции

$$\alpha_{k0q_i} = \left[\frac{\partial^k q_i[\zeta(t)]}{\partial \zeta^k(t)} \right]_{\zeta=0}. \quad (2.6.2)$$

Коэффициенты разложения q_{0i} и α_{q_i} обычно определяются различными характеристиками элементов, они являются статистически независимыми случайными

*) Частным случаем выходных параметров являются передаточная, переходная и импульсная функции, а также частотные характеристики отдельных систем или блоков.

ми величинами как между собой, так и по отношению к аналогичным величинам α_{q_i} для j -го аргумента ($j \neq i$), распределенными по законам, близким к нормальным.

При аналогичных условиях случайную функцию $x(\zeta)$ можно также разложить в ряд Маклорена по степеням $\zeta(t)$:

$$x(\zeta) = x_0 + \alpha_{10} \zeta(t) + \dots + \alpha_{k0} \zeta^k(t) + \dots, \quad (2.6.3)$$

где x_0 — значение параметра $x(\zeta)$, распределенное по нормальному закону с математическим ожиданием m_{x_0} и дисперсией σ_x^2 ; $\alpha_{10}, \dots, \alpha_{k0}$ — величины, определяемые значениями производных;

$$\alpha_{k0} = \left[\frac{\partial^k x(\zeta)}{\partial \zeta^k} \right]_{\zeta=0}. \quad (2.6.4)$$

При малых интенсивностях возмущений ζ и при малых отклонениях параметров q_i в первом приближении можно ограничиться линейными членами разложений (2.6.1), (2.6.4), т. е.

$$q_i(\zeta) = q_{0i} + \alpha_{10q_i} \zeta; \quad (2.6.5)$$

$$x(\zeta) = x_0 + \alpha_{10} \zeta. \quad (2.6.6)$$

Для определения числовых характеристик выходного параметра $x(q_1, \dots, q_n)$ через числовые характеристики параметров элементов q_1, \dots, q_n при небольших отклонениях параметров элементов от математических ожиданий ограничимся линейным приближением, сохранив в разложении функции $x(q_1, \dots, q_n)$ в ряд Тейлора лишь члены первого порядка:

$$x(t, \tau, q_1, \dots, q_n) = m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial x(q_i, t, \tau)}{\partial q_i} \right] (q_i - q_{i0}). \quad (2.6.7)$$

Из рассмотрения равенств (2.6.5) — (2.6.7) получим: — математическое ожидание отклонения выходного параметра

$$m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}, t, \tau) = m_{x_0}; \quad (2.6.8)$$

— Дисперсию отклонения выходного параметра

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n w_{q_i}^2 \sigma_{q_i}^2; \quad (2.6.9)$$

— математическое ожидание отклонения параметров элементов

$$m_q = \sum_{i=1}^n w_{0q_i} m_{0q_i}; \quad (2.6.10)$$

— дисперсию отклонения параметров q_i элементов

$$\sigma_q^2 = \sum_{i=1}^n w_{0q_i}^2 \sigma_{0q_i}^2; \quad (2.6.11)$$

— вес отклонения выходных параметров

$$w_{q_i} = \frac{\partial x}{\partial q_i}. \quad (2.6.12)$$

Если в (2.6.7) сохранить три члена, то можно получить более точные выражения для оценки числовых характеристик случайной функции $x(\xi)$:

$$m_x(q_{10}, \dots, q_{n0}) = m_{x_0} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w'_{q_i} \sigma_{q_i}^2, \quad (2.6.13)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n w_{q_i}^2 \sigma_{q_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (w'_{q_i})^2 \sigma_{q_i}^4 + \sum_{i=1}^n (w'_{q_i q_j})^2 \sigma_{q_i}^2 \sigma_{q_j}^2, \quad (2.6.14)$$

$$m_q = \sum_{i=1}^n w_{0q_i} m_{0q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w'_{0q_i} \sigma_{0q_i}^2, \quad (2.6.15)$$

$$\sigma_q^2 = \sum_{i=1}^n w_{0q_i}^2 \sigma_{0q_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (w'_{0q_i})^2 \sigma_{0q_i}^4 + \sum_{i=1}^n (w'_{0q_i q_j})^2 \sigma_{0q_i}^2 \sigma_{0q_j}^2, \quad (2.6.16)$$

$$w'_{q_i} = \frac{d^2 x}{d q_i^2}, \quad (2.6.17)$$

$$w'_{q_i q_j} = \frac{d^2 x}{\partial q_i \partial q_j}. \quad (2.6.18)$$

Выражения (2.6.13)—(2.6.18) позволяют учесть поправку на нелинейность выходного параметра, а также оценить ошибку приближенных выражений (2.6.8)—(2.6.12).

Соотношения (2.6.9), (2.6.11) показывают, что величины x_0 и q_{i0} некоррелированы при независимых α_{q_i} и q_i , следовательно,

$$m_x = m_{x_0} + m_q, \quad (2.6.19)$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_{x_0}^2 + \zeta^2(t) \sigma_q^2. \quad (2.6.20)$$

Используя формулы (2.6.19), (2.6.20), можно при нормальном законе распределения параметров элементов определить характер закона распределения выходных параметров.

2.7. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ОБЪЕКТА

При решении задачи контроля объекта по оптимальному алгоритму потребуется применение большого числа как вычислительных, так и логического действия устройств, в которых передача и преобразование сигналов имеет дискретный характер. С другой стороны, процесс контроля объекта включает в себя множество процессов, характеризуемых непрерывно изменяющимися физическими величинами, которые подлежат измерению,

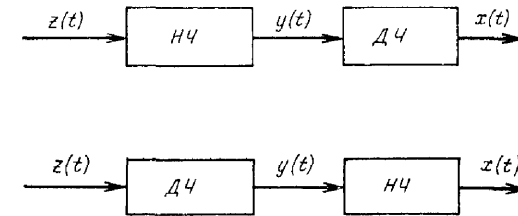


Рис. 2.7.1.

контролю, регулированию и управлению. Поэтому всякая дискретная автоматическая система (ДАС) контроля объекта должна включать устройства, преобразующие непрерывные величины в дискретные (преобразователи Н/Д) и дискретные величины в непрерывные (преобразователи Д/Н). Любую ДАС [2] можно представить в виде соединения двух частей: непрерывной (НЧ) и дискретной (ДЧ) (рис. 2.7.1).

С информационной точки зрения существенными являются два подхода: с точки зрения непрерывных процессов, когда все величины, описывающие явления (компоненты векторов, пространственные и временные параметры), изменяются непрерывно, и с точки зрения дискретных процессов, когда компоненты векторов, пространственные и временные параметры принимают дискретные значения. Дискретный подход является более общим, так как любую непрерывную информацию практически можно преобразовать с любой наперед заданной степенью точности в дискретную форму. Кроме того, всякое реальное устройство или живое существо, воспринимающее информацию, вследствие ограниченной чувствительности, разрешающей способности и полосы пропускания переводит путем квантования любую непрерывную информацию в дискретную.

Различают три вида квантования: по уровню, по времени, по уровню и по времени.

В зависимости от вида квантования ДАС разделяются на три класса [12].

— релейные автоматические системы (РАС), в которых осуществляется квантование по уровню;

— импульсные автоматические системы (ИАС), в которых осуществляется квантование по времени;

— релейно-импульсные или цифровые автоматические системы (ЦАС), в которых осуществляется квантование по уровню и по времени.

В РАС преобразователем Н/Д является релейный элемент, выходная величина которого в общем случае принимает конечное число фиксированных уровней. Поэтому РАС являются существенно нелинейными системами.

В ИАС преобразователем Н/Д является импульсный элемент, выходная величина которого представляет собой модулированную последовательность. Поэтому ИАС является линейной системой.

В зависимости от вида импульсной модуляции ИАС подразделяются на три типа:

— с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ);

— с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ);

— с временной импульсной модуляцией (ВИМ), т. е. частотно-импульсной (ЧИМ) или фазо-импульсной (ФИМ).

В ЦАС преобразователь Н/Д осуществляет квантование по уровню и по времени. Дискретные сигналы поступают в цифровое вычислительное устройство (ЦВУ) через равные интервалы времени, достаточные для приведения необходимых вычислений в соответствие с определенной программой.

Дискретные сигналы могут соответствовать либо полным значениям физических величин, либо их приращениям. В зависимости от этого различают:

— ЦАС с кодовым представлением дискретных величин;

— ЦАС, в которой приращение дискретной величины соответствует одиночному импульсу, а полное значение образуется суммированием этих импульсов.

Обычно методика вероятностного исследования ДАС строится на основе хорошо разработанных вероятностных методов исследования непрерывных систем автома-

тического управления. Основной особенностью построения ДАС по сравнению с непрерывными САУ является сопряжение дискретных и непрерывных систем, оптимальность которых зависит от оптимальности процессов квантования. При определении вероятностных характеристик ДАС считается, что системы линейные или линейаризованы описанными ранее методами.

Особенности оценки вероятностных характеристик при квантовании по времени величин, имеющих ограниченный спектр

Основным параметром преобразователя Н/Д является интервал квантования. Выбор целесообразного интервала квантования во многом определяет свойства ДАС [12, 13].

Предположим, что квантованию подлежит непрерывный входной сигнал $z(t)$, имеющий закон распределения вероятностей $f_z(t, \tau, z)$ и спектральную функцию $S_z(j\omega)$, занимающую полосу частот $2\omega_c$. Кроме того, для простоты предположим, что квантующее устройство является идеальным, т. е. работающим без шумов квантования. Входным сигналом на преобразователь кроме обычных сигналов управления можно считать интересующий нас переходный процесс, передаточную и импульсную функции, частотные характеристики систем, подлежащие контролю. Полоса частот для динамических характеристик определяется полосой пропускания, примерно равной удвоенной частоте среза.

При ограниченной спектральной плотности $S_z(j\omega)$, расположенной в полосе частот $2\omega_c$, спектральная функция выходного сигнала преобразователя $x(t)$ определяется соотношением

$$S_x(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{\infty} S_z \left[j \left(\omega - \frac{2\pi}{T} r \right) \right], \quad (2.7.1)$$

где T — интервал квантования.

Из формулы (2.7.1) следует, что спектр $S_x(j\omega)$ представляет собой периодическую функцию частоты и полностью определяется изменением частоты ω в диапазоне от $-\pi/T$ до $+\pi/T$.

При частоте $\omega > \omega_c$, $\omega_c \leq \frac{\pi}{T}$ спектральные функции $S_x(j\omega)$ и $S_z(j\omega)$ совпадают и значение функции $z(t)$, а также значение закона распределения вероятностей $f_z(t, \tau, z)$ полностью определяются дискретными значениями функции $x(t)$ и ее законом распределения вероятностей $f_x(t, \tau, x)$ в дискретные моменты времени, отделенные друг от друга на интервал $T = \frac{\pi}{\omega_c}$, т. е. при квантовании функции $z(t)$ через интервал времени $T \leq \frac{\pi}{\omega_c}$ не происходит потери информации.

При $\omega_c > \frac{\pi}{T}$, а также при неограниченных спектральных функциях $S_z(j\omega)$ спектральная функция $S_x(j\omega)$ может существенно отличаться от функции $S_z(j\omega)$ в диапазоне частот $|\omega| < \frac{\pi}{T}$, что приводит к потере информации при квантовании процесса $z(t)$.

Таким образом, если квантование ограниченного по спектру процесса произвести через интервал квантования, выбранный в соответствии с теоремой Котельникова

$$T = \frac{\pi}{\omega_c}, \quad (2.7.2)$$

то в информационном смысле исчезнут различия между импульсной и соответствующей ей непрерывной системой.

При выполнении этих условий будут справедливы следующие соотношения:

— для передаточных функций

$$W_{\text{ан}}(j\omega) = \frac{1}{T} W(j\omega), \quad (2.7.3)$$

где $W_{\text{ан}}(j\omega)$ — передаточная функция непрерывной системы, эквивалентной дискретной; $W(j\omega) = W_{\text{д}}(j\omega) W_{\text{л}}(j\omega)$ — дискретная передаточная функция первого рода разомкнутой системы; $W_{\text{д}}(j\omega)$ — дискретная передаточная функция первого рода линейного дискретного элемента с постоянными параметрами; $W_{\text{л}}(j\omega)$ — передаточная функция линейной стационарной части системы;

— для дисперсии

$$\sigma_x^2(t, \tau) = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_z(j\omega) d\omega; \quad (2.7.4)$$

— для корреляционной функции

$$R_x(t_2 - t_1, \tau) = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 S_z(j\omega) e^{j\omega(t_2 - t_1)} d\omega. \quad (2.7.5)$$

Если модель дискретной частотной характеристики первого рода $W(j\omega)$ имеет на определенной частоте ω_{max} максимальное значение, то замену системы дискретного действия эквивалентной системой непрерывного действия можно считать возможной при

$$(3 \div 4) \omega_{\text{max}} < \frac{\pi}{T}. \quad (2.7.6)$$

Дискретные системы, в которых осуществляется ШИМ или ВИМ, можно по соотношениям, приведенным в монографии [13], свести к дискретным системам с АИМ.

Некоторые особенности оценки вероятностных характеристик при квантовании физических величин по уровню

При квантовании по уровню в РАС удобно вместо случайного процесса $z(t)$, поступающего на квантующее устройство, рассматривать его закон распределения вероятностей $f_z(t, \tau, z)$ [12].

Функция распределения $f_z(t, \tau, z)$ непрерывного случайного сигнала $z(t)$ является также непрерывной, в то время как функция распределения сигнала, квантованного по уровню, является дискретной и равна δ -функции, умноженной на $f_z(t, \tau, z)$, при фиксированных уровнях $z = n\delta$, и равна нулю при значениях, отличных от фиксированных уровней.

В этом случае устройство, осуществляющее квантование случайной величины по уровню, можно рассматривать как устройство, осуществляющее квантование по аргументу z функции распределения $f_z(t, \tau, z)$, а для исследования эффекта квантования можно воспользоваться результатами эффекта квантования по времени при замене времени сигналом, а сигнала — функцией распределения. Учитывая связь между характеристической функцией $f_z(t, \tau, j\alpha)$ и функцией распределения вероятностей $f_z(t, \tau, z)$ через прямое преобразование Фурье, находим характеристические функции:

непрерывного сигнала

$$f_z(t, \tau, ja) = \int_{-\infty}^{\infty} f_z(t, \tau, z) \exp\{-jaz\} dz; \quad (2.7.7)$$

квантованного сигнала

$$f_x(t, \tau, ja) = \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} f_z \left[\left(a - \frac{2\pi}{\Delta} r \right) j \right] dz, \quad (2.7.8)$$

где Δ — интервал квантования.

При ограниченной характеристической функции непрерывного распределения

$$|f_z(t, \tau, ja)| \equiv 0 \quad \text{при } |a| \geq \alpha_c \geq \alpha_0 = \frac{\pi}{\Delta}, \quad (2.7.9)$$

а также при $|a| < \pi/\Delta$ функции $f_x(t, \tau, j\omega)$ и $f_z(t, \tau, j\omega)$ совпадают. В этом случае статистические свойства квантованного сигнала можно восстановить по статистическим свойствам неквантованного сигнала. Для определения закона распределения квантованной величины необходимо воспользоваться обратным преобразованием Фурье:

$$f_x(t, \tau, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_x(t, \tau, ja) \exp\{-jax\} dx. \quad (2.7.10)$$

Особенности оценки вероятностных характеристик цифровых автоматических систем

Характерной особенностью цифровых систем является наличие квантования по времени и по уровню. Кроме того, в цифровых элементах как входные, так и выходные сигналы имеют всего лишь два значения (0 и 1) и называются двоичными переменными. В связи с этим для анализа и синтеза цифровых систем применяется алгебра логики и вероятностная логика [14—17].

Как и для непрерывных систем математические соотношения, связывающие входные и выходные переменные схемы, называются оператором. Оператор определяет функциональные свойства схемы и может быть задан при n входных и m выходных логических переменных в виде некоторой логической функции $F_j(z_1, \dots, z_n)$, где $j=1, \dots, m$.

В одноканальных цифровых системах в один и тот же такт работы набор значений m выходных переменных полностью определяется заданием набора n входных переменных. В многоканальных цифровых системах набор значений m выходных переменных в данный такт не определяется набором значений n входных переменных и состоянием систем в момент их поступления.

Оператор бесповторной дискретной системы с n входами может иметь 2^n различных независимых состояний, каждое из которых может быть описано конъюнкцией всех n переменных в виде $z_1^{\sigma_1}, \dots, z_n^{\sigma_n}$, где σ_i равно 0 или 1, при этом $z^0 = \bar{z}$, $z^1 = z$.

Состояние дискретной системы, при котором она выполнит задачу хотя бы одним из возможных способов:

$$F(z) = \bigvee_1 z_1^{\sigma_1} \dots z_n^{\sigma_n}. \quad (2.7.11)$$

Состояние дискретной системы, при котором она не выполнит задачу:

$$\bar{F}(z) = \bigvee_0 z_1^{\sigma_1} \dots z_n^{\sigma_n}. \quad (2.7.12)$$

Следовательно,

$$F(z) \bigvee \bar{F}(z) \equiv 1. \quad (2.7.13)$$

При известных вероятностях логических переменных статистический анализ ДАС позволяет выявить общие и усредненные свойства цепей.

Так как логические переменные z между собой независимы, то вероятность выполнения задачи системой определенным способом в соответствии с формулой (2.7.11)

$$P(t, \tau) = p_1^{\sigma_1}(t, \tau) \dots p_n^{\sigma_n}(t, \tau), \quad (2.7.14)$$

где

$$p_i^{\sigma_i}(t, \tau) = \begin{cases} p_i(t, \tau) & \text{при } \sigma_i = 1, \\ \bar{p}_i(t, \tau) = 1 - p_i(t, \tau) & \text{при } \sigma_i = 0. \end{cases} \quad (2.7.15)$$

Различные возможные способы выполнения задачи системой независимы и несовместимы, поэтому вероят-

ность выполнения задачи системой хотя бы одним способом

$$P(t, \tau) = \sum_1 p_1^{\sigma_1}(t, \tau) \dots p_n^{\sigma_n}(t, \tau). \quad (2.7.16)$$

Вероятность невыполнения задачи системой

$$\bar{P}(t, \tau) = \sum_0 p_1^{\sigma_1}(t, \tau) \dots p_n^{\sigma_n}(t, \tau). \quad (2.7.17)$$

Очевидно, что

$$P(t, \tau) + \bar{P}(t, \tau) = 1. \quad (2.7.18)$$

Однако для сложных логических функций $F(z)$ при большом числе логических переменных составление совершенной дизъюнктивной или конъюнктивной нормальной формы представляет известные трудности. В этих случаях значительное упрощение можно получить, применяя методы вероятностной логики, позволяющей непосредственно по любой логической функции $F(z)$, представленной в виде конъюнкции, определить вероятность $P(t, \tau)$.

Пример. Предположим, что работа схемы описывается оператором

$$F(z) = z_1 \vee z_2 z_3.$$

Применяя закон инверсии, представляем логическую функцию в виде

$$F(z) = \overline{\bar{z}_1 \bar{z}_2 \bar{z}_3}.$$

Для определения вероятности $P(t, \tau)$ заменяем

$$z_i \rightarrow p_i,$$

$$\bar{z}_i \rightarrow \bar{p}_i = 1 - p_i.$$

Получаем окончательно

$$\begin{aligned} P(t, \tau) &= \overline{p_1(t, \tau) \bar{p}_2(t, \tau) \bar{p}_3(t, \tau)} = \\ &= 1 - [1 - p_1(t, \tau)] [1 - p_2(t, \tau)] p_3(t, \tau), \end{aligned}$$

$$\bar{P}(t, \tau) = 1 - P(t, \tau).$$

Кроме того, как это видно из примера, вероятностная логика позволяет одним и тем же выражением описывать как алгоритм, реализуемый дискретной схемой, так и вероятностные характеристики реализации этого алгоритма.

2.8. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ

Полученные дифференциальные m -мерные законы распределения выходных параметров, а также уравнения для определения вероятности состояния выходов дискретных систем при различных вероятностях состояния входных сигналов являются полными вероятностными характеристиками как выходных параметров, так и самого объекта. Однако они не дают интегральной качественной и количественной оценки неопределенности состояния объекта при его контроле и управлении, а также интегральной оценки изменения неопределенности объекта в процессе контроля и управления. Для ликвидации этих недостатков необходимо и достаточно определить информационные характеристики объекта и процесса контроля (энтропию, среднее количество информации и т. д.).

Применение информационных характеристик позволяет провести сравнительную оценку эффективности как всего процесса контроля и управления, так и отдельных устройств контроля и операций процесса с точки зрения единого обобщенного статистического критерия, учитывающего информационную способность, быстрдействие при определенных точностях, сложность, надежность и стоимость различных автоматических и неавтоматических устройств контроля при нормальном и других законах распределения выходных параметров и различных характеристик состояния объекта.

Кроме того, информационные характеристики при определенной математической простоте и наглядности являются интегральными и позволяют перейти непосредственно от статистического анализа состояния объекта, статистического анализа процесса контроля и управления к статистическому синтезу оптимальных устройств контроля и управления. При этом все задачи анализа и синтеза решаются с использованием информационных критериев наглядно, понятно и эффективно.

Для интегральной оценки неопределенности состояния объекта в процессе контроля и управления удобно применять энтропию состояния объекта

Дифференциальную энтропию непрерывного m -мерного дифференциального закона распределения вероятностей выходных параметров можно определить по формуле [18, 19]

$$H(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dX. \quad (2.8.1)$$

Если в эту формулу вместо закона распределения вероятностей выходных параметров подставить законы распределения динамических характеристик объекта, то получим соответственно численную интегральную оценку состояния объекта по его динамическим характеристикам.

Энтропия переходной функции

$$H(h_1, \dots, h_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(h_1, \dots, h_m, t, \tau) \log_2 f(h_1, \dots, h_m, t, \tau) dh_1 \dots dh_m. \quad (2.8.2)$$

Энтропия импульсной функции

$$H(w_1, \dots, w_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(w_1, \dots, w_m, t, \tau) \log_2 f(w_1, \dots, w_m, t, \tau) dw_1 \dots dw_m. \quad (2.8.3)$$

Энтропия передаточной функции

$$H(W_1, \dots, W_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(W_1, \dots, W_m, t, \tau) \log_2 f(W_1, \dots, W_m, t, \tau) dW_1 \dots dW_m. \quad (2.8.4)$$

Энтропия амплитудно-частотной характеристики

$$H(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(A_1, \dots, A_m, t, \tau) \log_2 f(A_1, \dots, A_m, t, \tau) dA_1 \dots dA_m. \quad (2.8.5)$$

Энтропия фазо-частотной характеристики

$$H(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) \log_2 f(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) d\varphi_1 \dots d\varphi_m. \quad (2.8.6)$$

При независимых выходных параметрах энтропия объекта определяется по формулам, определяющим энтропию динамических характеристик с учетом их независимости.

Энтропия выходных параметров

$$H(x_1, \dots, x_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(x_i, t, \tau). \quad (2.8.7)$$

Энтропия переходной функции

$$H(h_1, \dots, h_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(h_i, t, \tau). \quad (2.8.8)$$

Энтропия импульсной функции

$$H(w_1, \dots, w_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(w_i, t, \tau). \quad (2.8.9)$$

Энтропия передаточной функции

$$H(W_1, \dots, W_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(W_i, t, \tau). \quad (2.8.10)$$

Энтропия амплитудно-частотной характеристики

$$H(A_1, \dots, A_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(A_i, t, \tau). \quad (2.8.11)$$

Энтропия фазо-частотной характеристики

$$H(\varphi_1, \dots, \varphi_m, t, \tau) = \sum_{i=1}^m H(\varphi_i, t, \tau). \quad (2.8.12)$$

Таким образом, энтропия объекта, имеющего независимые выходные параметры и независимые характеристики различных систем, определяется простым арифметическим сложением частных энтропий, обусловленных неопределенностью отдельных координат и динамических характеристик.

Энтропия, обусловленная наличием в объекте дискретных систем, определяется по формуле

$$H(p, \dots, p_m, t, \tau) = - \sum_{i=1}^m p_i \log_2 p_i, \quad (2.8.13)$$

где p_i — вероятность состояния отдельных систем.

Кроме рассмотренной энтропии, обусловленной действием всевозможных возмущений с известными статистическими характеристиками, объект имеет некоторую энтропию, обусловленную наличием в нем всевозможных, не поддающихся учету случайных процессов, приводящих, в конечном итоге, к внезапным отказам объекта.

2.9. СВЯЗЬ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ СЛОЖНЫМ ОБЪЕКТОМ ЗАДАЧИ С ЭНТРОПИЕЙ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА

Вероятность выполнения задачи сложным объектом определяется по формуле [19]

$$P_0(t, \tau) = K_r P_{во}(t, \tau) P_{по}(t, \tau), \quad (2.9.1)$$

где K_r — коэффициент готовности; $P_{во}(t, \tau)$ — вероятность того, что в объекте не произойдет внезапный отказ в интервал времени $t-\tau$; $P_{по}(t, \tau)$ — вероятность того, что в объекте не произойдет постепенный отказ в интервал времени $t-\tau$.

В формуле (2.9.1) для простоты положим $K_r=1$. Это соответствует тому, что восстановление объекта производится в состоянии готовности или время восстановления объекта пренебрежимо мало по сравнению со временем работы.

При решении практических задач оптимизации процессов управления и контроля сложными объектами, как уже говорилось раньше, удобно пользоваться обобщенной характеристикой неопределенности состояния объекта. Такой характеристикой может быть, в частности, энтропия

$$H_0(t, \tau) = H_{во}(t, \tau) + H_{по}(t, \tau), \quad (2.9.2)$$

где

$$H_{во}(t, \tau) = - \{ P_{во}(t, \tau) \log_2 P_{во}(t, \tau) + \bar{P}_{во}(t, \tau) \log_2 \bar{P}_{во}(t, \tau) \} \quad (2.9.3)$$

— энтропия, обусловленная вероятностью внезапных отказов $\bar{P}_{во}$,

$H_{по}(t, \tau)$ — энтропия, обусловленная вероятностью постепенных отказов $\bar{P}_{по}$, определяемая по формуле (2.9.3) при постановке в нее соответственно вероятности $P_{по}$.

Связь энтропии с вероятностью выполнения объектом задачи, выраженная формулой (2.9.3), очевидна и не требует дополнительного пояснения, однако иногда оказывается необходимым энтропию, обусловленную постепенными отказами, оценивать по формуле

$$H_{по}(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(t, \tau, X) \log_2 f(t, \tau, X) dX, \quad (2.9.4)$$

где $f(t, \tau, X)$ — многомерный дифференциальный закон распределения вероятностей выходных параметров процесса управления и контроля.

Для одномерного процесса энтропия

$$H_{по}(t, \tau, x) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t, \tau, x) \log_2 f(t, \tau, x) dx. \quad (2.9.5)$$

При нормальных законах распределения выходных

$$f(t, \tau, X) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} (\det K_x)^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\tilde{X} - \tilde{X}) K_x^{-1} (X - \bar{X}) \right\}, \quad (2.9.6)$$

где $\det K_x$ — определитель ковариантной матрицы

$$K_x = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1} & R_{m2} & \dots & R_{mm} \end{vmatrix},$$

K_x^{-1} — матрица, обратная K_x ;

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$ — вектор-столбец с математическим ожиданием \bar{X} ;

$\tilde{X} = |x_1, x_2, \dots, x_m|$ — транспонированный вектор (вектор-строка) с математическим ожиданием $\tilde{\bar{X}}$ и

$$f(t, \tau, x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2} \right\}; \quad (2.9.7)$$

энтропия выходных координат определяется соответственно формулами

$$H_{\text{по}}(t, \tau, X) = \log_2 \sqrt{(2\pi e)^m |K_x|} \quad (2.9.8)$$

и

$$H_{\text{по}}(t, \tau, x) = \log_2 \sigma_x \sqrt{2\pi e}. \quad (2.9.9)$$

Вероятность того, что в объекте не произойдет постепенного отказа, равна

$$P_{\text{по}}(t, \tau, X) = \int_{g_x} \dots \int f(t, \tau, X) dX \quad (2.9.10)$$

и

$$P_{\text{по}}(t, \tau, x) = \int_{g_x} f(t, \tau, x) dx. \quad (2.9.11)$$

Для одномерного процесса

$$\sigma_x = \frac{2^{H_{\text{по}}(t, \tau, x)}}{\sqrt{2\pi e}}. \quad (2.9.12)$$

Подставляя (2.9.12) в (2.9.7) и далее в (2.9.11), получим формулу, выражающую связь вероятности выполнения объектом задачи с энтропией состояния объекта

$$P_{\text{по}}(x, t, \tau) = 2^{-H(t, \tau, x)} e^{1/2} \int_{g_x} \exp \left\{ -\frac{(x - \bar{x})^2 \pi e}{2^{2H_{\text{по}}(t, \tau, x)}} \right\}. \quad (2.9.13)$$

Как видим, существует непосредственная связь вероятности выполнения объектом задачи с энтропией состояния объекта.

Для одномерного нормального закона она определяется простым соотношением (2.9.13), а для многомерных и ненормальных законов, как это видно из формул (2.9.4), (2.9.6), (2.9.8), (2.9.10), связь оказывается достаточно сложной:

$$P_{\text{по}} = 2^{-H} \int_{g_x} \exp \left\{ -\frac{\pi e (x - \bar{x})^2}{2^{2H_{\text{по}}}} \right\} dx.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1962.
2. Гончаров В. Л. Теория вероятностей. Оборонгиз, 1939.
3. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, 1963.
4. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1960.
5. Первозванский А. А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. Физматгиз, 1962.
6. Кузнецов П. И., Стратанович Р. Л., Тихонов В. И. Прохождение случайных функций через нелинейные системы. «Автоматика и телемеханика», 1953, т. XIV, № 4.
7. Кузнецов П. И., Стратанович Р. Л., Тихонов В. И. Прохождение случайных функций через нелинейные системы. «Автоматика и телемеханика», 1954, т. XV, № 3.
8. Лившиц Н. А., Пугачев В. И. Вероятностный анализ систем автоматического управления, т. 1, 2. Изд-во «Советское радио», 1963.
9. Быковский М. Л. Основы динамической точности электрических и механических цепей. Изд-во АН СССР, 1958.
10. Трухин Г. П., Завгородний Ю. В. Метод оперативного контроля динамических свойств САУ. Труды ХВКИУ, 1966, вып. 284.
11. Луцкий В. А. Расчет надежности и эффективности радиоэлектронной аппаратуры. Изд-во АН СССР, 1963.
12. Цыпкин Я. З. Дискретные автоматические системы проблемы теории и перспективы развития. Труды конференции. Изд-во АН СССР, 1960.
13. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, 1962.
14. Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. Физматгиз, 1962.
15. Ларин А. А. Надежность логических схем. Изд. ХВКИУ, 1966.
16. Цеманек Г. Логика и теория информации в последовательных цепях. Труды ИФАК. Изд-во АН СССР, 1961.

17. Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. Физматгиз, 1962.
18. Голдман С. Теория информации. Изд-во иностранной литературы, 1957.
19. Кузьмин И. В. Связь вероятности выполнения сложным объектом задачи с энтропией состояния объекта. Труды ХВКИУ, 1966, вып. 284.
20. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз, 1960.
21. Васильев Б. В., Козлов Б. А., Ткаченко Л. Г. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. Изд-во «Советское радио», 1964.

ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА И СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В предыдущей главе за интегральную оценку состояния объекта в процессе контроля и управления была выбрана энтропия. Энтропия состояния объекта обусловливается неопределенностью состояния различных функциональных систем объекта и определяется как сумма энтропий систем объекта и систем контроля. Процесс контроля и управления объектом есть процесс замещения его неопределенности определенным количеством информации. Алгоритм контроля и управления определяется из условия получения оптимального количества информации. Пуск объекта производится при определенном уровне энтропии, выбранном при условии получения заданной вероятности выполнения задачи объектом.

Энтропия процесса контроля и управления и среднее количество информации являются статическими характеристиками процесса контроля. Большой интерес для практики представляют динамические характеристики: скорость изменения энтропии, скорость получения информации, а также максимальная скорость получения информации — пропускная способность процесса. Однако статические и динамические характеристики характеризуют процесс только с одной стороны — с точки зрения информационной способности. Более полной является обобщенная статистическая характеристика процесса, контроля, оценивающая надежность, информационность, сложность и стоимость процессов контроля.

Эта глава посвящена описанию функционально-статистических характеристик процесса контроля, которые

в дальнейшем позволят вывести критерий оценки эффективности, а также синтезировать процесс и устройство контроля по этому критерию.

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Процесс контроля и управления объектом должен обеспечить приведение объекта в состояние готовности с определенной вероятностью выполнения поставленной перед ним задачи. Оценка степени подготовленности объекта производится по заранее выбранному критерию оценки готовности.

С технической точки зрения процесс контроля и управления объектом включает основные операции контроля и управления и вспомогательные операции.

К основным операциям относятся:

— операции контроля, поиска и устранения неисправностей;

— операции прогнозирования состояния объекта;

— операции настройки и регулировки аппаратуры.

Естественно, чем выше надежность системы объекта, тем меньше неисправностей возникает в системах объекта, тем менее подробно можно проводить контроль этих систем.

К вспомогательным операциям относятся:

— операции вскрытия и закрытия люков;

— операции установки и снятия приспособлений;

— операции демонтажа и монтажа оборудования;

— операции подсоединения и разъединения средств контроля и управления и т. п.

Процесс контроля и управления тем лучше, чем меньше имеется вспомогательных операций или, иначе говоря, чем меньше времени требуется на их выполнение.

Техническое совершенство процесса контроля и управления с этой точки зрения можно характеризовать коэффициентом эксплуатационно-технического совершенства [1]:

$$K_{тс} = \frac{m_{тосн}}{m_{тосн} + m_{твсп}}, \quad (3.1.1)$$

где $m_{тосн}$ — математическое ожидание суммарного времени, затрачиваемого на основные операции при контроле и управ-

лении объектом; $m_{твсп}$ — математическое ожидание суммарного времени, затрачиваемого на вспомогательные операции при контроле и управлении объектом.

На рис. 3.1.1 приведен график изменения коэффициента технического совершенства процесса в зависимости от $m_{твсп}/m_{тосн}$. Этим коэффициентом можно характеризовать

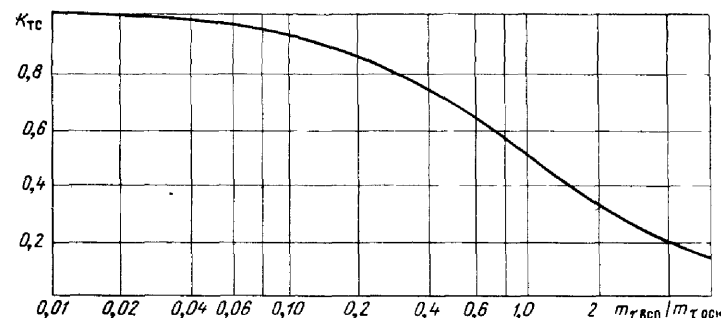


Рис. 3.1.1.

степень автоматизации. Действительно, в этом нет особых противоречий, так как на практике, как правило, все вспомогательные операции выполняются вручную.

В полностью автоматических системах контроля и управления как вспомогательные, так и основные операции выполняются автоматически, поэтому отпадает необходимость деления операций. Коэффициентом совершенства (3.1.1) удобно пользоваться при оценке автоматизированных систем контроля и управления, а также при сравнении автоматических и неавтоматических систем, когда сложность системы контроля и управления не имеет существенного значения.

При оценке совершенства автоматизированных систем контроля и управления с учетом сложности и стоимости, а также систем контроля и управления с участием человека удобно использовать коэффициент экономико-технического совершенства.

$$K_{тэ} = \frac{m_{с осн}}{m_{с осн} + m_{с вст}}, \quad (3.1.2)$$

где $m_{с осн}$ — математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение основных операций контроля; $m_{с вст}$ — математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение вспомогательных операций.

Этот коэффициент позволяет судить о возможности сокращения затрат при введении автоматизации контроля и управления. Харак-

тер изменения этого коэффициента совпадает с ходом кривой рис 3.1.1.

При оценке совершенства сложных систем контроля и управления необходимо учитывать приспособленность этих систем к выполнению процесса контроля и управления, которую можно характеризовать интенсивностью контроля и управления объектами:

$$\mu_{\text{пк}} = \frac{m_{N_{Г_t}}}{n_{\text{пк}_t} \Delta t_t}, \quad (3.1.3)$$

где $m_{N_{Г_t}}$ — математическое ожидание числа проконтролированных систем объекта за интервал времени Δt_t ; $n_{\text{пк}_t}$ — математическое ожидание числа систем или объектов, ожидающих контроля в течение времени Δt_t .

С информационной точки зрения процесс контроля и управления объектом можно рассматривать как процесс замещения неопределенности выполнения основных и вспомогательных операций и получения информации для оценки готовности объекта по заранее выбранному критерию. Процесс контроля и управления объектом обеспечивает снижение неопределенности объекта, обусловленной случайностью его параметров, до уровня, заданного с учетом условия выполнения объектом определенной задачи в определенное время с заданной вероятностью. Поэтому совершенство системы контроля и управления с информационной точки зрения можно оценивать коэффициентом эффективности

$$\mathcal{E}_{\text{IH}} = \frac{m_{I_{\text{пк}}}}{m_{H_0}}, \quad (3.1.4)$$

где $m_{I_{\text{пк}}}$ — математическое ожидание среднего количества информации, получаемого системой в процессе контроля и управления определенным типом объектов; m_{H_0} — математическое ожидание энтропии определенного типа объектов до начала контроля и управления.

При оценке информационного совершенства сложных АСКУ необходимо учитывать информационную приспособленность этих систем к выполнению процесса контроля и управления. Эту приспособленность можно характеризовать информационной интенсивностью контроля и управления:

$$\mu_{I_{\text{пк}}} = \frac{m_{I_{\Delta t_t}}}{m_{H_t} \Delta t_t}, \quad (3.1.5)$$

где $m_{I_{\Delta t_t}}$ — математическое ожидание среднего количества информации, получаемого в интервал времени Δt_t ; m_{H_t} —

математическое ожидание энтропии, которую система не смогла в течение времени Δt перевести в информацию вследствие ограниченного быстрогодействия.

Все рассмотренные оценки процесса контроля и управления не позволяют оптимизировать процесс, они могут быть полезными только при решении некоторых частных задач анализа.

3.2. ЭНТРОПИЯ ОБЪЕКТА В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В процессе контроля и управления объект совместно с системой контроля и управления обладает некоторой неопределенностью, количественной мерой которой является энтропия процесса контроля и управления [2]

$$H_0(X, t, \tau) = H_{\text{во}}(X, t, \tau) + H_{\text{по}}(X, t, \tau), \quad (3.2.1)$$

где $H_{\text{во}}(X, t, \tau)$ — энтропия, обусловленная наличием вероятности внезапных отказов систем объекта и систем контроля; $H_{\text{по}}(X, t, \tau)$ — энтропия, обусловленная наличием вероятности постепенных отказов систем объекта и систем контроля.

Действительно, статистическое состояние объекта в любой момент времени характеризуется вероятностью выполнения этим объектом задачи:

$$P(t, \tau) = P_{\text{во}}(t, \tau) P_{\text{по}}(t, \tau), \quad (3.2.2)$$

где $P_{\text{во}}(t, \tau)$ — вероятность отсутствия внезапных отказов; $P_{\text{по}}(t, \tau)$ — вероятность отсутствия постепенных отказов.

Энтропия $H_{\text{во}}(X, t, \tau)$ обусловлена многими непреобладающими друг над другом независимыми процессами, протекающими в системах с различными скоростями и вызываемыми внезапными отказами, случайно распределенные во времени. Энтропию, обусловленную наличием внезапных отказов, можно определить по формуле

$$H_{\text{во}}(X, t, \tau) = -\{P_{\text{во}}(X, t, \tau) \log_2 P_{\text{во}}(X, t, \tau) + [1 - P_{\text{во}}(X, t, \tau)] \log_2 [1 - P_{\text{во}}(X, t, \tau)]\}, \quad (3.2.3)$$

где

$$P_{\text{во}}(X, t, \tau) = \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^{m-n} P_{\text{ск}}(x_j, t, \tau) P_{\text{со}}(x_i, t, \tau)$$

— вероятность отсутствия внезапных отказов в объекте и АСКУ;

$P_{\text{ск}}(x_j, t, \tau)$ — вероятность отсутствия внезапных отказов в j -м из n устройств АСКУ;

$P_{\text{со}}(x_i, t, \tau)$ — вероятность отсутствия внезапных отказов в i -й из $m-n$ системы объекта.

При экспоненциальном законе распределения вероятности безотказной работы вероятность того, что в нерезервированном объекте совместно с АСКУ не произойдет внезапного отказа, определяется по формуле [3]

$$P_{\text{во}}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) \right\} dZ, \quad (3.2.4)$$

где $\lambda(x_i, t, \tau)$ — интенсивность отказов i -й системы, входящей в цепь системы, обуславливающих выполнение объектом и АСКУ поставленной перед ним задачи; $f(Z, t, \tau)$ — закон распределения интенсивностей внешних возмущений, действующих на системы объекта и системы АСКУ.

Если интенсивность отказа объекта совместно с АСКУ обозначить через

$$\Lambda(X, t, \tau) = \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau), \quad (3.2.5)$$

то формулу (3.2.5) можно представить в виде

$$P_{\text{во}}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \{ -\Lambda(X, t, \tau)t \} dZ. \quad (3.2.6)$$

Таким образом, энтропия, обусловленная наличием в системах отказов, является функцией времени, зависящей от условий эксплуатации. При определенных условиях эксплуатации и экспоненциальном законе рас-

пределения*) вероятности безотказной работы систем энтропия возрастает со временем. Уровень этой энтропии можно снижать, изменяя технологию изготовления систем, а также условия их эксплуатации. В реальном процессе контроля и управления энтропию, обусловленную наличием внезапных отказов, невозможно измерить и перевести в информацию, ее можно только заранее учитывать.

Вероятность отсутствия внезапных отказов объекта и АСКУ, содержащих m систем, в том числе β резервированных узлов, с учетом закона распределения внешних возмущающих факторов в условиях контроля и управления может быть определена по формуле

$$P_{\text{во}}(X, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(Z, t, \tau) \exp \left\{ - \sum_{i=1}^m \lambda(x_i, t, \tau) t \right\} \times \prod_{j=1}^{\beta} P_{\text{во}}(x_j, t, \tau) dZ, \quad (3.2.7)$$

где $P_{\text{во}}(x_j, t, \tau)$ — вероятность отсутствия внезапных отказов j -й резервированной системы.

Энтропия $H_{\text{по}}(X, t, \tau)$ обусловлена постепенным уходом параметров систем и всевозможными возмущениями, учет действия которых был подробно рассмотрен в предыдущей главе. В отличие от энтропии $H_{\text{во}}(X, t, \tau)$ энтропия $H_{\text{по}}(X, t, \tau)$ может изменяться вплоть до уровня, обусловленного наличием ошибок приборов контроля и управления, может переводиться в информацию, необходимую для выполнения настройки, регулировки и, в конечном счете, принятия решения на пуск объекта. Энтропия $H_{\text{по}}(X, t, \tau)$ определяется по формулам, приведенным в предыдущей главе. Энтропии $H_{\text{во}}(X, t, \tau)$ и $H_{\text{по}}(X, t, \tau)$ непрерывно изменяются, как это схематически показано на рис. 3.2.1. До начала процесса контроля и управления в момент времени t_0 энтропия $H_{\text{во}}(X, t, \tau) = H_{\text{во}}(X, t_0, \tau)$, а энтропия $H_{\text{по}}(X, t, \tau) = H_{\text{по}}(X, t_0, \tau)$, с течением времени при отсутствии контроля и управления неопределенность состояния объекта и АСКУ непрерывно возрастает, возрастает вследствие этого и энтропия. Для простоты рассмотрения условно предположим,

*) Это выполняется для большинства практических случаев.

что возрастание энтропий происходит по линейному закону, хотя в действительности законы изменения их во времени могут быть другими.

В непрерывном или дискретном процессе контроля и управления энтропия состояния объекта и АСКУ переводится в определенное количество информации. Опти-

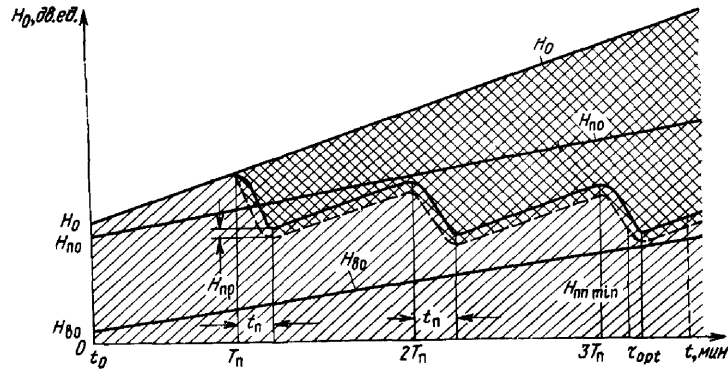


Рис. 3.2.1.

мальный уровень энтропии $H_{opt}(X, t, \tau)$ выбирается из условия выполнения объектом поставленной перед ним задачи.

Энтропию состояния объекта и АСКУ можно также определить с использованием не только статистических характеристик выходных параметров, но и статистических характеристик переходной, импульсной и передаточной функций, а также частотных характеристик систем объекта и АСКУ.

Методика определения энтропии объекта и АСКУ через динамические характеристики аналогична рассмотренной в этом параграфе. Неопределенность состояния объекта и АСКУ позволяет рассматривать процесс контроля и управления как некоторый источник информации.

3.3. КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЕ В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Процесс контроля и управления объектом обычно требует затраты времени и может вестись либо непрерывно, либо дискретно с определенной частотой $1/T_n$.

выбранной из условия достаточности времени для снижения неопределенности до заданного уровня при определенной интенсивности контроля и управления. Этот уровень выбирается из условия обеспечения с какой-то достоверностью работоспособности систем объекта на определенное время после проверки, а также из условия сохранения ресурса системы с учетом условий их работы (рис. 3.2.1). Время проведения проверок (t_n) должно быть сведено к минимуму, так чтобы в единицу времени получить максимальное количество наиболее достоверной информации. Однако при этом минимум не должен быть меньше допустимого времени вывода объекта из работоспособного состояния, так как значительно возрастает сложность АСКУ.

Процесс контроля и управления можно рассматривать как процесс выполнения по определенному алгоритму некоторых сложных k опытов G_{ij} ($i=1, \dots, k$) ($j=1, \dots, l$), состоящих не более чем из l подопытов [4]. При выполнении этих опытов часть неопределенности замещается информацией. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления, равно изменению количества энтропии:

$$I_{G_{ji}}(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - H_{G_{ji}}(X, t, \tau), \quad (3.3.1)$$

где

$$H_{G_{ji}}(X, t, \tau) = P_{G_{i1}} H_{G_{i1}}(X, t, \tau) + \dots + P_{G_{il}} H_{G_{il}}(X, t, \tau) \quad (3.3.2)$$

— условная энтропия состояния объекта совместно с АСКУ при осуществлении сложного опыта G_{ij} , состоящего из l подопытов; $P_{G_{ji}}$ — вероятность исхода опыта G_{ji} ; $H_{G_{ji}}(X, t, \tau)$ — энтропия объекта после осуществления опыта G_{ji} .

Получаемое количество информации в этом процессе можно увеличить (рис. 3.2.1), повышая точность АСКУ и уменьшая тем самым энтропию $H_{пр}(X, t, \tau)$, обусловленную наличием ошибок АСКУ, а также улучшая приспособленность алгоритма контроля получать информацию и снижать энтропию $H_{алг}(X, t, \tau)$. При прекращении процесса контроля некоторых систем или вообще при прекращении контроля и управления энтропия объекта и АСКУ снова возрастает.

Минимальный уровень неопределенности, которого можно достичь в процессе контроля и управления, составляет

$$H_{мин}(X, t, \tau) = H_{во}(X, t, \tau) + H_{пр}(X, t, \tau) + H_{алг}(X, t, \tau). \quad (3.3.3)$$

На практике контроль и управление необходимо вести до достижения уровня оптимальной неопределенности $H_{opt}(X, t, \tau)$. Этот уровень выбран из условия обеспечения определенной вероятности и качества выполнения задачи объектом:

$$H_{opt}(X, t, \tau) = -\{P(X, t_{kk}, \tau_{opt}) \log_2 P(X, t_{kk}, \tau_{opt}) + [1 - P(X, t_{kk}, \tau_{opt})] \log_2 [1 - P(X, t_{kk}, \tau_{opt})]\}, \quad (3.3.4)$$

где $P(X, t_{kk}, \tau_{opt})$ — вероятность выполнения объектом и АСКУ поставленной перед ними задачи с заданным качеством с момента конца контроля и управления t_{kk} и до момента конца работы систем объекта τ_{opt} . Оптимальный уровень энтропий может снижаться до нуля в процессе получения сведений о выполнении объектом задачи.

3.4. КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЕ В ПРОЦЕССЕ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НОРМАЛЬНОМ СОВМЕСТНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Процесс контроля и управления сложным объектом обычно сводится к одновременному параллельному или сдвинутому во времени переводу многомерного вектора $X(t, \tau)$ в многомерный вектор $Y(t, \tau)$ [5]:

$$X \rightarrow Y. \quad (3.4.1)$$

При этом предполагается, что вектор $X(t, \tau)$ характеризует априорное состояние объекта. Система контроля и управления путем формирования, измерения и регулирования переводит объект в новое апостериорное (требуемое) состояние, определяемое вектором $Y(t, \tau)$. Таким образом, основное назначение процесса контроля и управления с этой точки зрения состоит в том, чтобы перевести неопределенный случайный процесс $X(t, \tau)$ в более определенный случайный процесс $Y(t, \tau)$. До начала контроля и управления, а также после его завершения случайные процессы $X(t, \tau)$, $Y(t, \tau)$ протекают во времени до некоторой степени однородно и могут в первом приближении считаться стационарными, так как отдельные реализации процесса колеблются вокруг постоянных во времени средних значений с постоянной во времени дисперсией колебаний.

Интересными для практики являются случаи, когда имеет место точное, но с запаздыванием на τ_3 воспроиз-

ведение стационарного случайного процесса:

$$Y(y_i, \dots, t, \tau) = X(x_i, \dots, t - \tau_3, \tau), \quad (3.4.2)$$

или когда выходной процесс воспроизводится без запаздывания, но действует вектор помехи U , не зависящий от входного процесса (рис. 3.4.1):

$$Y(y_i, t, \tau) = X(x_i, t, \tau) + U(u_j, t, \tau), \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (3.4.3)$$

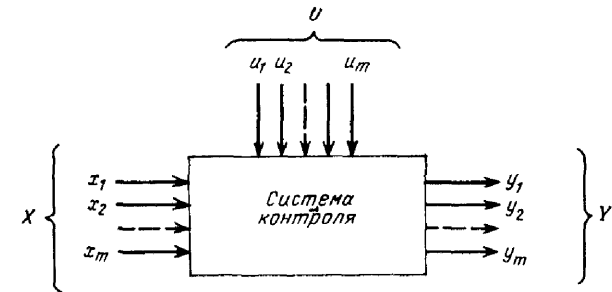


Рис. 3.4.1.

Под помехами в этом случае можно понимать шумы канала связи, ошибки приборов, «ошибки» алгоритмов измерения выходных параметров и т. п.

Среднее количество информации, получаемое при переводах векторов (3.4.2), (3.4.3), можно определить по формуле [5]

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, Y, t, \tau) \log_2 \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau) f(Y, t, \tau)} dX dY, \quad (3.4.4)$$

где $f(X, Y, t, \tau)$ — совместный дифференциальный закон распределения вероятностей векторов X и Y ; $f(X, t, \tau)$ — дифференциальный закон распределения вероятностей вектора X ; $f(Y, t, \tau)$ — дифференциальный закон распределения вероятностей вектора Y .

Выполнив некоторые преобразования, формулу (3.4.4) представим в виде

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(X, t, \tau) - m_y [H_y(X, t, \tau)], \quad (3.4.5)$$

или

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = H(Y, t, \tau) - m_x [H_x(Y, t, \tau)], \quad (3.4.6)$$

где

$$H(X, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dX \quad (3.4.7)$$

— априорная энтропия входного вектора X ;

$$m_y [H_y(X, t, \tau)] = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, Y, t, \tau) \log_2 f_y \times \\ \times (X, t, \tau) dXdY \quad (3.4.8)$$

— энтропия, усредненная по выходным параметрам после получения сигналов на выходе; $f_y(X, t, \tau)$ — условный дифференциальный закон распределения вероятностей вектора X при получении вектора Y , при этом [6]

$$f_y(X, t, \tau) = \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(Y, t, \tau)}. \quad (3.4.9)$$

Формулы, определяющие среднее количество информации при одномерной передаче значений $x_i \rightarrow y_i$, как по виду, так и по содержанию аналогичны формулам (3.4.3) — (3.4.9).

При нормальном законе распределения случайных векторов на входе и выходе АСКУ

$$f(X, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(X - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\}, \quad (3.4.10)$$

$$f(Y, t, \tau) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(Y - m_y)^2}{2\sigma_y^2} \right\}, \quad (3.4.11)$$

находим

$$\log_2 \frac{f(X, Y, t, \tau)}{f(X, t, \tau) f(Y, t, \tau)} = \log_2 \frac{1}{\sqrt{1 - r^2}} - \\ - \frac{r^2 \log_2 e}{2(1 - r^2)} \left[\frac{(X - m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2(X - m_x)(Y - m_y)}{r\sigma_x\sigma_y} + \frac{(Y - m_y)^2}{\sigma_y^2} \right]. \quad (3.4.12)$$

Подставляя выражения (3.4.10) — (3.4.12) в формулу (3.4.4), получим после некоторых преобразований

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = \log_2 \frac{1}{\sqrt{1 - r_{xy}^2(t, \tau)}} = \\ = -\frac{1}{2} \log_2 [1 - r_{xy}^2(t, \tau)], \quad (3.4.13)$$

где

$$r_{xy}(t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int (X - m_x)(Y - m_y) \times \\ \times f(X, Y, t, \tau) dXdY \quad (3.4.14)$$

— коэффициент корреляции векторов X, Y ; $\sigma_x^2(t, \tau)$, $\sigma_y^2(t, \tau)$ — дисперсии векторов X, Y .

Нетрудно показать, что энтропия случайного m -мерного вектора $X(t, \tau)$, имеющего нормальный закон распределения*, может быть представлена в виде

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sqrt{(2\pi I)^m |R^{xx}|}. \quad (3.4.15)$$

Среднее количество информации при передаче $X \rightarrow Y$ можно выразить через корреляционные матрицы**)

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{|R|}{|R^{xx}| + |R^{yy}|}, \quad (3.4.16)$$

где

$$R^{xx} = \begin{vmatrix} R_{11}^{xx} & \dots & R_{1m}^{xx} \\ R_{21}^{xx} & \dots & R_{2m}^{xx} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xx} & \dots & R_{mm}^{xx} \end{vmatrix}, \quad (3.4.17)$$

$$R^{yy} = \begin{vmatrix} R_{11}^{yy} & \dots & R_{1m}^{yy} \\ R_{21}^{yy} & \dots & R_{2m}^{yy} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{yy} & \dots & R_{mm}^{yy} \end{vmatrix}, \quad (3.4.18)$$

* Вывод этих формул опустим, так как при необходимости его можно посмотреть в литературе, указанной в ссылках.

$$|R^{xy}| = \begin{pmatrix} R_{11}^{xx} & \dots & R_{1m}^{xx} & R_{11}^{xy} & \dots & R_{1m}^{xy} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xx} & \dots & R_{mm}^{xx} & R_{m1}^{xy} & \dots & R_{mm}^{xy} \\ R_{11}^{xy} & \dots & R_{1m}^{xy} & R_{11}^{yy} & \dots & R_{1m}^{yy} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1}^{xy} & \dots & R_{mm}^{xy} & R_{1m}^{yy} & \dots & R_{mm}^{yy} \end{pmatrix} \quad (3.4.19)$$

— корреляционные определители, соответствующие корреляционным матрицам, составленным из корреляционных моментов.

$$R_{\nu\mu}^{xx} = m [(x_\nu - m_{x\nu})(x_\mu - m_{x\mu})], \quad (3.4.20)$$

$$R_{\nu\mu}^{yy} = m [(y_\nu - m_{y\nu})(y_\mu - m_{y\mu})], \quad (3.4.21)$$

$$R_{\nu\mu}^{xy} = m [(x_\nu - m_{x\nu})(y_\mu - m_{y\mu})]. \quad (3.4.22)$$

При независимых компонентах вектора $X(t, \tau)$

$$R_{\nu\mu}^{xx} = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{при } \nu = \mu, \\ 0 & \text{при } \nu \neq \mu. \end{cases}$$

а энтропии вектора $X(t, \tau)$

$$H(X, t, \tau) = \log_2 \sigma_1 \sqrt{2\pi\epsilon} + \dots + \log_2 \sigma_m \sqrt{2\pi\epsilon}. \quad (3.4.23)$$

Система контроля не дает информации о состоянии объекта, если она «представляет» выходной вектор $Y(t, \tau)$ без связи с характеристиками входного вектора $X(t, \tau)$. Известно, что степень связи между случайными процессами характеризуется корреляционной функцией. Если выходной вектор $Y(t, \tau)$ не связан с характеристиками входного на АСКУ вектором $X(t, \tau)$, то $R_{\nu\mu}^{xy} = 0$, следовательно, количество информации, получаемое при контроле, $I(X \rightarrow Y, t, \tau) = 0$.

Система контроля способна дать как угодно много информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ с учетом всех характеристик входного вектора $X(t, \tau)$. При учете всех характеристик вектора $X(t, \tau)$ коэффициент корреляции $r_{xy}(t, \tau) \rightarrow 1$, следовательно, как это видно из формулы (3.4.13), $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty$.

Для одномерного случайного процесса (3.4.16) принимает вид

$$I(X_1 \rightarrow Y_1, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 [1 - r^2(t, \tau)], \quad (3.4.24)$$

где $r(t, \tau) = \frac{R_{11}^{xx}(t, \tau)}{\sigma_x(t, \tau) \sigma_y(t, \tau)}$ — коэффициент корреляции.

Рассмотрим наиболее интересные случаи при передаче информации (3.4.2), (3.4.3), ограничиваясь при этом рассмотрением одномерного случая.

При запаздывании воспроизведения

$$y(t, \tau) = x(t + \tau_3, \tau), \quad (3.4.25)$$

$$r(t, \tau) = \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int [x(t) - m_x] [x(t - \tau_3) - m_x] f(x, y, t, \tau) dx dy, \quad (3.4.26)$$

или окончательно

$$r(t, \tau) = \frac{R(\tau_3)}{R(0)}, \quad (3.4.27)$$

где $R(\tau_3)$ — корреляционная функция центрированной случайной величины; $R(0) = \sigma^2$ — дисперсия.

Количество передаваемой информации в этом случае

$$I(x \rightarrow y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 \left[1 - \frac{R^2(\tau_3)}{R^2(0)} \right]. \quad (3.4.28)$$

Так как $0 \leq [R(\tau_3)/R(0)] < 1$ при $\tau_3 > 0$, то $\infty > I(x \rightarrow y, t, \tau) \geq 0$. Из формулы (3.4.28) следует, что если $\tau_3 \rightarrow \infty$, то $R(\tau_3) \rightarrow 0$ и $I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0$.

Система контроля практически не даст информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ со сколь угодно большой задержкой τ_3 относительно течения входного процесса $X(t, \tau)$, а способна дать как угодно много информации о состоянии объекта, если она представляет выходной вектор $Y(t, \tau)$ при сколь угодно малой задержке τ_3 с учетом всех характеристик входного вектора $X(t, \tau)$.

Как следует из формулы (3.4.28) при $\tau_3 \rightarrow 0$, $R(\tau_3) \rightarrow R(0)$

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty.$$

При наличии шумов и нормальном распределении параметров x, y

$$y(t, \tau) = x(t, \tau) + u(t, \tau), \quad (3.4.29)$$

$$\sigma_y^2(t, \tau) = \sigma_x^2(t, \tau) + \sigma_u^2(t, \tau), \quad (3.4.30)$$

$$r(t, \tau) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y, t, \tau) dx dy = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2}}}. \quad (3.4.31)$$

Среднее количество информации, получаемое при передаче $x \rightarrow y$,

$$I(x \rightarrow y, t, \tau) = -\frac{1}{2} \log_2 (1 - r^2) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2}. \quad (3.4.32)$$

Система контроля не дает информации о состоянии объекта при сколь угодно малой точности перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$.

При $\sigma_u \gg \sigma_x$

$$\frac{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}{\sigma_u^2} \rightarrow 1,$$

следовательно, согласно (3.4.32)

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow 0.$$

Система способна дать сколь угодно много информации о состоянии объекта при сколь угодно высокой точности перевода входного вектора $X(t, \tau)$ в выходной вектор $Y(t, \tau)$.

Если $\sigma_u \ll \sigma_x$, то $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_u^2} + 1 \rightarrow \infty$, следовательно, согласно

(3.4.32)

$$I(X \rightarrow Y, t, \tau) \rightarrow \infty.$$

Таким образом, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля и управления при нормальном законе распределения параметров и помех за-

висит от помех и точности приборов, используемых для контроля, а также от степени связи векторов X, Y и задержки воспроизведения. При законах распределения выходных параметров и помех, отличных от нормальных, среднее количество информации, получаемое в процессе контроля, определяется по формуле (3.4.4).

3.5. ЭНТРОПИЯ И ИНФОРМАЦИЯ В СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ, ПОДСТРОЙКИ РЕГУЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Системы контроля, подстройки, регулирования и управления объектом являются, как правило, замкнутыми (рис. 3.5.1). Процесс, протекающий в таких системах, является источником информации. Параметры процесса x_1, \dots, x_m измеряются системой получения информации. Система контроля и управления с этой точки зрения является системой получения, накопления и обработки информации с целью выработки сигналов управле-

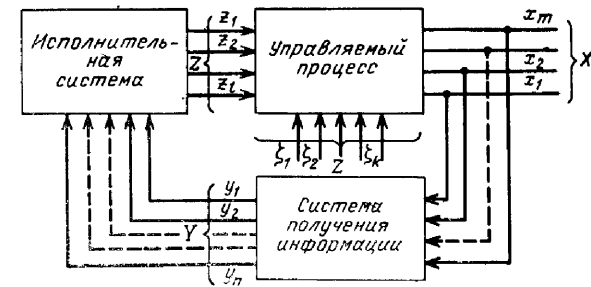


Рис. 3.5.1.

ния y_1, \dots, y_m . Сигналы управления преобразуются исполнительной системой в управляющие воздействия z_1, \dots, z_m , которые воздействуют на управляемый процесс, изменяя его энтропию и, следовательно, сам процесс в нужном направлении.

Контур циркуляции информации в АСКУ может быть представлен в общем случае для произвольных законов распределения в векторной форме [5]:

$$X(t, \tau) \rightarrow Y(t, \tau) \rightarrow Z(t, \tau) \rightarrow X(t, \tau) \quad (3.5.1)$$

или для одномерной системы

$$x(t, \tau) \rightarrow y(t, \tau) \rightarrow z(t, \tau) \rightarrow x(t, \tau). \quad (3.5.2)$$

Предположим, что информация в течение времени τ_z накапливается, преобразуется и один раз в этом интервале вырабатывается сигнал управления. Это предположение не противоречит фактическим процессам в реальных системах переработки информации, так как в реальных системах все процессы квантованы.

Для получения общих количественных соотношений при произвольных законах распределения разрывается замкнутый контур в месте соединения управляемого объекта с системой получения информации и подается на вход последней некоторое вполне определенное значение X от постоянного источника.

Тогда в разомкнутой системе будет реализована передача

$$X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow X'.$$

Количество информации при передаче $X \rightarrow X'$

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X', t, \tau) - m_x[H_x(X', t, \tau)], \quad (3.5.3)$$

где $H(X', t, \tau)$ — энтропия вектора X' до поступления вектора X ; $m_x[H_x(X', t, \tau)]$ — усредненное по X значение энтропии после получения сигнала X' .

С учетом энтропии вектора X равенство (3.5.3) можно представить в виде

$$I(X \rightarrow X', t, \tau) = H(X, t, \tau) - H_x(X', t, \tau) + S, \quad (3.5.4)$$

где

$$S = H_x(X', t, \tau) - m_x[H_x(X', t, \tau)] \quad (3.5.5)$$

— приращение энтропии шумов, приведенных к выходу управляемого процесса.

Замкнем контур прерывистого контроля и управления. Тогда на вход системы получения информации будут воздействовать параметры управляемого процесса в некоторый $(v-1)$ -й момент времени, а величиной X' будут параметры того же управляемого процесса в v -й момент времени, т. е. $X = X_{v-1}$; $X' = X_v$.

С учетом этого уравнение (3.5.4) для определения среднего количества информации в v -й момент времени в замкнутом контуре можно представить в виде

$$I_v(X, t, \tau) = H_{v-1}(X, t, \tau) + H_v(X, t, \tau) + S_v(t, \tau), \quad (3.5.6)$$

где $H_{v-1}(X, t, \tau)$, $H_v(X, t, \tau)$ — значения энтропии контролируемого и управляемого процессов соответственно в $(v-1)$ -й и v -й моменты времени.

Таким образом, приращение энтропии контролируемого и управляемого дискретным образом во времени процесса на интервал дискретности равно разности приращения энтропии приведенных шумов и количества информации, переданной в замкнутом контуре за тот же интервал времени.

С учетом энтропии для начального момента времени можно записать:

$$H_v(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau) - \sum_{i=0}^v I_i(X, t, \tau) + \sum_{i=0}^v S_i(X, t, \tau), \quad (3.5.7)$$

Для стационарного процесса

$$H_v(X, t, \tau) = H_{v-1}(X, t, \tau), \quad (3.5.8)$$

$$I_v(X, t, \tau) = S(X, t, \tau).$$

В замкнутой системе протекает стационарный процесс контроля и управления, если количество информации, передаваемое за дискрет при контроле и управлении, равно соответствующему приращению энтропии приведенных шумов. Действительно, при стационарном процессе $H_v(X, t, \tau) = H_0(X, t, \tau)$.

Следовательно, (3.5.6) $I_v(X, t, \tau) = S(X, t, \tau)$. В замкнутой системе отсутствует контроль и управление, если приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии процесса контроля и управления.

Для неуправляемого процесса количество информации равно 0, поэтому согласно (3.5.6)

$$H_v(X, t, \tau) - H_{v-1}(X) = S_v(X, t, \tau), \quad (3.5.9)$$

т. е. приращение энтропии приведенных шумов в соответствующий интервал времени равно приращению энтропии неуправляемого процесса.

Два процесса идентичны, если их текущие параметры равны: $X' = X''$. Очевидно, что энтропии идентичных процессов также равны. Кроме того, необходимым (но недостаточным) условием идентичности процессов является равенство

$$I_v(X', t, \tau) - S_v(X') = I_v(X'', t, \tau) - S_v(X'', t, \tau). \quad (3.5.10)$$

Все приведенные соотношения для многомерных процессов контроля и управления справедливы и для одномерных.

3.6. ЭНТРОПИЯ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Каждый параметр процесса контроля и управления, не зависящий от других параметров, представляет одну степень свободы процесса. Число степеней свободы процесса равно числу независимых выходных параметров. При оптимизации процесса контроля и управления все степени свободы можно условно разделить на три вида: особо важные, основные и вспомогательные. К особо важным следует отнести степени свободы, определяющие устойчивый ход процесса. Отклонения параметров особо важных степеней свободы за допустимые пределы приводят к тяжелым авариям и катастрофам.

Неопределенность параметров особо важных степеней свободы процесса контроля и управления назовем опасной неопределенностью, количественной мерой которой является опасная энтропия, определяемая для одной степени свободы по формуле

$$H(X_i, t, \tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x_i, t, \tau) \log_2 f(x_i, t, \tau) dx_i, \quad (3.6.1)$$

где $f(x_i, t, \tau)$ — закон распределения выходного параметра процесса x_i , который может вызвать катастрофу или аварию. В процессе контроля и управления сложным объектом необходимо прежде всего следить за тем, чтобы опасная энтропия не превышала определенного уровня.

Для оценки степени опасности процесса контроля и управления введем коэффициент опасности

$$K_0(X_i, t, \tau) = \frac{H(x_i, t, \tau)}{H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (3.6.2)$$

где $H(x_i, t, \tau)$ — опасная энтропия, определяемая по формуле (3.6.1); $H_0(x_i, t, \tau)$ — уровень энтропии, при которой имеется вполне определенная вероятность катастрофы или аварии.

В практических случаях

$$0 \leq K_0(x_i, t, \tau) \leq 1. \quad (3.6.3)$$

К основным *) относятся степени свободы, качество которых определяет качество всего процесса. К ним относятся также и особо важные степени свободы. Неопределенность параметров основных степеней свободы оценивается как энтропией параметров каждой степени свободы в отдельности, определяемой по формуле, аналогичной (3.6.1), так и суммарной энтропией.

Степень готовности объекта с учетом формул (3.6.1), (3.6.4) можно оценить коэффициентом готовности

$$K_r(x_i, t, \tau) = \frac{H(x_i, t, \tau)}{H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (3.6.4)$$

$$K_r(X, t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m H(x_i, t, \tau)}{\sum_{i=1}^m H_0(x_i, t, \tau)}, \quad (3.6.5)$$

где $H_0(x_i, t, \tau)$ — максимально возможная энтропия i -го параметра до начала процесса контроля и управления.

*) В частных случаях число степеней свободы может совпадать с числом выходных параметров процесса, что и предполагается при изложении материала в этом параграфе.

К вспомогательным относятся степени свободы, характеризующие вспомогательные операции процесса контроля и управления. Для количественной оценки неопределенности параметров вспомогательных степеней свободы применим энтропию параметров вспомогательных степеней свободы $H_B(x_i, t, \tau)$, $H_B(X, t, \tau)$. Степень свободы вспомогательных операций можно оценить коэффициентами

$$K_{гв}(x_i, t, \tau), \quad K_{гв}(X, t, \tau).$$

Энтропия параметров вспомогательных степеней свободы и соответствующие коэффициенты вычисляются по формулам, аналогичным (3.6.1) — (3.6.5).

В некоторых случаях при оптимизации процесса контроля и управления интересуются не неопределенностью параметров каждой степени свободы в отдельности, а средней энтропией, приходящейся на один параметр:

$$H_m(X, t, \tau) = - \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int f(X, t, \tau) \log_2 f(X, t, \tau) dX. \quad (3.6.6)$$

Выбор степеней свободы процесса контроля и управления — достаточно трудная задача, решаемая как при эскизном, так и при техническом проектировании с учетом опыта эксплуатации.

3.7. ДИНАМИЧЕСКИЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

В предыдущих параграфах рассматривались в основном статические характеристики процесса контроля и управления, хотя и учитывалось изменение этих характеристик в текущем времени t и относительно какого-то момента времени τ в будущем.

С практической точки зрения более интересными являются динамические статистические характеристики процесса — прирост энтропии и количества информации, приходящиеся на единицу времени, а также «пропускная способность» процесса контроля.

Прирост энтропии процесса в единицу времени характеризуется скоростью изменения неопределенности процесса контроля и управления

$$U_H(t, \tau) = \frac{\Delta H_T(X, t, \tau)}{T}, \quad (3.7.1)$$

где $\Delta H_T(X, t, \tau)$ — прирост энтропии процесса за интервал времени T .

Если неопределенность процесса возрастает по сравнению с начальной, то прирост энтропии имеет отрицательный знак, если убывает — положительный.

Количество информации, получаемое в единицу времени, характеризует быстрдействие процесса контроля и управления и определяется по формуле

$$U_I(t, \tau) = \frac{I_T(t, \tau)}{T}, \quad (3.7.2)$$

где $I_T(t, \tau)$ — среднее количество информации, получаемое за время T .

Максимальное среднее количество информации, получаемое в единицу времени, назовем пропускной способностью процесса контроля и управления

$$C_{пк}(t, \tau) = \frac{I_T(t, \tau)_{max}}{T} \quad (3.7.3)$$

Для нормального распределения вероятностей значений выходных параметров

$$C_{пк}(t, \tau) = F_s \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_U^2}{\sigma_U^2}, \quad (3.7.4)$$

где F_s — полоса «пропускания процесса» контроля и управления или половина дискретных значений выходных параметров процесса, которые могут быть измерены в 1 сек; σ_x^2 — дисперсия выходных параметров процесса; σ_U^2 — дисперсия шумов процесса.

Таким образом, динамические статистические характеристики процесса контроля и управления характеризуют его не только с точки зрения состояния контролируемого объекта, точности ведения контроля и управления, но и с точки зрения быстрдействия процесса.

К динамическим характеристикам процесса контроля и управления также можно отнести время, затрачиваемое на выполнение операций. Более подробно временные характеристики будут рассмотрены далее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крауз С. В. Оценка надежности авиационной техники с учетом ее бездействия между полетами. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
2. Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматических систем контроля и управления. Изд. ХВКИУ, 1966.
3. Рипс Я. А. Прогнозирование эксплуатационной надежности. Сб. статей под ред. Грушина «Надежность радиоэлектронной аппаратуры». Изд-во «Советское радио», 1958.
4. Синдеев И. М. О выборе параметров, определяющих состояние технических устройств при автоматическом контроле. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
5. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. Госэнергоиздат, 1962.
6. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. Физматгиз, 1963.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСКУ

Синтез любой системы и, в частности, системы контроля и управления сложным объектом, включающий синтез процесса контроля и управления АСКУ, необходимо начинать с выбора и обоснования критерия оценки эффективности. При этом необходимо выбрать такой критерий, который бы позволил синтезировать оптимальный процесс и АСКУ с учетом наиболее важных показателей эффективности. К этим показателям в первую очередь следует отнести:

- вероятность выполнения задачи объектом—АСКУ;
- информационную способность алгоритма контроля и управления и реализующих его устройств;
- быстродействие АСКУ;
- объем, сложность и стоимость АСКУ;
- контролеспособность собственно АСКУ.

Кроме этих требований, критерий должен обладать определенной конструктивностью, позволяющей легко оценивать его численное значение, которое позволило бы оценить эффективность не только процесса или прибора самого по себе с точки зрения приближения его к потенциальному совершенству, но и сравнительно по совокупности однотипных приборов или процессов.

Положения и следствия, сформулированные в этой главе, позволяют вывести обобщенный функционально-статистический критерий оценки эффективности, удовлетворяющий всем перечисленным выше требованиям. В этой главе также описываются основные свойства обобщенного критерия и частных критериев, получающихся из общего, а также некоторые аспекты методики их применения.

4.1. ПРОЦЕСС КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАК ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ

В предыдущих главах показано, что интегральной оценкой состояния объекта и АСКУ является энтропия. Энтропия является также основной статистической характеристикой процесса контроля и управления. Из теории информации известно, что всякое явление, обладающее неопределенностью, численной мерой которого является энтропия, может рассматриваться как источник информации. Следовательно, процесс контроля и управления можно также рассматривать как источник информации. В потенциальном смысле процесс контроля и управления обладает очень большим объемом информации, так как системы объекта и системы АСКУ содержат миллионы частиц, обладающих энтропией. Однако численное значение этой энтропии определить невозможно.

На практике мы обычно интересуемся не состоянием всех частиц, а состоянием укрупненных комплексов, статистические характеристики которых являются необходимыми для достижения определенных целей и которые можно определить с какой-то точностью. Все это накладывает некоторую субъективную окраску на характеристики процесса контроля и управления без потери реальности.

Реальный объем информации, содержащийся в процессе, равен энтропии объекта и АСКУ:

$$V_{\pi}(t, \tau) = H_0(t, \tau). \quad (4.1.1)$$

Процесс контроля и управления может дать максимальный объем информации $V_{\pi}(t, \tau) = V_{0 \max}(t, \tau)$ при наибольшей неопределенности состояния объекта*). Иначе говоря, если состояние объекта при контроле i -й системы объекта рассматривать как одно событие, то наибольшая неопределенность этого события будет при $P_{0i}(t, \tau) = 1/2$.

Энтропию состояния объекта при контроле и управлении можно определить по формуле

* Здесь и в дальнейшем, если не будет специальной оговорки, под объектом будем понимать комплекс объект — АСКУ.

$$H_0(t, \tau) = - \{ P_{0i}(t, \tau) \log_2 P_{0i}(t, \tau) + [1 - P_{0i}(t, \tau)] \times \log_2 [1 - P_{0i}(t, \tau)] \}, \quad (4.1.2)$$

где $P_{0i}(t, \tau)$ — вероятность выполнения задачи i -й системой объекта.

Из этой формулы следует, что действительно

$$V_{0i}(t, \tau) = H_{0i}(t, \tau) = \max \text{ при } P_{0i} = 1/2.$$

Подставляя $P_{0i}(t, \tau) = 1/2$ в формулу (4.1.2), находим

$$H_{0i}(t, \tau)_{\max} = 1 \text{ дв. ед.}$$

В случае, если объект содержит m систем,

$$H_0(t, \tau)_{\max} = \sum_{i=1}^m H_{0i}(t, \tau) = m. \quad (4.1.3)$$

Естественно, что АСКУ тем лучше, чем больший объем информации о состоянии объекта она может воспринять и передать.

Идеальной АСКУ назовем такую систему, которая работает без потери информации, воспринимая и передавая $V_{\text{АСКУ}}(t, \tau) = m$. При этом

$$V_0'(t, \tau) = V_{\text{АСКУ}}(t, \tau) = \Delta V_0(t, \tau) = 0. \quad (4.1.4)$$

На практике идеальная система не может быть построена, так как АСКУ работает в реальных условиях (обычно $P_0(t, \tau) > 0,5$) реальной аппаратурой, имеющей конечную точность работы. Реальная аппаратура реализует, в свою очередь, реальные алгоритмы контроля и управления и реальные точности работы.

4.2. АЛГОРИТМ РАБОТЫ АСКУ

Алгоритм работы АСКУ есть совокупность правил и указаний, определяющих ее поведение в процессе контроля и управления объектом. Обычно при контроле и управлении объектом правила и указания строго определены, т. е. процесс ведется по детерминированному алгоритму. При оптимизации АСКУ по методу Монте-Карло или другим вероятностным методам правила и указания задаются статистически, т. е. контроль и управление ведутся по недетерминированному алгоритму.

Сложная АСКУ, как было показано в гл. 1 (см. рис. 1.7.1), включает в себя УПОИ, УВОИ и УКОИ.

Каждое из указанных устройств работает по своим алгоритмам, синтез которых необходимо осуществлять с учетом состояния объекта, описываемого математической моделью, целей отдельных этапов контроля и управления, достижение которых оценивается соответствующими критериями, а также технической реализуемости алгоритмов. Следовательно, алгоритм работы АСКУ состоит из системы алгоритмов, своевременную и надежную реализацию которых должна осуществить АСКУ.

Систему алгоритмов назовем идеальной, если она в состоянии перевести максимальный объем информации процесса контроля и управления в объем информации, получаемой АСКУ. Для перевода идеальность алгоритма является условием только необходимым. Достаточным условием, как это будет показано далее, является идеальность приборов контроля и управления. При достижении необходимых и достаточных условий получается идеальная система, реализующая равенство (4.1.4).

Идеальная система алгоритмов контроля и управления дает максимум количества информации, равное m дв. ед. Количество информации, даваемое АСКУ,

$$I_{\text{пк}}(t, \tau) = H_0(t, \tau)_{\text{max}} - \Delta H_{\text{алг}}(t, \tau), \quad (4.2.1)$$

где $\Delta H_{\text{алг}}(t, \tau)$ — энтропия, обусловленная несовершенством алгоритма.

Из равенства (4.2.1) следует, что количество получаемой информации будет максимальным, если $\Delta H_{\text{алг}}(t, \tau) = 0$, что выполняется при идеальном алгоритме. Следовательно, с учетом максимальной неопределенности состояния объекта, оцениваемой равенством (4.1.3), можно написать

$$I_{\text{max max}}(t, \tau) = H_0(t, \tau)_{\text{max}} = m. \quad (4.2.2)$$

На практике из-за трудности, а иногда и невозможности разработки и реализации идеальных алгоритмов используются приближенные реальные алгоритмы.

Систему алгоритмов назовем реальной, если она выбрана с учетом реальных возможностей получения ма-

ксимального количества информации, а также реальных возможностей реализации алгоритмов.

Реальная система алгоритмов дает возможность получить среднее количество информации:

$$I_p(t, \tau) = I_{\text{max}}(t, \tau) < I_{\text{max max}}(t, \tau). \quad (4.2.3)$$

Так как на практике всегда справедливо неравенство $P(t, \tau) > 1/2$, то

$$H_{\text{оп}}(t, \tau) < H_0(t, \tau)_{\text{max}}. \quad (4.2.4)$$

Выбор реальной системы алгоритмов приводит к некоторой потере информации, которая при идеальных приборах контроля и управления равна

$$\Delta V_{\text{алг}}(t, \tau) = V_0(t - \tau) - V_{\text{АСКУ ар}}(t, \tau), \quad (4.2.5)$$

где $V_{\text{АСКУ ар}}(t, \tau)$ — объем информации, получаемой АСКУ при реальных алгоритмах и идеальных приборах.

Естественно, чем меньше величина $\Delta V_{\text{алг}}(t, \tau)$, тем совершеннее система алгоритмов.

Процесс алгоритмизации является весьма сложным процессом и требует высокой квалификации инженера с большим практическим опытом работы, а иногда работы целой научной организации.

Конечная точность реального алгоритма обуславливает потерю информации в процессе контроля и управления, определяемую формулой (4.2.1). Теория точности реальных алгоритмов, а также и теория потенциальной точности алгоритмов в настоящее время пока недостаточно разработана.

4.3. ТОЧНОСТЬ РАБОТЫ АППАРАТУРЫ АСКУ

Рассмотрим точность аппаратуры, реализующей систему алгоритмов, для чего воспользуемся понятием идеальной аппаратуры контроля и управления. Точность работы АСКУ обуславливается точностью системы алгоритмов и точностью аппаратуры, реализующей выбранную систему алгоритмов.

Идеальной аппаратурой контроля и управления назовем такую аппаратуру, которая реализует систему

алгоритмов и работает без ошибок в процессе контроля и управления. При теоретических исследованиях понятием идеальной аппаратуры часто пользуются с целью упрощения анализа и получения качественных показателей различных процессов.

Реальной аппаратурой назовем такую аппаратуру, которая работает с конечной точностью. Под точностью АСКУ будем понимать такую точность, с которой реальная система воспроизводит физическую величину или процесс.

Реальная аппаратура точно так же, как и реальный алгоритм, дает некоторую потерю информации в процессе контроля и управления. Суммарные потери информации составляют

$$\Delta V(t, \tau) = \Delta V_{\text{алг}}(t, \tau) + \Delta V_{\text{ап}}(t, \tau), \quad (4.3.1)$$

и обуславливают два вида ошибок, к первому из которых относятся необнаруженные отказы, ко второму — «ложные отказы» [1—3].

Под необнаруженными отказами понимаются существующие отказы объекта, которые не обнаруживаются в процессе контроля и управления вследствие конечной точности алгоритма и аппаратуры контроля и управления. Под ложными отказами понимаются отсутствующие на самом деле отказы, которые ложно обнаруживаются в процессе контроля и управления вследствие конечной точности алгоритма и аппаратуры контроля и управления.

Если ложные отказы имеют место только при измерении параметров вследствие некоторой конечной точности аппаратуры контроля и управления, то необнаруженные отказы имеют место как при проводимых измерениях, так и тогда, когда параметр не измеряется. Вероятность существования необнаруженных отказов и параметров, измерение которых не проводится, зависит от собственной безотказности систем управления, а также от момента измерения параметров и определяется известными методами теории надежности. Полную вероятность необнаруженных отказов необходимо определять с учетом проводимых измерений и без них.

Вероятность необнаруженных отказов и вероятность ложных отказов при контроле параметра x можно опре-

делить соответственно формулами [2]:

$$P_{\text{но}}(t, \tau) = \int_{-\infty}^a f(x, t, \tau) \left[\int_{a-x}^{b-x} f(z, t, \tau) dz \right] dx + \int_b^{\infty} f(x, t, \tau) \left[\int_{a-x}^{b-x} f(z, t, \tau) dz \right] dx \quad (4.3.2)$$

и

$$P_{\text{ло}}(t, \tau) = \int_a^b f(x, t, \tau) \left[\int_{-\infty}^{a-x} f(z) dz + \int_{-b-x}^{\infty} f(z, t, \tau) dz \right] dx. \quad (4.3.3)$$

При нормальных законах распределения контролируемых параметров и погрешностей приборов соответственно

$$f(x, t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp[-(x - m_x)^2/2\sigma_x^2], \quad (4.3.4)$$

$$f(z, t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp[-z^2/2\sigma_z^2], \quad (4.3.5)$$

$$P_{\text{но}}(t, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^a \left[\Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right] \times \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] dx + \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_b^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right] \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] dx, \quad (4.3.6)$$

$$P_{\text{ло}}(t, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_a^b \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] \times \left[2 + \Phi\left(\frac{a-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{b-x}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right] dx, \quad (4.3.7)$$

где x — контролируемый параметр; z — ошибка прибора; m_x — математическое ожидание контролируемого параметра; σ_x , σ_z — среднеквадратическое отклонение контролируемого параметра и ошибки прибора соответственно; a , b — предельно допустимые значения параметра; $\Phi(a, b, x, \sigma_z)$ — функции Лапласа.

Таблица 4.3.1

Состояние АСКУ	Объект годный X	Ложный отказ Y	Необнаруженный отказ	Объект допущен к выполнению задачи S
Аппаратура контроля не работает	1	—	—	1
	0	—	—	0
Аппаратура контроля работает	1	0	—	1
	1	1	—	0
	0	—	0	0
	0	—	1	1

Из выражений (4.3.6) и (4.3.7) численным интегрированием находятся вероятности $P_{\text{ло}}$ и $P_{\text{но}}$.

При контроле и управлении сложными объектами измерению подвергается множество параметров.

Вероятность существования, по крайней мере, одного необнаруженного отказа в серии m измерений можно определить по формуле

$$P_{\text{но}}(t, \tau) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_{\text{но } i}(t, \tau)]. \quad (4.3.8)$$

При равных вероятностях необнаруженных отказов

$$P_{\text{но}}(t, \tau) = 1 - [1 - P_{\text{но } i}(t, \tau)]^m. \quad (4.3.9)$$

Вероятность существования, по крайней мере, одного ложного отказа при серии m измерений

$$P_{\text{ло}}(t, \tau) = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - P_{\text{ло } i}(t, \tau)]. \quad (4.3.10)$$

При равных вероятностях ложных отказов

$$P_{\text{ло}}(t, \tau) = 1 - [1 - P_{\text{ло } i}(t, \tau)]^m. \quad (4.3.11)$$

Обычно на практике задается вероятность выполнения комплексом поставленной задачи с определенным качеством. Определим эту вероятность с учетом ошибок системы контроля.

Вероятность выполнения задачи объектом определяется по теореме о полной вероятности [4]:

$$P(t, \tau) = \frac{P_{S,R}(t, \tau)}{P_S(t, \tau)}, \quad (4.3.12)$$

где

$$P_{S,R}(t, \tau) = [1 - P_{\text{ло}}(t, \tau)] P_0(t, \tau)$$

— вероятность того, что объект в результате контроля допущен к выполнению задачи (событие R) и является в то же время исправным (событие S);

$P(t, \tau)$ — вероятность допуска объекта к выполнению задачи можно вычислить с использованием логической табл. 4.3.1.

Из таблицы следует, что при работающей аппаратуре контроля логическая функция допуска объекта к выполнению задачи складывается из двух несовместимых событий, т. е.

$$F(S) = x\bar{y} + \bar{x}z. \quad (4.3.13)$$

На основании теоремы сложения вероятностей получим вероятность суммы двух несовместимых событий:

$$P_S(t, \tau) = P_{x\bar{y}}(t, \tau) + P_{\bar{x}z}(t, \tau).$$

Переходя от логических функций к вероятностям, имеем

$$P_S(t, \tau) = P_0(t, \tau) [1 - P_{\text{ло}}(t, \tau)] + P_{\text{но}}(t, \tau) [1 - P_0(t, \tau)]. \quad (4.3.14)$$

Подставляя выражения (4.3.13), (4.3.14) в формулу (4.3.12), окончательно получим [5]

$$P(t, \tau) = \frac{[1 - P_{\text{ло}}(t, \tau)] P_0(t, \tau)}{[1 - P_{\text{ло}}(t, \tau)] P_0(t, \tau) + [1 - P_0(t, \tau)] P_{\text{но}}(t, \tau)}. \quad (4.3.15)$$

Зная эту вероятность, нетрудно определить оставшуюся энтропию после контроля i -го параметра.

$$H_{0i}(t, \tau) = - \{P_i(t, \tau) \log_2 P_i(t, \tau) + [1 - P_i(t, \tau)] \log_2 [1 - P_i(t, \tau)]\} \quad (4.3.16)$$

и общую энтропию при контроле m параметров

$$H_0(t, \tau) = \sum_{i=1}^m H_{0i}(t, \tau). \quad (4.3.17)$$

Таким образом, на вероятность выполнения задачи объектом существенное влияние оказывают вероятности $P_{\text{ло}}(t, \tau)$ и $P_{\text{но}}(t, \tau)$, определяемые заданными допусками и точностью аппаратуры контроля и управления.

4.4. ВРЕМЯ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ

В общем виде среднее время контроля и регулировки системы i -го типа объекта можно выразить формулой [7]

$$\bar{T}_k = \bar{T}_r + \sum_{i=1}^{\gamma} T_{cci} + \sum_{i=1}^{n_1} (\tau_{0i} + T_{ki}) + \sum_{i=1}^{n_2} q_{ai} \bar{T}_{yi} + \sum_{i=1}^{n_1} P_{ci} T_{nni} + \sum_{i=1}^{m_i} (\tau_{oni} + T_{ni} + T_{pi}) P_{ci}, \quad (4.4.1)$$

где \bar{T}_r — среднее время готовности системы контроля, T_{cci} — время самопроверки i -го канала; γ — число самопроверок; n_1 — число контролируемых параметров, определяющих работоспособность объекта; τ_{0i} — время ожидания перед проверкой i -го параметра, определяющего работоспособность объекта; T_{ki} — время контроля i -го параметра; n_2 — число блоков системы контроля; T_{yi} — время устранения неисправности в i -м блоке системы контроля; q_{ai} — вероятность отказа i -го блока системы контроля; T_{ppi} — время перепроверки i -го параметра; P_{ci} — суммарная вероятность признания годного параметра негодным и негодного параметра годным; m_i — число контролируемых параметров для локализации неисправности по i -му параметру объекта, определяющему его работоспособность; τ_{oni} — время ожидания перед проверкой i -го параметра, локализирующего неисправность; \bar{T}_{ni} — среднее время поиска неисправности; T_{pi} — время устранения неисправности правильно или ложно забракованного устройства.

Каждую временную составляющую надо учитывать в той степени, в которой она влияет на простой объекта

$$q_{ai} = 1 - \exp \{ -\Lambda_{api} T_{api} - \Lambda_{axi} T_{axi} \}, \quad (4.4.2)$$

где Λ_{api} и Λ_{axi} — интенсивность отказов i -го блока системы контроля соответственно в рабочем и нерабочем состоянии; T_{api} и T_{axi} — соответственно рабочее и нерабочее время i -го блока системы контроля между его проверками.

Вероятность появления ложного отказа при r -й проверке объекта, влияющая на его время контроля и регу-

лировки, равна

$$P_{zi}^{(r)} = q_i^{(r)} \int_{x_{ni}}^{x_{ni}^{(r)}} f_{xi}^{(r)} dx_i + \int_{x_{ni}}^{x_{ni}^{(r)}} f_{xi}^{(r)} \times \times \left[k_{1i} \int_{-\infty}^{x_{ni}^{(r)}} f_{zi}^{(r)} dz_i + k_{2i} \int_{x_{ni}^{(r)}}^{\infty} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] dx_i; \quad (4.4.3)$$

$$q_i^{(r)} = 1 - \exp \left\{ -\Lambda_{cpi} \sum_{k=1}^r T_{cpi}^{(k)} - \Lambda_{cxi} \sum_{k=1}^r T_{cxi}^{(k)} \right\},$$

где $\Lambda_{cpi} = \Lambda_{cxi}$ — интенсивности скрытых отказов соответственно в рабочем и в нерабочем состояниях, приводящих к максимальной погрешности по i -му каналу системы контроля; $T_{cpi}^{(k)}$ и $T_{cxi}^{(k)}$ — соответственно рабочее и нерабочее времена по i -му каналу системы контроля между k -й и $(k-1)$ -й проверками объекта.

Для упрощения расчетов этой вероятности можно также использовать номограммы [10] и таблицы [8].

Вероятность признать негодный параметр негодным равна:

$$P_{zi}^{(r)} = k_{1i} \int_{-\infty}^{x_{ni}^{(r)}} f_{xi}^{(r)} \left[\int_{-\infty}^{x_{ni}^{(r)}} f_{zi}^{(r)} dz_i + \int_{x_{ni}^{(r)}}^{\infty} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] \times \times dx_i + k_{2i} \int_{x_{ni}^{(r)}}^{\infty} f_{xi}^{(r)} \left[\int_{-\infty}^{x_{ni}^{(r)}} f_{zi}^{(r)} dz_i + \int_{x_{ni}^{(r)}}^{\infty} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] dx_i. \quad (4.4.4)$$

Для приближенных расчетов можно принять:

$$P_{zi}^{(r)} \approx 1 - \int_{x_{ni}^{(r)}}^{x_{ni}} f_{xi}^{(r)} dx_i.$$

Время, необходимое для выполнения контроля и управления отдельной системой сложного объекта, с учетом частоты отказов в первом приближении можно определить по формуле [9]

$$T_{Fi} = a_{Fi} T_{pFi} [1 - P_i]^{HTFi}, \quad (4.4.5)$$

где a_{Fi} — некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы

(в частных простейших случаях его можно полагать равным либо 0, либо 1); T_{pFi} — время контроля системы, в которой не принимались специальные меры по повышению вероятности безотказной работы; P_i — вероятность безотказной работы системы; μ_{TFi} — некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

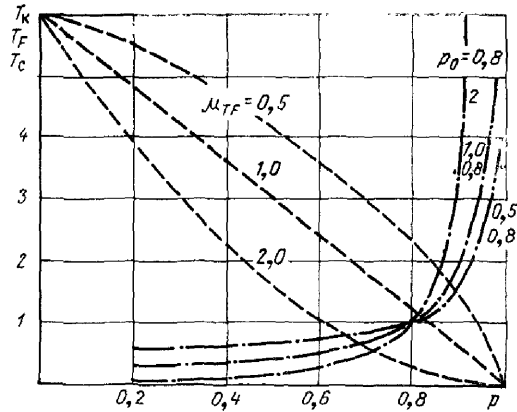


Рис. 4.4.1.

На рис. 4.4.1 приведено семейство кривых, построенных по формуле (4.4.5) и показывающих, что с увеличением вероятности безотказной работы объекта время контроля и управления уменьшается, например при $\mu_{TFi} = 1$ по линейному закону, стремясь к T_{pFi} при $P_i = 1$. Однако на практике, как правило, эта закономерность носит более сложный характер, например при

$$0 < \mu_{TFi} \neq 1.$$

Время, необходимое для контроля и управления, в зависимости от сложности объекта и вероятности безотказной работы в первом приближении можно определить по формуле

$$T_c = a_{ci} T_{pFi} \left[\frac{1 - P_{0i}}{1 - P_i} \right]^{\mu_{TFi}}, \quad (4.4.6)$$

где a_{ci} — некоторый постоянный коэффициент, определяемый в процессе разработки и производства системы

(в частных простейших случаях его можно полагать равным либо 0, либо 1); T_{pCi} — время, затрачиваемое на контроль и управление в простейшей системе, неусложненной с целью повышения вероятности безотказной работы; P_{0i} — вероятность безотказной работы простейших систем; μ_{TCi} — некоторая постоянная, определяемая в процессе производства и эксплуатации.

На рис. 4.4.1 приведено семейство кривых, построенных по формуле (4.4.6) при различных P_{0i} и μ_{TCi} , из которых видно, что с возрастанием P_{0i} время T_c уменьшается, а с увеличением μ_{TCi} увеличивается.

Одним из способов увеличения вероятности безотказной работы объекта является резервирование его блоков, систем. При резервировании, с одной стороны, уменьшается время контроля и управления объектом в результате увеличения вероятности его безотказной работы, с другой стороны, увеличивается время контроля и управления за счет усложнения объекта контроля.

Представляет интерес вопрос нахождения времени контроля резервированных систем, сравнение зависимостей времени контроля и управления от вероятности безотказной работы без учета усложнения объекта контроля и времени контроля и управления от вероятности безотказной работы с учетом сложности объекта контроля.

Определим время контроля и управления объектом контроля в зависимости от вероятности его безотказной работы без учета усложнения объекта контроля при различных, наиболее часто встречающихся способах резервирования.

Постоянное общее резервирование

Блок-схема общего резервирования с кратностью k показана на рис. 4.4.2,а. Для простоты считаем, что основные и резервные цепи имеют одинаковую надежность. Зависимость вероятности отказа резервированной системы от первоначальной вероятности отказа $Q = (1 - P_0)$ нерезервированной системы и ее характеристик имеет вид

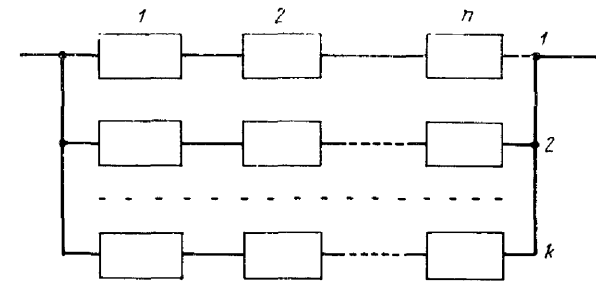
$$R_{0\text{ш}} = Q_0^k$$

или

$$(1 - p) = (1 - p_0)^k. \quad (4.4.7)$$

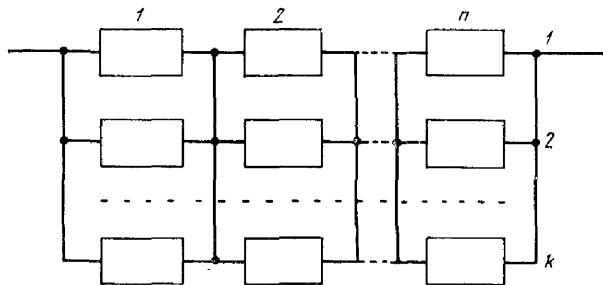
Подставляя (4.4.7) в (4.4.5), получим время контроля системы с постоянным общим резервированием с кратностью k :

$$T_{Fk} = a_{Fk} T_{pFi} [(1 - p_0)^k]^{\mu_{TFi}}. \quad (4.4.8)$$



Общее резервирование постоянное

а)



Раздельное резервирование постоянное

б)

Рис. 4.4.2.

На рис. 4.4.3 приведены кривые, соответствующие зависимости (4.4.8), которые показывают, что с увеличением вероятности безотказной работы время контроля и управления уменьшается, например при $\mu_{TF_i} = 1$, по линейному закону, стремясь к T_{pF_i} при $p_i = 1$. При $0 < \mu_{TF_i} \neq 1$ эта закономерность носит более сложный характер.

Время контроля такой системы с учетом сложности

$$T_k = kT_{ki}, \quad (4.4.9)$$

где T_{ki} — время, затрачиваемое на контроль основной или одной резервной системы; k — кратность резервирования.

Выразим k через вероятности безотказной работы нерезервированной и резервированной систем из формулы (4.4.7):

$$k = \frac{\ln(1-p)}{\ln(1-p_0)}. \quad (4.4.10)$$

Подставляя значение k в равенство (4.4.9), получим

$$T_k = \frac{\ln(1-p)}{\ln(1-p_0)} T_{ki}. \quad (4.4.11)$$

На рис. 4.4.4 приведены кривые, соответствующие зависимости (4.4.11) при различных p_0 и $T_{ki} = 1$. Характер их изменения совпадает с характером изменения кривых, соответствующих выражению (4.4.6). Из графика видно, что с возрастанием p_0 время контроля T_k уменьшается.

Постоянное раздельное резервирование

Вероятность отказа системы с раздельным резервированием (см. рис. 4.4.2,б).

$$R_{\text{разд}} = (1-p)^k = \frac{(1-p_0)^k}{n^{k-1}}, \quad (4.4.12)$$

а время контроля и управления

$$T_{F_i} = a_{F_i} T_{pF_i} \left[\frac{(1-p_0)^k}{n^{k-1}} \right]^{\mu_{TF_i}}. \quad (4.4.13)$$

Зависимость времени контроля и управления от вероятности безотказной работы показана на рис. 4.4.5. Кривые имеют вид, аналогичный кривым рис. 4.4.3.

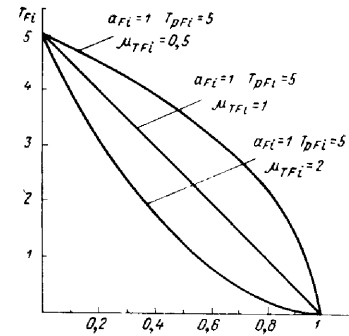


Рис. 4.4.3.

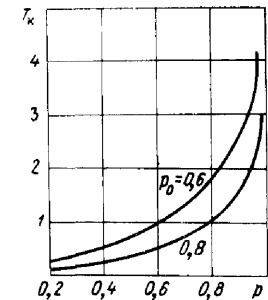


Рис. 4.4.4.

Время контроля системы с раздельным резервированием (рис. 4.4.2)

$$T_k = knT_{ki}, \quad (4.4.14)$$

где T_{ki} — время контроля одного блока системы.

Вероятность отказа системы с отдельным резервированием в рассматриваемом случае

$$R_{\text{разд}} = (1 - p) = 1 - \{1 - [1 - (1 - Q_0)^k]^n\}^n.$$

Учитывая, что

$$Q_0 = 1 - (1 - g)^n, \quad (4.4.15)$$

запишем

$$R_{\text{разд}} = 1 - (1 - g^k)^n, \quad (4.4.16)$$

где g — вероятность отказа участка резервирования основной системы

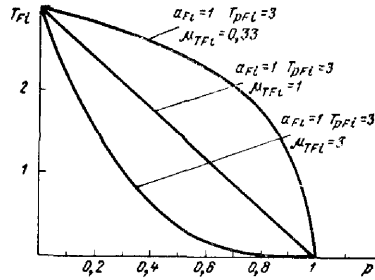


Рис. 4.4.5.

Резервирование является эффективным способом повышения надежности системы кратковременного действия, у которой $Q_0 \ll 1$ и $g \ll 1$. Для таких значений Q_0 и g правую часть формулы (4.4.16) можно разложить в ряд по степеням n и, пренебрегая членами с g в степени выше первой, написать

$$R_{\text{разд}} = ng^k. \quad (4.4.17)$$

Определив значение g из выражения (4.4.15) и, разложив его по степеням $1/n$ в ряд, пренебрегая членами с Q_0 в степени выше первой, получим

$$g = \frac{Q_0}{n}. \quad (4.4.18)$$

В соответствии с (4.4.17) и (4.4.18) вероятность отказа

$$R_{\text{разд}} = (1 - p) = \frac{Q_0^k}{n^{k-1}}$$

откуда

$$k = \frac{\ln \left(\frac{1-p}{n} \right)}{\ln \left(\frac{1-p_0}{n} \right)}; \quad (4.4.19)$$

$$n = \frac{(1 - p_0)^{\frac{k}{k-1}}}{(1 - p)^{\frac{1}{k-1}}}. \quad (4.4.20)$$

Итак, время, необходимое для контроля системы с отдельным резервированием, определяется следующими выражениями:

$$T_k = n \frac{\ln \left(\frac{1-p}{n} \right)}{\ln \left(\frac{1-p_0}{n} \right)} T_{k1} \quad (4.4.21)$$

или

$$T_k = k \frac{(1 - p_0)^{\frac{k}{k-1}}}{(1 - p)^{\frac{1}{k-1}}} T_{k1}. \quad (4.4.22)$$

На рис. 4.4.6 показана зависимость времени контроля от вероятности безотказной работы системы для различных значений n .

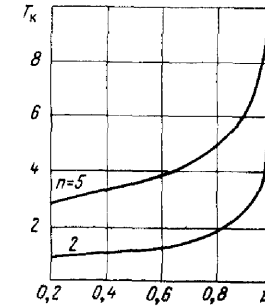


Рис. 4.4.6.

Общее резервирование замещением

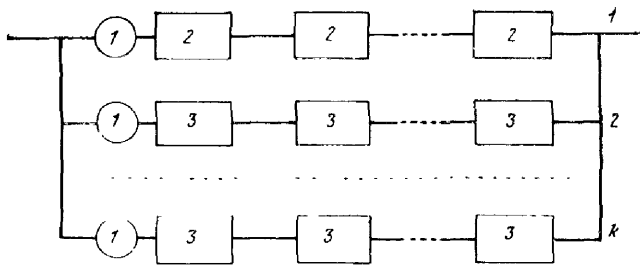
Вероятность отказа для данной системы (рис. 4.4.7,а) имеет вид

$$R = (1 - p) = [1 - (1 - q_n)(1 - Q_0)]^k, \quad (4.4.23)$$

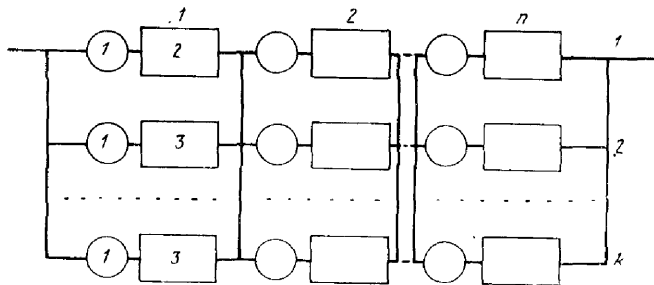
где q_n — вероятность отказа переключателя

Время контроля и управления для системы с общим резервированием замещением:

$$T_{F_i} = a_{F_i} T_{DF_i} \{ [1 - (1 - q_n)(1 - Q_0)]^k \}^{M_{TF_i}}. \quad (4.4.24)$$



Общее резервирование замещением
1- цепи переключателя, 2- блоки основной системы,
3- резервирование замещением
а)



Раздельное резервирование замещением
б)

Рис. 4.4.7.

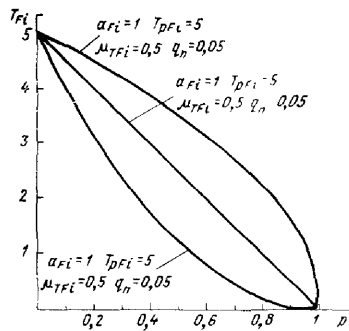


Рис. 4.4.8.

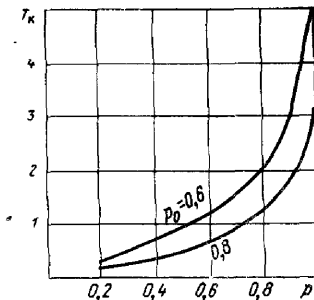


Рис. 4.4.9.

Зависимость T_{Fi} от p_i при $p_0 = 0,8$, $a_{Fi} = 1$ и $q_n = 0,05$ показана на рис. 4.4.8.

В случае общего резервирования замещением время контроля

$$T_k = kT_{Fi}. \quad (4.4.25)$$

Найдя k из (4.4.23) и подставив его в (4.4.25), получим

$$T_k = \frac{\ln(1-p)}{\ln[1-(1-q_n)p_0]} T_{k1}. \quad (4.4.26)$$

Зависимость T_k от p при различных значениях p_0 и $q_n = 0,05$ приведена на рис. 4.4.9. С ростом p_0 и уменьшением q_n время контроля уменьшается. При $q_n = 0$ получаем случай постоянного общего резервирования.

Раздельное резервирование замещением

Вероятность безотказной работы системы с раздельным резервированием замещением (рис. 4.4.7,б):

$$R = (1-p) \left[n \left(q_n + \frac{1-p_0}{n} \right)^n \right]. \quad (4.4.27)$$

Время контроля и управления

$$T_{Fi} = a_{Fi} T_{pFi} \left[n \left(q_n + \frac{1-p_0}{n} \right)^n \right]^{\mu_{TFi}}. \quad (4.4.28)$$

Графически эта зависимость представлена на рис. 4.4.10.

В общем виде время контроля системы с раздельным резервированием замещением имеет вид

$$T_k = knT_{k1}, \quad (4.4.29)$$

а вероятность отказа

$$R = (1-p) = 1 - \{1 - [1 - q_n] (1 - Q_0)^{1/n}\}^n. \quad (4.4.30)$$

Для систем кратковременного действия вероятность отказа можно разложить по степеням n и $1/n$, пренебrecь членами высших порядков малости и получить

$$R = (1-p) = n \left(q_n + \frac{Q_0}{n} \right)^n. \quad (4.4.31)$$

Из (4.4.31)

$$k = \frac{\ln \left(\frac{1-p}{n} \right)}{\ln \left(q_n + \frac{1-p_0}{n} \right)} T_{k1}.$$

а время контроля системы с раздельным резервированием замещением

$$T_k = n \frac{\ln \left(\frac{1-p}{n} \right)}{\ln \left(q_n + \frac{1-p_0}{n} \right)} T_{ки}. \quad (4.4.32)$$

На рис. 4.4.11 показана зависимость T_k от вероятности безотказной работы резервированной системы p для различных значений n , $p_0=0,8$ и $q_n=0,05$. Здесь, как и в предыдущем случае, время контроля уменьшается с ростом p_0 и уменьшением q_n . При $q_n=0$ получаем случай постоянного раздельного резервирования.

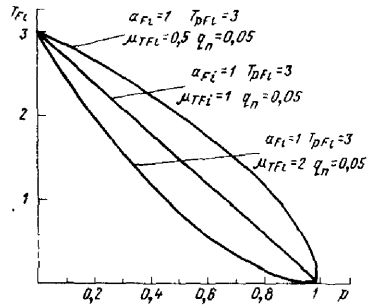


Рис. 4.4.10.

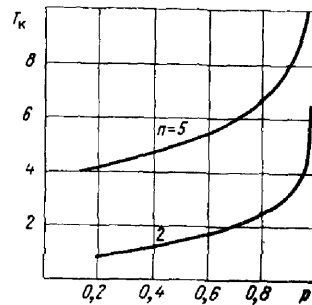


Рис. 4.4.11.

При увеличении n — числа участков резервирования системы с раздельным резервированием вероятность отказа участка уменьшается из-за уменьшения количества элементов в нем. Но при большом n может оказаться, что система выходит из строя в основном из-за отказов переключателей. Существуют оптимальные числа участков резервирования и кратности резервирования, при которых вероятность отказа системы минимальна для заданных Q_0 и q_n .

Оптимальные значения чисел n и k можно найти, приравняв нулю первую производную функции резервирования (4.4.31)

$$n_{опт} = \frac{Q_0}{q_n} (k_{опт} - 1). \quad (4.4.33)$$

Подставляя значение $n_{опт}$ в выражение для функции резервирования (4.4.31), получим минимальное значение вероятности отказа резервированной системы

$$R_{мин} = Q_0 q_n^{k_{опт}-1} \frac{k_{опт}^{k_{опт}}}{(k_{опт} - 1)^{k_{опт}-1}}. \quad (4.4.34)$$

Пользуясь графиками рис. 4.4.11 или формулой (4.4.29), можно определить время контроля системы T_k при минимальной вероятности

112

сти отказа резервированной системы и заданных Q_0 , q_n и k . При определении времени контроля систем с раздельным резервированием делались допущения: а) система разделялась на равнонадежные участки резервирования; б) надежность всех переключателей одинакова. В общем же случае надежность участков резервирования системы и обслуживающих их переключателей может меняться от участка к участку.

Рассмотрев вопросы определения времени контроля и управления при различных способах резервирования, можно сделать выводы:

1. Характер зависимости изменения времени контроля от вероятности безотказной работы резервированной системы совпадает с характером изменения времени контроля, определяемого по общим формулам (4.4.5) и (4.4.6).

2. Наличие зависимостей $T_k = f(p)$ позволяет при проектировании строить оптимальные системы с точки зрения минимума времени контроля при оптимальной вероятности безотказной работы. В случае же раздельного резервирования замещением имеется возможность определения времени контроля при максимальной вероятности безотказной работы системы.

3. В системах с резервированием замещением время контроля уменьшается с уменьшением вероятности отказа переключателя q_n .

4. С увеличением времени между профилактиками время контроля увеличивается, так как увеличивается вероятность отказа резервируемой системы Q_0 .

4.5. ВЕС И ОБЪЕМ ОБОРУДОВАНИЯ

Вес и объем аппаратуры АСКУ не имеет существенного значения для стационарной системы контроля и управления. В случае передвижной системы характер изменения веса и объема в зависимости от вероятности безотказной работы можно в первом приближении считать таким же, как характер изменения стоимости в зависимости от надежности, и при оптимизации процесса и оценки эффективности системы контроля и управления пользоваться формулами:

для веса оборудования

$$G(t, \tau) = G_A(t, \tau) + G_0(t, \tau), \quad (4.5.1)$$

где

$$G_A(t, \tau) = g_A G_{g_A} \left[\frac{1 - p_0(t, \tau)}{1 - p(t, \tau)} \right]^{\mu_{G_A}} \quad (4.5.2)$$

— вес собственно АСКУ;

$$G_0(t, \tau) = g_0 G_{g_0} [1 - p(t, \tau)]^{\mu_{G_0}} \quad (4.5.3)$$

— вес оборудования для эксплуатации АСКУ;
для объема оборудования

$$V(t, \tau) = V_A(t, \tau) + V_0(t, \tau), \quad (4.5.4)$$

где

$$V_A(t, \tau) = e_A V_{g_A}(t, \tau) \left[\frac{1 - p_0(t, \tau)}{1 - p(t, \tau)} \right]^{\mu_{V_A}} \quad (4.5.5)$$

— объем АСКУ;

$$V_0(t, \tau) = e_0 V_{g_0}(t, \tau) [1 - p(t, \tau)]^{\mu_{V_0}} \quad (4.5.6)$$

— объем оборудования для эксплуатации АСКУ.

Коэффициенты g_A, g_0, e_A, e_0 являются некоторыми постоянными, значение которых определяется в процессе производства и эксплуатации. В простейших случаях эти коэффициенты могут принять значения 0 или 1. В таком случае, когда затраты на снижение веса и объема включаются в общую стоимость, коэффициенты g_A и g_0, e_A, e_0 представляют затраты на единицу веса или объема соответственно.

При оценке эффективности и оптимизации процесса контроля и управления могут учитываться также и другие показатели.

4.6. СТОИМОСТЬ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ

Средняя стоимость системы контроля определяется суммарными затратами на разработку и эксплуатацию [6]:

$$C = C_p + C_0, \quad (4.6.1)$$

где C_p — стоимость разработки и изготовления системы контроля; C_0 — стоимость эксплуатации системы контроля.

В свою очередь

$$C_D = b_p C_{ДР} \left(\frac{1 - p_0}{1 - p} \right)^{\mu_{ср}}, \quad (4.6.2)$$

где b_p — некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе производства (в простейшем случае коэффициент b_p может принять значе-

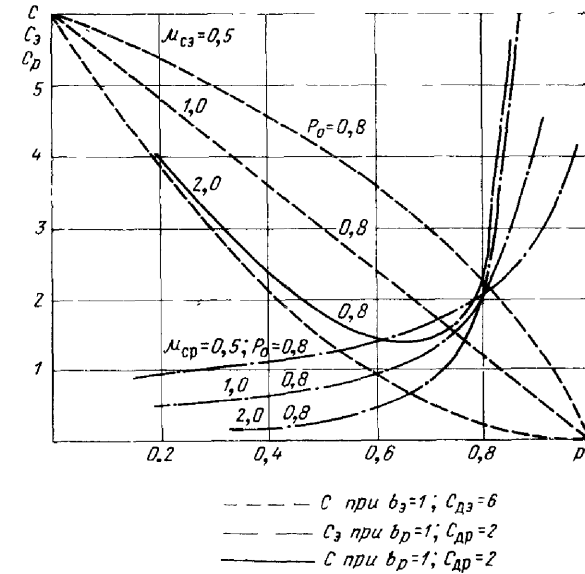


Рис. 4.6.1.

ние 0 или 1); $C_{ДР}$ — стоимость простейшей системы контроля при первоначальной вероятности безотказной работы p_0 ; $C_{ДР} \left(\frac{1 - p_0}{1 - p} \right)^{\mu_{ср}}$ — стоимость усложненной системы контроля с учетом дополнительных затрат по достижению заданной вероятности безотказной работы p ; $\mu_{ср}$ — постоянная величина, определяемая в процессе производства.

На рис. 4.6.1 приведен график изменения средней стоимости разработки и изготовления АСКУ в зависимости от вероятности безотказной работы. Из графика

видно, что при стремлении вероятности безотказной работы к единице, стоимость системы увеличивается до бесконечности.

Стоимость эксплуатации системы контроля

$$C_a = b_a C_{до} (1 - p)^{t_{св}}, \quad (4.6.3)$$

где b_a — некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется в процессе производства и эксплуатации (в простейшем случае коэффициент b_a может принимать значение 0 или 1); $C_{до}$ — стоимость эксплуатации простейшей системы контроля; $C_{до}(1-p)^{t_{св}}$ — стоимость контроля и управления при заданной вероятности безотказной работы p .

На рис. 4.6.1 приведен график средней стоимости эксплуатации в зависимости от вероятности безотказной работы. Из графика видно, что стоимость эксплуатации системы контроля падает с увеличением вероятности безотказной работы. На этом же рисунке представлен график суммарной стоимости в зависимости от вероятности безотказной работы. Характер изменения стоимости показывает возможность ее оптимизации.

Общая стоимость процесса контроля и управления определяется формулой

$$W_x(t, \tau) = W_w(t, \tau) + \Delta W_T(t, \tau) + \Delta W_G(t, \tau) + \Delta W_V(t, \tau) + \dots, \quad (4.6.4)$$

где $W_w(t, \tau) = C$ — стоимость АСКУ; $\Delta W_T(t, \tau)$ — стоимость затрат на получение заданного быстродействия АСКУ; $\Delta W_G(t, \tau)$ — стоимость затрат на получение заданного веса АСКУ; $\Delta W_V(t, \tau)$ — стоимость затрат на получение заданного объема системы.

4.7. ОБОБЩЕННЫЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ И АСКУ

При выводе критерия оценки эффективности процесса контроля и управления прежде всего необходимо, чтобы он действительно характеризовал эффективность. Критерий удовлетворит этому требованию, если он характеризует информационную способность процесса и АСКУ.

Количество информации, получаемое АСКУ при контроле и управлении за интервал времени $\tau - t$,

$$I_p(t, \tau) = H_0(t, \tau) - H(t, \tau), \quad (4.7.1)$$

где $H_0(t, \tau)$ — энтропия объекта и АСКУ, определяемая по формуле (3.2.1) и характеризующая неопределенность до начала процесса контроля и управления; $H(t, \tau)$ — оставшаяся энтропия объекта и АСКУ, определяемая по формулам (3.3.3) или (3.3.4).

Равенство (4.7.1) характеризует реальную информационную возможность АСКУ; потенциальная возможность АСКУ определяется следующим образом:

$$I_n(t, \tau) = H_0(t, \tau). \quad (4.7.2)$$

Эффективность АСКУ с информационной точки зрения можно оценить критерием

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{I_p(t, \tau)}{I_n(t, \tau)}, \quad (4.7.3)$$

или с учетом равенств (4.7.1), (4.7.2)

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{H_0(t, \tau) - H(t, \tau)}{H_0(t, \tau)}. \quad (4.7.4)$$

Этот критерий обладает следующими достоинствами. Критерий имеет физический смысл и действительно характеризует эффективность АСКУ однозначно некоторым числом, изменяющимся от 0 до 1. При этом идеальная АСКУ имеет эффективность, равную 1, реальная $\mathcal{E}_I(t, \tau) < 1$. При $\mathcal{E}_I(t, \tau) \leq 0$ применять АСКУ не имеет никакого смысла, так как при $\mathcal{E}_I(t, \tau) = 0$ она не дает информации, а при $\mathcal{E}_I(t, \tau) < 0$ дает дезинформацию. Критерий достаточно полно учитывает отношение АСКУ к самой главной характеристике состояния объекта — его вероятности безотказной работы, а также к точности работы и качеству алгоритма АСКУ.

Однако наряду с указанными достоинствами критерий (4.7.4) имеет существенные недостатки:

— является статической оценкой эффективности, не учитывающей динамики процесса контроля и управления;

— не учитывает сложности и стоимости процесса АСКУ, а также некоторых других показателей (вес и

объем АСКУ и т. п.), которые в зависимости от условий применения могут оказаться весьма важными.

Критерием, не обладающим указанными недостатками, можно считать обобщенный статистический критерий оценки эффективности:

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{K_I(t, \tau)}{K_{I0}(t, \tau)}, \quad (4.7.5)$$

где

$$K_I(t, \tau) = \frac{I_{max}(t, \tau)}{C(t, \tau)} \quad (4.7.6)$$

— обобщенная статистическая характеристика реального процесса контроля и управления;

$$I_{max}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{i\ max}(t, \tau) \quad (4.7.7)$$

— максимальное среднее количество информации, получаемое за m опытов, выполняемых наилучшей АСКУ с точки зрения получения $I_{max}(t, \tau)$;

$$C(t, \tau) = W_{\Sigma}(t, \tau)$$

— математическое ожидание стоимости реального процесса и АСКУ, определяемое, например, по формуле (4.6.4);

$$K_{I0}(t, \tau) = \frac{I_{max\ max}(t, \tau)}{C_{min}(t, \tau)} \quad (4.7.8)$$

— обобщенная «потенциальная» статистическая характеристика идеального процесса контроля и управления и АСКУ;

$$I_{max\ max}(t, \tau) = \sum_{i=1}^m I_{i\ max\ max}(t, \tau) = m(t, \tau) \quad (4.7.9)$$

— максимальное среднее количество информации, получаемое за m опытов, выполняемых наилучшей в указанном ранее смысле АСКУ при максимальной неопределенности объекта;

$$C_{min}(t, \tau) = W_W(t, \tau)$$

— стоимость идеализированной АСКУ.

С учетом равенств (4.7.1), (4.7.2), (4.7.6), (4.7.9) можно записать окончательно

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{\sum_{i=1}^m \{H_{i0}(t, \tau) - H_i(t, \tau)\} C_{i\ min}(t, \tau)}{m \sum_{i=1}^m C_i(t, \tau)}. \quad (4.7.10)$$

Таким образом, для оценки эффективности процесса контроля и управления АСКУ необходимо:

— определить энтропию каждой системы объекта и АСКУ до контроля;

— определить энтропию объекта и АСКУ с учетом энтропии, обусловленной ошибками АСКУ при контроле и управлении каждой системы;

— определить среднее количество информации, получаемое за каждый опыт;

— подсчитать первоначальную стоимость C_{min} и окончательную реальную стоимость C ;

— произвести расчеты по формуле (4.7.10).

Достоинством обобщенного статистического критерия оценки эффективности является полнота, наглядность, сравнительная простота и общность, позволяющая одним числом характеризовать как весь процесс контроля и управления, так и по частям, включающим сложные и простые опыты.

При этом диапазон изменения обобщенного статистического критерия для АСКУ, дающих информацию:

$$0 \leq \mathcal{E}(t, \tau) \leq 1.$$

Несовершенные АСКУ имеют $\mathcal{E}(t, \tau) \leq 0^*$. Совершенные системы подготовки имеют $\mathcal{E}(t, \tau)$, близкий к единице.

4.8. ОБОБЩЕННЫЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА И АСКУ С УЧЕТОМ РАБОТЫ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО И РЕШАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА [11]

Потенциальная модель АСКУ

Построение потенциальной модели АСКУ удобнее начать с рассмотрения работы решающего устройства.

* При этом $\mathcal{E}(t, \tau) < 0$ для систем, дающих дезинформацию о состоянии объекта

Для упрощения рассмотрим одномерные решения, которые нетрудно обобщить на многомерные. Предположим, что измерительное устройство измеряет координату x_i и передает результат измерения на решающее устройство для перевода x_i в некоторый результат решения y_i (см. рис. 2.1.1).

В этом случае условная вероятность того, что координата находится в норме или устройство не отказало (индекс 1), может быть определена по формуле

$$p_{i1}(x_{1i}/y_i) = \frac{p_{i1}(y_i/x_{1i}) p_{i1}(x_{1i})}{p_{i1}(y_i)}, \quad (4.8.1)$$

где $p_{i1}(y_i/x_{1i})$ — условная вероятность принятия решения y_i при нахождении на входе события x_{1i} ; $p_{i1}(x_{1i})$ — вероятность появления x_{1i} ; $p_{i1}(y_i)$ — вероятность появления y_i .

С учетом закона распределения f_{i1}

$$p_{i1}(x_{1i}/y_i) = \frac{f_{i1}(y_i/x_{1i}) p_{i1}(x_{1i})}{p_{i1}(y_i)}. \quad (4.8.2)$$

Условная вероятность того, что координата отклонилась от нормы или устройство отказало (индекс 0),

$$p_{i0}(x_{0i}/y_i) = \frac{p_{i0}(y_i/x_{0i}) p_{i0}(x_{0i})}{p_{i0}(y_i)}, \quad (4.8.3)$$

где $p_{i0}(y_i/x_{0i})$ — условная вероятность принятия решения y_i при нахождении на входе x_{0i} ; $p_{i0}(x_{0i})$ — вероятность появления события x_{0i} .

С учетом закона распределения $f_{i0}(y_i/x_{0i})$

$$p_{i0}(x_{0i}/y_i) = \frac{f_{i0}(y_i/x_{0i}) p_{i0}(x_{0i})}{p_{i0}(y_i)}. \quad (4.8.4)$$

Решающее устройство принимает решения по определенному алгоритму, в основу построения которого положена функция и отношение правдоподобия, соответственно

$$\frac{p_{i1}(x_{1i}/y_i)}{p_{i1}(x_{0i}/y_i)} = \frac{f_{i1}(y_i/x_{1i}) p_{i1}(x_{1i})}{f_{i1}(y_i/x_{0i}) p_{i1}(x_{0i})}, \quad (4.8.5)$$

$$\Lambda_{i1} = \frac{f_{i1}(y_i/x_{1i})}{f_{i1}(y_i/x_{0i})}. \quad (4.8.6)$$

При $p_{i1}(x_{1i}/y_i) > p_{i1}(x_{0i}/y_i)$ принимается решение 1; при $p_{i1}(x_{1i}/y_i) < p_{i1}(x_{0i}/y_i)$ принимается решение 0; или при $p_{i1}(x_{1i}/y_i)/p_{i1}(x_{0i}/y_i) > 1$ принимается решение 1; при $p_{i1}(x_{1i}/y_i)/p_{i1}(x_{0i}/y_i) < 1$ принимается решение 0.

С учетом (4.8.3) и (4.8.4) можно написать, что при $\Lambda_{i1} > \frac{p_{i1}(x_{0i})}{p_{i1}(x_{1i})} = \Lambda_{0i} = \frac{q_{i1}}{p_{i1}}$ принимается решение 1; если $\Lambda_{i1} < \Lambda_{0i}$, принимается решение 0.

Для потенциальной системы при двухальтернативных решениях

$$p_{i1}(x_{0i}) = p_{i1}(x_{1i}) = \frac{1}{2}, \quad (4.8.7)$$

при многоальтернативных решениях

$$p_{i1} = p_{i2} = \dots = p_{im} = \frac{1}{m}. \quad (4.8.8)$$

Решающее устройство представляет собой идеального наблюдателя. В случае, если решение принимается относительно непрерывного параметра, то считается, что параметр распределен по нормальному закону.

Решающее устройство потенциальной системы делает ошибки 1-го и 2-го рода. За ошибку 1-го рода принимается вероятность ложного отказа

$$p_{\text{лож1}} = p_{i1}(y_i \supset V_0/x_{1i}); \quad (4.8.9)$$

За ошибку 2-го рода принимается вероятность необнаруженного отказа

$$p_{\text{лож2}} = p_{i1}(y_i \supset V_1/x_{0i}). \quad (4.8.10)$$

Так как потенциальная система работает по критерию идеального наблюдателя, то решающее устройство минимизирует суммарную ошибку

$$p_{\text{лож1}} + p_{\text{лож2}} = \min. \quad (4.8.11)$$

В результате осуществления контроля потенциальная система переводит состояние объекта, характеризующееся вероятностью $p_{i1}(x_{1i}/y_i)$, в некоторое более определенное состояние, характеризующееся вероятностью

$$p'_{i1} = \frac{p_{i1} \bar{p}_{\text{лож2}}}{p_{i1} \bar{p}_{\text{лож2}} + \bar{p}_{i1} p_{\text{лож1}}}, \quad (4.8.12)$$

получая при этом определенное количество информации

$$I_{max} = H_{i_{0n}} - H_{in}, \quad (4.8.13)$$

где

$$H_{i_{0n}} = - p_{ni} \log_2 p_{ni} - \bar{p}_{ni} \log_2 \bar{p}_{ni}; \quad (4.8.14)$$

$$H_{in} = - p'_{ni} \log_2 p'_{ni} - \bar{p}'_{ni} \log_2 \bar{p}'_{ni} \quad (4.8.15)$$

— соответственно энтропии состояния объекта до контроля и после контроля.

Общее количество информации, получаемое потенциальной системой,

$$I_{max} = \sum_{i=1}^m I_{i max}, \quad (4.8.16)$$

Потенциальная система является идеальной не только в смысле ошибок, но также в смысле простоты, так как в ней не предусмотрено резервирования, доработок для получения нужного быстродействия, объема, веса и т. п. Следовательно, потенциальная система при выполнении указанных условий будет иметь минимальную стоимость

$$C_{min} = \sum_{i=1}^m c_{i min}. \quad (4.8.17)$$

Эффективность потенциальной системы оценивается коэффициентом

$$K_{f0} = \frac{I_{max max}}{C_{min}}, \quad (4.8.18)$$

представляющим отношение степени повышения достоверности состояния объекта в логарифмическом масштабе к затратам.

Реальная модель АСКУ

Математическая модель реальной АСКУ строится аналогично математической модели потенциальной системы, однако при этом принимаются реальные законы распределения вероятностей и различные алгоритмы работы решающих устройств, обусловленные выбранным критерием оценки параметров.

122

Условная вероятность того, что координата находится в норме:

$$p_i(x_{1i}/y_i) = \frac{p_i(y_i/x_{1i})p_i(x_{1i})}{p_i(y_i)}, \quad (4.8.19)$$

или с учетом закона распределения вероятностей $f(y_i/x_{1i})$.

$$p_i(x_{1i}/y_i) = \frac{f(y_i/x_{1i})p_i(x_{1i})}{p_i(y_i)}. \quad (4.8.20)$$

Условная вероятность того, что координата отклонилась от нормы или устройство отказало:

$$p_i(x_{0i}/y_i) = \frac{p_i(y_i/x_{0i})p_i(x_{0i})}{p_i(y_i)}, \quad (4.8.21)$$

или с учетом закона распределения вероятностей $f(y_i/x_{0i})$:

$$p_i(x_{0i}/y_i) = \frac{f(y_i/x_{0i})p_i(x_{0i})}{p_i(y_i)}. \quad (4.8.22)$$

Функция и отношение правдоподобия могут быть определены соответственно по формуле

$$\frac{p_i(x_{1i}/y_i)}{p_i(x_{0i}/y_i)} = \frac{f(y_i/x_{1i})p_i(x_{1i})}{f(y_i/x_{0i})p_i(x_{0i})}, \quad (4.8.23)$$

$$\Lambda = \frac{f(y_i/x_{1i})}{f(y_i/x_{0i})}. \quad (4.8.24)$$

Если решение принимается по критерию правдоподобия, то при

$$\Lambda > \frac{p_i(x_{0i})}{p_i(x_{1i})} = \Lambda_0 \text{ принимается } 1;$$

если $\Lambda < \Lambda_0$, принимается 0.

Решающие устройства могут быть построены с учетом различных критериев, тогда для критерия идеального наблюдателя $\Lambda_0=1$, для критерия минимального риска $\Lambda_0=L_1q/L_2p$, где L_1 и L_2 — весовые коэффициенты; для критерия Неймана — Пирсона $\Lambda_0=C$.

Ошибками 1-го и 2-го рода являются соответственно

$$p_{n0i} = p_i(y \supset V_0/x_{1i}), \quad (4.8.25)$$

$$p_{n0i} = p_i(y \supset V_1/x_{0i}),$$

123

которые рассчитываются с учетом всех ошибок реальной АСКУ. После осуществления контроля, вероятность выполнения объекта задачи по i -му параметру может быть оценена

$$p'_i = \frac{p_i \bar{p}_{\text{нот}}}{p_i \bar{p}_{\text{нот}} + \bar{p}_i p_{\text{нот}}}. \quad (4.8.26)$$

Количество информации, получаемое при контроле i -го параметра,

$$I_{i \text{ max}} = H_i - H'_i, \quad (4.8.27)$$

где

$$H_i = -p_i \log_2 p_i - \bar{p}_i \log_2 \bar{p}_i; \quad (4.8.28)$$

$$H'_i = -p'_i \log_2 p'_i - \bar{p}'_i \log_2 \bar{p}'_i. \quad (4.8.29)$$

Общее количество информации

$$I_{\text{max}} = \sum_i^m I_{i \text{ max}}. \quad (4.8.30)$$

Общая стоимость информации с учетом затрат на получение нужной надежности, быстрей действия, объема, веса и т. п. в реальной АСКУ

$$C = \sum_i^m c_i. \quad (4.8.31)$$

Эффективность работы РАСКУ

$$K_I = \frac{I_{\text{max}}}{C}. \quad (4.8.32)$$

Эффективность АСКУ

$$\mathcal{E} = \frac{K_I}{K_{I_0}} = \frac{I_{\text{max}}}{I_{\text{max max}}} \cdot \frac{C_{\text{мтн}}}{C}. \quad (4.8.33)$$

Достоинством обобщенного статистического критерия, полученного на основе потенциальной и реальной математических моделей системы контроля с учетом работы измерительного и решающего устройства, является полнота, наглядность, сравнительная простота и общность, позволяющая одним числом характеризовать как всю систему контроля и управления, так и по частям, включающим сложные и простые устройства. При этом диа-

пазон изменения критерия для практических систем

$$0 \leq \mathcal{E} \leq 1.$$

Несовершенная АСКУ имеет \mathcal{E} , близкий к нулю, совершенная — к единице.

4.9. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА И АСКУ, ПОЛУЧАЕМЫЕ ИЗ ОБОБЩЕННОГО

На практике часто нет необходимости производить оценку эффективности и оптимизацию по полному обобщенно-статистическому критерию оценки эффективности, оказывается достаточным ограничиться наиболее интересными параметрами критерия. Рассмотрим частные случаи критерия.

Обобщенно-статистический критерий

Обобщенно-статистический критерий определяется формулой

$$\mathcal{E}_{K_I}(t, \tau) = \frac{I_{\text{max}}(t, \tau)}{C(t, \tau)}. \quad (4.7.6)$$

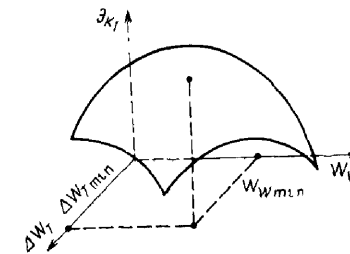


Рис. 4.9.1.

Наиболее интересным для практики является критерий, получаемый из формулы (4.7.6) при $g_A = g_0 = e_A = e_0 = 0$ и $a_F, a_c, b_p, b_0 > 0$, т. е.

$$\mathcal{E}_{K_I}(t, \tau) = \frac{I_{\text{max}}(t, \tau)}{\Delta W_T(t, \tau) + W_W(t, \tau)}. \quad (4.9.1)$$

Изменение этого критерия можно представить в некотором пространстве (рис. 4.9.1), где по оси z откладывается значение $\mathcal{E}_{K_I}(t, \tau)$, по оси x — ΔW_T , по оси y — W_W . Тогда значение критерия $\mathcal{E}_{K_I}(t, \tau)$ будет изменяться в пределах некоторой поверхности \mathcal{E}_{K_I} .

Пропускная способность (быстродействие) процесса и АСКУ

При $b_p = b_a = g_a = e_a = e_s = 0$ и $a_T, a_c > 0$ обобщенный статистический критерий (4.7.6) вырождается в пропускную способность АСКУ

$$\mathcal{E}_T(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau)}{T(t, \tau)}, \quad (4.9.2)$$

где $T(t, \tau)$ — время контроля и управления, определяемое по формулам (4.4.1), (4.4.2).

Понятие пропускной способности широко используется для оценки динамической эффективности систем связи. Получение пропускной способности из обобщенного статистического критерия подтверждает его общность.

Относительный упрощенный критерий оценки эффективности

Оценка эффективности АСКУ по формуле (4.7.5) с учетом максимальной неопределенности объекта и АСКУ дает степень приближения к потенциальным возможностям. Эта оценка является необходимой и интересной. Однако с практической точки зрения может оказаться достаточной оценка эффективности АСКУ по критерию

$$\mathcal{E}_I(t, \tau) = \frac{K^*_I(t, \tau)}{K^*_{I0}(t, \tau)}, \quad (4.9.3)$$

где $K^*_I(t, \tau) = \frac{I_p(t, \tau)}{C_0(t, \tau) + C_a(t, \tau)}$ — абсолютный реальный показатель эффективности;

$I_p(t, \tau)$ — реальное количество информации, получаемое в процессе и определяемое по формуле (4.9.1);

$K^*_{I0}(t, \tau) = \frac{I_n(t, \tau)}{C_0}$ — абсолютный идеальный показатель эффективности;

$I_n(t, \tau)$ — количество информации, даваемое идеальной (без ошибок) АСКУ, определяется формулой (4.4.2);

$C_0(t, \tau)$ — стоимость устройств;

$C_a(t, \tau) = \alpha_a T$ — эксплуатационная стоимость процесса;

T — время контроля и управления;

$\alpha_a = \frac{C_{\text{зип}} + C_{\text{обсл}}}{T_{\text{рес}}} \left[\frac{\text{руб}}{\text{ед. вр.}} \right]$ — постоянный коэффициент;

$C_{\text{зип}}$ — стоимость ЗИПа;

$C_{\text{обсл}}$ — стоимость содержания обслуживающего персонала;

$T_{\text{рес}}$ — средний ресурс АСКУ.

В этом параграфе рассмотрены наиболее интересные для практики частные случаи критерия.

В теоретическом отношении могут оказаться интересными также оценки эффективности только алгоритма процесса без учета аппара-

турных ошибок или только эффективности аппаратуры, реализующей выбранный алгоритм. Эти критерии можно получить из формулы (4.9.5) путем исключения в первом случае аппаратурных ошибок (идеальная АСКУ), во втором случае — ошибок алгоритма (идеальный алгоритм).

4.10. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ [7]

Автоматизированные системы контроля относятся в большинстве случаев к сложным системам, которые характеризуются не только большим числом элементов, но, главным образом, сложностью внутренней структуры — обратными связями, различного рода избыточностями и т. п. Для количественной оценки качества сложных систем используют критерии эффективности функционирования [12, 13], которые можно применять для систем контроля.

Сложной системой называют непосредственно объект рассмотрения в целом, а элементом сложной системы — некоторую часть ее, способную выполнять определенную операцию в общем процессе функционирования системы. Разделение сложной системы на элементы достаточно условно и зависит не только от структуры сложной системы, но и от вида выполняемой задачи, продолжительности периода функционирования и даже от требуемой точности оценки показателей эффективности.

Для оценки эффективности сложные системы делят на системы длительного и кратковременного действия. Если вероятность изменения состояния системы в течение времени операции t близка к единице, то такую систему относят к системам длительного действия. Системы кратковременного действия в течение оперативного времени t сохраняют начальное состояние с вероятностью, близкой к единице.

Совокупность состояний элементов сложной системы в некоторый момент времени однозначно определяет состояние системы в целом в этот момент. Сложная система кратковременного действия полностью характеризуется совокупностью состояний в момент выполнения задачи.

С течением времени сложная система из-за изменения состояний тех или иных элементов переходит из одного состояния в другое. Процесс перехода состояний сложной системы во времени называют эволюцией,

а последовательность таких состояний во времени — траекторией эволюции сложной системы. Эффективность сложной системы длительного действия зависит от конкретной траектории эволюции ее состояний в процессе выполнения операции.

Допустим, что сложная система кратковременного действия состоит из n элементов с двумя состояниями: «работоспособен» и «отказал». Эта система имеет конечное число несовместимых состояний: $s_0, s_i, s_{i,j}, \dots, m, s_{1,2}, \dots, n, s_{i,j}$, где s_0 — состояние сложной системы, когда все элементы работоспособны; s_i — состояние сложной системы, когда неработоспособен только i -й элемент (i может принимать значения $1, 2, \dots, n$); $s_{i,j}$ — состояние сложной системы, когда неработоспособны только i -й и j -й элементы ($i < j; i, j = 1, 2, \dots, n$); $s_{i,j,\dots,m}$ — состояние сложной системы, когда неработоспособна совокупность только i, j, \dots, m элементов ($i < j < \dots < m; i, j, \dots, m = 1, 2, \dots, n$); $s_{1,2}, \dots, n$ — состояние сложной системы, когда отказали все элементы.

Вероятности состояний $s_0, s_i, s_{i,j}, s_{i,j,\dots,m}, s_{1,2}, \dots, n$ сложной системы соответственно равны: $p_0, p_i, p_{i,j}, p_{i,j,\dots,m}, p_{1,2}, \dots, n$.

Так как все возможные состояния сложной системы составляют полную группу событий, то

$$p_0 + \sum_{i=1}^n p_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n p_{ij} + \dots + \sum_{\substack{i,j,\dots,m=1 \\ i < j < \dots < m}}^n p_{i,j,\dots,m} + \dots + p_{1,2,\dots,n} = 1.$$

Показатели технической эффективности состояний $s_0, s_i, s_{i,j}, s_{i,j,\dots,m}, s_{1,2}, \dots, n$ сложной системы соответственно равны $\mathcal{E}_0, \mathcal{E}_i, \mathcal{E}_{i,j}, \mathcal{E}_{i,j,\dots,m}, \mathcal{E}_{1,2}, \dots, n$.

Эффективность функционирования сложной системы определяется как математическое ожидание показателя технической эффективности по формуле

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 p_0 + \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i p_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \mathcal{E}_{ij} p_{i,j} + \dots + \sum_{\substack{i,j,\dots,m=1 \\ i < j < \dots < m}}^n \mathcal{E}_{i,j,\dots,m} p_{i,j,\dots,m} + \mathcal{E}_{1,2,\dots,n} p_{1,2,\dots,n}. \quad (4.10.1)$$

Если величины \mathcal{E}_i — условные вероятности, то \mathcal{E} является полной вероятностью.

В случае независимости отказов отдельных элементов используют выражение

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 p_0 \left(1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \mathcal{E}_i^* + 1 + \sum_{i,j=1}^n \gamma_i \gamma_j \mathcal{E}_{i,j}^* + \dots + \sum_{i,j,\dots,m=1}^n \gamma_i \gamma_j \dots \gamma_m \mathcal{E}_{i,j,\dots,m}^* + \prod_{k=1}^n \gamma_k \mathcal{E}_{1,2,\dots,n}^* \right),$$

где $\gamma_i = q_i/p_i$; p_i — вероятность того, что i -й элемент находится в состоянии работоспособности; q_i — вероятность того, что i -й элемент находится в состоянии отказа; $\mathcal{E}_i^* = \mathcal{E}_i/\mathcal{E}_0$ — нормированное значение.

Если $q_i \ll \frac{1}{n}$, то можно использовать приближенную формулу

$$\mathcal{E} \approx \mathcal{E}_0 p_0 \left(1 + \sum_{i=1}^n \gamma_i \mathcal{E}_i^* \right) \approx \mathcal{E}_0 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n q_i (1 - \mathcal{E}_i^*) \right\}. \quad (4.10.2)$$

Реальные сложные системы не всегда можно свести к упрощенной математической модели, состоящей из элементов с двумя состояниями. Для строгого описания сложной системы, состоящей из n элементов с непрерывным множеством состояний, необходимо учитывать множество состояний в n -мерном пространстве.

Пусть сложная система кратковременного действия состоит из двух элементов: a и b , каждый из которых характеризуется непрерывным выходным параметром: T_a и T_b соответственно. В этом случае состояние s_0 распадается на непрерывное множество состояний $s_{T_a T_b}$, каждое из которых характеризуется показателем технической эффективности $\mathcal{E}(T_a, T_b)$ и условной плотностью вероятности того, что будет реализовано состояние $s_{T_a T_b}$ при условии одновременной работы обоих элементов:

$$f(T_a, T_b).$$

Если параметры T_a и T_b изменяются независимо, можно записать:

$$f(T_a, T_b) = f(T_a) f(T_b).$$

Состояние s_a содержит непрерывное множество состояний с соответствующими значениями показателя технической эффективности $\mathcal{E}_a(T_b)$ и условной плотности вероятности $f_a(T_b)$. Для состояния s_b

имеем значение показателя эффективности $\mathcal{E}_b(T_a)$ и условную плотность вероятности $f_b(T_a)$. Эффективность такой системы равна:

$$\mathcal{E} = p_0 \int_{G_a} \int_{G_b} f(T_a, T_b) \mathcal{E}(T_a, T_b) dT_a dT_b + p_a \int_{G_b} f_a(T_b) \mathcal{E}_a(T_b) dT_b + p_b \int_{G_a} f_b(T_a) \mathcal{E}_b(T_a) dT_a,$$

где G_a и G_b — области существования параметров T_a и T_b соответственно.

Под показателем технической эффективности сложной системы длительного действия при реализации ею данной траектории эволюции понимаются значение ее выходного эффекта при условии, что система, выполняя свои функции, проходит именно данную последовательность состояний и именно в данные моменты времени. Если выходной эффект для какой-либо траектории эволюции сложной системы меняется от одной реализации данной траектории к другой реализации той же траектории, то в качестве показателя технической эффективности данного вида траектории принимают математическое ожидание этого выходного эффекта.

Пусть система длительного действия состоит из двух независимых элементов a и b и отказавшие элементы не восстанавливаются в пределах интервала ее работы. Эффективность функционирования равна:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 p_a(t) p_b(t) + p_b(t) \int_0^t f_a(t_a) \mathcal{E}_a(t_a) dt_a + p_a(t) \int_0^t f_b(t_b) \mathcal{E}_b(t_b) dt_b + \int_0^t f_a(t_a) dt_a \int_0^t f_b(t_b) \mathcal{E}_{ab}(t_a, t_b) dt_b,$$

где $f_a(t_a)$ — плотность вероятности отказа элемента a ; $f_b(t_b)$ — плотность вероятности отказа элемента b ; $\mathcal{E}_a(t_a)$ — эффект системы при отказе элемента a ; $\mathcal{E}_b(t_b)$ — эффект системы при отказе элемента b ; $\mathcal{E}_{ab}(t_a, t_b)$ — эффект системы при отказе элементов a и b ; \mathcal{E}_0 — эффект системы при отсутствии отказов элементов; p_a и p_b — вероятность отсутствия отказов соответственно элементов a и b .

Для сложных систем длительного действия, состоящих из большого числа элементов, аналитическое решение получается громоздким и рекомендуется использовать метод статистических испытаний. Этот же метод целесообразно применять для оценки эффективности функционирования сложных систем кратковременного действия, состоящих из большого числа элементов с непрерывным множеством состояний.

Несколько критериев оценки эффективности различного рода систем рассмотрены в [14]. Так, например, рассмотрена оценка общей эффективности использования системы, когда требуется учесть совместно и динамику подготовки системы, и динамику ее применения. При

этом для оценки степени влияния надежности и технической готовности на общую эффективность системы введено понятие эксплуатационной пригодности системы, которую определяют по формуле

$$p_{\text{эпр}}(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{\mathcal{E}_0(t)},$$

где $\mathcal{E}(t)$ — эффективность использования реальной системы с учетом подготовки системы к применению; $\mathcal{E}_0(t)$ — эффективность идеальной (в смысле надежности и технической готовности) системы, т. е. такой, которая не отказывает и не требует выполнения операций по технической подготовке (время выполнения соответствующих операций равно нулю).

4.11. СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ [7]

Процесс контроля можно рассматривать как процесс обнаружения событий (отказов) в контролируемом объекте [15]. Тогда задача контроля может рассматриваться как статистическая задача обнаружения событий по искаженным или неполным данным [16]. Для разъяснения этого положения рассмотрим геометрическую интерпретацию процесса автоматического контроля (рис. 4.11.1).

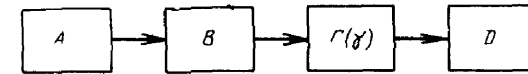


Рис. 4.11.1.

Если по оси n -мерного пространства A откладывать значения параметров, характеризующих состояние объекта, то каждому событию, происходящему в объекте, будет соответствовать в пространстве A определенная совокупность точек A_i . Пусть результаты измерения отложены по осям n -мерного пространства B . Так как процесс измерения параметров сопровождается случайными ошибками, то между точками пространства A и точками пространства B нет взаимно однозначного соответствия. Отсюда появляется неопределенность, возникающая при обнаружении контролируемых событий в пространстве

наблюдений B . Кроме того, часть параметров объекта бывает не охвачена контролем, что также приводит к неопределенности.

Обнаружение событий в пространстве B связано с наличием ложных и необнаруженных отказов. Поэтому необходимо выбрать оптимальный алгоритм обнаружения $\Gamma(\gamma)$, который являлся бы правилом преобразования пространства наблюдений в пространство решений D , элементы которого — возможные решения γ , т. е. контролируемые события.

Величина ошибок обнаружения, а следовательно, и величина материальных потерь, связанных с ними, зависят как от алгоритма обнаружения, так и от качества (в смысле достоверности) и количества используемых для обнаружения источников информации, которые определяют в свою очередь материальные затраты на средства контроля.

Таким образом, необходимо выбрать базис подпространства B' пространства наблюдений B так, чтобы обеспечивалось оптимальное распределение между затратами на средства обнаружения и величиной ошибок контроля, определяющих материальные затраты.

Пусть нас интересует вопрос, находится ли объект в работоспособном состоянии. Тогда рассмотрим системы автоматического контроля, производящие двоичное обнаружение.

Обозначим через A_1 совокупность точек в пространстве A , соответствующую состоянию объекта, когда имеет место контролируемое событие, а через A_0 — совокупность точек, соответствующую состоянию объекта, когда это событие не имеет места. Определим материальные убытки от ошибок контроля, зависящие от контролируемого объекта, системы и алгоритма контроля, в денежных единицах в единицу времени, т. е. приведенные потери.

Затраты на систему контроля и стоимость ее обслуживания можно также представить в денежных единицах в единицу времени, если учесть принятый срок службы аппаратуры. Это будут приведенные затраты. Тогда каждой комбинации из решения и события можно поставить в соответствие некоторую цену C_i , которая является суммой приведенных потерь и затрат для соответствующей ситуации.

Цена C_{ij} представляется следующей матрицей:

$$\|C_{ij}\| = \begin{vmatrix} C_{00} & C_{01} \\ C_{10} & C_{11} \end{vmatrix},$$

где индексы у элементов C_i означают:

$i = 1$ — событие имеет место;

$i = 0$ — событие не имеет места;

$j = 1$ — ответ системы контроля: событие имеет место;

$j = 0$ — ответ системы контроля: событие не имеет места.

В рассматриваемой задаче

$$C_{00} = C_{11} = C \quad (4.11.1)$$

представляют приведенные затраты

$$C_{01} = C_{00} + C'_{01}, \quad (4.11.2)$$

$$C_{10} = C_{11} + C'_{10}, \quad (4.11.3)$$

где C'_{01} и C'_{10} — приведенные потери от неправильного обнаружения.

За критерий эффективности системы контроля можно принять среднюю цену — математическое ожидание функции $C(\gamma)$, учитывающее возможные виды поведения системы и частоту их появления. Такая оценка в теории статистических решений называется функцией риска. Оптимальной будет система контроля, которая обеспечивает минимум функции риска.

Рассмотрим байесовы системы двоичного обнаружения событий, когда A_1 определено на числовой оси. Это широко распространенный на практике случай, когда контролируемое событие касается поведения какой-либо одной величины, характеризующей состояние объекта.

Пусть, например, величина x вышла за заданную нижнюю норму a или верхнюю норму b . Считаем, что погрешность АСКУ или «шумы» принимаются аддитивными и независимыми от измеряемой величины и систематическая погрешность равна нулю.

Байесово правило обнаружения контролируемого события формулируется следующим образом.

Решение γ_1 , соответствующее утверждению $x \in A_1$, принимается, если $\Lambda \geq L$. Решение γ_0 , соответствующее утверждению $x \in A_0$, принимается, если $\Lambda < L$, где Λ —

обобщенное отношение правдоподобия:

$$A = \int_{A_1} f(x) f(z/x) dx \bigg/ \int_{A_0} f(x) f(z/x) dx,$$

где $f(x)$ — плотность распределения измеряемой величины x ; $f(z/x)$ — плотность распределения результата измерения при условии измерения величины x ; L — порог,

$$L = (C_{01} - C_{00}) / (C_{10} - C_{11}).$$

Учитывая выражения (4.11.2) и (4.11.3), получим $L = C'_{01} / C'_{10}$.

Среднюю цену обнаружения, или риск, можно определить по формуле

$$R = R_0 + qa(C_{01} - C_{00}) + p\beta(C_{10} - C_{11}),$$

где $R_0 = qC_{00} + pC_{11}$; p — априорная вероятность появления события; q — априорная вероятность не появления события ($p + q = 1$); α — усредненная условная вероятность появления ошибки 1-го рода (ложный отказ):

$$\alpha = \frac{1}{q} \int_{B'} \int_{A_0} f(x) f(z/x) \Gamma(\gamma_1) dz dx;$$

β — усредненная условная вероятность ошибки 2-го рода (необнаруженный отказ):

$$\beta = \frac{1}{p} \int_{B'} \int_{A_1} f(x) f(z/x) \Gamma(\gamma_0) dz dx.$$

Учитывая выражение (4.11.1), получим:

$$R_0 = C.$$

Тогда

$$R = C + \alpha' C'_{01} + \beta' C'_{10},$$

где α' и β' — безусловные усредненные вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, т. е. соответственно вероятности ложных и необнаруженных отказов.

Возможность вычислить R позволяет экономически обоснованно выбрать характеристику АСКУ. Однако трудность составления матрицы C_{ij} иногда ограничивает практическое использование этого критерия.

4.12 ИГРОВОЙ КРИТЕРИЙ

Рассматриваемый критерий базируется на теории игр [7]. Затрачиваемые средства для решения задачи могут представлять собой как непосредственно материальные затраты, выраженные в стоимостных единицах, так и риск, связанный с выполнением данной задачи. Чем меньше риск при решении задачи, тем более эффективным можно считать ее решение. Идеальным случаем было бы достижение результата вообще без затрат. При определении эффективности какой-либо операции необходимо выяснить, что мы хотим получить в результате проведения данной операции и какие средства для этого необходимы. Некоторый результат можно поставить в соответствие некоторому действию, ибо осуществление какого-либо действия без получения результата бессмысленно. Согласно терминологии теории игр этот результат называют доходом или выигрышем от данной операции. Следовательно, критерий эффективности должен определяться величиной дохода и затратами при выполнении данной операции. В самом общем виде критерий эффективности представляют как отношение

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{D_{\pi}(t, \tau)}{D_{\pi}(t, \tau)},$$

где $D_{\pi}(t, \tau)$ — полный доход от решения данной задачи или использования данных средств; $D_{\pi}(t, \tau)$ — идеальный доход от решения задачи или использования данных средств.

Полный доход D_{π} является здесь разностью реального дохода и затрат, т. е. фактически представляет собой «прибыль» полученную при решении данной задачи или использовании данных средств.

Идеальный доход приписывается данной задаче или данным средствам. При определении эффективности решения данной задачи набором некоторых средств идеальный доход — это доход, который получился бы в результате полного решения данной задачи при отсутствии затрат на ее решение. Так, если фиксированы начальные условия и известен конечный доход, под идеальным

доходом понимают приращение стоимости в процессе решения задачи.

При определении эффективности применения данных средств при решении задачи проведения данной операции идеальный доход — это разность максимально возможного дохода, который при заданных условиях может быть получен данными средствами (без учета затрат), и дохода, получаемого при решении этой же задачи без применения данных средств. Величины $D_{и}$ и $D_{п}$ идеального и полного доходов могут быть выражены в условных единицах, отражающих стоимость.

В тех случаях, когда нельзя определить из расчетов величину идеального дохода, его величине приписывается некоторое значение, исходя из накопленного опыта или соображений полезности.

Практическое применение игрового критерия иногда затруднено из-за сложности расчетов доходов.

4.13. СТОИМОСТНЫЙ КРИТЕРИЙ

Часто возникает задача разработки универсальной системы контроля, способной обеспечить контроль нескольких типов объектов. Допустим, что имеется N типов объектов. Одна система контроля должна придаваться к группе из M_j объектов одного типа, где j — тип объекта. Общее число объектов каждого типа равно L_j [7].

Требуется определить число разновидностей m_0 универсальных систем контроля и рационально сформулировать требования к их основным характеристикам. Для этой цели можно использовать стоимостный критерий вида:

$$\bar{c} = \bar{c}_з + \bar{c}_п,$$

где $\bar{c}_з$ — средние затраты на использование системы контроля; $\bar{c}_п$ — средние потери от неэффективного использования системы контроля,

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c}_з + \bar{c}_п(\bar{T}) + \bar{c}_п(p) + \bar{c}_п(\{V\}) = \\ &= \frac{1}{N} \left[\sum_{j=1}^N \left(C_{1kj} + C_{2kj} \frac{L_j}{M_j} \right) + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{нкj}(\bar{T}) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{нкj}(p) + \sum_{j=1}^N \bar{c}_{нкj}(\{V\}) \right], \end{aligned} \quad (4.13.1)$$

где C_{1kj} — стоимость разработки k -й разновидности системы контроля для j -го типа объекта; C_{2kj} — стоимость изготовления и эксплуатации k -й разновидности системы контроля для j -го типа объекта; $\bar{c}_{нкj}(\bar{T})$ — средние потери, связанные со временем контроля и регулировки j -го типа объекта при использовании k -й разновидности системы контроля; $\bar{c}_{нкj}(p)$ — средние потери, связанные с вероятностью работоспособности j -го типа объекта при использовании k -й разновидности системы контроля; $\bar{c}_{нкj}(\{V\})$ — средние потери, связанные с использованием для j -го объекта k -й разновидности системы контроля, обладающей определенным множеством характеристик (вес, габариты, показатель эксплуатации и т. д.).

Система контроля будет тем эффективнее, чем меньше \bar{c} .

Из-за сложности расчета потерь может оказаться, что воспользоваться стоимостным критерием общего вида трудно. В таком случае из тактических соображений, соображений здравого смысла, анализа существующих ситуаций и прогнозирования должны быть определены допустимые величины: $\bar{T}_{дj}$ — допустимое среднее время контроля и регулировки j -го типа объекта; $p_{нj}$ — нижний допустимый уровень вероятности работоспособности j -го типа объекта; $\{V_{дj}\}$ — допустимые значения характеристик системы контроля (вес, габариты, условия эксплуатации).

Вместо характеристик $\bar{T}_{дj}$ и p_j может быть задан, когда это имеет смысл, нижний допустимый уровень вероятности нормального функционирования $p_{фj}$ j -го типа объекта:

$$p_{фj} = p_j \frac{\bar{T}_{оj}}{\bar{T}_{оj} + \bar{T}_j} = p_j K_{гj}, \quad (4.13.2)$$

где $K_{гj}$ — коэффициент готовности j -го типа объекта.

При периодическом контроле

$$K_{гj} = 1 - \frac{T_j}{T_{нj}},$$

где T_j — среднее время регулировки и контроля j -го объекта; $T_{нj}$ — время между проверками j -го объекта.

При непрерывном контроле

$$K_{гj} = \frac{T_{оj}}{T_{оj} + T_{бj}},$$

где T_{0j} — среднее время безотказной работы j -го объекта; T_{bj} — среднее время простоя j -го объекта.

Система контроля будет тем эффективнее, чем меньше стоимость затрат \bar{C}_3 на использование системы контроля при выполнении неравенств:

$$\bar{T}_j \leq \bar{T}_{dj}; \quad p_j \geq p_{dj} \text{ (или } p_{фj} \geq p_{фdj}); \quad \{V_j\} \geq \{V_{dj}\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Moon Warren D. Predicting system checkout error. *Elec-
tro-Technol.*, 1964, v. 73, № 1
2. Сидеев И. М. О выборе параметров, определяющих со-
стояние технического устройства при автоматическом контроле. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
3. Robert Willstader. Dormant missile system checkout effectiveness. *Proceedings 10 National Symposium on Reliability and Quality Control*, 1964.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Физматгиз, 1958.
5. Ушаков И. А. Контроль как средство повышения эффектив-
ности использования технических средств, имеющих резервные эле-
менты. «Вопросы радиоэлектроники», 1963, сер. XII, вып. 8.
6. Бурцев В. К., Свечарник Д. В. О надежности и эффек-
тивности систем автоматического контроля и регулирования. «При-
боростроение», 1963, № 6.
7. Касаткин А. С., Кузьмин И. В. Оценка эффективности
автоматизированных систем контроля. Изд-во «Энергия», 1967.
8. Смирнов Н. В., Божинский А. Н. Таблицы для вычисле-
ния функции двумерного нормального распределения. Изд-во АН
СССР, 1962.
9. Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматических си-
стем контроля и управления. Изд. ХВКИУ, 1966.
10. Вигман В. А., Дунаев Б. Б. Определение точности до-
пусковых контрольно-измерительных устройств, «Измерительная тех-
ника», 1963, № 1.
11. Кузьмин И. В. Оценка эффективности систем контроля и
управления на основе математических моделей потенциальной и
реальной систем. Труды Совещания по автоматическому управлению.
Тбилиси, 1968.
12. Шишенок И. А., Релкин В. Ф., Барвинский Л. Л. О-
сновы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной тех-
ники. Изд-во «Советское радио», 1964.
13. Ушаков И. А., Коненков Ю. К. Оценка эффективности
функционирования сложных ветвящихся систем с учетом надеж-
ности в сб «Кибернетика на службу коммунизма», т. 2. Изд-во «Энер-
гия», 1964.
14. Васильев Б. В., Козлов Б. А., Ткаченко Л. Г. На-
дежность и эффективность радиоэлектронных устройств. Изд-во «Со-
ветское радио», 1964
15. Кнеллер В. Ю. Об определении и специфике автоматиче-
ского контроля. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 4.
16. Гукровский Д. Э. О статистическом подходе к обнаружению
событий в автоматическом контроле. «Автоматика и телемеханика»,
1964, № 10.

ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Наиболее рациональной системой контроля и управ-
ления сложными объектами является автоматическая си-
стема. Только автоматическая система может привести
к существенному уменьшению количества обслуживаю-
щего персонала, снижению требований к его квалифи-
кации, удешевлению стоимости проверочного оборудо-
вания, быстрому отысканию мест повреждения с ука-
занием необходимых мероприятий по устранению
неисправностей, а также к возможности прогнозирова-
ния надежности систем. Однако прежде чем перейти
к непосредственному решению задач по автоматизации
процесса контроля и управления необходимо его оптими-
зировать.

При оптимизации процесса необходимо решить сле-
дующие основные задачи:

— на основе выбранного критерия оценки готовности
систем управления объектом, а также систем управле-
ния процессом контроля и управления, разделить кон-
троль на регламентный, предупредительный и контроль в про-
цессе работы объекта, установить частоту контроля
систем управления:

— обосновать оптимальное число выходных парамет-
ров, наиболее полно характеризующих состояние
объекта;

— выбрать оптимальные алгоритмы контроля как
отдельных систем управления, так и процесса контроля
и управления в целом;

— произвести оптимизацию процесса контроля и
управления по обобщенному статистическому критерию,
а также по некоторым частным критериям.

Настоящая глава посвящена изложению методики
решения этих задач.

**5.1. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА И АСКУ
ПО ОБОБЩЕННОМУ ФУНКЦИОНАЛЬНО-
СТАТИСТИЧЕСКОМУ КРИТЕРИЮ**

При оптимизации процесса контроля и управления, а также АСКУ по обобщенному статистическому критерию можно воспользоваться методом академика Л. С. Понтрягина [1], методом динамического программирования Беллмана [2], с использованием метода линейного программирования [3, 4], когда в первом приближении можно принять, что критерий линейно зависит от существенных параметров.

Однако практически оптимизацию процесса контроля и управления по обобщенному статистическому критерию следует выполнять методом нелинейного программирования профессора Н. И. Андреева [5]. Необходимость применения этого метода обусловлена тем, что обобщенный статистический критерий, как это было раньше показано, является сложным нелинейным функционалом большого числа параметров, область изменения которых определяется нелинейными соотношениями.

*Алгоритм оптимизации процесса и АСКУ
по обобщенному функционально-статистическому критерию*

Составим алгоритм оптимизации процесса подготовки по обобщенному статистическому критерию методом нелинейного программирования.

1. Представляем обобщенный статистический критерий \mathcal{E} , являющийся функцией априорной вероятности выполнения объектом задачи $P_0(t, \tau)$, апостериорной вероятности выполнения объектом задачи $P(t, \tau)$, а также различных составляющих стоимости в виде функционала Φ некоторых функций φ_i линейных форм L_i .

В качестве линейных форм выберем линейные участки вероятности, т. е. примем

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= P_0(t, \tau), \\ L_2 &= P_{\text{но}}(t, \tau), \\ L_3 &= P_{\text{по}}(t, \tau), \\ L_4 &= P(t, \tau), \\ L_5 &= C_i(t, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (5.1.1)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(L_1) &= \sum_{i=1}^m H_{0i}(t, \tau), \\ \varphi_2(L_2, L_3, L_4) &= \sum_{i=1}^m H_i(t, \tau), \\ \varphi_3(L_1, \dots, L_5) &= \sum_{i=1}^m C_i(t, \tau). \end{aligned} \right\} \quad (5.1.2)$$

Окончательно получим

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \Phi(\varphi_1, \dots, \varphi_3) = \frac{\varphi_1(L_1) - \varphi_2(L_2, L_3, L_4)}{\varphi_3(L_1, \dots, L_5)}. \quad (5.1.3)$$

2. Определяем области изменения переменных из условия проектирования АСКУ; они, например, могут иметь пределы:

$$\left. \begin{aligned} 0,5 &\leq L_1 \leq 1, \\ 0,001 &\leq L_2 \leq 0,01 \\ 0,001 &\leq L_3 \leq 0,01, \\ 0,8 &\leq L_4 \leq 1, \\ L_5 &= \text{min.} \end{aligned} \right\} \quad (5.1.4)$$

Наибольшее значение критерия $\mathcal{E}(t, \tau)$ в области \mathcal{E} изменения переменных $P_0(t, \tau)$, $P_{\text{но}}(t, \tau)$, $P_{\text{по}}(t, \tau)$, $P(t, \tau)$, $C_i(t, \tau)$ совпадает с наибольшим значением функционала Φ в области Q изменения переменных L_i ($i = 1, \dots, 5$).

3. Определяем максимум критерия. При нахождении максимума функционала $\Phi(L_1, \dots, L_5)$ необходимо различать два случая.

Случай 1. Функционал Φ достигает максимума внутри области Q . Необходимым условием достижения функции Φ максимального значения является равенство нулю частных производных

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} = 0, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (5.1.5)$$

в некоторой точке области Q пространства (L_i) .

Когда функция в некоторой части области Q не имеет производной, тогда некоторые из условий (5.1.5) могут быть заменены условием:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_i} \text{ не существует, } i = 1, 2, \dots, p \leq 5.$$

В общем случае система уравнений (5.1.5) может иметь несколько решений, из которых выбирается L , при котором функция Φ имеет наибольшее значение. Подставляя найденное решение в (5.1.1) — (5.1.5), находим, в конечном счете, значения $P_0, P_{до}, P_{во}, P_1$, при которых критерий $\mathcal{E}(t, \tau)$ достигает максимума. Этот случай, по-видимому, наиболее часто встречается на практике. Однако более общим является второй случай.

Случай 2. Функция Φ не имеет максимума внутри области Q и достигает наибольшего значения на границе S . В этом случае вначале определяется граница S методом линейного программирования [5], затем максимум Φ на границе S с использованием, например, метода наискорейшего спуска или метода градиента. Когда функция Φ имеет несколько максимумов, тогда находится максимум максимумов.

Таким образом, оптимизация процесса контроля и управления, а также АСКУ сводится к решению максимальной задачи методом нелинейного программирования.

Для сложных АСКУ эту задачу целесообразно решать методом статистического моделирования на ЭЦВМ, теория и практические приложения которого разработаны в фундаментальных работах профессора Н. П. Бусленко, а также в работах профессора Б. М. Когана и профессора А. А. Фельдбаума [6—11].

Определение оптимальных значений некоторых параметров АСКУ

Для определения оптимального значения вероятности выполнения задачи составляющих стоимости необходимо решить систему уравнений относительно этих параметров:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial P} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial W_W(t, \tau)} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial \Delta W_T(t, \tau)} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial \Delta W_G(t, \tau)} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}(t, \tau)}{\partial \Delta W_V(t, \tau)} = 0. \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

Для определения максимального значения вероятности выполнения задачи при минимальном значении времени необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial T(t, \tau)}{\partial P(t, \tau)} = 0. \quad (5.1.7)$$

Для определения максимального значения вероятности выполнения задачи процесса контроля и управления при минимальной стоимости необходимо решить уравнение

$$\frac{\partial W_W(t, \tau)}{\partial P(t, \tau)} = 0. \quad (5.1.8)$$

При оптимизации процесса контроля и управления, а также проектирования АСКУ по приведенным статистическим критериям выбирается один из вариантов процесса и системы, а затем постепенно их параметры доводятся до оптимальных или близких к оптимальным.

5.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ГОТОВНОСТИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Функционально-статистическую оптимизацию некоторых параметров процесса контроля сложного объекта можно провести на основе выбранного критерия оценки готовности объекта [12—15].

В процессе контроля состояние сложного объекта и его безотказность в работе оцениваются путем непосредственной или косвенной оценки характеристик m выходных параметров, которыми, в частности, могут являться статические и динамические характеристики объекта, а также другие обобщенные показатели состояния объекта.

При оценке состояния объекта прежде всего:

— устанавливается безотказность или работоспособность объекта с определенными качественными показателями в некоторый момент времени t_n , в который выполняется проверка;

— путем прогнозирования устанавливается безотказность или работоспособность объекта с определенными качественными показателями на заданный интервал времени $\tau_{ор}$.

В случае, если объект отказал, то производится поиск и устранение неисправности.

Для установления работоспособности объекта с определенными качественными показателями в некоторый момент времени t_n проверяется выполнение условий

$$\Delta P(X, X', t_n, \tau) \leq \Delta P_d(X_0, X'_0, t_n, \tau), \quad (5.2.1)$$

где $\Delta P(X, X', t_n, \tau)$ — действительное значение отклоне-

ния некоторого функционала в момент времени t_n от его номинального значения; $\Delta P_d(X_0, X'_0, t_n, \tau)$ — допустимое значение отклонения функционала в момент времени t_n от номинального значения; X — m -мерный вектор выходных параметров объекта; X' — k -мерный вектор качественных показателей работоспособности объекта; k — число качественных показателей.

Функционал $P_d(X_0, X'_0, t_n, \tau)$ является некоторой обобщенной функцией выходных параметров объекта. В качестве функционала можно в общем случае выбрать вероятность выполнения объектом задачи с определенными качественными показателями, в частных случаях — вероятность нахождения некоторых обобщенных параметров или характеристик либо объекта совместно с системами управления, либо только объекта и только систем управления в заданной заранее области, так как при известном допустимом отклонении функционала от номинального значения возможно методом статистических проб или случайных воздействий определить предельно допустимые отклонения первичных параметров статистических и динамических характеристик объекта и входящих в него систем.

При статистической оптимизации процесса контроля и управления в качестве функционала можно принять энтропию состояния объекта или более общий критерий эффективности. Оценку готовности объекта к пуску в этом случае необходимо выполнять либо путем решения неравенства

$$H(t_n, \tau) \leq H_{opt}(t_n, \tau), \quad (5.2.2)$$

где $H(t_n, \tau)$ — энтропия объекта после контроля; $H_{opt}(t_n, \tau)$ — допустимая энтропия объекта, выбранная из условия выполнения объектом задачи с определенной вероятностью при определенных качествах; либо путем решения неравенства

$$\mathcal{E}(t_n, \tau) \geq \mathcal{E}_{opt}(t_n, \tau), \quad (5.2.3)$$

где $\mathcal{E}(t_n, \tau)$ — эффективность контроля и применения объекта; $\mathcal{E}_{opt}(t_n, \tau)$ — заданная эффективность, при которой объект с определенной заданной вероятностью выполняет поставленную перед ним задачу.

Для установления работоспособности объекта с определенными качественными показателями, начиная с не-

которого момента времени t_n до момента времени τ_{op} проверяется выполнение условий

$$\Delta P(X, X', t_n, \tau_{op}) \leq \Delta P_d(X_0, X'_0, t_n, \tau_{op}), \quad (5.2.4)$$

где $\Delta P(X, X', t_n, \tau_{op})$ — действительные с учетом прогнозирования значения отклонений функционала на интервале времени $t_n \div \tau_{op}$; $\Delta P_d(X_0, X'_0, t_n, \tau_{op})$ — допустимые с учетом прогнозирования значения отклонений функционала на интервале времени $t_n \div \tau_{op}$.

Прогнозирование функционала можно осуществить статистическим методом [14], методом «индекса дрейфа» [13], методом граничных испытаний [15], а также методами теории экстраполирования случайных процессов [16—18]. Статистический метод основан на прогнозировании функционалов по статистическим данным множества однотипных объектов, и поэтому его применение для прогнозирования функционала одиночного объекта ограничено. Метод «индекса дрейфа», метод граничных испытаний и метод экстраполирования [16], хотя и позволяют осуществить прогнозирование функционала для одиночного объекта, однако их применение также ограничено либо сравнительно малой точностью, либо большой сложностью.

Наиболее интересным из указанных методов прогнозирования является метод, разработанный В. С. Красовским [17]. Этот метод основан на использовании функции максимального правдоподобия и может быть распространен на прогнозирование функционала.

Предположим, что прогнозирование функционала осуществляется по параметрам прогнозирования $x_1, \dots, x_m, x'_1, \dots, x'_m$, которые измеряются равномерно и независимо в некоторые неравноотстоящие моменты времени t_{nj} ($j=1, 2, \dots, n$).

Математическое ожидание каждого параметра прогнозирования может быть представлено с любой точностью в виде полиномов степени

$$x_\nu(t, \tau) = \sum_{i=0}^{l_\nu} a_{\nu i} t^i \quad (\nu = 1, \dots, m), \quad (5.2.5)$$

где $a_{\nu i}(t, \tau)$ — неизвестные случайные коэффициенты.

Предположим также, что измеренное значение ν -го параметра прогнозирования $x_{\nu j}^n$ является случайной величиной, распределенной по нормальному закону:

$$f(x_{\nu j}^n, t_j) = \frac{1}{\sigma_{x_{\nu j}} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x_{\nu j}^n - x_{\nu j})^2}{2\sigma_{x_{\nu j}}^2} \right\}, \quad (5.2.6)$$

С учетом равенства (5.2.5) при независимых измерениях величин плотность вероятности или функция правдоподобия совокупности измерений x_{vj}^n , полученных в моменты времени $j=1, \dots, n$, равна:

$$f(x_{v1}^n, \dots, x_{vn}^n) = \sigma_{x_{vj}^n}^{-n} (2\pi)^{-n/2} \times \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{vj}^n - \sum_{i=0}^{lv} a_{vi} t_j^i}{\sigma_{x_{vj}^n}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (5.2.7)$$

В выражении (5.2.7) необходимо выбрать такие значения коэффициентов a_{vi} , при которых достигается максимум функции правдоподобия $f_{m, \max}$. Очевидно, что максимум достигается при минимальном значении показателя экспоненты

$$\min \sum_{j=1}^n \left(x_{vj}^n - \sum_{i=0}^{lv} a_{vi} t_j^i \right)^2. \quad (5.2.8)$$

Коэффициенты \hat{a}_{vi} , обеспечивающие минимум выражения (5.2.8), определяем по формуле

$$\hat{a}_{vi} = \frac{\Delta_{vi}}{\Delta_v}, \quad (5.2.9)$$

где Δ_v , Δ_{vi} — соответственно главный определитель и определитель, получающийся из Δ_v путем замены $(i+1)$ -го столбца в правые части системы уравнений

$$\sum_{j=1}^n t_j^i (\hat{a}_{v0} + \hat{a}_{v1} t_j^1 + \dots + \hat{a}_{vl} t_j^{lv}) = \sum_{j=1}^n x_{vj}^n t_j^i. \quad (5.2.10)$$

Уравнение (5.2.10) получается путем взятия частных производных от числителя показателя экспоненты в выражении (5.2.7) по каждому из коэффициентов a_{vi} и приравнивания этих производных нулю

Прогнозируемое значение параметра x_v в момент времени $\tau_{op} = t_n + T$ определяется из выражения

$$\hat{x}_v(\tau_{op}) = \sum_{i=0}^{lv} \frac{\Delta_{vi}}{\Delta_v} t_{op}^i. \quad (5.2.11)$$

Функционал в этом случае вырождается в некоторое пространство выходных параметров $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_m, \hat{x}'_1, \dots, \hat{x}'_m$, определяющих прогнозируемое состояние объекта. В случае выполнения неравенства (5.2.4) считается, что объект готов к пуску.

Метод прогнозирования с использованием функции правдоподобия хотя и является интересным, однако применение его связано с некоторыми, иногда непреодолимыми, трудностями.

Практически, как правило, прогнозирование выходных параметров необходимо производить после одного замера параметра подстраиваемой системы управления. Поэтому не удается использовать информацию предыдущих замеров. Кроме того, этот метод не предполагает учета всевозможных случайных возмущений, действующих после измерения параметра и в основном определяющих прогнозируемое состояние объекта. Более приемлемым оказывается метод решения системы дифференциальных уравнений, описывающей возмущенное движение объекта, или методы приближенных оценок состояния объекта (см. гл. 2).

Рассмотрим наиболее общий метод оценки готовности объекта к пуску по вероятности выполнения задачи с заданными качественными показателями. При известной вероятности выполнения задачи пусковым оборудованием $P_{\text{АСКУ}}(t, \tau)$ вероятность выполнения задачи объектом:

$$P(\dot{X}, X', t, \tau) = P_{\text{АСКУ}}(t, \tau) \times P_{\text{во}}(X, X', t, \tau) P_{\text{по}}(X, X', t, \tau), \quad (5.2.12)$$

где

$$P_{\text{во}}(X, X', t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) = \prod_{v=1}^m \prod_{\mu=1}^k P_{\text{во}}(x_v, x'_{v\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) \quad (5.2.13)$$

— вероятность отсутствия внезапных отказов в m системах управления объектом с k качественными показателями, начиная с некоторого момента времени $t_{\text{п}}$ до момента окончания работы системой управления $\tau_{\text{оп}}$;

$$P_{\text{по}}(X, X', t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) = \prod_{v=1}^m \prod_{\mu=1}^k P_{\text{по}}(x_v, x'_{v\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) \quad (5.2.14)$$

— вероятность отсутствия постепенных отказов в m системах управления объектом с k качественными показателями, начиная с некоторого момента времени $t_{\text{п}}$ до момента окончания работы системой управления $\tau_{\text{оп}}$.

При экспоненциальном законе распределения вероятности безотказной работы вероятность отсутствия внезапных отказов объекта с учетом резервирования систем определится по формуле

$$P_{\text{вои}\mu}(x_{\nu}, x'_{\nu\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi_1, \dots, \xi_k, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) f(\xi_1, \dots, \xi_n, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) \exp\left\{-\sum_{\mu=1}^k \lambda(x_{\nu\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) t\right\} \prod_{\mu=1}^p P_{\text{во}}(x_{\nu\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) d\xi_1, \dots, d\xi_k, d\xi_1, \dots, d\xi_n. \quad (5.2.15)$$

Вероятность отсутствия постепенных отказов в ν -й системе управления объектом с k качественными показателями определяется по формуле

$$P_{\text{по}}(x_{\nu\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) = \int_{x_{\nu\mu\text{min}}}^{x_{\nu\mu\text{max}}} \dots (k) \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots (k) \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots (n) \int f(x_{\nu\mu}, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) \times f(\xi_1, \dots, \xi_k, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) f(\xi_1, \dots, \xi_n, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}}) dx_{\nu_1}, \dots, dx_{\nu_k}, d\xi_1, \dots, d\xi_k, d\xi_1, \dots, d\xi_n, \quad (5.2.16)$$

где $f(x_{\nu\mu}, \xi_1, \dots, \xi_k, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}})$ — совместный дифференциальный закон распределения вероятностей показателей качества работы системы; $f(\xi_1, \dots, \xi_k, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}})$ — совместный дифференциальный закон распределения вероятностей возмущений, действующих на систему в промежуток времени $t_{\text{п}} \div \tau_{\text{оп}}$; $f(\xi_1, \dots, \xi_n, t_{\text{п}}, \tau_{\text{оп}})$ — совместный дифференциальный закон распределения вероятностей внутренних возмущений.

Для иллюстрации методики оценки готовности систем управления объектом рассмотрим пример [18].

Предположим, что одним из выходных параметров объекта является некоторый качественный показатель $x_{\nu\mu}$ (рис. 5.2.1). На объект контроля кроме управляющего воздействия $z(t)$ действуют внешние возмущения ξ_1, \dots, ξ_k и внутренние возмущения ξ_1, \dots, ξ_n в виде случайного ухода во времени первичных параметров системы автоматического управления.

Для оценки готовности объекта к запуску по формуле (5.2.4) необходимо оценить закон распределения $x_{\nu\mu}$. Для простоты предположим, что малые отклонения первичных параметров независимы между собой и от внешних возмущений. Кроме того, внутренние и внешние возмущения, а также отклонения качественных показателей вы-

полнения задачи системой имеют математическое ожидание, равное нулю, и распределены по нормальному закону. В этом случае для определения закона распределения качественных показателей необходимо найти дисперсию этих показателей в момент времени $\tau_{\text{оп}}$.

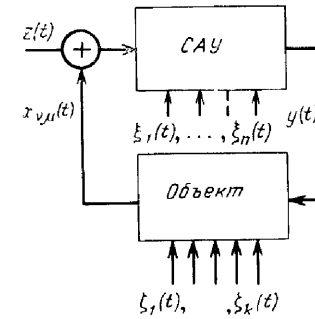


Рис. 5.2.1.

При независимых случайных внутренних возмущениях дисперсию отклонения каждого показателя качества можно определить как сумму дисперсий, вызываемых действием каждого возмущения в отдельности:

$$\sigma^2(x_{\nu\mu}, \xi_1, \dots, \xi_n, t, \tau_{\text{оп}}) = \sum_{i=1}^n \sigma^2(x_{\nu\mu}, \xi_i, t, \tau). \quad (5.2.17)$$

С учетом действия нестационарных случайных внешних возмущений с корреляционными функциями $R_i(r, \rho)$

$$\sigma^2(x_{\nu\mu}, t, \tau_{\text{оп}}) = \int_0^t \dots (n) \dots \int_0^t \omega_{\zeta_i}(t, r) \omega_{\zeta_i}(t, \rho) R_i(r, \rho) dr d\rho, \quad (5.2.18)$$

где $\omega_{\zeta_i}(t, r)$ и $\omega_{\tau_i}(t, \rho)$ — весовые функции объекта, характеризующие передачу сигнала от точки приложения внешних возмущений ξ_i на интересующий нас показатель качества.

При действии малых возмущений дисперсию, определяемую формулой (5.2.18), можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться с определенным приближением рассмотрением первых двух членов:

$$\sigma^2(x_{\nu\mu}, t, \tau) = \sigma_0^2(x_{\nu\mu}, t_n, \tau) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma^2(x_{\nu\mu}, t, \tau)}{\partial \zeta_i} \right] \Delta \zeta_i. \quad (5.2.19)$$

Первое слагаемое этого выражения характеризует дисперсию при номинальных показателях качества, второе — некоторый прирост дисперсии показателя качества за счет действия возмущений.

Предполагая, что от возмущений в выражении (5.2.18) зависят только весовые функции $w_{\zeta_i}(t, \tau)$, $w_{\zeta_i}(t, \rho)$, и дифференцируя выражения (5.2.18), получим формулу для определения частной производной

$$\frac{\partial \sigma^2(x_{\text{вм}}, t, \tau)}{\partial \zeta_i} = \int_0^t \int_0^t \left[w_{\zeta_i}(t, r) \frac{\partial w_{\zeta_i}(t, r)}{\partial \zeta_i} R_2(\rho, r) + w_{\zeta_i}(t, \rho) \frac{\partial w_{\zeta_i}(t, \rho)}{\partial \zeta_i} R_2(r, \rho) \right] dr_1 d\rho_1. \quad (5.2.20)$$

Учитывая известное свойство корреляционной функции

$$R_2(r, \rho) = R_2(\rho, r),$$

формулу (5.2.20) перепишем в виде

$$\frac{\partial \sigma^2(x_{\text{вм}}, t, \tau)}{\partial \zeta_i} = 2 \int_0^t \int_0^t \frac{\partial w_{\zeta_i}(t, r)}{\partial \zeta_i} w_{\zeta_i}(t, r) R_2(r, \rho) dr_1 d\rho_1. \quad (5.2.21)$$

Таким образом, определение частных производных сводится к вычислению функционалов вида (5.2.21), которое можно провести заранее.

При n внутренних возмущениях и k внешних для полного решения задачи необходимо вычислить nk функционалов. Методика вычисления подобных функционалов на непрерывных моделях и ЦВМ хорошо разработана.

Для оценки вероятности выполнения задачи объектом по формуле (5.2.12) необходимо найти интеграл

$$P_{\text{по}}(x_{\text{вм}}, \tau_{\text{оп}}) = \int_{x_{\text{вм}min}}^{x_{\text{вм}max}} \dots \int_{x_{\text{вм}min}}^{x_{\text{вм}max}} f(x_{\text{вм}}, \tau_{\text{оп}}) dx_{\text{вм}}, \quad (5.2.22)$$

где $f(x_{\text{вм}}, \tau_{\text{оп}})$ — совместный дифференциальный закон распределения показателей качества выполнения задачи объектом; $x_{\text{вм}min}$, $x_{\text{вм}max}$ — область допустимых значений показателей качества.

Аппаратура контроля объекта, используемая в настоящее время, как правило, не выполняет непосредственного прогнозирования при оценке готовности объекта к выполнению поставленной перед ним задачи. Оценка готовности объекта в существующей аппаратуре произ-

водится по упрощенным критериям «годен — негоден», «меньше — норма — больше». Однако простейшие критерии оценки готовности чрезмерно ужесточают требования, предъявляемые к надежности объектов, так как допустимые значения функционалов в этом случае задаются из условия действия самых неблагоприятных возмущений в самых неблагоприятных комбинациях. Кроме того, аппаратура контроля, производящая оценку готовности по простейшим критериям, не позволяет накапливать информацию для прогнозирования отказов в системах объекта, а также не выдает вероятность выполнения задачи данным объектом, которая характеризует эффективность его применения и которой интересуются вышестоящие инстанции для определения эффективности действия группы объектов.

Для осуществления возможности оценки готовности объекта с учетом прогнозируемого состояния необходимо при разработке систем управления получить все необходимые весовые коэффициенты с учетом характеристик всевозможных возмущений, которые учитываются в процессе прогнозирования.

5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ КОНТРОЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ И СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ

Частота контроля систем управления объектом и систем контроля определяется необходимостью применения объекта, а также готовностью объекта к применению. Основное назначение контроля состоит в том, чтобы либо подготовить объект к применению, либо содержать его в безотказном состоянии, т. е. в таком состоянии, в котором он в любой момент времени в заданном интервале с заданной вероятностью и с определенным качеством выполнит поставленную перед ним задачу.

Контроль объекта можно условно разделить на:

- регламентный контроль;
- контроль при ремонте;
- непосредственный контроль объекта перед пуском;
- контроль в процессе работы

В настоящем параграфе рассмотрим вопрос об оптимизации процесса контроля с точки зрения выбора оптимального значения частоты проведения регламентного контроля. При этом будем полагать, что частота прове-

дения регламентного контроля с системами управления объектом совпадает с частотой проведения регламентных работ с системами контроля. Методика выбора частоты проведения регламентного контроля может быть распространена на другие виды контроля.

При выборе частоты проведения регламентного контроля необходимо учитывать следующие основные факторы:

- время готовности объекта после выполнения регламентного контроля;
- возможность восстановления готовности объекта при непосредственном контроле перед пуском и в процессе работы;
- интенсивность отказов объекта в рабочем и нерабочем состоянии, а также при его включении и выключении;
- стоимость системы контроля и технического обслуживания;
- ресурс работы систем управления объектом;
- последствия пуска объекта в неисправном состоянии;
- периоды работы объекта (начальный, нормальный, старения или усталости);
- условия работы объекта, различные виды хранения и т. п.

Предположим, что основной объем работ, а также все проверки выполняются в процессе проведения регламентных работ. При этом естественным является требование, чтобы объект обладал заданной готовностью перед началом проведения регламентного контроля.

Если под готовностью понимать вероятность выполнения объектом с определенными качественными показателями поставленной перед ним задачи, то перед проведением регламентного контроля

$$P(X, X', t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) \geq P_d(X, X', t, \tau_{\text{он}}), \quad (5.3.1)$$

где $P(X, X', t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}})$ — вероятность выполнения объектом задачи в момент начала регламента $t_{\text{нр}}$ до момента окончания выполнения объектом задачи $\tau_{\text{ор}}$; $P_d(X, X', t, \tau_{\text{он}})$ — заданная вероятность выполнения объектом задачи в момент времени $\tau_{\text{он}}$.

Подставляя в неравенство (5.3.1) выражения вероятности выполнения объектом задачи, получим

$$P(X, X', t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) P_{\text{СКУ}}(t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) \prod_{\nu=1}^m \prod_{\mu=1}^k P_{\text{вз}}(X'_{\nu\mu}, t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) \tau_{\text{ор}} \prod_{\nu=1}^m \prod_{\mu=1}^k P_{\text{но}}(X'_{\nu\mu}, t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) = P_d(X, X', t, \tau_{\text{он}}). \quad (5.3.2)$$

Решая уравнение (5.3.2) относительно $t_{\text{нр}}$, найдем время начала проведения регламентного контроля.

Решение задачи значительно упрощается, если заранее известны вероятности

$$P_{\text{СКУ}}(t_{\text{нр}}, \tau), \quad P_{\text{вз}}(X'_{\nu\mu}, t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}), \quad P_{\text{но}}(X'_{\nu\mu}, t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}),$$

а также, если учесть, что общая вероятность P будет меньше самой ненадежной системы, входящей либо в объект, либо в систему контроля.

С учетом последнего величину $t_{\text{нр}}$ приближенно можно найти из уравнения

$$P(X'_{\nu\mu}, t_{\text{нр}}, \tau_{\text{ор}}) = P_d(X'_{\nu\mu}, t, \tau_{\text{он}}). \quad (5.3.3)$$

Частота проверок определяется по известному соотношению

$$F_p = \frac{1}{t_{\text{нр}}}. \quad (5.3.4)$$

Частоту регламентного контроля с учетом стоимости его выполнения можно определить из уравнения стоимости регламентных работ [19]

$$t_{\text{нрс}} = \left[\frac{2T}{c_{\text{н}}} \left(\frac{c_{\text{п}}(F_p)}{m} + T_c \bar{c}_p + T_{\text{н}} \bar{c}_p \right) \right]^{1/2}, \quad (5.3.5)$$

где $t_{\text{нр}}$ — среднее время между отказами в нерабочем состоянии (сутки); T_c — полезный срок службы подготавливаемой системы (сутки); t_p — время, требуемое на ремонт и замену (сутки); $c_{\text{н}}$ — стоимость потерь, которые могут иметь место в результате неизвестного отказа (рубли); $c_{\text{ро}}(F_p)$ — стоимость регламентного оборудования, изменяющаяся в зависимости от частоты регламентного контроля (рубли); c_p — стоимость замены и ремонта

та вышедшей из строя системы (рубль); \bar{p} — вероятность отказа, вызванного при регламентном контроле системы; m — число систем, с которыми проводится регламентный контроль.

Частота регламентного контроля с учетом стоимости его выполнения определяется из выражения

$$F_{p.c} = \frac{1}{t_{np.c}}. \quad (5.3.6)$$

Выбранная частота проведения регламентного контроля с учетом вероятности выполнения объектом задачи, а также с учетом стоимости работ может оказаться не оптимальной.

Для выбора оптимальной частоты выполнения регламентного контроля необходимо воспользоваться обобщенным функционально-статистическим критерием оценки эффективности

$$\mathcal{Q}(t_{п}, \tau) = \frac{K_I(t_{п}, \tau)}{K_{I_0}(t_{п}, \tau)}. \quad (5.3.7)$$

Выбор оптимальной частоты регламентного контроля по обобщенному критерию можно провести по следующему алгоритму:

1. Критерий представляется функцией линейных форм.

2. Определяются области изменения переменных:

$$\begin{aligned} P_0(t_{п}, \tau) &\geq P_{0\text{зад}}(t_{п}, \tau), \\ P(t_{п}, \tau) &\geq P_{\text{зад}}(t_{п}, \tau), \\ \Delta W_T &\leq \Delta W_{T\text{доп}}, \\ \Delta W_W &\leq \Delta W_{W\text{доп}}, \\ \Delta W_G &\leq \Delta W_{G\text{доп}}, \\ \Delta W_v &\leq \Delta W_{v\text{доп}}. \end{aligned} \quad (5.3.8)$$

3. По методике, описанной в § 5.1, определяется

$$\mathcal{Q}(t_{п}, \tau) = \max.$$

4. Из равенства $P_0(t, \tau) = P_{0opt}$, соответствующего максимальному значению $\mathcal{Q}(t_{п}, \tau)$, определяется $t_{пopt}$ и затем частота выполнения регламентного контроля из формулы

$$F_{p.opt} = \frac{1}{t_{пopt}}. \quad (5.3.9)$$

Таким образом, выбор оптимальной частоты выполнения регламентного контроля производится с учетом наиболее важных факторов методом нелинейного программирования.

5.4. ВЫБОР ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА, НАИБОЛЕЕ ПОЛНО ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЕГО СОСТОЯНИЕ И ОБЛАДАЮЩИХ НАИБОЛЬШЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ПРИ КОНТРОЛЕ

При разработке устройств контроля необходимо [20, 21]:

— установить число независимых состояний объекта, которые следует различать при контроле;

— определить независимые параметры, характеризующие состояние объекта;

— определить признаки состояния, установить взаимную связь признаков с параметрами и произвести минимизацию их числа;

— выбрать оптимальный алгоритм контроля;

— оценить эффективность принятого алгоритма контроля;

— выбрать точность измерительных и решающих устройств.

Состояние объекта в процессе контроля определяется путем измерения признаков состояний y_1, \dots, y_m , связанных с параметрами объекта x_1, \dots, x_m , определенными соотношениями

$$\begin{aligned} y_1 &= y_1(t, \tau, x_1, \dots, x_m), \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ y_n &= y_n(t, \tau, x_1, \dots, x_m). \end{aligned} \quad (5.4.1)$$

Состояния объекта можно подразделить на:

— исправное, соответствующее в данный момент всем требованиям, установленным как в отношении его основных параметров, так и второстепенных;

— работоспособное, соответствующее в данный момент времени всем требованиям, установленным в отношении его основных параметров;

— неисправное, не соответствующее хотя бы одному требованию, установленному в отношении его основных параметров.

В дальнейшем изложении вместо первых двух состояний введем одно работоспособное, или безотказное состояние, а под контролем будем понимать все виды работ, включая контроль, поиск неисправностей и восстановление.

Если под выходными параметрами понимать реакции на входные сигналы m систем или блоков, с точностью до неисправности которых осуществляется контроль и поиск неисправностей, то в общем случае число неработоспособных состояний может оказаться большим.

Практически справедливо предположение о выходе из строя одновременно только одного блока или системы. Число неисправных состояний в этом случае равно m .

В тех случаях, когда вероятности отказа отдельных блоков или систем малы, состояния, обусловленные этими отказами, можно не учитывать [20].

Параметры, определяющие состояния объекта, выбираются на основе анализа структурной схемы из m блоков и систем, составленной для оценки эффективности с учетом надежности и качественных показателей.

Состояние каждого i -го блока S_i имеет вероятность p_i , определяемую с учетом интенсивности отказа этого блока (причем $\sum_{i=1}^N p_i = 1$).

В качестве меры априорной неопределенности объекта принимается энтропия, которая изменяется во времени t и может прогнозироваться до момента времени τ_0 :

$$H(S_1, S_2, \dots, S_N, t, \tau) = - \sum_{i=1}^N p_i(t, \tau) \log_2 p_i(t, \tau). \quad (5.4.2)$$

Обозначим через $F_i = F_i(y_1, \dots, y_m, t, \tau)$ множество результатов контроля, которое связано с множеством $y_i = y_i(x_1, \dots, x_m, t, \tau)$.

Составим таблицу соответствия параметров и признаков состояния объекта для дискретных значений времени процесса контроля.

Во всяком объекте, как правило, имеются запрещенные состояния, которые приводят к авариям или катастрофам. И несмотря на то, что вероятность появления таких состояний мала, необходимо выбрать в таблице и

Параметр и признак	Номер состояния							
	1	2	3	4	5	6	7	8
x_1	1	0	1	1	1	1	1	0
x_2	1	1	0	1	1	1	1	0
x_3	1	1	1	0	1	1	1	1
x_4	1	1	1	1	0	0	0	0
x_5	1	1	1	1	1	0	1	1
x_6	1	1	1	1	1	1	0	1
y_1	1	0	1	1	1	1	1	1
y_2	1	0	1	1	1	1	0	1
y_3	1	0	0	0	1	1	1	1
y_4	1	0	0	0	0	0	1	1
y_5	1	0	0	1	0	1	1	1
y_6	1	1	0	0	1	0	0	0
y_7	0	1	1	0	0	0	1	1
y_8	1	1	1	1	0	0	0	0
y_9	0	0	0	1	0	1	0	0

исключить из рассмотрения признаки этих состояний, заранее отбирая их для контроля. Кроме того, иногда оказывается возможным на основе простых суждений исключить из рассмотрения невозможные состояния объекта и признаки этих состояний. Все это приводит к упрощению процедуры дальнейшего отбора признаков состояния.

Минимизацию оставшегося числа признаков состояния можно произвести по вероятностному методу [20], или информационному методу [21, 22].

Произведем минимизацию числа признаков состояния информационным методом [21]. Для того чтобы найти в каком i -м состоянии находится объект, необходимо определить N признаков y_1, \dots, y_n . Количество информации, получаемое при измерении k -го признака:

$$I(y_k, t, \tau) = H(S, t, \tau) - H(S|y_k, t, \tau), \quad (5.4.3)$$

где

$$H(S|y_k, t, \tau) = \sum_{j=0}^1 p(y_k = j) H_{y_k = j}(S, t, \tau) \quad (5.4.4)$$

— средняя условная энтропия состояния объекта при условии определения признака y_k :

$$H_{y_k=j}(S, t, \tau) = - \sum_{i=1}^N p(S_i/y_k=j) \log_2 p(S_i/y_k=j) \quad (5.4.5)$$

— средняя условная энтропия i -го состояния объекта при условии определения y_k .

Подставляя в формулу (5.4.3) значения второго члена (5.4.4), с учетом (5.4.5) окончательно получим

$$I(y_k, t, \tau) = H(S, t, \tau) + \sum_{j=0}^1 p(y_k=j) \sum_{i=1}^N p(S_i/y_k=j) \times \log_2 p(S_i/y_k=j). \quad (5.4.6)$$

Выбор признаков состояния должен начинаться с признака, несущего максимальное количество информации:

$$I(y_k, t, \tau) = H(S, t, \tau) - H(S/y_k, t, \tau) = \max. \quad (5.4.7)$$

Следующий признак выбирается на основании этого же критерия, но исходя из состояния объекта, характеризующего энтропией:

$$H(S/y_k, t, \tau).$$

Выбор признаков состояния продолжается до тех пор, пока полное количество информации, которое содержит множество отобранных признаков $F_i(y_1, y_2, \dots, y_n)$ относительно объекта, не станет равным энтропии объекта, т. е.

$$I(F, S, t, \tau) = H(S, t, \tau). \quad (5.4.8)$$

При этом состояние объекта определяется однозначно по отобранным признакам.

При минимизации признаков состояния объекта по обобщенному функционально-статистическому критерию вначале выбирают признак, имеющий наибольшую эффективность, затем из оставшихся снова выбирают признак с наибольшей эффективностью и т. д.

Обычно выходные параметры (признаки), характеризующие состояние объекта, выбирают разработчики си-

стем управления объектом, поэтому еще на стадии проектирования систем управления необходимо производить минимизацию признаков по обобщенному статистическому критерию.

Кроме этого критерия, минимизацию признаков также можно выполнять по любому из частных критериев, описанных в гл. 4.

5.5. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА КОНТРОЛЯ ОБЪЕКТА

Для упрощения статистической оптимизации процесс контроля условно разобьем на процессы первичной и вторичной обработки информации [23].

Первичная обработка информации предназначена для:

- замещения неопределенности каждой конкретной системы объекта информацией по определенному алгоритму;

- преобразования непрерывной информации в дискретную форму, а также для предварительного отбора и накопления информации.

Вторичная обработка информации предназначена для:

- оптимизации регламентирования всего процесса контроля и пуска объекта;

- регистрации отклонений выходных параметров, выбора оптимального алгоритма и выработки управляющего сигнала подстройки неисправного устройства;

- периодической регистрации выходных параметров и прогнозирования отказов блоков и систем;

- оценки готовности объекта в целом и его отдельных систем управления, в частности по принятому критерию оценки готовности;

- выбора характера сопряжения с другими машинами и устройствами;

- отбраковки и принятия решения о включении резервных систем управления;

- выбора блокировки, аварийной защиты оборудования, а также регистрации нарушения регламента времени.

На основе такого деления оптимизацию процесса контроля можно также разделить на оптимизацию процесса первичной обработки информации и оптимиза-

цию процесса вторичной обработки информации. Рассмотрим общий случай, относящийся к оптимизации как того, так и другого процесса.

Критерии оптимизации алгоритма поиска неисправностей: «время — вероятность», «половинного разбиения», комбинированный метод, а также оптимизации алгоритма контроля и поиска неисправностей, основанные только на применении теории информации [24], являются неполными и могут быть применены только в частных случаях.

Выбор оптимального алгоритма контроля объекта произведем на основе обобщенного статистического критерия оптимизации

$$\mathcal{E}(x_1, t, \tau) = \frac{K_I^*(x_1, t, \tau)}{K_{I_0}(x_1, t, \tau)}, \quad (5.5.1)$$

где

$$K_I(x_1, t, \tau) = \frac{I_{max}(x_1, t, \tau)}{C(x_1, t, \tau)} \quad (5.5.2)$$

— реальная эффективность алгоритма контроля;

$$K_{I_0}(x_1, t, \tau) = \frac{I_{max\ max}(x_1, t, \tau)}{C_{min}(x_1, t, \tau)} \quad (5.5.3)$$

— идеализированная эффективность алгоритма подготовки при максимальной его неопределенности и минимальной стоимости устройства контроля.

При оптимизации алгоритма контроля по критерию (5.5.1) будем считать оптимальным такой алгоритм, который обладает наибольшей эффективностью. Рассмотрим методику определения числителей и знаменателей выражений (5.5.2), (5.5.3) при оптимизации алгоритма.

При составлении алгоритма оптимального процесса контроля необходимо различать два специфических вида работ, а следовательно, и два специфических алгоритма их выполнения [24]:

— алгоритм собственно контроля, предназначенный для установления факта готовности объекта в целом или одной из его систем управления,

— алгоритм поиска причины неисправности или неготовности в случае ее установления.

Для выбора оптимального алгоритма контроля предположим, что известна вероятность исправной работы объекта *) $P_0(x, t, \tau)$, состоящего из m систем, и его неисправность $1 - P_0(x, t, \tau)$; кроме того, известно, что в объекте может отказать только одна k -я из m систем с вероятностью $\bar{P}_k(t, \tau)$; $\left(\sum_{i=1}^m \bar{p}_i(t, \tau) = 1 \right)$.

Энтропия объекта до начала контроля

$$H_0(x, t, \tau) = - \left\{ P_0(x, t, \tau) \log_2 P_0(x, t, \tau) + [1 - P_0(x, t, \tau)] \log_2 [1 - P_0(x, t, \tau)] + [1 - P_0(x, t, \tau)] \sum_{i=1}^m \bar{p}_i(t, \tau) \log_2 \bar{p}_i(t, \tau) \right\}. \quad (5.5.4)$$

Предположим, что в первый опыт a контролировалось n систем. Тогда энтропия объекта после первого опыта:

$$H(x, t, \tau, a) = H_0(x, t, \tau) - \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) [1 - P_0(x, t, \tau)] \right\} \times \log_2 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) [1 - P_0(x, t, \tau)] \right\} + \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) [1 - P_0(x, t, \tau)] \log_2 [1 - P_0(x, t, \tau)] \times \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau). \quad (5.5.5)$$

*) Под объектом можно также понимать одну из систем управления, состоящую из m блоков, комплексе систем, проверяемых за одну операцию или в один этап контроля.

Количество информации, получаемой за опыт:

$$I(x, t, \tau, a) = - \left\{ \left[1 - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) (1 - P_0(x, t, \tau)) \right] \times \right. \\ \left. \times \log_2 \left[1 - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) (1 - P_0(x, t, \tau)) \right] + \right. \\ \left. + \left[\sum_{i=1}^n \bar{p}_i(t, \tau) (1 - P_0(x, t, \tau)) \right] \log_2 \left[\sum_{i=1}^n \bar{p}_i (1 - P_0(x, t, \tau)) \right] \right\}. \quad (5.5.6)$$

Количество информации $I(x, t, \tau, a)$ будет максимальным при $\sum_{i=1}^n \bar{p}_i = \frac{1}{2 [1 - P_0(x, t, \tau)]}$, т. е., как это видно из рис. 5.5.1, при $n = m$.

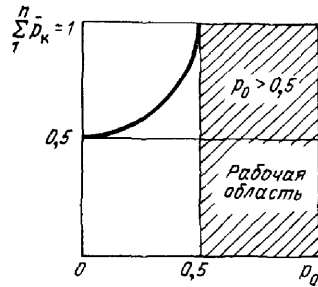


Рис. 5.5.1.

Максимальное количество информации, получаемое по оптимальному алгоритму контроля и стоящее в числителе выражения (5.5.2),

$$I_{max}(x, t, \tau) = H_0(x, t, \tau). \quad (5.5.7)$$

Таким образом, алгоритм процесса контроля объекта будет оптимальным, если одновременно контролируется весь объект. Если объект находится в состоянии максимальной неопределенности, т. е. $P(x, t, \tau) = 0,5$, тогда получим количество информации $I_{max}(x, t, \tau)$, входящее в формулу (5.4.3).

Для обоснования оптимального алгоритма поиска неисправности предположим, что в объекте отказала с вероятностью $\bar{p}_h(t, \tau)$ одна из m систем.

Энтропия объекта при отказе одной из m систем

$$H(x, t, \tau) = - \sum_{i=1}^m \bar{p}_i(t, \tau) \log_2 \bar{p}_i(t, \tau). \quad (5.5.8)$$

Условная энтропия объекта после осуществления опыта поиска a_1 :

$$H(x_1, x_2, a_1, t, \tau) = - \{ (\bar{p}_1 + \bar{p}_2) \left[\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} \times \right. \\ \left. \times \log_2 \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} + \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} \log_2 \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1 + \bar{p}_2} \right] + \\ \left. + [1 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)] \sum_{i=3}^m \frac{\bar{p}_i}{[1 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)]} \times \right. \\ \left. \times \log_2 \frac{\bar{p}_i}{[1 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)]} \right\}. \quad (5.5.9)$$

Количество информации, получаемое за опыт:

$$I(x_1, x_2, a, t, \tau) = - \{ [(\bar{p}_1 + \bar{p}_2) \log_2 (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)] + \\ + [1 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)] \log_2 [1 - (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)] \}. \quad (5.5.10)$$

Максимальное количество информации $I(x_1, \dots, x_n, t, \tau, a)$ — так получим при $\sum_{i=1}^n \bar{p}_i = 1/2$, т. е. если, например,

при равновероятных отказах в первый опыт охватим число систем $n = m/2$. Количество информации $I_{max}(x, t, \tau)$ получается тогда, когда системы обладают максимальной неопределенностью.

Таким образом, максимальное количество информации при каждом опыте можно получить путем выбора оптимального числа одновременно подвергаемых испытанию систем.

Однако максимальная эффективность алгоритмов контроля и поиска достигается не только их максимальной информационно-способностью, но и стоимостью аппаратуры, реализующей алгоритмы:

$$c(t, \tau) = aT + bW + dG + eV, \quad (5.5.11)$$

где $T(t, \tau)$ — время, необходимое для проведения процесса контроля по оптимальному алгоритму с точки зрения получения I_{max} ; $W(t, \tau)$ — стоимость аппаратуры контроля по оптимальному алгоритму с точки зрения получения I_{max} ; $G(t, \tau)$ — вес аппаратуры контроля по оптимальному алгоритму с точки зрения получения I_{max} ; $V(t, \tau)$ — объем аппаратуры контроля по оптимальному алгоритму с точки зрения получения $I_{max}(t, \tau)$; a, b, d, e — весовые коэффициенты, учитывающие роль и значимость различных факторов.

Естественно, что за стоимость $C_{min}(t, \tau)$ можно принять, как и раньше, первоначальную стоимость простейшей, например нерезервированной, аппаратуры, реализующей алгоритм.

5.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ ПО НЕКОТОРЫМ ЧАСТНЫМ КРИТЕРИЯМ

Вероятность выполнения задачи объектом с определенными показателями качества зависит от вероятности выполнения задачи с заданными показателями качества системами объекта и системами пускового оборудования $P_n(x, t, \tau)$, а также системами контроля $P_k(x, t, \tau)$.

Вероятность выполнения задачи с заданными показателями качества системами контроля

$$P_k(t, \tau) = P_{оок}(t, \tau) P_{вок}(t, \tau), \quad (5.6.1)$$

где $P_{вок}(t, \tau)$ — вероятность качественного выполнения вспомогательных операций контроля; $P_{оок}(t, \tau)$ — вероятность качественного выполнения основных операций контроля.

Вероятность (5.6.1) вычисляется по опытным данным процессов контроля конкретных объектов в определенных условиях.

При выполнении вспомогательных операций к отказам прежде всего приводят следующие факторы:

- ошибки в механической сборке, приводящие к нарушению соединений, к обрыву проводов, коротким замыканиям, нарушению электрических соединений, загрязнению контактных соединений;
- плохое закрепление всевозможных элементов;
- нарушения регламента времени и др.

Вероятность отказов, вызываемых вспомогательными операциями может быть по экспериментальным данным оценена по формуле

$$\bar{P}_{во}(t, \tau) = \frac{n_b}{m_b}, \quad (5.6.2)$$

где n_b — число ошибок при выполнении вспомогательных операций; m_b — общее число вспомогательных операций процесса контроля.

Для снижения вероятности отказов при вспомогательных операциях необходимо введение разумной механизации и автоматизации процессов выполнения этих операций, что позволяет исключить субъективные ошибки операторов, которые в основном определяют ненадежность вспомогательных операций.

При выполнении основных операций контроля к отказам могут привести следующие факторы:

- ошибки сравнения измеренной величины с номиналом;
- ошибки в выборе номинала;
- ошибки в отсчете измеренной величины;
- нарушения регламента времени и т. п.

Более подробно рассмотрим вероятность качественно выполнения основных операций.

Вероятность качественного выполнения контрольных операций зависит от метода контроля, скорости проведения контроля, срока службы аппаратуры контроля, продолжительности непрерывной работы оператора или автомата, выполняющего контроль [26]:

$$P_k(t, \tau) = P_k(t, \tau, T_k, T_{pec}, v), \quad (5.6.3)$$

где T_k — время, требующееся для выполнения основных операций; T_{pec} — срок службы контрольного оборудования; $v = \frac{n_o}{T_k}$ — скорость контроля; n_o — число основных операций (объем выборки).

Вероятность ошибки при контроле (рис. 5.6.1):

$$\bar{P}_k(t, \tau) = 1 - P_k(t, \tau, T_k, T_{pec}, v). \quad (5.6.4)$$

Для начального участка кривых характерно скачкообразное увеличение вероятности ошибок контроля, которое объясняется для автоматического контроля пусковым пе-

риодом, для ручного — освоением оператором операций контроля. Основной участок кривых для автоматического контроля представляет горизонтальную прямую, а для ручного вследствие увеличения усталости оператора — возрастающую кривую. На третьем участке, связанном с выработкой срока службы контрольной аппаратуры, наблюдается резкое возрастание ошибок контроля.

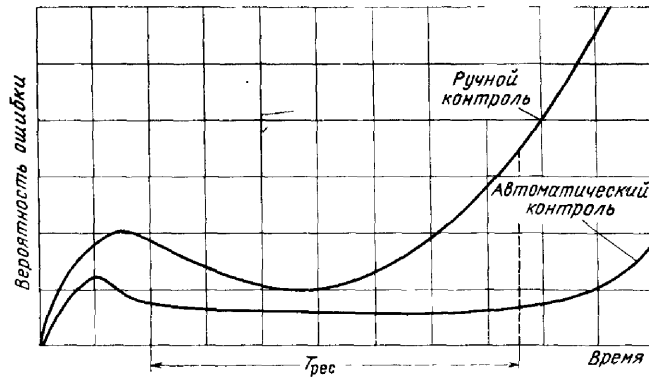


Рис. 5.6.1.

Вероятность ошибки при выполнении определенного объема основных операций

$$\bar{F}_k(t, \tau, n_0) = \int_0^{n_0} f_{ko}(t, \tau, T_k, T_{рес}, v) dn, \quad (5.6.5)$$

где $f_{ko}(t, \tau, T_k, T_{рес}, v)$ — дифференциальный закон распределения вероятностей ошибок основных операций при определенных методах их выполнения.

Для полного объема N основных операций вероятность качественного их выполнения

$$P_k(t, \tau, N) = 1 - \bar{F}_k(t, \tau, N) = 1 - \int_0^N f_{ko}(t, \tau, T_k, T_{рес}, v) dn, \quad (5.6.6)$$

где N — общее число основных операций.

Определим зависимость вероятности качественного выполнения основных операций от их общего числа. Для этого рассмотрим случаи:

а) $\bar{P}_{ка}(t, \tau, v, T_k, N) = \text{const} = \bar{p}_{ка}$ — при автоматическом выполнении основных операций на участке кривой $T_{рес}$;

б) $\bar{P}_{кр}(t, \tau, v, T_k, T_{рес}, N) = bn_0$ — при ручном выполнении основных операций, где b — коэффициент, характеризующий наклон кривой на участке $T_{рес}$, при ручном контроле, который можно определить непосредственно по формуле

$$b = \frac{k}{T_{рес} m_0}, \quad (5.6.7)$$

где k — число ошибок при выполнении основных операций за промежуток времени T_k ; m_0 — общее число ошибок за время $T_{рес}$.

Учитывая формулы (5.6.6), (5.6.7), можно получить вероятность качественного выполнения основных операций:

— для случая а)

$$P_{ка}(t, \tau, v, T_k, N) = 1 - \bar{P}_{ка}(t, \tau, v, T_k, N); \quad (5.6.8)$$

— для случая б)

$$P_{кр}(t, \tau, v, T_k, T_{рес}, N) = 1 - b(t, \tau) N. \quad (5.6.9)$$

Таким образом, вероятность качественного выполнения основных операций зависит от вероятности качественного выполнения операции аппаратурой, реализующей данный метод выполнения операции, и не может быть выше ее, а также от вероятности качественного выполнения операций оператором. С увеличением числа основных операций уменьшается вероятность их качественного выполнения.

Введение полной автоматизации основных операций в значительной мере уменьшит указанные ошибки.

Естественно, что оптимизацию процесса контроля с этой точки зрения можно провести на основе обобщенного статистического критерия, описанного ранее. Однако, кроме того, оптимизацию процесса контроля можно также провести по критериям:

— технического совершенства процесса контроля

$$K_{\text{тспк}}(t, \tau) = \frac{m_{\text{осн}}(t, \tau)}{m_{\text{осн}}(t, \tau) + m_{\text{всп}}(t, \tau)}, \quad (5.6.10)$$

где $m_{\text{осн}}(t, \tau)$ — математическое ожидание суммарного времени, затрачиваемого на основные операции контроля одного объекта; $m_{\text{всп}}(t, \tau)$ — математическое ожидание суммарного времени, затрачиваемого на вспомогательные операции контроля одного объекта;

— эксплуатационно-технического совершенства процесса контроля

$$K_{\text{этспк}}(t, \tau) = \frac{m_{\text{с осн}}(t, \tau)}{m_{\text{с осн}}(t, \tau) + m_{\text{с вст}}(t, \tau)}, \quad (5.6.11)$$

где $m_{\text{с осн}}(t, \tau)$ — математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение основных операций контроля; $m_{\text{с вст}}(t, \tau)$ — математическое ожидание суммарной стоимости затрат на выполнение вспомогательных операций контроля;

— приспособленности процесса выполнять операции контроля

$$\mu_{\text{пк}}(t, \tau) = \frac{m_{N_{\Gamma I}}(t, \tau)}{n_{\text{пл}} \Delta t_i}, \quad (5.6.12)$$

где $m_{N_{\Gamma I}}(t, \tau)$ — математическое ожидание числа выполненных операций контроля за интервал времени Δt_i ; $n_{\text{пл}}(t, \tau)$ — математическое ожидание числа операций, ожидающих выполнения в течение времени Δt_i ;

— информационного совершенства процесса контроля

$$E_{\text{пк I}}(t, \tau) = \frac{m_{\text{пк I}}(t, \tau)}{m_{\text{по}}(t, \tau)}, \quad (5.6.13)$$

где $m_{\text{пк I}}(t, \tau)$ — математическое ожидание среднего количества информации, получаемое в операции контроля; $m_{\text{по}}(t, \tau)$ — математическое ожидание энтропии объекта до начала контроля;

— информационной приспособленности или интенсивности выполнять операции контроля

$$\mu_{\text{пк I}}(t, \tau) = \frac{m_{I \Delta t_i}(t, \tau)}{m_{\text{пл}}(t, \tau) \Delta t_i}, \quad (5.6.14)$$

где $m_{I \Delta t_i}(t, \tau)$ — математическое ожидание среднего количества информации, получаемого в интервал времени Δt_i при выполнении операций контроля; $m_{\text{пл}}(t, \tau)$ — математическое

ожидание энтропии, которая «ожидает» в течение времени Δt_i перевода в информацию.

Кроме описанных в этом параграфе критериев оптимизацию процесса контроля можно провести также по критериям оценки эффективности АСКУ, описанным в § 1.6, однако более подробно рассмотрение этих критериев проведем при оптимизации процесса контроля нескольких объектов.

Выбор того или иного критерия оптимизации или группы критериев производится на основе анализа задач, решаемых объектом, и методов их решения.

5.7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА КОНТРОЛЯ ОТДЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И БЛОКОВ, ВХОДЯЩИХ В ЭТИ СИСТЕМЫ, С УЧЕТОМ ОШИБОК ПРИ КОНТРОЛЕ

Как было показано, эффективность процесса контроля систем объекта функционально зависит от следующих переменных:

— надежности элементов, из которых выполнены системы объекта $P_0(t, \tau)$;

— надежности элементов системы контроля в момент начала контроля $P_k(t, \tau)$;

— интенсивности контроля μ ;

— стоимости аппаратуры C ;

— производительности Q и т. п.

Следовательно,

$$\mathcal{E}_{\text{пк}}(t, \tau) = F(P_0, P_k, \mu, C, Q). \quad (5.7.1)$$

Для нахождения оптимального процесса контроля необходимо найти оптимум функции (5.7.1). Метод нахождения оптимума таких функций был изложен в гл. 4. В этом параграфе дадим несколько иную трактовку ошибок при контроле. Предположим, что необходимо проконтролировать общее число элементов (блоков) $N_{\text{общ}}$. В этом случае

$$N_{\text{общ}} = N_{\Gamma} + N_{\text{н/г}} + N_{\text{н/н}} + N_{\text{г/н}}, \quad (5.7.2)$$

где N_r — количество готовых блоков, принятых как готовых; $N_{n/r}$ — количество неготовых блоков, принятых как готовых; $N_{r/n}$ — количество неготовых блоков, принятых как неготовых; $N_{r/n}$ — количество готовых блоков, принятых как неготовых.

Вероятность того, что подготовленный блок окажется готовым:

$$P_{br}(t, \tau) = \frac{N_r}{N_r + N_{n/r}}. \quad (5.7.3)$$

Однако

$$N_r(t, \tau) = N_{общ} P_o(t, \tau) P_k(t_o, \tau) \quad (5.7.4)$$

и

$$N_{n/r}(t, \tau) = N_{общ} [1 - P_o(t, \tau) P_k(t_o, \tau)]. \quad (5.7.5)$$

Подставляя выражения (5.7.4), (5.7.5) в формулу (5.7.3), получим

$$P_{br}(t, \tau) = \frac{P_o(t, \tau) P_k(t_o, \tau)}{P_o(t, \tau) P_k(t_o, \tau) + [1 + P_o(t, \tau) P_k(t_o, \tau)]}. \quad (5.7.6)$$

Вероятность ошибки при оценке готовности блока

$$\bar{P}_{br}(t, \tau) \approx 1 - P_{br}(t, \tau). \quad (5.7.7)$$

Эта вероятность зависит от ошибок при выполнении операций контроля и может быть определена из формулы

$$\bar{P}_{br}(t, \tau) = 1 - [1 - \bar{P}_n(t, \tau)]^m, \quad (5.7.8)$$

где $\bar{P}_n(t, \tau) = n(t, \tau) / m(t, \tau)$ — средняя вероятность ошибки в операции при выполнении данного числа операций m ; m — число операций, выполняемых при контроле блока; n — математическое ожидание числа операций с ошибками.

С достаточной для практики точностью можно положить

$$\bar{P}_{br}(t, \tau) \approx \bar{P}_n(t, \tau). \quad (5.7.9)$$

Надежность процесса контроля блока в этом случае

$$P_{br}(t, \tau) = 1 - \bar{P}_n(t, \tau). \quad (5.7.10)$$

Систему автоматического управления, состоящую из нескольких блоков, или отдельные блоки можно контролировать двумя способами:

1. Производить контроль каждого блока по операциям и анализировать результаты выполнения каждой операции.

2. Производить контроль каждого блока и анализ результатов по состоянию блока или целиком системы после выполнения всех операций.

Определим эффективность первого способа контроля, воспользовавшись некоторыми положениями, введенными П. П. Месяцевым [26].

Вероятность того, что после выполнения операции a_1 блок окажется негодным:

$$\bar{P}'_{ba_1}(t, \tau) = \bar{P}_{ba_1}(t, \tau) \bar{P}_{bpa_1}(t, \tau), \quad (5.7.11)$$

где $\bar{P}_{ba_1}(t, \tau)$ — вероятность определения негодности блока после выполнения операции контроля a_1 ; $\bar{P}_{bpa_1}(t, \tau)$ — вероятность пропуска негодного блока при контроле после выполнения операции a_1 из-за ошибки системы контроля.

Вероятность того, что блок окажется негодным после выполнения операции a_2 ,

$$\bar{P}'_{ba_2}(t, \tau) = [\bar{P}_{ba_1}(t, \tau) \bar{P}_{bpa_1}(t, \tau) + \bar{P}_{ba_2}(t, \tau)] \bar{P}_{bpa_2}(t, \tau), \quad (5.7.12)$$

где $\bar{P}_{ba_2}(t, \tau)$ — вероятность определения негодности блока после выполнения операции a_2 ; $\bar{P}_{bpa_2}(t, \tau)$ — вероятность пропуска негодного блока при контроле после выполнения операций a_2 из-за ошибки системы контроля.

Вероятность негодности блока при выполнении операций a_3 и a_4 соответственно

$$\bar{P}'_{ba_3}(t, \tau) = \{ [P_{ba_1}(t, \tau) P_{bpa_1}(t, \tau) + \bar{P}_{ba_2}(t, \tau)] P_{bpa_2}(t, \tau) + P_{ba_3}(t, \tau) \} P_{bpa_3}(t, \tau), \quad (5.7.13)$$

$$\bar{P}'_{ba_4}(t, \tau) = \{ [\bar{P}_{ba_1}(t, \tau) \bar{P}_{bpa_1}(t, \tau) + \bar{P}_{ba_2}(t, \tau)] P_{bpa_2}(t, \tau) + P_{ba_3}(t, \tau) \} \bar{P}_{bpa_3}(t, \tau) + \bar{P}_{ba_4}(t, \tau) P_{bpa_4}(t, \tau). \quad (5.7.14)$$

Для второго способа контроля

$$\bar{P}'_{\delta a_4}(t, \tau) = [\bar{P}_{\delta a_1}(t, \tau) + P_{\delta a_2}(t, \tau) + P_{\delta a_3}(t, \tau) + \bar{P}_{\delta a_4}(t, \tau)] \bar{P}_{\delta n}(t, \tau). \quad (5.7.15)$$

Для сравнения эффективности способов контроля по надежности допустим

$$\bar{P}_{\delta n a_1} = \bar{P}_{\delta n a_2} = \bar{P}_{\delta n a_3} = \bar{P}_{\delta n a_4} = \bar{P}_{\delta n}, \\ \bar{P}_{\delta a_1} = \bar{P}_{\delta a_2} = \bar{P}_{\delta a_3} = \bar{P}_{\delta a_4} = \bar{P}_{\delta}.$$

Тогда

$$\bar{P}'_{\delta a_4}(t, \tau) = \bar{P}_{\delta n} \bar{P}_{\delta} (1 + \bar{P}_{\delta} + \bar{P}_{\delta}^2 + \bar{P}_{\delta}^3) \approx \bar{P}_{\delta} \bar{P}_{\delta n} (1 + \bar{P}_{\delta}), \quad (5.7.16)$$

$$\bar{P}'_{\delta a_4}(t, \tau) = \bar{P}_{\delta} P_{\delta n} S, \quad (5.7.17)$$

где S — число видов операций.

Отношение вероятностей негодности блоков

$$\frac{\bar{P}'_{\delta a_4}}{\bar{P}_{\delta a_4}} = \frac{1 + \bar{P}_{\delta}}{S} \approx \frac{1}{S}. \quad (5.7.18)$$

Таким образом, первый способ процесса контроля намного надежнее второго способа.

Однако сравнение способов контроля только по надежности является неполным. Для выяснения эффективности способов контроля сравним их по стоимости.

Общая стоимость n операций

$$c = \sum_{i=1}^n c_i, \quad (5.7.19)$$

где c_i — стоимость i -й операции.

Каждая операция обладает некоторой ненадежностью $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n$.

Для первого способа контроля увеличение стоимости готового блока за счет появления негодных блоков

$$\Delta c^I = \bar{p}_1 c_1 + (c_1 + c_2) \bar{p}_2 + \dots + (c_1 + \dots + c_n) \bar{p}_n. \quad (5.7.20)$$

Для второго способа контроля

$$\Delta c^{II} = (c_1 + \dots + c_n) [1 - (1 - \bar{p}_1) \dots (1 - \bar{p}_n)]. \quad (5.7.21)$$

Для сравнения эффективности с учетом стоимости операций допустим

$$\bar{p}_1 = \bar{p}_2 = \dots = \bar{p}_n = \bar{p} \quad (\bar{p} \ll 1), \\ c_1 = c_2 = \dots = c_n = c.$$

Тогда

$$\Delta c^I = \bar{p} c (1 + 2 + \dots + n) = \frac{n(n+1)}{2} \bar{p} c, \quad (5.7.22)$$

$$\Delta c^{II} = n c [1 - (1 - \bar{p})^n] \approx n^2 \bar{p} c. \quad (5.7.23)$$

Следовательно,

$$\frac{\Delta c^{II}}{\Delta c^I} = \frac{2n}{n+1}. \quad (5.7.24)$$

Таким образом, выбор более надежного процесса контроля приводит к увеличению его стоимости. Этот вывод является тривиальным, он мог быть сделан раньше на основе оценки процесса контроля по обобщенному статистическому критерию эффективности, так как среднее количество информации, получаемое при первом способе контроля, больше среднего количества информации, получаемого при втором способе контроля. Кроме того, очевидно, что при первом способе контроля потребуется сравнительно больше времени на выполнение операций контроля.

5.8. ОЦЕНКА РАЗЛИЧНЫХ СХЕМ ПРОЦЕССОВ КОНТРОЛЯ

Контроль объекта можно вести путем:

— последовательного контроля систем управления объектом, выполняя при этом полный объем операций контроля (рис. 5.8.1);

— параллельного контроля систем управления объектом, совмещая при этом определенные операции контроля (рис. 5.8.2);

— смешанного параллельно-последовательного контроля, совмещая при этом контроль отдельных систем или выполнение операций (рис. 5.8.3).

Последовательный контроль имеет сравнительно низкий темп, увеличивает требования к быстродействию аппаратуры и напряженность труда, а следовательно, при увеличении темпа ведет к снижению вероятности качественного контроля.

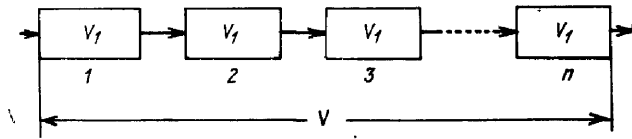


Рис. 5.8.1.

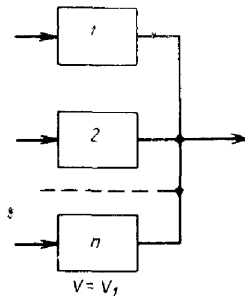


Рис. 5.8.2.

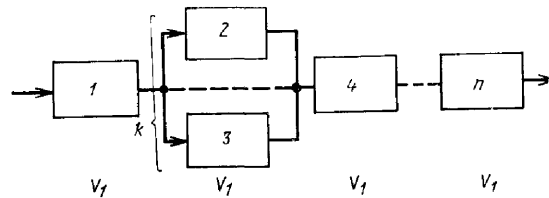


Рис. 5.8.3.

Параллельный контроль позволяет получить максимально возможный темп без снижения вероятности доброкачественного контроля, а также без предъявления жестких требований к быстродействию аппаратуры, однако этот способ требует увеличения объема аппаратуры.

Параллельно-последовательный способ контроля является промежуточным и выбирается на основе компромиссных решений.

Для оценки эффективности этих способов контроля обычно пользуются коэффициентом перекрытия

$$K_{\text{п}}(t, \tau) = \frac{t_c + t_n}{t_{\text{общ}}}, \quad (5.8.1)$$

где t_c — время, затрачиваемое на выполнение совмещенных операций; t_n — время, затрачиваемое на выполнение несовмещенных операций контроля; $t_{\text{общ}}$ — время, затрачиваемое на выполнение операций контроля без совмещения.

Однако этот коэффициент является слишком ограниченной характеристикой эффективности.

Эффективность процессов контроля определяется по формулам [26]:

— для последовательного способа

$$\mathcal{E}^I(t, \tau) = \frac{1}{c} V P^I(t, \tau) = \frac{1}{c} V \prod_{i=1}^n P_i^I(t, \tau), \quad (5.8.2)$$

где V — скорость выполнения операций контроля; $P^I(t, \tau)$ — надежность процесса контроля; c — стоимость унифицированной аппаратуры контроля одной системы, пригодной для контроля всех систем; P_i^I — надежность выполнения i -й операции или контроля i -й системы; n — число систем операций «или»;

— для параллельного способа

$$\mathcal{E}^{II}(t, \tau) = \frac{1}{nc} n V P^{II}(t, \tau) = \frac{1}{c} V \prod_{i=1}^n P_i^{II}(t, \tau). \quad (5.8.3)$$

Эффективность процессов одинакова, так как во сколько раз параллельный процесс быстрее, во столько раз он дороже.

Последовательный и параллельно-последовательный способы контроля могут быть выполнены в двух вариантах:

— когда при обнаружении неполадок в процессе останавливается весь процесс;

— когда при обнаружении неполадок они устраняются и процесс контроля продолжается.

Последний способ может дать некоторое повышение эффективности. Увеличение эффективности любых

собов контроля можно получить при увеличении вероятности качественного контроля, а также введением повортного контроля [26].

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтягин Л. С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, 1963.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. Изд-во иностранной литературы, 1960.
3. Гасс С. Линейное программирование. Физматгиз, 1961.
4. Шаталов А. С. Инженерные методы исследования регулируемых систем, т. 1, т. 2, Изд. ВИА им. Ф. Э. Дзержинского, 1958.
5. Андреев Н. И. Нелинейное программирование в задачах исследования оптимальных систем автоматического управления. ИФАК. Изд-во АН СССР, 1963.
6. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на ЦВМ. Физматгиз, 1961.
7. Бусленко Н. П., Голенко Д. П., Соболев И. М., Срагович В. Г., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло). Физматгиз, 1962.
8. Бусленко Н. П. Решение задачи теории массового обслуживания методом моделирования на ЭЦВМ. «Проблемы передачи информации», № 9, 1961.
9. Коган Б. М., Тер-Микаэлян Т. М. Решение инженерных задач на ЦВМ. Госэнергоиздат, 1964.
10. Коган Б. М. Общие вопросы построения систем автоматизации с управляющими вычислительными машинами. «Электричество», № 11, 1962.
11. Фельдбаум А. А. Вычислительные устройства в автоматических системах. Физматгиз, 1959.
12. Гнедов Г. М., Кудрявцев В. Б. Основы автоматизации систем контроля и управления. Изд. ЛВИА им. А. Ф. Можайского, 1964.
13. Корн Ф. С. Тенденции развития проверочного оборудования сложных систем оружия. Сб. статей под ред. В. А. Боднера. Изд-во иностранной литературы, 1962.
14. Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматических систем контроля и управления. Изд. ХВКИУ, 1966.
15. Дружинин Г. В. Статистическая теория износа и регулирования аппаратуры. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1961, вып. 898.
16. Семенов В. М. К теории экстраполирования случайных процессов. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, т. 1, 1954.
17. Красовский В. С. Прогнозирование состояния объектов автоматического контроля. Сб. статей под ред. И. М. Синдеева, Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.
18. Богданов Ю. В. Применение теории операторов к задачам исследования динамических систем. Изд. ХВКИУ, 1969.
19. Маст Л. Т., Паулсен Ф. Д. Выбор оптимального интервала между проверками систем, находящихся в состоянии статиче-

ской готовности к применению по тревоге. Сб. статей под ред. В. А. Боднера. Изд-во иностранной литературы, 1962.

20. «Применение ЭВМ в диагностике». «Зарубежная радиоэлектроника», № 4, 1960.

21. Синдеев И. М. О выборе параметров, определяющих состояние технического устройства при автоматическом контроле. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1963, вып. 1020.

22. Голдман С. Теория информации. Изд-во иностранной литературы, 1957.

23. Кузьмин И. В. Теоретические основы информационной техники. Изд. ХВКИУ, 1969.

24. Хоун А. Д., Солнц Е. Методы определения эффективной последовательности отыскания неисправностей. Сб. статей под ред. В. А. Боднера. Изд-во иностранной литературы, 1962.

25. Синдеев И. М. Некоторые общие методы автоматического контроля состояния динамических систем. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1962.

26. Месяцев П. П. Надежность производства ЭВМ. Машгиз, 1963.

ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ УСТРОЙСТВ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Для управления сложным объектом могут быть применены динамические и нединамические системы автоматического управления (САУ) различных классов. К этим системам в первую очередь следует отнести линейные, непрерывные и дискретные, стационарные и нестационарные системы. Контроль объекта предназначен для того, чтобы свести неопределенность состояния указанных систем до такого уровня, при котором они выполняют задачи по управлению объектом с заданными качественными показателями.

Наличие неопределенности в состоянии всевозможных систем управления объектом и процессом контроля делает их потенциальными источниками информации в процессе подготовки. Эту информацию получают устройства первичной обработки информации, которые после предварительного преобразования, накопления, селекции и отсеивания передают ее устройствам вторичной обработки информации.

При статистическом синтезе УПОИ прежде всего выбирается оптимальный метод (алгоритм) контроля САУ, который в значительной степени зависит от класса систем. Предположим, что имеется вектор-оператор системы $A_0(t, \tau, q_{10}, \dots, q_{n0})$ с номинальными первичными параметрами q_{10}, \dots, q_{n0} . Задача состоит в том, чтобы определить оптимальный входной сигнал и оптимальный метод обработки реакции системы, которые позволили бы с наибольшей достоверностью судить об отклонении вектора-оператора и первичных параметров от номинального значения, а также произвести оценку готовности системы по принятому критерию.

Эту задачу можно решать методом *полного синтеза*, когда на основе априорных функционально-статистических сведений о первичных параметрах и векторах операторов находится оптимальный алгоритм работы УПОИ и основные параметры одного из устройств реализации. Кроме того, эту задачу можно решать методом *частичного синтеза*, когда выбирается один из известных алгоритмов работы УПОИ и производится оптимизация основных его параметров. При синтезе УПОИ по этому методу алгоритм работы может не совпадать с оптимальным, однако он, как правило, выбирается на основе большого эксплуатационного опыта и легко реализуется на практике. Кроме того, частичный синтез можно выполнять совместно со сравнительным информационным анализом различных алгоритмов контроля систем [1—5], который позволит выбрать близкий к оптимальному алгоритм контроля.

Таблица 6.0.1

№ п/п	Входной сигнал на систему	Анализатор реакции системы	Примечание
1	Белый шум (оптимальный)	Спектроанализатор или коррелятор с дополнительным устройством обработки	[6, 7]
2	Одиночный короткий импульс или серия импульсов (близкий к оптимальному)	Спектроанализатор, коррелятор или анализатор импульсов	[23]
3	Единичный скачок (близкий к оптимальному)	Спектроанализатор, коррелятор или анализатор переходного процесса	[8]
4	Линейно изменяющийся сигнал	То же	
5	Гармоническое колебание	Коррелятор или анализатор гармоник	[9]
6	Стационарный случайный процесс	Коррелятор и ортогональные фильтры с множительным устройством	

В табл. 6.0.1 перечислены наиболее распространенные методы контроля линейных и нелинейных стационарных и нестационарных, непрерывных и дискретных динамических САУ.

В методах 2, 3, 4 используются детерминированные входные сигналы, однако вследствие всевозможных возмущений и случайных уходов параметров систем анализ и синтез алгоритмов УПОИ в этих случаях должен выполняться с использованием статистической теории.

После выбора близкого к оптимальному алгоритма контроля САУ необходимо произвести оптимизацию параметров УПОИ. Для упрощения решения задач анализа и синтеза УПОИ все объекты контроля условно разделим на три группы [10]:

— объекты, входной сигнал и выходной сигнал (реакция) которых связаны функциональной зависимостью

$$X_{\text{вых}}(t, \tau) = \varphi(t, \tau, z_{\text{вх}}, q_1, \dots, q_n); \quad (6.0.1)$$

— объекты, взаимосвязь входного сигнала и реакции которых определяются функционалом

$$X_{\text{вых}}(t) = \int_0^t \varphi(t, \tau, z_{\text{вх}}, q_1, \dots, q_n) d\tau; \quad (6.0.2)$$

— объекты, взаимосвязь входного сигнала и реакции которых определяются оператором

$$X_{\text{вых}}(t) = A(t, \tau, q_1, \dots, q_n) z(t, \tau). \quad (6.0.3)$$

В последнюю группу объектов входят: линейные, импульсные, нелинейные и дискретные стационарные и нестационарные САУ.

Объекты, взаимосвязь входного сигнала и реакции которых определяется функциональной зависимостью и функционалом, можно рассматривать как простейшие частные случаи объектов, статистические и динамические свойства которых характеризуются операторами. Поэтому при анализе и синтезе УПОИ эти группы объектов специально не рассматриваются. Кроме того, на практике чаще всего встречаются нелинейные непрерывные САУ. Поэтому при анализе и синтезе УПОИ главное внимание уделяется этому классу систем. Для остальных классов систем указываются только некоторые особенности анализа и синтеза УПОИ

В настоящей главе рассматриваются некоторые общие положения анализа и синтеза УПОИ, описывается

одна из возможных функциональных схем этого устройства, а также на основании классификации объектов уточняются задачи на исследование.

В основу анализа работы УПОИ положен обобщенный информационно-статистический критерий, обоснованный в работах [1, 2, 5, 6].

6.1. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА УПОИ

Для более четкой формулировки задач, решаемых при анализе и синтезе УПОИ, рассмотрим одну из возможных условных функциональных схем этого устройства (рис. 6.1.1).

Состояние объекта в процессе контроля определяется путем измерения выходных координат или контролируе-

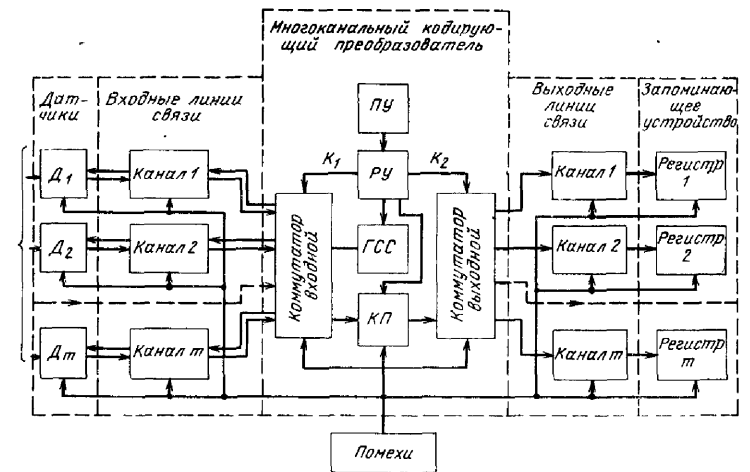


Рис. 6.1.1.

мых параметрах с помощью датчиков (Д). Датчики преобразуют непрерывно изменяющиеся сообщения различной физической природы в ток или напряжение, которое поступает на многоканальный кодирующий преобразователь (МКП) напряжение — код [11]. МКП может включать в себя программное устройство (ПУ), распределительное устройство (РУ), генератор стандартных

сигналов (ГСС), кодирующий преобразователь (КП). Входной (K_1) и выходной (K_2) коммутаторы.

Принцип действия подобного УПОИ сводится к следующему. В зависимости от задач, решаемых при контроле и управлении объектом, программное устройство определяет режим работы датчиков. Распределительное устройство обеспечивает синхронную работу коммутаторов, генератора стандартных сигналов и кодирующего преобразователя, обеспечивая при этом подачу через линии связи на соответствующие датчики стандартных сигналов, принятие и подачу на кодирующий преобразователь ответных сигналов датчиков, а также выдачу закодированной информации через выходной коммутатор на выходные линии связи и далее на соответствующий регистр запоминающего устройства. В зависимости от сложности объекта некоторые устройства УПОИ могут быть объединены между собой или соответствующими устройствами УВОИ, однако функциональное назначение отдельных процессов управления и преобразования информации в основном сохраняется независимо от сложности объекта.

Основными, наиболее общими вопросами, которые необходимо решать при анализе и синтезе УПОИ, являются:

- выбор оптимальных алгоритмов контроля и управления отдельными устройствами и системами управления объектом;
- выбор оптимальных принципов преобразования и кодирования информации;
- выбор оптимальных параметров УПОИ, реализующего оптимальный алгоритм контроля соответствующих систем управления.

Все эти задачи необходимо решать с учетом действия на различные цепи УПОИ флуктуационных и интерференционных помех, которые приводят к тому, что информация передается не чистым сигналом, а смесью сигнала с шумом. В результате этого выходные кодовые эквиваленты лишь с определенной вероятностью соответствуют сообщениям на входе.

При анализе и синтезе УПОИ необходимо также учитывать надежность и эффективность отдельных блоков, т. е. учитывать вероятностные характеристики всей совокупности источников и преобразователей информации на

объекте подготовки и в УПОИ, так как они определяют статистическую структуру сигналов и принципы построения УПОИ.

Таким образом, анализ и синтез УПОИ необходимо выполнять на основе теории, позволяющей определить не только обобщенные выходные координаты, точности работы различных устройств, полосы частот, диапазон изменения и время действия сигналов, отношения сигналов и помех, но и учитывать вероятностное распределение кодируемых сигналов. В качестве теоретической основы анализа и синтеза УПОИ можно использовать теорию информации и математическую статистику.

Сущность анализа и синтеза УПОИ с использованием этих теорий заключается в следующем [1, 11]:

— основной характеристикой состояния САУ выбирается ее энтропия, которая определяется в виде энтропии выходного параметра — реакции системы на входной неслучайный или случайный сигнал; реакция системы является входным сигналом на УПОИ; затем определяется оптимальный алгоритм работы, энтропия и пропускная способность всех датчиков;

— на основе энтропии и пропускной способности датчиков выбирается принцип работы МКП; с учетом технических характеристик МКП определяется энтропия и пропускная способность преобразователя, которые должны быть не меньше энтропии и пропускной способности датчиков;

— на основании выражений для энтропии и пропускной способности УПОИ в соответствии с принципом кодирования канальных сигналов определяются требования к элементам и узлам в отношении точности, полосы частот, диапазона изменения сигналов и т. п.

Решение этих задач позволит оценить: какое оптимальное количество информации должно быть переработано УПОИ, какова информационная емкость оперативной памяти ЗУ АСКУ, какова пропускная способность (быстродействие) АСКУ и ее частей, т. е. позволит выполнить синтез УПОИ.

6.2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ САУ

Методы контроля нелинейных САУ, включающие контроль и настройку этих систем, пока еще недостаточно разработаны. Однако если под контролем и настройкой понимать инструментальное исследование отдельных характеристик систем, то, основываясь на методах теоретического исследования нелинейных систем, можно указать на следующие основные методы контроля статистических и динамических характеристик [6]:

- метод измерения характеристик каждого элементарного звена нелинейной САУ;
- метод определения фазового портрета нелинейной САУ;

— частотный метод контроля нелинейных САУ при детерминированном входном сигнале;

— временной метод контроля нелинейных САУ при детерминированном и случайном входном сигнале.

Наиболее интересными следует считать три последних метода.

При любом методе контроля нелинейной САУ на ее вход необходимо подавать либо определенное количество k входных сигналов с различными параметрами и в соответствии с этими сигналами измерять реакции системы, либо случайный сигнал и анализировать реакцию системы на этот сигнал. При этом каждая из k -й реакции определяется вполне определенным входным сигналом, подающимся на систему в определенной последовательности.

В связи с этим любая многомерная нелинейная система распадается на независимые одномерные нелинейные системы.

Под одномерной нелинейной САУ понимается [12] комплекс некоторого произвольного конечного числа звеньев, в котором динамика большинства звеньев описывается линейными уравнениями, а одного или нескольких — нелинейными уравнениями

Разделение сложной нелинейной системы соответствующими структурными преобразованиями на линейные и нелинейные безынерционные звенья позволяет большинство систем сводить к одноконтурным, упростить составление уравнений систем, а также анализ динамических и информационных свойств. На практике встречаются нелинейные САУ как с одной, так и многими нелинейностями. Для более наглядной иллюстрации метода анализа и синтеза УПОИ возьмем в качестве объекта контроля одноконтурную непрерывную нелинейную систему с одной нелинейностью (рис. 6.2.1). К структурной схеме, показанной на рис. 6.2.1, можно привести любую сложную схему, включающую одну нелинейность.

Уравнения отдельных элементов этой схемы можно записать в виде

$$\begin{aligned} y(t, \tau) &= F[\theta(t, \tau), q_{n1}, \dots, q_{ni}], \\ x(t, \tau) &= W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)})y(t, \tau), \\ \theta(t, \tau) &= z(t, \tau) - x(t, \tau), \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

где $F[\theta(t, \tau), q_{n1}, \dots, q_{ni}]$ — статическая характеристика безынерционного нелинейного элемента; q_{n1}, \dots, q_{ni} — первичные параметры нелинейного элемента; $W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)})$ — передаточная функция линейной части САУ; $q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)}$ — первичные параметры линейной части САУ.

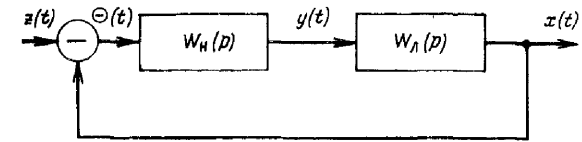


Рис. 6.2.1.

Исключив промежуточные элементы, получим уравнение нелинейной САУ

$$W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)})F[z(t, \tau) - x(t, \tau)] - x(t, \tau), \quad (6.2.2)$$

или с учетом нечетности функции

$$W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)})F[x(t, \tau) - z(t, \tau)] + x(t, \tau). \quad (6.2.3)$$

При описании САУ совместно с управляемым объектом вид уравнений не изменится.

При исследовании нелинейных САУ обычно различают следующие виды систем:

— системы, нелинейные элементы которых в рабочем диапазоне изменения входных сигналов можно линеаризовать;

— системы с существенно нелинейными элементами, линеаризация которых либо невозможна, либо нежелательна.

Информационный анализ сигналов, поступающих на УПОИ с нелинейных систем, можно выполнить точными и приближенными методами. Выполнение точного математического анализа, например, методом Монте-Карло или методом Б. Г. Доступова связано со значительными математическими трудностями, которые можно преодолеть только применением ЦВМ. Для инженерной практики, а также при предварительном анализе и синтезе УПОИ необходимо сначала выполнить приближенный информационный анализ. Точный же метод целесообразно применять либо для оценки погрешностей приближенных

методов, либо при необходимости изучения определенных тонкостей протекания нелинейных процессов

Информационную оценку и синтез устройств контроля удобно выполнить при гармонической или статистической линейаризациях нелинейностей систем [12, 13]. Основные правила гармонической и статистической линейаризации и условия их применения были рассмотрены в первой части настоящей работы.

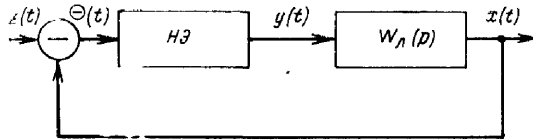


Рис. 6.2.2.

В результате линейаризации всевозможных встречающихся на практике нелинейностей получается квазилинейная САУ (рис. 6.2.2), динамика которой описывается квазилинейным уравнением

$$W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)}) W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{ni}) x(t, \tau) = 0 \quad (6.2.4)$$

Полученная в результате линейаризации передаточная функция хорошо отражает специфические нелинейные явления в САУ и во многих случаях поддается обычному способу линейаризации.

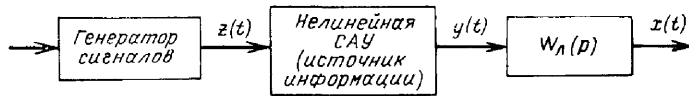


Рис. 6.2.3.

При контроле и настройке САУ совместно с управляемым объектом или без него на вход разомкнутой системы подается сигнал и измеряется реакция этой системы (рис. 6.2.3). Поэтому при контроле и настройке САУ структурную схему системы обычно можно представить так, как показано на рис. 6.2.4.

Передаточная функция этой системы

$$W(t, \tau, p, q_1, \dots, q_n) = W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{n(n-1)}) \times W_n(t, \tau, p, q_{n1}, \dots, q_{ni}). \quad (6.2.5)$$

Передаточную функцию линейной части системы можно представить в виде [15]

$$W_n(t, \tau, p) = \frac{b_m(t) p^m + \dots + b_1(t) p + b_0(t)}{a_n(t) p^n + \dots + a_1(t) p + a_0(t)}, \quad (6.2.6)$$

где $a_i(t)$ и $b_j(t)$ — в общем случае изменяющиеся во времени случайные как по совокупности, так и по времени коэффициенты [14]; $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

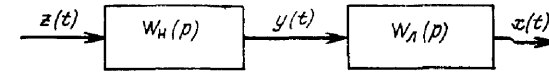


Рис. 6.2.4.

Если в передаточной функции линейной части положить $p = j\omega$ и разделить мнимые и действительные части, то получим

$$W_n(t, \tau, j\omega) = \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)}, \quad (6.2.7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a(\omega) &= b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4 - \dots; \\ b(\omega) &= b_1\omega - b_3\omega^3 + b_5\omega^5 - \dots; \\ c(\omega) &= a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots; \\ d(\omega) &= a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - \dots \end{aligned} \right\} \quad (6.2.8)$$

Или после несложных преобразований

$$\begin{aligned} W_n(t, \tau, j\omega) &= P_n(t, \tau, \omega) + jQ_n(t, \tau, \omega) = \\ &= A_n(t, \tau, \omega) e^{j\varphi_n(t, \tau, \omega)}, \end{aligned} \quad (6.2.9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P(t, \tau, \omega) &= \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}; \\ Q(t, \tau, \omega) &= \frac{bc + ad}{c^2 + d^2}; \\ A_n(t, \tau, \omega) &= \sqrt{P^2(t, \tau, \omega) + Q^2(t, \tau, \omega)}; \\ \varphi_n(t, \tau, \omega) &= \arctg \frac{Q(t, \tau, \omega)}{P(t, \tau, \omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (6.2.10)$$

Выражения $P(t, \tau, \omega)$ и $Q(t, \tau, \omega)$ называются соответственно вещественной и мнимой частотными характеристиками, а $A(t, \tau, \omega)$ и $\varphi(t, \tau, \omega)$ — соответственно амплитудной и фазовой частотными характеристиками.

Передаточную функцию нелинейного элемента определим как отношение первой гармоники выходного сигнала нелинейного элемента к входному синусоидальному сигналу. Если взять входные и выходные сигналы нелинейного элемента в виде

$$z(t) = A_z e^{j\omega t}$$

и

$$y(t) = A_y e^{j(\omega t + \varphi)},$$

то передаточная функция нелинейного элемента

$$W_n(t, \tau, j\omega) = \frac{y(t)}{z(t)}. \quad (6.2.11)$$

В самом общем случае передаточная функция зависит от частоты, амплитуд входного и выходного сигналов. Однако на практике передаточная функция нелинейных элементов чаще всего зависит только от амплитуды входного сигнала и параметров нелинейностей. Поэтому в дальнейшем оператор можно опустить.

Передаточная функция нелинейного элемента W_n может быть как вещественной, так и комплексной величиной:

$$\begin{aligned} W_n(t, \tau, q_{n1}, \dots, q_{ni}) &= \\ &= P_n(t, \tau, q_{n1}, \dots, q_{ni}) + jQ_n(t, \tau, q_{n1}, \dots, q_{ni}). \end{aligned} \quad (6.2.12)$$

Аналитические выражения и графики передаточных функций нелинейных элементов можно найти в монографии [15].

Для простоты анализа можно предположить, что передаточные функции нелинейных элементов не зависят от времени. Это предположение в большей части оправдывается на практике. Параметры передаточной функции нелинейных элементов являются случайными как по совокупности, так и по времени.

188

С учетом уравнения (5.2.12) можно написать

$$A_n(t, \tau, q_{n1}, \dots, q_{ni}) = \sqrt{P_n^2 + Q_n^2}, \quad (6.2.13)$$

$$\varphi_n(t, \tau, q_{n1}, \dots, q_{ni}) = \operatorname{arctg} \frac{Q_n}{P_n}. \quad (6.2.14)$$

Амплитудная и фазовая характеристики всей нелинейной системы

$$A(t, \tau, q_1, \dots, q_n) = A_n A_n, \quad (6.2.15)$$

$$\varphi(t, \tau, q_1, \dots, q_n) = \varphi_n + \varphi_n.$$

Кроме передаточной функции, амплитудно- и фазо-частотных характеристик динамические свойства системы можно также описать:

— реакцией системы $\omega(t, \tau, q_1, \dots, q_n)$ на входной сигнал в виде дельта-функции, называемой импульсной переходной функцией и являющейся обратным преобразованием Фурье от передаточной функции

$$\omega(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n) = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(t, \tau, p, q_1, \dots, q_n) e^{p\nu} dp, \quad (6.2.16)$$

и наоборот

$$W(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n) = \int_0^{\infty} \omega(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n) e^{-p\nu} d\nu; \quad (6.2.17)$$

— реакцией системы $h(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n)$ на входной сигнал в виде единичного ступенчатого воздействия, называемой переходной функцией и определяемой интегралом

$$h(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n) = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{W(t, \tau, p, q_1, \dots, q_n)}{p} e^{p\nu} dp. \quad (6.2.18)$$

Следовательно, импульсная переходная функция является производной от переходной функции, т. е.

$$\omega(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n) = \frac{dh(t, \tau, \nu, q_1, \dots, q_n)}{d\nu}. \quad (6.2.19)$$

Контроль и настройку САУ обычно выполняют по обобщенным выходным параметрам систем, в качестве которых выбирают:

- при частотном методе контроля — частотные характеристики;
- при временном методе контроля — переходные функции;
- частоту и амплитуду вынужденных и автоколебаний.

Стремление контролировать и регулировать первичные параметры САУ приводит к значительному усложнению, а иногда и к невозможности реализации устройств контроля и настройки.

189

6.3. ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ САУ НА ЧАСТОТНЫЕ И ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Предположим, что динамические свойства линейной стационарной САУ определяются передаточной функцией

$$W(p) = W(t, \tau, p, q_1, \dots, q_n),$$

где q_1, \dots, q_n — параметры звеньев реальной системы (первичные параметры).

Для оценки отклонения $W(p)$ от номинального значения при отклонении параметров можно воспользоваться понятием функции чувствительности по i -му параметру [16]:

$$S_{qi}(p) = \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln q_i} = \frac{q_i}{W(p)} \frac{\partial W(p)}{\partial q_i} = \frac{\Delta W_i(p)/W(p)}{\Delta q_i/q_i}. \quad (6.3.1)$$

Здесь $\Delta W_i(p) = W(p) - W_0(p)$ — отклонение передаточной функции от номинального значения, вызванное отклонением от номинального значения i -го первичного параметра

$$\Delta q_i = q_i - q_{i0}.$$

Из определения функции чувствительности получим

$$\Delta W_i(p) = W(p) S_{qi}(p) \frac{\Delta q_i}{q_i}. \quad (6.3.2)$$

Полное отклонение передаточной функции $W(p)$, вызванное отклонением всех параметров системы, равно сумме отклонений

$$\Delta W(p) = \sum_{i=1}^n \Delta W_i(p) = W(p) \sum_{i=1}^n S_{qi}(p) \frac{\Delta q_i}{q_i}. \quad (6.3.3)$$

В формуле (6.3.3) положим

$$\frac{\Delta q_i}{q_i} = \delta_i,$$

тогда для правой части этой формулы можно составить структурную схему (рис. 6.3.1), где $z(p)$ — изображение входного сигнала, а $\Delta x_i(p)$ — изображение отклонения выходного сигнала, обусловленное отклонением i -го параметра.

Таким образом, для того чтобы получить отклонение $\Delta x_i(p)$, необходимо последовательно с исследуемой системой, имеющей передаточную функцию $W(p)$, включить звено с передаточной функцией $S_i(p)\delta_i$. Этот метод в литературе [16] получил название метода преобразованных цепей. Метод позволяет решать задачу определения отклонения реакций системы путем моделирования.

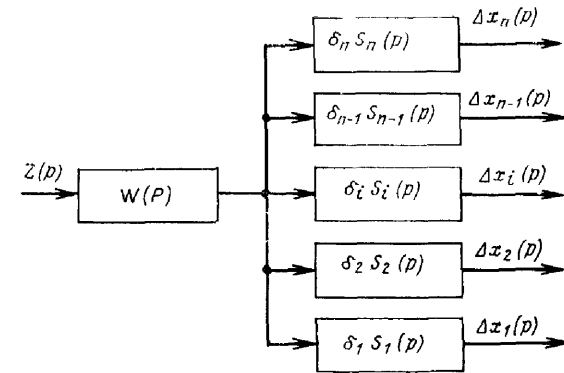


Рис. 6.3.1.

Зная передаточную функцию системы и функцию чувствительности, можно сравнительно легко определить отклонения частотных и временных характеристик. Вещественная часть функции чувствительности дает относительное отклонение АЧХ, деленное на относительное отклонение i -го первичного параметра, или вес отклонения АЧХ $w_{\Delta A_i}(\omega)$, вызванного i -м параметром:

$$w_{\Delta A_i}(\omega) = \operatorname{Re} [S_i(j\omega)] = \frac{\Delta A_i(\omega)}{A_i(\omega)} / \frac{\Delta q_i}{q_i}. \quad (6.3.4)$$

Мнимая часть функции чувствительности равна соответствующему абсолютному отклонению ФЧХ, деленному на относительное отклонение параметра или вес отклонения ФЧХ $w_{\Delta \varphi_i}(\omega)$, вызванного i -м параметром:

$$w_{\Delta \varphi_i}(\omega) = \operatorname{Im} [S_i(j\omega)] = \Delta \varphi_i(\omega) / (\Delta q_i / q_i). \quad (6.3.5)$$

Отклонение переходной функции $\Delta h_i(t)$ можно определить из формулы (6.3.2) как обратное преобразование Лапласа:

$$\Delta h_i(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} W(p) S_i(p) \frac{\Delta q_i}{q_i} \right]. \quad (6.3.6)$$

Отклонение реакции системы $\Delta x_i(p)$ при произвольном воздействии $z(p)$ определяется аналогично (6.3.6):

$$\Delta x_i(t) = L^{-1} \left[z(p) W(p) S_i(p) \frac{\Delta q_i}{q_i} \right]. \quad (6.3.7)$$

Следовательно, функция чувствительности является удобной характеристикой для отыскания отклонений частотных и временных характеристик системы при малых отклонениях параметров звеньев аналитическим методом, а также методом моделирования.

6.4. ВЕСА ОТКЛОНЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ

Одним из достоинств метода проверок, основанного на измерении частотных характеристик, является возможность отыскания относительного отклонения АЧХ и абсолютного отклонения ФЧХ разомкнутой САУ как суммы отклонений соответствующих частотных характеристик отдельных звеньев по формулам:

$$\frac{\Delta A(\omega)}{A(\omega)} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta A_i(\omega)}{A_i(\omega)}, \quad (6.4.1)$$

$$\Delta \varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \Delta \varphi_i(\omega). \quad (6.4.2)$$

Это замечательное свойство частотных характеристик открывает возможность исследования разомкнутых систем путем анализа характеристик ее элементарных звеньев.

В разомкнутых линейных системах можно выделить следующие основные типы элементарных звеньев:

- усилительное звено с коэффициентом усиления K ;
- апериодическое звено с постоянной времени T ;
- форсирующее звено I порядка с постоянной времени τ ;
- колебательное звено с постоянной времени T и коэффициентом затухания ξ ;
- форсирующее звено II порядка с постоянной времени τ и коэффициентом затухания ξ ;
- реальное дифференцирующее звено с постоянной времени τ .

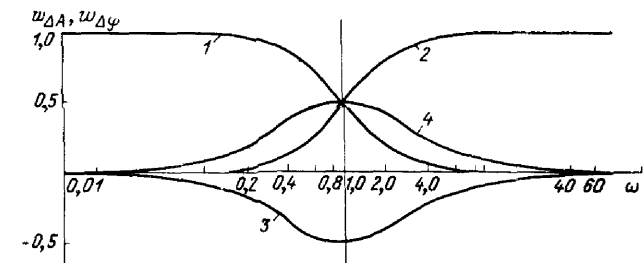
В табл. 6.4.1 и 6.4.2 приведены передаточные функции элементарных звеньев, их частотные характеристики и веса отклонений, где под весами отклонений подразумевается для АЧХ

$$\omega_{\Delta A_i}(\omega) = \frac{\Delta A_i(\omega)}{A_i(\omega)} \frac{q_i}{\Delta q_i}, \quad (6.4.3)$$

а для ФЧХ

$$\omega_{\Delta \varphi_i}(\omega) = \Delta \varphi_i(\omega) \frac{q_i}{\Delta q_i}. \quad (6.4.4)$$

Из этих таблиц видно, что веса отклонений апериодического и форсирующего звена I порядка отличаются только знаками; веса колебательного звена и форсирующего звена II порядка также отличаются только знаками; апериодическое звено и реальное дифференцирующее звено имеют одинаковые веса ФЧХ.



1-вес отклонения АЧХ реального дифференцирующего звена;
2-вес отклонения АЧХ форсирующего звена I порядка;
3-вес отклонения ФЧХ реального дифференцирующего звена;
4-вес отклонения ФЧХ форсирующего звена I порядка

Рис. 6.4.1.

Таблица 6.4.1

Наименование звена	Передающая функция	АЧХ звена	Вес отклонения	Примечание
Усилительное	K	K	1	
Апериодическое	$\frac{1}{Tp+1}$	$\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_0 T)^2}}$	$-\frac{\omega^2}{1+\omega^2}$	$\omega = \omega_0 T$ или $\omega = \omega_0 \tau$
Форсирующее I порядка	$\tau p+1$	$\sqrt{1+(\omega_0 \tau)^2}$	$\frac{\omega^2}{1+\omega^2}$	
Колебательное	$\frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$	$\frac{1}{\sqrt{(1-\omega_0^2 T^2)^2 + (2\xi \omega_0 T)^2}}$	а) $-\frac{2\omega^2(\omega^2 + 2\xi^2 - 1)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$ б) $-\frac{(2\xi\omega)^2}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$	а) Вес по T, τ б) Вес по ξ
Форсирующее II порядка	$\tau^2 p^2 + 2\xi \tau p + 1$	$\sqrt{(1-\omega_0^2 \tau^2)^2 + (2\xi \omega_0 \tau)^2}$	а) $\frac{2\omega^2(\omega^2 + 2\xi^2 - 1)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$ б) $\frac{(2\xi\omega)^2}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$	
Реальное дифференцирующее	$\frac{Tp}{Tp+1}$	$\frac{\omega_0 T}{\sqrt{1+(\omega_0 T)^2}}$	$\frac{1}{1+\omega^2}$	

Таблица 6.4.2

Наименование звена	Передающая функция	ФЧХ звена	Вес отклонения	Примечание
Усилительное	K	0	0	
Апериодическое	$\frac{1}{Tp+1}$	$-\text{arctg } \omega_0 T$	$-\frac{\omega}{1+\omega^2}$	$\omega = \omega_0 T$ или $\omega = \omega_0 \tau$
Форсирующее I порядка	$\tau p+1$	$\text{arctg } \omega_0 \tau$	$\frac{\omega}{1+\omega^2}$	
Колебательное	$\frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$	$-\text{arctg } \frac{2\xi \omega_0 T}{1-\omega_0^2 T^2}$	а) $\frac{2\xi\omega(1+\omega^2)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$ б) $-\frac{2\xi\omega(1-\omega^2)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$	а) Вес по T, τ б) Вес по ξ
Форсирующее II порядка	$\tau^2 p^2 + 2\xi \tau p + 1$	$\text{arctg } \frac{2\xi \omega_0 \tau}{1-\omega_0^2 \tau^2}$	а) $\frac{2\xi\omega(1+\omega^2)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$ б) $\frac{2\xi\omega(1-\omega^2)}{(1-\omega^2)^2 + (2\xi\omega)^2}$	
Реальное дифференцирующее	$\frac{Tp}{Tp+1}$	$\text{arctg } \frac{1}{\omega_0 T}$	$-\frac{\omega}{1+\omega^2}$	

На рис. 6.4.1 показаны графики весов отклонений АЧХ и ФЧХ реального дифференцирующего и форсирующего звена первого порядка; на рис. 6.4.2 — графики весов отклонений АЧХ колебательного звена по параметру T для различных значений коэффициентов затухания

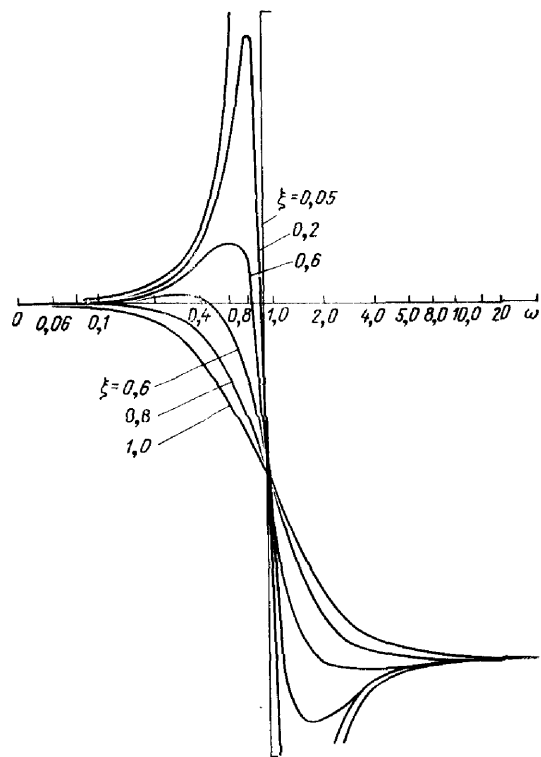


Рис. 6.4.2.

ния ξ ; на рис. 6.4.3 — графики весов отклонений АЧХ колебательного звена по параметру ξ для различных значений этого параметра; на рис. 6.4.4 и 6.4.5 — графики весов отклонений ФЧХ колебательного звена по параметрам соответственно T и ξ для различных значений коэффициента затухания.

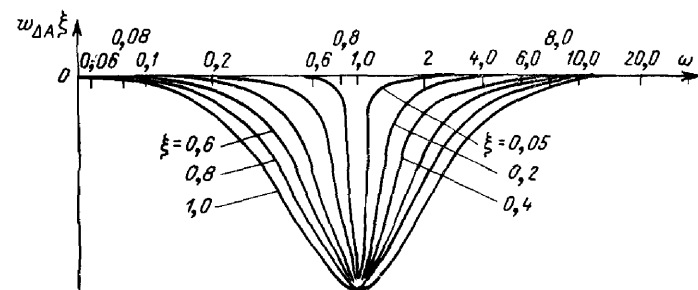


Рис. 6.4.3.

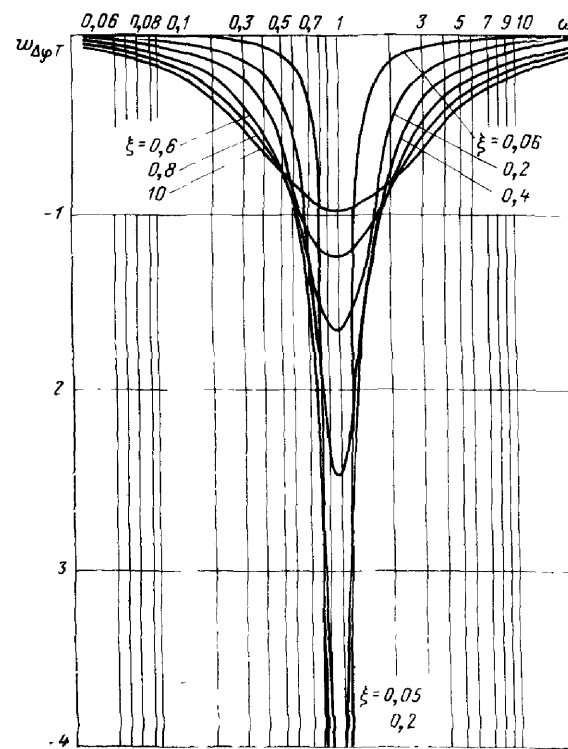


Рис. 6.4.4.

Из рис. 6.4.2.—6.4.5 видно, что частотные характеристики колебательного звена по сравнению с другими элементарными звеньями более критичны к отклонению параметра T , особенно в области малых фиксированных значений параметра ξ .

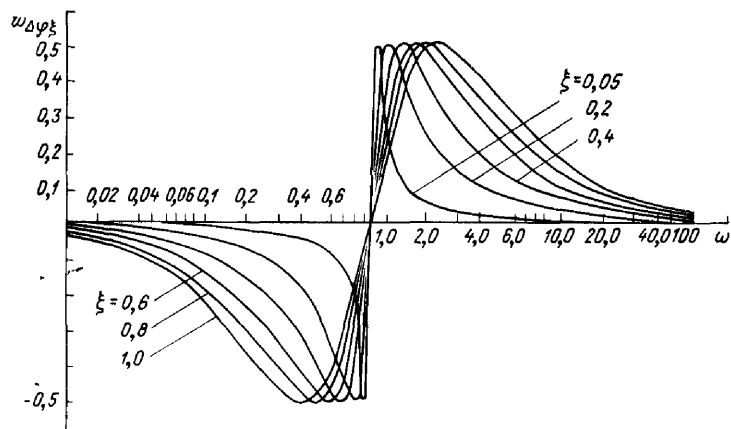


Рис. 6.4.5.

Если параметр элементарного звена является функцией нескольких первичных параметров отдельных элементов звена, то вес отклонения относительно первичного параметра находится путем взятия частных производных от веса отклонений частотных характеристик относительно параметра элементарного звена.

6.5. ЭНТРОПИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

При детерминированном входном синусоидальном воздействии энтропия частотных характеристик звеньев САУ определяется случайными отклонениями первичных параметров элементов принципиальной схемы звена [6].

На величины отклонений параметров звеньев Δq_i влияет большое число различных случайных факторов, поэтому закон распределения этих отклонений можно

считать близким к нормальному:

$$f(t, \Delta q_i) = \frac{1}{\sigma_{\Delta q_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\Delta q_i - m\Delta q_i)^2}{2\sigma_{\Delta q_i}^2} \right\}, \quad (6.5.1)$$

где Δq_i — величина отклонений i -го первичного параметра; $\sigma_{\Delta q_i}$ — среднеквадратическое значение отклонений i -го первичного параметра; $m\Delta q_i$ — математическое ожидание отклонения i -го первичного параметра.

Для большинства элементов (сопротивления, емкости и др.), входящих в принципиальную схему звена, математическое ожидание отклонений близко к нулю ($m\Delta q_i \approx 0$). Тогда

$$f(t, \Delta q_i) = \frac{1}{\sigma_{\Delta q_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{\Delta q_i^2}{2\sigma_{\Delta q_i}^2} \right\}. \quad (6.5.2)$$

Для линейных и квазилинейных систем с малыми отклонениями параметров, распределенных по нормальному закону, отклонение линеаризованных частотных характеристик будет распределено также по нормальному закону, так как отклонение частотных характеристик обусловлено суммарным действием отклонений первичных параметров.

Если считать, что математическое ожидание отклонения частотной характеристики равно нулю, то можно записать закон распределения отклонения частотной характеристики в виде

$$f[t, \Delta W(j\omega)] = \frac{1}{\sigma_{\Delta W} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{\Delta W^2(j\omega)}{2\sigma_{\Delta W}^2} \right\}. \quad (6.5.3)$$

Как видно из формулы (6.5.3), закон распределения частотной характеристики звена в общем случае зависит от времени t . Если производить информационное исследование систем при проектировании и изготовлении, то аргумент t в законах распределения можно опустить.

При нормальных законах распределения отклонения частотных характеристик элементарных звеньев энтропию этих характеристик можно определить по формуле

$$H_{\Delta W}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta W}(\omega) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.5.4)$$

Из формулы (6.5.4) видно, что энтропия частотных характеристик при нормальном законе распределения

отклонений частотной характеристики зависит только от среднеквадратического значения этих отклонений.

Энтропия АЧХ элементарных звеньев САУ

Дифференциальный закон распределения отклонений амплитудной характеристики, так же как и дифференциальный закон фазовой характеристики, можно считать нормальным

$$f[\Delta A(\omega)] = \frac{1}{\sigma_{\Delta A} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\Delta A - m\Delta A)^2}{2\sigma_{\Delta A}^2} \right\}, \quad (6.5.5)$$

где

$$m\Delta A(\omega) = \sum_{i=1}^k \omega_{\Delta A_i}(\omega) m \frac{\Delta q_i}{q_i}$$

— математическое ожидание отклонения амплитудно-частотной характеристики (при $m \frac{\Delta q_i}{q_i} = 0$; $m\Delta A_i(\omega) = 0$);

$$\sigma_{\Delta A}(\omega) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[\omega_{\Delta A_i}(\omega) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i} \right]^2}$$

— среднеквадратическое отклонение АЧХ.

С учетом выражения (6.5.4) можно написать формулу для определения энтропии АЧХ:

$$H_{\Delta A}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta A}(\omega) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.5.6)$$

Энтропия АЧХ звена, обусловленная отклонением i -го параметра, определяется по формуле

$$H_{\Delta A_i}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta A_i}(\omega) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.5.7)$$

Энтропия ФЧХ элементарных звеньев САУ

Дифференциальный закон распределения фазо-частотной характеристики можно также считать нормальным:

$$f[\Delta \varphi(\omega)] = \frac{1}{\sigma_{\Delta \varphi} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\Delta \varphi - m\Delta \varphi)^2}{2\sigma_{\Delta \varphi}^2} \right\}, \quad (6.5.8)$$

где

$$m\Delta \varphi = \sum_{i=1}^k \omega_{\Delta \varphi_i}(\omega) m \frac{\Delta q_i}{q_i}$$

— математическое ожидание отклонений ФЧХ (при $m \frac{\Delta q_i}{q_i} = 0$; $m\Delta \varphi = 0$);

$$\sigma_{\Delta \varphi} = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[\omega_{\Delta \varphi_i}(\omega) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i} \right]^2}$$

— среднеквадратическое отклонение ФЧХ.

Энтропия фазо-частотной характеристики определяется по формуле

$$H_{\Delta \varphi}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta \varphi}(\omega) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.5.9)$$

Энтропия, обусловленная отклонением i -го параметра элементарного звена, равна

$$H_{\Delta \varphi_i}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta \varphi_i}(\omega) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.5.10)$$

Энтропия частотных характеристик САУ

Для определения энтропии частотных характеристик САУ можно воспользоваться формулами (6.5.6) и (6.5.9) соответственно для АЧХ

$$H_{\Delta A}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta A}(\omega) \sqrt{2\pi e}], \quad (6.5.6)$$

и для ФЧХ

$$H_{\Delta \varphi}(\omega) = \log_2 [\sigma_{\Delta \varphi}(\omega) \sqrt{2\pi e}], \quad (6.5.9)$$

где

$$\sigma_{\Delta A}(\omega) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\omega_{\Delta A_i}(\omega) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i} \right]^2} \quad (6.5.11)$$

и

$$\sigma_{\Delta \varphi}(\omega) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\omega_{\Delta \varphi_i}(\omega) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i} \right]^2} \quad (6.5.12)$$

— среднеквадратические отклонения соответственно АЧХ и ФЧХ, вызванные отклонением n первичных параметров.

Однако энтропию частотных характеристик САУ можно приближенно подсчитать на основе свойства аддитив-

ности энтропии по известным энтропиям отдельных звеньев, составляющих систему. В этом случае

$$H_{\Sigma \Delta A}(\omega) \leq H_{\Delta A}(\omega), \quad H_{\Sigma \Delta \varphi}(\omega) \leq H_{\Delta \varphi}(\omega).$$

6.6. СРЕДНЕЕ КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЙ ПРИ КОНТРОЛЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САУ

При измерении амплитудной и фазовой характеристик САУ некоторая измеряемая случайная величина x_i преобразуется устройством измерения в результат измере-

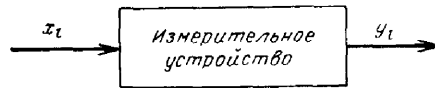


Рис. 6.6.1.

ния y_i (рис. 6.6.1). Устройство измерения, как правило, работает с некоторой ошибкой и не может полностью снять энтропию входного сигнала. Среднее количество информации, получаемое устройством измерения, в этом случае определяется по формуле [1, 15]

$$I = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x_i, y_i) \log_2 \frac{f(x_i, y_i)}{f(x_i) f(y_i)} dx_i dy_i, \quad (6.6.1)$$

где $f(x_i)$ и $f(y_i)$ — соответственно законы распределения входной и выходной величин, а $f(x_i, y_i)$ — совместный закон распределения этих величин.

При нормальных законах распределения x_i и y_i

$$I = -\frac{1}{2} \log_2 (1 - r^2), \quad (6.6.2)$$

где r — коэффициент корреляции величин x_i и y_i .

Наиболее актуальным для техники измерения является случай, когда имеется шум измерения u_i , не зависящий от входной величины и распределенный по нормальному закону. Тогда

$$y_i = x_i + u_i, \quad \sigma_{y_i}^2 = \sigma_{x_i}^2 + \sigma_{u_i}^2, \\ r = \frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_{x_i} \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{u_i}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_{u_i}^2 / \sigma_{x_i}^2}}, \quad (6.6.3)$$

Среднее количество информации равно

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{u_i}^2}{\sigma_{u_i}^2}. \quad (6.6.4)$$

Из этой формулы видно, что количество информации, получаемой при измерении, определяется как состоянием САУ, так и шумами, возникающими в устройстве измерения и канале связи, соединяющем устройство измерения с САУ.

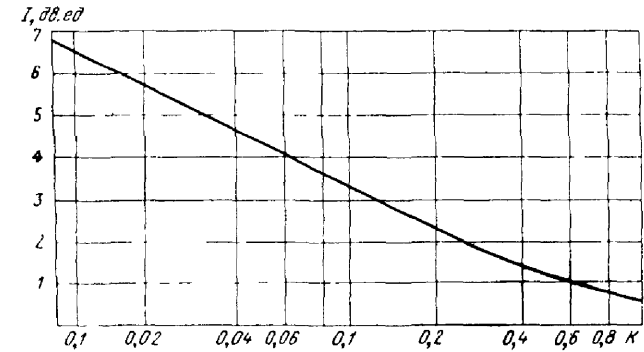


Рис. 6.6.2.

Для определения среднего количества информации при изменении АЧХ и ФЧХ САУ воспользуемся формулами

$$I_{\Delta A}(\omega) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta A}^2(\omega) + \sigma_{u_A}^2(\omega)}{\sigma_{u_A}^2(\omega)}, \quad (6.6.5)$$

$$I_{\Delta \varphi}(\omega) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta \varphi}^2(\omega) + \sigma_{u_{\varphi}}^2(\omega)}{\sigma_{u_{\varphi}}^2(\omega)}, \quad (6.6.6)$$

где $\sigma_{\Delta A}(\omega)$ и $\sigma_{\Delta \varphi}(\omega)$ — среднеквадратические отклонения АЧХ и ФЧХ, вызванные отклонением первичных параметров; $\sigma_u(\omega)$ — среднеквадратическое значение шумов прибора измерения и канала связи.

На рис. 6.6.2 показан график изменения среднего количества информации I в зависимости от отношения

среднеквадратических отклонений ошибки и полезного сигнала

$$K = \frac{\sigma_{\text{ш}}}{\sigma_{\Delta A, \Delta \varphi}}.$$

Из формулы (6.6.4) видно, что количество информации равно бесконечности при нулевой ошибке работы измерительного устройства. Однако уход в бесконечность не имеет особого смысла, так как практически измерительное устройство никогда не работает без ошибок. С увеличением K количество информации снижается, асимптотически приближаясь к нулю. На практике обычно работают при отношении среднеквадратических отклонений ошибки и полезного сигнала, лежащих в диапазоне $0,01 \leq K \leq 1$.

6.7. КАЧЕСТВО РАБОТЫ УСТРОЙСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК САУ

Среднее количество информации, получаемой устройством измерения, позволяет с информационной точки зрения оценить точность работы измерительной системы и характеризует эту систему статически. Однако для оценки качества работы измерительного устройства во времени необходимо ввести динамическую характеристику системы [11]. Такой динамической характеристикой измерительной системы является ее пропускная способность [17], или максимальная скорость передачи информации

$$C = 2FI, \quad (6.7.1)$$

где F — полоса пропускания частот измерительной системы; $2F$ — максимальное число дискретных значений, которое может передать система измерения в единицу времени, определенное на основании теоремы Котельникова [18].

Таким образом, пропускная способность системы измерения (максимальное среднее количество информации, которое может передать система в единицу времени) характеризует как точность, так и быстродействие системы.

Подставляя в формулу (6.7.1) значение среднего количества информации из (6.6.4) при измерении соот-

ветственно АЧХ и ФЧХ в зависимости от частоты, получим:

$$C_{\Delta A}(\omega) = F_A \log_2 \frac{\sigma_{x_i}^2(\omega) + \sigma_{u_i}^2(\omega)}{\sigma_{u_i}^2(\omega)}, \quad (6.7.2)$$

$$C_{\Delta \varphi}(\omega) = F_{\varphi} \log_2 \frac{\sigma_{x_i}(\omega) + \sigma_{u_i}^2(\omega)}{\sigma_{u_i}^2(\omega)}. \quad (6.7.3)$$

При $\frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_{u_i}^2} \gg 1$ выражения (6.7.2), (6.7.3) упрощаются:

$$C_{\Delta A}(\omega) = F_A \log_2 \frac{\sigma_{x_i}^2(\omega)}{\sigma_{u_i}^2(\omega)}, \quad (6.7.4)$$

$$C_{\Delta \varphi}(\omega) = F_{\varphi} \log_2 \frac{\sigma_{x_i}(\omega)}{\sigma_{u_i}^2(\omega)}. \quad (6.7.5)$$

Этими выражениями обычно пользуются на практике.

6.8. ЭНТРОПИЯ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ САУ

Временные методы проверок САУ по сравнению с частотными обладают некоторыми особенностями. Так, например, если для частотных методов при некоторых допущениях применим принцип аддитивности отклонений частотных характеристик, вызванных отклонением параметров элементарных звеньев, то веса отклонений, определенные по временным методам, этим свойством не обладают.

Отклонение переходной функции $\Delta h(t)$, вызванное отклонениями n параметров, можно выразить следующим образом:

$$\Delta h(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} W(p) \sum_{i=1}^n S_{q_i}(p) \frac{\Delta q_i}{q_i} \right], \quad (6.8.1)$$

или через свертку функций

$$\Delta h(t) = \int_0^t h(t) \left[\sum_{i=1}^n v_{q_i}(t - \tau) \frac{\Delta q_i}{q_i} \right] d\tau, \quad (6.8.2)$$

где

$$h(\tau) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} W(p) \right]$$

— переходная функция системы;

$v_{q_i}(\tau)$ — некоторый весовой коэффициент, обусловленный влиянием первичного параметра.

Из формулы (6.8.2) видно

$$\sum_{i=1}^n \Delta h_i(t) \neq \Delta h(t).$$

Предположим, что единичный скачок на входе САУ задан без ошибки, тогда энтропия переходной функции системы определяется случайными отклонениями параметров элементов этой системы.

Основываясь на предположениях, сделанных в § 6.5 относительно отклонений параметров, можно утверждать, что закон распределения отклонений переходной функции будет нормальным:

$$f[\Delta h(t)] = \frac{1}{\sigma_{\Delta h} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\Delta h(t) - m\Delta h(t)]^2}{2\sigma_{\Delta h}^2(t)} \right\}, \quad (6.8.3)$$

где $m\Delta h(t)$ — математическое ожидание отклонения переходной функции (при $m \frac{\Delta q_i}{q_i} = 0$; $m\Delta h(t) = 0$); $\sigma_{\Delta h}(t)$ — среднеквадратическое отклонение переходной функции.

При этом

$$\sigma_{\Delta h}(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\omega_{\Delta h_i}(t) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i} \right]^2}, \quad (6.8.4)$$

где $\sigma_{\Delta q_i}$ — среднеквадратическое отклонение первичного параметра q_i ; $\omega_{\Delta h_i}(t) = \int_0^t h(t) v_i(t - \tau) d\tau$ — вес отклонения параметра q_i , определяемый по переходной функции.

Энтропия переходной функции равна

$$H_{\Delta h}(t) = \log_2 [\sigma_{\Delta h}(t) \sqrt{2\pi e}]. \quad (6.8.5)$$

206

6.9. КАЧЕСТВО РАБОТЫ УСТРОЙСТВА ИЗМЕРЕНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ФУНКЦИЙ

За критерий качества работы измерительного устройства, так же как и в § 6.7, можно принять пропускную способность системы измерения переходной функции

$$C_{\Delta h}(t) = 2F_h I_{\Delta h}(t), \quad (6.9.1)$$

где F_h — полоса пропускания частот измерительной системы;

$$I_{\Delta h}(t) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta h}^2(t) + \sigma_{uh}^2(t)}{\sigma_{uh}^2(t)} \quad (6.9.2)$$

— среднее количество информации, получаемое при измерении переходной функции в определенный момент времени;

$\sigma_{\Delta h}(t)$ — среднеквадратическое отклонение переходной функции, вызванное отклонением параметров САУ;
 $\sigma_{uh}(t)$ — среднеквадратическое значение шумов приборов при измерении переходной функции.

Из (6.9.1) и (6.9.2) получим

$$C_{\Delta h}(t) = F_h \log_2 \frac{\sigma_{\Delta h}^2(t) + \sigma_{uh}^2(t)}{\sigma_{uh}^2(t)} \approx F_h \log_2 \frac{\sigma_{\Delta h}^2(t)}{\sigma_{uh}^2(t)} \quad (6.9.3)$$

Таким образом, пропускная способность системы измерений характеризует ее не только с точки зрения точности работы, но и с точки зрения быстродействия.

6.10. ОЦЕНКА МЕТОДА И УСТРОЙСТВА КОНТРОЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Иллюстрация применения предлагаемых методов построения функционально-статистических математических моделей выполняется на упрощенной модели, построенной при условии:

— линеаризации нелинейностей, входящих в систему, являющуюся практически только регулятором;

— нормального характера законов распределения выходных параметров и параметров элементов системы, а также равенства нулю математических ожиданий отклонений от минимальных значений этих параметров;

— независимости статистических характеристик выходных параметров и параметров элементов системы от времени.

207

Необходимость построения более детальных математических моделей с учетом всевозможных факторов определяется характером и важностью решаемой практической задачи [6].

Под выходными параметрами системы в данном примере понимаются частотные характеристики и переходная функция, а под параметрами элементов — параметры динамических звеньев системы, структурная схема которой изображена на рис. 6.10.1, где K_I — коэффициент усиления корректирующего звена; $T_{кор}$, T_1 — постоянные времени корректирующего звена; K_{II} — коэффициент усиления маг-

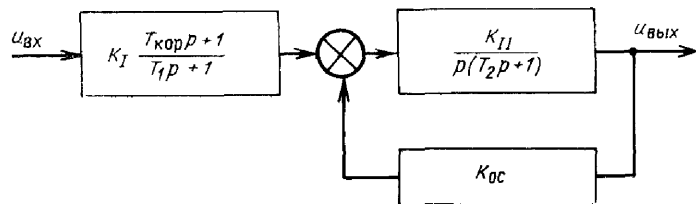


Рис. 6.10.1.

нитного усилителя; T_2 — постоянная времени магнитного усилителя; $K_{ос}$ — коэффициент усиления цепи обратной связи.

При преобразовании замкнутого контура к эквивалентному колебательному звену с параметрами

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{1}{K_{ос}}, \\ T_x &= \sqrt{\frac{T_2}{K_{II}K_{ос}}}, \\ \xi &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{T_2K_{II} - K_{ос}}} \end{aligned} \quad (6.10.1)$$

получаем структурную схему, изображенную на рис. 6.10.2.

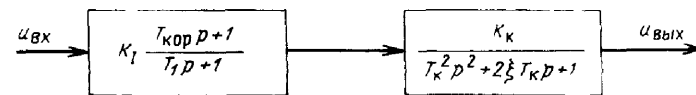


Рис. 6.10.2.

Этим структурным схемам соответствует передаточная функция, являющаяся функциональной математической моделью системы:

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{K_I (T_{кор}p + 1)}{T_1 p + 1} \cdot \frac{K_{II}}{p (T_2 p + 1) + K_{II} K_{ос}} = \\ &= \frac{K_I (T_{кор}p + 1)}{T_1 p + 1} \cdot \frac{K_x}{T_x^2 p^2 + 2\xi T_x p + 1}. \end{aligned} \quad (6.10.2)$$

Для упрощения модели и получения частных производных по параметрам, воспользуемся функциями чувствительности относительно параметров K_I , $T_{кор}$, T_1 , T_2 , K_{II} , $K_{ос}$. Получим

$$\begin{aligned} S_{K_I}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_I} = 1, \\ S_{T_{кор}}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_{кор}} = \frac{T_{кор}p}{T_{кор}p + 1}, \\ S_{T_1}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_1} = \frac{T_1(p)}{T_1 p + 1}, \\ S_{K_{II}}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_{II}} = \frac{1}{1 + \frac{K_{II}K_{ос}}{p(T_2 p + 1)}}, \\ S_{T_2}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_2} = -\frac{1}{1 + \frac{K_{II}K_{ос}}{p(T_2 p + 1)}} \cdot \frac{T_2 p}{1 + T_2 p}, \\ S_{K_{ос}}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_{ос}} = \frac{K_{II}K_{ос}}{p(T_2 p + 1)}. \end{aligned} \quad (6.10.3)$$

Учитывая соотношение (6.10.1), функции чувствительности по параметрам замкнутого контура K_{II} , $K_{ос}$, T_2 для последующих расчетов удобнее выразить через функции чувствительности по параметрам эквивалентного замкнутого контура колебательного звена K_x , T_x , ξ :

$$\begin{aligned} S_{K_{II}}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_x} \frac{\partial \ln K_x}{\partial \ln K_{II}} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_x} \frac{\partial \ln T_x}{\partial \ln K_{II}} + \\ &+ \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \xi} \frac{\partial \ln \xi}{\partial \ln K_{II}}, \\ S_{T_2}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_x} \frac{\partial \ln K_x}{\partial \ln T_2} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_x} \frac{\partial \ln T_x}{\partial \ln T_2} + \\ &+ \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \xi} \frac{\partial \ln \xi}{\partial \ln T_2}, \\ S_{K_{ос}}(p) &= \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_x} \frac{\partial \ln K_x}{\partial \ln K_{ос}} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_x} \frac{\partial \ln T_x}{\partial \ln K_{ос}} + \\ &+ \frac{\partial W(p)}{\partial \ln \xi} \frac{\partial \ln \xi}{\partial \ln K_{ос}}. \end{aligned}$$

После выполнения операции дифференцирования с учетом (6.10.2) получим:

$$\begin{aligned} S_{K_{II}}(p) &= \frac{1}{2} S_{T_x}(p) - \frac{1}{2} S_{\xi}(p), \\ S_{T_2}(p) &= \frac{1}{2} S_{T_x}(p) - \frac{1}{2} S_{\xi}(p), \\ S_{K_{ос}}(p) &= -S_{K_x}(p) - \frac{1}{2} S_{T_x}(p) - \frac{1}{2} S_{\xi}(p), \end{aligned}$$

где

$$S_{K_k}(p) = \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln K_k} = 1;$$

$$S_{T_k}(p) = \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln T_k} = -\frac{2T_k^2 p^2 + 2\xi T_k p + 1}{T_k p^2 + 2\xi T_k p + 1};$$

$$S_{\xi}(p) = \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \xi} = -\frac{2\xi T_k p}{T_k p^2 + 2\xi T_k p + 1}. \quad (6.10.4)$$

Полученные функции чувствительности по шести параметрам системы, выраженные через функции чувствительности по параметрам элементарных звеньев, позволяют использовать при расчете веса отклонения характеристик элементарных звеньев, определенные заранее.

Информационная оценка метода и устройства контроля динамической системы, основанного на измерении амплитудно-частотной характеристики (АЧХ)

Определим веса относительных отклонений АЧХ для параметров системы, воспользовавшись соотношениями, полученными в этой главе:

$$W_{\Delta A_{K_I}}(\omega) = \operatorname{Re} [S_{K_I}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta A_{T_{кор}}}(\omega) = \operatorname{Re} [S_{T_{кор}}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta A_{T_1}}(\omega) = \operatorname{Re} [S_{T_1}(j\omega)], \quad (6.10.5)$$

$$W_{\Delta A_{K_{II}}}(\omega) = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} [S_{T_k}(j\omega) + S_{\xi}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta A_{T_2}}(\omega) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [S_{T_k}(j\omega) - S_{\xi}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta A_{K_{ос}}}(\omega) = \operatorname{Re} \left[S_{K_k}(j\omega) - \frac{1}{2} S_{T_k}(j\omega) - \frac{1}{2} S_{\xi}(j\omega) \right].$$

Выполняя расчеты по системе уравнений (6.10.5), получим значения весов относительных отклонений АЧХ, вызванных отклонениями параметров системы (рис. 6.10.3).

Энтропия АЧХ, обусловленная отдельными параметрами системы, позволяет определить параметры системы, вносящие наибольшую неопределенность в частотном диапазоне. Эту характеристику можно определить по энтропии элементарных звеньев.

При измерении АЧХ наибольший интерес представляет количество информации об отклонении как отдельных первичных параметров САУ, так и характеристик всей системы в целом. Если имеет место одновременное случайное отклонение всех первичных пара-

210

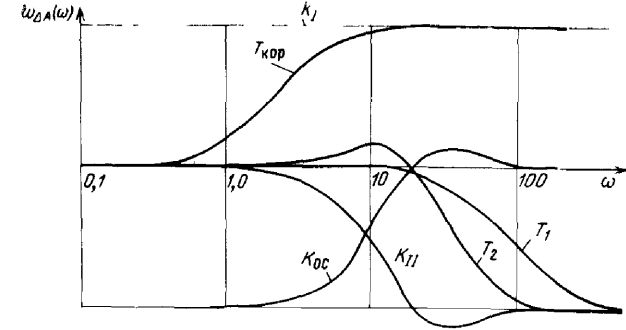


Рис. 6.10.3.

метров системы, а также наличие помех измерения, количество информации при измерении можно определить по формуле

$$I_{\Delta A_i} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta A_i}^2(\omega) + \sigma_{uA}^2(\omega)}{\sigma_{uA}^2(\omega)}, \quad (6.10.6)$$

где

$$\sigma_{\Delta A_i}(\omega) = w_{\Delta A_i}(\omega) \frac{\sigma_{\Delta q_i}}{q_i}$$

— среднеквадратическое значение отклонения АЧХ, вызванное отклонением i -го параметра;

$$\sigma_{uA}(\omega) = \sqrt{\sigma_{\Delta n}^2(\omega) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta A_j}^2(\omega)}$$

— среднеквадратическое значение отклонения АЧХ, вызванное шумами;

$\sigma_{\Delta n}(\omega)$ — среднеквадратическая ошибка прибора измерения АЧХ;

$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta A_j}(\omega)$ — дисперсия АЧХ, обусловленная отклонениями первичных параметров, не интересующая нас при измерении i -го параметра.

Для сравнения методов контроля по количеству информации об отклонении отдельных первичных параметров будем полагать, что $\sigma_{\Delta n}(\omega) = 0$, а дисперсии относительных отклонений всех первичных

14*

211

параметров системы равны между собой

$$\left(\frac{\sigma_{\Delta K_I}}{K_I}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta T_{\text{кор}}}}{T_{\text{кор}}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta T_1}}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta K_{II}}}{K_{II}}\right)^2 = \\ = \left(\frac{\sigma_{\Delta T_2}}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta K_{\text{ос}}}}{K_{\text{ос}}}\right)^2.$$

Графики количества информации, полученной прибором об отклонениях АЧХ, вызванных отклонением каждого из интересующих нас

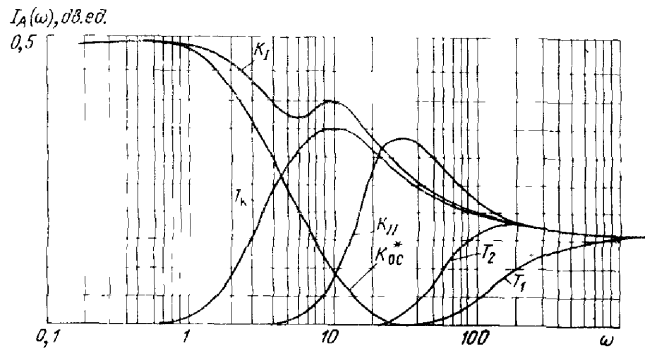


Рис. 6.10.4.

параметров, приведены на рис. 6.10.4. Из этого рисунка можно сделать следующие выводы:

1. Наибольшую информацию измерительный прибор дает об отклонении статических коэффициентов K_I и $K_{\text{ос}}$. Максимум информации получается в области частот

$$\omega = (0,1 \div 0,1) \text{ 1/сек.}$$

2. Наибольшее количество информации об отклонении коэффициента передачи K_{II} можно получить на частоте $\omega \approx 20 \text{ 1/сек.}$

3. Наибольшее количество информации об отклонении постоянного времени корректирующего контура T можно получить на частоте $\omega \approx 10 \text{ 1/сек.}$

4. Сравнительно меньшее количество информации измерительный прибор дает об отклонении постоянных времени T_1 и T_2 .

5. В области частот $\omega = (0,1 \div 100) \text{ 1/сек}$ измерительный прибор дает наибольшее количество информации об отклонениях АЧХ, обусловленной суммарным действием отклонений всех параметров.

Информационная оценка метода и устройства контроля динамической системы, основанного на измерении фазочастотной характеристики (ФЧХ)

Определим веса абсолютных отклонений ФЧХ по параметрам системы, воспользовавшись функциями чувствительности:

$$W_{\Delta\varphi K_I}(\omega) = \text{Im}[S_{K_I}(j\omega)] = 0,$$

$$W_{\Delta\varphi T_{\text{кор}}}(\omega) = \text{Im}[S_{T_{\text{кор}}}(j\omega)], \quad (6.10.7)$$

$$W_{\Delta\varphi T_1}(\omega) = \text{Im}[S_{T_1}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta\varphi K_{II}}(\omega) = -\frac{1}{2} \text{Im}[S_{T_k}(j\omega) + S_{\xi}(j\omega)],$$

$$W_{\Delta\varphi K_{\text{ос}}}(\omega) = \frac{1}{2} \text{Im}[S_{T_k}(j\omega) - S_{\xi}(j\omega)], \quad (6.10.8)$$

$$W_{\Delta\varphi K_{\text{ос}}}(\omega) = -\frac{1}{2} \text{Im}[S_{T_k}(j\omega) + S_{\xi}(j\omega)].$$

Как видно из (6.10.8), веса отклонений ФЧХ по коэффициентам K_{II} и $K_{\text{ос}}$ равны между собой. Поэтому в дальнейшем изложении вместо двух параметров K_{II} и $K_{\text{ос}}$ будем рассматривать общий коэффициент второй части системы $K_{II}K_{\text{ос}}$ с весом отклонений ФЧХ, равным

$$W_{\Delta\varphi K_{II}K_{\text{ос}}}(\omega) = -\frac{1}{2} \text{Im}[S_{T_k}(j\omega) + S_{\xi}(j\omega)]. \quad (6.10.9)$$

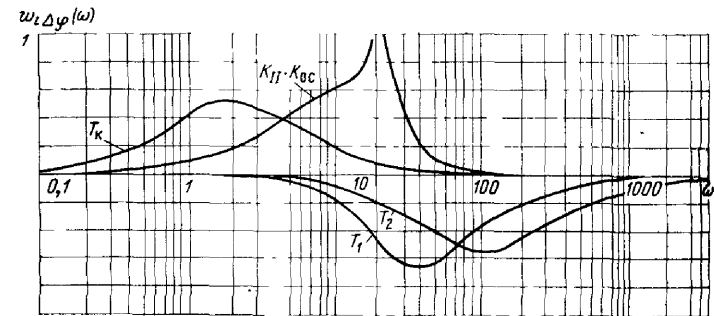


Рис. 6.10.5.

В результате расчета по уравнениям (6.10.8), (6.10.9) получим веса отклонений ФЧХ относительно параметров $T_{\text{кор}}$, T_1 , $K_{II}K_{\text{ос}}$, T_2 . Эти зависимости приведены на рис. 6.10.5.

Как и в предыдущем случае, будем интересоваться количеством информации об отклонении данного первичного параметра, получае-

мой прибором, при измерении ФЧХ, при условии, что имеет место одновременное случайное отклонение первичных параметров системы

$$I_{\Delta\varphi_i}(\omega) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta\varphi_i}^2(\omega) + \sigma_{u\varphi}^2(\omega)}{\sigma_{u\varphi}^2(\omega)}, \quad (6.10.10)$$

где

$$\sigma_{\Delta\varphi_i}(\omega) = W_{\Delta\varphi_i}(\omega) \Delta q_i$$

— среднеквадратическое значение отклонений ФЧХ, вызванное отклонением i -го параметра;

$$\sigma_{u\varphi}(\omega) = \sqrt{\sigma_{\varphi_n}^2(\omega) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta\varphi_j}^2(\omega)}$$

— среднеквадратическое значение отклонения ФЧХ, вызванное шумами;

$\sigma_{\varphi_n}(\omega)$ — среднеквадратическая ошибка прибора измерения фазы;

$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta\varphi_j}^2(\omega)$ — дисперсия ФЧХ, вызванная отклонением первичных параметров при измерении отклонения, обусловленного изменением i -го параметра.

Графики количества информации об отклонении ФЧХ, вызванном отклонением i -го параметра, получаемого прибором, показаны на рис. 6.10.6.

Из этого рисунка можно сделать следующие выводы:

1. Количество информации об отклонении параметра $T_{кор}$ на частоте ниже $\omega = 0,2$ 1/сек теоретически стремится к $+\infty$. Это связано с допущением, что ошибка измерительного прибора $\sigma_{\varphi_n}(\omega) = 0$, а влияние остальных параметров на частотах ниже $\omega = 0,2$ 1/сек ничтожно мало. На практике всегда существует ошибка прибора и другие неучтенные помехи, поэтому количество информации всегда ограничено, что условно отмечено на рис. 6.10.6 штриховой линией. Наибольшее количество информации об отклонении $T_{кор}$ лежит в диапазоне частот

$$\omega = (0,1 \div 3) \text{ 1/сек.}$$

2. Наибольшее количество информации об отклонении параметра $K_{II}K_{ос}$ лежит на частоте $\omega = 10$ 1/сек.

3. Количество информации об отклонении параметров T_1, T_2 также ограничено из-за несправедливости условия $\sigma_{\varphi_n} = 0$.

4. Максимумы количества информации для различных параметров разнесены на оси частот. Диапазоны частот, в которых сосредоточена информация об отклонениях отдельных параметров при измерении ФЧХ, разделяются по оси частот больше, чем при измерении отклонений АЧХ от номинальной.

214

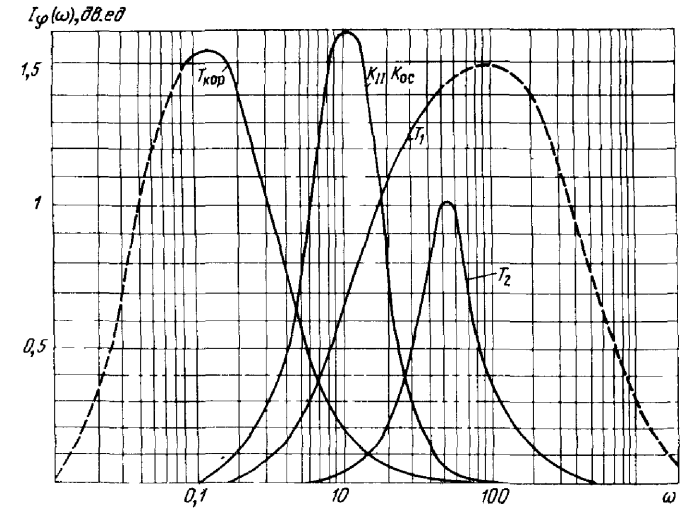


Рис. 6.10.6.

Информационная оценка метода и устройства контроля динамической системы, основанного на измерении переходной функции системы

Веса отклонений переходной функции по рассмотренным ранее шести первичным параметрам можно определить путем моделирования на электронной модели непрерывного действия Структурная схема модели, составленная с учетом передаточной функции и функций чувствительности по каждому параметру, приведена на рис. 6.10.7. При подаче на вход модели единичного скачка напряжения на выходе модели системы получим переходную функцию, а на выходе преобразованных цепей — веса отклонений переходной функции по каждому из шести параметров

На рис. 6.10.8 приведены графики весов отклонений переходной функции, полученные путем моделирования на вычислительной машине непрерывного действия МН-7.

Количество информации об отклонении данного параметра, получаемой прибором измерения отклонений переходной функции при условии, что имеет место одновременно случайное отклонение всех параметров системы

$$I_{\Delta h_i} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{\Delta h_i}^2(t) + \sigma_{uh}^2(t)}{\sigma_{uh}^2(t)},$$

215

где

$$\sigma_{\Delta h_i}(t) = W_{\Delta h_i}(t) \frac{\Delta q_i}{q_i}$$

— среднее квадратическое значение отклонения переходной функции, вызванное отклонением i -го параметра системы;

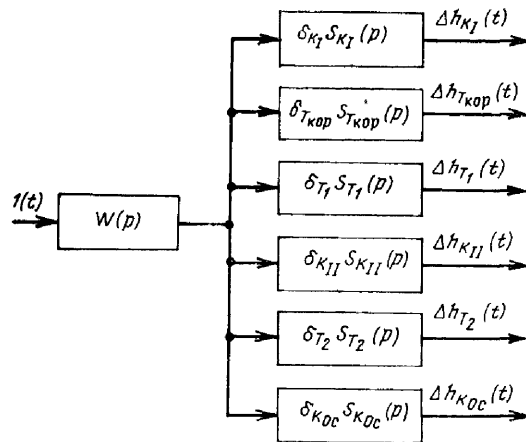


Рис. 6.10.7.

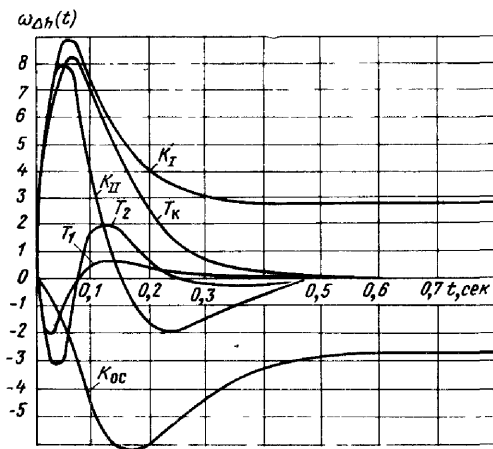


Рис. 6.10.8.

$$\sigma_{\Delta h}(t) = \sqrt{\sigma_{\Delta h_i}^2(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta h_j}^2}$$

— среднее квадратическое значение отклонения переходной функции, вызванное шумами;

$\sigma_{\Delta h_i}(t)$ — среднее квадратическое значение ошибки прибора измерения переходной функции;

$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \sigma_{\Delta h_j}^2$ — дисперсия переходной функции, вызванная отклонениями

первичных параметров при измерении отклонения переходной функции, обусловленного изменением i -го параметра.

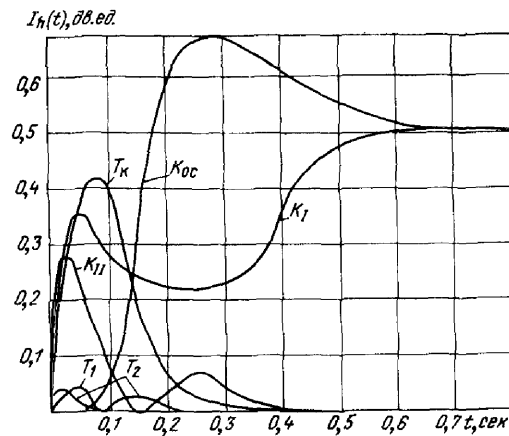


Рис. 6.10.9.

На рис. 6.10.9 показаны графики количества информации, получаемой прибором измерения отклонения переходной функции, обусловленной отклонением интересующего нас первичного параметра. Из этого рисунка можно сделать следующие выводы.

1. Наибольшее количество информации об отклонении коэффициента усиления K_I можно получить по истечении 0,5—0,6 сек от начала переходного процесса.
2. Максимум информации об отклонении постоянной времени находится в диапазоне времени 0—0,2 сек.
3. Максимальное количество информации об отклонении параметра K_{II} получается в интервале времени 0—0,1 сек.
4. Наибольшее количество информации об отклонении коэффициента $K_{ос}$ помещается в диапазоне времени 0,15—0,5 сек.

5. Количество информации об отклонении параметров высокочастотных звеньев T_1, T_2 очень мало и сосредоточено в начале переходного процесса.

6. Если измеряются значения переходной функции в отдельные моменты времени, то, как это видно из рисунка, целесообразно выбрать такие точки, в которых отклонения переходной функции несут наибольшее количество информации об отклонении параметров.

Сравнительная информационная оценка методов контроля

Для сравнительной информационной оценки методов и устройств контроля динамической системы по АЧХ, ФЧХ и переходной функции воспользуемся графиками количества информации, получаемой при измерении характеристик системы. Из сравнения этих графиков можно сделать следующие выводы:

1. Наибольшее количество информации о всех параметрах системы дает устройство, измеряющее ФЧХ, наименьшее — устройство, измеряющее переходную функцию; ФЧХ не дает информации об отклонении коэффициента K_1 , а АЧХ и переходная функция дают одинаковое количество информации об отклонении этого коэффициента.

2. Графики $I_{\Delta A}(\omega)$ по K_1 имеют экстремум (максимум). При этом экстремальное значение $I_{\Delta A}(\omega)$ на частоте 10 1/сек соответствует экстремальному значению $I_{\Delta h}(t)$ в момент времени $t=0,05 \text{ сек}$, а максимальное значение количества информации $I_{\Delta A}(\omega)$, начиная с частоты $\omega=0,7 \text{ 1/сек}$ и до $\omega=0$, соответствует максимальному количеству информации $I_{\Delta h}(t)$ в момент времени $t=0,6 \text{ сек}$.

3. Графики $I_{\Delta A}(\omega)$, $I_{\Delta \varphi}(\omega)$ и $I_{\Delta h}(\omega)$ получаются с явно выраженными максимумами. При этом максимум $I_{\Delta A}(\omega)$ при $\omega=10 \text{ 1/сек}$ соответствует максимуму $I_{\Delta \varphi}(\omega)$ на $\omega=1 \text{ 1/сек}$ и максимуму $I_{\Delta h}(t)$ в момент времени $t=0,1 \text{ сек}$.

4. В зависимости от отклонения коэффициента K_{11} максимум $I_{\Delta \varphi}(\omega)$ лежит на $\omega=30 \text{ 1/сек}$ и соответствует максимуму $I_{\Delta \varphi}(\omega)$ на $\omega=10 \text{ 1/сек}$ и максимуму $I_{\Delta h}(t)$ в момент времени $t=0,02 \text{ сек}$.

5. Графики $I_{\Delta A}(\omega)$ об отклонении K_{φ} имеют максимальное значение в диапазоне $\omega=(0 \div 0,6) \text{ 1/сек}$, а $I_{\Delta h}(t)$ — максимальное значение в момент времени $t=0,35 \text{ сек}$.

6. Количество информации об отклонениях параметров T_1 и T_2 при измерении АЧХ и ФЧХ в области высоких частот мало и не имеет практического значения; при измерении переходной функции количество информации об отклонениях параметров T_1 и T_2 сравнительно мало и получается в начале переходного процесса.

7. Отклонения параметров $T_{кор}$, $K_{11}K_{ос}$, T_1, T_2 легче различить при контроле ФЧХ, а отклонения параметров $K_1K_{ос}$ — при контроле АЧХ и переходной функции.

6.11. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОДСТРОЙКИ САУ ПО ПЕРВИЧНЫМ ПАРАМЕТРАМ

При разработке неавтоматических и автоматических устройств подстройки систем управления необходимо знать эффективность подстройки каждым первичным параметром, определяющим отклонения статических и динамических характеристик САУ.

В качестве показателя эффективности подстройки САУ отдельными первичными параметрами можно условно выбрать коэффициент

$$N_i = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i}, \quad (6.11.1)$$

где n — число параметров, определяющих отклонение характеристик на определенной частоте при контроле частотных характеристик или в определенный момент времени при контроле временных характеристик; I_i — среднее количество информации, получаемое устройством контроля об отклонении i -го параметра.

Выражение (6.11.1) условимся называть коэффициентом избыточности. Этот коэффициент, как видно из формулы (6.11.1), изменяется от 0 до 1 и характеризует способность первичного параметра устранять энтропию, вызываемую отклонениями всех первичных параметров системы.

1. При подстройке системы по АЧХ коэффициент избыточности

$$N_{A_j}(\omega) = \frac{I_{A_j}(\omega)}{\sum_{j=1}^n I_{A_j}(\omega)}. \quad (6.11.2)$$

Зависимость коэффициентов избыточности от частоты для различных первичных параметров приведена на рис. 6.11.1.

2. При подстройке системы по ФЧХ коэффициент избыточности

$$N_{\varphi_j}(\omega) = \frac{I_{\varphi_j}(\omega)}{\sum_{j=1}^n I_{\varphi_j}(\omega)}. \quad (6.11.3)$$

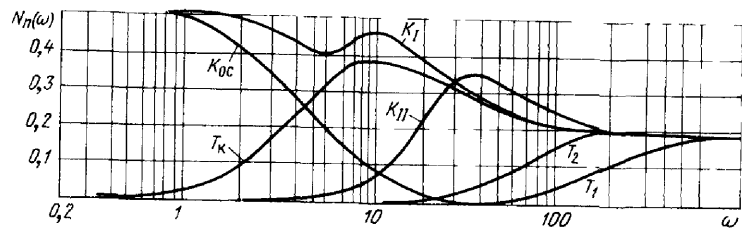


Рис. 6.11.1.

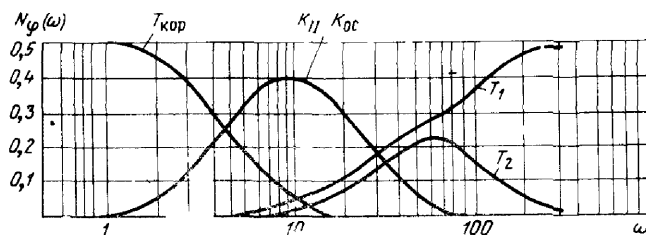


Рис. 6.11.2

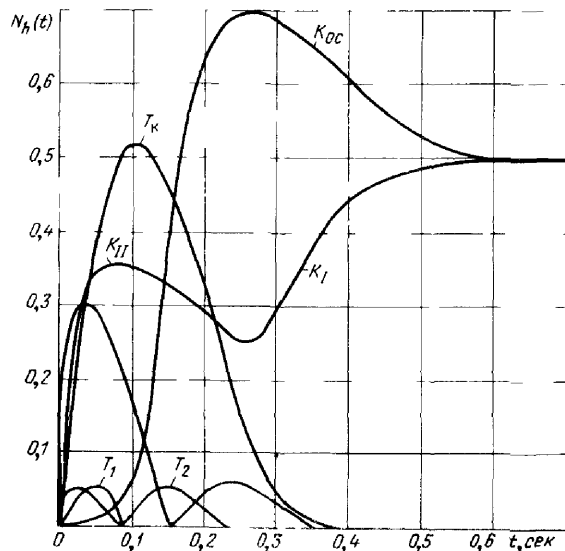


Рис. 6.11.3.

На рис. 6.11.2 показана зависимость коэффициентов избыточности для различных первичных параметров. Из рисунка видно, что коэффициенты избыточности изменяются в зависимости от частоты. На различных частотах наибольшей избыточностью обладают определенные параметры.

3. При подстройке системы по переходной функции коэффициент избыточности

$$N_{h_j}(t) = \frac{I_{h_j}(t)}{\sum_{i=1}^n I_{h_j}(t)}. \quad (6.11.4)$$

Графики коэффициентов избыточности для различных первичных параметров в зависимости от времени приведены на рис. 6.11.3. Из этого рисунка видно, что коэффициенты избыточности существенно изменяются в зависимости от времени. В определенные моменты времени некоторые параметры обладают наибольшей избыточностью.

6.12. ВЫБОР АЛГОРИТМА РАБОТЫ УПОИ

Синтез устройств первичной обработки информации, поступающей с САУ при их контроле, прежде всего содержит:

- определение и оптимизацию алгоритма работы УПОИ;
- определение обобщенных параметров для контроля САУ;
- определение параметров для поиска неисправностей в САУ;
- определение прогнозирующих параметров;
- выбор элементов подстройки САУ;
- информационное согласование элементов УПОИ между собой и элементами других систем;
- выбор точности работы УПОИ;
- обоснование точности преобразования непрерывных сигналов в дискретные и выбор кода и числа разрядов.

При решении задач синтеза УПОИ необходимо учитывать задачи, которые решаются УПОИ и АСКУ на том или ином этапе подготовки отдельных систем управления и полностью объекта.

Основными целями являются: контроль и оценка готовности систем и объекта; определение возникшей неисправности; прогнозирование отказов; подстройка, отбраковка систем и замена неисправных систем.

Все это приводит к повышению степени достоверности состояния объекта. Кроме целей, необходимо также учитывать простоту и экономичность аппаратурной реализации алгоритмов, время и надежность достижения цели.

Метод контроля, выбранный в соответствии с классом САУ, в основном определяет алгоритм работы УПОИ при контроле.

Для нелинейных САУ, включающих инерционные элементы, основное распространение получили частотные и временные методы.

Объем и порядок выполнения операций контроля определяется принятым критерием оценки готовности САУ и оптимизируется по обобщенному статистическому критерию. В случае допускового контроля отдельных элементов или систем и оценки готовности по критериям «годен — негоден», «меньше — норма — больше» и обобщенному статистическому критерию необходимо выполнить измерение обобщенных или первичных параметров и результат измерения сравнить с соответствующими номинальными значениями этих параметров.

Обычно непосредственное измерение первичных параметров, как правило, трудно реализуемо. Поэтому на практике вначале определяется некоторый обобщенный параметр, а затем путем решения уравнений находится первичный параметр САУ.

Построение систем контроля обобщенных параметров выполнить значительно проще, нежели систем контроля первичных параметров. Однако если предполагается оценку готовности элементов систем вести с учетом прогнозирования, то в этом случае измерение первичных параметров может оказаться необходимым. Измерение первичных параметров не производится только тогда, когда прогнозирование ведется непосредственно по обобщенным параметрам, а также тогда, когда си-

стема подстраивается до получения номинальных значений обобщенных параметров.

В случае контроля объектов непосредственно по значению обобщенных статистических критериев измеренные УПОИ значения первичных или обобщенных параметров передаются в устройство вторичной обработки информации.

Таким образом, УПОИ в соответствии с принятым критерием оценки готовности должно выдавать информацию о первичных или обобщенных параметрах либо в виде сигналов «да — нет», либо в виде числового закодированного значения этих параметров.

Оптимальный метод контроля САУ определяется на основе выполнения сравнительного функционально-статистического анализа различных методов. Однако при выборе метода контроля необходимо также учитывать специфичность информации, получаемой в результате осуществления того или иного метода. Так, например, контроль системы путем анализа реакции системы на скачкообразное или линейно изменяющееся воздействие позволяет непосредственно установить ее быстродействие, выяснить характер переходных процессов. Контроль системы путем анализа реакции системы на гармонический сигнал позволяет оценить эффект влияния нелинейных элементов на устойчивость системы, а также возникающие в ней резонансные явления и наличие постоянной составляющей и субгармоник.

В случае получения неудовлетворительного результата контроля можно выполнить либо поиск неисправности и затем подстройку и отбраковку, либо вначале подстройку системы и отбраковку, а затем поиск неисправности. Выбор очередности алгоритмов подстройки, отбраковки и поиска неисправности зависит от числа органов подстройки и от точности поиска неисправностей.

Оптимизацию алгоритма поиска неисправностей необходимо выполнить по методике, изложенной в предыдущей главе.

Таким образом, можно рассмотреть следующие основные классы алгоритмов работы УПОИ:

— измерение временных или частотных характеристик, оценка готовности по непосредственному их значению;

— измерение временных или частотных характеристик, оценки готовности по сигналам «да — нет»;

— измерение временных или частотных характеристик, определение первичных параметров, оценка готовности по непосредственному значению характеристик и первичных параметров;

— измерение временных или частотных характеристик, определение первичных параметров, оценка готовности по сигналам «да — нет»;

— такие же алгоритмы, но с учетом прогнозирования.

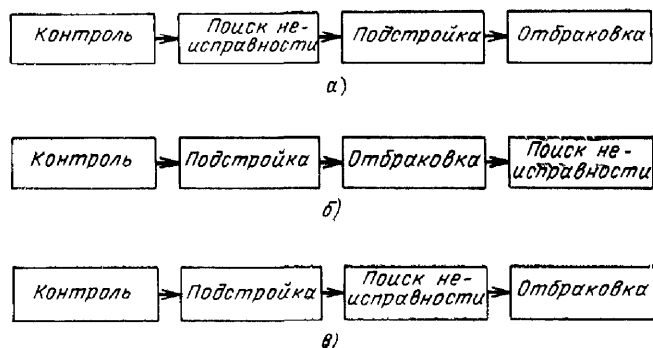


Рис. 6.12.1.

Порядок работы УПОИ можно представить в виде схем (рис. 6.12.1). В этих алгоритмах в зависимости от сложности САУ и систем контроля могут совмещаться контроль и поиск, а также отсутствовать подстройка. Кроме того, алгоритмы подстройки и отбраковки могут меняться местами. Программа осуществления тех или иных алгоритмов работы УПОИ задается либо в самом УПОИ, либо УВОИ.

6.13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ САУ

В предыдущей главе было показано, что для получения максимального количества информации о состоянии САУ необходимо контролировать всю систему одновременно, т. е. при частотном методе контроля измерять

частотную характеристику, а при временном методе контроля — временную характеристику всей системы. Следовательно, при частотном и временном методах контроля за обобщенные параметры можно принять частотные и временные характеристики системы, полностью характеризующие статическое и динамическое свойства системы и дающие полную информацию о ее состоянии. Назовем такие характеристики обобщенными параметрами первого рода.

Однако осуществить контроль частотной характеристики на очень большом числе частот из полосы пропускания САУ, а временной при большом числе дискретов изменения временной функции технически не представляется возможным*, да и в этом нет большой необходимости.

Согласно теореме Котельникова [18] обобщенные параметры без потери информации** можно измерить дискретно:

— частотные характеристики в $N = \omega/\pi$ дискретах через интервал частот

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_n}; \quad (6.13.1)$$

— временные характеристики также в ω/π дискретах через интервал времени

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (6.13.2)$$

Для анализируемого автомата стабилизации объекта (6.13.2) при $\omega \approx 100$ 1/сек и $T_n = 2$ сек; $N \approx 100/3,14 \approx 32$ дискрета, $\Delta\omega \approx 6,28/2 \approx 3$ 1/сек, $\Delta t \approx 6,28/100 \approx 0,0628$ сек = 62,8 мсек.

Если техническая реализация устройств измерения временной характеристики в 32 дискретах не вызовет особой трудности, то техническая реализация устройств измерения частотной характеристики в случае применения монохроматических входных сигналов вызовет значительные трудности и потребует значительного времени для выполнения операций контроля. Поэтому в процессе контроля САУ обычно используется устройства

*) Кроме визуального контроля, например, по экрану осциллографа

***) В случае неограниченных спектров сигналов системы степень потери информации при выборе дискретов всегда можно оценить.

контроля, которые дают не полную информацию о состоянии системы, а наиболее ценную и необходимую. Частотные характеристики автомата стабилизации летательных аппаратов, например, измеряются всего лишь на одной-двух частотах. Временные функции также можно измерять в нескольких дискретах.

Задача состоит в том, чтобы определить значения частот при контроле частотных характеристик, а также значения моментов времени при контроле временных характеристик, на которых устройство контроля даст необходимую и достаточную информацию для оценки статического и динамического состояния САУ.

Дискретные значения частот и моментов времени, в которых получается необходимое количество информации, также отнесем к обобщенным параметрам и назовем их обобщенными параметрами второго ряда.

Для получения наиболее эффективного контроля необходимо контролировать обобщенные параметры, которые дают максимальное значение обобщенного статического критерия эффективности

$$\mathcal{E}(x, t, \tau, \vartheta, q_1, \dots, q_n) = \frac{K_I(x, t, \tau, \vartheta, q_1, \dots, q_n)}{K_{I_0}(x, t, \tau, \vartheta, q_1, \dots, q_n)}, \quad (6.13.3)$$

где x — соответствующий оператор; ϑ — значение аргумента времени или частоты; K_I, K_{I_0} — соответственно реальная и идеализированная эффективность алгоритма контроля.

Значение обобщенного параметра, при котором получается максимальное значение критерия эффективности, можно определить путем взятия частной производной по параметру и решения уравнения относительно этого параметра, т. е.

$$\frac{\partial \mathcal{E}(x, t, \tau, \vartheta, q_1, \dots, q_n)}{\partial \vartheta} = 0. \quad (6.13.4)$$

Подобная задача может быть также решена методом линейного и нелинейного программирования, однако в первом приближении ее можно решить графически, используя графики информационного анализа.

Определение обобщенных параметров второго рода при частотном методе контроля

На рис. 6.13.1 представлены графики функции

$$I_{\Delta A}(\omega, q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n I_{\Delta A_i}(\omega, q_i). \quad (6.13.5)$$

При определении обобщенных параметров предположим, что устройство контроля работает без ошибок,

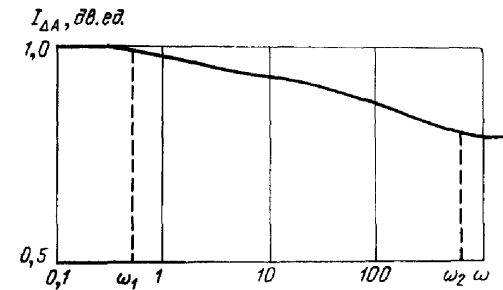


Рис. 6.13.1.

может получить максимальное количество информации независимо от значения параметра. В этом случае $I_{\Delta A_{max}}(\omega, q, \dots, q_n)$ получается при измерении амплитудной характеристики на любой частоте до ω_1 .

Однако если учесть стоимость устройства контроля, то можно более определенно выбрать значение обобщенного параметра второго рода.

Общую стоимость измерительного устройства АЧХ можно определить по формуле

$$c_{\text{АЧХ}} = c_{\text{ИА}} + c_{\text{ГС}} + \sum_{i=1}^r c_i, \quad (6.13.6)$$

где $c_{\text{ИА}}$ — стоимость устройства измерения амплитудного значения; $c_{\text{ГС}}$ — стоимость генератора скачка; $c_i(\omega)$ — стоимость генератора i -го синусоидального колебания; $\sum_{i=1}^r c_i(\omega)$ — суммарная стоимость генератора синусоидальных колебаний.

Без внесения большой ошибки можно предположить, что стоимости $c_{\text{ИА}}$ и $c_{\text{ГС}}$ не зависят от частоты. При этом $c_{\text{ГС}} \ll c_i$. Существенно зависит от частоты стоимость генератора синусоидального колебания c_i : практически можно считать, что чем больше частота, тем меньше стоимость генератора. Таким образом, чем меньше частота (кроме нулевой), тем дороже устройство измерения. Поэтому наибольшей эффективностью при контроле АЧХ в диапазоне частот $0-\omega_1$ будет обладать устройство, измеряющее АЧХ при нулевой частоте. Получаемая на этой частоте информация будет обладать максимальной ценностью с точки зрения точности работы САУ, так как в этом случае $I_{\text{ц}} = \log_2 1 - \log_2 \frac{1}{2} = 1$ дв. ед.

Кроме измерения коэффициента усиления для получения необходимого количества информации о всей частотной характеристике необходимо выполнить измерение АЧХ на частотах в диапазоне $\omega_1-\omega_2$. При этом, чем больше частота, на которой осуществляется измерение, тем меньше стоимость измерительного устройства.

Поэтому для получения меньшей стоимости устройства необходимо выбирать большие частоты, которые позволили бы не только полностью определить участок характеристики в диапазоне частот $\omega_1-\omega_2$, но и выше ω_2 . Однако наиболее ценной информацией ($I_{\text{ц}} = 1$ дв. ед.) с точки зрения проверки устойчивости системы обладает измерение, выполненное на частоте $\omega = \omega_{\text{к}} = 10$ 1/сек, так как в области этой частоты наибольшей энтропией обладает корректирующий контур и коэффициент $K_{\text{П}}$, определяющие в основном устойчивость САУ.

Измерение частотной характеристики на большем числе дискретов частот значительно повышает стоимость, не увеличивая информацию о степени устойчивости и точности САУ. С точки зрения быстрейшего наименьшего времени потребует измерение на нулевой частоте. С увеличением частоты скачком возрастает время измерения и затем по мере возрастания частоты уменьшается.

Если считать, что измерение амплитудного значения возможно выполнить за один период колебания, то график изменения времени измерения можно представить в виде рис. 6.13.2. При этом можно предположить, что

измерение амплитудного значения после того, как оно установилось, выполняется за время $t_{\text{к}} \ll 1/\omega = 0,1$ сек.

Общее время, требуемое для измерения частотной характеристики в r дискретах, при принятых предложениях можно определить по формуле

$$T_{\text{КАЧХ}} = \sum_{i=1}^r T_i, \quad (6.13.7)$$

где T_i — длительность периодов синусоидальных колебаний.

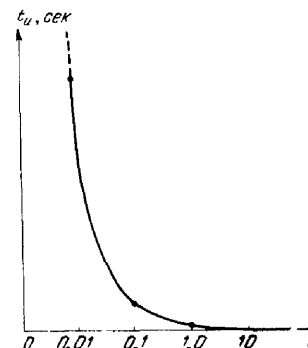


Рис. 6.13.2.

Таким образом, оптимальными обобщенными параметрами второго рода при контроле АЧХ являются $\omega = 0$ и $\omega = \omega_{\text{к}}$.

Порядок контроля необходимо выбрать в соответствии с убыванием эффективности, т. е. вначале контролировать коэффициент усиления САУ, а затем АЧХ на частоте $\omega_{\text{к}}$ и т. д.

Для минимально фазовых систем контроля АЧХ дает полную информацию о состоянии САУ. Для неминимально фазовых систем необходимо выполнять контроль как АЧХ, так и ФЧХ.

Выбор оптимальных обобщенных параметров для контроля ФЧХ выполняется по аналогичной методике. Необходимо при этом учитывать, что при контроле ФЧХ невозможно получить информацию об отклонении коэффициента усиления. Кроме того, при контроле ФЧХ по-

лучается больше информации об отклонении постоянных времени звеньев САУ при одной и той же стоимости устройства контроля.

Определение обобщенных параметров второго рода при временном методе контроля

На рис. 6.13.3 приведен график

$$I_{\Delta h}(t, q_1, \dots, q_n) = \sum_{i=1}^n I_{\Delta h_i}(t, q_i). \quad (6.13.8)$$

Можно предположить, что стоимость устройства измерения переходной функции в один дискрет равна $c_{пф}$

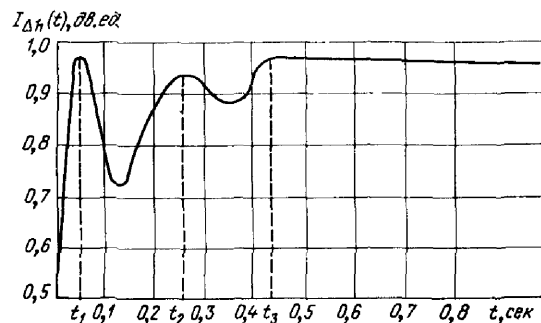


Рис. 6.13.3.

и не зависит от момента времени, в который выполняется измерение*).

Общая стоимость устройства измерения переходной функции

$$c_{пф} = c_{ИА} + c_{ГС}, \quad (6.13.9)$$

где $c_{ИА}$ — стоимость устройства измерения амплитуды; $c_{ГС}$ — стоимость генератора скачка.

Время, необходимое для измерения одного дискрета, равно времени измерения амплитудного значения. Общее время, требуемое для измерения одной переходной

* В действительности стоимость зависит от момента измерения переходной функции: эта зависимость обуславливается зависимостью точности измерения от момента измерения переходной функции.

функции равно длительности переходного процесса $T_{п.т.е.}$

$$T_{пф} = T_{п.т.е.} \quad (6.13.10)$$

При таких предположениях эффективность устройства измерения переходной функции в различные моменты времени определяется количеством получаемой информации в эти моменты времени.

Из графика видно, что для контроля переходной функции в качестве обобщенных параметров следует выбрать моменты времени t_1 , t_2 и t_3 . При этом в моменты времени t_1 , t_2 получается наиболее ценная информация об устойчивости системы, а в момент времени t_3 — наиболее ценная информация о точности работы САУ.

Естественно, что столь приближенные расчеты имеет смысл выполнять только на этапе эскизного проектирования. На этапе технического проектирования расчеты с целью выбора оптимальных решений необходимо выполнить по предложенной в гл. 4 методике с более точным учетом влияния различных факторов.

В первом приближении можно считать, что прогнозирование состояния систем автоматического управления будет осуществлено по обобщенным параметрам первого и второго рода. Более глубокое обоснование прогнозирующих параметров целесообразно проводить на этапе технического проектирования на основе решения максиминной задачи методом нелинейного программирования.

6.14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ПОИСКА НЕИСПРАВНОСТЕЙ В СИСТЕМЕ

Поиск неисправностей в САУ осуществляется по оптимальному алгоритму, составленному с учетом положений § 5.5. Этот алгоритм позволяет получать самую большую эффективность за каждый опыт поиска. Предположим, что поиск неисправности в системе осуществляется с точностью до элементарного звена.

Под частными параметрами первого рода для поиска неисправностей будем понимать коэффициенты усиления, постоянные времени элементарных звеньев и некоторые параметры нелинейных звеньев. К частным параметрам второго рода при частном методе поиска отне-

сем частоты, на которых измерение частотной характеристики дает максимум информации об отклонении определенного частного параметра; при временном методе контроля — моменты времени, в которые измерение временной характеристики дает максимум информации об отклонении определенного параметра.

Если определение частных параметров первого рода для поиска неисправностей в системе не вызывает особых трудностей (они определяются из уравнений, описывающих динамику системы), то определения частных параметров второго рода необходимо выполнять по определенной методике. Для этого необходимо определить эффективность перевода частной энтропии в информацию

$$\mathcal{E}_i(x, t, \tau, \theta, q_i) = \frac{K_{I_i}(x, t, \tau, \theta, q_i)}{K_{0i}(x, t, \tau, \theta, q_i)}, \quad (6.14.1)$$

где x — соответствующий оператор; θ — значение аргумента времени или частоты; K_{I_i} , K_{0i} — соответственно абсолютная или идеализированная эффективность.

Определим значение частного параметра второго рода, при котором получается максимальное значение эффективности, путем взятия частной производной по параметру и решения уравнения относительно этого параметра, т. е.

$$\frac{\partial \mathcal{E}_i(x, t, \tau, \theta, q_i)}{\partial \theta} = 0. \quad (6.14.2)$$

Подобную задачу, как и задачу определения обобщенных параметров, можно решить методом динамического программирования. Однако при инженерных расчетах приближенно ее можно решить, используя результаты информационного анализа, полагая при этом вначале, что быстроедействие, стоимость и другие показатели устройства поиска не зависят от параметра θ .

В этом случае необходимо найти производную от выражения количества информации по параметру, получаемой устройством контроля об отклонении определенного частного параметра, и решить уравнение относительно этого параметра, т. е.

$$\frac{\partial I_i(x, t, \tau, \theta, q_i)}{\partial \theta} = 0. \quad (6.14.3)$$

Таблица 6.14.1

Метод поиска	Обозначение параметра	Частота, 1/сек	Момент времени, сек	I, дв. ед.	Примечание
Измерение АЧХ	K_I	0—1	—	0,50	Имеет второй максимум То же
	K_{0c}	0—0,8	—	0,50	
	T_{Σ}	10	—	0,36	
	T_{II}	20	—	0,34	
	T_2	115	—	0,18	
	T_1	180	—	0,16	
Измерение ФЧХ	$K_{II}K_{0c}$	20	—	1,5	$I_{T_1} > I_{T_{кор}}$ $I_{T_1} > I_{T_{кор}}$ $> I_{T_2}$ 1,0
	T_1	50	—		
	$T_{кор}$	20	—		
	T_2	100	—		
Измерение ПФ	K_{0c}	—	0,27	0,68	Второй
	K_I	—	0,63	0,5	
	T_{Σ}	—	0,1	0,42	Второй
	K_{II}	—	0,02	0,28	
	T_2	—	0,03	0,05	Второй
	T_1	—	0,02	0,04	

В табл 6.14.1 приведены названия частных параметров первого рода анализируемой системы при различных методах контроля, значения частных параметров второго рода, а также количество информации,

Таблица 6.14.2

Номер опыта	1	2	3	4	5	6
ω , 1/сек	0	0,8	10	20	115	180

получаемое при отклонении этих параметров на одну и ту же величину. Таблица составлена приближенно без учета внезапных отказов и статистических данных эксплуатации.

Предполагается, что при проектировании устройства поиска эти данные отсутствуют. Накопление эксплуатационных данных позволит уточнить таблицу и составить более точный алгоритм поиска.

Исходя из количества информации, получаемой при измерении того или иного обобщенного параметра первого рода, а также предполагая, что в системе может отказать только одно элементарное

звено, можно составить программы поиска неисправностей звеньев в системе.

Поиск неисправности при измерении АЧХ, ФЧХ и ПФ соответственно можно вести согласно табл. 6.14.2—6.14.4.

Таблица 6.14.3

Номер опыта	1	2	3	4
ω , 1/сек	0,2	120	10	50

Таблица 6.14.4

Номер опыта	1	2	3	4	5
t , сек	0,27	0,63	0,1	0,02	0,03

Таблица 6.14.5

Номер опыта	1	2	3	4	5	6
ω , 1/сек	0	10	20	0,8	115	180

Таблица 6.14.6

Номер опыта	1	2	3	4
ω , 1/сек	0,2	10	120	50

Таблица 6.14.7

Номер опыта	1	2	3	4	5
t , сек	0,63	0,1	0,27	0,02	0,03

При составлении программы поиска можно их оптимизировать также с учетом быстродействия, стоимости и ценности информации, получаемой при поиске. С учетом этих факторов табл. 6.14.2—6.14.4 преобразуются соответственно в табл. 6.14.5—6.14.7.

На этапе технического проектирования выбор частных параметров второго рода целесообразно вести с использованием обобщенного функционально-статистического критерия. При этом может оказаться, что не имеет смысла вести поиск неисправности в области слишком высоких или низких частот, а также при малых и больших значениях времени, хотя количество информации и другие приближенные оценки, получаемые при измерениях, могут быть значительными.

Таким образом, составление алгоритмов контроля и поиска неисправностей можно свести к чисто формальному акту, программируемому для оптимизации на ЦВМ, с учетом опыта работы составителей, опыта разработки и эксплуатации систем.

Все изложенные соображения основаны на предположении, что система автоматического управления линейна. В случае, если система нелинейна, то к обобщенным параметрам второго рода следует отнести набор сигналов с различными амплитудами, а к частным параметрам — параметры нелинейностей.

Методика выбора обобщенных и частных параметров для систем, нелинейности которых можно линеаризовать, почти не отличаются от изложенной.

6.15. ТРЕБОВАНИЯ И СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ АСКУ

Важнейшим требованием к АСКУ сложными объектами является ее безотказность в работе, которая характеризуется вероятностью безотказной работы $P_{АСКУ}(t, \tau)$ на протяжении заданного времени в заданных условиях эксплуатации. Вероятность безотказной работы АСКУ $P_{АСКУ}(t, \tau)$ наряду с вероятностью безотказной работы других элементов процесса определяет вероятность выполнения задачи всем комплексом *).

При создании высоконадежной АСКУ необходимо прежде всего учитывать следующие основные положения [19]. АСКУ включается в замкнутый цикл управления, работая при этом в реальном времени, поэтому неправильные решения, принимаемые АСКУ в результате ее ошибки, могут привести к ложным сигналам.

* В простейшем случае «взвешенной» передачи информации.

АСКУ должна обладать высокой эффективностью при резком ограничении частоты и длительности профилактических мероприятий, а также времени поиска отказавшего блока или элемента. АСКУ строится в основном с применением дискретных элементов, поэтому, в силу дискретной природы сигналов, в ней будут иметь место в основном внезапные отказы.

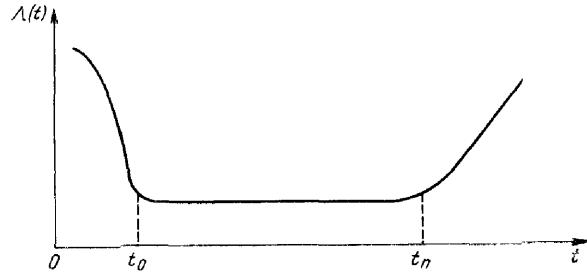


Рис. 6.15.1.

Всякая остановка АСКУ для устранения в ней неисправности может привести к остановке процесса контроля и управления, поэтому в этих случаях предусмотренный резерв отказавших элементов и блоков необходимо вводить без отключения. При этом отказавшие элементы или блоки должны заменяться новыми статистически аналогичными. Поток отказов можно с достаточной степенью точности считать ординарным, стационарным, без последствия, а вероятность отказов — распределенной по закону Пуассона [19] (рис. 6.15.1):

$$\underline{f}_0(t, \tau) = \Lambda_{\text{АСКУ}} \exp \{-\Lambda_{\text{АСКУ}}(t - \tau)\}, \quad (6.15.1)$$

где

$$\Lambda_{\text{АСКУ}} = n_1 \lambda_1 + n_2 \lambda_2 + \dots + n_k \lambda_k$$

интенсивность отказов АСКУ;

λ_k — интенсивность отказов k -го элемента;

n_k — число элементов, соединенных последовательно;

$(t - \tau)$ — время, на которое осуществляется прогнозирование надежности, начиная с текущего момента времени t до момента времени τ .

Период приработки $0, t_0$ (рис. 6.15.1) длится обычно недолго; в стационарный период $t_0 - t_n$ величина $\Lambda_{\text{АСКУ}}(t)$

практически постоянна; в период износа $t_n - t$ интенсивность отказов $\Lambda_{\text{АСКУ}}(t)$ возрастает.

На отыскание и замену отказавшего элемента или блока требуется некоторое время. При этом имеет место поток восстановления, распределение которого подчиняется также закону Пуассона:

$$\underline{f}_p(t, \tau) = \mu \exp \{-\mu(t, \tau)\}, \quad (6.15.2)$$

где $\mu = 1/T_p$; T_p — математическое ожидание времени ремонта или математическое ожидание времени поиска и замены неисправного элемента или блока.

Свойства ординарности, стационарности и отсутствия последствия закона Пуассона обуславливают то, что вероятность отказа элемента и блока АСКУ зависит только от длины рассматриваемого интервала времени $\tau - t$ и не зависит от времени работы рассматриваемого блока, а также то, что вероятность устранения неисправности не зависит от момента начала поиска.

В процессе контроля и управления некоторые элементы и блоки АСКУ работают дискретно. Вероятность отказа элемента или блока АСКУ с учетом дискретности его работы

$$\bar{P}(t, \tau) = \int_t^{t+\tau_n} P_n(v) f(v) dv + \int_t^{t+\tau_n} [1 - P_n(v)] [G(t - v)] f(v) dv, \quad (6.15.3)$$

где $P_n(v)$ — вероятность работы блока в момент v ; $G(v)$ — закон распределения периодов нерабочего состояния блока; τ_n — продолжительность работы; $f(v)$ — закон распределения отказов.

Безотказность работы АСКУ можно оценивать различными критериями. Вероятность безотказной работы

$$P_{\text{АСКУ}}(t, \tau) = \exp \{-\Lambda_{\text{АСКУ}}(t, \tau)\}. \quad (6.15.4)$$

В процессе работы отдельные элементы и блоки АСКУ или все АСКУ могут находиться в «горячем резерве». Вероятность того, что АСКУ, находясь в «горячем резерве», будет готова к работе в любой момент

времени и не откажет в фиксированный интервал времени T_b , где недопустим ее ремонт:

$$P_{\text{АСКУ}}(t, \tau_b) = P_{\text{АСКУ}}(t, \tau) P_{\text{АСКУ}}(T_b), \quad (6.15.5)$$

где

$$P_{\text{АСКУ}}(t, \tau) = \frac{\mu}{\mu + \Lambda_{\text{АСКУ}}} + \frac{\Lambda_{\text{АСКУ}} \exp\{(-\Lambda_{\text{АСКУ}} + \mu)t\}}{\Lambda_{\text{АСКУ}} + \mu} \quad (6.15.6)$$

— вероятность безотказной работы АСКУ с учетом восстановления, определяемая из дифференциального уравнения Эрланга,

$$\frac{dP_{\text{АСКУ}}(t, \tau)}{dt} = -(\Lambda_{\text{АСКУ}} + \mu)P_{\text{АСКУ}}(t, \tau) + \mu, \quad (6.15.7)$$

$$P_{\text{АСКУ}}(T_b) = \exp\{-\Lambda_{\text{АСКУ}}T_b\}. \quad (6.15.8)$$

С учетом формул (6.15.6), (6.15.8) можно записать

$$P_{\text{АСКУ}}(t, T_b) = \exp\{-\Lambda_{\text{АСКУ}}T_b\} \left[\frac{\mu}{\mu + \Lambda_{\text{АСКУ}}} + \frac{\Lambda_{\text{АСКУ}} \exp\{-(\Lambda_{\text{АСКУ}} + \mu)t\}}{\mu + \Lambda_{\text{АСКУ}}} \right]. \quad (6.15.9)$$

Для определения вероятности исправной работы элементов или блоков машины за интервал времени T_b необходимо в формулу (6.15.9) подставить соответствующие данные элементов или блоков.

Интересным критерием оценки безотказности работы является математическое ожидание времени безотказной работы между двумя соседними отказами

$$T_c = \int_0^{\infty} P_{\text{АСКУ}}(t) dt = \int_0^{\infty} \exp\{-\Lambda_{\text{АСКУ}}t\} dt = \frac{1}{\Lambda_{\text{АСКУ}}}. \quad (6.15.10)$$

АСКУ можно рассматривать как аппаратуру многократного действия. В этом случае для характеристики безотказности работы употребляется или средняя частота отказов $v(t)$, которая связана с плотностью распределения отказов интегральным уравнением

$$v(t) = f(t, \tau) + \int_0^t v(t) f(t - \tau) d\tau, \quad (6.15.11)$$

или средняя наработка на отказ

$$T'_c = \frac{1}{v(t)}. \quad (6.15.12)$$

При экспоненциальном законе распределения отказов (6.15.7) $v(t) = \Lambda(t) = \text{const}$; $T_c = T'_c$.

Как время безотказной работы, так и средняя наработка АСКУ не должны быть меньше времени полного цикла работы, иначе в процессе работы произойдет отказ.

Если система АСКУ, реализующая некоторый алгоритм, состоит из N логических элементов, то в первом приближении вероятность безотказной работы неизбыточной системы [20]

$$P_0(t, \tau) = P_1(t, \tau) P_2(t, \tau) \dots P_N(t, \tau) = \prod_{i=1}^N P_i(t, \tau), \quad (6.15.13)$$

где $P_i(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы логических элементов.

Повышение вероятности безотказной работы резервированной системы возможно достичь двумя путями: повышением вероятности безотказной работы логических элементов системы; резервированием элементов в системе.

Первый способ при большом числе элементов N , даже при их высокой вероятности безотказной работы оказывается малоэффективным. Если предположить число элементов $N=100$ и $P_i(t, \tau)=0,99$, то даже при высокой вероятности безотказной работы логических элементов [20]

$$P_0(t, \tau) = P_i^N(t, \tau) = (0,99)^{100} = 0,37.$$

Таким образом, для получения необходимой вероятности безотказной работы систем необходимо понизить вероятность отказа работы логических элементов в сотни раз. При современном уровне развития техники такое повышение вероятности безотказной работы вряд возможно. Поэтому основным способом повышения безотказности следует считать резервирование.

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы логических элементов и фиксированном времени ремонта T_p средняя наработка на отказ

системы, состоящей из одного рабочего и одного резервного элемента, равна [21]

$$T'_a = \frac{T'}{1 - \exp\left\{-\frac{T_p}{T'}\right\}}, \quad (6.15.14)$$

где T' — средняя наработка на отказ одного логического элемента; T_p — время ремонта отказавшего элемента.

Учитывая, что на практике

$$T_p \ll T',$$

получим

$$T'_a \approx T' \frac{T'}{T_p}. \quad (6.15.15)$$

При m -кратном резервировании [21]

$$T'_m = \frac{T'}{1 - \exp\left\{-\frac{T_p}{T'}\right\} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(T_p/T')^k}{k!}}. \quad (6.15.16)$$

При случайном времени ремонта T_p , распределенном по экспоненциальному закону,

$$T'_m = T' \frac{\sum_{k=0}^m \frac{(T_p/T')^k}{k!}}{\frac{(T_p/T')^m}{m!}}. \quad (6.15.17)$$

$$\text{При } T_p \ll T' \quad T'_m \approx T' (T'/T_p)^m m! \quad (6.15.18)$$

Таким образом, как это видно из формул (6.15.16), (6.15.18), резервированием, а также увеличением отношения T'/T_p можно достигнуть значительного увеличения времени безотказности работы.

На практике различают два способа резервирования: постоянным включением резервных элементов и замещением резервируемых элементов. Постоянное включение резерва в системах АСКУ связано с параллельной работой двух или более элементов (рис. 6.15.2) [20].

При исправных логических элементах, реализующих функцию $f(x)$,

$$y_1 = y_2 = y_3 = f(x).$$

При исправности всех логических элементов $y = f(x)$. При неисправности одного из трех логических элементов реализуется по-прежнему $y = f(x)$. Схема выходит из строя при отказе двух или трех элементов. Такая схема является избыточной.

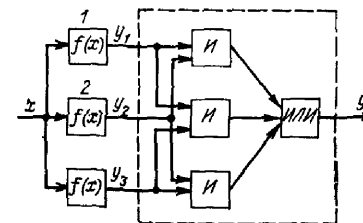


Рис. 6.15.2.

Для определения вероятности безотказной работы избыточной схемы составим таблицу реализации порогового элемента (ПЭ), обведенного пунктиром на рис. 6.15.2.

y_1	y_2	y_3	y
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1

Из этой таблицы определяем логическую функцию, реализуемую ПЭ:

$$f(x) = y = y_1 y_2 y_3 + y_1 y_2 \bar{y}_3 + y_1 \bar{y}_2 y_3 + \bar{y}_1 y_2 y_3. \quad (6.15.19)$$

Переходя от логических переменных к вероятности безотказной работы логических элементов, получим

$$P_p(t, \tau) = p_1 p_2 p_3 + p_1 p_2 (1 - p_3) + p_1 (1 - p_2) p_3 + (1 - p_1) p_2 p_3. \quad (6.15.20)$$

Полагая $p_1 = p_2 = p_3 = p(t, \tau)$, получим окончательно

$$P_p(t, \tau) = p^2(t, \tau) [3 - 2p(t, \tau)]. \quad (6.15.21)$$

Таким образом, если в некоторой системе АСКУ каждый логический элемент зарезервировать в N крат по указанному способу, 16—1508

то вероятность безотказной работы этой системы

$$P_{pN}(t, \tau) = \{p^2(t, \tau) [3 - 2p(t, \tau)]\}^N. \quad (6.15.22)$$

Анализируя зависимость отношения P_{pN}/P_0 от вероятности безотказной работы элемента $p(t, \tau)$, показанную на рис. 6.15.3, делаем следующее заключение: при вероятности $p(t, \tau) \leq 0,5$ построение избыточных схем бессмысленно; построение избыточных элементов может дать большую эффективность при больших N

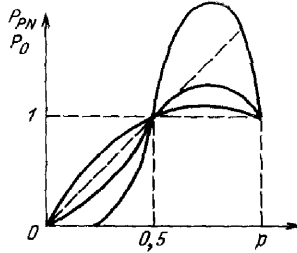


Рис. 6.15.3.

Формула (6.15.22) получена при условии, что вероятность срабатывания порогового устройства $P_{пз}=1$. С учетом безотказности работы порогового устройства вероятность безотказной работы схемы

$$P'_{pN}(t, \tau) = \{P_{пз}(t, \tau) p^2(t, \tau) [3 - 2p(t, \tau)]\}^N. \quad (6.15.23)$$

При

$$\begin{aligned} P_{пз}(t, \tau) &= p(t, \tau) \\ P'_{pN}(t, \tau) &= p^N(t, \tau) \{p^2(t, \tau) [3 - 2p(t, \tau)]\}^N = \\ &= P_0(t, \tau) P_{pN}(t, \tau). \end{aligned} \quad (6.15.24)$$

Так как $P_{pN} < 1$ и, следовательно, $P'_{pN} < P_0$, то система может быть эффективной, если она построена на таких ПЭ, вероятность безотказной работы которых выше вероятности безотказной работы логических элементов, реализующих функцию $f(x)$. Этого можно достигнуть дублированием более крупных блоков, реализующих более сложные зависимости, однако их вероятность безотказной работы должна быть не ниже 0,5. Дальнейшее повышение вероятности безотказной работы может быть достигнуто увеличением степени избыточности.

При резервировании замещением резервными элементами (в случае отказа рабочих) вероятность безотказной работы системы зависит, кроме того, от вероятности обнаружения отказа $p_{обн}$ и вероятности срабатывания переключающего устройства $p_{пу}$.

Средняя наработка на отказ резервированной системы

$$T'_m = \frac{T'}{(1 - p_n) + p_n \left[1 - \exp \left\{ -p_n \frac{T_p}{T'} \right\} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{\left(p_n \frac{T_p}{T'} \right)^k}{k!} \right]}, \quad (6.15.25)$$

где $p_n = p_{обн} p_{пу}$ — вероятность введения резерва.

При $T_p \ll T'$

$$T'_m = \frac{T'}{(1 - p_n) + \frac{p_n^{m+1} \left(\frac{T_p}{T'} \right)^m}{m!}}. \quad (6.15.26)$$

Если предположить, что переключающее устройство срабатывает безотказно, т. е. $p_{пу}=1$, то вероятность введения резерва определяется вероятностью обнаружения отказов.

Возможны два пути обнаружения отказов: непрерывный автоматический контроль работоспособности и периодический контроль.

При непрерывном автоматическом контроле степень относительного уменьшения средней наработки на отказ

$$\frac{T'_{m0}}{T'_m} = \frac{1}{m! \left(\frac{T'}{T_p} \right)^m (1 - p_0) + p_0^{m+1}}. \quad (6.15.27)$$

Для получения некоторого эффекта от резервирования должно выполняться неравенство

$$m! \left(\frac{T'}{T_p} \right)^m (1 - p_0) \leq 1$$

или

$$p_0 > 1 - \frac{(T_p/T)^m}{m!}.$$

Уже при $T_0/T' = 0,01$ и однократном резервировании должно быть $p_0 \geq 0,99$, а при двукратном $p_0 = 0,99995$.

Учитывая, что непрерывный автоматический контроль работоспособности схемы требует установления такого же сложного прибора, как проверяемая схема, удовлет-

ворить это требование к вероятности безотказной работы весьма трудно.

При периодическом контроле время обнаружения T_0 отказа становится случайной величиной, распределенной равномерно от нуля до времени между проверками $T_{п}$. Причем для надежного обнаружения отказа необходимо, чтобы это время было меньше допустимого времени обнаружения отказа $T_{0л}$. Вероятность обнаружения при этом

$$p_0 = p_{y0} P(T_0 < T_{0л}), \quad (6.15.28)$$

где p_{y0} — вероятность безотказной работы устройства обнаружения.

Из формулы (6.15.20) следует, что для увеличения вероятности p_0 необходимо как можно чаще производить контроль схемы, так как при этом также осуществляется контроль устройства обнаружения и, следовательно, увеличивается p_{y0} , кроме того, необходимо уменьшать время T_0 , чтобы получить $p(T_0 < T) = 1$.

Таким образом, путем резервирования и выбора определенного метода контроля возможно значительно повысить вероятность безотказной работы АСКУ.

Однако при оптимизации резервирования и методов контроля АСКУ необходимо учитывать не только степень повышения вероятности безотказной работы, но и те затраты, которыми она достигается, т. е. выполнять оптимизацию необходимо на основе обобщенного функционально-статистического критерия, выведенного с учетом надежности, стоимости и других показателей.

6.16. ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ СРОКОВ ПРОВЕРКИ АСКУ

Выбор интервала времени между проверками средств контроля можно произвести, исходя из следующих требований, предъявляемых к контролируемому объекту [22]:

$P_{дн}$ — допустимый нижний уровень (после контроля и настройки) вероятности работоспособности по i -му параметру объекта;

$P_{д}$ — допустимый нижний уровень после контроля вероятности работоспособности всего объекта;

$P_{фд}$ — допустимый нижний уровень после контроля вероятности нормального функционирования всего объекта.

Очередную проверку средств контроля целесообразно производить в том случае, если в момент следующей проверки объекта средства контроля не обеспечивают заданного уровня соответствующего требования. Организация проверок должна быть такой, чтобы затраты на ее проведение были минимальными.

Вероятность работоспособности по i -му выходному параметру объекта после его r -й проверки к моменту $(r+1)$ -й проверки равна:

$$P_i^{(r)} = D_i^{(r)} \varphi(T_{pi}^{(r+1)}, T_{\lambda i}^{(r+1)}),$$

где $D_i^{(r)}$ — достоверность контроля и настройки i -го параметра в момент r -й проверки; φ — закон изменения вероятности безотказной работы по i -му параметру; $T_{pi}^{(r+1)}, T_{\lambda i}^{(r+1)}$ — части интервала времени между $(r+1)$ -й и r -й проверкой i -го параметра, соответствующего его рабочему и нерабочему состоянию;

$$D_i^{(r)} = 1 - P_{ni}^{(r)} - P_{л \rightarrow ni}^{(r)};$$

$P_{ni}^{(r)}$ — вероятность существования необнаруженного отказа по i -му параметру в момент его r -й проверки; $P_{л \rightarrow ni}^{(r)}$ — вероятность перехода ложного отказа в необнаруженный отказ при r -й проверке и настройке i -го параметра.

Вероятность работоспособности равна:

$$P^{(r)} = \prod_{i=1}^{n_1} P_{i/i-1}^{(r)} \prod_{i=n_1}^n P_{0i/i-1}^{(r)},$$

где n — общее число выходных параметров объекта, определяющих его работоспособность; n_1 — число контролируемых параметров; $P_{i/i-1}^{(r)}$ — условная вероятность работоспособности по i -му контролируемому параметру; $P_{0i/i-1}^{(r)}$ — условная вероятность работоспособности по i -му неконтролируемому параметру.

Вероятность нормального функционирования объекта равна

$$P_{\phi}^{(r)} = P^{(r)} \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 - \bar{T}^{(r)}},$$

где \bar{T}_0 — среднее время безотказной работы объекта; $\bar{T}^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки объекта;

$$\bar{T}^{(r)} = \bar{T}_n^{(r)} + \bar{T}_n^{(r)},$$

где $\bar{T}_n^{(r)} = \sum_{i=1}^n P_{\text{нi}}^{(r)} T_{\text{pi}}^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки

объекта, зависящее от проверки средств контроля;

$\bar{T}_n^{(r)}$ — среднее время контроля и регулировки объекта, не зависящее от проверок средств контроля;

$T_{\text{pi}}^{(r)}$ — время регулировки по i -му параметру;

$P_{\text{нi}}^{(r)}$ — вероятность появления ложного отказа при r -й проверке i -го параметра.

Расчет на соответствие задаваемым требованиям может привести к тому, что получатся различные интервалы между проверками разных каналов. С целью рациональной организации проверок их окончательные сроки надо установить так, чтобы вместе с выполнением требований обеспечивался минимум затрат на проверку. Это можно обеспечить путем объединения сроков проверки каналов, мало различающихся расчетными сроками.

При использовании автоматизированных средств контроля с устройствами самопроверки рассчитанные сроки проверки являются периодичностью самопроверок. Чтобы рассчитать сроки проверки самого устройства, можно использовать тот же алгоритм, понимая под объектом автоматизированную систему контроля, а под системой контроля — устройство самопроверки.

Рассмотрим случай, когда к моменту очередной проверки контролируемые параметры и погрешности измерений подчиняются нормальному закону распределения (без учета выбросов, соответствующих режимам короткого замыкания и холостого хода). Тогда

$$f_{\text{xi}}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{\text{xi}}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{x_{\text{it}} - mx_{\text{i}}^{(r)}}{\sqrt{2} \sigma_{\text{xi}}^{(r)}} \right]^2 \right\},$$

где $\sigma_{\text{xi}}^{(r)}$ — среднеквадратическое отклонение i -го параметра к моменту r -й проверки; $mx_{\text{i}}^{(r)}$ — математическое ожидание i -го

параметра к моменту r -й проверки;

$$f_{\text{xi}}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{\text{xi}}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{z_{\text{it}} - mz_{\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(r)} \sqrt{2}} \right]^2 \right\},$$

где $\sigma_{\text{xi}}^{(r)}$ — среднеквадратическая погрешность i -го канала средств контроля к моменту r -й проверки объекта.

Вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону

$$P(T_{\text{pi}}^{(r+1)}, T_{\text{xi}}^{(r+1)}) = \exp \{ -\Lambda_{\text{pi}} T_{\text{pi}}^{(r+1)} - \Lambda_{\text{xi}} T_{\text{xi}}^{(r+1)} \},$$

где Λ_{pi} и Λ_{xi} — интенсивности отказов по i -му параметру соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Пусть математическое ожидание контролируемых параметров постоянно и равно:

$$mx_{\text{i}} = x_{0\text{i}}.$$

Тогда от проверки к проверке будет изменяться дисперсия распределения контролируемых параметров.

Пусть вероятность отказов за счет изменения дисперсии также подчиняется экспоненциальному закону.

В этом случае среднеквадратическое отклонение $\sigma_{\text{xi}}^{(l)}$ по каждому i -му параметру к моменту его r -й проверки можно определить из выражения

$$D_{\text{it}}^{(r)} \exp \{ -\Lambda_{\text{pzi}} T_{\text{pi}}^{(r)} - \Lambda_{\text{pxi}} T_{\text{xi}}^{(r)} \} = \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(r)}} \right) - \Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(r)}} \right) \right],$$

где $\Phi(x/\sigma)$ — функция Лапласа; Λ_{pzi} и Λ_{pxi} — интенсивности скрытых отказов, приводящих к изменению дисперсии i -го параметра соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Для определения $\sigma_{\text{xi}}^{(l)}$ можно использовать выражение

$$\Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(l)}} \right) - \Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(1)}} \right) = \left[\Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(0)}} \right) - \Phi \left(\frac{x_{\text{nit}} - x_{0\text{it}}}{\sigma_{\text{xi}}^{(0)}} \right) \right] \exp \{ -\Lambda_{\text{pzi}} T_{\text{pi}}^{(1)} - \Lambda_{\text{pxi}} T_{\text{xi}}^{(1)} \}.$$

Из аналогичных выражений можно определить среднеквадратическую погрешность $\sigma_{\text{xi}}^{(r)}$ по каждому i -му каналу средств

контроля к моменту r -й проверки объекта:

$$\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zi}^{(r)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zi}^{(r)}}\right) = \left[\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) \right] \exp\left\{-\Lambda_{псрi} \sum_{k=1}^r T_{срi}^{(k)} - \Lambda_{псxi} \sum_{k=1}^r T_{сxi}^{(k)}\right\},$$

где $z_{вi}$ и $z_{ни}$ — соответственно верхняя и нижняя допустимая погрешность измерения i -го канала средств контроля; $\Lambda_{псрi}$ и $\Lambda_{псxi}$ — интенсивности скрытых отказов, приводящих к изменению среднеквадратической погрешности i -го канала средств контроля соответственно в рабочем и нерабочем состоянии.

Для упрощения расчетов можно считать, что после каждой проверки и настройки i -го канала средств контроля его среднеквадратическая погрешность измерений возвращается к исходному уровню $\sigma_{zi}^{(0)}$.

Условная вероятность работоспособности по i -му контролируемому параметру

$$P_{i/i-1}^{(r)} = D_i^{(r)} \exp\{-\Lambda_{pi/i-1} T_{pi}^{(r+1)} - \Lambda_{xi/i-1} T_{xi}^{(r+1)}\}.$$

Условная вероятность работоспособности по i -му неконтролируемому параметру

$$P_{0i/i-1}^{(r)} = \exp\{-\Lambda_{pi/i-1} t_{pi}^{(r+1)} - \Lambda_{xi/i-1} t_{xi}^{(r+1)}\},$$

где $t_{pi}^{(r+1)}$ и $t_{xi}^{(r+1)}$ — интервалы текущего времени до момента проверки объекта, соответствующие рабочему и нерабочему состоянию i -го параметра.

Интервал между проверками i -го канала средств контроля

$$T_{ni} = \sum_{k=1}^r T_i^k,$$

где T_i^k — интервал времени между $(k-1)$ -й и k -й проверкой объекта.

Расчеты упростятся, если считать $\sigma_{xi} \approx \text{const}$. Тогда можно определить допустимый нижний уровень досто-

верности контроля и настройки из выражения

$$D_i = \frac{P_{ni}}{\exp\{-\Lambda_{псрi} \tau_{рi} - \Lambda_{псxi} \tau_{xi}\}},$$

где $\tau_{рi}$ и τ_{xi} — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру после контроля.

Определяем по рассчитанной величине D_i допустимую среднеквадратическую погрешность $\sigma_{zди}$.

Интервал времени между проверками i -го канала средств контроля можно определить из выражения

$$T_{ni} = \frac{\ln\left[\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right)\right] - \ln\left[\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zди}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zди}}\right)\right]}{a_i \Lambda_{псрi} + (1 - a_i) \Lambda_{псxi}},$$

где a_i — коэффициент, учитывающий время работы i -го канала средств контроля по отношению к общему времени:

$$a_i = \frac{T_{срi}}{T_{срi} + T_{сxi}}.$$

Приближенный расчет можно выполнить по формуле

$$T_{ni} = \frac{\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zди}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zди}}\right)}{[a_i \Lambda_{псрi} + (1 - a_i) \Lambda_{псxi}] \left[\Phi\left(\frac{z_{вi}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) - \Phi\left(\frac{z_{ни}}{\sigma_{zi}^{(0)}}\right) \right]}.$$

Если допустить, что $\sigma_{xi} = \text{const}$ и $\sigma_{zi} = \text{const}$, то расчет требуемых сроков периодичности проверок можно выполнить, учитывая изменение $T_{ni}^{(r)}$ за счет изменения члена

$$q_i^{(r)} = \int_{x_{ни}}^{x_{вi}} f_{xi}^{(r)} dx_i.$$

Чтобы величина $T_{ni}^{(r)}$ не превосходила допустимого уровня $T_{пди}$, необходимо соблюдать соотношение

$$q_{ni} \geq q_i^{(r)} = 1 - \exp\{-\Lambda_{срi} T_{прi} - \Lambda_{сxi} T_{пxi}\}.$$

Отсюда

$$T_{\text{пз}} \leq \frac{\ln(1 - q_{\text{пз}})}{a_i \Delta_{\text{опз}} + (1 - a_i) \Delta_{\text{сз}}}$$

Допустимый уровень $q_{\text{пз}}$ определяется из выражения

$$q_{\text{пз}} \leq \frac{\bar{T}_{\text{пз}} - \bar{T}_{\text{рз}} \int_{x_{\text{пз}}}^{x_{\text{пз}}} f_{x_i} \left[K_{1i} \int_{\infty}^{D_{\text{пз}}} f_{z_i} dz_i + K_{2i} \int_{D_{\text{пз}}}^{\infty} f_{z_i} dz_i \right] dx_i}{T_{\text{рз}} \int_{x_{\text{пз}}}^{x_{\text{пз}}} f_{x_i} dx_i}$$

Приближенный расчет $T_{\text{пз}}$ можно выполнить по формуле

$$T_{\text{пз}} \leq \frac{q_{\text{пз}}}{a_i \Delta_{\text{опз}} + (1 - a_i) \Delta_{\text{сз}}}$$

6.17. БЫСТРОДЕЙСТВИЕ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ

При выполнении контроля необходимо так опрашивать контролируемые параметры, чтобы не происходило потери информации о их состоянии, т. е. опрос должен производиться с определенной частотой. Информация о параметрах, полученная в результате их опроса, поступает в анализирующее устройство на обработку, по результатам которой принимаются соответствующие решения. Дальнейшая обработка данных в общем случае может производиться со скоростью, отличной от скорости опроса параметров. И, наконец, результаты обработки информации могут документироваться с третьей скоростью, отличной от предыдущих двух скоростей. Поэтому рассмотрим три вида быстрогодействия системы контроля: скорость приема информации, скорость анализа информации и выдачи сигналов управления и скорость документирования данных.

Кроме того, рассмотрим два вида состояний параметров: статическое, при котором величины параметров не изменяются за полное время контроля; динамическое, при котором величины параметров изменяются в процессе контроля.

Сначала рассмотрим случай однократного измерения параметров.

При статическом состоянии параметров частоту опроса f целесообразно выбирать, исходя из необходимости проверки параметров за требуемое время $T_{\text{пр}}$. Тогда

$$f_1 = \frac{n}{T_{\text{пр}}};$$

При динамическом состоянии параметров рассмотрим два случая контроля: когда требуется определить состояние параметров в определенный момент времени; когда требуется восстановить поведение контролируемого параметра во времени.

Рассматриваем в каждом случае два вида параметров: непрерывные и дискретные.

Определим частоту опроса в том случае, когда требуется узнать состояние параметра в определенный момент времени. Расчет этой частоты произведем, исходя из следующих условий. В определенный момент времени t_0 требуется проконтролировать n параметров, причем опрос параметров производится последовательно во времени. Очевидно, что при изменении величины параметров во времени и использовании привязки результатов измерения к моменту t_0 погрешности контроля будут тем больше, чем дальше во времени отстоит момент контроля параметра от момента t_0 . Предполагается, что все измеренные значения параметров получены в момент времени t_0 , т. е. используется ступенчатая аппроксимация.

Для определения частоты опроса предположим, что последним контролируется параметр, который имеет наибольшую скорость изменения. В этом случае полученное расчетное значение частоты обеспечит прием информации без потерь при других ситуациях. При расчетах учтем, что контролируемая величина изменяется по детерминированному закону или является случайной стационарной функцией времени.

При детерминированном законе изменения контролируемой величины частота опроса определяется по формуле [22]

$$F_2 = \frac{n \left(\frac{dx}{dt} \right)_{\text{max}}}{\Delta x},$$

где $\left(\frac{dx}{dt} \right)_{\text{max}}$ — максимальная скорость изменения параметра;

Δx — допустимая величина отклонения параметра от значения в момент времени t_0 .

При контролируемой величине, являющейся случайной стационарной функцией времени, имеем:

$$F_3 = \frac{n\omega_c x_{max}(t)}{\Delta x},$$

где $\omega_c = 2\pi f_c$ — частота среза спектральной плотности функции $x(t)$; $x_{max}(t)$ — максимальное значение функции $x(t)$.

Расчетные соотношения при контроле дискретных параметров, которые находятся в одном из двух состояний: 0 или 1, можно записать в ином виде.

Пусть требуется проконтролировать n параметров при минимальном времени их существования $(t_c)_{min}$. Тогда частота опроса определится по формуле

$$F_4 = \frac{n}{(t_c)_{min}}$$

В случае необходимости восстановления контролируемого процесса во времени и использования ступенчатой аппроксимации функции верны ранее приведенные соотношения. Однако ступенчатая аппроксимация функции требует высокой частоты опроса. Более низкие частоты опроса требуются, например, при использовании линейной аппроксимации функции.

При использовании линейной аппроксимации и детерминированном законе изменения контролируемой величины имеем:

$$F_5 = n \sqrt{\frac{\left| \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right|_{max}}{8\Delta x}}$$

При законе изменения контролируемой величины, являющемся случайной стационарной функцией времени, имеем:

$$F_6 = \frac{n\omega_c}{2} \sqrt{\frac{|x_{max}(t)|}{2}}$$

Использование линейной аппроксимации функции требует выполнения арифметических операций, которые усложняют анализирующее устройство.

В тех случаях, когда система контроля построена таким образом, что становится возможным использование

теоремы Котельникова, частота опроса равна:

$$F_7 = 2F_T,$$

где F_T — граничная частота спектра контролируемой функции.

Для обеспечения высокой достоверности результатов контроля бывает недостаточно произвести однократное измерение величины параметра, и производят m -кратные измерения. В подобных случаях все полученные выше частоты опроса параметров требуется увеличить в m раз.

Анализ полученной информации и выдача управляющих сигналов, включая выдачу результатов анализа на индикаторное табло и выполнение соответствующих операций оператором, можно производить за допустимый интервал времени Δt_a , который в общем случае может быть больше интервала опроса. За Δt_a можно принять интервал времени, в течение которого еще допускается существование возникшего в объекте отказа.

В течение интервала времени Δt_a должны выполняться все операции, необходимые для приема, анализа информации и выдачи сигналов управления, т. е. должно соблюдаться неравенство

$$\sum_{i=1}^k T_i \leq \Delta t_a,$$

где T_i — время выполнения i -й операции; k — число выполняемых операций.

Документирование данных может производиться за еще больший интервал времени Δt_d . За этот интервал должны быть произведены прием информации, ее анализ и документирование результатов контроля, т. е. должно соблюдаться неравенство

$$\sum_{j=1}^R T_j \leq \Delta t_d,$$

где R — общее число всех операций, включая документирование данных.

6.18. СПОСОБЫ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ

Широкое распространение находят способы оценки состояния параметров в формах «годен — негоден» и «меньше — норма — больше» [22]. При прогнозировании

работоспособности параметра, его настройке и регулировке оценку состояния параметра производят по его абсолютному значению или отклонению его от номинала. Произведем сравнительный анализ этих способов применительно к дискретным системам контроля с гибкой сменной программой.

Все управление системой контроля производится из программного устройства. Контролируемые параметры подключаются последовательно через коммутатор к преобразователю аналог — цифра. С этого преобразователя преобразованные в цифровую форму сигналы поступают в анализирующее устройство. Одновременно из программного устройства в анализирующее устройство поступают в цифровой форме допуски на контролируемые параметры и производится сравнение.

При оценке состояния параметра по его абсолютному значению из программного устройства в анализирующее устройство поступают абсолютные значения верхнего x_B и нижнего x_H пределов допусков на контролируемый параметр, которые одновременно с истинным значением параметра выводятся на регистрацию. Оценка годности производится путем сравнения абсолютного значения параметра с его допусками.

Для простоты расчетов будем считать, что состояния параметров равновероятны и значения всех величин задаются с абсолютной погрешностью ϵ . Тогда информация, получаемая при измерении одного параметра:

$$I_1 = \log_2 \frac{x}{\epsilon} \text{ [дв. ед.]},$$

где x — абсолютное значение измеряемого параметра.

Информация, вводимая из программного устройства на каждый контролируемый параметр:

$$I_{п1} = \log_2 \frac{x_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{x_H}{\epsilon} = \log_2 \left(\frac{x_B x_H}{\epsilon^2} \right) \text{ [дв. ед.]}. \quad (1)$$

Информация, выводимая на регистрацию,

$$I_{р1} = I_1 + I_{п1} = \log_2 \left(\frac{x x_B x_H}{\epsilon^3} \right) \text{ [дв. ед.]}. \quad (2)$$

При оценке состояния параметра по абсолютному значению отклонения параметра от номинала произво-

дится сравнение абсолютного значения отклонения параметра Δx , которое рассчитывается в анализирующем устройстве, с абсолютными значениями верхнего Δx_B и нижнего Δx_H допусков на эти отклонения, которые вводятся в анализирующее устройство из программного устройства.

Отклонение параметра от номинала равно:

$$\Delta x = x - x_0,$$

где x — истинное значение параметра; x_0 — номинальное значение параметра.

Номинальное значение параметра также вводится в анализирующее устройство из программного устройства. Регистрируются отклонения параметра от номинала и допуски на эти отклонения.

Информация, полученная при измерении одного параметра:

$$I_2 = \log_2 \frac{\Delta x}{\epsilon} \text{ [дв. ед.]}. \quad (3)$$

Информация, вводимая из программного устройства на каждый контролируемый параметр,

$$\begin{aligned} I_{п2} &= \log_2 \frac{x_0}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta x_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta x_H}{\epsilon} = \\ &= \log_2 \left(\frac{x_0 \Delta x_B \Delta x_H}{\epsilon^3} \right) \text{ [дв. ед.]}. \end{aligned} \quad (4)$$

Информация, выводимая на регистрацию,

$$\begin{aligned} I_{р2} &= \log_2 \frac{\Delta x}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta x_B}{\epsilon} + \log_2 \frac{\Delta x_H}{\epsilon} = \\ &= \log_2 \left(\frac{\Delta x \Delta x_B \Delta x_H}{\epsilon^3} \right) \text{ [дв. ед.]}. \end{aligned} \quad (5)$$

Способ оценки по абсолютному значению отклонения параметра от номинала будет экономичнее способа оценки по абсолютному значению параметра в отношении объема информации, вводимой из программного устройства, если $I_{п2} < I_{п1}$, т. е. при

$$\frac{x_0 \Delta x_B \Delta x_H}{\epsilon} < x_B x_H.$$

Если положить $\Delta x_{\text{в}} = \Delta x_{\text{н}} = \Delta x_0$, то последнее неравенство соблюдается, если

$$\Delta x < \frac{x_0}{\sqrt{\frac{x_0}{\varepsilon} + 1}}$$

Так как обычно $\frac{x}{\varepsilon} \gg 1$, то

$$\Delta x_0 < \sqrt{\varepsilon x_0}$$

Получаемый при этом выигрыш равен

$$\Delta I_{\text{н}} = I_{\text{п1}} - I_{\text{п2}} = \log_2 \left(\frac{\varepsilon x_{\text{в}} x_{\text{н}}}{x_0 \Delta x_{\text{в}} \Delta x_{\text{н}}} \right) = \log_2 \left[\frac{\varepsilon x_{\text{в}} x_{\text{н}}}{x_0 (\Delta x_0)^2} \right] \text{ [дв. ед.]}$$

Пример. Если $x_0 = 10 \text{ в}$, $\varepsilon = 0,1 \text{ в}$, то второй способ оценки экономичнее первого по объему информации, вводимой из программного устройства при $\Delta x_0 < 1 \text{ в}$.

Выигрыш в информации, выводимой на регистрацию и индикацию, при использовании оценки по отклонению параметра от номинала равен

$$\Delta I_{\text{в}} = I_{\text{р1}} - I_{\text{р2}} = \log_2 \left(\frac{x_0 x_{\text{в}} x_{\text{н}}}{\Delta x \Delta x_{\text{в}} x_{\text{н}}} \right) \text{ [дв. ед.]}$$

При оценке состояния параметра по величине отношения отклонения параметра от номинала к его номинальному значению сначала рассчитывается отношение

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{x - x_0}{x_0}$$

Затем это отношение сравнивается с относительными значениями верхнего $\delta x_{\text{в}}$ и нижнего $\delta x_{\text{н}}$ допусков, которые вводятся в анализирующее устройство из программного устройства. Регистрируются отношение отклонения параметров от номинала и допуски на это отклонение. Этот способ оценки равноценен способу оценки по абсолютному значению отклонения параметра от номинала в отношении объема вводимой и выводимой информации. Относительная форма регистрации данных может облегчить их обзор. Однако достигается это введением в систему контроля операции деления, что усложняет анализирующее устройство.

В случае, когда датчики системы контроля сконструированы таким образом, что с них выдается отклонение параметра от номинала Δx , оценку состояния параметра можно выполнить путем сравнения получаемого отклонения Δx с верхним $\Delta x_{\text{в}}$ и нижним $\Delta x_{\text{н}}$ допусками на это отклонение, которые вводятся из программного устройства.

На регистрацию выводятся абсолютные значения отклонения параметра Δx и допуски на это отклонение $\Delta x_{\text{н}}$ и $\Delta x_{\text{в}}$, т. е. объем этой

информации одинаков с объемом информации в рассмотренных последних способах.

Информация, вводимая из программного устройства, равна:

$$I_{\text{п4}} = \log_2 \frac{\Delta x_{\text{н}}}{\varepsilon} + \log_2 \frac{\Delta x_{\text{в}}}{\varepsilon} = \log_2 \left(\frac{\Delta x_{\text{н}} \Delta x_{\text{в}}}{\varepsilon^2} \right) \text{ [дв. ед.]}$$

Очевидно, что этот способ наиболее экономичен по объему вводимой информации. Кроме того, при использовании этого способа наиболее просто сконструировать анализирующее устройство. Недостаток способа состоит в том, что требуется устанавливать специальные датчики-преобразователи.

6.19. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ВХОДНЫХ ТЕСТ-СИГНАЛОВ ПРИ КОНТРОЛЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ САУ

Под оптимальным тест-сигналом будем понимать входной сигнал такой формы, при которой система контроля получает наибольшую информацию о значениях параметров контролируемой САУ [23].

Предположим, что на вход САУ подан тест-сигнал $z(t)$. Выходной сигнал системы $x(t, Q)$ будет зависеть от формы $z(t)$, от вектора параметров системы $Q\{t, q_1, \dots, q_n\}$. На сигнал $x(t, Q)$ накладывается аддитивная помеха $u(t)$. Суммарный выходной сигнал

$$x'(t) = x(t) + u(t). \quad (6.19.1)$$

При малом отклонении параметров системы от номинальных q_{0j} ($j=1, \dots, n$) выходной сигнал можно разложить в ряд по степеням $\Delta q_j = q_j - q_{0j}$, ограничиваясь учетом первого члена разложения:

$$\Delta x(t) = \sum_{j=1}^n \omega_j(t) \Delta q_j + u(t), \quad (6.19.2)$$

где

$$\omega_j(t) = \left. \frac{\partial x(t, q_1, \dots, q_n)}{\partial q_j} \right|_{q_j = q_{0j}}$$

Для простоты положим, что среднее значение помехи равно нулю.

Информация о значениях проверяемых параметров $\{q_1, \dots, q_n\}$, которую дает совокупность измеряемых вы-

ходных величин $\{\Delta x(t_1), \dots, \Delta x(t_m)\}$, равна

$$I(\Delta q_j, \Delta x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta q_j, \Delta x_i) \log_2 \frac{f(\Delta q_j, \Delta x_i)}{f(\Delta q_j) f(\Delta x_i)} d\Delta q_j d\Delta x_i, \quad (6.19.3)$$

где $f(\Delta q_j, \Delta x_i)$ — совместный дифференциальный закон распределения величин $\Delta q_j (j=1, \dots, n)$ и $\Delta u_i (i=1, \dots, m)$; $f(\Delta q_j)$ — дифференциальный закон распределения Δq_j ; $f(\Delta x_i)$ — дифференциальный закон распределения

$$\Delta x_i = \Delta x(t_i).$$

При нормальных законах распределения Δq_j и Δx_i

$$I(\Delta q_j, \Delta x_i) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{D_x}{D_u}, \quad (6.19.4)$$

где $D_x = \det \|R_x(t_i, t_k)\|$ — детерминант, составленный из коэффициентов корреляции величин Δx_i ; $D_u = \det \|R_u(t_i, t_k)\|$ — детерминант матрицы корреляции величин

$$u(t_i) = u_i. \quad (6.19.5)$$

Соотношения (6.19.3), (6.19.4) применялись Ю. В. Завгородним для отыскания оптимальных тест-сигналов при контроле нелинейных систем [24]. Тест-сигнал при этом определялся в виде линейной комбинации некоторого числа аппроксимирующих функций, максимизирующей величину I (6.19.4). Однако решение этой задачи вызывает значительные математические трудности и может быть выполнено только применением ЦВМ.

Задача значительно упрощается при ее решении для линейных САУ [23] при ограниченной энергии сигнала:

$$\int z^2(t) dt = E = \text{const}. \quad (6.19.6)$$

В этом случае

$$\omega_j(t) = \int g_j(t - \tau) z(\tau) d\tau, \quad (6.19.7)$$

где

$$g_j = \left. \frac{\partial G_1(t, q_1, \dots, q_n)}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{0j}};$$

$G(t, q_1, \dots, q_n)$ — импульсная переходная функция проверяемой системы.

При этом

$$R_x(t_i, t_k) = \sum_{i, l}^n \omega_j(t_i) \omega_l(t_k) R_{jl} + R_u(t_i, t_k) = \sum_{j, l} \iint g_j(t_i - \tau) g_l(t_k - \tau') R_{jl} z(\tau) z(\tau') d\tau d\tau' + R_u(t_i, t_k), \quad (6.19.8)$$

где R_{jl} — корреляционная матрица параметров системы

$$R_{jl} = \overline{q_j q_l}.$$

Оптимальная форма тест-сигнала при однократном измерении выходного сигнала

При однократном измерении выходного сигнала в момент времени $t = t_0$

$$D_x = R_x(t_0, t_0) = \sum_{j, l} R_{jl} \iint g_j(t_0 - \tau) g_l(t_0 - \tau') z(\tau) z(\tau') d\tau d\tau' + \sigma_u^2, \quad (6.19.9)$$

$$D_u = R_u(t_0, t_0) = \sigma_u^2. \quad (6.19.10)$$

Количество информации, получаемое при измерении

$$I = \frac{1}{2} \log \left\{ 1 + \frac{1}{\sigma_u^2} \sum_{j, l} R_{jl} \iint g_j(t_0 - \tau) g_l(t_0 - \tau') z(\tau) z(\tau') d\tau d\tau' \right\}. \quad (6.19.11)$$

При заданных дисперсии помехи σ_u^2 и корреляционной матрице параметров отыскание I_{\max} сводится к определению максимума функционала

$$\psi = \iint K(\tau, \tau') z(\tau) z(\tau') d\tau d\tau' - \lambda \int z^2(\tau) d\tau, \quad (6.19.12)$$

где

$$K(\tau, \tau') = \sum_{j, l} R_{jl} g_j(t_0 - \tau) g_l(t_0 - \tau') \quad (6.19.13)$$

— ядро.

После вычисления вариационной производной $\frac{\delta\psi}{\delta z(\tau)}$ и, приравняв ее к нулю, получим интегральное уравнение для определения $z(\tau)$

$$\int K(\tau, \tau') z(\tau') d\tau' = \lambda z(\tau). \quad (6.19.14)$$

Так как ядро этого уравнения вырождено (6.19.13), то решение уравнения (6.19.14) следует искать в виде

$$z(\tau) = \sum_j \xi_j g_j(t_0 - \tau); \quad (6.19.15)$$

Подставляя (6.19.15) в (6.19.14), получим систему линейных уравнений для оценки коэффициентов ξ_j :

$$\sum_l B_{lj} \xi_l = \lambda \xi_j, \quad (6.19.16)$$

где

$$B_{lj} = \sum_l R_{il} \int_0^\infty g_l(\tau) g_j(\tau) d\tau \quad (6.19.17)$$

— известные числа, определяемые по виду импульсной характеристики системы и коэффициентам корреляции R_{jl} .

Решение (6.18.16) является несложной задачей. Для этого решения величина $\Phi = \iint K(\tau, \tau') z(\tau) d\tau$ имеет вид $\Phi_k = \lambda_k E$, а выражение (6.18.11):

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\lambda_k}{\sigma_u^2} E \right\}, \quad (6.19.18)$$

$$I_{max} = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\lambda_{max}}{\sigma_u^2} E \right\}. \quad (6.19.19)$$

Таким образом, оптимальный тест-сигнал $z(\tau)$ определяется путем решения системы уравнений (6.19.16) и нахождением наибольшего значения λ_{max} и соответствующих этому значению величин параметров ξ , определяемых с точностью до постоянного множителя, найденного из условия нормировки

$$\int z^2(\tau) d\tau = E.$$

Пример. Предположим, что контролируется один параметр q . В этом случае

$$B\xi = \lambda\xi, \quad (6.19.20)$$

где

$$B = \sigma_x^2 \int g^2(\tau) d\tau.$$

$$\text{Из (6.19.20) находим } \lambda = \sigma_x^2 \int_0^\infty g^2(\tau) d\tau,$$

$$z(\tau) = \xi g(t_0 - \tau), \quad (6.19.21)$$

где

$$\xi = \left[E \int_0^\infty g^2(\tau) d\tau \right]^{1/2};$$

$$g(\tau) = \left. \frac{\partial G(t, \tau)}{\partial q} \right|_{q=q_0}.$$

При этом

$$I_{max} = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_q^2}{\sigma_u^2} E \int_0^\infty g^2(\tau) d\tau \right\}. \quad (6.19.22)$$

Таким образом, оптимальным является сигнал, представляющий собой зеркально отраженную во времени производную импульсной характеристики системы по параметру q .

При наличии нескольких параметров, оптимальным тест-сигналом будет линейная комбинация таких сигналов.

Оптимальный тест-сигнал при одном контролируемом параметре и большом количестве измерений

Предположим, что контролируется один параметр q путем измерения выходного сигнала через малые промежутки времени $\Delta t \geq \Delta t_0$, где Δt_0 — интервал корреляции помехи $u(t)$. Очевидно, что при этом контроль дает наибольшую информацию. В этом случае

$$D_x = \sigma_q^2 \sigma_u^{2n-2} \sum_i \omega^2(t_i) + \sigma_u^{2n}; \quad (6.19.23)$$

$$D_u = \sigma_u^{2n}, \quad (6.19.24)$$

где t_i — моменты отсчета; n — число отсчетов;

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_q^2}{\sigma_u^2} \sum_i \omega^2(t_i) \right\} \quad (6.19.25)$$

Введем величину

$$\Phi = \sum_i \omega_i^2(t_i) = \iint K(\tau, \tau') z(\tau') d\tau d\tau',$$

где

$$K(\tau, \tau') = \sum_i g(t_i - \tau) g(t_i - \tau'). \quad (6.19.26)$$

Для малого Δt ядро $K(\tau, \tau')$ может быть приближенно записано в виде

$$K(\tau, \tau') = \frac{1}{\Delta t} \int_{-T}^T g(t - \tau) g(t - \tau') dt, \quad (6.19.27)$$

где $(-T, T)$ — интервал измерения.

При $|\tau| \ll T$ ядро является разностным, $K(\tau, \tau') = K(\tau - \tau')$. Уравнение (6.19.14) может быть решено преобразованием Фурье, при этом

$$z_\omega = A \sin(\omega t + \psi), \quad (6.19.28)$$

$$\lambda_\omega = \frac{1}{\Delta t} |g(\omega)|, \quad \Phi = \frac{1}{\Delta t} |g(\omega)|^2; \quad (6.19.29)$$

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_q^2}{\sigma_u^2} E |g(\omega)|^2 \right\}. \quad (6.19.30)$$

Для нахождения максимума величины I необходимо определить частоту ω_0 , при которой величина $|g(\omega)|$ максимальна; оптимальный тест-сигнал будет иметь вид

$$z(t) = A \sin(\omega_0 t + \psi). \quad (6.19.31)$$

Таким образом, при достаточно большом числе замеров для рассмотренного случая оптимальным является синусоидальный тест-сигнал.

Сравнение выражения (6.19.30) с (6.19.22) даст возможность сформулировать условие малости Δt , при ко-

тором получены формулы (6.19.30) и (6.19.31)

$$\Delta t \ll \frac{1}{\Delta f_0}, \quad (6.19.32)$$

где Δf_0 — эффективная полоса частот для величины $g(\omega)$,

$$\Delta f_0 = \frac{1}{|g(\omega_0)|^2} \int_0^\infty g^2(\tau) d\tau. \quad (6.19.33)$$

Для числа отсчетов n в интервале $(-T, T)$ из (6.18.32) получается

$$n \gg 2T \Delta f_0. \quad (6.19.34)$$

Если условия (6.19.32) или (6.19.34) не выполнены, то синусоидальный сигнал не является оптимальным.

В общем случае при n проверяемых параметрах и m точках отсчета уравнение для оптимального сигнала имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_q^2}{\sigma_u^2} \int K_1(\tau, \tau') z(\tau') d\tau' + \\ & + \frac{\sigma_q^4}{\sigma_u^4} \iiint K_2(\tau, \tau', \tau'', \tau''') z(\tau') z(\tau'') z(\tau''') d\tau' d\tau'' d\tau''' + \dots + \\ & + \frac{\sigma_q^{2m}}{\sigma_u^{2m}} \int \dots \int K_{2m-1}(\tau, \tau', \dots, \tau'_{2m-1}) \times \\ & \times z(\tau') \dots z(\tau'_{2m-1}) d\tau' \dots d\tau'_{2m-1} = \lambda z(\tau), \end{aligned} \quad (6.19.35)$$

где ядра K_1, \dots, K_{2m-1} являются вырожденными, оптимальный тест-сигнал имеет вид

$$z(\tau) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \xi_{ij} g_i(t_j - \tau). \quad (6.19.36)$$

Система алгебраических нелинейных уравнений для определения коэффициентов ξ_{ij} , получаемая подстановкой (6.19.36) в (6.19.35), может быть решена с помощью вычислительных машин. В качестве системы аппроксимирующих функций для линейной САУ должны быть взяты зеркальные отражения производных по времени от импульсной переходной функции по параметрам g_i .

Выбор оптимального тест-сигнала для контроля нелинейных САУ

Для линеаризованных ансамблей с нормальным распределением централизованных параметров и аддитивных

ошибок среднее количество информации [24]

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \frac{|AK_q A^T + K_u|}{|K_u|}, \quad (6.19.37)$$

где $A = \|\omega_{ij}\|^{m \times n}$ — матрица коэффициентов чувствительности реакции $x(\tau)$ системы по параметрам $q_j (j=1, \dots, n)$ для дискретных значений неслучайного аргумента τ ;

$$\omega_{ij} = \omega_j(\tau_i) = \left. \frac{\partial x(\tau_i)}{\partial q_i} \right|_{q=q_0};$$

K_q — корреляционная матрица вектора параметров САУ;
 K_u — корреляционная матрица вектора помех.

Так как $x(t)$ есть реакция системы на тест-сигнал

$$z(t) = z(t, b_0, \dots, b_k),$$

то параметры тест-сигнала b_0, \dots, b_k неявным образом входят в коэффициенты чувствительности

$$\omega_j(\tau) = \omega_j(\tau, b_0, \dots, b_k),$$

а среднее количество информации зависит от параметров тест-сигнала

$$I = I(\tau, b_0, \dots, b_k).$$

Варьируя вектор параметров тест-сигнала $B(b_0, \dots, b_k)$, можно определить

$$I_{max} = B \{I(B)\}^{max}. \quad (6.19.38)$$

В частном случае тест можно задать в виде конечного ряда известных функций с варьируемыми коэффициентами.

Уравнение (6.19.38) является типичной задачей нелинейного программирования, решение которой практически осуществимо с помощью ЦВМ.

Предположим, что объект контроля задан системой нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= q_1 [-x_1 + q_6 (q_2 \dot{z} + z)], \\ \dot{x}_2 &= q_3 \{q_4 [x_1 - 3F_1(x_2)] - x_2\}, \\ \dot{x}_3 &= q_5 F_2(x_2), \end{aligned} \quad (6.19.39)$$

где z — входное воздействие; q_1, \dots, q_6 — компоненты вектора обобщенных параметров; $F_1(x_2)$ и $F_2(x_2)$ — нелинейности вида зоны не-

чувствительности первого рода с ограниченной мощностью. Выходная величина — реакция системы $x = F_3(x_3)$.

Так как I_{max} достигается при максимуме функции $\Phi = |AK_q A^T + K_u|$, то задача сводится к нахождению оптимального воздействия $z(B) = \sum_{i=0} b_i t^i$, при котором

$$\Phi(z) = \Phi(B) = \Phi_{max}.$$

Таким образом, для отыскания Φ_{max} необходимо непрерывное вычисление Φ и отыскание наибольшего значения функции $\Phi(B)$ в области определения аргумента $B(b_0, \dots, b_k)$.

Первая задача может решаться за несколько этапов:

а) задание величин, входящих в функцию Φ и не зависящих от $z = z(B, t)$, т. е. корреляционных матриц K_q и K_u ;

б) непрерывное получение $X = X(t)$ для каждого значения входного воздействия в течение всего интервала времени T , на котором производятся измерения. $X(z) = X(B, t)$ получают как решения системы уравнений (6.19.39) методом Рунге-Кутты. Через равные промежутки времени $\Delta t = T/m$ решение запоминается,

в) составление матрицы $A \left\| \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \right\|^{m \times u}$ при выбранном числе контро-

лируемых параметров и количестве временных интервалов m заключается в получении соответствующего числа частных производных в указанные моменты времени. Производные вычисляются приближенным методом, как отношение частных конечных приращений

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_j} \approx \frac{\Delta x_{ij}}{\Delta q_j},$$

что справедливо для достаточно малых Δx_i .

Наибольшее значение функции Φ может вычисляться градиентным методом. Определив в точке r $\Phi_r = \Phi(B_r)$, переходят к следующей точке, причем шаг по оси b_i определяется выражением

$$h_i = h \frac{\Delta \Phi_{ri}}{\sqrt{\sum_{i=0}^k \Delta \Phi_{ri}}},$$

где h — постоянный шаг;

$\Delta \Phi_{ri} = \Phi_r(b_{0r}, \dots, b_{ir} + \Delta b, \dots, b_{kr}) - \Phi(b_{0r}, \dots, b_{ir}, \dots, b_{kr})$;

Δb — постоянное приращение.

Координаты новой точки B_{r+1} :

$$b_{i, r+1} = b_{i, r} + h_i.$$

В каждой точке проверяется условие

$$\Phi_{r+1} > \Phi_r. \quad (6.19.40)$$

Если условие (6.19.40) не соблюдается, то путем деления шага добиваются его выполнения, продолжая процесс до тех пор, пока

не получают $|\text{grad } \Phi| \leq \varepsilon$, где ε — заданная точность определенная наибольшего значения функции.

В итоге получается то сочетание коэффициентов, которое соответствует оптимальному входному воздействию вида $z = \sum_{i=0}^k b_i t^i$, дающему на выходе системы максимум информации.

Так как максимумов функции $\Phi = \Phi(B)$ может быть несколько, желательно градиентный метод поиска экстремума сочетать со статистическим методом выбора случайных начальных величин.

6.20. ИНФОРМАЦИОННОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ АСКУ МЕЖДУ СОБОЙ И С ЭЛЕМЕНТАМИ ДРУГИХ СИСТЕМ

Одной из основных характеристик систем контроля является *объем первичной информации*, используемой для управления процессом. Первичная информация формируется соответствующими датчиками. При формировании информации ее необходимо преобразовать из формы букв, звуков, цветов, давления и др. в форму, например, электрических или магнитных состояний датчиков. При этом должна существовать принципиальная возможность обратимости, т. е. восстановления оригинала по представлениям датчика. В роли датчиков могут быть потенциометры, манометры, фазометры, фотоспротивления, гироскопические приборы и другие более сложные и простые устройства.

Если за время T датчик выдает m отдельных символов (значений), то общее число всех возможных сообщений за это время при двоичной системе счисления [25]

$$L(t, T) = 2^{m(t, T)}, \quad (6.20.1)$$

а объем информации рассматриваемых в серии сообщений

$$G_I(t, T) = \log_2 L(t, T) = m(t, T). \quad (6.20.2)$$

Количество отдельных символов в секунду

$$m_c(t) = \frac{m(t, T)}{T}. \quad (6.20.3)$$

Следовательно,

$$G_{I_c}(t) = \log_2 2^{m_c(t)T} = m_c(t). \quad (6.20.4)$$

Информация, вырабатываемая датчиком, поступает для хранения на накопитель либо для использования к потребителю. Отправной точкой количественного измерения информации в статических системах, применяющихся для хранения (накопления) информации, а также в динамических системах, в системах передачи информации является информационная емкость, введенная Хартли [26].

Информационная емкость — способность накопителя запастись информацией. При хранении и накоплении информации, так же как и при получении, нет необходимости в том, чтобы в накопителе запасалось нечто физически похожее на оригинал. Важно то, чтобы, как и в датчике, существовала принципиальная возможность восстановления оригинала по представлению информации в накопителе.

Деление информационных приборов на датчики и накопители является весьма условным — любой накопитель можно рассматривать как датчик, а датчик как накопитель.

Ясно, что способность накопителя запастись информацией зависит только от общего числа возможных состояний накопителя. Если элементарный накопитель (например, триггерная или релейная ячейка) имеет n возможных состояний, то два таких накопителя вместе имеют n^2 состояний, а k накопителей — n^k состояний.

Экспоненциальная зависимость числа состояний C_I от числа элементарных накопителей подсказывает логарифмическую меру емкости, т. е.

$$C_{Ik} = k \log n. \quad (6.20.5)$$

Таким образом, емкость составной накапливающей системы равна емкости элементарного накопителя, умноженной на число элементарных накопителей системы.

Объем информации и информационная емкость по Хартли являются величинами, характеризующими физическую систему, дающую и накапливающую информацию, однако она никак не учитывает статистику («психологию») образования информации. Статистическая трактовка Шеннона содержит полное объяснение психологических аспектов информации [27].

Понятия объема информации и емкости информации позволяют достаточно просто решить задачу информационного согласования различных устройств АСКУ (например, выбор точности, диапазона измерения и т. п.).

Результат всякого измерения любого параметра определяется с известным приближением, обусловленным степенью точности прибора. Минимальная ошибка, с которой может быть проведено измерение данным прибором, называется его *разрешающей способностью*

$$\Delta x = |+\sigma| + |-\sigma| = 2\sigma, \quad (6.20.6)$$

где σ — абсолютная погрешность измерения.

При полном диапазоне измерения B конечное число дискретных значений, которое можно при этом получить, равно

$$n = \frac{B}{\Delta x} + 1. \quad (6.20.7)$$

Отсюда емкость информации измерительного прибора в двоичных единицах

$$C_I = \log_2 \left(\frac{B}{\Delta x} + 1 \right). \quad (6.20.8)$$

Если емкость информации прибора имеет ту же величину, что и объем информации, подлежащей накоплению или передаче, то с точки зрения теории информации имеется идеальное соответствие между прибором и выполняемой им задачей:

$$G_I = C_I.$$

С учетом (6.20.2), (6.20.8)

$$\log_2 L = \log_2 \left(\frac{B}{\Delta x} + 1 \right). \quad (6.20.9)$$

Из равенства (6.20.9) возможно определить любую величину при заданных двух.

Когда $C_I < G_I$, прибор вносит искажения в содержание информации. При $C_I > G_I$ возможности прибора используются не полностью, т. е. прибор имеет низкий статистический коэффициент полезного действия

$$\eta_{I_e} = \frac{G_I}{C_I}. \quad (6.20.10)$$

Установление соответствия различных элементов АСКУ по объему и емкости информации является ста-

тическим согласованием, поэтому оно может быть применено только в некоторых частных случаях.

Более общим динамическим согласованием является согласование по пропускной способности, т. е. по максимальному количеству информации, воспринимаемому или передаваемому в единицу времени:

$$\dot{I}_{i \max}(t, \tau) = \eta_{I \max}(t, \tau) I_{i+1 \max}(t, \tau).$$

Откуда

$$\eta_{I_d}(t, \tau) = \frac{I_{i \max}(t, \tau)}{I_{i+1 \max}(t, \tau)},$$

где η_{I_d} — динамический к. п. д.; $I_{i \max}$, $I_{i+1 \max}$ — максимальное количество информации в единицу времени, соответственно передаваемое i -м элементом и воспринимаемое $(i+1)$ -м элементом АСКУ, соединенными последовательно.

На основе согласования емкости прибора с объемом поступающей информации можно решить ряд практических задач, с которыми приходится чаще всего встречаться при синтезе АСКУ.

Выбор точности преобразования H/D и D/H при преобразовании некоторой физической величины

Без потери общности предположим, что имеется идеальное информационное соответствие между источником информации и преобразователем, т. е.

$$G_H = G_H. \quad (6.20.11)$$

В этой формуле

$$G_H = \log_2 \left(\frac{B_H}{2\sigma_H} + 1 \right) \quad (6.20.12)$$

— известный объем информации, содержащийся в одном дискрете физической величины;

B_H — диапазон измерения физической величины;

σ_H — СКО системы, выдающей физическую величину.

Объем информации, передаваемый преобразователем:

$$G_H = \log_2 \left(\frac{B_H}{2\sigma_H} + 1 \right), \quad (6.20.13)$$

где B_H — диапазон преобразования; σ_H — СКО преобразователя.

С учетом равенств (6.20.11) — (6.20.13) можно написать

$$\frac{B_{\text{н}}}{2\sigma_{\text{н}}} + 1 = \frac{B_{\text{п}}}{2\sigma_{\text{п}}} + 1.$$

Откуда

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{B_{\text{п}}}{B_{\text{н}}} \sigma_{\text{н}}. \quad (6.20.14)$$

Оценка емкости оперативной памяти АСКУ

Оценку нижней границы оперативной памяти можно произвести, воспользовавшись формулой для определения среднего количества информации, получаемой машиной за интервал времени $t_{\text{п}}$:

$$\sum_{i=1}^m I_i(t, t_{\text{п}}) = H_0(t, \tau) - H(t, t_{\text{п}}). \quad (6.20.15)$$

Нижняя граница оперативной памяти на единицу времени

$$C_0(t, t_{\text{п}}) > \frac{\sum_{i=1}^m I_i(t, t_{\text{п}})}{t_{\text{п}}},$$

или

$$C_0(t, t_{\text{п}}) > \frac{H_0(t, \tau) - H(t, t_{\text{п}})}{t_{\text{п}}}. \quad (6.20.16)$$

Информационная емкость памяти зависит также от алгоритмов контроля и управления, для которых

$$C_{\text{а}}(t, \tau) = \sum_{i=1}^N n_i \log_2 m_i, \quad (6.20.17)$$

где n_i — количество принятых разрядов в словах или числах, над которыми осуществляется i -я операция; m_i — основание принятой системы счисления при выполнении i -й операции; N — общее число арифметических и логических операций в алгоритме.

Оценка среднего быстродействия машин

Среднее быстродействие машины определяется числом операций в секунду ($v_{\text{м}}$). С учетом равенства

(6.20.17) среднее быстродействие машины по информации определяется формулой

$$v_{\text{м}} = \frac{C_{\text{а}}}{(t_{\text{а}} + t_{\text{обп}}) n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \log_2 m_i}{(t_{\text{а}} + t_{\text{обп}}) n}, \quad (6.20.18)$$

где $t_{\text{а}}$ — время выполнения операций; $t_{\text{обп}}$ — время обращения к запоминающим устройствам; n — число операций.

6.21. ВЫБОР ШАГА КВАНТОВАНИЯ СЛУЧАЙНОГО ПАРАМЕТРА

В § 2.7 были сформулированы условия квантования без потери информации случайного параметра x , распределенной по дифференциальному закону $f(t, \tau, x)$, однако в этом параграфе не решен вопрос о выборе оптимального шага квантования Δ , исходя из допустимых потерь информации при квантовании [28].

Потери информации при квантовании случайного параметра можно определить по формуле

$$H_i(x, \Delta, t, \tau) = - \int_{x_i}^{x_i + \Delta} f(t, \tau, x) \log_2 f(t, \tau, x) dx. \quad (6.21.1)$$

Среднее значение случайной величины $H_i(x, \Delta, t, \tau)$ при квантовании большого числа параметров

$$m_H(t, \tau) = \sum_{x_i}^{\infty} H_i(x, \Delta, t, \tau) p_i(t, \tau, x), \quad (6.21.2)$$

где $p(t, \tau, x) = \int_{x_i}^{x_i + \Delta} f(t, \tau, x) dx$

— вероятность того, что значение параметра x случайного процесса окажется между x_i и $x_i + \Delta$.

При нормальном законе распределения средние потери информации удобно нормировать относительно

$$H_0(x, t, \tau) = \log_2(\sigma_x \sqrt{2\pi e}),$$

т. е.

$$m_{H_0}(t, \tau) = \frac{\sum_{-\infty}^{\infty} H_i(x, \Delta, t, \tau) p_i(t, \tau, x)}{\log_2(\sigma_x \sqrt{2\pi e})}, \quad (6.21.3)$$

где

$$H_i(x, \Delta, t, \tau) = \frac{\log_2(\sigma_x \sqrt{2\pi e})}{\sqrt{2\pi}} \times$$

$$\times \frac{(x - m_x + \Delta)}{\sigma_x} \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt - \frac{\log_2 e}{2} \left[\frac{x - m_x + \Delta}{\sigma_x} \times \right.$$

$$\times \left. \Phi\left(\frac{x - m_x + \Delta}{\sigma_x}\right) - \frac{x - m_x}{\sigma_x} \Phi\left(\frac{x - m_x}{\sigma_x}\right) \right]. \quad (6.21.4)$$

Величина m_{H_0} изменяется в пределах от 0 до 1.

Для выбора оптимального шага квантования необходимо решить уравнение

$$m_{H_0}(t, \tau) = m_{H_0}(t, \tau)_{\text{доп}}, \quad (6.21.5)$$

где $m_{H_0}(t, \tau)_{\text{доп}}$ — допустимое значение средних потерь информации, выбранное из условия обеспечения определенной достоверности работы преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматических систем контроля и управления. Изд. ХВКИУ, 1966.
2. Касаткин А. С., Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматизированных систем контроля. Изд-во «Энергия», 1967.
3. Кузьмин И. В. Один из методов оценки эффективности и оптимизации подстройки динамических систем. Сб. статей «Методы исследования динамических систем и автоматизации процесса контроля», под ред. Галенко А. В. Изд. ХВКИУ, 1967.
4. Кузьмин И. В. Вероятность выполнения сложным объектом задачи и энтропия состояния объекта. Труды ХВКИУ, 1966, вып. 284.
5. Кузьмин И. В. Оценка эффективности систем контроля по обобщенному статистическому критерию. Труды ХВКИУ, 1966, вып. 284.
6. Кузьмин И. В. Теоретические основы информационной техники. Изд. ХВКИУ, 1969.
7. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. Изд-во иностранной литературы, 1961.

8. Кулик В. Т. Принципы алгоритмизации и построения управляющих машин. ГИТЛ УССР, 1963.

9. Солодовников В. В., Усков А. С. Статистический анализ объектов регулирования. Машгиз, 1960.

10. Синдеев И. М. О некоторых методах автоматического контроля работоспособности оборудования летательных аппаратов. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1961, вып. 897.

11. Чернявский Е. А. Вопросы проектирования многоканальных кодирующих преобразователей «напряжение — код». «Вопросы радиоэлектроники», 1960, сер. XII, вып. 17.

12. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1960.

13. Казаков И. Е. Приближенный метод статистического исследования нелинейных систем. Труды ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1964, вып. 394.

14. Солодов А. В. Линейные системы автоматического управления с переменными параметрами. Физматгиз, 1962.

15. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. Изд-во «Энергия», 1962.

16. Быховский М. Л. Основы динамической точности электрических и механических систем. Изд-во АН СССР, 1958.

17. Шеннон К. Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. Изд-во иностранной литературы, 1948.

18. Котельников В. А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи. Всесоюзный энергетический комитет, 1933.

19. Сухов А. И. Критерии оценки надежности электронных цифровых управляющих машин. ОНТИ, Приборостроение, 1965.

20. Эйлер А. А. Управляющие вычислительные машины ИМПС, 1962.

21. Либерман М. Д., Лиденбаум М. Д., Феста Н. Я. Некоторые вопросы резервирования в системах автоматического управления техническим процессом. «Приборостроение», 1963, № 6.

22. Ицкович Э. Л. Определение необходимой частоты измерений при дискретном контроле. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 2.

23. Минц М. Я. Об оптимизации проверочных сигналов линейных систем на основе информационного критерия. Сб. «Методы исследования динамических систем и автоматизации процесса контроля», под ред. А. В. Галенко. Изд. ХВКИУ, 1967.

24. Загородный Ю. В., Клугман Л. Д. О выборе оптимальных тест-сигналов для контроля динамических систем. Сб. «Методы исследования динамических систем и автоматизация процесса контроля», под ред. А. В. Галенко. Изд. ХВКИУ, 1967.

25. Лоскутов В. И. Управляющие математические машины, Машгиз, 1962.

26. Вудворд Ф. М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации. Изд-во «Советское радио», 1955.

27. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Изд-во иностранной литературы, 1963.

28. Жилин В. А. О выборе шага шкалы дискретных уровней при квантовании случайного процесса. «Вопросы радиоэлектроники», 1962, сер. XII, вып. 22.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ

Синтез сложных АСКУ немыслим без анализа процесса и АСКУ как в целом, так и по частям. Основной задачей анализа является оценка эффективности системы контроля. При этом необходимо определить:

- вероятность работоспособности АСКУ и объекта;
- информационную способность АСКУ;
- затраты на контроль и управление и т. п.

В главе изложены особенности оценки эффективности по некоторым частным, ранее рассматриваемым критериям.

7.1. ВЕРОЯТНОСТЬ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ОБЪЕКТА

В процессе контроля возможны четыре исхода, которые являются несовместимыми событиями и иллюстрируются таблицей [1].

Состояние объекта	Результат контроля	Символическое обозначение результата контроля	Вероятность получения результата контроля
Годен	Годен	A_1	P_1
Годен	Негоден	A_2	P_{π}
Негоден	Негоден	A_3	P_2
Негоден	Годен	A_4	P_{Π}

Вероятности P_1 и P_2 характеризуют правильную оценку состояния объекта. Вероятности P_{π} и P_{Π} характеризуют неправильную оценку состояния объекта и являются соответственно вероятностями ложного и не обнаруженного отказа. В дальнейшем рассматриваются случаи с простейшим потоком отказов.

Условная вероятность работоспособности системы по i -му неконтролируемому параметру равна его условной вероятности безотказной работы, которую обозначим $P_{oi/i-1}^{(r)}$ (r — порядковый номер проверки объекта):

$$P_{oi/i-1}^{(r)} = \exp \{ -\Lambda_{pi/i-1} t_{pi}^{(r)} - \Lambda_{xi/i-1} t_{xi}^{(r)} \}, \quad (7.1.1)$$

где Λ_{pi} и Λ_{xi} — условные интенсивности отказов по i -му параметру соответственно в рабочем и нерабочем состояниях; $t_{pi}^{(r)}$ и $t_{xi}^{(r)}$ — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру объекта к некоторому моменту после его r -й проверки.

Под условной интенсивностью отказов и условной вероятностью работоспособности понимаются значения этих величин для какого-либо параметра, исходя из того, что определены соответствующие величины для каких-то других связанных параметров. При малой зависимости контролируемых параметров или приближенных расчетах можно рассматривать безусловные вероятности работоспособности.

Условная вероятность работоспособности i -го контролируемого параметра равна:

$$P_{i-1}^{(r)} = D_i^{(r)} P_{oi/i-1},$$

где $P_{oi/i-1}$ — условная вероятность безотказной работы по i -му контролируемому параметру; $D_i^{(r)}$ — достоверность r -й проверки и настройки i -го параметра объекта;

$$P_{oi/i-1} = \exp \{ -\Lambda_{pi/i-1} \tau_{pi} - \Lambda_{xi/i-1} \tau_{xi} \}, \quad (7.1.2)$$

где τ_{pi} и τ_{xi} — соответственно рабочее и нерабочее время по i -му параметру объекта к моменту τ после его проверки.

Общая вероятность работоспособности объекта после его r -й проверки и настройки равна

$$P^{(r)} = \prod_{i=1}^{n_1} D_i^{(r)} \prod_{i=1}^{n_1} P_{oi/i-1} \prod_{i=n_1+1}^n P_{oi/i-1}, \quad (7.1.3)$$

где n — общее число параметров, характеризующих ра-

ботоспособность объекта; n_i — число контролируемых параметров.

В общем случае достоверность r -й проверки и настройки i -го контролируемого параметра объекта зависит от вероятности необнаруженных и тех ложных отказов, которые при настройке переходят в необнаруженные отказы. Обозначим последнюю вероятность для i -го параметра $P_{л \rightarrow ni}$. Тогда

$$D_i^{(r)} = 1 - P_{ni}^{(r)} - P_{л \rightarrow ni}^{(r)}. \quad (7.1.4)$$

Вероятность существования необнаруженного отказа равна:

$$P_{ni}^{(r)} = k_{1i} \int_{-\infty}^{x_{ni}} f_{xi}^{(r)} \left[\int_{x_{ni}}^{x_{ni}} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] dx_i + k_{2i} \int_{x_{ni}}^{\infty} f_{xi}^{(r)} \left[\int_{x_{ni}}^{x_{ni}} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] dx_i, \quad (7.1.5)$$

где r — номер проверки; x_i — i -й контролируемый параметр; $f_{xi}^{(r)}$ — плотность распределения i -го контролируемого параметра в момент r -й проверки; $f_{zi}^{(r)}$ — плотность распределения погрешности z_i i -го канала системы контроля в момент r -й проверки; x_{ni} и x_{ni} — соответственно нижний и верхний допуски на i -й параметр, установленный в объекте; x_{ni} и x_{ni} — соответственно нижний и верхний контрольный допуски на i -й параметр; k_{1i} и k_{2i} — коэффициенты, равные: для двустороннего поля допуска $k_{1i} = k_{2i} = 1$; для одностороннего поля допуска $k_{1i} = 1$; $k_{2i} = 1$, если все значения параметра лежат выше допустимой границы; $k_{1i} = 0$; $k_{2i} = 1$, если все значения параметра лежат ниже допустимой границы.

Для нормального закона распределения контролируемых параметров и погрешностей измерения имеем:

$$f_{xi}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{xi}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^{(r)}}{\sigma_{xi}^{(r)} \sqrt{2}} \right)^2 \right],$$

где $\sigma_{xi}^{(r)}$ — среднеквадратическое отклонение i -го параметра в

момент r -й проверки; $\bar{x}_i^{(r)}$ — математическое ожидание i -го параметра в момент r -й проверки;

$$f_{zi}^{(r)} = \frac{1}{\sigma_{zi}^{(r)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left(\frac{z_i - \bar{z}_i^{(r)}}{\sigma_{zi}^{(r)} \sqrt{2}} \right)^2 \right],$$

где $\sigma_{zi}^{(r)}$ — среднеквадратическая погрешность i -го канала системы контроля.

Непосредственный подсчет по формуле (7.1.5) требует применения методов численного интегрирования. Для облегчения расчетов можно использовать номограммы [2] и таблицы [3].

Вероятность ложных отказов, переходящих в необнаруженный отказ, рассмотрим для случая, когда при получении результата «негоден» проводится регулировка до момента получения результата «годен». Тогда эта вероятность равна:

$$P_{л \rightarrow ni} = \int_{x_{ni}}^{x_{ni}} f_{xi}^{(r)} \left[k_{1i} \int_{-\infty}^{x_{ni} - x_{ni} + x_i} f_{zi}^{(r)} dz_i + k_{2i} \int_{x_{ni} + x_i - x_{ni}}^{\infty} f_{zi}^{(r)} dz_i \right] dx_i. \quad (7.1.6)$$

Для приближенных подсчетов можно принять эту вероятность равной:

$$P_{л \rightarrow ni} = \Phi \left(\frac{x_{ni} - x_{ni}}{2\sigma_{xi}^{(r)}} \right) \left[1 - \Phi \left(\frac{x_{ni} - x_{ni}}{\sigma_{xi}^{(r)}} \right) \right], \quad (7.1.7)$$

где Φ — функция Лапласа, определяемая по табл. 3 приложения.

Как видно из формулы (7.1.6), при

$$\frac{x_{ni} - x_{ni}}{\sigma_{xi}^{(r)}} > 3 \div 4, \quad P_{л \rightarrow ni} \approx 0.$$

При высокой самопроверке или замене (а не настройке) контролируемых блоков также $P_{л \rightarrow ni}$.

7.2. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПО ИНФОРМАЦИОННОМУ КРИТЕРИЮ

Для оценки эффективности по информационному критерию, не учитывающему стоимости, необходимо определить вероятности работоспособности, найти соответствующие энтропии и, используя формулу (4.7.4), подсчитать эффективность системы контроля. С учетом стоимости информационную оценку эффективности системы контроля можно выполнить по формуле (4.7.10). Для облегчения расчетов энтропии можно использовать табл. 1 приложения.

Рассмотрим примеры расчетов.

Пример 1. Требуется произвести информационную оценку эффективности системы контроля без учета стоимости. Достоверность контроля и настройки определяется необнаруженными отказами.

Дано:

- число параметров, определяющих работоспособность объекта, $n=10$;
- число контролируемых параметров $n_1=8$;
- параметры независимы;
- интервалы рабочего времени к моменту начала контроля по всем параметрам одинаковы и равны $t_{pi}=10$ час;
- интервалы нерабочего времени к моменту начала контроля по всем параметрам равны $t_{xi}=0$;
- интенсивности отказов в рабочем состоянии по всем параметрам одинаковы и равны $\Lambda_{pi}=1 \cdot 10^{-3}$ 1/час;
- среднеквадратические отклонения контролируемых параметров одинаковы и равны $\sigma_i=1$;
- среднеквадратическая погрешность измерений всех каналов системы контроля одинакова и равна $\sigma_{ei}=1/3$;
- интервалы времени работы по всем параметрам после контроля одинаковы и равны $\tau_{pi}=1$ час;
- допуски на параметры симметричны и равны $\Delta_i=2$;
- интервалы нерабочего времени по всем параметрам после контроля равны $\tau_{xi}=0$;
- контрольные допуски равны допускам, установленным для объекта.

Определяем вероятность безотказной работы по каждому параметру. Для этого воспользуемся табл. 2 приложения:

$$P_{oi} = \exp\{-\Lambda_{pi}t_{pi}\} = \exp\{-1 \cdot 10^{-3} \cdot 10\} = 0,9048,$$

Определяем энтропию по каждому параметру

$$H_{oi} = 0,4366.$$

Находим суммарную энтропию по всем параметрам, определяющим работоспособность объекта без АСКУ:

$$\sum_{i=1}^n H_{oi}.$$

278

Определяем суммарную энтропию по контролируемым параметрам объекта без АСКУ:

$$\sum_{i=1}^n H_{oi} = 0,4928.$$

Для определения энтропии объекта с АСКУ предварительно находим величины:

$$r_i = \frac{\Delta_i}{\sigma_i} = 2;$$

$$z_i = \frac{\delta_i}{\Delta_i} = \frac{3\sigma_{ei}}{\Delta_i} = \frac{1}{6} \approx 0,16.$$

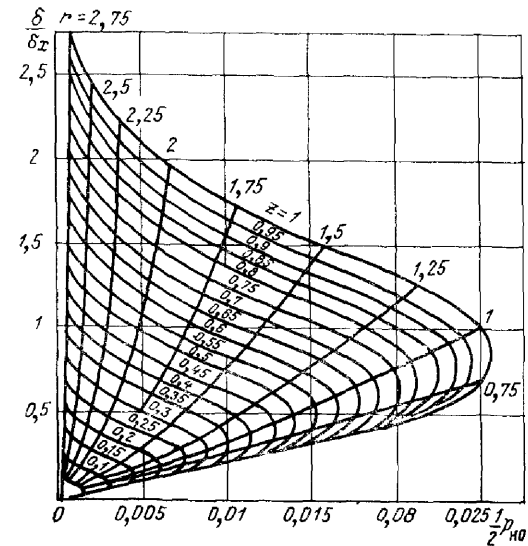


Рис. 7.2.1.

По рассчитанным величинам r_i и z_i определяем из номограмм (рис. 7.2.1) вероятность появления необнаруженного отказа:

$$P_{oi} = 0,004.$$

Отсюда достоверность контроля и настройки i -го параметра равна:

$$D_i = 1 - P_{oi} = 0,996$$

Вероятность работоспособности с АСКУ по контролируемому параметру равна:

$$P_i = D_i P_{oi} = (1 - P_{oi}) \exp\{-\Lambda_{pi}\tau_{pi}\} = 0,996 \exp\{-1 \cdot 10^{-3} \cdot 1\} = 0,996.$$

279

Определяем энтропию по каждому контролируемому параметру с АСКУ:

$$H_i = 0,03232.$$

Находим суммарную энтропию по всем контролируемым параметрам с АСКУ:

$$\sum_{i=1}^{n_1} H_i = 0,2586.$$

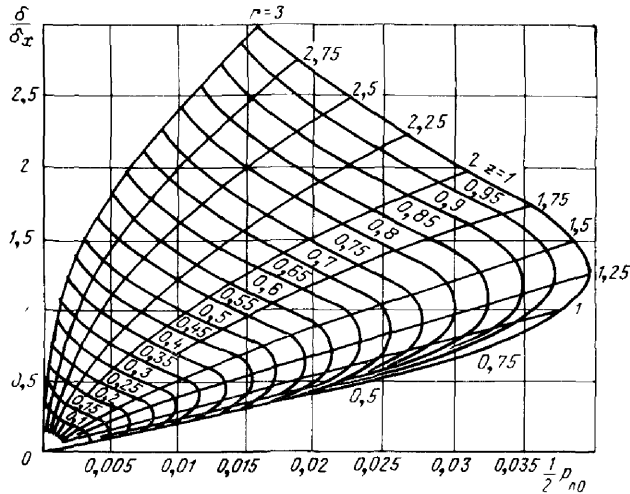


Рис. 7.2.2.

По формуле (4.7.4) определяем эффективность системы контроля:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (H_{0i} - H_i)}{\sum_{i=1}^n H_{0i}} = \frac{3,4928 - 0,2586}{4,366} \approx 0,65.$$

Таким образом, $\mathcal{E}_2 > 0$; следовательно, применение данной системы контроля дает эффект.

Для определения вероятности ложных отказов можно использовать номограмму, представленную на рис. 7.2.2.

Пример 2. Требуется произвести информационную оценку эффективности системы контроля с учетом ее стоимости

К данным примера 1 добавляются следующие данные:

280

коэффициент $\alpha = 10$ руб/мин;
стоимость изготовления системы контроля $C_{ек} = 1000$ руб;
время контроля $T_k = 20$ мин.
Определяем коэффициент K_3 :

$$K_3 = \frac{C_{ек}}{C_{ек} + C_3} = \frac{1000}{1000 + 200} = 0,833.$$

Находим эффективность

$$\mathcal{E}_3 = K_3 \mathcal{E}_2 = 0,833 \cdot 0,65 \approx 0,54.$$

7.3. ОЦЕНКА ПО КРИТЕРИЮ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Оценку эффективности системы контроля по критерию эффективности функционирования сложных систем можно, например, выполнить путем определения эффективности функционирования объекта, который контролируется данной системой. Для этого необходимо знать возможные состояния объекта S , вероятности этих состояний H и показатели технической эффективности этих состояний Φ . При оценке эффективности системы контроля можно понимать: под возможными состояниями — состояния работоспособности системы по выходным параметрам объекта, под вероятностями этих состояний — вероятность работоспособности P_i , под показателями технической эффективности состояний — вероятность выполнения задачи объектом в этом состоянии $P_{\Phi i} [1]$.

Пример. Заданы такие же данные, как и в примере 1 § 7.2, т. е. достоверность контроля и настройки определяется необнаруженными отказами: $n = 10$; $n_1 = 8$; $t_{pi} = 100$ час; $t_{xi} = 0$; $\Lambda_{pi} = 1 \cdot 10^{-3}$ 1/час; $\Delta_i = 2$; $\sigma_{ei} = 1/3$; $\tau_{pi} = 1$ час; $\tau_{xi} = 0$, параметры независимы, контрольные допуски равны допускам, установленным для объекта.

Пусть вероятность того, что по i -му выходному параметру объекта наблюдается отказ, подчиняется неравенству

$$q \ll \frac{1}{n}.$$

Пусть также заданы соответствующие вероятности выполнения задачи объектом:

$P_{\Phi 0} = 1$ — при отсутствии отказов по всем выходным параметрам объекта;

$P_{\Phi 1} = P_{\Phi 2} = \dots = P_{\Phi 10} = 0$ — при возникновении отказа по любому из выходных параметров объекта.

19—1508

281

Оценку эффективности можно произвести по формуле (4Л0.2)

$$E \approx \Phi_0 \left\{ 1 - \sum_{i=1}^n q_i (1 - \Phi^*_{zi}) \right\} = P_{\Phi_0} \left(1 - \sum_{i=1}^n q_i \right) = \\ = P_{\Phi_0} \prod_{i=1}^n P_{zi} = \prod_{i=1}^8 P_{zi} \prod_{i=1}^2 P_{0i}.$$

Взяв данные для вероятности работоспособности объекта с АСКУ по контролируемым и неконтролируемым параметрам из примера в § 7.2, получим

$$E = (0,996)^8 (0,9048)^2 \approx 0,8.$$

7.4. ОЦЕНКА ПО СТОИМОСТНОМУ КРИТЕРИЮ

Для оценки по стоимостному критерию нужно знать затраты на разработку, изготовление и эксплуатацию системы контроля c_3 и потери, связанные со временем контроля и регулировки $c_n(\bar{T})$, вероятностью работоспособности объекта $c_n(P)$, с характеристиками системы контроля типа веса, габаритов, условий эксплуатации $c_n(\{V\})$ [1].

Пример 1. Потери $c_n(\bar{T})$ и $c_n(P)$ подчиняются линейному закону

$$c_n(\bar{T}) = a\bar{T}; \quad c_n(P) = b(1 - P);$$

кроме того, $c_n(\{V\}) = 0$.

Требуется оценить две системы контроля, которые обеспечивают соответственно следующие характеристики процесса контроля:

$$c_{s1} = 1 \cdot 10^3 \text{ руб.}; \quad \bar{T}_1 = 1 \text{ мин.}; \quad P = 0,9;$$

$$c_{s2} = 1 \cdot 10^4 \text{ руб.}; \quad \bar{T}_1 = 0,1 \text{ мин.}; \quad P = 0,95.$$

$$\text{При этом } a = 10^4 \text{ руб./мин.}; \quad b = 10^5 \text{ руб.}$$

Суммарная стоимость затрат и потерь при использовании первой системы контроля равна:

$$c_1 = c_{s1} + c_{n1}(P) = 1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 = 21000 \text{ руб.}$$

Для второй системы контроля имеем:

$$c_2 = 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 = 16000 \text{ руб.}$$

Следовательно, вторая система контроля эффективнее первой.

Если потери трудно подсчитать, то оценивается стоимость затрат при выполнении требований по времени контроля и регулировки, вероятности работоспособности и характеристикам веса, габаритов, условий эксплуата-

ции. В этом случае считается, что $c_n(\bar{T}) = 0$; $c_n(P) = 0$; $c_n(\{V\}) = 0$ при соблюдении неравенств

$$\bar{T} < \bar{T}_d; \quad P > P_d; \quad \{V\} \geq \{V_d\},$$

где \bar{T}_d — допустимое среднее время контроля и регулировки объекта; P_d — нижний допустимый уровень вероятности работоспособности объекта; $\{V_d\}$ — допустимые значения характеристик системы контроля (вес, габариты, условия эксплуатации).

Пример 2 Требуется оценить те же системы контроля, что и в примере 1, но при следующих дополнительных характеристиках. Веса и габариты этих систем контроля соответственно равны:

$$G_1 = 10 \text{ кг.}; \quad V_1 = 1 \text{ м}^3; \quad G_2 = 15 \text{ кг.}; \quad V_2 = 0,8 \text{ м}^3.$$

Допустимые уровни характеристик следующие:

$$\bar{T}_d = 1,1 \text{ мин.}; \quad P_d = 0,85; \quad G_d = 16 \text{ кг.}; \quad V_d = 1,2 \text{ м}^3.$$

Обе системы контроля удовлетворяют требуемому уровню характеристик. Более эффективной в этом случае будет первая система контроля, которая обладает меньшей стоимостью.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Функция энтропии

P_i	$H_i(P_i)$	P_i	$H_i(P_i)$	P_i	$H_i(P_i)$
0,01	0,0808	0,25	0,8113	0,85	0,6099
0,02	0,1415	0,30	0,8814	0,90	0,4691
0,03	0,1949	0,35	0,9341	0,91	0,4366
0,04	0,2422	0,40	0,9709	0,92	0,4021
0,05	0,2864	0,45	0,9927	0,93	0,3659
0,06	0,3274	0,50	1,0000	0,94	0,3274
0,07	0,3659	0,55	0,9927	0,95	0,2864
0,08	0,4021	0,60	0,9709	0,96	0,2422
0,09	0,4366	0,65	0,9341	0,97	0,1949
0,10	0,4691	0,70	0,8814	0,98	0,1415
0,15	0,6099	0,75	0,8113	0,99	0,0808
0,20	0,7219	0,80	0,7219	1,00	0,0000

Таблица 2

Показательные функции

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,00	1,0000	13	8781	26	7711	39	6771
01	0,9900	14	8694	27	7634	0,40	0,6703
02	0,9802	15	8607	28	7558	41	6637
03	0,9704	16	8521	29	7483	42	6570
04	0,9608	17	8437	0,30	0,7408	43	6505
05	0,9512	18	8353	31	7334	44	6440
06	9418	19	8270	32	7261	45	6376
07	9324	0,20	0,8187	33	7189	46	6313
08	9231	21	8106	34	7118	47	6250
09	9139	22	8025	35	7047	48	6188
0,10	0,9048	23	7945	36	6977	49	6126
11	8958	24	7866	37	6907	0,50	0,6065
12	8869	25	7788	38	6839	51	6005

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
52	5945	0,80	0,4493	1,70	1827	4,40	01228
53	5886	81	4449	1,80	1653	4,50	01111
54	5827	82	4404	1,90	1496	4,60	01005
55	5769	83	4360	2,00	0,1353	4,70	00910
56	5712	84	4317	2,10	1225	4,80	00823
57	5655	85	4274	2,20	1108	4,90	00745
58	5599	86	4232	2,30	10026	5,00	0,00674
59	5543	87	4190	2,40	09072	5,10	00610
0,60	0,5488	88	4148	2,50	08208	5,20	00552
61	5434	89	4107	2,60	07427	5,30	00499
62	5379	0,90	0,4066	2,70	06721	5,40	00452
63	5326	91	4025	2,80	06081	5,50	00409
64	5273	92	3985	2,90	05502	5,60	00370
65	5220	93	3946	3,00	0,04979	5,70	00335
66	5169	94	3906	3,10	04505	5,80	00303
67	5117	95	3867	3,20	04076	5,90	00274
68	5066	96	3829	3,30	03688	6,00	0,002479
69	5016	97	3791	3,40	03337	6,10	002243
0,70	0,4966	98	3753	3,50	03020	6,20	002029
71	4916	99	3716	3,60	02732	6,30	001836
72	4868	1,00	0,3679	3,70	02472	6,40	001662
73	4819	1,10	3329	3,80	02237	6,50	001503
74	4771	1,20	3012	3,90	02024	6,60	001360
75	4724	1,30	2725	4,00	0,01832	6,70	001231
76	4677	1,40	2466	4,10	01657	6,80	001114
77	4630	1,50	2231	4,20	01500	6,90	001008
78	4584	1,60	2019	4,30	01357	7,00	0,000912
79	4538						

Таблица 3

Функции Лапласа

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,10	0,0797	0,20	0,1585	0,30	0,2358
01	0,0080	11	0,0876	21	0,1663	31	0,2434
02	0,0160	12	0,0955	22	0,1741	32	0,2510
03	0,0239	13	0,1034	23	0,1819	33	0,2586
04	0,0319	14	0,1113	24	0,1897	34	0,2661
0,05	0,0399	0,15	0,1192	0,25	0,1974	0,35	0,2737
06	0,0478	16	0,1271	26	0,2051	36	0,2812
07	0,0558	17	0,1350	27	0,2128	37	0,2886
08	0,0638	18	0,1428	28	0,2205	38	0,2961
09	0,0717	19	0,1507	29	0,2282	39	0,3035

Продолжение табл. 3

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,40	0,3108	88	0,6211	36	0,8262	84	0,9342
41	0,3182	89	0,6265	37	0,8293	1,85	0,9357
42	0,3255	0,90	0,6319	38	0,8324	86	0,9371
43	0,3328	91	0,6372	39	0,8355	87	0,9385
44	0,3401	92	0,6424	1,40	0,8385	88	0,9399
0,45	0,3473	93	0,6476	41	0,8415	89	0,9412
46	0,3545	94	0,6528	42	0,8444	1,90	0,9426
47	0,3616	0,95	0,6579	43	0,8473	91	0,9439
48	0,3688	96	0,6629	44	0,8501	92	0,9451
49	0,3759	97	0,6680	1,45	0,8529	93	0,9464
0,50	0,3829	98	0,6729	46	0,8557	94	0,9476
51	0,3899	99	0,6778	47	0,8584	1,95	0,9488
52	0,3969	1,00	0,6827	48	0,8611	96	0,9500
53	0,4039	01	0,6875	49	0,8638	97	0,9512
54	0,4108	02	0,6923	1,50	0,8664	98	0,9523
0,55	0,4177	03	0,6970	51	0,8690	99	0,9534
56	0,4245	04	0,7017	52	0,8715	2,00	0,9545
57	0,4313	1,05	0,7063	53	0,8740	05	0,9596
58	0,4381	06	0,7109	54	0,8764	10	0,9643
59	0,4448	07	0,7154	1,55	0,8789	15	0,9684
0,60	0,4515	08	0,7199	56	0,8812	20	0,9722
61	0,4581	09	0,7243	57	0,8836	2,25	0,9756
62	0,4647	1,10	0,7287	58	0,8859	30	0,9786
63	0,4713	11	0,7330	59	0,8882	35	0,9812
64	0,4778	12	0,7373	1,60	0,8904	40	0,9836
0,65	0,4843	13	0,7415	61	0,8926	45	0,9857
66	0,4907	14	0,7457	62	0,8948	2,50	0,9876
67	0,4971	1,15	0,7499	63	0,8969	55	0,9892
68	0,5035	16	0,7540	64	0,8990	60	0,9907
69	0,5098	17	0,7580	1,65	0,9011	65	0,9920
0,70	0,5161	18	0,7620	66	0,9031	70	0,9931
71	0,5223	19	0,7660	67	0,9051	2,75	0,9940
72	0,5285	1,20	0,7699	68	0,9070	80	0,9949
73	0,5346	21	0,7737	69	0,9090	85	0,9956
74	0,5407	22	0,7775	1,70	0,9109	90	0,9963
0,75	0,5467	23	0,7813	71	0,9127	95	0,9968
76	0,5527	24	0,7850	72	0,9146	3,00	0,99730
77	0,5587	1,25	0,7887	73	0,9164	10	0,99806
78	0,5646	26	0,7923	74	0,9181	20	0,99863
79	0,5705	27	0,7959	1,75	0,9199	30	0,99903
0,80	0,5763	28	0,7995	76	0,9216	40	0,99933
81	0,5821	29	0,8029	77	0,9233	3,50	0,99953
82	0,5878	1,30	0,8064	78	0,9249	60	0,99968
83	0,5935	31	0,8098	79	0,9265	70	0,99978
84	0,5991	32	0,8132	1,80	0,9281	80	0,99986
0,85	0,6047	33	0,8165	81	0,9297	90	0,99990
86	0,6102	34	0,8198	82	0,9312	4,00	0,99994
87	0,6157	1,35	0,8230	83	0,9328		

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин А. С., Кузьмин И. В. Оценка эффективности автоматизированных систем контроля. Изд-во «Энергия», 1967.
2. Вигман В. А., Дунаев Б. Б. Определение точности допусковых контрольно-измерительных устройств. «Измерительная техника», 1963, № 1.
3. Смирнов Н. В., Большев А. Н. Таблицы для вычисления функции двумерного нормального распределения. Изд-во АН СССР, 1962.

Дополнительная литература

1. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Изд-во «Советское радио», 1966.
2. Карандеев К. Б. Электрические методы автоматического контроля. Изд-во «Энергия», 1965.
3. Балашов В. П., Валитов Р. А. и др. Автоматизация радиоизмерений. Изд-во «Советское радио», 1966.
4. Гнедов Г. М., Кудрявцев В. Б. Основы автоматизации систем контроля и управления. Изд. ЛВИКА им. П. Ф. Можайского, 1965.
5. Кузьмин И. В. Проектирование телемеханических систем контроля и управления, ч. 1. Элементы синтеза структур. Изд-во ХВКИУ, 1967.
6. Половко А. М. Основы теории надежности. Изд-во «Наука», 1964.
7. Ветров Л. В., Каммозев Н. Ф., Черноскутов А. И. Основы теории контроля сложных систем. Изд. РВКИКУ, 1968.
8. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. Изд-во «Энергия», 1968.
9. Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. Машгиз, 1960.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Алгоритм контроля объекта оптимальный 159
- оптимизации процесса и АСКУ 140
- оценки эффективности и оптимизации АСКУ 21
- *Андреев Н. И.* 140
- АСКУ (автоматические системы контроля и управления) 5, 11, 27
- , алгоритм работы 95
- , вероятность безотказной работы 235
- , вес и объем оборудования 113
- , выбор рациональных сроков проверки 244
- дистанционного контроля 11
- идеальная 95
- , информационное согласование элементов 266
- , классификация 7
- , критерии оценки эффективности 93
- , многомерные 13
- , нахождение оптимального варианта 6
- неподвижные 9
- с непосредственным контролем 9
- , оптимизация по обобщенному функционально-статистическому критерию 140
- , оценка емкости оперативной памяти 270
- , оценка интенсивности 41
- , подвижные 9
- , потенциальная модель 119
- , принципы построения 9
- , реальная модель 122
- с телемеханическим контролем и управлением 11
- , точность работы аппаратуры 97

АСКУ, эффективность 5
 —, — с информационной точки зрения 117

Беллман Р. 140
 Быстродействие системы контроля 250
Бусленко Н. П. 142

Время контроля и управления объектом 102
 Вторичная обработка информации 159
 Выходные параметры 156, 208

График изменения средней стоимости разработки и изготовления АСКУ от вероятности безотказной работы 115

ДАС (дискретная автоматическая система) 53
Доступов Б. Г. 185

Завгородний Ю. В. 258

Информационная емкость 267
 — интенсивность контроля и управления 72
 — оценка метода и устройства контроля динамической системы 210, 213, 215
 Информационные характеристики 61

Информация оперативная 24
 — отчетная 24
 — статистическая 24

Квантование 54, 271

— по уровню 57
Коган Б. М. 142

Контроль объекта 151
 — последовательный и параллельно последовательный 175

- Косвенные внутренние возмущения 34
- *Котельников В. А.* 56, 225, 253
- Коэффициент готовности 28, 89
- избыточности 219
- опасности 89
- оценки степени автоматизации 11
- перекрытия 175
- экономико-технического совершенства 71
- эксплуатационно-технического совершенства 70
- *Красовский В. С.* 145
- Критерии оценки АСКУ 14
- Критерий игровой 135
- , оптимальные значения некоторых параметров 142
- оценки готовности объекта 8, 15, 143
- — — эффективности объекта 8
- — — относительный упрощенный 126
- — — процесса и АСКУ с учетом работы измерительного решающего устройства 119, 125
- — — процесса контроля и управления АСКУ 116
- статистический 131
- стоимостный 136
- эффективности функционирования сложных систем 127

Ложные отказы 98

Математическое моделирование 4, 33, 207

Месяцев П. П. 171

- Метод вероятностного усреднения 48
- гармонической линеаризации 45
- интегрирования дифференциальных уравнений 32, 37
- канонических разложений 32
- квазилинейных возмущений 32, 47
- Монте-Карло 32, 47
- нахождения оптимума функций $E_{пл}(t, \tau)$ 169
- преобразованных целей 191
- статистический 145
- статистической линеаризации 42

- Методы контроля 207, 218
- Методы непосредственного определения вероятностных характеристик 48
- приближенные квазилинейные 41
- Модели объектов контроля и управления 31, 207

Необнаруженные отказы 98

Обобщенно-статистический критерий 125, 140

Обобщенные параметры для контроля САУ 224

Обобщенный статистический критерий оценки эффективности 118

Общее резервирование замещением 109

Объект 161

— контроля и управления 31, 50

—, определение математической модели 33

—, оценка законов распределения выходных параметров 37

Объект, условно готовый к пуску 15

Оператор 58

Оптимальный тест-сигнал 257

Оценка вероятностных характеристик при квантовании по времени 55

— вероятности характеристик параметров объекта 50

— вероятностных характеристик дискретных систем объекта 53

— законов распределения объекта контроля 42, 45

Оценка эффективности АСКУ 17

— по информационному критерию 278

— системы контроля 281

— состояния параметров 253

— степени неопределенности состояния объекта контроля 61

— по стоимостному критерию 282

- Параметры многомерного объекта 33
 — объекта 50
 — процесса 13
 Первичная обработка информации 159, 178
 Понтрягин Л. С. 140
 Постоянное общее резервирование 105
 — раздельное резервирование 107
 Предпусковой контроль систем управления 7
 Пропускная способность процесса и АСКУ 126
 — — — контроля и управления 91
 Процесс контроля, оценка различных схем 173
 — — —, оптимизация по частным критериям 164
 Процесс контроля и управления 70
 — — —, быстродействие 91
 — — —, динамические статистические характеристики 90
 — — — как источник информации 94
 — — —, количество получаемой информации 76, 78
 — — —, функционально-статистическая оптимизация 139
 — — —, энтропия степени свободы 88
 Прямые внутренние возмущения 34
 Пугачев В. С. 32
 Работоспособность объекта 274
 Работы подготовительные 8
 — регламентные 8
 Раздельное резервирование замещением 111
 Разрешающая способность 268
 Реальная аппаратура 98
 — система алгоритмов 96
 САУ (системы автоматического управления) 178, 192, 204
 —, влияние отклонений первичных параметров на частотные и временные характеристики 190
 САУ, выбор оптимальных входных тест-сигналов 257
 —, динамические характеристики 183
 —, методы контроля 179, 183
 — одномерная нелинейная 184
 —, среднее количество информации, получаемой при контроле частотных характеристик 202
 —, энтропия переходной функции 205
 —, энтропия частотных характеристик 198
 —, эффективность подстройки статических и динамических характеристик 219
 Системы динамические 207
 — контроля 250
 — — —, оценка эффективности 274
 — нелинейные 188
 Системы контроля и управления 3, 69
 — — — автоматические (см. АСКУ)
 — — — неавтоматические 11
 — — — полуавтоматические 11
 Системы подстройки, регулирования и управления 85
 — разомкнутые линейные 192
 Сложные системы 3, 127
 — —, способы описания 4
 Состояние объекта 155, 274
 Средняя наработка на отказ резервированной системы 243
 Статистический критерий 131
 Степени свободы вспомогательные 90
 — — — основные 89
 Техническая эксплуатация сложных объектов 7
 УВОИ (устройство вторичной обработки информации) 23
 УКОИ (устройство конечной обработки информации) 23
 Универсальный центр контроля и управления 16
 УПОИ (устройство первичной обработки информации) 23
 УПОИ, анализ и синтез 178
 —, выбор алгоритма работы 221
 —, функциональная схема 181
 Устройства первичной обработки 178, 221
 Фельдбаум А. А. 142
 Функциональная схема процесса контроля и управления 21
 Функционально-статистические характеристики процесса контроля 69
 Хартли 267
 Централизованная автоматическая система контроля и управления 4
 Цифровые автоматические системы 58
 Частота контроля систем управления 151
 Частные параметры для поиска неисправностей в системе 231
 Шеннон К. 267
 Энтропия АЧХ элементарных звеньев САУ 200
 — объекта в процессе контроля и управления 73
 — состояние объекта 19, 64, 69
 — ФЧХ элементарных звеньев САУ 200
 — частотных характеристик САУ 201
 Эффективность процессов контроля 175

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3	коне распределения входных и выходных параметров	78
Глава 1. Классификация автоматических систем контроля и управления	7	3.5. Энтропия и информация в системах контроля, подстройки регулирования и управления	85
1.1. Виды работ, проводимых при контроле и управлении объектами	7	3.6. Энтропия степени свободы процесса контроля и управления	88
1.2. Основные принципы построения АСКУ	9	3.7. Динамические статистические характеристики процесса контроля и управления	90
1.3. Классификация АСКУ как систем управления	13	Литература	92
1.4. Критерии оценки	14	Глава 4. Критерий оценки эффективности АСКУ	93
1.5. Общие положения оценки эффективности АСКУ	17	4.1. Процесс контроля и управления как источник информации	94
1.6. Функциональная схема процесса контроля и управления. Алгоритм оценки эффективности и оптимизации АСКУ	21	4.2. Алгоритм работы АСКУ	95
Литература	29	4.3. Точность работы аппаратуры АСКУ	97
Глава 2. Математические функционально-статистические модели объектов контроля и управления	31	4.4. Время контроля и управления объектом	102
2.1. Определение математической модели объекта контроля	33	4.5. Вес и объем оборудования	113
2.2. Оценка законов распределения выходных параметров объекта контроля методом интегрирования дифференциальных уравнений	37	4.6. Стоимость контроля и управления объектом	114
2.3. Оценка законов распределения параметров объекта контроля с использованием метода статистической линеаризации	42	4.7. Обобщенный функционально-статистический критерий оценки эффективности процесса контроля и управления и АСКУ	116
2.4. Оценка законов распределения параметров объекта контроля с использованием метода гармонической линеаризации	45	4.8. Обобщенный функционально-статистический критерий оценки эффективности процесса и АСКУ с учетом работы измерительного и решающего устройства [11]	119
2.5. Оценка влияния законов распределения параметров элементов на статистические характеристики параметров объекта	47	4.9. Некоторые частные статистические критерии оценки эффективности процесса и АСКУ, получаемые из обобщенного	125
2.6. Оценка вероятностных характеристик параметров объекта при малых интенсивностях внешних воздействий и отклонениях параметров элементов объекта	50	4.10. Критерий эффективности функционирования сложных систем [7]	127
2.7. Оценка вероятностных характеристик дискретных систем объекта	61	4.11. Статистический критерий [7]	131
2.8. Оценка степени неопределенности состояния объекта контроля	64	4.12. Игровой критерий	135
2.9. Связь вероятности выполнения сложным объектом задачи с энтропией состояния объекта	67	4.13. Стоимостный критерий	136
Литература	67	Литература	138
Глава 3. Функционально-статистическая модель процесса и системы контроля и управления	69	Глава 5. Функционально-статистическая оптимизация процесса контроля и управления	139
3.1. Основные понятия и определения	70	5.1. Оптимизация процесса и АСКУ по обобщенному функционально-статистическому критерию	140
3.2. Энтропия объекта в процессе контроля и управления	73	5.2. Критерии оценки готовности сложных объектов	143
3.3. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления	76	5.3. Определение частоты контроля систем управления объектом и системы контроля	151
3.4. Количество информации, получаемое в процессе контроля и управления при нормальном совместном за-		5.4. Выбор выходных параметров объекта, наиболее полно характеризующих его состояние и обладающих наибольшей эффективностью при контроле	155
		5.5. Выбор оптимального алгоритма контроля объекта	159
		5.6. Оптимизация процесса контроля по некоторым частным критериям	164
		5.7. Оптимизация процесса контроля отдельных систем и блоков, входящих в эти системы, с учетом ошибок при контроле	169
		5.8. Оценка различных схем процессов контроля	173
		Литература	176
		Глава 6. Функционально-статистический анализ и синтез устройств первичной обработки информации	178
		6.1. Функциональная схема УПОИ	181

6.2. Динамические характеристики непрерывных нелинейных САУ	183
6.3. Влияние отклонений первичных параметров САУ на частотные и временные характеристики	190
6.4. Веса отклонения частотных характеристик при отклонении параметров элементарных звеньев САУ	192
6.5. Энтропия частотных характеристик элементарных звеньев и систем автоматического управления	198
6.6. Среднее количество информации, получаемой при контроле частотных характеристик САУ	202
6.7. Качество работы устройства измерения частотных характеристик САУ	204
6.8. Энтропия переходной функции САУ	205
6.9. Качество работы устройства измерения переходных функций	207
6.10. Оценка метода и устройства контроля динамической системы	207
6.11. Эффективность подстройки САУ по первичным параметрам	219
6.12. Выбор алгоритма работы УПОИ	221
6.13. Определение обобщенных параметров для контроля САУ	224
6.14. Определение частных параметров для поиска неисправностей в системе	231
6.15. Требования и способы повышения вероятности безотказной работы АСКУ	235
6.16. Выбор рациональных сроков проверки АСКУ	244
6.17. Быстродействие системы контроля	250
6.18. Способы оценки состояния параметров	253
6.19. Выбор оптимальных входных тест-сигналов при контроле линейных и нелинейных САУ	257
6.20. Информационное согласование элементов АСКУ между собой и с элементами других систем	266
6.21. Выбор шага квантования случайного параметра	271
Литература	272
Глава 7. Оценка эффективности системы контроля	274
7.1. Вероятность работоспособности объекта	274
7.2. Оценка эффективности по информационному критерию	278
7.3. Оценка по критерию эффективности функционирования сложных систем	281
7.4. Оценка по стоимостному критерию	282
Приложение	284
Литература	287
Алфавитный указатель	288

ИВАН ВАСИЛЬЕВИЧ КУЗЬМИН
ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ
СИСТЕМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Редактор *Т. М. Любимова*
Художник *П. К. Шаповалов*
Художественный редактор *З. Е. Вендрова*
Технический редактор *А. А. Белоус*
Корректоры *Е. П. Озерецкая, И. Г. Багрова*

Сдано в набор 3/ХІІ-1970 г.	Подписано в печать 24/ІІІ-1971 г.	Т-06826
Формат 84×108/32		Бумага типографская № 2
Объем 15,54 усл. п. л.		15,502 уч.-изд. л.
Тираж 8 600 экз.		Зак. 1508
Издательство "Советское радио", Москва, Главпочтамт, п/я 693.		Цена 1 р. 05 к.

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Москва, Шлюзовая наб., д. 10.