

Coeficiente de Hurst no calculo do ímpeto dos preços de ativos financeiros

[Comentários de Hindenburg Melão Jr. em azul, entre colchetes] sobre um artigo de Fernando Botti

www.sigmasociety.com

Palavras-chave: Coeficiente de Hurst, Teoria de Dow, Mercado Eficiente, Movimento Browniano, Passeio Aleatório Enviesado, Movimentos Inerciais e Movimentos Persistentes.

[
No fórum Forex Pivot Brasil, a primeira e maior comunidade brasileira sobre Forex, o amigo Fernando Botti postou link para um artigo muito interessante (<http://www.atrattore.com/blog/>), de sua autoria, no qual apresenta pesquisas que contestam a hipótese de Mercado Eficiente. O tema é de capital importância para que se possa decidir se vale a pena tentar prognosticar o comportamento das cotações de ativos financeiros ou se o Mercado é matematicamente imprevisível e a única alternativa verdadeiramente rentável seria aplicar na renda fixa. Alguns termos utilizados exigem pequena revisão para que se possa ter um correto entendimento do conteúdo, no entanto a parte realmente importante diz respeito à tese em si, talvez a mais importante possível para qualquer investidor ou aspirante a investidor, pois se o Mercado tivesse comportamento totalmente browniano, não seria possível desenvolver nenhum tipo de estratégia com esperança matemática positiva e simplesmente não faria sentido investir.

Parabéns ao amigo Fernando pela iniciativa de redigir um texto sobre um tema deste nível, algo tão raro entre investidores brasileiros.

]

Harold E. Hurst (1880 - 1978) foi um hidrólogo que trabalhou no projeto de construção de uma represa para o Rio Nilo, chegando à região por volta de 1907 e permanecendo lá durante 40 anos. Seu problema consistia na política de fluxos a ser adotada, de modo que a represa não transbordasse nem ficasse muito vazia. Na construção deste tipo de modelo era comum assumir que o fluxo de águas da chuva, parte essencial do sistema, seguia um passeio ao acaso, na medida em que a ecologia da região do Nilo era um sistema com muitos graus de liberdade.

Hurst resolveu testar a hipótese de que o regime de chuvas seguia um tal processo e criou assim uma nova estatística, o expoente de Hurst (H), que servia para distinguir uma série aleatória de uma não-aleatória, mesmo que a série aleatória não seguisse uma distribuição de probabilidades que **tendesse para uma média central**. Hurst descobriu que a maioria dos fenômenos naturais, tais como o fluxo dos rios, o regime das chuvas e a temperatura, seguiam um passeio ao acaso viesado, ou seja, uma tendência com ruído. A força da tendência e o nível do ruído poderiam ser mensurados pelo valor da estatística H.

[

Em lugar de **“tendesse para uma média central”** creio que os termos apropriados sejam **“convergissem para uma tendência central”**. A média (aritmética ou geométrica) é um estimador de tendência central. Há outros, como mediana, moda, ondas de Andrews, Trimmed Mean, Biweight de Tukey, M de Hampel, H de Hüber etc. Todos estes são estimadores de tendência central, região em torno da qual se concentra a massa de dados limpos (sem ruído). Portanto **“média”** já representa uma região central e seria redundante um termo do tipo **“média central”**. Também é importante enfatizar que, nesse contexto, o termo **“tendência”** tem um significado diferente daquele que é usado no Mercado, onde a tendência indica um ímpeto no movimento dos preços que tanto pode ser na direção oposta à tendência central quanto na mesma direção da tendência central. Já na outra acepção, a convergência da massa de dados é sempre na direção da tendência central. Se houver confusão destes termos, todo o texto ficará confuso.

]

Tendências e fractais

Outro estudioso, Edgar E. Peters, adaptou o estudo de Hurst para o uso em fenômenos econômicos e séries temporais do mercado de capitais e verificou que estas séries também possuíam comportamento viesado. Ao fazer isso, Peters precisou definir limites que seriam comparáveis com as flutuações da represa.

Assim, quando o expoente de Hurst é igual a 0,5; a série é um passeio ao acaso e as observações são independentes. Quando H difere de 0,5 as observações não são independentes e contém uma memória dos eventos que a precederam. Este não é um tipo de memória de curto prazo e sim uma memória de longo prazo, onde eventos presentes influenciam eventos futuros distantes. Em outras palavras, sistemas que exibem H diferente de 0,5 são resultados de uma longa corrente de eventos interconectos. É o que nos termos da Teoria do Caos chama-se efeito borboleta, pois o suave vôo de uma borboleta no Brasil poderia influenciar uma terrível avalanche de neve no Alasca.

“ Segundo o expoente de Hurst, eventos presentes influenciam eventos futuros distantes...”

Assim, quando temos valores de H variando entre 0,5 e 1, intervalo mais comum para séries temporais retiradas do mercado financeiro, encontramos comportamento persistente e com tendência. Se a série subiu ou desceu no período passado, há chances de que continue subindo ou descendo no próximo período. (Aqui cabe um comentário interessante, na análise gráfica

financeira, uma técnica puramente empírica, há um procedimento interessante sobre avaliação de tendências, traçando linhas de suporte e resistência, as famosas Linhas de Tendência de Alta (LTA) e Linhas de Tendência de Baixa (LTB), onde o investidor avalia o provável caminho futuro do mercado, talvez um dos poucos procedimentos desta técnica que contenham coincidentemente um embasamento científico.)

A força do comportamento tendencioso, ou persistente, é função direta do valor de H , ou seja, quanto mais próximo de 1 ou 100% de correlação na equação, mais forte será a tendência. Séries persistentes significam movimento browniano fractal, ou, passeios aleatórios viesados. Estas séries têm como característica a correlação entre eventos em escalas de tempo diferentes. Neste caso, a probabilidade de dois eventos consecutivos ocorrerem é descrita pelo expoente de Hurst. Se $H=0,6$; então existe 60% de probabilidade de que, se o evento anterior foi positivo, o próximo evento também será. Mandelbrot (falaremos mais sobre ele) mostrou que o inverso de H é a dimensão fractal.

[
Em geral, quanto mais forte a correlação entre o modelo teórico e a textura real com a qual o modelo é comparado, mais forte é a tendência, desde que a textura tenha auto-similaridade, seja suficientemente homogênea e a tendência seja linear. Além disso, para um espaço 3D o valor de H deve ser truncado em $1/3$ e num espaço 2D o valor de H deve ser truncado em $0,5$. Estas condições precisam ser atendidas para que a assertiva seja válida.

“Séries persistentes” ou “passeios viesados” podem ser sinônimos. Mas movimento browniano não é exatamente o mesmo. “Movimentos brownianos” descritos em espaços com qualquer número de dimensões formam fractais, portanto “movimentos brownianos fractais” também é uma expressão redundante. Movimentos brownianos não são viesados, a menos que algo interfira no processo, ou seja imanente ao processo, e com isso o movimento deixa de ser (ou não é) totalmente browniano. Isso o torna diferente de “passeios aleatórios viesados”. Movimentos brownianos em meios heterogêneos e simétricos também não são viesados, mas se houver assimetria (um gradiente de densidade, por exemplo, ou de gravidade/empuxo etc.) o movimento pode ter aspecto de viesado, não porque de fato o seja, mas porque o meio em que está inserido tem particularidades tais que causam tal perturbação cumulativa e produzem a “persistência” do movimento. Também é importante considerar que num meio heterogêneo estático, o atrator permanece aproximadamente fixo, ao passo que num mercado real o atrator se desloca o tempo todo, bem como muda de intensidade, e pode haver muitos atratores atuando simultaneamente.

Embora Mandelbrot seja um dos maiores expoentes na área de Fractais, aliás, um dos pais da Geometria Fractal, nesse caso o que ele diz é no mínimo incompleto. H só pode ser inverso de D enquanto o espaço em que o polítopo fractal considerado tenha dimensão maior ou igual a D . No Mercado financeiro o valor máximo para D seria 2, aliás, bem menor do que 2, pois uma ilha de Koch tem dimensão em torno de 1,26 e tem mesma complexidade que os movimentos de ativos de baixa liquidez, de modo que a maioria dos ativos, quando suas cotações são plotadas num gráfico “preço x tempo”, a figura gerada normalmente tem aspecto similar ao de um fractal com D entre 1,2 e 1,7. Além disso, dependendo do indexador usado nos preços, se usar escala logarítmica ou aritmética, isso também causará mudança na dimensão fractal da figura plotada. Portanto os valores de D ficam teoricamente compreendidos entre 1 e 2, e na prática entre 1,1 e 1,9, logo H só pode assumir valores entre 0,5 e 1 quando se trata do Mercado Financeiro. A rigor, ativos de baixa liquidez com muitas GAPS podem ter dimensão fractal menor do que 1, e nesses casos H pode assumir valores maiores do que 1. Portanto o modelo, tal como proposto, apresenta algumas falhas e limitações na tentativa de representar o Mercado real.

]

A Hipótese do Mercado Eficiente sob o abismo

Com a análise de Hurst para o índice S&P500 da bolsa de Chicago com observações mensais dos retornos num período de 38 anos, Peters calculou para um ciclo médio de período igual a 48 meses e um $H=0,78$. Este alto valor para H mostra claramente que o mercado de ações é representado por uma série temporal fractal e não por um passeio ao acaso. Pode-se concluir, portanto, que os retornos de mercado são representados por séries temporais com comportamento persistente, com distribuição de probabilidade fractal e seguindo um passeio ao acaso viesado. A análise de Hurst também foi feita para ações individuais e outros ativos como divisas internacionais (o mercado forex) e foram encontrados os seguintes resultados:

[
Em primeiro lugar, uma série temporal fractal pode ser um passeio ao acaso (um “passeio randômico” é um caso particular de séries temporais, que podem ser aleatórias, como o movimento browniano, podem ser determinísticas ou estocásticas). O que Peters mostrou é que este passeio está viesado, e ele também corroborou algo que todos já sabem: existe um fenômeno chamado inflação e, a longo prazo, todos os índices aumentam. Isso faz com que correlações medidas em períodos muito longos sejam, em média, mais fortes. Se for calculada a correlação entre EURUSD e USDCHF, por exemplo, usando timeframe de 1 minuto e período de 10 horas, encontrar-se-á uma correlação mais fraca do que se usar time frame de 15 minutos e período de 150 horas. Se usar time frame de 4 horas e período de 2400 horas, a correlação será mais forte do que nos dois primeiros casos. Pode ser que em alguns trechos específicos do histórico dos ativos não suceda desta maneira, devido aos ruídos, mas se repetir o procedimento para muitos intervalos diferentes, constatar-se-á que funciona na grande maioria das vezes. Seria mais apropriado que fosse usado algum teste de aderência ou de qualidade de ajuste, em vez de correlação, um teste sensível à forma em todas as escalas de fragmentação, que pudesse medir corretamente o ímpeto do movimento sem sofrer influência significativa de fatores extrínsecos. Da maneira como Peters procedeu, o resultado foi perigoso, por ter sido tão óbvio e previsível quando a demonstração de Tales de Mileto de que o diâmetro divide um círculo em duas metades com áreas iguais, com a diferença que o resultado de Tales parte de premissas verdadeiras e conduz a conclusões corretas. Todos já

sabiam que o diâmetro do círculo o divide em metades iguais, mas sabiam apenas intuitivamente, e Tales teve o mérito de demonstrar isso formalmente. No caso de Peters, há uma agravante, que é o fato de ele ter encontrado um resultado que desejava, usando ferramentas que não são as mais apropriadas, colocando sob suspeita a credibilidade das inferências que possam decorrer deste resultado. A conclusão a que Peters chegou me parece fundamentalmente correta, mas não pelos motivos que ele expõe. Isso faz toda a diferença, porque situa uma pretensa demonstração formal, com aparente teor científico e sólido embasamento matemático, num nível predominantemente conjectural e intuitivo.

Um fato concreto é que DJ, S&P500, NASDAQ comportam-se muito tecnicamente, respeitando bem linhas de suporte, resistência, tendências etc. Este é um fato amplamente conhecido, e influenciado por este conhecimento a priori do resultado ao qual ele deveria chegar, talvez ele tenha se resignado a usar ferramentas precárias e se conformado com confirmações insuficientes. Em todo caso, ele apresentou mais uma evidência importante e objetiva sobre o Mercado não ser totalmente aleatório, somando mais um importante tijolo, ou até mais de um tijolo.

]

Ativos	Expoente de Hurst (H)
S&P 500	0,78
IBM	0,72
Xerox	0,73
Apple	0,75
Coca-Cola	0,70
USD/JPY	0,64
EUR/USD	0,63
IBOVESPA	0,62

Fonte: Peters (1991) e Gleiser (2002)

Notamos que estes resultados são inconsistentes com a Hipótese do Mercado Eficiente, a análise do índice de Hurst mostra que a hipótese da independência dos retornos fica seriamente fragilizado. Os retornos dos mercados são séries aleatórias persistentes com uma distribuição de probabilidade fractal e seguem um passeio ao acaso viesado, como descrito por Hurst. O mercado exhibe comportamento persistente e, portanto, tem ciclos e tendências.

[

O termo “distribuição de probabilidade fractal” talvez não expresse exatamente o que se desejava dizer. Uma distribuição teórica é euclidiana (a forma da curva que representa a função é euclidiana) e a plotagem de dados empíricos gera histogramas euclidianos, e mesmo que a plotagem seja de pontos e estes pontos sejam ligados, continuam formando uma figura euclidiana. Na verdade, a Geometria Euclidiana é um caso particular da Geometria Fractal e da Geometria Lobachevskiana (quando a excentricidade de um espaço hiperbolóide tende ao infinito, tem-se um espaço ortogonal euclidiano). Neste contexto haveria novamente redundância em dizer que uma distribuição é fractal, pois todas são. Mas isso não é tão importante. O que importa é que o coeficiente de Hurst, tal como foi utilizado por Peters, não possibilita chegar às conclusões a que ele chegou. Aliás, já vi casos absurdos em que se usa coeficiente de Hurst para verificar a dinâmica populacional de insetos e se chega a resultados impossíveis, com valores para H menores do que 1/3. Os conceitos envolvidos não são simples e não se pode aplicar mecanicamente estas ferramentas, sob o risco de se cometer erros graves. No IFUSP, em 1995, copiaram um experimento realizado na Universidade de Yale sobre bolas de papel, para introduzir aos alunos o conceito de Geometria Fractal, no entanto os professores que ministraram as aulas sobre o tema não compreendiam bem os conceitos envolvidos e cometeram alguns erros. O experimento consistia em cortar uma folha de papel grande, de espessura aproximadamente uniforme, em vários pedaços retangulares de diferentes tamanhos, depois amassar os pedaços com as mãos, exercendo aproximadamente mesma pressão, pesá-los e medir os diâmetros. O objetivo era determinar a dimensão fractal das bolas. Antes de começar, eu comentei que as bolas ficariam com dimensões diferentes, sendo que as maiores teriam dimensões maiores. Discordaram e afirmaram que a dimensão seria aproximadamente a mesma para todas as bolas, variando apenas em função da pressão exercida ao amassá-las e outros fatores casuais, mas sem qualquer preponderância de maior dimensão em função do tamanho das bolas. Tentei explicar que não, porque as bolas menores teriam escala de fragmentação diferente das maiores, pois estas teriam muito mais reentrâncias. Discordaram e o experimento prosseguiu. Ao final, quando calcularam a correlação entre tamanho e dimensão fractal, confirmaram o que eu havia dito: a dimensão fractal das maiores era significativamente maior. Em vez de corrigirem a falha na apostila e no experimento, que era divertido e estimulante, suprimiram-no da grade curricular nos anos subsequentes. Em outra ocasião, tentei explicar a um amigo que leciona Engenharia de Estruturas na UFSCar que se uma haste com diâmetro D suporta exatamente uma esfera de aço com raio R, se substituir esta esfera por uma com raio 3 R constituída pelo mesmo material da primeira, a área da secção transversal da haste para suportar a outra esfera, sendo do mesmo material da primeira haste, precisaria ser um pouco mais do que 27 vezes a área da secção original, porque a estrutura da esfera, qualquer que seja o material que a constitui, é, em última instância, um pseudofractal, sendo assim, com tamanho maior ela terá maior dimensão fractal, o que implica maior densidade e requer uma haste mais robusta para sustentá-la. Se o material fosse aço, como a dimensão do aço é quase euclidiana (quase 3), o efeito quase não seria sentido. Mas se a esfera fosse de argila ou de esponja ou algo assim, o efeito seria muito significativo. Isso decorre do fato de não haver genuínos fractais no

mundo físico, mas apenas pseudofractais, cuja escala de fragmentação depende do tamanho, estabelecendo certa disparidade entre o modelo teórico sobre fractais e as estruturas reais com as quais temos que lidar. Se a pessoa utiliza estas equações sem estar bem familiarizada com o que representam ou tentam representar, faltamente incorrerão em erros. Para que o estudo de Peters pudesse prover resultados mais úteis para análise, seria necessário que examinasse maior quantidade de ativos fracamente correlacionados ou não-correlacionados, em vez de vários fortemente correlacionados, como fez. Seria preciso que considerasse períodos bem mais longos (DJ desde 1897, disponível no Meta Stock, por exemplo) e segmentasse estes períodos em movimentos de alta, de baixa, laterais de alta volatilidade, laterais de baixa volatilidade e mistos. Deveria repetir o estudo com diversos timeframes. E o mais importante: deveria comparar os valores de H obtidos para o Mercado com os valores de H gerados por um movimento browniano obtido por simulação e repetido algumas centenas de vezes, a fim de verificar o nível de dispersão na grandeza medida, bem como o nível de significância da diferença entre 0,5 e o valor encontrado para H. Valores de 0,6 para H com incerteza 0,1 não confirmam praticamente nada. E mesmo que confirmassem, o estudo precisaria ter sido muito mais abrangente e meticuloso. Valores de 0,7 e 0,8 para H podem ser significativos ou não, dependendo das incertezas nesses valores, que não foram sequer mencionadas no estudo.

Enfim, a tese de Peters me parece correta, mas toda a linha de argumentação que ele adota e os experimentos de que ele se vale para apoiar sua tese não conduzem à conclusão que ele gostaria de chegar. Ao final, ele expõe apenas uma opinião pessoal e um punhado de dados não muito convincentes para apoiar esta opinião.

Particularmente, vejo nos resultados consistentes obtidos por Buffett, Soros, Lynch, Simons e outros grandes traders, ao longo de décadas, uma evidência mais forte e mais tangível de que o Mercado não é totalmente browniano, ou seja, é possível ganhar porque alguns eventos que seriam simétricos num movimento browniano podem ser prognosticados com mais de 50% de probabilidade no mercado real.

Cabe ressaltar que se é possível ganhar com Análise Fundamentalista ou com o uso de informações privilegiadas, o uso destes recursos se reflete nos preços e possibilita ganhar também com Análise Técnica. Pois não importa o motivo pelo qual um padrão está se formando, desde que continue com aproximadamente com mesma lei de formação. Isso é suficiente para que seja possível auferir lucros consistentes e prolongados no Mercado.

Peters não diz como ganhar no Mercado, não é esta sua proposta. Ele apenas tenta mostrar que é possível ganhar, contradizendo a opinião de muitos acadêmicos. No âmbito exclusivamente da Matemática, se as premissas de que ele partiu fossem totalmente corretas e representassem a totalidade de axiomas necessários para se chegar a conclusões pertinentes, então este teria sido um passo importante no sentido de incentivar pesquisadores a tentarem encontrar a ordem subjacente ao Caos. Mesmo com as inexatidões constatadas, ainda assim a contribuição de Peters é relevante e o tema que ele aborda merece muita atenção, por ajudar a compreender ferramentas matemáticas capazes de simular muito satisfatoriamente os fenômenos que regem os preços no mundo real. Há um provérbio que diz: “Objetivos elevados, mesmo que incompletamente realizados, podem ser mais importantes do que objetivos medianos, mesmo que completamente realizados.” Analogamente, a importância do trabalho de Peters não deve ser medida apenas pelo que ele fez, mas pelas portas que abriu e pela motivação que trouxe a outros pesquisadores para se aprofundarem neste tema e darem continuidade a seu trabalho.

]