



© Académie des sciences de l'Institut de France

Gustave Choquet (1990)

CARNET

Gustave Choquet

(1^{er} mars 1915 - 14 novembre 2006)

Michel Talagrand

Ce texte est celui qui va paraître dans l'annuaire de l'Académie des sciences.

Gustave Choquet, né à Solesmes dans le Nord le premier mars 1915, élu Membre de l'Académie le 29 novembre 1976 dans la section Mathématiques, est décédé à Lyon le 14 novembre 2006.

Admis à l'École Normale Supérieure en 1934, il fut reçu premier à l'agrégation de mathématiques en 1937. Il fut Maître de Conférences puis Professeur à Paris VI de 1949 à 1984, et parallèlement à l'École Polytechnique de 1960 à 1969. Il fit de nombreux séjours de longue durée dans des universités étrangères.

Les travaux de Gustave Choquet sont marqués par une vision directe et géométrique des problèmes, et atteignent souvent à une suprême élégance. Il a manifesté une prédilection pour les problèmes clefs, problèmes qu'il a su reformuler dans le cadre le plus général possible et qui l'ont amené à la création de concepts nouveaux et pénétrants dont l'impact a été considérable. Il a abordé de nombreux domaines : topologie générale, fonctions de variables réelles, théorie de la mesure, théorie du potentiel, analyse fonctionnelle convexe et ses applications, théorie des nombres.

Les premiers travaux de Gustave Choquet portent sur des études fines de topologie des sous-ensembles du plan, et l'amènent à la solution d'un célèbre problème de Lebesgue sur la caractérisation des fonctions dérivées. Dès 1944, il s'intéresse à la théorie du potentiel, qui sera pour lui une source constante d'inspiration. Ses recherches conduites avec J. Deny sur les noyaux de convolution ont des applications importantes dans la théorie des marches aléatoires sur les groupes. S'attaquant au problème de la capacitabilité des ensembles boréliens, il est amené par étapes à l'élaboration de la théorie des capacités, théorie qui se rattache à la théorie de la mesure. D'une grande puissance, elle demeure d'une étonnante jeunesse. C'est la théorie des capacités qui l'amène à son tour à la découverte du théorème de représentation intégrale : tout point d'un convexe compact d'un espace localement convexe (de dimension infinie) est le barycentre d'au moins une mesure de probabilité portée essentiellement par l'ensemble de ses points extrémaux. Il caractérise en outre le cas d'unicité : les célèbres « simplexes de Choquet ». La grande variété d'application de ces résultats (en théorie ergodique, algèbres d'opérateurs, processus stochastiques, théorie du potentiel, analyse harmonique) leur ont assuré un

retentissement considérable, et ces outils font aujourd'hui partie du patrimoine universel des mathématiques.

Gustave Choquet a été non seulement le créateur d'une œuvre mathématique vaste et profonde, mais aussi un enseignant hors pair. Les innovations majeures qu'il introduisit en 1955 dans son cours d'analyse se répandirent immédiatement. Son intérêt pour la pédagogie ne s'est jamais démenti, et s'est traduit notamment par sa présidence de 1950 à 1958 de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (Commission Gattegno).

Personnalité marquante, très attachante, adoré de ses étudiants, son immense talent n'avait d'égal que son charisme personnel.

Les travaux de Gustave Choquet ont profondément marqué l'extraordinaire développement de l'analyse mathématique au cours de la deuxième moitié du vingtième siècle. Il a renouvelé la discipline et son influence dans l'enseignement des mathématiques continue de toucher de nombreuses générations.

Les témoignages qui suivent se rapportent principalement à l'engagement de Gustave Choquet pour l'enseignement, une présentation de son œuvre scientifique sera publiée dans un prochain numéro de la Gazette.

Gustave Choquet et l'enseignement des mathématiques à l'université

Marc Rogalski¹

Permettez-moi de commencer par quelques souvenirs personnels. J'ai rencontré pour la première fois Gustave Choquet en octobre 1962, en assistant à son cours du Diplôme d'Enseignement Supérieur de « Topologie et théorie des fonctions ». Avec quelques camarades, c'était le premier cours universitaire que nous suivions sérieusement. Nous étions à vrai dire assez ignorants, par exemple en théorie de la mesure (absente des enseignements de licence de l'époque), alors que G. Choquet supposait que ses auditeurs savaient naturellement ce que signifiait l'expression « mesure portée par les points extrémaux d'un convexe compact ». Il nous fallut donc apprendre le b. a.-ba de la théorie par nous-mêmes...

Le style d'enseignement de G. Choquet était assez étonnant, mais très stimulant. Nous avions droit aux grandes idées qui sous-tendaient les théorèmes, toujours illustrées de petits dessins, d'ailleurs assez peu figuratifs, mais les détails concrets des démonstrations étaient souvent laissés aux auditeurs. Nous étions ainsi contraints à un travail personnel sur des notions parfois très récentes (par exemple, les notes aux CRAS de G. Choquet sur les cônes convexes faiblement complets et sur les mesures coniques, partie importante du cours qu'il nous donnait, sont parues moins de six mois avant celui-ci !). Nous eûmes un peu de mal à relever ce défi, et nous avons passé l'examen de février avec quelques trous dans certaines démonstrations. Heureusement, les vacances nous permirent de retravailler la question, et à la rentrée une sorte de bourse d'échange de démonstrations nous permit d'achever collectivement la compréhension du cours.

Le style d'enseignement de Gustave Choquet tel que nous l'avons découvert en cette année 1962 n'était pas un hasard, mais la conjonction d'un penchant naturel et d'une théorie.

Sa préférence a toujours été de faire des démonstrations succinctes, et de refuser d'écrire des pages de détails avec lemmes emboîtés et propositions intermédiaires en grand nombre. Il nous a expliqué plus tard qu'il pensait, lors de ses premiers travaux, que l'intérêt d'un résultat diminuait nettement avec la longueur et la technicité de sa démonstration. Cela ne l'a pas empêché à l'époque de prouver des théorèmes de démonstrations longues et compliquées, mais cela a contribué à rendre leurs rédactions tardives ou parfois inexistantes pendant très longtemps. Un tel penchant ne pouvait pas ne pas se refléter dans ses enseignements de troisième cycle.

Mais cette manière d'enseigner résultait aussi d'une théorie pédagogique clairement revendiquée. Le plus simple à ce sujet est de donner la parole à G. Choquet lui-même :

¹ Professeuse émérite à l'Université des sciences et technologies de Lille.

« J'ai compris que chaque enseignant doit constamment lutter contre la tentation toujours renouvelée de se satisfaire d'un cours limpide et rigoureux, mais sans tenir compte des acquis des élèves ni de leurs réactions ou de leurs incompréhensions. »²

« De plus, l'exposé trop formalisé d'une théorie ne donne aucune idée de ce qu'est, en fait, l'activité mentale du mathématicien : observation, mathématisation, solution du problème dans le modèle ainsi créé, retour à l'observation initiale, généralisations et applications. »³

« L'important est l'activité personnelle des élèves ; on apprend à faire des maths non pas en écoutant une leçon purifiée, mais en manipulant des êtres mathématiques. Les mêmes principes sont valables pour l'initiation à la recherche. »⁴

« Nous succombons indéfiniment au mirage des programmes soigneusement mis au point et nous pensons, surtout à l'Université, qu'un cours bien structuré sur un programme modernisé est le but final de notre pédagogie. Le professeur prépare avec conscience un beau cours, rigoureux et limpide comme l'eau claire d'une source et s'étonne, lors de l'examen, que cette eau pure se soit muée en un liquide trouble peu appétissant. C'est donc que la beauté de la matière enseignée et la clarté de l'exposé ne sont pas suffisantes, et ne sont peut-être même pas absolument nécessaires. »⁵

« L'important n'est pas la somme de travail et d'ingéniosité fournie par le professeur, mais celle fournie par l'étudiant. Autrement dit, l'essentiel n'est pas le cours, mais le travail personnel de l'étudiant. Il faut donc que, d'une façon ou d'une autre, le professeur provoque cet effort personnel. »⁶

À la lecture de ces textes, on comprend mieux le style d'enseignement qui nous avait étonné en 1962, et pourquoi il a été si efficace, en tout cas pour nous qui étions assez motivés et curieux. Je dois dire que bien des cours de troisième cycle que j'ai suivis dans les années soixante (période où un assistant débutant pouvait se cultiver tranquillement, la pression pour publier à tout prix n'ayant pas atteint le degré insensé qu'elle a maintenant) étaient loin de respecter les principes de Gustave Choquet. Certains étaient si merveilleusement « pédagogiques » qu'ils donnaient à l'auditeur l'impression de tout comprendre : les difficultés importantes étaient ainsi en fait cachées, et cela n'incitait pas au travail personnel ; on se retrouvait au bout de deux mois complètement perdu, bien qu'ayant assisté à « un beau cours rigoureux et limpide comme l'eau claire d'une source ».

Bien sûr, ces principes peuvent sembler un peu extrêmes. En fait, G. Choquet savait parfaitement les adapter à la réalité, et, par exemple, ses enseignements de premier et second cycle tenaient compte du besoin de sécurité qu'ont aussi des étudiants dont un grand nombre ne se destineront pas à la recherche.

Pour ce faire, Gustave Choquet a été en particulier un remarquable rédacteur de manuels. Les photocopiés de son cours de Calcul Différentiel et Intégral (CDI), publiés au Centre de Documentation Universitaire (CDU), et partiellement repris dans le célèbre tome II de son Cours d'Analyse⁷ (une plaisanterie qui l'amusait toujours

² *Hommes de science*, Hermann, Paris, 1990, p. 61.

³ *Ibidem*.

⁴ *Ibidem*.

⁵ *Formation des chercheurs de mathématiques*, Chantiers de pédagogie de l'APMEP, 1973, p. 73.

⁶ *Ibidem*, p. 76.

⁷ *Cours d'Analyse, tome II Topologie*, Masson, Paris.

était de lui demander quand il publierait le tome I) ont enthousiasmé plusieurs générations d'étudiants. Bien des universitaires utilisent toujours ce « tome II » pour leur enseignement, et le recommandent aux étudiants. On peut aussi citer ses cours à l'École Polytechnique (pendant les années 1965-1970), qui ont convaincu plusieurs élèves d'abandonner la voie royale et profitable de l'industrie ou de l'administration pour se lancer dans la recherche mathématique.

Signalons d'ailleurs que l'ensemble de ses cours de mathématiques (à l'exception de son tome II de topologie) est maintenant réuni dans un recueil unique⁸, qui reprend en particulier des polycopiés jadis édités au CDU et désormais quasi-introuvables.

Lorsqu'on relit ces cours écrits entre 1955 et 1970, on est encore étonné de leur modernité. Le parti pris axiomatique est certain, mais on sent qu'il n'est qu'un outil pour aller rapidement au cœur d'instruments puissants et d'applications importantes. En ce sens, ils reflètent la manière dont Gustave Choquet aimait faire des mathématiques. Là encore, laissons-lui la parole :

« Je suis un intuitif et un géomètre. Dès l'école primaire et le lycée, de tout problème mathématique j'essayais d'avoir une vision géométrique, de le traduire en figures simplifiées au maximum pour en dégager le squelette fonctionnel. Cette habitude m'a conduit, à l'âge adulte, à adopter un style de recherche qui consiste, tout en m'appuyant sur une connaissance approfondie d'un ou plusieurs cas particuliers, à me placer dès que possible dans un cadre aussi général que possible où le problème ait encore un sens, quitte à le particulariser au fur et à mesure des besoins. Ceci me permet à la fois de donner au problème la souplesse maximale et d'aboutir, si du moins je le résous, à la création d'outils mathématiques utilisables dans d'autres circonstances que celles qui les ont fait naître. »⁹

Gustave Choquet se définissait ainsi comme un « stratège » plus que comme un « tacticien ». Il pratiquait à un haut niveau d'efficacité ce qu'on pourrait appeler l'axiomatisation locale : quand on lui posait un problème, après avoir réfléchi, très fréquemment il répondait ainsi : « Appelons truc... Alors le problème se reformule ainsi... ». Et cela marchait souvent ! Il avait une conscience très claire de son mode de fonctionnement mathématique, et il l'a analysé dans plusieurs textes. Il l'a en particulier expliqué lors d'un séminaire d'histoire et épistémologie (le séminaire organisé à l'origine par Maurice Loi) à propos de sa création de la théorie des capacités. Une rédaction détaillée en a été faite à l'Académie des Sciences.¹⁰

Après ce rapide aperçu des conceptions de Gustave Choquet sur l'enseignement et la pratique des mathématiques, il faut en venir à ce qui en fut l'illustration concrète et historique dans l'enseignement des mathématiques à l'université : la révolution de 1954-1955 dans l'enseignement du certificat de Calcul Différentiel et Intégral de la faculté des sciences de Paris. G. Choquet en parle lui-même avec beaucoup de discrétion :

⁸ *Cours de Gustave Choquet*, Ellipses, Paris, 2002.

⁹ *Hommes de science*, Hermann, Paris, 1990, p. 59.

¹⁰ *La naissance de la théorie des capacités : réflexion sur une expérience personnelle*, La Vie des Sciences, Comptes rendus, série générale, tome 3, n° 4, juillet-août 1986, p. 385-397.

*« Je dus remplacer Georges Valiron, souffrant, qui était chargé du cours de calcul différentiel et intégral; jusque là, le programme de ce cours suivait, dans ses grandes lignes, les parties élémentaires du Traité de Goursat. J'en modifiai résolument l'orientation et le contenu et j'eus ainsi la chance d'être à l'origine d'un renouvellement de l'enseignement des mathématiques en France, au deuxième cycle d'abord puis, par contagion, au premier. »*¹¹

L'aspect révolutionnaire de ce qui advint cette année-là à Paris est bien plus important que G. Choquet ne le laisse croire dans cette simple allusion. Il faut rappeler que les mathématiques « modernes » (au sens des livres de Banach et de Van der Waerden) n'étaient pas à cette époque enseignées dans les universités françaises, à l'exception d'une ou deux universités de province (Nancy en particulier), et cela malgré une anticipation datant d'avant 1939 à l'université de Strasbourg (expérience continuée en 1940 dans la même université repliée à Clermont-Ferrand), par Henri Cartan.

Le blocage venait essentiellement de Paris, où quelques mathématiciens éminents maintenaient la tradition de l'analyse classique « à la française ». Les piliers de l'enseignement de CDI ont ainsi été René Garnier jusqu'en 1946, Georges Valiron à partir de 1941 (juqu'à son remplacement par Gustave Choquet en 1954), avec les interventions plus épisodiques, et variables selon les années, de Arnaud Denjoy, Maurice Fréchet, Georges Bouligand, Jean Favard, entre autres. Ces mathématiciens, malgré leur grand talent, n'avaient pas du tout introduit dans l'enseignement l'approche moderne pourtant déjà pratiquée dans certains pays étrangers.

Il y eu une exception notable, avec l'arrivée de Paul Dubreil en CDI à Paris en novembre 1947. Il y enseigna alors, et c'était une nouveauté, les rudiments de l'algèbre moderne, pendant plusieurs années. Mais il s'agissait d'un enseignement ajouté à celui de l'analyse classique, et ce dernier ne l'utilisait en rien. Henri Cartan, pionnier d'un enseignement moderne à Strasbourg, aurait pu sans doute modifier l'enseignement de CDI, mais il fut nommé pendant la guerre à l'École Normale Supérieure (il y resta jusqu'en 1965, avec une brève interruption de deux ans), et n'eut ainsi pas la latitude d'influer personnellement sur le contenu des enseignements parisiens.

C'est donc lui qui proposa, lorsque Geroges Valiron tomba malade, que Gustave Choquet le remplace en CDI. On trouve dans la correspondance de Henri Cartan à Marcel Brelot, vers 1950, une expression de la grande estime qu'il avait pour Gustave Choquet, alors âgé de trente cinq ans. Il nous a raconté, lorsque Jean-Luc Dorier et moi-même sommes allés l'interviewer, vers 1990, sur la genèse de la modernisation de l'enseignement des mathématiques à l'université, à quel point il était conscient de la révolution qu'il allait ainsi mettre en marche. Il s'en était entretenu, « avec malice », nous a-t-il dit, avec le doyen de l'époque, qui prévoyait lui aussi le tour surprenant qu'allait prendre cette substitution d'un enseignant à un autre.

Et c'est en effet à un véritable bouleversement qu'on a alors assisté. Le cours de CDI de 1954-1955 a ainsi commencé par la théorie des ensembles, s'est poursuivi par l'algèbre des groupes, anneaux et corps, la construction des réels et des complexes,

¹¹ *Hommes de science*, Hermann, Paris, 1990, p. 58.

l'algèbre linéaire, puis, surtout, les espaces topologiques, les espaces normés, les espaces de Hilbert, un enseignement des équations différentielles résolument nouveau et adossé à ces fondements d'analyse fonctionnelle. On était bien loin du *Traité* de Goursat et du cours de Valiron !

Le choc ainsi produit a été raconté par Jacques Roubaud¹², qui était alors étudiant en CDI, et devint écrivain et mathématicien. Donnons-lui la parole :

*« La réaction de la population de l'amphi de CDI de 1954 aux premières paroles de Choquet, qui s'expliquait pour la première fois dans ce rôle (dans cette capacité) en ces lieux (il venait de prendre la succession d'un des derniers représentants de l'école ancienne d'analyse "à la française", "Valiron"), fut étonnamment semblable à la réaction courante des non-mathématiciens : l'effarement. Quel que fût leur "passé" mathématique, ils ne s'étaient pas attendus à cela. »*¹³

*« Ainsi, face à la brusque métamorphose de l'objet mathématique qui s'opérait devant leurs yeux (devant leurs oreilles surtout), les étudiants... avaient senti vaciller leurs certitudes les mieux établies : ils s'étaient fait de la mathématique, au cours de leurs précédentes études, une représentation devenue peu à peu invariable, ronronnante et stable, et voilà qu'elle changeait tellement qu'elle se refermait, hermétiquement, devant eux... Le désarroi des redoublants était le plus palpable : entre les cours de "Valiron" de l'année précédente et ceux de "Choquet" ils ne découvraient pour ainsi dire aucun point commun ; comme si, pendant les vacances universitaires, cette science avait été remplacée par une autre, qui n'eût porté que par commodité le même nom. »*¹⁴

*« Il s'agissait, cependant, d'une situation exceptionnelle. Tous en étaient conscients. Une rupture avait eu lieu, une tradition devenue routine avait succombé, et quelque chose d'autre commençait là (ils en étaient les témoins involontaires), avec ostentation, avec désinvolture. "Choquet", c'était clair, semblait s'amuser de leur, de notre désarroi. Du passé (mathématique) on avait fait, apparemment, table rase. »*¹⁵

Les mathématiciens des universités de province saisirent immédiatement l'occasion. Michel Parreau m'a raconté comment ils n'osaient pas franchir le pas tant que Paris n'aurait pas bougé, et avec quel enthousiasme ils ont accueilli le nouvel enseignement de G. Choquet. En moins de trois ans, toutes les universités de province renouvèrent à leur tour leur enseignement de licence en suivant la nouvelle orientation. La réforme de la licence de 1958 vint officialiser le nouveau cours : elle mit en propédeutique (Mathématiques Générales et Physique) les bases de l'algèbre générale et de l'algèbre linéaire, les nouveaux certificats de mathématiques I et II gardant en licence le cœur de l'analyse moderne. Gustave Choquet fut ainsi, en quelque sorte, le père de la licence de 1958 !

Le lecteur n'aura pas manqué de sentir une sorte de contradiction entre deux préoccupations pédagogiques chez Gustave Choquet : d'une part le besoin d'enseigner des théories générales, abstraites, fournissant des outils puissants, telles

¹² *Mathématique : (récit)*, Seuil, Paris.

¹³ *Ibidem*, p. 11.

¹⁴ *Ibidem*, p. 13.

¹⁵ *Ibidem*.

que les prônait à l'époque Bourbaki, et de l'autre un refus des « cours clairs et limpides, trop formalisés ». Peut-être cette tension entre ces deux pôles était-elle inhérente aux développements des mathématiques à l'époque où G. Choquet a fait l'essentiel de ses travaux de recherche, mais peut-être aussi sommes-nous encore - et peut-être pour longtemps - pris dans le même réseau de contradictions lorsque nous voulons enseigner les mathématiques à l'université.

De ce point de vue, les rapports de Gustave Choquet avec Bourbaki mériteraient une étude spéciale (qu'il est hors de question de faire ici). Il est souvent connu actuellement pour les réserves qu'il a émises sur l'entreprise bourbakiste. On pourra trouver une telle analyse critique dans la référence de la note 2, page 62, dont nous extrayons à titre d'exemple le passage suivant :

« Les défauts ? Il semble que tout groupe qui travaille longtemps et dans l'isolement soit condamné au dogmatisme. C'est, me semble-t-il, le plus grand reproche que l'on peut faire à Bourbaki : les définitions et théorèmes de base sont assés sans justification et sans présentation heuristique ; ils ont la sécheresse et le dépouillement d'un squelette dont la chair, pourtant savoureuse, est rejetée dans les exercices ; le lecteur qui les néglige finit par acquérir une vision caricaturale de l'activité mathématique. »

Mais Gustave Choquet n'a pas toujours été aussi critique envers Bourbaki. Par exemple, l'introduction de son premier fascicule au CDU de ses cours de CDI¹⁶ est une profession de foi bourbakiste :

« ...on peut dire qu'une des contributions essentielles des mathématiciens du dernier demi-siècle a été de dégager les structures fondamentales des mathématiques. »

Un enthousiasme encore plus grand pour le choix bourbakiste anime une conférence qu'il fit en 1961 à Lausanne, lors d'un séminaire de la Commission Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques¹⁷. Il y annonce même, assez imprudemment, comment les grandes structures bourbakistes devraient être enseignées dans le second degré ! Sans doute on voit là le début de l'engagement de G. Choquet pour la rénovation de l'enseignement secondaire qui aura lieu en 1970. L'échec relatif de cette rénovation a sans doute joué un rôle dans l'évolution de son sentiment sur le mouvement bourbakiste.

Gustave Choquet n'est plus là pour donner son sentiment sur les évolutions actuelles de l'enseignement universitaire des mathématiques. Mais peut-être devrions-nous nous inspirer de ce qu'il en a dit en 1972 (déjà, la réforme des « maths modernes » était contestée) :

« L'enseignement mathématique à l'université a subi, avec un peu d'avance, une transformation analogue à celle des lycées : les programmes ont été radicalement transformés ; on est passé de Goursat à Bourbaki ! Cette transformation s'est

¹⁶ *Algèbre des ensembles, Algèbre*, CDU, Paris, 1960

¹⁷ *L'analyse et Bourbaki*, L'Enseignement Mathématique, II^o série, tome VIII, 1962, Genève, p. 109-135

accompagnée, de façon assez générale, d'une parcellisation poussée des enseignements ; celui-ci est divisé en unités correspondant plus ou moins aux grandes structures au sens de Bourbaki : algèbre générale, algèbre linéaire, topologie générale, intégration, variétés différentielles, etc. Le professeur chargé d'un de ces enseignements est en général un spécialiste ; il en connaît fort bien l'ossature, les notions essentielles qui sont pour lui des notions naturelles et comme allant de soi ; il axe donc son cours sur leur introduction et leur développement logique ; et souvent il ne peut en donner d'applications substantielles, soit par manque de temps, soit parce que ces applications le feraient sortir de la structure étudiée.

Elle [cette parcellisation] ne présente aux étudiants qu'une vue locale des mathématiques ; aussi comprennent-ils mal la motivation des notions introduites... et au bout de deux ou trois ans de tels enseignements, ils voient les mathématiques comme une juxtaposition de théories brillantes, mais tombées du ciel, dont les démonstrations sont en apparence faciles, mais qui de façon curieuse deviennent difficiles à appliquer dès qu'on sort des sentiers battus. »¹⁸

Réfléchissons un instant à ce que Gustave Choquet nous aurait dit de la dernière réforme en date, destinée à mettre en place le cursus « LMD » !

À l'issue de ce survol un peu rapide des opinions et du rôle de Gustave Choquet en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques à l'université, il conviendrait d'étudier de façon plus approfondie le lien entre eux et sa propre pratique mathématique. Signalons à ce sujet, pour le lecteur intéressé, le passage consacré à G. Choquet dans le livre de Nicolas Bouleau où il interroge plusieurs mathématiciens sur leur conception du travail de recherche mathématique.¹⁹

¹⁸ *Formation des chercheurs de mathématiques*, Chantiers de pédagogie de l'APMEP, 1973, p. 75.

¹⁹ *Dialogues autour de la création mathématique*, réunis par Nicolas Bouleau, Association Laplace-Gauss, 1997.

Choquet et l'enseignement de la Géométrie élémentaire

André Revuz¹

Depuis 1934, date de notre entrée à l'ÉNS, nous avons été, Choquet et moi, unis dans une amitié sans faille, fondée en grande partie sur un même amour des mathématiques et sur un profond intérêt pour leur enseignement à tous les niveaux. Quelques jours avant son 90^e anniversaire, Choquet m'a rappelé qu'il se considérait avant tout comme un « enseignant-chercheur ». Il y avait eu dans nos premières réactions face aux mathématiques de profondes ressemblances que nous constatâmes assez vite. Au lycée, nous avons été tous les deux passionnés par la Géométrie. Choquet avait eu le 1^{er} prix de mathématiques au Concours général et il est clair qu'un esprit « géométrique » a animé toutes ses recherches et son enseignement. Mais tous les deux aussi, nous avons été perturbés par le début des cours de géométrie, où, au lieu de la rigueur que l'on trouvait par la suite et qui nous enchantait, on était confronté à un discours inconsistant dont le sens s'obscurcissait à mesure qu'on voulait le comprendre. Les « démonstrations » des cas d'égalité des triangles me laissaient perplexe, ainsi que d'incroyables énoncés du type : « Un axiome est une proposition vraie que l'on ne peut pas démontrer », qui relevaient d'une épistémologie superficielle et confuse. Et ce qui m'inquiétait, c'était l'impression d'être le seul à éprouver ce malaise. Aussi ce fut pour moi un grand soulagement de constater que Choquet avait rencontré les mêmes difficultés. Mais laissons-lui la parole avec des extraits d'un livre paru en 1955 aux éditions Delachaux et Niestlé, sous le titre « L'enseignement des mathématiques », contenant des articles de E.W. Beth, Choquet, Dieudonné, Lichnerowicz, Gattegno et Piaget, qui avaient fondé en 1950 une CIEAEM (Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques) et qui avaient organisé plusieurs colloques internationaux sur les thèmes suivants :

- 1950 : relations entre le programme mathématique des écoles secondaires et le développement des capacités de l'adolescent.
- 1951 : l'enseignement de la géométrie dans les premières classes des écoles secondaires.
- 1951 : le programme fonctionnel : de l'école maternelle à l'université.
- 1952 : structures mathématiques et structures mentales.
- 1953 : les relations entre l'enseignement des mathématiques et les besoins de la science et de l'industrie.
- 1953 : les rapports entre la pensée des élèves et l'enseignement des mathématiques.
- 1954 : les mathématiques modernes à l'école.
- 1955 : l'élève face aux mathématiques. Une pédagogie qui libère.

L'article de Choquet, de 54 pages, intitulé « Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire » commençait par un « Examen critique des manuels » dont voici des extraits :

¹ Professeur honoraire à l'université Paris VII

« *La géométrie élémentaire est un beau voyage, mais son départ a souvent lieu dans une ombre douteuse et le chemin suivi traverse des bourbiers profonds, tels celui des déplacements et celui de l'orientation* ».

« *Voici un exemple de commentaire d'un manuel sur les axiomes et les postulats : "Un axiome est une proposition évidente par elle-même. Un postulat est une proposition qu'on admet sans démonstration". Le silence semble préférable à un tel commentaire qui risque d'obscurcir longtemps l'esprit de l'élève.* »

« *Un autre auteur après avoir énoncé l'axiome de la droite : "Par deux points, on peut faire passer une droite et une seule" le commente ainsi : "Nous disons que c'est une propriété caractéristique de la droite".* »

Quant aux démonstrations des cas d'égalité des triangles, Choquet n'avait, lui, pas hésité à leur refuser d'emblée toute validité. Je persiste à être stupéfait que pareilles absurdités aient paru ne gêner que très peu de gens. Cela jette une lumière inquiétante sur la manière dont sont comprises les mathématiques. Est-ce faire preuve d'un pessimisme excessif que de dire que l'enseignement est encore loin de s'être dégagé du modèle multimillénaire de la transmission sans discussion d'une vérité révélée, ce contre quoi Choquet s'est toujours énergiquement élevé.

Choquet n'a cessé de s'attaquer au problème de trouver une axiomatique sans lacune et accessible aux élèves, en en donnant d'ailleurs plusieurs solutions toutes intéressantes. Dans l'article de 1955, il a commencé à étudier les différents aspects de la question. En 1961, il a écrit une « Brochure de l'APM » sur la « Recherche d'une axiomatique commode pour le premier enseignement de la géométrie élémentaire ». En 1961, il a fait paraître chez Hermann un volume sur « L'enseignement de la géométrie ».

On peut constater avec tristesse qu'il a pratiquement prêché dans le désert. Il a montré que plusieurs axiomatiques différentes étaient possibles, ce qui était très intéressant scientifiquement... mais qui allait choisir ? Chaque professeur, semblait penser Choquet. Dans le principe ce serait très sain, mais il faudra sans doute attendre encore longtemps pour que cela soit possible. Il est certain, en outre, que l'épistémologie naïve qui pensait encore qu'un axiome était une proposition « vraie » que l'on ne pouvait pas démontrer est encore présente dans beaucoup d'esprits. La répugnance à mettre en évidence tous les axiomes que l'on utilise – parfois inconsciemment – n'a pas disparu. D'ailleurs, que pensaient les mathématiciens du début du 19^e siècle ? J'ai souvenir d'une remarque d'Elie Cartan après un exposé de Von Neumann à l'IHP : « *Il nous a montré que les axiomes, ça pouvait servir à quelque chose !* » S'il s'est beaucoup intéressé à l'enseignement de la géométrie élémentaire, il ne s'est pas limité à cette seule discipline. En 1956 et 1957, la SMF et l'APM organisèrent deux séries de conférences qui firent l'objet – sous le titre « Structures algébriques et structures topologiques » – de la Monographie n° 7 de l'Enseignement mathématique (Genève) avec un avertissement signé par Choquet et le Président de l'APM, Gilbert Walusinski, dont j'extrais les lignes suivantes :

« *L'extension rapidement croissante de la recherche, le progrès de plus en plus rapide de la découverte imposent à ceux mêmes des professeurs qui enseignent à des niveaux élémentaires de renouveler leurs connaissances théoriques. Les souvenirs qu'ils ont gardés de leurs études en Faculté doivent être périodiquement rafraîchis. Leur enseignement même doit profiter des nouvelles acquisitions de la science : il faut enseigner aujourd'hui les Mathématiques d'aujourd'hui.* » Il ne serait pas juste

de rappeler les efforts de Choquet pour améliorer l'enseignement sans rappeler les travaux de son fidèle ami C. Gattegno, dont il partageait les conceptions de l'enseignement. En 1965, Gattegno a publié chez Delachaux et Niestlé un livre intitulé « Pour un enseignement dynamique des mathématiques » que Choquet appréciait énormément et qui rassemblait un nombre considérable d'articles écrits entre 1947 et 1963.

Je me contenterai d'en faire deux citations.

En 1947 : « *On a tout simplement oublié que l'enfant est, en définitive, l'agent de sa propre compréhension et le créateur de son savoir* ». Cette remarque largement approuvée par Choquet semble avoir été très mal comprise par certains qui veulent y voir, ou feignent d'y voir une démission de l'enseignement, alors qu'il devrait être bien clair qu'enseigner c'est mettre l'élève dans des conditions favorables pour qu'il développe ses capacités et non lui asséner des résultats qu'il doit apprendre sans forcément les comprendre.

En 1950, Gattegno déclarait : « *Nous sommes souvent hostiles aux nouvelles idées et aux nouvelles méthodes* ». Remarque prémonitoire quant aux tentatives de moderniser l'enseignement, mais qui risque d'être éternellement valable. C'est chez les adultes que l'on rencontre le plus d'hostilité aux idées nouvelles qui leur demandent des efforts et qui bouleversent ce qu'ils considéraient comme définitivement acquis. S'agissant d'enseignants, leur parade est de déclarer que les idées nouvelles sont trop difficiles pour les enfants qui d'ailleurs n'ont pas la maturité nécessaire pour les dominer. Ils oublient que, pour les enfants, tout est nouveau et qu'ils n'ont pas un problème d'adaptation de leurs habitudes. Rappellerai-je la fin de la notice d'emploi d'un ordinateur : « *Si vous avez un problème, adressez-vous à votre petit-fils !* », ce que l'on aurait dû pour le moins compléter par « ou à votre petite-fille ».

Jean-Pierre Serre a déclaré dans sa leçon inaugurale au Collège de France : « *Le mathématicien est un homme libre !* » Choquet en a été un exemple éminent, il n'oubliait jamais, en outre, qu'en enseignant c'est la liberté de l'élève qu'il interpellait. Les efforts que nous avons faits et les espoirs que nous avons mis dans une amélioration de l'enseignement des mathématiques ont été profondément déçus ; il s'agit d'un très difficile combat qu'il faut poursuivre en pensant aux bonnes idées que défendait Choquet et qui sont toujours d'actualité.

Mémoires d'étudiant

Gilles Godefroy

Monsieur Choquet a dirigé ma thèse. C'est avec émotion, respect et affection que je partage avec vous ces quelques souvenirs d'un élève reconnaissant.

Monsieur Choquet fut avant tout un chercheur que je voudrais qualifier non pas d'éblouissant, mais d'*éclairant*. Son intuition géométrique et sa capacité de simplifier et d'épurer les problèmes illuminaient pour ses disciples des théories débarrassées, grâce à lui, de toute complication inutile. Je me rappelle l'avoir entendu dire, après un séminaire particulièrement touffu : « *c'est compliqué, donc ce ne sont pas des mathématiques* ». C'était une plaisanterie bien sûr, mais significative. Et c'est ainsi qu'il rassurait les débutants qui, à juste titre, craignaient de s'égarer dans l'immensité des connaissances à acquérir, ou à l'inverse dans la complexité sans borne des détails techniques.

Chercheur exceptionnel, Gustave Choquet fut aussi un pédagogue qui s'est pleinement investi dans l'enseignement des mathématiques, à tous les niveaux. Cet aspect de sa carrière sera mieux évoqué par des collègues qui ont partagé son engagement. Mais il faut souligner, sans doute, que dans les mathématiques les plus avancées comme dans les plus élémentaires, il s'est toujours attaché à maintenir le contact avec le concret. Lors de la journée amicale que nous avons organisée en mars 2005 à l'occasion de ses 90 ans, je lui ai demandé quelle avait été sa plus grande émotion scientifique. Sa réponse fut : « *quand j'ai réalisé que le potentiel électrique est une capacité alternée d'ordre infini* ». Les mathématiques qu'on dit parfois pures ne tournent pas le dos à la nature, ni à ce qu'on appelait autrefois, et fort bien, les « leçons de choses ». Monsieur Choquet ne l'a jamais oublié.

Quel patron a-t-il été? Un directeur qui ne voulait pas diriger au sens étroit du terme. Un patron qui a toujours respecté la liberté de ses élèves, en les encourageant, en les influençant bien sûr mais sans jamais chercher à les formater. L'essentiel était pour lui l'atmosphère du séminaire, où chaque auditeur pouvait saisir à sa guise la question qui lui convenait. Monsieur Choquet nous a ainsi permis de nous réaliser pleinement, chacun selon son tempérament, et sans jamais jouer le jeu très anxiogène de la comparaison. Mon environnement immédiat comprenait (et comprend toujours) plusieurs chercheurs éblouissants qui sont mes contemporains exacts. Très jeune, je n'avais pas compris que c'était pour moi une chance. Un soir de fatigue, il m'a simplement dit qu'« *il ne fallait pas chercher à devenir la copie conforme de quelqu'un d'autre* ». Parole qui libère, parole précieuse quand elle vient du patron.

Gustave Choquet inspirait le respect, il n'inspirait pas la crainte. Homme des sommets, il n'était pas sujet au vertige. Il nous a fait goûter et aimer les mathématiques, tout en nous avertissant du danger qu'il y aurait à se laisser dévorer par elles. Il nous a appris que bien souvent, le vrai, le simple et le beau coïncident. C'est ainsi que grâce à lui, j'ai pu comme beaucoup d'autres adjoindre ma petite musique au grand concert des mathématiques, poser bien des questions, en résoudre quelques-unes. Que dire de plus, à présent? Merci, Monsieur Choquet.



© SMF

Adrien Douady, IHP (1998)

Adrien Douady

(25 septembre 1935 - 2 novembre 2006)

Colette Anné

Adrien Douady était une personnalité mathématique de premier plan et sa mort accidentelle a causé une profonde émotion dans le milieu mathématique où il n'avait que des amis. La *Gazette* lui rendra hommage dans un prochain numéro, rappelons ici quelques points biographiques¹.

Entré à l'école normale supérieure en 1954, où il fut successivement élève (1954-1957) puis agrégé préparateur (1958-1965), Adrien Douady devient chercheur au CNRS (1962-1965), puis entame sa carrière universitaire à Nice (1965-1970) et la poursuit à Orsay. Il devient Professeur émérite de cette université en 2001, tout en maintenant un lien étroit avec l'école normale.

Adrien Douady était élève d'Henri Cartan et ses premiers travaux concernent les espaces analytiques et leurs sous-espaces ; ils lui ont valu d'être invité comme conférencier, à 31 ans, au congrès international des mathématiciens de 1966, et il les a complétés en 1974 par un article majeur. À partir de 1980, en liaison souvent avec son élève John Hubbard, il s'est tourné vers l'itération dans le champ complexe, les ensembles de Julia et l'ensemble de Mandelbrot, le vaste domaine qu'on appelle la dynamique holomorphe. Les principaux résultats dans ce domaine sont dus à Douady et à ses élèves, par exemple la connexité de l'ensemble de Mandelbrot (Douady et Hubbard) ou l'existence d'ensembles de Julia d'aire positive (Buff et Chéritat). Il était sans doute le meilleur connaisseur dans le monde de l'ensemble de Mandelbrot, qu'il avait baptisé et largement contribué à populariser, et qui reste une mine de problèmes difficiles. Il apparaîtrait comme l'un des continuateurs les plus importants des œuvres pionnières de Pierre Fatou et de Gaston Julia sur l'itération dans le domaine complexe, et il insistait volontiers sur l'importance quelquefois méconnue des idées de Fatou. Il contribua à l'audience internationale de la France dans les domaines des systèmes dynamiques et des applications conformes.

Adrien Douady, collaborateur de Nicolas Bourbaki jusqu'en 1985, était à la fois un tombeur de problèmes (« problemkiller ») et un semeur d'idées, c'était aussi un animateur, à l'école normale, à Orsay, et récemment à l'Institut Henri Poincaré où il avait organisé en 2003 le trimestre d'automne sur les systèmes dynamiques. Il prêtait une grande attention à l'enseignement, et plus généralement à la transmission des savoirs. Il était très aimé des étudiants qui appréciaient toutes les faces de son originalité et il les aimait en retour. Il savait vulgariser les mathématiques à tous les niveaux et par tous les moyens, dont les films. « La dynamique du lapin », film réalisé avec F. Tisseyre et D. Sorensen, est pour tous les publics une façon plaisante et efficace de s'initier à la dynamique holomorphe. « Un monde fractal », exposition réalisée avec F. Tisseyre, a fait le tour du monde. Il a, par ailleurs, impulsé une bonne partie des études faites en France et dans le monde sur la didactique des mathématiques.

Adrien Douady était lauréat du prix Ampère (1989) et membre correspondant de l'Académie des sciences (1997).

¹ Repris principalement de la notice de l'académie.