Лейф Иохансен

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕТКИ ПО ПОВОДУ ПРЕДЛОЖЕННОЙ ЛИНДАЛЕМ ТЕОРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГОСУДАРСТВЕННЫХ РАСХОДОВ*

LEIF JOHANSEN

SOME NOTES ON THE LINDAHL THEORY OF DETERMINATION OF PUBLIC EXPENDITURES

1. В 1919 г. шведский экономист Эрик Линдаль предложил решение проблемы одновременного определения расширения расходов для удовлетворения общественных потребностей и распределения соответствующего налогового бремени.[1] Данная работа представляет собой попытку представить решение Линдаля в виде более современных понятий теории благосостояния и тем самым выявить некоторые новые аспекты этого решения. Эта работа указывает также на то, что решение Линдаля было не вполне удовлетворительно представлено в книге Р. Э. Масгрейва *«Теория государственных финансов»*.[2]

2. Пусть существуют два индивида, две группы или две партии — A и B. Пусть также X и Y — объемы частного потребления A и B соответственно, а G — объем государственных расходов. Мы допускаем, что цены фиксированы (например, в соответствии с коэффициентами функции линейного преобразования) и что X, Y и G измеряются в денежных единицах.

---

* Опубликовано в «International Economic Review» [1963. Vol. 4, no. 3 (September). P. 346–358].

[1] *Die Gerechtigkeit der Besteuerung*, (Lund, 1919). Раздел, относящийся к данной тематике, опубликован на английском языке в работе: R. A. Musgrave and A. T. Peacock, ed., *Classics in the Theory of Public Finance*, (London, New York: Macmillan and Co., 1958), 168–176.

[2] R.A. Musgrave, *The Theory of Public Finance* (New York: McGraw Hill Book Co., 1959), 73–78.

Пусть функция полезности (количественная или порядковая) для двух человек будет следующей:[3]

$$U_{\text{А}} = F_{\text{А}}(X, G) \text{ и } U_{\text{В}} = F_{\text{В}}(Y, G). \tag{1}$$

Каждую функцию можно представить обычной картой кривых безразличия. Единственное особое свойство состоит в том, что та же самая величина G выступает в качестве аргумента в обеих функциях.

Рассмотрим вслед за Линдалем доли G, оплачиваемые каждым из двух индивидов. Пусть A выплачивает долю h, а В — долю $1 - h$. Значения абсолютного бремени, налагаемого на этих двух лиц, равны hG и $(1 - h)G$. Мы допускаем, что 0 £ h £ 1.

Проблема заключается в одновременном определении неизвестных G и h. Здесь мы допускаем заданность общей выручки R, а также ее компонентов $R_{\text{А}}$ и $R_{\text{В}}$ для двух людей. Бюджетные ограничения для этих людей равны:

$$X + hG = R_{\text{А}},\ \ Y + (1 - h)G = R_{\text{В}}. \tag{2}$$

Это, разумеется, предполагает следующее:

$$X + Y + G = R, \tag{3}$$

что является «уравнением экономического кругооборота» для общества в целом.

На рис. 1 изображены кривые безразличия и две альтернативные бюджетные линии индивида A. Разные бюджетные линии соответствуют различным значениям h. (Более крутая линия соответствует более высокому значению h, т. е. значению, приближающемуся к единице.)

Применительно к каждому данному значению h мы можем спросить о том, какое значение G этот человек будет предпочитать. Ответ на этот вопрос дается такими точками касания, как P и Q на рис. 1. Линия A–AФсоединяет такие точки. Точка в левом конце этой линии соответствует случаю $h = 1$, т. е. случаю,

[3] Функции полезности типа тех, что представлены в (1), т. е. учитывающих совместно частное и государственное потребление, использовались П. Э. Самуэльсоном в работе: P. A. Samuelson, «The Pure Theory of Public Expenditure», *The Review of Economics and Statistics*, XXXVI (November, 1954), 387–389, а также автором настоящей статьи в работе: «Forenklet Velferdsteoretisk Modell for en Sosialistisk Okonomi», *Nationalokonomisk Tidsskrift*, No. 3–4, 1955.

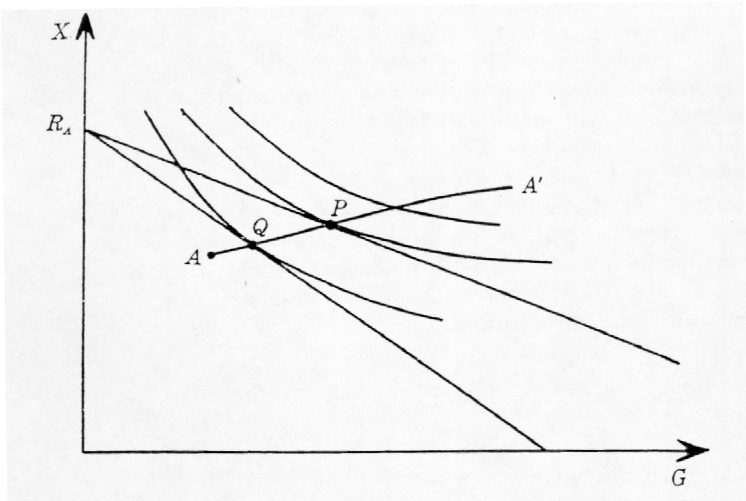

Рис. 1. Кривые безразличия и альтернативные бюджетные линии для индивида А на (X, G)-диаграмме.

при котором человек A выплачивает всю сумму государственных расходов. Если нет лимита потребности в государственных расходах, предлагаемых бесплатно в любой форме, то не будет существовать правого конца указанной линии.

В (1) предпочтения выражены в терминах X, Y и G. Чтобы вывести представление, сравнимое с тем, что предложил Линдаль, нам нужно выразить их в терминах h и G. Это легко сделать путем подстановки выражений для X и Y из (2) в (1):

$$U_A = F_A(R_A - hG, G), \; U_B = F_B(R_B - (1 - h)G, G). \tag{4}$$

Из кривых безразличия в (X, G)- и (Y, G)-диаграммах мы можем вывести семейство кривых безразличия для каждого индивида в (h, G)-диаграмме. Для индивида A такая карта кривых безразличия показана на рис. 2.

Точки P и Q на рис. 2 соответствуют точкам P и Q на рисунке 1 и отвечают на тот же вопрос, который был задан там. (Перемещение по горизонтали на рис. 2 соответствует перемещению вдоль бюджетной линии на рис. 1.) Точно так же кривая A–A¢на рис. 2 соответствует кривой A–A¢на рис. 1.

4. Карту, подобную той, что на рис. 2, можно также построить для индивида B. Более того, поскольку (1 - h) играет ту же

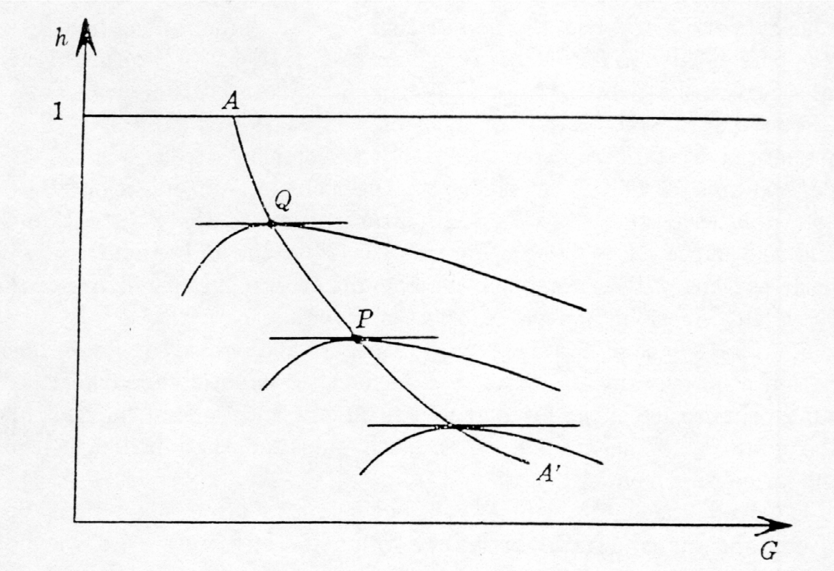

Рис. 2. Кривые безразличия для индивида *A* в (*h*, *G*)-диаграмме.

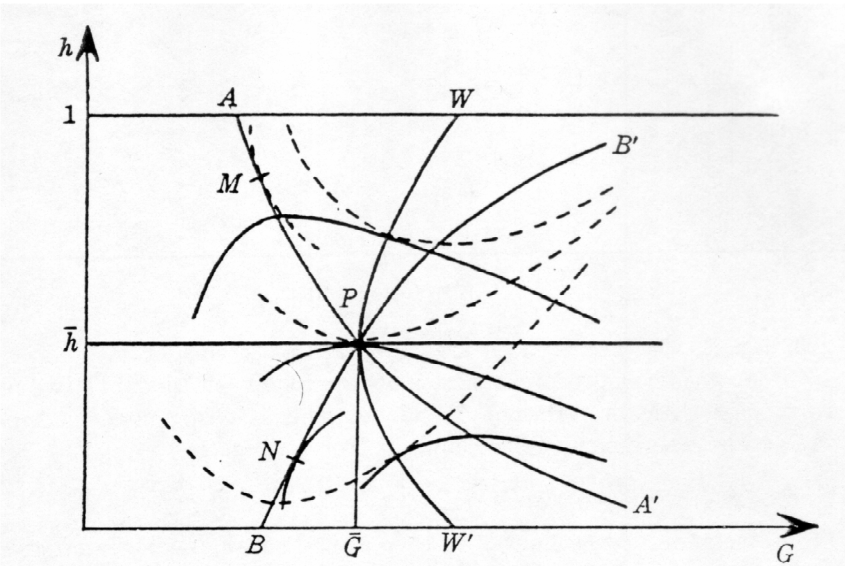

Рис. 3. «Схема Линдаля» с добавлением кривых безразличия.

самую роль на карте индивида B, какую играет h на карте индивида A, мы можем легко изобразить обе карты на одной и той же диаграмме. Это сделано на рис. 3.

Пунктирные линии представляют кривые безразличия индивида B, а кривая B–B¢имеет то же значение для индивида B, что и кривая A–A¢для индивида A; т. е. для каждого данного значения h самое предпочтительное значение G с точки зрения индивида B задается кривой B–B¢

Диаграмма, состоящая из таких кривых, как A–A¢и B–B¢ была представлена Линдалем, и «решение Линдаля» проблемы определения G и h задано точкой пересечения P с координатами G^* и h^*.[4] (Мы вернемся позднее к точкам M и N и кривой W–W¢ на рис. 3.) P представляет собой единственную точку, в которой оба человека согласятся по поводу объема государственных расходов, когда они рассматривают значение h в качестве заданного.

5. Это решение (в некоторых аспектах) аналогично определению равновесной цены на совершенно конкурентном рынке: равновесная цена — это цена, относительно которой покупатели и продавцы «согласны» по поводу обмениваемого количества, когда обе стороны рынка рассматривают эту цену как заданную.

С решением Линдаля связана также хорошо известная проблема нахождения того, кто корректирует цену, когда она находится «вне равновесия», а обе стороны «приспосабливаются через количества», т. е. рассматривают цену в качестве заданной. Подобным же образом, как и в теории цены, мы могли бы, хотя и не вполне удовлетворительно, придерживаться следующей линии рассуждений: предположим, что рассматривается значение $h > \bar{h}$. Тогда индивид A будет предпочитать $G < \bar{G}$, а индивид B $G > \bar{G}$. Для того чтобы индивид A дал согласие на расширение G, индивид B мог бы предложить взять на себя большую долю издержек, т. е. снизить h, и т. д. Такой процесс «нащупывания» мог бы сойтись в точке P.

Масгрейв (Musgrave, op. cit.) объясняет кривые A–A¢и B–B¢иначе, чем представлено здесь. Его представление выгля-

---

[4] Он не учитывал на диаграмме кривые безразличия в отличие от нас, делающих это для того, чтобы максимально четко представить значение кривых A¢A¢и B¢B¢

дит следующим образом: кривая A–A' указывает на долю общих затрат на G, которые индивид A был бы готов внести за различные значения G. Точное значение этого для меня неясно. Если это есть максимальное значение h, которое побудило бы индивида A предпочесть данное положительное, а не нулевое значение G, то эта кривая, очевидно, представляет собой кривую, совершенно отличную от A–A'. Она будет просто соответствовать той кривой безразличия индивида A, которая проходит через начало координат (если существование такой кривой поддается интерпретации). Думаю, что представление, приведенное здесь в разделах 4 и 5, больше соответствует выражениям Линдаля. Он говорит, что кривые «указывают на объем общественных расходов, который каждая сторона готова санкционировать при различных нормах распределения», и далее: «Две кривые мгновенно показывают, как изменяется спрос на общественные блага в зависимости от того, берут ли стороны на себя большую или меньшую часть общественных расходов». Точка пересечения характеризуется Линдалем как указывающая на «единственное распределение затрат, при котором стороны согласны относительно размера государственной деятельности».[5]

7. Как уже отмечалось, объяснение сходимости к точке P на диаграмме весьма неудовлетворительно. Ситуация более похожа на проблему двусторонней монополии, чем на ценообразование на конкурентном рынке. Линдаль был хорошо осведомлен об этом и отметил, что только на основе предпосылки «равной рыночной власти сторон» в некотором смысле будет достигнуто решение P.

Поэтому Линдаль утверждал в более общем плане, что можно обозначить границы диапазона возможных решений. Допустим, что в случае разногласий по поводу G реализуется более *низкое* значение из тех, что предпочитаются двумя индивидами.

[5] В более поздней работе Эрик Линдаль не был вполне четок относительно проблемы, поднятой в этом разделе. Он привел числовой пример, который в некоторой степени был похож на представление, данное Масгрейвом. См. Einige Strittige Fragen der Steuertheorie», *Die Wirtschaftstheorie der Gegenwart*, ed. Hans Mayer, Vol. IV (Vienna, 1928). Переведено на английский язык в работе: *Classics in the Theory of Public Finance*, op. cit., 214–232.

Тогда решение должно находиться на кривой, состоящей из ветвей A–P и B–P. Если оно расположено на кривой A–P в точке M, максимизирующей полезность индивида B, и в точке N на кривой B–P, максимизирующей полезность индивида A, то диапазон возможных решений можно ограничить M–P–N. Это объясняется тем, что, начиная из точки A, обе стороны будут оказываться в выигрыше, двигаясь к M, и начиная из точки B, они будут таким же образом выигрывать, двигаясь к N. Линдаль анализировал эту идею в явном виде.

Между прочим, мы можем отметить здесь, что расширение анализа для случая с более чем двумя индивидами (что легко сделать, хотя метод графического представления должен в некоторой степени измениться) не помогает мгновенно решить проблему, связанную с этой стратегической ситуацией, поскольку количество долей затрат («цен») увеличивалось бы с ростом числа индивидов или сторон. Поэтому мы не получим ситуацию, в которой конкуренция среди многих индивидов могла бы обеспечить механизм для определения *единственной* «цены».

8. Рассмотрим теперь решение P в свете экономической теории благосостояния. Тогда мы будем искать геометрическое место точек Парето-оптимальных решений проблемы определения G и h, т. е. множество таких точек (h, G), при котором невозможно перемещением из одной точки в другую увеличить полезность одного из индивидов, не уменьшив полезность другого. (При такой оптимизации общий доход R рассматривается как заданная величина.)

На рис. 3 мы изобразили кривые безразличия обоих индивидов графически. Тогда легко вывести геометрическое место Парето-оптимальных точек. Оно просто состоит из точек касания между двумя семействами кривых безразличия, т. е. точками на кривой W–W¢

Таким образом, P — решение Линдаля — является Парето-оптимальным. (Оно представляет собой точку касания, поскольку обе кривые безразличия горизонтальны в этой точке.) Однако функция общественного благосостояния $W(U_A, U_B)$ будет только случайным образом достигать своего максимального значения в P. Максимум $W(U_A, U_B)$ мог бы быть расположен где-либо на кривой W–W¢ Возможно, не совсем легко вывести условия оптимальности по Парето на диаграмме типа рис. 3, а не работая с переменными, которые непосредственно входят в функции полезности (1). Поэтому докажем самим себе, что построение, приведенное на рис. 3, является правильным.

Сначала максимизируем полезность одного из индивидов, скажем A, при ограничении, в соответствии с которым полезность другого человека достигла предписанного значения, а ограничение (3) при R рассматривается в качестве константы. Это дает условие[6]

$$\frac{\partial F_A / \partial G}{\partial F_A / \partial X} + \frac{\partial F_A / \partial G}{\partial F_A / \partial Y} = 1. \qquad (5)$$

Из формулы (4) получаем, что наклон кривой безразличия для индивида A на рис. 3 равен:

$$\left(\frac{dh}{dG}\right)_A = \frac{(\partial F_A / \partial G) - h(\partial F_A / \partial X)}{G(\partial F_A / \partial X)}, \qquad (6)$$

и для человека B:

$$\left(\frac{dh}{dG}\right)_B = -\frac{(\partial F_B / \partial G) - (1-h)(\partial F_B / \partial Y)}{G(\partial F_B / \partial Y)}. \qquad (7)$$

При выведении (6) и (7) значения дохода R_A и R_B (доходов до уплаты налогов) рассматриваются в качестве констант. Уравнивая наклоны, заданные (6) и (7), получим условие, которое идентично условию (5). Это означает, что условие касания на рис. 3 эквивалентно (как это и должно быть) условию оптимальности по Парето (5), которое было выведено прямо из (1) и (3) без использования доли затрат h.

В этой связи отметим, что на рис. 3 нельзя показать все возможные Парето-оптимальные решения, существующие в (X, Y, G)-пространстве. Это объясняется тем, что рис. 3 может включать только такие точки из рис. 1 и соответствующей диаграммы для индивида B, которые расположены между (или на) бюджетных линий, соответствующих $h = 0$ и $h = 1$ для заданных значений дохода R_A и R_B. Таким образом, построение на рис. 3 и расширение множества Парето-оптимальных точек, которые

[6] Условие (5) является особым случаем условий, выведенных Самуэльсоном (Samuelson, *op. cit.*, формула (2)).

включены здесь, зависят от распределения дохода до уплаты налогов (R_A, R_B).[7]

Формально мы могли бы, конечно, расширить диаграмму, допустив, что h может принимать значения, выходящие за пределы интервала (0, 1), и ограничиться только условиями положительности для X, Y и G. Тогда мы также приняли бы к рассмотрению точки, в которых один из индивидов мог бы потреблять частного блага больше, чем ему позволяет его доход до уплаты налогов ($X > R_A$ или $Y > R_B$). В таких случаях, конечно, не стоило бы обозначать через h долю затрат; скорее этот символ отражал бы распределение дохода.

9. Линдаль, очевидно, трактовал решение типа P на рис. 3 как хорошее при условии, что распределение дохода до уплаты налогов (R_A, R_B) было принято как справедливое. Если (R_A, R_B) не принимается, то можно рассмотреть полное решение проблемы налогообложения и общественных расходов как состоящее из двух шагов: сперва вводится чистое перераспределение между индивидами A и B до определения G; затем определяются G и распределение соответствующих затрат так, как это было сделано на рис. 3. Рассматриваемое таким образом линдалево решение принадлежит к «ветви размещения» государственного хозяйства в смысле, из которого исходил Р. Э. Масгрейв (Musgrave, *op. cit.*), и является прежде всего механизмом достижения оптимального объема государственных расходов.

Учитывая сказанное в п. 7 о сомнениях, связанных с тем, будет ли приводить механизм к точке P или к некоей другой точке на кривой $M–P–N$, мы наблюдаем, что все возможные точки, кроме P, предполагают меньший объем общественных расходов по сравнению с оптимальным. Может быть, это содержит ключ к объяснению высказываемой многими точки зрения, что общественные расходы субоптимальны в западноевропейских и североамериканских странах?

10. Однако если ввести кривые безразличия и кривую Парето-оптимальных точек в диаграмму на рис. 3, то у нас появятся

[7] Я думаю, что эта зависимость от распределения дохода положены в основание критики построения Линдаля, выдвинутой Самуэльсоном в работе: P. A. Samuelson, «Diagrammatic Exposition of a Theory of Public Expenditure», *The Review of Economics and Statistics*, XXXVII (November, 1955), 350–356.

инструменты для критического пересмотра теории Линдаля, согласно которой возможные решения в общем расположены на кривой M–P–N. С помощью кривых безразличия легко увидеть, что из любой точки на кривой M–N–P, кроме самой P, можно двигаться к другой комбинации (h, G), которую оба индивида предпочитают первой точке. (Если бы это было не так, то первая точка была бы Парето-оптимальной, что неверно.) В действительности такие перемещения всегда возможны до тех пор, пока не будет достигнута точка на кривой W–W₵ Поэтому трудно увидеть, почему два индивида должны останавливаться в точке на кривой M–N–P (отличной от P), каким бы ни было соотношение их «рыночной власти», если как h, так и G являются в одно и то же время объектами переговоров. Очевидно, кривая W–W₵ а не M–P–N отвечает понятию «контрактной кривой». Несомненно, кривая M–P–N имеет отношение к делу только в том случае, если величины h и G определяются не одновременно (как это предполагалось в изложении Линдаля), но скорее h определяется раньше G.

В действительности этот случай, вероятно, может быть более реалистичным, если мы сопоставим его с обычной практикой. В большинстве стран существует налоговая *структура*, которая остается постоянной в течение многих лет и, можно сказать, определяет h, тогда как общественные расходы G и общая *сумма* налогов определяются ежегодно. Поэтому могут быть еще причины для отнесения вопроса в конец п. 9.

11. Как уже отмечалось, Линдаль рассматривал решение P в качестве приемлемого, если распределение доходов до уплаты налогов можно было принять в качестве справедливого.

Гуннар Мюрдаль подверг критике этот тип разграничения и доказал, что справедливость относится к проблеме общей полезности, а не предельной, и что поэтому нет причин рассматривать решение Линдаля как справедливое, даже если таковым является распределение доходов до уплаты налогов.[8] Я склонен согласиться с Мюрдалем в этом вопросе.

Аналогичную позицию можно выразить в виде функции общественного благосостояния:

---

[8] См. *Vetenskap och Politik i Nationalekonomien* (Stockholm, 1937), Chapter 7; эта работа была переведена на английский язык под названием *The Political Element in the Development of Economic Theory*, (Cambridge: Harvard University Press, 1954).

$$W = W(U_A, U_B). \tag{8}$$

Приемлемость распределения доходов R_A, R_B может быть использована для указания на то, что при $G = 0$ функция благосостояния W достигает своего максимума при условиях $X + Y = R$ для $X = R_A$ и $Y = R_B$; т. е. перераспределение необязательно для того, чтобы максимизировать W при условии $G = 0$.[9] Однако этого недостаточно для гарантирования того, что решение Линдаля, отвечающее R_A, R_B, даст максимальное значение W, которое можно получить, когда все переменные X, Y и G могут изменяться, при ограничении, состоящем лишь в уравнении (3) для заданного общего дохода R. Это максимальное значение будет достигнуто в точке на W–WФна рис. 3, но не обязательно в точке P. Поэтому, вообще говоря, невозможно получить максимум благосостояния, применяя общественное взвешивание — как показано видом функции благосостояния — только к «ветви распределения» и позволяя механизму Линдаля «отвечать» за размещение.[10]

12. Вместо обобщения этого тезиса я покажу особый случай, некоторые читатели могут найти его интересным для оценки решения Линдаля с точки зрения справедливости и экономического благосостояния. Специальное допущение состоит в том, что общественное потребление, если оно оценено через индивидуальные функции полезности, является низшим благом. Для индивида A это выражается формально следующим образом: максимизируя $U_A = F_A(R_A - hG, G)$ по G, при трактовке R_A и h в виде констант (см. уравнение (4)), мы получим

$$\frac{\partial F_A}{\partial G} = h\frac{\partial F_A}{\partial X}, \tag{9}$$

что определяет объем общественных расходов, желаемых индивидом A, когда он должен выплатить долю h общих затрат. Ког-

---

[9] Рассуждения этого раздела, возможно, легче принять, если интерпретировать G и другие величины в виде излишков по сравнению с предыдущим годом или в виде некоего необходимого минимума.

[10] Самуэльсон выдвинул те же, но сформулированные иначе критические замечания в сноске в работе «Diagrammatic Exposition...», *op. cit.*, 354. Конечно, Масгрейв также осведомлен о логических затруднениях, связанных с разделением между «ветвью распределения» и «ветвью размещения», но он предпочитает сохранять это разделение (Musgrave, *op. cit.*, 85).

да предельные полезности в (9) рассматриваются как функции от двух аргументов (R_A - hG) и G, (9) является соответственно, уравнением кривой A–A¢на рис. 2 и 3. (Ср. также с уравнением (6).)[11]

Величина общественных расходов, желаемых индивидом A, которая нами обозначается G_A, является функцией от R_A и h:

$$G_A = G_A(R_A, h). \tag{10}$$

Это можно сравнить с обычной функцией спроса, где роль цены играет h. Кривая A–A¢соответствует обычной кривой спроса.

Теперь мы хотели бы исследовать влияние изменения дохода на «спрос». На диаграммах такой эффект возникает при сдвиге кривой A–A¢ Осуществив неявную дифференциацию в (9), получим:

$$\frac{\partial G_A}{\partial R_A} = \frac{\dfrac{\partial^2 F_A}{\partial X \partial G} - h\dfrac{\partial^2 F_A}{\partial X^2}}{-h^2\dfrac{\partial^2 F_A}{\partial X^2} + 2h\dfrac{\partial^2 F_A}{\partial X \partial G} - \dfrac{\partial^2 F_A}{\partial G^2}}. \tag{11}$$

В этом выражении знаменатель положителен, если у нас есть нормальный максимум F_A.

Из (11) имеем:

$$\frac{\partial G_A}{\partial R_A} < 0, \text{ если } \frac{\partial^2 F_A}{\partial X \partial G} - h\frac{\partial^2 F_A}{\partial X^2} < 0. \tag{12}$$

Вернемся теперь к рис. 3. Мы допускаем, что дано распределение дохода R_A, R_B, и что некоторый доход D передается от B к A, а это приводит к новому распределению дохода $R_A + D$, $R_B - D$, которое более благоприятно для индивида A. Если G представляет собой низшее благо с точки зрения индивида A, то кривая A–A¢будет смещаться влево (индивид A будет предпочитать меньшую величину G при данном значении h). Если G является низшим благом также и для индивида B, то его кривая B–B¢будет

---

[11] Уравнение, сходное с формулой (9), появилось в раннем исследовании Линдаля. Единственное отличие состоит в том, что Линдаль (которому при работе с формулами помогал К. Викселль), работал с «денежными выражениями общей полезности» и что член ¶F_A/¶X, поэтому был равен единице в его формуле. Это может сделать неясным некоторые тезисы и привести к представлению, носящему более частный характер, чем необходимо.

сдвигаться вправо. Соответственно «равновесное значение» h упадет ниже $\bar{h}$. Потому в этом особом случае индивид или группа будут оплачивать тем меньшую долю суммарных общественных расходов, чем более благоприятно для него (для нее) распределение дохода до уплаты налогов.

Мы не утверждаем, что случай, при котором общественные расходы являются низшим благом, более реалистичен. Цель данного раздела состоит главным образом в том, чтобы пролить свет на природу решения Линдаля. Однако если рассмотреть составляющие общественных расходов, вполне вероятно, что довольно много компонентов будут низшими благами в вышеуказанном смысле. «Спрос» на социальное обеспечение может уменьшаться с увеличением дохода (при данном h); «спрос» на общественные парки может уменьшаться при увеличении частных садов; увеличение дохода, сопровождаемое ростом числа частных автомобилей, может вылиться в снижение спроса на общественный транспорт. Несомненно, число подобных примеров можно было бы легко увеличить.

13. Последнее соображение поднимает новую проблему, связанную с решением Линдаля. В действительности наш символ G охватывает различные компоненты, и решения должны быть приняты по поводу каждого из них. Можем ли мы легко расширить модель Линдаля для учета данного факта?

Чтобы разъяснить основные принципы, достаточно рассмотреть разделение G на два компонента, G_1 и G_2. Функции полезности будут выглядеть следующим образом:

$$U_{\mathrm{A}} = F_{\mathrm{A}}(X, G_1, G_2) \text{ и } U_{\mathrm{B}} = F_{\mathrm{B}}(Y, G_1, G_2). \quad (13)$$

Вместо (3) имеем:

$$X + Y + G_1 + G_2 = R(=R_{\mathrm{A}} + R_{\mathrm{B}}). \quad (14)$$

Возможно, данное представление оказывается полезным упражнением, позволяющим увидеть, что происходит, если мы просто расширяем анализ предыдущего раздела, применяя одну долю распределения h для совокупных общественных расходов в настоящем случае.

Бюджетные уравнения для двух индивидов будут тогда:

$$X + h(G_1 + G_2) = R_A; \quad (15)$$

$$Y + (1 - h)\,(G_1 + G_2) = R_B.$$

Максимизируя U_A и U_B, при соблюдении условий, заданных двумя уравнениями в (15), и при интерпретации h как заданной величины, мы получаем уравнения, определяющие общественные расходы, на которые «предъявляют спрос» A и B:

$$\frac{\partial F_A}{\partial G_1} = \frac{\partial F_A}{\partial G_2} = h\frac{\partial F_A}{\partial X}; \tag{16}$$

$$\frac{\partial F_B}{\partial G_1} = \frac{\partial F_B}{\partial G_2} = (1-h)\frac{\partial F_B}{\partial Y}.$$

Существует всего шесть уравнений в (15) и (16) и пять переменных (G_1, G_2, X, Y и h).[13] Таким образом, система является переопределенной, а это означает, что невозможно обнаружить такое значение h, при котором два индивида или группы согласятся по поводу обоих компонентов G_1 и G_2 общественных расходов.[14]

Чтобы выйти из создавшегося положения, нужно, естественно, ввести две доли распределения, h_1 и h_2, для каждого компонента общественных расходов. Уравнения (15) будут тогда модифицированы:

$$X + h_1G_1 + h_2G_2 = R_A; \tag{17}$$

$$Y + (1 - h_1)G_1 + (1 - h_2)G_2 = R_B,$$

а уравнения (16) будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial F_A}{\partial G_1} = h_1\frac{\partial F_A}{\partial X}, \quad \frac{\partial F_A}{\partial G_2} = h_2\frac{\partial F_A}{\partial X}; \tag{18}$$

$$\frac{\partial F_B}{\partial G_1} = (1-h_1)\frac{\partial F_B}{\partial Y}, \qquad \frac{\partial F_B}{\partial G_2} = (1-h_2)\frac{\partial F_B}{\partial Y}.$$

---

[13] Уравнение (14) не следует учитывать, так как оно вытекает из (15).

[14] В качестве альтернативного способа разъяснения мы могли бы провести различие между количествами G_{1A} и G_{2A}, на которые «предъявляет спрос» A, и количествами G_{1B} и G_{2B}, на которые «предъявляет спрос» B. Тогда G_{1A} и G_{2A} оказались бы аргументами в функциях, находящихся в «первой строке» формулы (16), а G_{1B} и G_{2B} — в функциях, находящихся во «второй строке» этой формулы. Переопределенность оказалась бы тогда последствием требования, согласно которому люди должны согласиться с величинами государственных расходов, т. е. $G_{1A} = G_{1B}$ и $G_{2A} = G_{2B}$.

Количество уравнений осталось прежним, но теперь у нас есть дополнительная переменная и систему можно решить. Так же легко доказать, что решение, полученное в (18), удовлетворяет условиям Парето-оптимума, которые теперь имеют вид:

$$\frac{\partial F_A / \partial G_1}{\partial F_A / \partial X_1} + \frac{\partial F_B \partial G_1}{\partial F_B / \partial Y} = \frac{\partial F_A / \partial G_2}{\partial F_A / \partial X} + \frac{\partial F_B / \partial G_2}{\partial F_n / \partial Y} = 1. \qquad \mathbf{(19)}$$

Поскольку модель, лежащая в основе решения Линдаля, чрезмерно упрощает механизм, определяющий общественные расходы, следует быть очень осторожным при выведении заключений относительно политики на основе этой модели. Но если данная модель во всех отношениях реалистична, вышеприведенные рассуждения можно, вероятно, интерпретировать как довод в пользу системы адресных налогов для покрытия различных типов расходов — системы, которая обычно не рекомендуется в современных учебниках.[15] Очевидно, Линдаль и другие классические авторы не размышляли в терминах адресной системы такого типа. После принятия решения в пользу адресных налогов в соответствии с этой точкой зрения они, конечно же, на практике часто могли бы оказываться объединенными.

14. Заметки о теории Линдаля, которые были представлены выше, следует трактовать только как попытку прояснения некоторых вопросов, касающихся данной теории. Я не собираюсь посредством этих заметок принимать участие в полемике между сторонниками теории Линдаля и сторонниками других подходов к теории общественных расходов. Я готов согласиться со многими критическими замечаниями в адрес теории Линдаля, и теми, которые были высказаны Масгрейвом (Musgrave, op. cit.), и теми, которые не были затронуты в настоящей статье. Более того, я очень сильно сомневаюсь в обоснованности самой основы теории Линдаля (равно как и теории Самуэльсона, Samuelson, op. cit.), а именно в трактовке общественных благ всецело в терминах индивидуалистических шкал предпочтений. Однако, поскольку никто, по-видимому, не предложил лучшей теории, я думаю, что теория Линдаля пока еще заслуживает внимания.

[15] Если бы вместо того, чтобы ввести две доли распределения, h_1 и h_2, мы стали рассматривать решение, полученное устранением одного из уравнений в (16) (например, допуская, что G_1 или G_2 равно меньшему из количеств, на которые «предъявляют спрос» два индивида), то это решение в общем случае не удовлетворило бы условиям (19).