Geostationaarinen satelliitti (FY-YO-S2017-6)

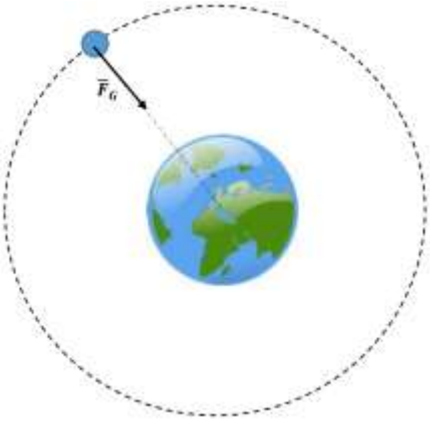
Geostationaarinen rata on yleinen tietoliikennesatelliitin kiertorata. Tällöin päiväntasaajan yläpuolella kiertävät satelliitit näyttävät Maasta katsottaessa pysyvän paikoillaan.

a) Miksi tietoliikennesatelliitit kannattaa sijoittaa geostationaariselle radalle?
b) Mitä voimia satelliittiin vaikuttaa? Piirrä ja nimeä.
c) Kuinka korkealla maanpinnan yläpuolella satelliitti kiertää geosationaarisella radalla?

RATKAISU

a) **Tietoliikennesatelliitit kannattaa sijoittaa geostationaariselle radalle, koska silloin tietoliikenneantennien suuntaa ei tarvitse muuttaa. Satelliitti pysyy koko ajan maapallon saman pisteen yläpuolella.** Näin ollen satelliitille signaaleja lähettävät ja satelliitilta signaaleja vastaanottavat antennit voidaan sijoittaa pysyvälle paikalle maanpinnalle ja ne on helppo suunnata satelliittia kohti. Jos satelliitti liikkuisi maanpinnan suhteen, antennien suuntauksen pitäisi seurata satelliittia. Paikalleen kiinnitetyt antennit ovat paljon halvempia kuin satelliittia seuraavat antennit.

b) **Satelliitti vaikuttaa Maan gravitaatiovoima $\overline{F}_G$ kohti Maan painopistettä (massakeskipistettä).** Satelliitti on Man painovoiman alaisessa kiertoliikkeessä avaruudessa, ja se on niin kaukana muista taivaankappaleista, että hyvällä tarkkuudella siihen vaikuttaa ainoastaan Maan gravitaatiovoima.



c) **Satelliitin korkeus Maan pinnasta h = ?**

R = maapallon ekvaattorisäde = 6378,140 km (MAOL s.120)
M = maapallon massa = $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg (MAOL s.120)
m = satelliitin massa
$\gamma = 6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ **(gravitaatiovakio,** MAOL s.70**).**
r = R + h on satelliitin etäisyys Maan keskipisteestä, h = satelliitin korkeus Maan pinnasta
Satelliitin kiertoaika T on sama kuin Man kiertoaika (pyörähdysaika) oman akselinsa ympäri eli T = 23 h 56 min 4,10 s = 23·60·60 s + 56·60 s + 4,10 s = 86164,1 s (MAOL s.120)
$\overline{F}_G$ **= Maan gravitaatiovoima.**

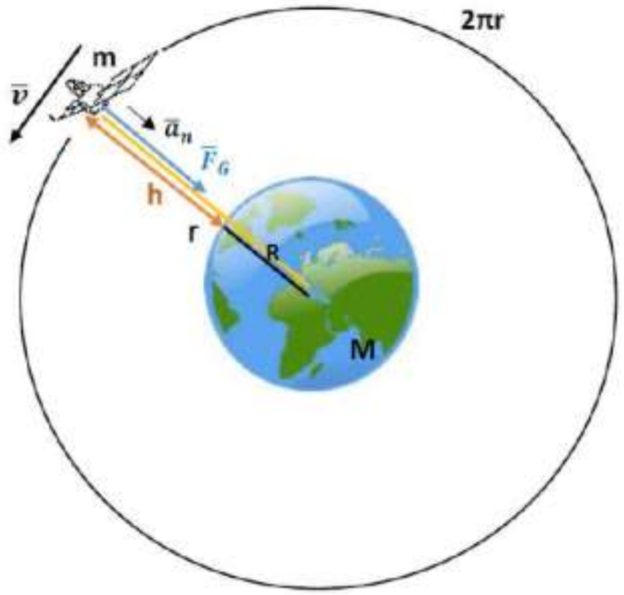
Satelliitti on Maan painovoiman alaisessa ympyräliikkeessä (Oletus: ympyrärata). Satelliitin liike on tasaista ympyräliikettä Maan keskipisteen ympäri

Koska ympyräliike on tasaista, niin ratanopeus $\overline{v}$ on vakio ja tangenttikiihtyvyys on nolla.

Kiihtyvyys on pelkästään normaalikiihtyvyyttä; $a_n = \frac{v^2}{r}$.

Ratanopeus $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$, missä **r** = ympyräradan säde ja **T** = satelliitin kiertoaika.

Satelliitti kulkee siis vuorokauden aikana yhden kierroksen eli ympyrän kehän pituuden 2πr.



r = R + h

Dynamiikan peruslain eli Newtonin II lain (NII) mukaan satelliitin liikeyhtälöksi saadaan

$\sum \bar{F} = m\bar{a}$ **eli nyt** $\bar{F}_G = m\bar{a}_n$

$F_G = ma_n$

$\Upsilon \frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ || : $\frac{m}{r}$

$\Upsilon \frac{M}{r} = v^2$ || *sijoitetaan tähän* $v = \frac{2\pi r}{T}$

$\Upsilon \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

$\frac{\Upsilon M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$ || *kerrotaan ristiin*

$4\pi^2 r^3 = \Upsilon M T^2$ || : $4\pi^2$

$r^3 = \frac{\Upsilon M T^2}{4\pi^2}$ || $\sqrt[3]{}$

Ratkaistaan kiertoradan säde ja sijoitetaan arvot

$r = \sqrt[3]{\frac{\Upsilon M T^2}{4\pi^2}}$ $r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67428 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5{,}974 \cdot 10^{24} kg \cdot (86164{,}1\ s)^2}{4\pi^2}}$

r = 42 168 440,37 m = 42 168,44037 km ≈ 42 168,4 km
r ≈ 42 168,440 km

Geostationaarisen satelliitin etäisyys maanpinnasta on **h** = **r** – **R**
h = r = 42 168,440 km – 6 378,140 km = 35 790,3 km
h ≈ 35 790 km.

V: Geostationaarinen satelliitti kiertää Maata 35 800 km:n korkeudella.