

С. М. ЛІСКОВЕЦЬ, асистент, Луцький національний технічний університет

ПРО ДОСЛІДЖЕННЯ МАЛОВІДОМИХ НАУКОВИХ ПРАЦЬ ЯКОВА ПИЛИПА КУЛИКА

Впервые сделан анализ малоизвестных научных работ Якова Филиппа Кулика по теории алгебраических уравнений, прикладной механики и анализ некоторых таблиц ученого.

Вперше зроблений аналіз маловідомих наукових робіт Якова Пилипа Кулика з теорії алгебраїчних рівнянь, прикладної механіки та аналіз деяких таблиць вченого.

An analysis of Jacob Philip Kulik's little known scientific works on the theory of algebraic equations in Applied Mechanics and an analysis of some scientist's tables have been for the first time carried out.

Наукова спадщина феноменального обчислювача XIX століття, професора Празького університету, нашого славного земляка Якова Пилипа Кулика досліджена негрунтовно, основний аналіз його наукового доробку пов'язаний із неперевершеним монументальним твором „Великий канон дільників всіх чисел, що не діляться на 2, 3 і 5 та простих чисел, що містяться між ними до 100330201 Якова Пилипа Кулика, публічного ординарного професора вищої математики в Празькому університеті”. Проте праці вченого присвячені не лише питанням теорії чисел, вони охоплюють різні напрямки історичного розвитку математичних дисциплін. Архівні фонди Наукової бібліотеки Львівського університету імені І. Я. Франка зберігають різнопланові наукові праці, таблиці, підручники Кулика, написані німецькою та польською мовами. В літературі, присвяченій історії розвитку математики, не дається аналіз робіт автора, іноді зустрічається лише неповний перелік наукових робіт, математичних таблиць практичного використання.

Завданням даної статті є проведення аналізу маловідомих наукових праць та таблиць Якова Пилипа Кулика, з'ясування основних напрямків дослідження вченого в працях з теорії алгебраїчних рівнянь та прикладної механіки.

Вже в середині XVIII століття Маклорен та Ейлер дали формулювання однієї з основних теорем алгебри, яка еквівалентна сучасній: будь-яке рівняння з дійсними коефіцієнтами можна розкласти на добуток множників першого та другого степенів з дійсними коефіцієнтами, іншими словами, рівняння степеня n має n коренів, дійсних та комплексних. В історичному процесі доведення даної теореми розроблялися різноманітні методи дослідження алгебраїчних рівнянь, розглядалися питання про розв'язування рівнянь в радикалах, стрімкого розвитку набула теорія алгебраїчних рівнянь.

Багато вчених XIX століття успішно продовжили вирішення проблемних алгебраїчних завдань, зробивши багато нових відкриттів та узагальнень при знаходженні коренів алгебраїчних рівнянь різних степенів. Не залишився в стороні від різноманітних досліджень розв'язків алгебраїчних рівнянь і

відомий теоретик-обчислювач Яків Пилип Кулик. Свідченням цього є робота вченого "Beiträge zur Auflösung höherer Gleichungen überhaupt und der kubischen Gleichungen insbesondere" ("Вклад в розв'язок вищих рівнянь, зокрема кубічних"), яка була опублікована в Празі у 1860 р. Дана робота Кулика зберігається в архівних фондах Наукової бібліотеки Львівського університету імені І. Я. Франка. Робота написана німецькою мовою, об'єм якої становить 103 сторінки. Як і переважна більшість робіт автора носить теоретико-обчислювальний характер.

Яків Пилип Кулик в своєму дослідженні проводить в першу чергу детальний аналіз розв'язків кубічних рівнянь, групуючи рівняння за різною структурою коренів. Згідно класифікації автора рівняння поділяються на сім типів, кубічні рівняння можуть мати:

- 1) три раціональні корені;
- 2) один корінь – раціональний, два інші – ірраціональні;
- 3) один корінь – раціональний, два інші – уявні (комплексно-спряжені);
- 4) три корені ірраціональні;
- 5) три корені ірраціональні, серед яких два однакових;
- 6) всі три корені різні, але трансцендентні;
- 7) один корінь трансцендентний, два інших – комплексно-спряжених.

На початку своєї роботи Яків Пилип Кулик зазначає, що одним із основних завдань його праці є створення практичної бази для розв'язування кубічних рівнянь. Автор зауважує, що відомі формули Кардано можуть знайти корені кубічних рівнянь лише 3, 4, 5 типів. При розв'язуванні кубічних рівнянь використовується спосіб встановлення типу кореня: якщо рівняння має раціональний корінь, тоді це рівняння 1–3 типу, відсутність раціонального кореня, але наявність ірраціонального веде до рівнянь 4–5 типу, і лише, встановивши, що рівняння не має ні раціонального, ні ірраціонального коренів можна стверджувати про рівняння 6-7 типу (рівняння з трансцендентними коренями).

Яків Кулик для розв'язування рівнянь вигляду

$$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0 \tag{1}$$

розглядає детермінант

$$d = A^2 - 2B, \text{ або } d = A^2 + 2B,$$

де $A = -(a + b + c)$, $B = ab + bc + ac$, $C = -abc$, якщо a, b, c – корені рівняння (1). Після відповідних обчислень детермінант можна представити у вигляді

$$d = a^2 + b^2 + c^2,$$

тобто детермінант кубічного рівняння – це сума квадратів його коренів.

Якщо кубічне рівняння (1) має два ірраціональних корені b і c :

$$b = p + \sqrt{g}, \quad c = p - \sqrt{g}, \quad (b + c = 2p, \quad bc = p^2 - g),$$

тоді детермінант відповідного рівняння буде мати вигляд: $d = a^2 + 2(p^2 + g)$, при цьому $C = -a(p^2 - g)$.

Детермінант кубічного рівняння, що має комплексно-спряжені корені буде таким:

$$d = a^2 + 2(p^2 - g), \quad C = -a(p^2 + g).$$

Кулик зауважує, що найпоширенішим методом знаходження раціональних та ірраціональних коренів є метод апроксимації, алгоритм якого не зовсім простий. Крім того, недоліком методу є зростання похибки при повторних апроксимаціях.

Яків Кулик, аналізуючи детермінанти d кубічних рівнянь, робить ряд узагальнюючих висновків:

- рівняння лише з дійсними коренями мають додатній детермінант;
- твердження про те, що при додатному детермінанті d рівняння буде мати лише дійсні корені неправильне: наприклад, якщо $g < 0$, а два інші корені – комплексно-спряжені, тоді детермінант може бути додатним у випадку

$$a^2 + 2p^2 < 2g ;$$

- якщо детермінант від'ємний, або дорівнює нулеві, тоді кубічне рівняння завжди має два комплексно-спряжені корені, а саме детермінант від'ємний ($d < 0$), якщо

$$a^2 + 2p^2 < 2g ;$$

- детермінант дорівнює нулеві ($d = 0$), якщо

$$a^2 + 2p^2 < 2g ;$$

- якщо раціональний корінь кубічного рівняння a є парним числом, тоді і детермінант d є парним числом, а непарні детермінанти мають непарний раціональний корінь.

В даній роботі Яків Пилип Кулик вивів формули для знаходження ірраціональних коренів через раціональний корінь a та числові коефіцієнти A, C кубічного рівняння (1):

$$p = -\frac{1}{2}(A+a), \quad g = p^2 + \frac{C}{a} \tag{2}$$

або
$$p = -\frac{1}{2}(A-a), \quad g = p^2 - \frac{C}{a} \tag{3}.$$

Використовуючи свої феноменальні обчислювальні здібності, Яків Пилип Кулик будує ряд таблиць (об'єм проведених підрахунків просто вражає), які створюють практичну базу для розв'язування кубічних рівнянь. Спочатку автор публікує таблицю „Непарних детермінантів кубічних рівнянь” від $d = 7$ до $d = 325$. В рядках та стовпчиках таблиці розміщуються

наступні числові величини: детермінант d , вільний член C кубічного рівняння (1), непарний раціональний корінь a та відповідне значення p ірраціонального кореня. Яків Кулик складає таблиці за відомими значеннями d та C , обмежуючись знаходженням лише цілих значень p та дійсних коренів a . В таблиці детермінанти d утворюють арифметичну прогресію із різницею два, а коефіцієнти C утворюють арифметичну прогресію (спадну або зростаючу) із різницею, що дорівнює кореню a . Якщо C знаходиться між спадаючими числами рядка, тоді $p^2 > g$, а значить a та C мають різні знаки. Якщо C розміщується між зростаючими числами рядка, тоді $p^2 < g$, а отже a та C мають однакові знаки.

Кожна сторінка таблиці містить близько 800 значень C . Так як a та p можуть приймати як додатні так і від'ємні значення, тоді для кожного значення C розглядається чотири рівняння. Отже, кожна сторінка таблиці дає розв'язки майже 3200 рівнянь. Таблиці парних та непарних детермінантів розміщуються на 15 сторінках. Кількість рівнянь, корені яких підрахував Яків Кулик, вражаюча.

Розв'язування відповідних кубічних рівнянь за допомогою таблиць дуже просте і не вимагає багато часу. Наприклад: потрібно розв'язати рівняння

$$x^3 + x^2 - 13x + 3 = 0.$$

В даному рівнянні $A=1$, $D=-13$, $c=3$. Детермінант рівняння $d=27$. Із таблиці за значенням $a=27$ та $c=3$ знаходимо $a=3$, $p=2$. Так як C розміщується між зростаючими числами, то $p^2 < g$, звідси $a=+3$, а за формулами (2) знаходимо, що $a=-2$, $g=5$. Тоді, коренями даного рівняння є числа: $3; 2 \pm \sqrt{5}$.

Отже, відповідна таблиця детермінантів дає можливість знаходити раціональний та два ірраціональних корені кубічного рівняння, обчисливши лише детермінант d за коефіцієнтами рівняння (1), всі інші підрахунки взяв на себе Яків Пилип Кулик, провівши велику кількість обчислень.

Слідом за таблицею непарних детермінантів надрукована таблиця парних детермінантів до $d=328$, яка працює за схемою, аналогічною до попередньої.

Якщо всі корені кубічного рівняння є раціональними, то за таблицями знаходяться ті ж самі значення a і p , які аналогічно зв'язані знаками $(+, -)$.

Згідно формул (3) обчислюється величина g , що дорівнює r^2 . Тоді відповідне кубічне рівняння має такі корені: $a, p+r, p-r$.

В роботі „Вклад в розв'язок вищих рівнянь, зокрема кубічних” Яків Пилип Кулик детально пояснює, як визначити наявність раціонального кореня в рівняннях будь-якого степеня. Суть методу полягає в розкладі на множники вільного члена Q рівняння n -го степеня, величини Q' , яка є на одиницю більша за Q та величини Q'' . Величина Q'' - це сума всіх

коефіцієнтів рівняння n -го порядку, при умові, що парні коефіцієнти стають непарними, а непарні – парними, до якої ще додається одиниця. Якщо ніякий дільник Q не збільшений на одиницю, або не зменшений на одиницю від множників Q' та Q'' , тоді рівняння n -го порядку не має жодного цілого раціонального кореня. Кулик пропонує використовувати таблиці простих чисел, таблиці дільників складених чисел та ознаки подільності багатьох чисел, які описані у підручнику автора з вищого аналізу.

В другій частині даної роботи Яків Пилип Кулик досліджує ірраціональні корені та кратні корені. Виводить формули ірраціональних коренів рівнянь різних степенів з відповідною закономірністю коефіцієнтів при невідомих. Достатньо детально Кулик зупиняється на дослідженні трансцендентних коренів кубічних рівнянь. Розробив метод за допомогою якого можна знайти трансцендентні корені, користуючись таблицями раціональних та ірраціональних коренів, зробивши відповідну підготовчу роботу. Потрібно зазначити, що наближені обчислення Кулик проводив в великою точністю, в десяткових дробах обчислював до 7 значень після коми.

Обчислювальна робота, проведена в даній праці Якова Пилипа Кулика не може не вражати своєю масштабністю. Грандіозні обчислення Кулика, розміщені в компактних таблицях можуть і в наш час використовуватися при знаходженні коренів кубічних рівнянь школярами, студентами, всіма бажаними для суттєвої економії часу.

В іншій праці „Unter Suchungen über die Kettenbrückenlinie” (Прага, 1838) („Дослідження про лінії ланцюгового мосту”). Яків Кулик досліджує практичні питання з механіки. В передмові до статті Кулик зазначає, що метою його роботи є точне пояснення властивостей тих кривих ліній, які беруть на себе роль підвісних ланцюгів ланцюгового мосту, в той час, коли вони окрім своєї власної ваги мусять витримувати ще вагу підвісних жердин. Такі лінії Кулик називає лініями ланцюгових мостів.

На період написання статті Якова Кулика лінію ланцюгового мосту вчені визначали при різних припущеннях. Її розглядали як параболу, еліпс, рівномірно натягнуту ланцюгову лінію, просту ланцюгову лінію. Яків Пилип Кулик теоретично показує, що лінія ланцюгового мосту суттєво відрізняється від перерахованих вище кривих. Кулик зазначає, що при побудові ланцюгових мостів важливо визначити довжини підвісних жердин, які прикріплюються в певних пунктах підвісних ланцюгів, таким чином, щоб їх кінцеві точки, які підтримують проїжджу частину моста, лежали на одній горизонтальній лінії. Яків Пилип Кулик стверджує, що якщо розглядати лінію ланцюгового мосту як параболу, еліпс і т.д., тоді її довжину можна розрахувати заздалегідь, але виникає необхідність експериментальним шляхом скоротити, в залежності від обставин, підвісні жердини або ж замінити їх на довші, поки приблизно буде досягнуто передбачуваної лінійності проїжджої частини мосту. В іншому випадку, який трапляється значно частіше, проїжджа частина мосту буде не горизонтальною, а з

вгнутою серединою. Кулик пропонує для підрахунку довжини ланцюгового мосту використовувати метод викривлення конічних перерізів.

В першій частині своєї праці Яків Пилип Кулик розглядає загальну ланцюгову лінію та відхилену від неї криву лінію, яка утворюється внаслідок зміни напруження вздовж лінії ланцюгового мосту. Вчений проводить детальні математичні підрахунки, які супроводжуються відповідними рисунками з поясненнями, для виведення формул, що обчислюють довжину однаково напруженої ланцюгової лінії та лінії ланцюгового мосту.

Довжина дуги, згідно з підрахунками Кулика обчислюється за формулою:

$$S = p\lambda(tgv + sesv),$$

де v – кут положення точки M – (кут між горизонтальною лінією і дотичною, що проведені до будь-якої точки лінії), p – параметр ланцюгової лінії, (довжина дуги до точки, кут положення якої становить 45°), величиною λ автор позначає натуральний логарифм.

В роботі розміщуються різноманітні таблиці, які допомагають обчислювати довжини дуг як загальних ланцюгових ліній, так і ліній ланцюгового мосту. Кулик в даній праці посилається на масштабні таблиці, які були опубліковані раніше – це „*Teorie und Tafel der Kettenlinie*” (Прага, 1832) („Теорія і таблиці ланцюгових ліній”). За даними таблицями можна знайти різні значення як тригонометричних так і логарифмічних функцій, інші допоміжні величини.

В другій частині роботи „Дослідження про лінії ланцюгового мосту” Яків Кулик описує „свою” лінію ланцюгового мосту. За допомогою детальних математичних обґрунтувань він показує, що лінія ланцюгового мосту відрізняється від ліній, які пропонували його попередники. Кулик виводить формулу для обчислення довжини дуги лінії ланцюгового мосту. Потрібно зазначити, що математичний апарат, яким користується автор дуже громіздкий, але послідовний і детальний, кількість зроблених обчислень різних величин, що занесені в таблиці, просто вражає. Яків Пилип Кулик в своїй роботі висловлює надію, що його формули та підрахунки будуть використані інженерами та проєктантами ланцюгових мостів.

Як феноменальний обчислювач Яків Пилип Кулик складав не лише математичні таблиці, в його доробку є таблиці, які мали безпосередньо практичне використання. Так в архівних фондах збереглися таблиці „*Tafeln zur Bestimmung der Inhalts zylindrischer und konischer Gefässe in Bierbrauereien und Branntweinbrennereien*” (Лейпциг, 1836) („Таблиці для визначення об’єму циліндричних та конусних бочок в пивоварному та алкогольному виробництвах”). В передмові до таблиць автор зазначає, що резервуари, які використовуються в пивоварнях та на заводах по виробництву алкоголю зазвичай мають форму зрізаного конуса або циліндра. Існуючий спосіб обчислення їх об’ємів має малу точність та вимагає багато часу. Кулик пропонує більш точні розрахунки, які можуть використовуватися як

безпосередньо на підприємствах, так і працівниками митниці та іншими контролюючими органами.

Аналізуючи підручник „Lerbuch der höheren Arithmetigsten und Algebra” (Прага, 1843–1844) („Підручник з вищої арифметики та алгебри”), що зберігається в архівних фондах, можна зробити висновок, що Яків Пилип Кулик був талановитим методистом. Підручник охоплює основні розділи арифметики, лінійної алгебри, основ математичного аналізу, аналітичної геометрії, теорії лінійних рівнянь. Матеріал викладений послідовно з детальними поясненнями та в доступній формі. Всі розділи підручника містять означення основних понять, теореми та формули, які супроводжуються зрозумілими поясненнями. Підручники Якова Пилипа Кулика користувалися великою популярністю і відповідали всім вимогам вищої школи.

Наукові праці Якова Пилипа Кулика, що зберігаються в архівних фондах Наукової бібліотеки Львівського національного університету ім. І. Я. Франка підтверджують багатогранність таланту та різноманітність наукового доробку вченого. Створюючи масштабні математичні таблиці, які успішно використовувалися для математичних підрахунків в різних наукових цілях, теоретик-обчислювач Яків Кулик складав таблиці, що мали безпосередньо практичне значення на виробництві, в інженерній справі, сільському господарстві. Роботи Якова Пилипа Кулика теоретичного характеру охоплюють не лише актуальні питання теорії чисел, але й проблемні питання теорії алгебраїчних рівнянь, алгебри, прикладної механіки.

Список літератури: 1. *Kulik J. F.* Beiträge zur Auflösung höherer Gleichungen überhaupt und der kubischen Gleichungen insbesondere. Prag, 1860. – 103 с. 2. *Kulik J. F.* Unter Suchungen über die Kettenbrückenlinie. Prag, 1838. – 38 с. 3. *Kulik J. F.* Theorie und Tafel der Kettenlinie. Prag, 1832. – 50 с. 4. *Kulik J. F.* Tafeln zur Bestimmung der Inhalts zylindrischer und konischer Gefässe in Bierbrauereien und Branntweinbrennereien. Lemberg, 1836. – 25 с. 5. *Kulik J. F.* Lerbuch der höheren Arithmetigsten und Algebra. Enthaltend nebst den wichtigsten Lehren der höheren Analysis nach Gräffes, Budans, Sturms, Fouriers, Horners und Sterns Auflösungsmethoden numerischer Gleichungen. Prag, 1843-1844. – 400 с.

Надійшла до редколегії 23.06.10

УДК 621.763:669.018.4(09)

С. В. НОВИЦЬКА, студентка НТУ «ХПІ»

ІСТОРІЯ ВИВЧЕННЯ ФІЗИКО — МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДИСПЕРСІЙНО ЗМІЩЕНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ З НАНОКРИСТАЛІЧНОЮ СТРУКТУРОЮ У 1960 – 1980-х роках.

В роботі освещена история получения у 1960–1980 гг. вакуумных конденсатов псевдосплавов Cu-Mo, W, Ta, которые имеют уникальные свойства и представляют собой новый вид дисперсионно упрочненных композиционных материалов. Сделана попытка исторического анализа исследованных структур и физико-механических свойств данных сплавов.

В роботі висвітлено історію отримання у 1960–1980 рр. вакуумних конденсатів псевдосплавів Cu-Mo, W, Ta, які володіють унікальними властивостями і представляють собою новий вид