Eduard Study
(1862-1930)
— ein mathematischer Mephistopheles im geometrischen Gärtchen

Dissertation
zur Erlangung des Grades
„Doktor
der Naturwissenschaften“
am Fachbereich Mathematik
der Johannes Gutenberg-Universität
in Mainz

Yvonne Hartwich
geb. in Langen

Mainz, im November 2005

„FAUST. Nun gut, wer bist du denn?
MEPHISTOPHELES. Ein Teil von jener Kraft
Die stets das Böse will und stets das Gute schafft.
FAUST. Was ist mit diesem Rätselwort gemeint?
MEPHISTOPHELES. Ich bin der Geist, der stets verneint! “

(s. [Goethe's Faust], S. 39)

„Ich bin gewillt, ein Bösewicht zu werden. “

(s. Shakespeare's Richard III., 1 Aufzug, 1. Szene bzw. [Study 1908b], S. 125)

Inhaltsverzeichnis

0 Einleitung

Mit Eduard Study und der Mathematikgeschichte in den Dekaden um die Jahrhundertwende ist es wie mit dem Hase und dem Igel: Wohin man auch blickt, Study war schon da und hat etwas über das Thema geschrieben oder das bisher dazu Veröffentlichte kritisiert. Trotz dieser vielseitigen Präsenz existierte bisher keine zusammenhängende mathematikhistorische Darstellung über seine Person: Wurden biographische Details veröffentlicht, so griff man auf den Nachruf seines besten Freundes Friedrich Engel zurück, der auch das einzige Bild enthält, welches meist von Study in Umlauf ist. Thematisch bemühen sich einzelne Untersuchungen, wie z. B. [Czichowski/Fritzsche 1993] für die Theorie der Differentialinvarianten oder [Wawer 1933] zum Realismusproblem, etwas mehr ins Detail zu gehen, jedoch bleiben sie gezwungenermaßen auf ihr Thema beschränkt. Die wesentlichen Gesichtspunkte, die Study in seinem Leben und seinem Werk bestimmt haben, umfassend darzustellen, sie in ihren Kontext einzuordnen und sie erst in diesem Zusammenhang zu kommentieren, soll Ziel der vorliegenden Biographie sein, sodass nicht nur ein vollständigereres Bild sondern auch ein umfassendereres Verständnis von Eduard Study entstehen kann.

Auf Grund der Vielzahl der Themenbereiche, die Study bearbeitet hat, sowie ihres teilweise sehr zeitspezifischen und somit heute nicht notwendigerweise noch präsenten Charakters ist der eigentlichen Lebensbeschreibung ein einführendes erstes Kapitel über die Geometrie im 19. Jahrhundert vorangestellt. So sehr man sich darüber streiten kann, ob Study als „ein Kind seiner Zeit“ anzusehen ist, so eindeutig ist er von seinen Vorgängern und deren Methoden beeinflusst worden: Er fühlte sich der Tradition von Monge, Poncelet, Plücker und Reye verpflichtet und arbeitete sowohl mit der synthetischen wie auch der analytischen Methode (Kap. 1.1). Über Klein kam Study in Kontakt mit der Invariantentheorie Clebsch-Gordan'scher Prägung (Kap. 1.2), der abzählenden Geometrie von Chasles und Halphen[1] (Kap. 1.5) und beschäftigte sich zusätzlich durch Engel's Anregung mit den Werken Lie's[2] (Kap. 1.3). Schon früh begeisterte er sich für Grassmann und seine Werke (Kap. 1.4); erst später, aber dafür nicht weniger heftig lieferte er seinen Beitrag zur Liniengeometrie (Kap. 1.6[3]) und ereiferte sich über Axiomatik und Grundlagenkrise (Kap. 1.7).

Ebenso prägend waren die Erfahrungen in Study's Jugendzeit, der wir uns im zweiten Kapitel widmen. Schon früh Halbwaise und somit allein vom strengen Vater erzogen, entwickelte er sich als Einzelgänger und somit auch meistens zum Autodidakten. An vielen verschiedenen Orten (Jena, Straßburg, Leipzig und München) studierend (Kap. 2.1), promovierte er in seiner letzten Station

[1]Dieses Gebiet wird sich im Folgenden sowohl inhaltlich als auch von seiner Streitkultur als so entscheidend herausstellen, dass hier eine sehr genaue Untersuchung angebracht ist.

[2]Da Streitigkeiten einen zentralen Topos in Study's Leben darstellen, wird hier auch auf die Auseinandersetzung zwischen Klein und Lie eingegangen werden.

[3]Hier werden wir auch auf die italienische Schule der algebraischen Geometrie eingehen.

(Kap. 2.2), wo auch durch Bearbeitung einer Preisaufgabe seine ersten Lorbeeren einheimste (Kap. 2.3).

Im dritten Kapitel kommen wir mit der Habilitation bei Klein zu einer der wichtigsten Personen wie auch einem der folgenreichsten Abschnitte in Study's Leben. Dazu wird zunächst auf das bisherige Verhältnis zu Klein eingegangen, den Study schon seit seinem ersten Aufenthalt in Leipzig schätzen gelernt hatte (Kap. 3.1), bevor die eigentliche Habilitation im Jahre 1885/86 zur Sprache kommt, nicht ohne deren ursprünglich geplanten Gegenstand, den Beweis des Prinzips der Erhaltung der Anzahl, zu diskutieren (Kap. 3.2). Quasi eine Zeitreise zu dem tatsächlichen Gegenstand seines Habilitationsschrift, der Chasles'schen Vermutung, stellt sein anschließender Aufenthalt in Paris zusammen mit Hilbert dar, welcher auch für seine künftige Beziehung zu diesem Mathematiker nicht zu vernachlässigen ist (Kap. 3.3).

Eher eine Zwischenphase, in der Study sich seine ersten eigenen Forschungsschwerpunkte sucht und umfassenderere Kontakte knüpft, stellt das vierte Kapitel dar. Im letztgenannten Zusammenhang stehen die Begegnungen mit Gordan, Engel und Lie (Kap. 4.1), wobei erstere aus fachlichen, die beiden anderen auch aus sozialen Gesichtspunkten gewinnbringend sind. Fast seinen gerade verstorbenen Bruder ersetzend, korrespondiert Study mit Engel ein Leben lang, was dank der fast preussisch zu nennenden akribischen Archivierung Engel's eine der wenigen und somit auch sehr wichtigen, fast tagebuchartigen Quellen darstellt. Lie hingegen entwickelte sich ein wenig als alternativer Mentor und Gegenpol zu Klein. Durch eine Privatdozentur in Marburg sich auch von Letztgenanntem lösen wollend, gab Study im Jahre 1889 seine erstes dünnes Büchlein zu „ternären Formen“ heraus, vor allem in der Motivation verfasst, sich zu profilieren und zu positionieren (Kap. 4.2).

Wieder auf sein Habilitationsthema zurückgeworfen wird Study durch seine Auseinandersetzung mit Zeuthen über die Chasles'sche Vermutung zu Beginn der 1890iger Jahre, sodass diesem fünften Kapitel zusammen mit dem dritten eine geradezu weichenstellende Bedeutung zukommt (und dies nicht nur, weil es sich hier um eine der bedeutendsten Debatten in den Mathematischen Annalen handelt, sondern auch in Bezug auf Study's weitere Entwicklung). Somit lohnt es sich, zunächst die Rolle Zeuthen's an Hand seiner Briefe an Klein genauer zu untersuchen (Kap. 5.1), vor allem auch, da sich dabei ein anderes Bild zeigt als das den Lesern der Mathematischen Annalen dargestellte. Die Hintergründe sind auch bei Study's Reaktion einzubeziehen (Kap. 5.2), in der wir ein absolutes Paradebeispiel des Triumvirates seiner Streitkultur beobachten können (nur diesmal in umgekehrter Reihenfolge): eigene Alternativtheorie, sachliche Kritik der vorliegenden Meinung und polemische Bemerkungen zu derselben. Die Umstände, die zum Abbruch durch die Redaktion der Mathematischen Annalen (Kap. 5.3) geführt haben, erhellen gleichzeitig die Rolle Kleins in einer Debatte, in der mathematische oder sogar mathematikhistorische Argumente die persönlich-gesellschaftlichen zu verschleiern suchten.

Mit der Hypothek dieser Auseinandersetzung geht es in den nächsten Zwischenabschnitt (dem sechsten Kapitel), in welchem Study verzweifelt versuchte, sich zu etablieren: Sein zweites Buch über sphärische Trigonometrie ist wieder ein Misserfolg. Alles andere (auch seine seit 1889 bestehende kleine Familie) hinter sich lassend, versuchte er sein Glück in Amerika, doch auch davon kehrte er unverrichteter Dinge wieder zurück (Kap. 6.1). Immerhin ergatterte er für drei Jahre ein Extraordinariat in Bonn, bevor er 1897 auf seine erste ordentliche Professur in Greifswald berufen wurde (Kap. 6.3). Im Versuch, auch an dieser relativ kleinen und recht unbedeutenden Universität die Studienbedingungen zu ändern, in der Herausgabe der Grassmann'schen Werke (zusammen mit Engel u. a.) und der Mitarbeit bei der mathematischen Enzyklopädie (Kap. 6.2) sowie im Verfassen eines umfangreichen Werkes über die „Geometrie der Dynamen" (s. [Study 1903a] bzw. Kap. 6.4), in alledem manifestiert sich das Streben nach einer wirklichen Position in der damaligen wissenschaftlichen Welt.

Wirklich gelungen ist dies Study erst ab dem Jahre 1904, als er nach Bonn berufen wurde, wo er für den Rest seines Lebens auch blieb. Zu Beginn des siebten Kapitels sehen wir Study seine neue Macht benutzen, um vor allem Personalpolitik an seiner neuen Wirkungsstätte zu betreiben (Kap. 7.1): Exemplarisch hervorzuheben sind dabei Hans Beck, der sich von einem seiner Schüler zu einem verfeindeten Kollegen wandelte, Ernst August Weiss, der als Study's letzter Doktorand quasi zu seinem mathematischen Nachlassverwalter wurde und nicht zuletzt Felix Hausdorff, der als lokal vorhandener Diskussionspartner fast schon den Engel-haften Freundschaftsgrad erreichte. Thematisch ist der Study des 20. Jahrhunderts nicht mehr so facettenreich wie vor der Jahrhundertwende, dafür hatte er nun Zeit und Muße, sich zwei zuvor eher vernachlässigten Themen zu widmen: Zum Einen der ausführlichen Besprechung der Lie'schen Werke (Kap. 7.2) – die einzige Gelegenheit übrigens, bei der er sich mal mit Engel in die Haare geriet – zum Anderen der Gestaltung der Invariantentheorie nach seinem Gusto, wodurch es zu heftigen Diskussionen mit Weyl kam (Kap. 7.3). Auseinandersetzungen mit einem viel breiteren Publikum lieferte sich Study, als er ausführliche Expeditionen in philosophische Gefilde unternahm (Kap. 7.4): Durch den Erfolg seiner „realistischen Weltansicht" (s. [Study 1914a]) auf den Geschmack gekommen, genoss er mit weiteren kleinen Schriften aus den Grenzgebieten zwischen Mathematik, Physik und Philosophie endlich den Status einer Instanz, der man Gehör schenkte (was nicht nur Einstein tat). Sein Gewicht in die Waagschale werfend, polemisierte er noch 1929 kurz sogar gegen beide Parteien der Grundlagenkrise, doch zur Veröffentlichung seiner wahren Waffe, der bereits schon als Manuskript vorliegenden und somit bis heute erhaltenen „Prolegomena", kam es bedauerlicherweise nicht mehr. So müssen wir uns am Ende mit seinen Nachrufen und Nachfolgern (Kap. 7.5) zufrieden geben.

Ganz spezielle Nachfolger verdienen die Aufmerksamkeit im Epilog, wenn es um die nicht uninteressante Frage der mathematischen Lösung des Study'schen Habilitationsthemas geht (Kap. 8.1): Die Antworten von Severi und van der Waerden geben Aufschluss darüber, wie der Study'sche Ansatz mathematisch und somit auch mathematikhistorisch einzuordnen ist. Einen abschließenden Blick auf die soziale Position Study's ermöglicht ein Vergleich mit Hilbert (Kap. 8.2), der uns seit dem Parisaufenthalt zwischendurch immer wieder begegnet sein wird (nicht zuletzt bei der Grundlagenkrise). Auch wirft die Betrachtung der Auseinandersetzung Hilbert's mit Gordan ein neues Licht auf eine alternative, offensichtlich ebenfalls damals mögliche Streitkultur – und auf die Rolle Klein's dabei. Als Fazit wird die Diskussion der Motive Polemik und Programmatik zum abschließenden wie umfassenden Verständnis von Eduard Study führen.

1 Prolog: Geometrie im 19. Jahrhundert als Vorgeschichte

1.1 Analytische vs. synthetische Geometrie

Eines der wissenschaftlichen Zentren im 19. Jahrhundert war zweifellos die École Polytechnique in Paris. In der Nach-Revolutionszeit im Jahre 1794 ursprünglich aus militärischen Motiven gegründet (und dadurch auch stürmische Zeiten überlebend), stellte sie bald die einzige Zugangsmöglichkeit zu den höheren technischen Ämtern des französischen Staates dar. Dass die Mathematik dabei im Lehrplan eine zentrale Rolle einnahm, war Gaspard Monge (1746-1818) zu verdanken, der verwaltungstechnisches mit geometrischem Geschick zu vereinen wusste. Schon zuvor bei seiner Tätigkeit in der Militärschule von Mezières hatte er mit einer modernen, an der Wirklichkeit orientierten Geometrie eine große Zuhörerschaft gefunden[4]. Diese neue Auffassung verbreitete er innerhalb der École Polytechnique über sein auf äußerste Effektivität ausgerichtetes Unterrichtssystem, bei dem neben den Professoren die Repetitoren das für die anspruchsvollen Examina benötigte Wissen einpaukten. Grenzüberschreitend gab diese Anwendungsorientierung auch der Geometrie in Deutschland den entscheidenden Anstoß, der sich später z. B. bei Plücker (und damit auch bei Klein) beobachten ließ. Dazu beigetragen hat sicherlich, dass die Dozenten der École Polytechnique sogar per Gesetz verpflichtet waren, ihre Vorlesungen zu veröffentlichen (s. [Klein 1926], S. 66) — deren Spuren fanden sich dann in vielen (auch deutschen) Lehrbüchern des 19. Jahrhunderts wieder. Insgesamt ist es also kaum verwunderlich, dass fast alle neuen Erkenntnisse aus den Bereichen Mathematik, Physik und Chemie in Frankreich in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts aus der École Polytechnique stammten.

So erstaunt es wohl auch nicht, dass ein solches Zentrum geometrischer Forschungen sowohl Verfechter analytischer (z. B. Augustin-Louis Cauchy) wie auch synthetischer Methoden (z. B. Victor Poncelet) beherbergte. Im Bestreben, synthetische Methoden zu finden, die es an Verallgemeinerungskraft mit den analytischen aufnehmen konnten, verfasste Poncelet die „Traité des propriétés projectives des figures"(s. [Poncelet 1822]), die als Grundstein der projektiven Geometrie gelten darf. Poncelet gelang durch Betrachtung der Zentralprojektion und unendlich ferner Elemente die Verallgemeinerung grundlegender Prinzipien wie z. B. der Konstanz des Doppelverhältnisses. Mit seiner Theorie der Reziprozität entwickelte er die Dualtiät geometrischer Objekte, d. h. dass beispielsweise in der Ebene Punkt und Gerade ob ihrer Vertauschbarkeit gleichberechtigt nebeneinander gestellt werden können. Auch gerade beim Übergang in komplexe Gebiete benutzte er ausgiebig (wie auch viele Geometer vor ihm, z. B. Carnot) das

[4] Unterstützung fand er auch von anderer Seite: So suchten z. B. Malus, Dupin und vor allem Fresnel, die Geometrie auf optische Probleme anzuwenden.

Prinzip der Kontinuität. Dass er nicht nur dieses, sondern auch seinen ganzen Entwurf der projektiven Geometrie nur synthetisch entwickelt und nicht analytisch begründet hatte, kritisierte beispielsweise Cauchy, sodass Poncelet's Ziel, synthetische Methoden zu entwickeln, die es mit algebraischen aufnehmen konnten, nicht von allen seiner Zeitgenossen als gelungen angesehen werden konnte (s. [Rowe 1999], S. 1).

Sicherlich inspiriert haben seine Methoden die Anfänge der algebraischen Kurventheorie, so z. B. die Formulierung des Theorems von Bézout: Schon seit Euler wusste man, dass die Anzahl der Schnittpunkte zweier algebraischer Kurven kleiner oder gleich dem Produkt ihrer Grade ist, doch erst durch Mitzählen komplexer Lösungen erreichte man die Gleichheit. Dieses Bestreben, die Anzahl von Schnittpunkten geometrischer Objekte auf eine einfache Formel zu reduzieren, begründete das Gebiet der abzählenden Geometrie und wird uns später noch beschäftigen (s. S. 23 bzw. S. 54).

Nicht nur dieses Gebiet mitbegründet, sondern auch allgemein die Geometrie in Frankreich seit Mitte des 19. Jahrhunderts entscheidend geprägt hatte Michel Chasles (1793-1880), ebenfalls ein Polytechnicien, der allerdings erst in seiner Lebensmitte wirklich zur Mathematik gefunden hatte. Gleichsam Anhänger der synthetischen Methode, führte er den Poncelet'schen Ansatz fort, schuf allerdings eine sehr eigenwillige Terminologie, indem er aus dem Lateinischen stammende Fachausdrücke durch dem Griechischen entlehnte ersetzte (z. B. „Homographie" für „Kollineation", s. [Klein 1926], S. 141)[5].

Im deutschprachigen Raum machte sich Jakob Steiner das Poncelet'sche Werk zu eigen: Als Schüler Pestalozzi's erfand er recht eigenwillige Maßnahmen, seinen Zuhörern synthetische Methoden sowie die notwendige geometrische Anschauung zu vermitteln (s. [Klein 1926], S. 128): Keine Zeichnungen verwendend und in einem abgedunkelten Hörsaal lesend, polterte er: „Die Analysis zieht einem die Schlafkappe über den Kopf. Bei uns heißt es: Augen aufsperren, dann sieht man die Sache auch." (s. [Beutelspacher 1982], S. III)[6] In seinem frühen Hauptwerk (s. [Steiner 1832]) baute er die Geometrie synthetisch mittels „projektiver Erzeugung" auf: Ausgehend von der Projektivität der Grundgebilde (z. B. in der Ebene von Gerade, Strahlbüschel und der Ebene selbst) untersuchte er deren Zusammenhänge und übertrug diese auf die nächsthöheren (im o. g. Werk ausgeführt für Kegelschnitte und einschalige Hyperboloide). Dieses (später das „Steiner'sche" genannte) Prinzip wurde von Reye, Schur und Sturm durch Anwendung des Determinanten- und Matrizenkalküls weitereintwickelt (s. [Klein 1926], S. 130). Im Übrigen hielt sich Steiner's Sympathie für komplexe Lösungen in engen Grenzen[7], sodass auf diesem Gebiet keine neuen Impulse von ihm zu erwarten waren.

[5]Für Belege dafür, dass dies nicht gerade die Verständlichkeit erhöhte, sowie für weitere Details zu Chasles sei erneut auf S. 23 verwiesen.

[6]Mit einem solchen „begnadeten Blick" löste er auch abzählende Probleme, s. S. 23.

[7]Er nannte sie „Geister verschwundener Gebilde", s. [Rowe 1999], S. 2.

Doch ohne die längst überfällige Interpretation komplexer Größen mit synthetischen Methoden drohte sich der Graben zur analytischen Geometrie weiter zu vertiefen. Hilfe kam von recht unerwarteter Seite, nämlich von dem waschechten und sehr an Traditionen orientierten Geometer Christian von Staudt (1798-1868). Im hohen Alter und in der relativen Abgeschiedenheit der Erlanger Universität verfasste er 1847 seine „Geometrie der Lage“ (s. [von Staudt 1847]), in der er die Geometrie ohne Zuhhilfenahme metrischer Eigenschaften konstruierte, beispielsweise ersetze er die auf dem Abstandsbgriff aufbauende Definition des Doppelverhältnisses durch seine Theorie der „Würfe“ (einer Konstruktion eines vierten Punktes zu drei beliebig auf einer Gerade liegenden mittels seiner projektiven Invarianz). Klein erklärte die nur schleichend vorankommende Verbreitung von Staudt's Ideen mit „außerordentlichem Gedankenreichtum in einer lückenlosen, bis zur Leblosigkeit erstarrten Form“ (s. [Klein 1926], S. 132). Ausgearbeitet und somit einem größeren Publikum zugänglich gemacht wurden seine Ideen beispielsweise von Moritz Pasch und Theodor Reye, welcher einen entscheidenden Einfluss auf den jungen Study ausübte (s. S. 43).

Ein anderes der neuen Grundprinzipien, nämlich die Dualität, fand Aufklärung durch Julius Plücker (1801-1868), später einer der Lehrer von Felix Klein: Er zeigte, dass sich duale Zusammenhänge zwischen der Ordnung und der Klasse algebraischer Kurven herstellen lassen, wenn man die Punkt- und Tangentensingularitäten miteinbezieht. Plücker benutzte dazu wie schon A. F. Möbius homogene Koordinaten, neben der bereits erwähnten Determinantenmethode eines der neu entwickelten Werkzeuge zur Handhabung von Kurven und Flächen. Das dritte im Bunde — und mit seinen koordinatenfreien Formulierungen geradezu prädestiniert für projektive Geometrie (s. [Rowe 1999], S. 2) — war die Invariantentheorie.

1.2 Invariantentheorie

Sich von ihren zahlentheoretischen Wurzeln abkehrend, wandten sich viele Forscher nach der Mitte des 19. Jahrhunderts der Invariantentheorie eher zur Lösung formal-algebraischer Probleme zu, beispielsweise der Frage, wie die projektiven Eigenschaften der Figuren, die sich bei beliebigen Kollineationen nicht ändern, ihr Gegenbild in der algebraischen Rechnung finden. Diese Bemühungen gingen (nicht zuletzt wegen der verbesserten Reise- und somit auch Kommunikationsmöglichkeiten) über Grenzen hinweg: Für Italien sind Brioschi, Cremona und Beltrami, für den englischsprachigen Raum Cayley, Sylvester und Salmon sowie für den deutschsprachigen Aronhold und Hesse (als Vertreter der Königsberger Schule) wie auch Clebsch und Gordan zu nennen.

Bei den drei Letztgenannten lässt sich eine Linie verfolgen: Alfred Clebsch wurde 1833 in Königsberg geboren und konnte dort zwar nicht mehr bei Jacobi, wohl aber bei dessen Schüler Hesse hören. Nach einem kurzen Aufenthalt in Berlin und seiner Arbeit am Karlsruher Polytechnikum wandte er sich wieder der reinen Mathematik zu und verband bei der algebraischen Geometrie die Jacobi-Hesse'sche Tradition mit den neueren Arbeiten der o. g. englischsprachigen Invariantentheoretiker sowie denen von Riemann, die er auf seiner nächsten Stelle in Gießen ab 1863 mit Hilfe von Gordan bearbeitete.

Paul Gordan hatte zunächst im Bankwesen gearbeitet, dann aber 1855 bei Kummer in Berlin Zahlentheorie studiert und dann seine wissenschaftliche Karriere an der Breslauer Univeristät begonnen. Von dort aus unternahm er zahlreiche Reisen, u. a. auch nach Königsberg zu Jacobi, dessen Methoden auch bei seiner Dissertation 1862 eine wesentliche Rolle spielten. Danach wollte er nach Göttingen, um Riemann kennen zu lernen, was ihm aber durch dessen Krankheit verwehrt wurde. Stattdessen lud ihn Clebsch nach Gießen ein, wo er blieb, bis er 1874 zu seiner letzten Station nach Erlangen wechselte. Dort entwickelte er sich zu *der* Autorität auf dem Gebiet der Invariantentheorie, die nicht nur Hilbert, sondern auch Study anzog, wie wir später noch sehen werden (s. S. 65).

Clebsch hatte 1864 mit dem Artikel „Über die Anwendung der Abelschen Functionen in der Geometrie“ (s. [Clebsch 1864]) den „Geburtsschrei der modernen algebraischen Geometrie“ (s. [Shafarevich 1983], S. 137) verlauten lassen, sodass von der Zusammenarbeit mit Gordan ebenfalls Großes zu erhoffen war. Sie kulminierte 1866 in dem grundlegenden Werk zur „Theorie der Abelschen Funktionen“ (s. [Clebsch/Gordan 1866]) und begründete in Gießen eine Schule zu algebraischen Geometrie wie zur Invariantentheorie, aus der auch Brill, Max Noether, Lindemann und Lüroth hervorgegangen sind (s. [Klein 1926], S. 297). Um den neuen Theorien ein breites Forum zu geben, gründete Clebsch 1868 zusammen mit Carl Neumann (der Sohn von Franz Neumann, seinem alten Königsberger Lehrer) eine neue Zeitschrift: die Mathematischen Annalen. Im gleichen Jahr wechselte er nach Göttingen, wo er 1872 als Rektor der Universität plötzlich im Alter von nur 39 Jahren an Diphterie verstarb.

Wesentlichen Einfluss hatte Clebsch kurz vor seinem Tode auf einen weiteren Mathematiker ausgeübt (der uns im Weitern noch öfter beschäftigen wird): Felix Klein. „Das Wichtigste in der Wirksamkeit von Clebsch ist meiner Ansicht nach sein moralischer Einfluss gewesen, indem er es nämlich erreichte, uns neben tiefem wissenschaftlichen Interesse Vertrauen in die eigene Kraft einzuflößen. Darin wirkt er also ganz anders als Weierstraß, dessen überragende Bedeutung, wie schon wiederholt angedeutet, seine Zuhörer eher niederdrückte als zu selbstständigem Schaffen ermutigte.“ (s. [Klein 1926], S. 297)

Gehen wir dem Werdegang dieses Mathematikers genauer nach, der zeitlebens nicht gerade Sympathien für den Berliner Kreis hegte (s. [Rowe 1989a], S. 209): Im Revolutionsjahr 1848 geboren (kurz bevor die Rheinländer von den Preußen besiegt wurden), studierte er von 1865 bis 1866 Mathematik und Physik in Bonn mit dem Ziel, Physiker zu werden. Ab 1866 Assistent von Plücker, folgte er dessen eher mathematischen Orientierung und schrieb 1868 seine Doktorarbeit über die Anwendung de Liniengeometrie in der Mechanik. Als Plücker kurz darauf starb, war Klein derjenige, der trotz seiner Jugend geradezu prädestiniert dazu schien, den zweiten Band von Plücker's „Neue Geometrie des Raumes" zu vollenden. In diesem Zusammenhang unternahm er Reisen nach Berlin, Paris und Göttingen, wo er auch Clebsch kennen lernte, der in ihm (wie bereits beschrieben) den führenden Mathematiker kommender Zeiten erkannte und ihn somit entsprechend förderte: Im Jahre 1872 (also mit nur 23 Jahren) wurde Klein als Professor nach Erlangen berufen. An dieser recht kleinen Universität gelang es ihm allerdings nicht, eine Schule zu bilden, ganz im Gegensatz zu seiner nächsten Stelle drei Jahre später an der Münchner Technischen Hochschule: Zusammen mit Brill konnte er einen großen Kreis junger Talente an sich binden, darunter von Dyck, Hurwitz, Rohn, Runge, Planck, Bianchi und Ricci-Curbastro. Auch privat fand er dort sein Glück in der Heirat mit Anne Hegel, einer Enkelin des Philosophen Friedrich Hegel. Als er 1880 die Professur für Geometrie in Leipzig angetragen bekam, konnte er jedoch nicht widerstehen. Dort traf er zum ersten Mal auf Eduard Study, wie wir später (s. S. 45) sehen werden.

Im Vorangegangenen fehlt noch eine Episode, die für die künftigen Beziehungen zur französischen Mathematik von Bedeutung ist: Klein's Besuch in Paris zusammen mit Sophus Lie im Frühjahr 1870. Letztgenannten hatte er kurz zuvor bei seinem Aufenthalt in Berlin im Oktober 1869 kennen gelernt und sofort sympathisch gefunden: Als zwei der raren Synthetiker in diesem Mekka der Funktionentheorie interessierten sie sich nicht nur für die gleichen mathematischen Themen, sondern teilten auch die Abneigung gegen die hochnäsige Art der Berliner Mathematiker insbesondere Fremden gegenüber (s. [Rowe 1989a], S. 209).

Für einen weiteren Vergleich wie auch dem Umstand, dass Lie in dem nächsten Kapitel noch eine wichtige Rolle spielen wird, lohnt es sich, seinen Werdegang genauer anzuschauen: Am 17.12.1842 im norwegischen Nordfjordeid geboren, schloss der Pastorensohn 1859 die Lateinschule in Christiania (heute Oslo) ab, um dann an der dortigen Universität Naturwissenschaften zu studieren. Im Jahre 1869 legte er das Reallehrerxamen gut, aber nicht überragend ab, wodurch ihm eine Einstellung als Beamter verwehrt war (s. [Stubhaug 2000], S. 95). Ohne rechte Ahnung, was aus ihm werden sollte[8], hielt er populärwissenschaftliche Vorträge über Astronomie und spielte dadurch mit dem Gedanken, auch beruflich eine solche Richtung einzuschlagen (s. [Hawkins 2000], S. 2). Doch wegen seiner unkonventionellen Art[9] lehnte ihn der Leiter des dortigen astronomischen Instituts ab.

Aus finanziellen Gründen gab er in dieser Zeit oft Privatunterricht in Mathematik, doch erst ein großes Naturforschertreffen im Sommer 1868 in Christiania gab ihm den Anlass, sich ausführlich mit Euklid, Descartes und Abel

[8]An Weihnachten 1865 hatte er sogar Selbstmordabsichten; und auch die folgenden Jahre waren von tiefer Melancholie geprägt (s. [Stubhaug 2000], S. 96 ff.).

[9]Beispielsweise vollführte er Bocksprünge über astronomische Instrumente, um sich aufzuwärmen (s. [Stubhaug 2000], S. 99).

auseinanderzusetzen. Bei dieser Versammlung traf er auch seinen langjährigen Freund Hieronymus Zeuthen, Professor für Mathematik in Kopenhagen, der ihn mit den neueren geometrischen Entwicklungen, insbesondere denen von Michel Chasles (Zeuthen's Doktorvater, s. S. 85), in Kontakt brachte. Dessen Versuche, die Geschichte der Euklidischen Geometrie zu rekonstruieren, arbeitete er mühevoll durch, zunächst nur mit dem Ziel, seine mathematische Didaktik zu verbessern. Erst durch die Auseinandersetzung mit den Werken von Poncelet und Plücker[10] begann Lie, ernsthaft Geometrie zu studieren und auch seine eigenen Forschungsbeiträge zu liefern: So verfasste er im Frühjahr 1869 seinen ersten Aufsatz über die „Repräsentation des Imaginären in der Plangeometrie“, den er zunächst auf eigene Kosten drucken ließ, der aber noch im gleichen Jahr im Crelle'schen Journal veröffentlicht wurde. Dadurch erhielt Lie ein Reisestipendium, das ihm u. a. die bereits erwähnten Aufenthalte in Berlin und Paris ermöglichte.

Lie's verschlungene Wege zur Mathematik stehen also im krassen Gegensatz zu Klein's geradlinigem Zugang; die solide mathematische Ausbildung und die bereits etablierte Integration des zu diesem Zeitpunkt schon promovierten Zwanzigjährigen kontrastiert mit dem nur auf seine Interessen ausgerichteten Autodidaktentum des sieben Jahre älteren, leicht chaotischen Genies ohne Doktortitel. Dass sich das ungleiche Paar auf Grund seiner teilweise sehr unterschiedlichen Standpunkte in fruchtbaren Diskussionen gegenseitig inspirierte, scheint offenbar, doch auch bei praktischereren Gelegenheiten ergänzten sich die Gegensätze: Lie war zunächst Mitte März allein nach Paris gereist und fand wegen seiner einzelgängerischen Art und den mangelnden Sprachkenntnissen kaum Anschluss (s. [Stubhaug 2000], S. 145). Erst Klein führte sie nach seiner Ankunft einen Monat später in die Kreise der jungen französischen Mathematiker ein, insbesondere bei Gaston Darboux (1842-1917) und Camille Jordan (1838-1921). Letzteren kannte er noch von dessen Besuch bei Clebsch in Göttingen, als dieser in Aufbereitung der Galois'schen Theorie eine systematische Behandlung der Permutationsgruppen (sein 1870 erschienenes „Traité des substitutions“) vorbereitete. Noch vor diesem späteren Standardwerk (also zu der Zeit, als auch Klein noch in Göttingen weilte) beschäftigte er sich auch in einem im Crelle'schen Journal veröffentlichten Artikel mit den Anwendungen der Galois-Theorie auf algebraische Gleichungen, die ihrerseits interessante geometrische Objekte wie z. B. die Kummer'sche Fläche bestimmten, die Klein auch gerade im Begriff war zu untersuchen. Lie hatte sogar direkt „an der Wiege“ der neuen und noch relativ unbekannten Gruppentheorie gesessen, ohne dass er es richtig schätzen gelernt hatte: Ludwig Sylow (1832-1918) las über Galoistheorie und endliche Permutationsgruppen 1862 in Christiania, doch Lie verstand davon kaum etwas. Nicht nur, dass er sich zu diesem Zeitpunkt noch nicht sonderlich für die

[10]Hierin findet sich eine weitere Übereinstimmung mit Klein, ihre geometrischen Wurzeln betreffend.

Mathematik interessiert hatte, er war auch zeitlebens eher Geometer und hatte keinen Sinn für Algebra oder Zahlentheorie (s. [Hawkins 2000], S. 6).

Auch wenn sich die Auswirkungen dieser Einflüsse heute nicht mehr genau bemessen lassen, so schienen Klein und Lie im Frühjahr 1870 mögliche Verbindungen zwischen Geometrie und Gruppentheorie im Hinterkopf gehabt zu haben, aber es sollte noch bis Ende 1871 dauern, bis ihnen das wahre Ausmaß bewusst geworden war (s. [Rowe 1989a], S. 212).

Den Stein ins Rollen hatte (wieder einmal) der Kontakt zur französischen Mathematik gebracht, und zwar speziell mit Darboux als Repräsentant der Gruppe, die mittels Methoden aus der Differentialgeometrie in der Tradition von Monge und der projektiven Geometrie Poncelet'scher Prägung einen neuen Zugang zur Geometrie suchte (s. [Hawkins 2000], S. 246). Von Lie und Klein als französische „metrische Geometrie“ bezeichnet (s. [Rowe 1989a], S. 211), beschäftigte sie sich (zurückgehend auf ein Theorem von Liouville von 1846) z. B. mit Transformationen durch Inversionen an Kugeln. Dabei fielen Darboux Ähnlichkeiten zwischen seinen Ergebnissen (in sog. „pentasphärischen“ Koordinaten) und Klein's liniengeometrischen Erkenntnissen (in 6 homogenen Linienkoordinaten) auf. Die entscheidende Verbindung entdeckte Lie Anfang Juli mit seiner Geraden-Kugel-Transformation, die er darauf in seiner Dissertation ausarbeitete. Diese Entsprechung von Linien- und Kugelgeometrie versetzte Lie in die Lage, (kugelgeometrische) Resultate von Montard und Darboux auf die von Klein studierte Kummer'sche Fläche zu übertragen. Nicht nur dieses Ergebnis beeindruckte Klein zutiefst, er war vor allem von den Konsequenzen fasziniert: Entgegen seiner bisherigen, auch von Clebsch befürworteten Auffassung, die projektive Geometrie sei als die grundlegendste augezeichnet gegenüber allen anderen (s. [Rowe 1989a], S. 252), fehlte ihm durch diese gleichmachende Äquivalenz nun die Orientierung in seinem geometrischen Weltbild. Gleichsam um es selbst einmal zu „probieren“, versuchte er, das liniengeometrische Analogon des Dupin'schen Theorems zu finden. Vom Erfolg motiviert, gelang es ihm schließlich auch, die Äquivalenz einer projektiven Liniengeometrie mit einer vierdimensionalen metrischen Geometrie herzustellen. Veröffentlicht im Oktober 1871 (s. [Klein 1871b]) , wagte er jedoch noch nicht den Schritt, seine Methode zu verallgemeinern. Dass Geometrien durch eine Mannigfaltigkeit sowie eine darauf operierende Gruppe von Transformationen bereits definiert werden können bzw. umgekehrt die Familie von Transformationen, die eine Geometrie bestimmt, immer eine Gruppe formt,[11] legte er erst im Dezember 1871 in einem Aufsatz „Methoden der Geometrie“ nieder, den er allerdings nie veröffentlichte (s. [Hawkins 2000], S. 36 bzw. [Rowe 1989a], S. 273). Erst im folgenden Jahr machte er diese Überlegungen unter dem Titel „Vergleichende Betrach-

[11]Hierbei ist eine kontinuierliche Gruppe gemeint, nicht eine (diskrete) Transformationsgruppe. Da die Gruppentheorie noch in den Kinderschuhen steckte, verwendeten Klein und Lie zunächst sogar einen anderen Begriff für „ihre“ Gruppen, s. [Hawkins 2000], S. 18.

tungen über neuere geometrische Forschungen“ als „Programm zum Eintritt in die Philosphische Fakultät und den Senat der königlichen Friedrich-Alexander-Universität zu Erlangen“ (d. h. als Antrittsrede zu seiner neuen Professur, s. [Klein 1872]) einem wenn auch nicht allzu großem Publikum zugänglich. Die breite Reaktion auf diese inzwischen so berühmt gewordene Schrift ließ im Wesentlichen auf sich warten[12] bis zum Beginn der 1890er Jahre, als es — erneut veröffentlicht und auch in zahlreiche Sprachen übersetzt — auch einen bedeutenden Einfluss auf unsere Protagonisten späterer Kapitel ausübte [13]. Eine der wenigen Reaktionen, auf die Klein schon früh bei der Fertigstellung des „Erlanger Programms“ großen Wert gelegt hätte, war die von Clebsch, doch dieser sein hochverehrter Mentor starb leider schon ein paar Wochen danach.

1.3 Lie's Werke

Ein Mathematiker jedoch kannte sowohl die „Methoden der Geometrie“ wie auch das „Erlanger Programm“, und das war Lie. Durch den Ausbruch des deutsch-französischen Krieges am 19.07.1870 waren die Freunde zwar in Paris gezwungen worden, sich zu trennen, doch blieb ihr Kontakt durch Briefe und Besuche weiterhin bestehen, beispielsweise kam Lie zu Klein nach seinem anschließenden Aufenthalt in Italien und der Schweiz noch im November 1871 nach Düsseldorf und verfasste mit ihm ihre dritte und damit vorletzte gemeinsame Publikation. Nach seiner anschließenden Promotion, die damals in Norwegen gleichzeitig die Habilitation beinhaltete, erhielt er im Juli 1872 eine eigens für ihn vom norwegischen Staat geschaffene Professur an der Christianiaer Universität (wohl auch, weil er sich vorher auf eine vakante Stelle im — verhassten, weil schwedischen — Lund beworben hatte). Ökonomisch nun abgesichert, konnte er sich am Ende des Jahres mit Anna Birch (1854-1920) verloben, die er 1874 auch heiratete. Kurz zuvor im September 1872 hatte Lie Klein in Göttingen besucht und bei dieser Gelegenheit einen Mathematiker kennen gelernt, der ihn im Folgenden stark beeinflusste: Adolph Mayer (1839-1908).

Als vermögender Sproß einer Leipziger Kaufmannsfamilie war dieser gerade an der dortigen Universität zum außerordentlichen Professor ernannt worden, eine Wirkungsstätte, die er bis zu seinem Tode nicht mehr verließ. Zuvor hatte er unter anderem in Königsberg die Werke von Jacobi studiert, und zwar unter der Anleitung von Friedrich Richelot, der es als seine Hauptaufgabe betrachtete, die Jacobi'sche Tradition nicht nur aufrecht zu halten, sondern auch durch

[12]Über die Gründe lässt sich spekulieren: Beispielsweise war dieser Aufsatz eine reine Formalität zum Stellenantritt und wohl kaum dazu gemacht, von einem gerade mal 23-jährigen Jungprofessor in einer Zeitschrift propagiert zu werden (für weitere Details s. [Rowe 1989a], S. 264ff.).

[13]Klein selbst hatte sich zu dieser Zeit wieder mit der Thematik, insbesondere seiner Zusammenarbeit mit Lie auseinandergesetzt, aus Gründen, die wir im folgenden Kapitel erläutern werden.

die Arbeit junger Mathematiker (wie beispielsweise Mayer) neu zu beleben (s. [Rowe/Tobies 1989], S. 14).

Als sich Mayer und Lie zum ersten Mal trafen, arbeiteten sie nicht nur beide auf dem Gebiet der partiellen Differentialgleichungen[14], sondern hatten sogar auch die gleichen Ergebnisse erzielt. Dennoch gab es Verständigungsprobleme: Lie arbeitete begrifflich-synthetisch, wohingegen Mayer mit rein analytisch-rechnerischen Mitteln seine Ziele erreicht hatte (S. [Czichowski/Fritzsche 1993], S. 179). Im Bemühen, von Mayer wie auch von allen anderen Mathematikern besser verstanden zu werden und auch um seine Ideen genauer ausdrücken zu können, bemühte er sich um Anpassung, doch auch dann verhielten sich seine Schriften eher wie ein synthetischer Wolf im analytischen Schafspelz. Mathematisch gesehen kam er jedoch besser voran: Bei seiner Arbeit an der Geraden-Kugel-Transformation entwickelte er die Idee zu einer Theorie der Berührungstransformationen, die er dann tatsächlich auf dem Gebiet der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung realisieren konnte. War Lie zuvor noch pessimistisch in Bezug auf die Umsetzung der abschließenden Forderung des Erlanger Programms gewesen, nämlich eine Theorie der kontinuierlichen Transformationsgruppen zu entwickeln, die Jordan's Theorie der Permutationsgruppen das Wasser reichen konnte, so hatte dies Ende der Jahres 1873 ins Gegenteil umgeschlagen, da es ihm gelungen war, die Grundlagen einer Theorie der endlich-dimensionalen Gruppen zu formulieren. Die weitere Ausarbeitung sollte nicht nur den kommenden Winter andauern, sie sollte zu seinem Lebenswerk werden, allerdings fehlte ihm zu deren Verbreitung noch ein „übersetzendes Sprachrohr“.

Zusätzlich zu seiner selbstkritisch als mangelnden „Redaktionsfähigkeit“[15] bezeichneten Schwäche fehlte es ihm an einem geeigneten mathematischen Gesprächspartner, so wie es Klein in Paris für ihn gewesen war. Dieser sorgte zusammen mit Mayer für Abhilfe, als er im September 1884 einen ihrer Schüler nach Christiania schickte: Friedrich Engel.

Am 26.12.1861 als Pfarrerssohn in Lugau bei Chemnitz geboren, zog er bald mit seiner Familie nach Greiz um, da sein Vater am dortigen Gymnasium eine Stelle als Religionslehrer erhalten hatte. Dieses 1879 mit dem Abitur abschließend, studierte er daraufhin bis 1883 meist in Leipzig, aber auch in Berlin Mathematik, um schließlich bei Mayer über Berührungstransformationen zu promovieren. Bevor er nach Norwegen aufbrach, hatte er noch seinen einjährigen Militärdienst abzuleisten, hatte allerdings zu diesem Zeitpunkt schon drei umfangreiche Veröffentlichungen vorzuweisen.

Gut ein dreiviertel Jahr lang arbeiteten Lie und Engel intensiv an einer

[14] Lie hatte schon vor 1870 mittels eines Artikels von Imschentsky (s. [Imschnetsky 1869]) die Jacobi'sche Mathematik studiert, wohl auch in der Hoffnung, in einem breiten und bereits gut etablierten Fachgebiet seine fixe Idee der Transformationsgruppen als kontinuierliches Analogon der Galois'schen besser entwickeln zu können (s. [Hawkins 2000], S. 72).

[15] Damit benannte Lie die Fähigkeit, sich anderen verständlich zu machen (s. [Czichowski/Fritzsche 1993], S. 181).

„Theorie der Transformationsgruppen", die keine einführende, sondern eine systematische und möglichst exakte Darstellung werden sollte. Das in den mündlichen Besprechungen mit Lie entwickelte Grundgerüst wurde von Engel ausgearbeitet, wieder besprochen, dann erneut umgearbeitet und ergänzt. Nicht nur mathematisch erhielt er so die „denkbar beste Einführung in Lie's Gruppentheorie", auch menschlich lernte er den Norweger sehr schätzen (s. [Czichowski/Fritzsche 1993], S. 184). Sehr zufrieden kehrte er im Juni mit etwa 30 Druckbogen umfassenden Material nach Leipzig zurück — nichtsahnend, dass daraus am Ende 125 werden sollten und dieser Abschluss noch ganze acht Jahre auf sich warten lassen wird.

Zunächst aber habilitierte sich Engel in Leipzig, sodass er dort 1885 eine Privatdozentenstelle antreten konnte. Etwa zur gleichen Zeit gelang es Klein, Lie auf die durch seinen Weggang nach Göttingen in Leipzig frei gewordene Professur für Geometrie berufen zu lassen. Nun fand Lie auch endlich die Gesellschaft, die er so lange vermisst hatte: Wie die gesamte Leipziger Universität unter der Regentschaft des Königs Johann I. von Sachsen aufblühte, so gedieh auch das von Klein gegründete Leipziger mathematische Seminar: Unter Lie, Mayer und von der Mühl als Direktoren sowie Schur und später Engel als Assistenten fanden sich dort im Laufe der Zeit Bruns, Neumann, Scheibner, Scheffers, Hausdorff und (wie wir später noch genauer sehen werden, s. S. 66) Study ein.

Lie's und Engel's enge Zusammenarbeit brachte 1888 endlich den ersten Band der Theorie der Transformationsgruppen (s. [Lie/Engel 1888]) hervor[16], eine Gelegenheit, die Lie dazu nutzte, im Jahre 1889 ein Extraordinariat für Engel zu erwirken. Doch gerade jetzt, als alles bestens zu sein schien, wendete sich das Blatt. Zu Beginn des Wintersemesters 1889/90 brach Lie zusammen, scheinbar wegen der Überarbeitung durch den Vorlesungsbetrieb (vor allem auf Grund seiner Sprachschwierigkeiten). Heute weiß man, dass er an perniziöser Anämie litt, eine erst im Alter zwischen 40 und 50 auftretende, meist schubweise verlaufende Krankheit, verursacht durch eine Vitamin-B12-Resorptionsstörung. Als Symptome neigen die Patienten zu depressivem, reizbaren und oft mit Schlaflosigkeit einhergehenden Verstimmungen und bilden paranoide Charakterzüge aus[17]. Dieses Leiden konnte er auch nicht mit seinem Aufenthalt in der Nervenheilanstalt Ilten kurieren, dennoch ging es ihm danach wieder besser, sodass er genau ein Jahr nach seinem Kollaps die Vorlesungen wieder aufnehmen konnte. Seine fachliche Leistungsfähigkeit war nicht nur wiederhergestellt, er wurde auch nach und nach von vielen bedeutenden Akademien (z. B. der Pariser, allerdings nicht der Berliner) zum Mitglied gewählt und erhielt 1897 als erster den neugegründeten Lobatschevkskij-Preis. Allerdings milderten die vielen Ehrungen nicht sein Misstrauen gegenüber seinem Umfeld, was ihn zwei seiner treuesten Freunde kostete:

[16] Auf die von Study dazu verfasste Rezension gehen wir auf S. 68 ein.

[17] Es ist nicht bekannt, wann genau diese Krankheit bei Lie diagnostiziert wurde. Erwähnt wird sie erst Ende 1898 in einem Brief seines engen Freundes Holst an Klein. Eine Behandlung wurde erst Mitte der zwanziger Jahre entwickelt (s. [Czichowski/Fritzsche 1993], S. 191 ff.).

Auf Anregung Klein's (und mit dem Wissen Lie's) hatte Engel seit seiner Rückkehr aus Christiania mit Wilhelm Killing (1847-1923) korrespondiert, welcher 1888 über „Die Zusammensetzung der stetigen unendlichen Transformationsgruppen“ zu publizieren begann. Via Klein bezichtigte Lie Killing bzw. Engel des geistigen Diebstahls, doch Klein hatte je als Redakteur der mathematischen Annalen ausreichend mit Killing korrespondiert, um die Anschuldigungen zurückweisen zu können. Im Jahre 1893 wurde auch er selbst zum Stein des Anstoßes: In seinem Vorwort zum dritten Band der Theorie der Transformationsgruppen (s. [Lie/Engel 1893]) warf Lie ihm (allerdings auch Helmholtz, de Tilly, Lindemann und Killing) „grobe Fehler“ wegen „gar keiner oder oder sehr mangelhafter gruppentheoretischer Kenntnisse“ vor. Dies war insofern eine Spitze speziell gegen Klein, da dieser, als Redakteur der Mathematischen Annalen um Artikel für seine Zeitschrift bemüht, gerade dabei war, Aufsätze aus ihrer gemeinsamen Pariser Zeit neu zu veröffentlichen. Der Prioritätenfrage begegnete Lie an o. g. Stelle folgendermaßen: „Ich bin kein Schüler von Klein, das Umgekehrte ist auch nicht der Fall, wenn es auch der Wahrheit vielleicht näher käme.“ Sowohl Klein als auch Engel beendeten danach den Kontakt.

Aus gesundheitlichen Gründen bemühte sich Lie um eine Rückkehr nach Christiania, was ihm 1898 auch gelang[18]. Doch er war schon zu krank, um dort lange wirken zu können, und so verstarb er am 18.2.1899 an der perniziösen Anämie.

1.4 Grassmann und seine Werke

Für einen weiteren, ebenfalls erst in seinen späteren Jahren geschätzten Mathematiker fungierte Engel ebenfalls als Herausgeber seiner gesammelten Werke: Hermann Günther Grassmann. Da dieser zu verschiedenen Zeiten entscheidenden Einfluss auf Study ausübte (s. S. 48 und S. 95), lohnt es sich, hier einen genaueren Blick auf seine Person, seine Werke und deren Rezeption durch seine Zeitgenossen zu werfen.

Am 15.4.1809 wurde er in Stettin (damals noch Preußen) als Sohn von Justus Günther Grassmann (1779-1852) geboren. Sein Vater arbeitete als „Oberlehrer“ am Vereinigten Königlichen Stadtgymnasium (später Marienstiftsgymnasium) in Stettin und hatte sich nicht nur durch die Herausgabe eines Lehrbuches zur Trigonometrie wissenschaftlich betätigt; man findet auch in den ersten Werken des Sohnes Ideen, die sich auf den Vater zurückführen lassen (s. [Schwartze 1996], S. 7).

Hermann Grassmann studierte jedoch nicht Mathematik, sondern Sprachen und Theologie in Berlin, allerdings legte er dort 1831 das Staatsexamen sowohl in Sprachen als auch in Mathematik ab (letzteres aber nur für die Sekundarstufe

[18]Für seine Nachfolge war übrigens auch Study im Gespräch, doch (irrtümlich) meinte man, einen „Geometer ersten Ranges nicht für Leipzig gewinnen zu können“ (s. [Czichowski/Fritzsche 1993], S. 195). Die Wahl fiel dann auf Otto Hölder.

I). Nachdem er 1834 auch das Theologieexamen bestanden hatte, begann er seine Tätigkeit an der Gewerbeschule in Berlin und wechselte 1836 als Lehrer für Mathematik, Deutsch und andere Fächer an die Bürgerschule (später Ottoschule) nach Stettin. Im Jahre 1840 bestand er die Prüfung zum Mathematiklehrer für höhere Klassen und wechselte für ein halbes Jahr an seine eigene alte Schule, bevor er 1842 an die Friedrich-Wilhelms-Realschule ging. Von 1852 bis zu seinem Tode am 26.9.1877 war er dann an der Schule seines Vaters tätig.

Mathematisch produktiv wurde Grassmann relativ spät, nämlich erst zu Beginn der 1840er Jahre, als er sich auf das Examen für die höhere Mathematik vorbereitete. Eines seiner berühmtesten Werke, „Die lineale Ausdehungslehre“ (s. [Grassmann 1894]) erschien 1844 und begründete ihren Ruhm auf die Einführung zweier damals revolutionär neuer Konzepte, und zwar (in heutigen Begriffen ausgedrückt) der Einführung eines allgemeinen, n-dimensionalen Vektorraumes und einer multilinearen Algebra (einem Produkt von „Multivektoren“), die zu einer vollständigen Theorie der sog. „äußeren Algebra“ führte, deren universelle Anwendbarkeit zu diesem Zeitpunkt allerdings noch nicht vorherzusehen war. Nicht nur deshalb stieß das Werk bei seinen Zeitgenossen auf Unverständnis[19]: August Ferdinand Möbius (1790-1868), der mit seinem „Barycentrischen Kalkül“ von 1827 seinen grundlegenden Konzepten gedanklich recht nahe stand und den Grassmann auch nach Beendigung seiner „Ausdehnungslehre“ besucht hatte, lehnte trotz aller Bewunderung eine Rezension des Werkes ab, und zwar auf Grund der Schwierigkeiten, die ihm die philosophische Darstellungsweise beim Verständnis des Textes bereitet hatte. Die Ausbaufähigkeit seiner Theorie durchaus erkennend, schlug Möbius Grassmann die Teilnahme an einem Wettbewerb der Jablonski-Gesellschaft zu Leipzig vor. Dieser gewann dann auch den Preis (allerdings war es auch die einzige eingereichte Arbeit), und obwohl der Artikel zusammen mit einem wohlwollenden Kommentar von Möbius veröffentlicht wurde, blieb die erhoffte Popularität weiterhin aus. Dennoch blieb seine mathematische Produktivität weiterhin ungebrochen: Zwischen 1842 und 1856 veröffentlichte er 14 Artikel in Crelle's Journal, hauptsächlich über Methoden zur Erzeugung von algebraischer Kurven und Flächen. Nicht nur in diesen Aufsätzen, sondern auch in der Neuauflage seiner „Ausdehnungslehre“ von 1862 (s. [Grassmann 1894]) wählte er einen wesentlich mathematischereren und leichter verständlichen Stil, doch auch in dieser Fassung hing die Hürde seiner speziellen Terminologie und der ungewohnten Algorithmen für die meisten zu hoch. So versuchte er fortan, mit der Veröffentlichung eines dreibändigen Schulbuches (s. [Grassmann 1860]) wenigstens die Gruppe der Mathematiklehrer für sich zu gewinnen, doch auch diese sprachen seiner Herangehensweise die Eigung für den Unterricht ab. Allein Victor Schlegel (1843-1905), von 1866-1868 Kollege von Grassmann am Stettiner Gymnasium, ließ sich begeistern und versuchte

[19] Für diese wie auch die folgenden Gründe für die äußerst stark verzögerte Rezeption der Grassmann'schen Werke siehe [Rowe 1996].

ebenfalls, in einem zweibändigen Schulbuch zum „System der Raumlehre“ (s. [Schlegel 1872] und [Schlegel 1875]) die Grassmann'schen Ideen für ein breiteres Publikum aufzubereiten. Nicht nur dadurch, sondern auch im Rahmen der Biographie, die Schlegel 1878 nach Grassmann's Tod verfasste[20], wurde Schlegel zu einem der Führer der „Grassmannianer“, der geradezu fanatischen Verteidiger des Grassmann'schen Gedankengutes.

Moderater und wesentlich mehr auf die Anwendungen zielend, beschäftigten sich Hermann Hankel (1839-1873) und Alfred Clebsch (1833-1872) in [Hankel 1867] und [Clebsch 1872b] mit dem Grassmann'schen Kalkül, allerdings starben beide zu unerwartet früh, um sofort den großen Durchbruch erzeugen zu können. Clebsch gelang es immerhin am 2.12.1871, Graßmann als korrespondierendes Mitglied in die Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen zu bringen. Der entscheidende Punkt zeigt sich jedoch darin, dass er seine Schüler für diesen interessieren konnte: Zu nennen sind dabei Paul Gordan, Olaus Henrici, Alexander Brill, Max Noether, Jakob Lüroth, Aurel Voß, Felix Klein, Ferdinand Lindemann und eben auch Eduard Study (s. [Tobies 1996], S. 118 ff.).

Das Verhältnis dieser beiden Gruppierungen lässt sich am besten an dem zweier ihrer Protagonisten, Victor Schlegel und Felix Klein, zeigen: Drei Jahre nach ihrem Erscheinen hatte Klein Schlegel's Buch rezensiert (s. [Klein 1875]). Sinnigerweise fand sich direkt davor eine sehr wohlwollende Besprechung seines Erlanger Programms (s. [Klein 1872])von seinem Freund Otto Stolz, und so wird man beim Lesen der Rezension des Schlegel'schen Buches den Verdacht nicht los, dass es ihm weniger um die inhaltliche Kritik als um die Bemängelung des Tones und vor allem um eine adäquate Anpreisung der Grassmann'schen Werke geht – aber eben im Sinne *seines* Erlanger Programms. Statt auf das eigentliche Ziel des Buches – zu zeigen, wie gut sich Grassmann'schen Methoden auf die Elementargeometrie anwenden lassen – einzugehen, bewertet er die Nützlichkeit dieser Auffassung für die im Erlanger Programm als Paradebeispiel inhärente projektive Geometrie; affine Räume werden noch nicht einmal erwähnt[21]. Da im gleichen Jahr Schlegel's zweiter Band erschien, nutzte dieser im Vorwort die Gelegenheit, auf Klein's Kritik zu reagieren: Den bemängelten Vergleich zu den Erkenntnissen anderer ließ er mit dem Hinweis auf die Elementarität des ersten Bandes nicht gelten und verwies dazu auf die passenden Stellen des zweiten Bandes. Keinerlei Abstriche machte er im Bezug auf die notwendige Alleinherrschaft der Grassmann'schen Methoden als der einfachsten und kürzesten für alte

[20]Schlegel versuchte darin, dien magelnden Erfolg der Grassmann'schen Theorie allein darauf zurückzuführen, dass dieser keine Stellung an einer Universität bekleidet hatte. Dass der Unterschied zwischen einem Universitätsprofessor und einem Oberlehrer damals recht gering war, lässt sich nicht nur an der gemeinsamen Anrede („Herr Professor“), sondern auch an anderen prominenten Beispielen belegen, die ihr Brot (mangels zahlreicher universitärer Stellen) zunächst oder sogar lebenslang in Schulen verdienten (z. B. Kummer, Weierstraß, Kronecker und Schubert, s. [Rowe 1996], S. 132 ff.).

[21]Für die Details sei erneut auf [Rowe 1996], S. 139 ff. verwiesen.

und moderne Geometrie und Algebra. Klein schrieb nicht eine erneute Rezension, sorgte aber dafür, dass Engel bei der Herausgabe der Grassmann'schen Werke Schlegel lediglich das Verfassen einer Biographie zugestand. Nicht nur, dass Grassmann 1875 die negativ kritisierende Haltung der Rezension Klein's als einem *der* Clebsch-Schüler vor den Kopf gestoßen hatte, deren Adaption von Engel garantierte geradezu die Vertiefung des großen Grabens zu den Grassmannianern. Später werden wir sehen, wessen Partei Study dabei ergreift.

1.5 Abzählende Geometrie

Im dritten Buch der „Elemente" (s. [Euklid 1962]) zeigte Euklid (ca. 300 v. Chr.) bereits, wie man einen Kreis durch drei gegebene Punkte konstruiert und wie man die Tangente zu drei gegebenen Geraden findet. Apollonius von Perga (ca. 262-190 v. Chr.) ging in „Von den Berührungen" (s. [Apollonius 1795]) noch einen Schritt weiter, indem er die Konstruktionen des Kreises angibt, der tangential zu drei gegbenen Kreisen liegt, und außerdem die Fragestellung auf drei beliebige gegebene Objekte (Punkt, Gerade oder Kreise) ausdehnte[22].

Seitdem hat die Mathematiker das Apollonische Problem ebenso fasziniert[23] wie zu Erweiterungen angeregt: Neben C. F. Gauß und J. D. Gergonne verallgemeinerte Jakob Steiner (s. [Steiner 1848], S. 188 ff.) die Fragestellung darauf „einen Kegelschnitt zu finden, welcher irgend fünf gegebene Kegelschnitte berührt"[24] (S. 188). Ohne Beweis gab er dafür $6^5 = 7776$ Möglichkeiten an; als Herleitung diente ihm lediglich eine Art „induktive Aufzählung"[25], eine Methodik, die uns bei diesem Themenkreis noch öfter begegenen wird.

Systematischer ging ein knappes Jahrzehnt später J. N. Bischoff vor, indem er die Koeffizienten der die Kegelschnitte definierenden Gleichungen den Punkten des fünfdimensionalen komplexen projektiven Raumes zuordnet. Somit konnte er nicht nur die von Steiner angegebene Zahl beweisen, sondern zeigte auch allgemeiner, dass die Hyperebene der Kurven vom Grad m, die eine Kurve vom Grad n berühren, vom Grad $n(n + 2m - 3)$ ist.

E. de Jonquières vereinfachte das Ganze für den Spezialfall, dass die Kegelschnitte einer gegebenen Bedingung genügen ([de Jonquières 1861], S. 113): „Donc, leur nombre est $\alpha\mu$, de sorte que α depend de la condition et μ désigne

[22] Dass wir heutzutage Kenntnis dieses eigentlich verloren gegangenen Buches besitzen, verdanken wir Francois Viète (1540-1603), der in seiner o. g. Bearbeitung auch das Problem für drei gegebene Kreise löste.

[23] Auch Study hatte sich damit vermutlich nach 1896 (also nach den in diesem Kapitel besprochenen Ereignissen) in einem (unveröffentlichten) Manuskript damit ausführlich beschäftigt, s. [Weiss 1933], S. 122.

[24] In der komplexen projektiven Ebene benötigt man 3 statt 5 Bedingungen, um einen Kegelschnitt festzulegen, s. [Kleiman 1980], S. 117.

[25] 6 Kegelschnitte gehen durch 4 Punkte und berühren 1 Kegelschnitt, 6^2 Kegelschnitte gehen durch 3 Punkte und berühren 2 Kegelschnitte usw.

le nombre des sections coniques qui passent par un point donné.“[26] Wie schon zuvor Steiner fand de Jonquières diese Regel über den Vergleich zahlreicher Beispiele. In der obigen modernen Terminologie ausgedrückt, bezeichnete α den Grad der Hyperebene derjenigen Kegelschnitte, die der gegebenen Bedingung genügen, und μ den Grad der Kurve, die diese Familie parametrisiert. Wie schon zuvor Bischoff's Formel ist dies ein Resultat des 1765 gefundenen Theorems von Bézout[27].

Bald jedoch tauchten Ausnahmen auf Grund „entarteter“ Kegelschnitte auf, bei denen die induktiv gefundene Anzahlen sich als falsch erwiesen. Luigi Cremona fand 1864, dass die Anzahl der Kegelschnitte, die fünf allgemeine Geraden berühren, nicht korrekt bestimmt wird, da die Hyperebene der Kegelschnitte, die diese Bedingung erfüllen, stets die Veronese'sche Fläche als Untermannigfaltigkeit, die die Doppelgeraden parametrisiert, enthält[28]. Auch verweist Cremona am Ende seines Artikels auf seine Zusammenarbeit mit Chasles, der sich zu dieser Zeit ebenfalls intensiv mit diesem Problem in seiner berühmt gewordenen Artikelserie ([Chasles 1864a] bis [Chasles 1864h]) auseinandersetzte.

Chasles versuchte, die inzwischen offensichtlich gewordenen Mängel der bisherigen Formel dadurch auszugleichen, dass er (in der heutigen Ausdrucksweise) sowohl den Kegelschnitt wie auch sein duales Gegenstück betrachtete, also die Menge der Tangenten an den Kegelschnitt. (Im dualen projektiven Raum über $\mathbb{C}$ wären diese natürlich eine Menge von Punkten, die die Geraden aus dem Ursprungsraum repräsentieren.) Ein Standardbeispiel (s. [Kleiman 1980], S. 119 oder auch [Fischer 1989], S. 105) ist der Kegelschnitt $k:\ x^2+y^2+z^2=0$. An einem seiner Punkte (a,b,c) findet man die Tangente als $t:\ ax+by+cz=0$, d. h. t wird dargestellt durch das Tripel (a,b,c) seiner Koeffizienten. Somit findet sich k^* im Dualraum als $a^2+b^2+c^2=0$. In der damals üblichen Terminologie ist dies die Gleichung des Kegelschnitts in Linienkoordinaten, während k oben in Punktkoordinaten dargestellt wurde.

Chasles selbst hatte diese Vorgehensweise schon fast zu einer Art „Glaubensbekenntnis“ erhoben (s. [Chasles 1866], S. 820): „[...] j'ai pensé que les points et les droites devraient jouer un égale rôle dans les propriétés de ces systèmes“[29]. Eine solche duale Denkweise zieht sich ebenso durch seine Schrif-

[26]„Dann ist deren Anzahl $\alpha\mu$, wobei α von der Bedingung abhängt und μ die Anzahl der Kegelschnitte angibt, die durch einen gegebenen Punkt gehen.“

[27]Die Formel wurde eigentlich schon 1720 von Colin Maclaurin in seinem Buch über algebraische Kurven angegeben, aber dort findet sich ebensowenig ein Beweis wie bei Leonard Euler oder Gabriel Cramer 1748. Bézout hingegen gab 1779 einen Beweis an, der allerdings Fehler in Bezug auf die Schnittmultiplizitäten aufwies. Den ersten vollständigen Beweis lieferte Halphen 1873, eine elementare Fassung fand van der Waerden 1930. Parallelen in der Ideengeschichte dieser beiden Theoreme werden später noch deutlicher zu Tage treten.

[28]Zu finden in [Cremona 1864a], S. 119 bzw. [Kleiman 1980], S. 17; diese Ausnahme wird uns später noch öfter beschäftigen.

[29]„[...] ich dachte, dass die Punkte und die Geraden eine gleichberechtigte Rolle bei den Eigenschaften dieser Systeme spielen sollten“

ten ([Chasles 1864a] bis [Chasles 1864h]) wie auch (wieder) durch seine induktiv geprägte Methodik (erneut beschrieben in [Chasles 1866], S. 820): „[...] ayant reconnu dans quelques questions que les propriétés des systèmes *élémentaires* dépendaient de [...] deux nombres, j'ai été conduit à penser qu'il en serait de même pour des systémes à conditions quelconques. De nombreux exemples ont justifié aussitôt cette conception.“[30]

In der Tat besteht die Artikelserie [Chasles 1864a] bis [Chasles 1864h] des damals 71-jährigen, nach wie vor unermüdlichen Mathematikers aus nahezu 200 Beispielen (ohne Beweise), aus denen er im vorletzten Aufsatz ([Chasles 1864g], S. 215) die folgende Regel verallgemeinert: Sei μ (wie zuvor) die Anzahl der Kegelschnitte der einparametrigen Familie (d. h. von der Form $k_1 + \lambda k_2 = 0$, wobei k_1, k_2 Kegelschnitte sind), die durch einen beliebigen Punkt gehen und entsprechend ν (dual gedacht) die Anzahl derjenigen, die eine beliebige Gerade berühren, also die „Charakteristiken“ des Systems[31]. Die Anzahl der Kegelschnitte, welche eine gegebene Bedingung erfüllen, ist dann

$$\alpha\mu + \beta\nu$$

wobei α und β nur durch die gegebene Bedingung bestimmt werden[32].

Beispielsweise ist die Anzahl der Kegelschnitte einer einparametrigen Familie, die die Bedingung erfüllen, eine beliebige Kurve m-ter Ordnung (Grad der Kurve in Punktkoordinaten) und n-ter Klasse (Grad der Kurve in Linienkoordinaten) senkrecht zu schneiden, gleich $(m + n)\mu + n\nu$ ([Chasles 1864g], S. 214). Mit seiner Methode bestimmt Chasles auch gleich im ersten Artikel seiner Reihe ([Chasles 1864a]) die korrekte Antwort auf unser Ausgangsproblem, d. h. es gibt insgesamt 3264 Kegelschnitte, die fünf gegebene Kegelschnitte berühren ([Chasles 1864a], S. 223). De Jonquières gab allerdings in [de Jonquières 1866b] (S. 315) an, dieses Resultat schon früher gefunden, es aber auf Grund seines Respektes vor Steiner nicht veröffentlicht zu haben.

1.5.1 Chasles vs. de Jonquières: Urheberstreit

Dies war nicht die erste Gelegenheit, bei der der weitgereiste Marineoffizier de Jonquières (1820-1901) und der rüstige, wohletablierte[33] Mathematiker Chasles

[30]„[...] feststellend bei einigen Fragen, dass die Eigenschaften *elementarer* Systeme von [...] zwei Zahlen abhängen, wurde ich dahin geführt, dass es bei Systemen mit beliebigen Bedingungen das Gleiche sei. Zahlreiche Beispiele haben diese Konzeption sogleich gerechtfertigt.“

[31]Chasles führt diese Bezeichnung schon in [Chasles 1864b] (S. 298) ein.

[32]Diese später als „Chasles'sche Vermutung“ berühmt gewordene Aussage findet sich in [Chasles 1864g] (S. 215) in sehr verschleierter und interpretierungswürdiger Form, deshalb wurde sie hier in der Fassung zusammengestellt, die auch die meisten seiner Nachfolger gewählt haben.

[33]De Jonquières hatte gerade 1862 zwei Drittel des großen Preises der Pariser Akademie für seine Arbeit über ebene Kurven 4. Ordnung erhalten, aber Chasles saß nicht nur auf dem 1846 extra für ihn geschaffenen Lehrstuhl für höhere Geometrie an der Sorbonne, sondern war

(1793-1880) in Prioritätsstreitigkeiten gerieten: Am Ende des zweiten Artikels (s. [Chasles 1864b], Fußnote S. 308) gibt Chasles den Hinweis, dass es bereits nach seinem ersten Vortrag in der Pariser Akademie eine Debatte mit de Jonquières gegeben hatte: „M. de Jonquières était parvenu, il y a longtemps, à ces formules de contact, qu'il m'a communiquées le 17 février 1859. Je ne m'étais point occupé alors de ces questions, et ma réponse, sans infirmer ni justifier les formules, fut simplement qu'elles n'étaient pas démontrées. C'était en effet par des inductions, soit théoriques, soit pratiques et numériques, que le savant géomètre y était conduit. [...] Ce n'est que bien plus tard que je me suis occupé des questions qui font le sujet du présent Mémoire. Celle du contact des courbes d'ordre quelconque y tient sa place; mais elle n'st qu'une des nombreuses applications de la méthode générale que je viens d'exposer; et cette application repose sur une propriété des courbes d'ordre quelconque (théor.[ème] XI), qui n'était point connue.“[34]

De Jonquières Antwort lässt nicht lange auf sich warten: In [de Jonquières 1864] leitet er dieses Theorem XI von Chasles her, indem er ein eigenes Theorem vorstellt, das sich nicht nur auf Kegelschnittsysteme beschränkt. Am Ende des Artikels ist auch die Antwort von Chasles dokumentiert: Dieser betont, dass sich die meisten seiner in den beiden vorigen Artikeln gefundenen Theoreme auch auf Kurven beliebiger Ordnung anwenden lassen. Daraufhin verschiebt de Jonquières den Schwerpunkt der Debatte in Richtung von Prioritätsfragen (s. [de Jonquières 1866a], Fußnote S. 793 und S. 796): „La caractéristique μ [...] a été introduite pour la première fois dans la science par un Mémoire que nous avons publié au mois avril 1861 dans le *Journal de M. Liouville*; qu'on nous permet de rappeler ici. [...] Mais on se tromperait si[...] l'on croyait que la connaissance des caractéristiques des *tous* les systèmes élémentaires peut seule constituer un progrès dans cette partie de la Géométrie.“ [35]

auch volles Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften sowie acht weiterer internationaler Akademien. Schließlich erhielt er für die hier diskutierten Untersuchungen 1865 von der Londoner Royal Society die renommierte Copley-Medaille.

[34]„Herr de Jonquières entdeckte vor einiger Zeit diese Berührungsformeln, die er mir am 17. Februar 1859 übermittelt hat. Ich hatte mich nie mit diesen Fragen beschäftigt, und meine Antwort, ohne die Formeln zu entkräften noch sie zu rechtfertigen, war einfach, dass sie nicht bewiesen sind. Es waren in der Tat Deduktionen, entweder theoretische oder praktische und numerische, aus denen der geschickte Geometer sie hervorgebracht hatte. [...]

Wesentlich später Jahr habe ich mich mit den Fragen beschäftigt, die Gegenstand der vorliegenden Abhandlung sind. Die der Berührung von Kurven beliebiger Ordnung erhält dort ihren Platz; aber sie ist nur einer der zahlreichen Anwendungen der allgemeinen Methode, die ich vorstellen werde; und diese Anwendung beruht auf einer Eigenschaft der Kurven beliebiger Ordnung (Theorem XI), die nie zuvor bekannt war.“

[35]„Die Charakteristik μ [...] wurde in die Wissenschaft zum ersten Mal durch den Artikel eingeführt, den wir im Monat April 1861 im Journal von Herrn Liouville veröffentlichten; was wir uns hier erlauben, in Erinnerung zu rufen. [...]Man täuscht sich, wenn [...] man glaubt, dass die Kenntnis der Charakteristiken *aller* elementaren Systeme allein einen Fortschritt in diesem Teil der Geometrie begründen könnte“.

Geradezu eine schallende Ohrfeige für seine bisherigen Forschungen, stieß sich Chasles an dem letzten Satz sehr und antwortete ebenso bald wie ausführlich auf diese beiden Punkte (s. [Chasles 1866], S. 817):

> „Il me semble que je n'avais nullement donné lieu à cette réflexion [...]; car je n'ai point dit qu'il fallait qu'une question fût résolue complétement dans *toutes* ses parties por qu'il eût progrés dans la science, et je n'ai fait allusion aucunement aux résultats de M. de Jonquières, résultats que je ne connais pas, et qui font le sujet d'un Mémoire annoncé.[36]"

Nachdem er also alles zurückgewiesen hat, was irgendwie zurückzuweisen geht (und auch gleich noch ankündigt, mit einem neuen Artikel nachzusetzen), entlarvt er den wahren Sinn des Artikels von de Jonquières (ibid.):

> „[...], que je reconnais le but principal, sinon le seul, de cette communication [de mentionner les articles dejà publiés].
>
> Il me faut donc, à mon très-vif regret, que je précise ici ce que contient le Mémoire de 1861 de M. de Jonquières [...] et que j'aurais empruntées pour ma théorie des deux caractéristiques.[37]"

Nicht nur, dass Chasles nun leider die Ideen von de Jonquières erklären muss, die Ironie gipfelt bei „empruntées", denn das ist doppeldeutig belegt und kann sowohl „ausgeliehen" wie auch „gestohlen" bedeuten. Mit letzterem seinem Kontrahenten schon fast zu weit entgegenkommend, proklamiert er nochmals seine zentrale Idee, bevor er sich gnädig dem Urteil der Allgemeinheit übergibt (ibid.):

> „Maintenant, qu'ai-je fait? [...] j'ai pensé que les points et les droites devraient jouer un égal rôle dans les propriétés de ces systémes [...]. De nombreux exemples ont justifié aussitôt cette conception.
>
> Je laisse aux géomètres à porter leur jugement sur le présent conflit, auquel je ne m'attendais pas, et que je m'applaudis de n'avoir

[36] „Mir scheint, dass ich nirgends einer solchen Überlegung Raum gegeben habe [...]; denn ich habe nie gesagt, dass eine Frage vollständig in *allen* ihren Teilen gelöst werden muss, damit es Fortschritt in der Wissenschaft gibt, und ich habe mich nirgends auf Ergebnisse von Herrn de Jonquières bezogen, Ergebnisse, die ich nicht kenne, und die Gegenstand eines angekündigten Artikels sind.

[37] „ [...] in welcher [der vorher zitierten Fußnote] ich das hauptsächliche Ziel, wenn nicht das einzige, dieses Artikels erkenne [nämlich seine bereits veröffentlichten Artikel zu erwähnen]. Ich muss also, zu meinem sehr großen Bedauern, präzisieren, was der Artikel von 1861 von Herrn de Jonquières enthält [...] und was ich für meine Theorie der zwei Charakteristiken ausgeliehen habe.
"

pas provoqué.[38]“

Um den Urheber des Streites noch weiter der Lächerlichkeit preiszugeben, gibt er zunächst an, nur an de Jonquières Wohl gedacht zu haben, bevor er es ihm als letzte kleine Spitze mit gleicher Münze heimzahlt (ibid.):

> „Persuadé de l'infécondité du principe [de travailler avec μ seulement], et surtout du défaut des résultats, j'aurais cru faire des citations désobligeantes, puisqu'elles auraient constaté la discordance de nos résultats. Je regretterais vivement et je m'étonnerais que M. de Jonquières conçût une autre raison de mon silence.
>
> En terminant, je dois faire une observation au sujet du *principe de correspondance* [trouvé et prouvé par Chasles dans [Chasles 1864d], p. 1175 et ses cours à la Sorbonne de 1863/64].[...] Or, M. de Jonquières emploie textuellement ma propre démonstration dans ses trois notes [...] sans faire aucune mention des *Comptes Rendus* où elle se trouve. Mon silence, dans ce moment, paraîtrait légitimer cette manière d'agir.[39]“

Chasles konnte hier unter anderem deshalb so selbstbewusst auftreten, weil ihm (wie bereits erwähnt) im Jahr zuvor die Copley-Medaille speziell für diese Arbeiten über Charakteristiken verliehen wurde. Er galt nun allgemein als der Begründer dieses Zweiges der Mathematik, die sich in den folgenden Jahrzehnten als sehr fruchtbar erwies, da sie beispielsweise auch Cayley, Zeuthen, Salmon und Brill zu verwandten Fragestellungen angeregt hatte.

Im Jahre 1870 findet er jedoch selbst ein erstes „Haar in der Suppe“ (s. [Chasles 1870], S. 260):

> „Dans tout systéme de coniques, il existe en général deux sortes des cas particuliers de ces courbes: elles peuvent être ou l'ensemble

[38]„Nun, was habe ich getan? [...] ich dachte, dass die Punkte und die Geraden eine gleichberechtigte Rolle in den Eigenschaften diese Systeme spielen sollten [...]. Zahlreiche Beispiele haben diese Konzeption sogleich gerechtfertigt.

Ich überlasse es den Geometern, ihr Urteil über den gegenwärtigen Konflikt zu fällen, mit dem ich nicht gerechnet habe, und bei dem ich mir selbst Beifall spende, ihn nicht provoziert zu haben.“

[39]„Überzeugt von der Unergiebigkeit des Prinzips [nur mit μ zu arbeiten] und sicherlich den Fehlern der Resultate, glaubte ich, abfällige Zitate zu machen, welche die mangelnde Übereinstimmung zwischen unseren Ergebnissen offen gelegt hätten. Ich möchte es aufs Tiefste bedauern und es erstaunt mich, dass Herr de Jonquières aus meinem Schweigen einen anderen Schluss gezogen hat.

Zum Schluss muss ich eine Beobachtung in Bezug auf das [von Chasles gefunden und bewiesene] *Korrespondenzprinzip* machen [verweist auf [Chasles 1864d], S. 1175 sowie seine Vorlesungen an der Sorbonne von 1863/64]. [...]Nun aber verwendet Herr de Jonquières wörtlich meinen eigenen Beweis in seinen drei Artikeln [...] ohne irgendwo die *Comptes Rendus* zu erwähnen [...]. Mein Schweigen in diesem Moment möge scheinbar diese Vorgehensweise legitimieren.“

> de deux droites, ou l'ensemble de deux points. [. . . .] chacune de ces *quasi-coniques* peut avoir un certain ordre de multiplicité, c'est-à-dire peut compter pour plusieurs, comme si plusieurs coincidaient ensemble; ce qui alors en réduit le nombre effectif. [40]"

Ein weiterer „Stachel" in seinem Fleisch war der noch immer fehlende Beweis. Daran arbeitete seit 1869 ein gerade 25-jähriger Mathematiker: Georges-Henri Halphen. Er tat das in enger Absprache mit Chasles, der dessen Bemühungen allerdings eher skeptisch beurteilte. Kurz vor deren Veröffentlichung ([Halphen 1873]) wurde in den Mathematischen Annalen der (recht komplexe) Beweis des gerade verstorbenen Clebsch publiziert ([Clebsch 1873]). Halphen tröstete sich damit, dass sich Clebsch auf Kegelschnitte in der Ebene und im Raum beschränkt hatte, er jedoch hatte auch Flächen 2. Grades behandelt. Den Beweis, den Lindemann im Rahmen der Veröffentllichung der Clebsch'schen „Vorlesungen über Geometrie" (s. [Clebsch/Lindemann 1876], S. 397 ff.) ausgearbeitet hatte, bewunderte Halphen als gekonnte Vereinfachung des Clebsch'schen.

Zeuthen, der 1863/64 aus Kopenhagen zu einem Studienaufenthalt bei Chasles nach Paris gekommen war, wagte ebenfalls 1876 eine — recht optimistische — Bestandsaufnahme (s. [Zeuthen 1876], S. 120/122):

> „Le grand nombre des cas où la loi énoncée [la loi de Chasles] s'était confirmée, et le défaut des cas qui y fussent contraires, ne formaient pas toutefois les seules raisons [. . .] pour l'adopter.
>
> [. . .] Il est très-difficile d'affirmer qu'en des démonstrations de cette espèce il ne reste plus aucun point faible; mais, en tout cas, nous croyons que la voie choisie est bonne, quand même il y aurait dans le détail encore quelque précaution à avoir ou quelque expression à corriger. [41]"

1.5.2 Halphen vs. Schubert: Debatte zweier nationaler Mentalitäten

Mit zahlreichen Auszeichnungen versehen war Halphen im Jahre 1871 aus dem deutsch-französischen Krieg zurückgekehrt und hatte sich sogleich darauf wieder in dem „bürgerlichen Leben" etabliert: 1872 war er, frisch verheiratet, wieder

[40]„In jedem Kegelschnittsystem gibt es im Allgemeinen zwei Arten von Spezialfällen dieser Kurven: Sie können entweder die Menge zweier Geraden oder die zweier Punkte sein. [...] jeder dieser *Quasi-Kegelschnitte* kann eine Multiplizität aufweisen, d. h. kann mehrfach gezählt werden, so, als ob mehrere zusammenfallen würden, was also die effektive Anzahl reduziert."

[41]„Die große Zahl der Fälle, in denen das erwähnte Gesetz [die Chasles'sche Vermutung] bestätigt wurde, und der Mangel an Fällen, die ihm widersprechen, waren nicht immer die einzigen Gründe [...] um es zu akzeptieren. [...] Es ist sehr schwierig zu versichern, dass in den Beweisen dieser Art kein angreifbarer Punkt mehr bleibt, aber auf alle Fälle glauben wir, dass der eingeschlagene Weg gut ist, auch wenn man im Einzelnen noch einige Vorsicht walten lassen oder einige Ausdrücke korrigieren sollte."

an die Ecole Polytechnique in Paris berufen worden, die er noch zehn Jahre zuvor als Schüler besucht hatte. Nachdem er den o. g. Beweis veröffentlicht hatte, arbeitete er weiter an dem Thema im Rahmen seiner Dissertation, die er 1878 unter dem Titel „Sur les invariants différentiels“ abschloss. Im gleichen Jahr, in dem Zeuthen die obige Bilanz gezogen hatte, fand er Fehler in den Beweisen von Clebsch und Lindemann – und auch in seinem eigenen: Zu den bereits bei Chasles im letzten Zitat erwähnten Entartungen kommt noch diese (später die Halphen'sche genannte) hinzu: eine einzige, doppelt gezählte Gerade (in Linienkoordinaten) bzw. ein einziger, doppelt gezählter Punkt (in Punktkoordinaten).

Die daraus konstruierten Gegenbeispiele[42] erschüttern und überzeugen viele Geometer, nicht aber Hermann Schubert (1848-1911). Dieser hatte bis 1867 in Berlin studiert und 1870 in Halle promoviert, bevor er 1872 als Lehrer an das Hildesheimer Andreas-Gymnasium ging. Im Jahre 1876 wechselte er an das Hamburger Johannes-Gymnasium, an dem er bis zu seiner Rente verweilte, ohne jemals eines der Angebote für eine akademische Karriere angenommen zu haben. Sein Hauptarbeitsgebiet war zeitlebens die abzählende Geometrie, die er (um eine Parallele zu Graßmann zu ziehen) auf eine recht eigene und für Außenstehende schwer nachvollziehbare Weise entwickelte (trotz engem brieflichem Kontakt zu Klein und auch Hurwitz). Dies begann ebenso früh wie es von Erfolg gekrönt wurde: Auf der Basis seines Promotionsthemas „Zur Theorie der Charakteristiken“ weiterarbeitend, erhielt er 1874 (also mit gerade einmal 24 Jahren) die Goldmedaille der Königlich-Dänischen Akademie der Wissenschaften für die Lösung der Preisfrage zur Ausdehnung der Charakteristikentheorie auf kubische Raumkurven. Mit diesem Hintergrund versucht er zwei Jahre später einen neuen Beweis (und somit die Verteidigung) „seiner“ Fassung der Chasles'schen Vermutung (s. [Hurwitz/Schubert 1876], S. 517):

> „Wenn man aber den Chasles'schen Satz so versteht, wie wir ihn bisher immer verstanden haben, daß nämlich $\alpha\mu + \beta\nu$ auch diejenigen ausgearteten Kegelschnitte mitzuumfassen hat, welche die gestellte, von jener Beschränkung freie Bedingung erfüllen, so glauben wir noch immer an seine Richtigkeit.“

Für Halphen stellt diese Auffassung, die Entartungen nur in den Fällen berücksichtigen zu wollen, in denen „sowieso alles glatt geht“, keine Alternative dar. Er versucht stattdessen (s. [Halphen 1878], [Halphen 1879]), die Formel $\alpha\mu + \beta\nu$ durch Hinzufügen weiterer Summanden so zu verallgemeinern, dass sie auch für die entarteten Fälle gilt.

[42] Ein weiteres eines Lehrers des Gymnasiums von La Rochelle findet sich in [Saltel 1876], das zwar nicht den Bekanntheitsgrad der Halphen'schen erreichte, aber als Indiz für das allgemeine Interesse an diesem Problem gelten kann. (Er gibt an, erst durch den Artikel von Halphen zur Veröffentlichung dieses ihm schon seit langer Zeit bekannten Gegenbeispiels angeregt worden zu sein.)

Daraufhin nahm Schubert seine Bestrebungen ernst und zeigte sich bemüht, anlässlich der Besprechung einer sich noch mit den Entartungen beschäftigenden Veröffentlichung Halphens in dem Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik eine Art Waffenstillstand herzustellen (s. [Schubert 1878], S, 430):

> „Demnach scheinen jetzt in der Charakteristikentheorie zwei Untersuchungsrichtungen möglich zu sein. Bei der ersten ist die vollständige Berücksichtigung aller Systeme und aller Bedingungen wesentlich. Dann hat man die Einfachheit der Darstellung der gesuchten Zahl nach der Analogie des Bézout'schen Satzes zu opfern. Bei der zweiten opfert man einige Systeme, für welche die Formeln ungültig werden, und welche natürlich genau charakterisirt werden müssten; man bewahrt sich aber die einfache Darstellung der gesuchten Zahl als Summe von Producten.
> Nach des Referenten Ansicht sind bei der Untersuchungsrichtungen theoretisch gleich berechtigt."

Nach diesem diplomatischen Vorstoß schien eine Korrespondenz zwischen den beiden in Gang gekommen zu sein, bei der Halphen zunächst den „Finger auf die Wunde legt", indem er die Schwäche der Chasles'schen Vermutung schlechthin benennt (Brief von Halphen an Zeuthen vom 29. November 1879, s. [Halphen 1879], S. 635-636):

> „Je pense que, pour le bien général, on doit souhaiter que toute formule caractéristique, si elle n'est pas applicable à toute les cas, soit accompagnée d'une définition précise des cas où elle s'applique. [...] je sais trés bien le sens des formules en question, mieux sans doute que M. Schubert. [...] que les formules de M. Schubert ne le résolvent pas dans sa généralité. Je suis en correspondance avec M. Schubert au sujet des caractéristiques[...] [43]"

Hier glaubte er offensichtlich noch, einem (nicht allzu fähigen) Kollegen mit sachlichen Argumenten von der Richtigkeit seiner Theorien überzeugen zu können. In der weiteren Korrespondenz schien er jedoch auf erbitterten Widerstand gestoßen zu sein, sodass nun die Wogen recht hoch schlugen (Brief von Halphen an Zeuthen vom 7. Dezember 1879, s. [Halphen 1879], S. 636-637):

> „Cette prétendue généralité n'est donc bonne à rien, et tout le monde ici en conviendra. [...] mais enfin il [le calcul de M. Schubert] est moins général que le théorème véritable que j'ai eu tant

[43] „Ich denke, dass zum Wohle der Allgemeinheit man wünschen sollte, dass jede Charakteristikenformel, wenn sie nicht auf alle Fälle anwendbar ist, von einer präzisen Definition der Fälle, auf die sie anwendbar ist, begleitet werden sollte. [...] Ich kenne sehr gut den Sinn der fraglichen Formeln, ohne Zweifel besser als Herr Schubert. [...] die Formeln des Herrn Schubert lösen es nicht in seiner Allgemeinheit. Ich korrespondiere mit Herrn Schubert über das Thema der Charakteristiken [...]"

de peine à trouver et que je défendrai jusqu'à la mort *unguibus et rostro.* [...] M. Schubert veut absolument changer la nature pour l'accommoder à ses formules. Nous traitons un problème qui a une solution: *Une! plaisantez-vous? la formule en donne deux: Donc il y en a deux!* Savez-vous que j'ai répondu? J'ai pris la question comme cas perticulier d'une autre, où la formule donne 5, et ensuite d'une autre encore, où la même donne 1 ... [44]"

Mit „seinen Formeln" bezieht sich Halphen wohl auf den Schubert'schen Kalkül, den dieser in seinem wohl berühmtesten Buch ([Schubert 1879]) mit einer detailierten (und somit zuweilen etwas künstlichen) Rechenalgebra eine Methode entwickelt hatte, verschiedene, an die Systeme herantretende Bedingungen zu kombinieren[45]. Dass er bei seinen Untersuchungen die Halphen'schen Ausartungen mit keinem Wort erwähnt, begründet er in seinen „Literaturbemerkungen" (S. 344): Halphen habe seine 1876 geäußerten Zweifel erst 1878 genau begründen können, und auch diese Veröffentlichungen (s. [Halphen 1878], [Halphen 1879]) habe sich Schubert „erst während des Druckes des Buches verschaffen" können, sodass es ihm „leider nicht mehr möglich [war], die wichtigen Untersuchungen Halphen's hier zu verwerthen" (S. 344). Ob ihm seine Kollegen diese Aussage nicht ganz abgenommen haben oder ihm die Halphen'schen Artikel tatsächlich erst später vorlagen, lässt sich nicht mehr nachvollziehen. Jedenfalls beharrt er auf seiner bereits vier Jahre zuvor geäußerten Ansicht (s. S. 30) und lehnt die Halphen'schen Gegenbeispiele in einem *der* mathematischen Organe Frankreich's in Bausch und Bogen ab (s. [Schubert 1880], S. 60/61):

„Herr Halphen wendet die Formel auf sein Beispiel an. [...] Diese Verwendung ist nicht erlaubt [...] Auch hat Herr Halphen ein Theorem verwendet, welches niemals aus den Deduktionen meines Buches folgt, auch wenn er vielleicht eine korrekte Zahl gefunden hat. Eine analoge Antwort ergibt sich für das zweite Beispiel von Herrn Halphen."

Halphen's Reputation schien das in keiner Weise angekratzt zu haben: Von seiner Dissertation ausgehend, hatte er auch auf dem Gebiet den linearen Dif-

[44]„Diese vorgeschobene Allgemeinheit ist für nichts gut, und alle Welt stimmt hier überein. [...] Aber schließlich ist es [das Schubert'sche] weniger *allgemein* als das wahrhaft richtige Theorem, dass ich unter so vielen Mühen gefunden habe und dass ich *unguibus et rostro* [mit Klauen und Zähnen] verteidigen werde bis zu meinem Tod.[...] Herr Schubert möchte absolut die Natur verändern, um sie an seine Formeln anzupassen. Wir behandeln ein Problem, das eine Lösung hat: *Eine! Sagt Ihnen das zu? Die Formel gibt uns zwei: Also gibt es zwei davon!* Wissen Sie, wie ich geantwortet habe? Ich habe eine Frage als Spezialfall einer anderen genommen, bei der die Formel 5 ergibt, und weiter noch eine andere, bei der die gleiche Formel 1 ergibt..."

[45]Im Jahre 1979 wurde das Buch zur Feier seiner Veröffentlichung vor hundert Jahren neu aufgelegt. Selbst Kleiman, der in seinem Vorwort ausführlich die Vorzüge dieses Buches lobte, gab am Ende zu, dass „dieses Buch zu lesen, wie auch immer, nicht jederzeit leicht ist. " („Reading this book is, however, not always easy."; [Schubert 1879], S. 15)

ferenzialgleichungen gearbeitet, wofür ihm 1880 der Ornoy-Preis (Grand Prix des Sciences Mathématiques) verliehen wurde. Auch auf dem Gebiet der algebraischen Raumkurven setzte er seine Untersuchungen fort bis hin zum Grad 20. Deren vollständige Klassifizierung wird heute als sein Hauptwerk angesehen, und zwar nicht nur, weil er dafür von der Königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin den Steiner-Preis erhielt.

Im Gegensatz zu Schubert, der sich zeitlebens nur mit abzählender Geometrie beschäftigte, finden wir bei Halphen ein wesentlich breiteres Interessensspektrum, sodass es nach alledem nicht verwundert, dass er sich 1885 um einen Platz in der Pariser Akademie der Wissenschaften bemüht. In seinen Bewerbungsunterlagen zu dieser Kandidatur findet sich ein interessantes Statement[46] (s. [Halphen 1885], S. 1/12):

> „En 1861, un Mémoire de M. de Jonquières marqua l'apparition d'une Géométrie nouvelle, développée bientôt avec éclat par M. Chasles.
>
> [...] Cette théorie, qui à donné lieu à tant de conntroverses semble aujourd'hui fixée (Tel est l'avis de M. le vice-amiral de Jonquières.) [47]"

Die Betonung der Rolle de Jonquières' ist insofern nicht zufällig, als dass Chasles 1880 gestorben war, de Jonquières jedoch nach wie vor (stimmberechtigtes) Mitglied der Akademie war. Trotz aller Subjektivität war (wie wir später noch sehen werden, s. S. 78) zu dieser Zeit nicht nur Halphen der Ansicht, dass das Problem der Chasles'schen Vermutung nun erledigt sei. Uns wird es wieder bei Study's Habilitation begegnen (s. S. 54).

1.6 Liniengeometrie

Study's (zumindest von der Seitenzahl her) umfangreichstes Buch ([Study 1903a]) beschäftigte sich mit der Anwendung der Geometrie auf die Mechanik starrer Körper. Nicht nur, weil sein Buch tief in der Tradition dieses Gebietes wurzelt, lohnt sich ein Blick auf dessen Ursprünge[48].

Im 19. Jahrhundert gaben Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Pierre-Simon Laplace (1749-1829), William Rowan Hamilton (1805-1865) und Carl Jacobi (1804-1851) der Mechanik des starren Körpers eine ausgesprochen analytische

[46] Halphen wurde 1886 tatsächlich aufgenommen, hatte aber nicht mehr allzuviel davon: 1889 starb er, wie es offiziell heißt, an „Überarbeitung"; ein Ereignis, das uns später nochmals beschäftigen wird, s. S. 78.

[47] „Im Jahre 1861 steht ein Artikel von Herrn de Jonquières für das Erscheinen einer neuen Geometrie, die sehr bald im Streit mit Herrn Chasles entwickelt wurde.
[...] Diese Theorie, die Raum für so viele Kontroversen geboten hat, scheint heutzutage abgeschlossen (Dies ist die Meinung des Herrn Vize-Admirals de Jonquières)."

[48] Ausführlich dargestellt finden sich diese in [Ziegler 1985].

Ausrichtung, doch über die neuartigen graphischen Verfahren, die wegen der durch Industrialisierung und Militarisierung in der Nachrevolutionszeit gestiegenen Anforderungen beispielsweise im Festungsbau oder bei der Statik entstanden waren, erhielt sie einen Impuls in Richtung Geometrie. Wie schon zuvor geschildert (s. S. 10), vereinte Gustav Monge (1746-1818) als Dozent der École Polytéchnique beides und wurde somit zum Schöpfer nicht nur der darstellenden, sondern auch der analytischen Geometrie. Sein Schüler Louis Poinsot (1777-1859) brachte speziell die geometrische Statik zu einem fast vollständigen Abschluss.

Wie ebenfalls bereits erwähnt, inspirierten diese beiden französischen Mathematiker einen deutschen, nämlich August Möbius (1790-1868). Er stellte den Zusammenhang der Statik sowie der infinitesimalen Kinematik zur Liniengeometrie her. In einem seiner zentralen Werke (s. [Möbius 1827]) sind zwei wesentlich neue Gesichtspunkte hervorzuheben: die Erweiterung des damals sehr eng gefassten traditionellen Koordinatenbegriffs mit Hilfe des Schwerpunktes und die Untersuchung geometrischer Verwandschaften, speziell der Affinitäten und Kollineationen[49].

Die Loslösung der Koordinaten von metrischen Begriffen vollendete Julius Plücker (1801-1868). Seine Bedeutung für die analytische Geometrie haben wir bereits zuvor ausführlich dargestellt (s. S. 12). Indem er den Geraden die Rolle eines Raumelementes zuwies, schuf er quasi aus dem Nichts heraus die Liniengeometrie. Methodisch ermöglichte ihm dies eine einander ergänzende Nutzung von synthetischen und analytischen Darstellungen, und zwar in wesentlich höherem Maße als bei Monge, der eher in der Mechanik seine Inspirationsquelle fand. Plücker verblieb dagegen eher in seinem mathematischen Kontext, in dem er alle grundlegenden Begriffe (Strahlen- und Achsenkoordinaten, Komplexe, Kongruenzen, Komplexflächen usw.) entwickelte und ihre Zusammenhänge aufdeckte. Noch bis kurz vor seinem Tode beschäftigte er sich mit Komplexen zweiten Grades, doch sein umfangreiches Werk musste sein Schüler Felix Klein vollenden (s. [Plücker/Klein 1868/69]). Wie gut der Samen, den er da in seinen begabten Schüler schon früh gesät hatte, aufgegangen ist, werden wir bald sehen.

Zunächst sollten wir uns eine von Plücker komplett ignorierten Entwicklung zuwenden, die mit der zunehmenden Internationalisierung der Wissenschaften an Bedeutung gewann: die der algebraischen Geometrie in Italien. Ihre Geburtsstunde lässt sich auf die Einigung Italiens legen, denn mehrere bekannte Mathematiker erhielten dadurch einflussreiche politische Stellungen, mit denen sie die Wissenschaften fördern konnten[50]. So wurde beispielsweise im gleichen Jahr Luigi Cremona (1830-1903) auf den ersten italienischen Lehrstuhl für höhere Geometrie nach Bologna berufen. Birationale Transformationen der Ebene und

[49]Mancher sieht darin die Vorwegnahme des Klein'schen Erlanger Programms, s. [Ziegler 1985], S. 32.

[50]Für eine Darstellung der Geschichte der italienischen algebraischen Geometrie dieser Zeit sein auf [Brigaglia/Cilberto 1995] verwiesen.

des Raumes[51] entdeckend und erforschend, zog er auch die internationale Aufmerksamkeit auf sich, denn 1868 erhielt er eine der damals renommiertesten Auszeichnungen für Mathematiker, den Steiner-Preis der Berliner Gesellschaft der Wissenschaften für die Anwendung seiner Transformation auf kubischen Flächen. Auch durch das Heranziehen begabter Schüler blühte die italienische algebraische Geometrie in den folgenden 20 Jahren in nie wieder gekannter Ausprägung.

Ihren zunehmend intuitiv-geometrischen Charakter vertrat unter anderem Cremona's Schüler Giuseppe Veronese (1857-1917). An seinem Beispiel lässt sich auch an dem schon seit den 1860er Jahren wirkenden Einfluss der deutschen Mathematiker (speziell der Invariantentheoretiker wie z. B. Noether) auf die italienischen zeigen: Nach fünf Jahren bei Cremona in Rom machte sich Veronese zu Klein nach Leipzig auf, um sich nicht nur die Klein'schen, an der projektiven Geometrie orientierten Methoden anzueignen, sondern auch seine Vorteile aus dessen gruppentheoretisch geprägter Herangehensweise zu ziehen. Das Ergebnis lässt sich bei [Severi 1957] nachlesen: „Lo spazio lineare a n dimensioni per loro é come se realmente esistesse; non ridotto cioé alle ombre di una banale finzione des linguaggio.“[52] Diese neue Sichtweise ermöglichte es Veronese nicht nur, klassische Formeln von Clebsch, Plücker und Cayley auf höhere Räume zu verallgemeinern, sondern wird auch zu einer Erkenntnis beigetragen haben werden, die hier später noch eine entscheidende Rolle spielen wird (s. S. 57).

Auf den gleichen Pfaden (denen der projektiven Geometrie à la Klein und Veronese) wandelte Corrado Segre (1863-1924) zu Beginn seiner Karriere, verbreiterte diese allerdings zusehends und legte kleine Seitenwege an[53]. Dabei setzte er Brill's und Noether's neuen Zugang zur Geometrie algebraischer Kurven an seiner lebenslangen Wirkungsstätte, der Turiner Universität, um und zog damit eine Reihe begnadeter Studenten an, unter ihnen Francesco Severi (1879-1961), der sich in Italien zwischen den beiden Weltkriegen zu *der* dominanten Persönlichkeit sowohl auf wissenschaftlichem wie auch politischem Gebiet[54] entwickelt haben wird und der später auch hier noch einen bedeutenden Part spielen wird (s. S. 167).

Segre seinerseits wurde stark von einem Mathematiker beeinflusst, der uns noch in der exemplarischen Aufzählung der führenden italienischen Köpfe fehlt: Giuseppe Battaglini (1826-1894). Seit 1860 hatte er den zweiten italienischen

[51] Diese später als Cremona-Transformationen bezeichneten Abbildungen werden uns später wieder begegnen, s. S. 57.

[52] „Es ist für sie, als ob der lineare n-dimensionale Raum wirklich existiert hätte: Das heißt, dieser ist nicht reduziert auf den Schatten einer banalen Fiktion der Sprache.“

[53] Einen Sachverhalt, der uns später noch beschäftigen wird (s. S. 57), bearbeitete Segre fast gleichzeitig mit, aber unabhängig von Veronese, nämlich Flächen vierten Grades im vierdimensionalen Raum und ihre Projektionen auf den gewöhnlichen (dreidimensionalen) Raum.

[54] Eine ausführliche Beschreibung seiner zentralen Rolle findet sich in [Brigaglia/Cilberto 1995] ab S. 33.

Lehrstuhl für höhere Geometrie an der Universität Neapel inne, auf den er und seine Schüler sich vor allen Dingen von Cayley, Sylvester und Gordan inspirieren ließen. Battaglini's umfassende Bedeutung resultiert vor allem aus der Gründung der Zeitschrift „Giornale Matematiche"; diese wurde „das gleichsam amtliche Organ für die nichteuklidische Geometrie" (s. [Ziegler 1985], S. 79). Speziell über die (euklidische) Liniengeometrie arbeitete er ab 1866 und wandelte dabei zunächst im Wesentlichen auf den Spuren Plückers, bevor er sich 1868 den Anwendungen auf die Mechanik zuwandte. Dort gelang es ihm, die Ergebnisse von Möbius auf die euklidische Liniengeometrie zu beziehen, seine originellste Leistung allerdings waren die ersten Schritte, die er in die Geometrie des Komplexraumes wagte.

Von Battaglini's Arbeiten inspiriert wurde ein Mathematiker, der uns hier schon mehrfach begegnet ist: Felix Klein. Als Schüler und Schützling von Plücker hatte er die Liniengeomtrie quasi von der Pike auf gelernt und führte nun in seiner Dissertation ([Klein 1868]) die Battaglini'schen Ideen fort, indem er dort den Übergang vom Linienraum in den Komplexraum begann und in den Arbeiten [Klein 1870a] und [Klein 1870b] vollendete. Als wahrer Erbe von Plücker (und Möbius) erwies er sich mit dem Aufsatz [Klein 1871a], in welchem er als erster deutlich zwischen dem geometrischen Gebilde eines linearen Komplexes und dessen mechanischen Deutungen als Kräfte- oder Rotationsdyname unterschied und gleichzeitig das wirkliche Wesen ihrer Analogie aufdeckte, nämlich eine durch das Prinzip der virtuellen Arbeit induzierte Polarität (oder Reziprozität) im Komplexraum.

Erstaunlicherweise erzielte der Engländer Robert Ball (1840-1913) mit einer völlig anderen Methode die gleichen Ergebnisse: Vom Studium kleiner Schwingungen ausgehend, entwickelte er seine Schraubentheorie, die Klein 1873 auf seiner Englandreise kennenlernte. Dabei begann er unmittelbar, ihre Anschaulichkeit und den elementaren Charakter ihrer grundlegenden Entwicklungen zu schätzen, kritisierte aber die fehlende Systematik. Im Vergleich der beiden Ansätze identifizierte er die Ball'sche Schraube sofort als einen „seiner" linearen Komplexe.

Wie wir an anderer Stelle gesehen haben, wandte sich Klein's Interesse bald anderen Bereichen zu (s. S. 17), doch vergaß er darüber seine Ursprünge in der projektiven Liniengeometrie nicht: Vom gerade verstorbenen Clebsch hatte er 1872 in Erlangen Ferdinand Lindemann als Doktorand übernommen und regte ihn an, die projektive Liniengeometrie mit seinem aktuellen Forschungsgebiet (der nichteuklidischen) in Verbindung zu bringen, denn seine und Cayley's Entdeckungen (speziell die projektive Maßbestimmung) hatten es ermöglicht, sowohl die euklidische wie auch die nichteuklidische in die projektive Geometrie einzubetten. Tatsächlich gelang es Lindemann in seiner Dissertation über euklidische Statik und infinitesimale Kinematik (s. [Lindemann 1873]), vom höheren Standpunkt der projektiven nichteuklidischen Geometrie aus die Grundbegriffe der geometrischen Mechanik neu zu durchleuchten. Auch untersuchte er zu ersten Mal systematisch die Beziehungen der nichteuklidischen Geometrie zur Liniengeometrie und trug damit sehr zu ihrer Verbreitung bei, gerade weil er zeigen konnte, wie sie sich an einem etablierten Gegenstand (der Mechanik starrer Körper) bewährte (s. [Ziegler 1985], S. 165ff.). Dabei präsentierte er sich als Schüler Klein's nicht nur wegen der Verwendung einer ähnlichen Notation, sondern auch in der sich gegenseitig ergänzenden wie auch inspirierenden Nutzung synthetischer und algebraisch-analytischer Methoden. Berühmt geworden ist Lindemann durch die Herausgabe und Fortsetzung von Clebsch's „Vorlesungen über Geometrie“ (s. [Clebsch/Lindemann 1876]), in deren Zusammenhang wir ihm bereits begegnet sind (s. S. 29).

Die weitere Entwicklung der Liniengeometrie fand vornehmlich in England statt und veränderte somit auch ihren Schwerpunkt: W. K. Clifford (1845-1879) hatte nicht nur die euklidische Geometrie, sondern auch die im Rahmen der elliptischen Geometrie entdeckten hyperkomplexen Zahlen auf diesem Gebiet angewandt. In die umgekehrte Richtung befruchtend wirkte die Liniengeometrie in den Schriften A. Buchheims (1859-1888). Darauf aufbauend entwickelte Eduard Study seine liniengeometrischen Forschungen, die uns ab S. 105 beschäftigen werden.

1.7 Axiomatik und Grundlagenkrise

Im Verlauf des 19. Jahrhunderts zeigte sich immer deutlicher, dass die bisherige Begründung der Geometrie im Sinne von Euklid oder später von Legendre nicht mehr ausreichte; so hatte beispielsweise schon Gauß eine korrekte Definition der Ebene angemahnt, meist allerdings in beiläufigen Bemerkungen. Wie bereits erwähnt, gelang es erstmals von Staudt, die projektive Geometrie unabhängig von einer Metrik aufzubauen; und auch die noch klaffende Lücke des noch nicht völlig geklärten Stetigkeitsaxioms füllten Lüroth, Zeuthen und Darboux (s. [Contro 1976], S. 283). Über die ebenfalls schon geschilderte Entdeckung Cayley's konnte man zur metrischen Geometrie und von dort aus mit dem Parallelenaxiom zur euklidischen gelangen.

So war das neue Terrain also schon erkundet, es galt nun noch, „zivilisiert“ zu werden. Dieser Aufgabe stellte sich Moritz Pasch (1843-1930) im Jahre 1882 in seinen „Vorlesungen über die neuere Geometrie“ (s. [Pasch 1882]): Er wollte die zum Aufbau der projektiven Geometrie notwendigen Grundbegriffe und -sätze herausarbeiten und aus ihnen alle anderen Zusammenhänge streng logisch schlussfolgern. Dabei nutzte Pasch gleichzeitig die Gelegenheit, seine Methode der Axiomatik zu erläutern: Grundbegriffe beispielsweise lassen sich nicht definieren, sondern nur verdeutlichen, ein Grund, weshalb er die Definition eines Punktes von Euklid[55] ablehnt. Stattdessen nennt er „denjenigen Körper, dessen Teilung sich nicht mit den Beobachtungsgrenzen verträgt, Punkte“ (s.

[55]Für Euklid ist ein Punkt das, was keine Teile hat.

[Pasch 1882], S. 3). Im Unterschied zu Euklid[56] findet sich hier also ein empirischer Ansatz, den er auch bei seinen Grundsätzen verwendet: Im Sinne der Geometrie als „eine der Naturwissenschaften“ (s. [Pasch 1882], S. 3) sollen sie „das von der Mathematik zu verarbeitende empirische Material vollständig umfassen, so daß man nach ihrer Aufstellung auf die Sinneswahrnehmung nicht mehr zurückzugehen braucht“ (s. [Pasch 1882], S. 17). Dieser Rückzug auf eine empirische Position widerspricht Pasch's axiomatischen Zielen und führt zu erzwungenen Seltsamkeiten beim Aufbau seines Werkes[57]. Wozu dieses Manöver? Nachdem die euklidische Geometrie ihre einzigartige Stellung verloren hatte, war die Grundlegung der Geometrie mit rein philosophischen Prinzipien à la Kant nicht mehr möglich. Den Ausweg über die Empirie (auch nahegelegt durch die neuesten Erkenntnisse der Sinnesphysiologie) wählte nicht nur Pasch, wie wir später sehen werden (s. S. 136).

Pasch's Einfluss wirkte auf zwei Gebieten: Zum Einen inspirierte er Peano in Italien, eine entsprechende Grundlage für die Arithmetik zu schaffen, sodass dort vor allem seine logisch-formale Seite stark rezipiert wurde. Zum Anderen kümmerten sich die Mathematiker in Deutschland vor allem um das Stetigkeitsproblem, das bei Pasch im Beweis des Fundamentalsatzes, bei der Einführung von Koordinaten und im Gegensatz physikalischer zu mathematischer Geometrie eine Rolle spielte. Wollte man nicht die Geometrie als Zweig der Mathematik preisgeben, andererseits aber auch nicht Pasch's empirischen Standpunkt verlassen, so zog man sich auf Riemann's Ansichten zurück, nach denen der Raum als eine dreidimensionale Zahlenmannigfaltigkeit anzusehen sei – was die Stetigkeit beinhaltet. Auch begann Klein deutlich, zwischen der empirischen und der abstrakten Geometrie zu unterscheiden: Aus ersterer geht letztere hervor, indem ihre nur genähert geltenden Aussagen als streng richtig gesehen und als Axiome der letzteren an die Spitze gesetzt werden. Diese mathematisch-deduktive Seite wurde von vielen weiterverfolgt, aber vereint mit der („italienischen“) logisch-formalen hat sie erst David Hilbert (1862-1943). Klein hatte Hilbert 1895 nach Göttingen geholt und ihn ermutigt, seine bisherigen Überlegungen zu diesem Problem weiter auszubauen (s. [Gray/Kaiser/Scholz 1990], S. 401). Hilbert brach mit Pasch, indem er dessen Begründungen einfach abschaffte: Bereits durch die abstrakte Korrektheit ihrer Argumentation erhält die Mathematik ihre Daseinsberechtigung. Man macht ein paar Annahmen (Axiome), prüft ihre Verträglichkeit und kann dann Schlüsse aus ihnen ziehen. Die Objekte wie z. B. ein Punkt oder eine Gerade, werden durch die Axiome nicht definiert, sondern lediglich ihre Beziehungen zueinander (beispielsweise dass sich zwei Geraden in

[56] Im Übrigen hat Euklid – im Gegensatz zu Pasch – nie auf seine Definition zurückgegriffen, was man auch als lediglich erläuternden Charakter interpretieren könnte.

[57] Um den Fundamentalsatz zu begründen, muss Pasch den Kongruenzbegriff einführen, was den eigentlichen Aufbau (projektiver vor metrischer Geometrie) auf den Kopf stellt. Vor allem aber arbeitet er lange mit seinem „physikalischen Punkt“, bis er schließlich – notgedrungen und recht halbherzig – doch einen „mathematischen“ einführt.

einem Punkt treffen)[58]. Das Ganze ergab eine neuartige kreative Freiheit: Ohne den Ballast bestimmter Objekte konnte man neue Geometrien schaffen, auch solche, die stark von der euklidischen abwichen (wie z. B. die endlichen).

Andererseits fordert eine solche formalistische Willkürlichkeit einen alternativen Entwurf geradezu heraus: Von 1907 an hatte L. E. J. Brouwer (1881-1966) eine intuitionistische Sichtweise der Mathematik eintwickelt, indem er (inspiriert von Gerrit Mannoury) sie als reine Konstruktion des menschlichen Geistes sah[59]. Somit lehnt der Intutionismus das Gesetz des „tertium non datur"[60] ab. Reaktionen auf Brouwer's Ideen blieben zunächst weitgehend aus, bis er im Sommer 1919 Hermann Weyl (1885-1955) auf seine Seite ziehen konnte. Dieser schrieb 1921 „Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik" (s. [Weyl 1921]), in der er die beiden wesentlichen Kritikpunkte ausformulierte und die Alternativen vorstellte: Konstruktionen an Stelle reiner Existenzfeststellungen sowie Folgen von Auswahlen zur Vermeidung der unbegrenzten Nutzung des Prinzips vom ausgeschlossenen Dritten. In einem polemisch-revolutionären Stil verfasst und mit leicht kommunistischen Untertönen versehen, traf Weyl den Nerv der Zeit, in der ja die russische Oktoberrevolution gezeigt hatte, dass die bestehende Ordnung durchaus über den Haufen geworfen werden konnte.

Natürlich reagierte Hilbert sofort auf die Weyl'sche Schrift: Der „Generaldirektor", wie Mehrtens ihn nennt (s. [Mehrtens 1990], S. 108), sah sich als Vertreter der herrschenden Ordnung persönlich angegriffen und zahlte es Weyl mit gleicher stilistischer Münze heim, indem er u. a. die intuitionistische Revolution als „Putsch" diffamierte, um ihre geringe Anhängerzahl zu verdeutlichen. In der Tat sahen die meisten Mathematiker nur die Verbote zweier ihnen lieb gewordener Arbeitsmittel und scheuten vor der Verwendung der vorgeschlagenen Alternativen zurück (wohl auch, weil viele die intuitionistische Mengenlehre nicht verstanden). Wie Hesseling verdeutlicht (s. [Hesseling 2003], z. B. S. 319 ff.) entstand der Formalismus, den Brouwer schon 1912 zu bekämpfen suchte, eigentlich erst durch die Reaktion auf den Intuitionismus, indem seine Vertreter, allen voran Hilbert, erst genauer zwischen dem keinesfalls zu raubendem oder dem verzichtbaren Gut unterscheiden lernen mussten[61].

Über diese Beschäftigung miteinander gelang dann ab den Dreißiger Jahren

[58] Die Notwendigkeit, die Korrektheit der Axiome zu untersuchen, fällt genau deshalb weg, weil sie eben nichts definieren.

[59] Für die Einzelheiten sei auf [Hesseling 2003] verwiesen.

[60] In der klassischen Logik lässt sich die Existenz mathematischer Objekte beweisen, indem man die Nichtexistenz widerlegt. Da man dabei nichts darüber herausfinden kann, wie man das Objekt zu konstruieren hat, ist für den Intiutionismus ein solcher Beweis nicht zulässig. Im Endlichen lässt sich dieses Problemfeld (durch sorgfältige Fallunterscheidungen) vermeiden, aber bei unendlichen Mengen müssen die meisten Gesetze der Mengenlehre neu aufgestellt werden.

[61] Hesseling nimmt diesen Sachverhalt als Beispiel dafür, dass die von Mehrtens in der Zuordnung Formalismus-Moderne/Intuitionismus-Gegenmoderne suggerierte Reihenfolge auf den Kopft gestellt wird, denn hier förderte die Gegenmoderne die Moderne.

auch eine Annäherung der beiden Standpunkte: Es wurde klar, dass das absolute Vertrauen auf die Gesetze der klassischen Logik durchaus sinnlose Aussagen liefern konnte und dass Widerspruchsfreiheit nicht Existenz zur Folge haben muss (vor allem aber nicht Konstruktivität).

Doch zuvor war der Streit den beiden Parteien (eigentlich eher zwischen den Intuitionisten und den „klassischen“ Mathematikern) keinesfalls auf Brouwer, Weyl und Hilbert beschränkt und zudem so heftig, dass er als *die* Grundlagenkrise der Mathematik in die Geschichte eingegangen ist. Mehr als 250 Veröffentlichungen beschäftigten sich allein bis 1933 mit diesem Thema, allerdings finden sich die meisten in der Zeit von 1921 (nach Weyl's aufrüttelndem Artikel) bis 1928, als die erste Kritik an populistischen Auswüchsen entstand. Zusammen mit der Entlassung Brouwer's aus der Redaktion der Mathematischen Annalen kann man zu diesem Zeitpunkt einen gewissen Schlusspunt des Grundlagenstreites setzen. Folgen wir hier der Argumentation Hesseling's (s. [Hesseling 2003], z. B. S. 314), so werden wir später (s. S. 153) sehen, inwieweit sich der Study'sche Beitrag von 1929 in diesem Rahmen einordnen lässt. An dieser Stelle sei schon vermerkt, dass am Ende einer solch zerfleischenden Debatte ein gereifter Gourmand wie der späte Study nicht nur jeden Braten gerochen, sondern diese auch jeweils einzeln genußvoll tranchiert haben wird.

2 Eduard Study's Jugendzeit: Werden

2.1 Kindheit, Schulzeit und Studium

> „Donnerstag, den 23$^{\text{ten}}$ Maerz 1862 früh $8\frac{1}{2}$ Uhr ward uns ein Knäblein geboren. Es wurde getauft Mittwoch, den 16$^{\text{ten}}$ April und erhielt die Namen *Christian Hugo Eduard*[62]."

Christian Hugo Eduard Study kam also am 23.3.1862 in Coburg zur Welt. Sein Vater, Carl Traugott Wilhelm Study, war am dortigen Gymnasium seit drei Jahren als Professor für Latein, Griechisch, Deutsch und Geschichte tätig. Aus der Familie seiner Mutter, Caroline Therese Henriette von Langsdorff, stammte vermutlich die mathematische Begabung: Sein Urgroßvater Karl Christian von Langsdorff lehrte als Professor für Mathematik vor allem an der Universität Heidelberg (von 1806 bis 1834)[63]; sein Großvater Wilhelm Gustav von Langsdorff unterrichtete angewandte Mathematik, Berg- und Salzwerkskunde in Petersburg und Mannheim. Schon mit vier Jahren[64] verlor Study seine Mutter (s. [Study-Archiv], Acc. 75.12292):

> „Montag, den 13$^{\text{ten}}$ August 1866 5 Minuten vor 8 Uhr früh that mein innig geliebtes, gutes, braves Weib seinen letzten Atemzug. Sie starb nach langem, furchtbarem Leiden an der Lungentuberculose. [...] So bin ich dann allein zurückgeblieben mit der Aufgabe, ein Kind, das sie mir gegeben, zu erziehen. Wann werde ich mein Ziel finden?"

Dabei bekam Carl Study recht bald familiäre Unterstützung, wenn auch nur kurz: Seine Schwägerin Elise, die er zwei Jahre später heiratete, starb ebenfalls an Lungentuberkulose, als Study elf Jahre alt war. Allein mit seinem Vater, genoss er dessen strenge Erziehung.

---

[62] Studys Vater zu Beginn der Familienbibel (s. [Study-Archiv], Acc. 75.12292).

[63] Siehe hierfür wie auch für weitere Details der Familiengeschichte [Langsdorff 1893] und [Weiss 1936].

[64] Bei Engel findet man fälschlicherweise eine Alter von zwei Jahren, s. [Engel 1930], S. 133.

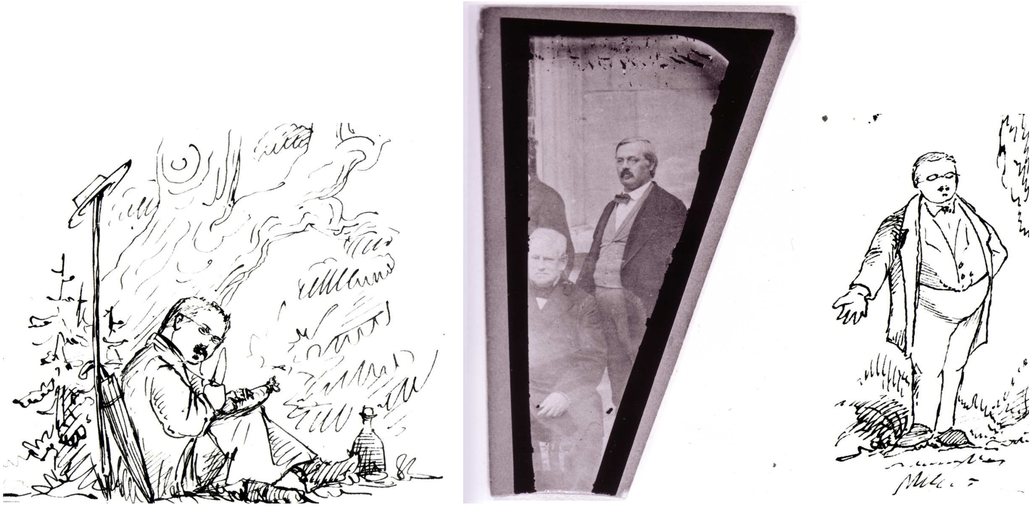

Abb. 1: Carl Study auf einem Ausschnitt eine Familienfotos (Mitte) und in Zeichnungen des jungen Study (aus einer Postkartenserie[65])

Das Einzige, was sich in direkter Linie vom Vater auf den Sohn übertragen zu haben scheint, war die Vorliebe für die Natur: Selbst Mitglied im Alpenverein und immer mit der Botanisiertrommel unterwegs, schickte er auch seinen Sohn bereits mit zwölf Jahren für drei Wochen in die oberbayrischen Wälder – allein[66].

Dieser eigenbrötlerisch-unabhängige Zug setzte sich auch in den religiösen Ansichten fort (s. [Kowalewski 1950], S. 141):

> „Irreligiös war Study nicht etwa, weil die Wissenschaft ihm den Glauben entfremdet hatte. Er war irreligiös infolge einer eigenartigen Erziehung, die ihm sein Vater [...] gegeben hatte. Als ausgesprochener Freidenker hielt dieser den Sohn vom Religionsunterricht ganz fern und entzog ihn auch jeglichem kirchlichen Einfluß.“

Nachdem er das Gymnasium in Coburg absolviert hatte, zog es Study im Wintersemester 1880/81 zum Studium zunächst nach Jena zum dortigen Biologen Ernst Häckel, dessen begeisterter Schüler er wurde.

---

[65]Zusammen mit den Versen unter diesen Karikaturen - der Vater wird fast von einem Drachen gefressen und rettet sich dadurch, dass das Tier von ihm als literarischer Lindwurm aus einem Klassiker identifiziert wird, wodurch es erkennt, dass es eigentlich längst tot ist – zeigt sich hier schon früh die satirische Neigung Study’s gegenüber Autoritäten.

[66]In seinem Reisetagebuch (s. [Study-Archiv], Acc. 76.1238) zeigen drei kolorierte Zeichnungen sowohl das graphische Talent des kleinen Study wie auch seine zeitlebens währende Vorliebe für Schmetterlinge.

Abb. 2: Study als Erstsemester (1881)

Seine Leidenschaft für die Zusammenhänge von Flora und Fauna entflammte ausgiebig erst in seinen letzten Lebensjahren, doch auch seine allererste Veröffentlichung hatte die Schnecken in seiner Heimat zum Thema (s. [Weiss 1930a], S. 53). Ebenfalls schon beim Besuch des Coburger Gymnasiums geweckt wurde sein Interesse für die Geometrie. So behandelte seine erste mathematische Publikation ([Study 1882]), die teilweise schon während der Schulzeit entstanden sein soll (s. [Engel 1930], S. 138 bzw. [Weiss 1933], S. 109), die metrische Relation zwischen Simplexen und Hypersphären im $\mathbb{R}_n$, die er mittels baryzentrischer Koordinaten durch Determinantenrechnung gefunden hatte. Auf der Suche nach weiteren Ausdrucksmitteln für seine geometrischen Erkenntnisse ging Study nach Straßburg zu Theodor Reye und entdeckte für sich die synthetische Methode. In späteren Jahren brüstete er sich gerne damit, damals alle Aufgaben der ersten Bandes der „Geometrie der Lage“ von Reye gelöst zu haben – deren

Anzahl damals höher gewesen sei als in der heutigen Auflage (s. [Weiss 1930a], S. 53). Direkt umgesetzt hat er das neu erworbene Wissen in [Study 1883] und [Study 1884]. Seine Wichtigkeit unterstreicht er auch 1884 in der neunten seiner 13 Promotionsthesen: „Die synthetische Geometrie *im Sinne v. Staudt's* sollte einen obligatorischen Studiengegenstand für künftige Lehrer der Mathematik bilden.“ (s. [Promotionsakten])

War er schon während seiner Zeit am Coburger Gymnasium mit seinen Lehrern unzufrieden (s. [Engel 1930] S. 137), so blieb auch das Verhältnis zu den Dozenten seines weiteren Studiums in Leipzig, wieder Straßburg und schließlich München meist unpersönlich.

Abb. 3: Study als Burschenschaftler[67] (zwischen 1881 und 1885)

Fanden sich in seinem Nachlass[68] aus dieser Zeit Mitschriften der Vorlesun-

[67]Über seiner linken Schläfe kann man einen „Schmiss“ erkennen.

[68]Die Werke Studys sind in [Weiss 1933] aufgezählt, die meisten dort erwähnten unveröffent-

gen von Klein[69] und Christoffel[70], so ist das nicht unbedingt ein Beleg dafür, dass er diese auch gehört hat: „*Study* mied die Vorlesungen der verschiedenen Hochschulen, die er besuchte, und bearbeitete dafür die der eben verlassenen [...] nach den Heften früherer Komilitonen.“ (A. Brill[71] in einem Brief an Engel vom 13.08.1930, s. [Engel 1930], S. 139). Eine tatsächliche Übersicht lässt sich mit Hilfe des Lebenslaufs gewinnen, den Study 1884 für sein Promotionsgesuch angefertigt hat[72]:

Semester:	Universität:	Vorlesungen:	Übungen und Seminare:
WS 1880/81, SS 1881	Jena	Encken Gardechens Häckel Schäffer Strassburger	Strassburger
WS 1881/82, SS 1882	Straßburg	Christoffel Kundt Netto Reye	Kundt Netto Reye
WS 1882/83, SS 1883, WS 1883/84	Leipzig	Klein von der Mühl Wendt Dyck Schur	Klein Schur
SS 1884	München (LMU und TH)	Planck	Brill

lichten Dokumente haben jedoch nach Auskunft der Universität Bonn ihre Einlagerung in einem Kali-Bergwerk während des 2. Weltkrieges nicht überstanden.

[69] Leipzig, WS 1880/81: Funktionentheorie in geometrischer Behandlungsweise; Ende WS 1881/82 und SS 1882: Liniengeometrie und projektive Geometrie; WS 1882/83: Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie, siehe [Weiss 1933], S. 110.

[70] Straßburg, WS 1881/82: Komplexe Integration und unendliche Reihen; WS 1882/83: Theorie der Binärformen, siehe [Weiss 1933], S. 110.

[71] Brill war bis zum Herbst 1884 Professor an der Technischen Hochschule in München und stellte ein wenig eine Ausnahme von der zuvor genannten Regel dar: An o. g. Stelle schrieb er, „die hierdurch [die Bearbeitung einer von ihm gestellten Preisaufgabe, siehe S. 48] hergestellte freundliche Beziehung habe ein ganzes Leben überdauert und ihm noch vor einigen Jahren dessen freundlichen Besuch eingetragen.“ Dennoch stellte er danach auch fest: „[...] ich kann ihn, da er die Preisfrage völlig selbständig bearbeitete, in keiner Weise als meinen Schüler beanspruchen.“

[72] Ganz korrekt scheint diese Aufzählung nicht zu sein: Über die Korrespondenz mit Klein lässt sich nachweisen, dass sich Study zumindest am 1.9.1883 (Brief an Klein vom 1.9.1883, siehe [Klein-Archiv/Study], Nr. 1211/1) wieder in Straßburg war und von dort aus nach einem Besuch in Coburg (Brief an Klein vom 13.10.1883, siehe [Klein-Archiv/Study], Nr. 1212) sich spätestens ab dem 4.11.1883 wieder in München aufhielt und somit im Wintersemester 1883/84 nicht in Leipzig anwesend war. Möglicherweise bezieht er die obigen Angaben auf das zuvor bereits erwähnte Nacharbeiten der Vorlesungen.

Vermutlich seit seiner (sozial wie geistig) einsamen Kindheit gewohnt, war Study zeitlebens Autodidakt, ein einzelgängerischer Zug, dessen Nachteilen er sich durchaus bewusst war: „Ich beneide jeden, der in seiner Jugend etwas Ordentliches gelernt hat. Mich ärgert mein autodidaktenhaftes lückenhaftes Wissen.“ (Brief an Engel vom 16.01.1892, [Engel-Archiv]). Mit einem ähnlichen Fehler behaftet sah er allerdings auch Kollegen wie Lie oder Grassmann (siehe [Engel 1930], S. 137). Beide werden später noch eine Rolle in seinem Leben spielen (siehe S. 95 ff.).

2.2 Dissertation

Unmittelbaren Einfluss hatte Grassmann allerdings schon früher: Dessen Kalkül, welches er sich ebenfalls in Eigenregie angeeignet hatte, war sein zweites Standbein geometrischer Methodik, das er zum Leitbild seiner Dissertation ([Study 1885]) machte: Darin stellt er sich die Aufgabe zu untersuchen, „inwieweit Graßmanns Definitionen [der metrischen Grundbegriffe] willkürlich sind oder aus Forderungen allgemeinerer Art abgeleitet werden können.“ ([Study 1885], S. 101).

Die Unüblichkeit wie Komplexität des Gegenstandes bewirkte, dass der Koreferent von Seidel nur durchaus befremdet der Zulassung zur Promotion zustimmte; gleichzeitig zeichnete er ein Bild Studys als einem ungeschickt-weltfremden Genie[73].

[73]Transkription auf Grund der äußerst schlechten Lesbarkeit des Originals aus [Promotionsakten]: „Herr Study hat in der eingereichten Abhandlung sein Nachdenken einem Untersuchungs-Gebiete zugewendet, welches in seiner bisherigen Darstellung vielleicht noch mehr durch die Ausdrucksweise als durch die Art der Betrachtung fremdartig und schwer genießbar erscheint. Er wird sicher, wenn die Abhandlung gedruckt ist, nur etwas spärliche Leser finden, und da die Graßmannsche ‚Ausdehnungs-Lehre‘ bisher solche Erfolge nicht aufzuweisen hat, welche zur Errichtung eigener Lehrstoffe für diese Spezialität Anlaß gegeben hätten, so mußte er auch erwarten, nicht so leicht mit derselben zur Promotion an einer Universität gelangen zu können, da ja nicht alle und jede einmal aufgewendete Geistesarbeit überall ihre Kenner finden kann. College Bauer hat sich jedoch ad hoc die Mühe genommen, sich an die Graßmannsche Gedankensprache soweit heran zu arbeiten, als zur Würdigung der Betrachtungen des Verfassers nöthig war: Es bleibt kein Zweifel, daß es Herrn Study weder an Ideen noch an Scharfsinn fehlt, und wenn wohl die meisten Mathematiker Beides von ihm künftig lieber anderen Betrachtungen werden zugewandt sehen, so zeugt doch selbst die Wahl des etwas abstrakten Gegenstandes von der ernsten Vertiefung seiner Bestrebungen. Daher trete ich dem Antrage auf Zulassung des Bewerbers durchaus bei.

Ludwig Philipp von Seidel

Stimme für Zulassung	
Karl Emil Schafhäutl	ebenso Carl Nägeli
Karl Alfred von Zittel	Philipp Jolly
Ludwig von Radlkofer	Paul Groth
Hugo Ritter von Seeliger	August Vogel“

Abb. 4: Study als Doktorand (1884)

Der eigentliche Gutachter Bauer äußerte sich jedoch sehr lobend in seinem Votum informativum: „Die Arbeit von E. Study kann als wertvoller Beitrag zur *Graßmann*schen Ausdehnungslehre bezeichnet werden und gibt Zeugnis von vielseitigen Kenntnissen des Verfassers, wie mir denn überhaupt Herr Study schon früher durch Arbeiten, die er mir von Leipzig und Straßburg zugeschickt, als ein sehr begabter junger Mann bekannt geworden ist“ (siehe Promotionsgutachten von G. Bauer vom 10.04.1884 in [Promotionsakten]). Am 21. Juli 1884 (von „2-4 Uhr nachmittags“) absolvierte Study schließlich sein Examen rigorosum, das aus drei schriftlich zu beantwortenden Fragen (zwei mathematischen[74] sowie einer physikalischen[75]) bestand. Schon der junge Study zeigte hier an der letztgenannten Standardaufgabe eine für ihn typische Arbeitsweise, indem er das Problem zu Beginn seiner Antwort generalisierte[76]. Bei der Korrektur des Folgenden mokierte sich Koreferent von Seidel über die „richtig umständliche Ausführung“ und bemängelte eine „sachlich entstellende Schreibweise“. Bei der zweiten mathematischen Aufgabe nahm Study oft Bezug auf Reye: Er verwandte die symbolische Schreibweise, was von Seidel erneut dazu veranlasst, die Summenschreibweise zu reklamieren. Dies konnte jedoch nicht verhindern, dass er bei der mündlichen Prüfung am nächsten Nachmittag zusammen mit den Herrn von Jolly, Radlkofer, Bauer und dem Dekan Baeyer Herrn Study „im Hauptfach Mathematik die Note I, in der Physik die Note I, in der Botanik die Note I, die

[74]„1. Das Gaußsche Krümmungsmaß von Flächen. 2. Ueber Collineationen und speziell Affinität (kurze Skizze)“, s. [Promotionsakten].

[75]„Zwischen x und y ist eine functionale Zuordnung in der Weise gegeben, daß man, sobald $x = r\cos\phi$ und $y = r\sin\phi$ ist, den Ausdruck von r auf ϕ [als] konst.[ant] [annimmt]. Man erlange die Größen $\frac{d^2x}{dx^2}$ dargestellt durch r, ϕ und dessen Differential-Quotienten.“(s. [Promotionsakten]).

[76]„Die Aufgabe subsumirt sich unter die allgemeinere: x und y sind Funktionen eines Parameters ϕ: die Größe $\frac{d^2x}{dx^2}$ zu berechnen.“(s. [Promotionsakten])

Gesammtnote I“ bescheinigte. (s. [Promotionsakten]).

Engel bemerkte, dass Study „Graßmann entschieden überschätzte“ ([Engel 1930], S. 139). So schreibt er in den Thesen, die er anlässlich seiner Promotion verteidigte (s. [Promotionsakten]):
„4. Für die Mechanik ist *Graßmann*s Ausdehnungslehre die geeignetste Methode.“ Im Rahmen seiner Promotionsarbeit kam er wohl zu der folgenden Erkenntnis: „5. In der allgemeinen Theorie der Kurven und Oberflächen ist es wünschenswert, die Behandlung der projektiven und metrischen Eigenschaften zu trennen und erstere mit den Methoden der Invariantentheorie, letztere mit denen der Ausdehnungslehre zu behandeln[77] .“

2.3 Preisarbeit

Hier taucht der dritte im Bunde Study's geometrischer Werkzeuge auf: Den symbolischen Kalkül hatte er ebenfalls im Frühjahr 1884 bei der Bearbeitung einer Preisaufgabe der Technischen Hochschule München (zwei Jahre später in Auszügen veröffentlicht als [Study 1886b]) verwendet. (Seiner Wertschätzung gibt er schon in seinem Motto Ausdruck: „Algebra is no mere art, nor a language, nor primarily a science of quantity, but rather a science of order in progression[78].“) Als Aufgabenstellung wollte Brill, anknüpfend an Untersuchungen von Cremona, Weyr und Bertini „eine auch die gestaltlichen Verhältnisse berücksichtigende Diskussion der genannten [unikursalen] Raumkurve 4. Ordnung“, und zwar „aufgrund derjenigen Gleichung, von welcher die Parameter der Berührungspunkte ihrer stationären Schmiegungsebenen abhängen“ (siehe [TU-Jahresbericht], S. 15). Zum 31.05.1884 wurde außer Study's noch eine zweite Arbeit eingereicht, die zwar ebenfalls den vollen Preis erhielt, im Vergleich aber wegen ihrer mangelnden Eleganz kritisiert wurde. Über die Study'sche Arbeit liest man (siehe [TU-Jahresbericht], S. 15):

> „Die ersterwähnte Arbeit zeugt von hohem Streben und einem weiten Gesichtskreise. Einleitend versucht der Verfasser die Theorie der Invarianten auf geometrischer Grundlage zu entwickeln und gelangt hierbei zu einer – wenn auch umständlichen – geometrischen Deutung der Processe des symbolischen Rechnens. Kann man im Hinblick auf die Lücken des Beweisganges der Einleitung der Meinung des Verfassers über die Wichtigkeit solche Untersuchungen

[77]Doch kurze Zeit später gab sich Study schon distanzierter (siehe [Study 1886c], S. 69): „H. Graßmanns großartige Schöpfung ist zwar auch frei von Coordinaten, ist dafür aber von dem Begriff des Maßes wesentlich abhängig, und daher für die Zwecke der projektiven Geometrie, wie wohl allen anderen Methoden, außer der symbolischen, überlegen, dennoch nicht die geeignetste Methode. Das eigentliche Gebiet für die Anwendungen der Ausdehnungslehre ist die Mechanik, in der sie ja auch ihren Ursprung genommen hat.“

[78]„Algebra ist weder eine bloße Kunst, noch Sprache, noch hauptsächlich eine Wissenschaft von Zahlengrößen, sondern eher eine Wissenschaft der fortschreitenden Ordnung.“

nicht ganz beipflichten, so muss man doch den unabhängigen Sinn und das Geschick rühmend anerkennen, mit welchen der Verfasser dem selbstgesteckten Ziele nachstrebt. Was die Beantwortung der Preisfrage angeht, so übertrifft die Arbeit in mehrfacher Hinsicht die gehegten Erwartungen, indem sie eine Reihe neuer und interessanter Beziehungen an der betrachteten Kurve aufdeckt. "

Hier klingt schon ein zentrales Leitbild an, nach dem Study zeitlebens streben wird: Bekannte Probleme ebenso grundlegend wie gründlich neu durchzuarbeiten, um mit der so geschaffenen (idealisierten) Ordnung einen reinen Zustand der Mathematik herzustellen. Dieses Bemühen um das exakt Adäquate findet man auch in seinen Promotionsthesen:„2. Eine Bezeichnung (Algorithmus, Kalkül) ist nur dann ganz zweckmäßig, wenn sie alle in Betracht kommenden Verhältnisse und *nur* diese zum Ausdruck bringt. 6. Man sollte weniger danach streben, die Grenzen der mathematischen Wissenschaften zu erweitern, als vielmehr danach, den bereits vorhandenen Stoff aus umfassenderen Gesichtspunkten zu betrachten." (s. [Promotionsakten]) Im nächsten Kapitel findet sich mit Study's Habilitationsthema gleich ein Beispiel dafür.

3 Habilitation bei Klein: Gratwandern

3.1 Kontakte zu Klein

Study geht zur Habilitation bei Klein nach Leipzig zurück und erfüllt sich damit einen Herzenswunsch: Am Ende seines anlässlich der Promotion angefertigten Lebenslaufes hatte er der Aufzählung der Personen, bei denen er Vorlesungen, Übungen und Seminare besucht hat, folgenden letzten Satz hinzugefügt (s. [Promotionsakten]): „Herrn Prof. *Klein* bin ich fuer vielfache persönliche Anregung und Foerderung zu ganz besonderem Dank verpflichtet.“ Study war übrigens nicht der Einzige, der von dem mathematischen Aufschwung profitierte, den Klein von 1880 bis 1886 nach Leipzig brachte: In dieser Zeit steigerte Klein die Zahl dortigen Doktoranden erheblich (insgesamt 36, davon mehr als die Hälfte bei Klein – verglichen mit neun in den letzten zehn Jahren davor, während zur gleichen Zeit 29 in Berlin und über 60 in Göttingen promovierten) und auch an Habilitationen fanden sich dort mit fünf mehr als an jeder anderen deutschen Universität. (Walter von Dyck, Friedrich Schur, Karl Rohn, Friedrich Engel und eben auch Eduard Study waren dort danach auch Privatdozenten.) Zum guten Klima trugen wohl auch die Einrichtung einer Hilfsassistentenstelle („Famulus“), einer mathematischen Modellsammlung und eines mathematischen Seminars bei (s. [Parshall/Rowe 1994], S. 175-177 sowie [Rowe 1989b], S. 194 ff.).

Schauen wir uns die Entwicklung dieser besonderen Beziehung Study's zu Klein genauer an: Die erste (belegte) Begegnung findet sich noch kurz vor seinem Studium in Leipzig, und zwar im Rahmen eines Vortrages in Kleins Seminar des Sommersemesters 1882: Study hielt gleich den ersten Vortrag mit dem Thema „Graphische Veranschaulichung Fourier'scher Reihen“ (s. [Seminarbuch 1880-1886], Vortrag vom 01.05.1882). Er schilderte zunächst allgemein das Verfahren, um es dann auf zwei Beispiele anzuwenden, welche er mit drei recht aufwändigen Zeichnungen illustriert. Die Ausarbeitung hinterlässt also (auch im Vergleich mit den anderen Vorträgen) keinesfalls einen außergewöhnlich schlechten Eindruck. In einem anderen Zusammenhang (Bewerbung um eine Assistentenstelle eineinhalb Jahre später, s. S.52) schätzt Study seinen damaligen Auftritt so ein (s. Brief von Study an Klein vom 21.12.1883; 1215/2 in [Klein-Archiv/Study]):

> „Ich habe grosse Freude am Vortragen und Unterrichten überhaupt. Davon habe ich Ihnen freilich keinen Beweis gegeben. Der eine Vortrag, den ich in Ihrem Colloquium zu halten Gelegenheit hatte, war in jeder Richtung misslungen, er war aber doch der erste und ueber eine mir neue Sache.“

Ganz so arg scheint es jedoch nicht gewesen zu sein, sonst hätte Klein Study nicht mit einer für ihn sehr bedeutsamen Aufgabe betraut: Im Rahmen der seit 1881 schwelenden Auseinandersetzung mit Poincaré um die automorphen Funktionen hielt Klein über die diskutierten Fragen vom 6. Juli bis 4. August 1882 insgesamt 15 Vorträge (s. [Klein 1923], S. 585 und [Parshall/Rowe 1994], S. 185), welche er sogleich von Study ausarbeiten ließ, um diese „Neue[n] Beiträge zur Riemannschen Funktionentheorie“ als Vorabdruck noch im November verteilen zu können (später veröffentlicht in [Klein 1882]), gerade noch vor Poincarés fünf Artikeln (s. [Poincaré 1882]).

Der nächste Berührungspunkt findet sich in Ausarbeitungen der Straßburger Vorlesungen von Christoffel, die Study Klein von seinem zweiten Aufenthalt in Straßburg für das Leipziger Seminarzimmer mitzubringen versprochen hatte. In seinem Brief vom 01.09.1883 (s. [Klein-Archiv/Study], 1211) berichtet Study von einem Gespräch mit Reye, nach welchem Christoffel es als einen „Vertrauensbruch“ ansähe, wenn andere Studierende als seine Schüler die Vorlesungsmitschriften kopierten. In einem Falle wäre einer seiner Schüler in einen solchen Verdacht geraten und dadurch unwiderruflich in Ungnade gefallen. „Er wird bald erfahren, dass seine Vorlesungen in Leipzig ausliegen, und derjenige, auf den dann der Verdacht faellt, wird es zu buessen haben; und ich möchte doch nicht gerne seinen Zorn auf mich laden, da er mir spaeter immerhin schaden kann, zumal er in allen Universitätsangelegenheiten hier sehr einflussreich ist“ (s. [Klein-Archiv/Study], 1211). Des weiteren schildert Study (weit weniger verschüchtert) seine Enttäuschung über die Qualität der Vorlesungen, die es „gar nicht lohnen [würde], sie alle anzuschaffen“, zumal von ihnen, da es gerade mal ein Viertel der Zuhörerschaft bei ihm bis zum (mangels Zuspruch meist vorzeitigem) Ende aushielte, kaum brauchbare Ausarbeitungen existierten. Ganz anders würde es allerdings aussehen, bäte Klein um Kopien zur persönlichen Verwendung.

Somit sendet Klein ein Empfehlungsschreiben an Christoffel (s. [Klein-Archiv/Study], 1212), wodurch dieser nun kein Problem mehr damit hat, seine Vorlesungen auszuleihen. Dennoch wiederholt Study seine Kritik („die Rechenkünste stehen darin zu sehr im Vordergrund“, s. [Klein-Archiv/Study], 1212), gibt aber später zu, dass „einzelne Stellen aber sehr schön sind“. Ebenso, wie er für den eingeforderten Bericht über das Reye'sche Seminar auf seinen Freund Krieg verweist, so führt er die Vorzüge der Mitschriften anderer im Vergleich zum eigenen Besuch der Christoffelschen Vorlesungen an (s. [Klein-Archiv/Study], 1212):

> „[Diese] bekomme ich alle in guten Ausarbeitungen, die mir lieber sind als die Vorlesungen selbst. Denn hier bin ich frei und unabhängig, kann studieren wann ich will, kann bereits Bekanntes übergehen oder sonst meine eigene Auswahl treffen, und komme so viel rascher vorwärts, als wenn ich ein Semester hindurch auf den Baenken stillsitzen muesste. Und – verzeihen Sie, wenn ich es wage, mit meiner geringen Erfahrung eine der Ihrigen entgegengesetzte Ansicht auszusprechen – ich habe mich von dem Nutzen der gewissenhaften Ausarbeitung der Vorlesungen, bis jetzt wenigstens, nicht ueberzeugen können.“

Hier liefert Study selbst eine Beschreibung par excellence seines Autodidaktentums (wie bereits erwähnt, s. S. 46).

Der nächste Gesprächsgegenstand wurde von Study selbst initiiert: Im Brief an Klein vom 12.12.1883 (inzwischen aus München) bat er ebenso inständig wie demütig, nachdem er von dem geplanten Weggang von Dycks aus Leipzig erfahren hatte, dessen Nachfolge antreten zu dürfen (s. [Klein-Archiv/Study], 1214):

> „Ich fuehle wohl die Unbescheidenheit, die in einer solchen Bitte von Seiten eines so jungen Mannes liegt, glaubte aber doch bei einer Sache, die fuer das Glueck meines Lebens entscheidend werden kann – und dies haengt, ich darf es wohl sagen, fuer mich an der Moeglichkeit einer academischen Laufbahn – einen Versuch machen zu duerfen.“

Study räumte zwar ein, dass es ihm an „gefälliger Liebenswürdigkeit“ fehlt, beteuerte aber seine Bemühungen, sich zu bessern, und bat Klein am Ende nachdrücklich, von dem Ganzen nichts verlauten zu lassen, um sich nicht dem „Gespoette preisgeben“ zu müssen. Nach Kleins prompter Antwort gab Study zwei Tage später (s. [Klein-Archiv/Study], 1215) zu, dass er ein „Traeumer“ ist. Klein schien zuvor seine Bedenken ob seiner Eignung für die Lehrtätigkeit deutlich geäußert zu haben (s. [Klein-Archiv/Study], 1215): „Sie fragen mich, ob ich im Stande sein werde, die theoretische Speculation dem effectiven Unterricht unterzuordnen.“ Daraufhin reagierte Study nicht nur mit bejahenden Beteuerungen, sondern gelobt schließlich, zu Beginn des kommenden Wintersemesters (1884/85, also in einem Jahr) zusammen mit der Promotion auch das Staatsexamen abzulegen. Es findet sich jedoch weder in München noch in Leipzig irgendein Beleg, dass er dies wirklich abgeschlossen hat. Immerhin entfällt das – nach Studys Ansicht – einzige Hindernis zum Antritt der Assistentenstelle, nämlich sein noch nicht absolvierter Militärdienst, da er im Februar 1884 „wegen einer ungewöhnlich großen Krampfader“ ausgemustert wird (s. [Klein-Archiv/Study], 1216/18.02.1884).

Ein weiterer Streitpunkt ergab sich, als Study seine Doktorarbeit via Klein bei den Mathematischen Annalen zur Veröffentlichung einreichte – recht selbstbewusst, denn er lehnte beispielsweise in seinem Brief an Klein noch aus München vom 17.05.1884 in Bezug auf die 20-24 benötigten Druckseiten von vorneherein jegliche Kürzung ab (s. [Klein-Archiv/Study], 1217). Kleins Antwort sieben Tage später in Form einer *An*nahmebestätigung wurde von Study missverständlicherweise als *Auf*nahmebestätigung aufgefasst, woraufhin er sein Glück überall stolz herumposaunte (s. [Klein-Archiv/Study], 1218/28.05.1884): „ich in meiner Freude habe es überall erzählt und einen Gebrauch davon gemacht, der mir nun, wenn die Arbeit nachträglich wieder zurückgewiesen wird, bei meiner Promotion Schaden bringen kann.“ In den beiden letzten Dritteln dieses zwölfseitigen Briefes schraubte sich der dramatisch-bettelnde Ton in immer neue Höhen:

Zunächst versuchte er, die mathematische Bedeutung seiner Dissertation darzulegen und schwang sich nun doch dazu auf, Kürzungen vorzuschlagen, um wenigstens die Veröffentlichung eines Auszuges zu erreichen. Andererseits bat er angesichts schweren Krankheit seines Vaters dringend um Aufklärung wegen der Besetzung der Assistentenstelle. Für den Fall der Ablehnung malte er ein Hauslehrerdasein als vorzeitiges Ende seiner akademischen Laufbahn aus, wobei er Klein vorwarf, ihn dann bei der Auswahl seiner Studienthemen falsch beraten zu haben.

Mit alledem erwirkte er nur Kleins Angebot, seine Arbeit in München zurückzuziehen und sie stattdessen in Leipzig einzureichen – was Study aus Zeitgründen ablehnte[79]. Klein schwieg jedoch scheinbar in Bezug auf die Stellenbesetzung, sodass es umso mehr erstaunt, dass Study dies zum Anlass nahm, ihm schließlich explizit zuzusagen (s. [Klein-Archiv/Study], 1223/02.04.1885/Coburg). Da das Thema danach nicht mehr aufgegriffen wurde (in dem nächsten erhaltenen Brief vier Monate später geht es um ein Zeugnis zur Bewerbung um ein Stipendium der Bismarck-Stiftung) scheint Klein auch diesem Ansinnen nicht nachgekommen zu sein.

Alles in allem zeigte sich hier auf der einen Seite der junge Study als faszinierter Bewunderer seines „hochverehrten Professors“ (zu Briefbeginn jeweils benutzte Anrede), dessen Funktion als allwissendes Orakel nur zuweilen von Studys eigensinniger Persönlichkeit torpediert wurde. Doch wie sah es auf der anderen Seite aus? Die Antworten Kleins sind leider nicht erhalten, doch lässt sich etwas über den allgemeinen Zustand zu dieser Zeit sagen: Beispielsweise erwähnte Study am Ende eines Briefes vom 21.12.1883 (s. [Klein-Archiv/Study], 1215/München) Kleins „ohnehin leidende Gesundheit“. In dem bereits erwähnten Streit mit Poincaré (s. S. 50) war Klein zwar erfolgreich, hatte sich aber so verausgabt, dass er im Herbst 1882 zuammenbrach und von 1883 bis 1884 von Depressionen geplagt wurde (zu den Details siehe [Parshall/Rowe 1994], S. 193-194). Mit diesem Hintergrund erscheint ein Verwechseln von Druckversprechen und Empfangsanzeige in Bezug auf die Veröffentlichung der Study'schen Dissertation in den Mathematischen Annalen nicht nur möglich, sondern im zutreffenden Falle sogar mehr als verständlich. Insgesamt bieten die erwähnten Vorfälle nicht die beste Ausgangsbasis für das Verhältnis zwischen Study und Klein während der Habilitation, andererseits zeigt Klein angesichts der widrigen Umstände recht viel Geduld mit seinem Schützling. Seine Meinung über Study findet man deutlicher in seinem Gutachten zur Habilitation (s. S. 58), welches, wie auch alles andere diesen Themenkreis betreffende, ausführlich in dem folgenden Kapitel besprochen wird.

[79] Study bemüht sich daraufhin zunächst darum, seine Dissertation bei Schlömilchs Zeitschrift unterzubringen. Schließlich erscheint sie in der Berichten der Wiener Akademie (vermutlich auf Grund des Kontaktes zu Weyr in Rahmen der Preisarbeit), wobei sich Studys Hoffnung auf eine günstige Preisgestaltung leider nicht erfüllte (s. [Klein-Archiv/Study], 1223/02.04.1885/Coburg).

3.2 Habilitation: Rettungsversuch der Chasles'schen Vermutung

Die Umstände, unter denen Study's Habilitationsschrift entstanden ist, sind wesentlich von unmittelbar vorher stattfindenden Ereignissen beeinflusst worden, sodass es der Mühe wert ist, zunächst darauf einen Blick zu werfen.

Wie bereits zuvor (s. S. 52) geschildert, hatte sich Study noch während seiner Promotion in München 1884 Hoffnungen auf die Nachfolge von Dyck's als Assistent bei Klein gemacht. Als sich diese zerstreute und Study auch das Angebot Klein's, in Leipzig seine Promotion abzuschließen, aus Zeitgründen ausschlug, schien er wenigstens seinen Rat angenommen zu haben, dort ein Staatsexamen anzustreben. So ist seine Anmeldung in seinem Brief an Klein belegt, die genaue Thematik für seine mathematische Arbeit schien Study jedoch recht unklar zu sein (s. [Klein-Archiv/Study], 1221/24.07.1884/München):

> „Ihre Themenstellung verstehe ich zwar noch nicht ganz – aber Sie haben wohl die Freundlichkeit, mir die Punkte, die Sie besonders behandelt wuenschen, naeher zu bezeichnen – auch kenne ich ja die abzaehlende Geometrie noch viel zu wenig. Ob ich freilich Bemerkungen finden werde, die sich nicht Jedem, der die Sache studirt, von selbst darbieten, weiss ich nicht. Ich ergreife aber mit Freuden die Gelegenheit, meinen Gesichtskreis in dieser Hinsicht zu erweitern – es ist fuer den Geometer gewiss noethig, sich mit diesem Calcul vertraut zu machen und eine Meinung darueber zu bilden.
> Ob es mir aber gelingen wird, in der Zeit von drei Monaten – wo ich noch ausserdem die philosophische Arbeit machen muss, mich in ein ganz fremdes Gebiet einzuarbeiten? Aber Sie werden wohl bei der Beurtheilung Ruecksicht auf diesen Umstand nehmen.“

So sehr er sich zu seinem Laientum bekannte, so vehement vertrat er seine Meinung, die er sich nach einem knappen Monat der Beschäftigung mit der abzählenden Geometrie und dem Schubert'schen Kalkül gebildet hatte (s. [Klein-Archiv/Study], 1222/21.08.1884/Coburg): Dabei schreckte er auch nicht davor zurück, Klein in den Semesterferien zu behelligen, da er sich außer Stande sah, „wenigstens bei der von Ihnen mir gegebenen Themastellung dasselbe überhaupt mathematisch zu behandeln“. Im Folgenden verdeutlichte er dies zunächst an Hand des Prinzips zur Erhaltung der Anzahl: Dessen algebraischer Kern – die Unabhängigkeit der Anzahl der Nullstellen einer binären Form n-ter Ordnung von der Variation ihrer Konstanten – schien ihm hinreichend bewiesen; bei dessen Anwendung in der abzählenden Geometrie seien jedoch die Auswirkungen der Spezialisierung der Bedingung, von der die binäre Form abhängt, nicht abzusehen, da man die Art dieser Abhängigkeit nicht kenne. „Und hier liegen in der That Schwierigkeiten, die aber so groß sind, dass ich bekenne, nicht einmal einen

Begriff davon zu haben, wie man sie heben koennte." (s. [Klein-Archiv/Study], 1222/21.08.1884/Coburg)

Dieser Hilflosigkeit braucht sich Study selbst im Nachhinein nicht zu schämen, denn genau dort lag der Hase noch im Pfeffer, als Hilbert am 8. August 1900 auf dem Pariser Mathematikerkongress seine berühmt gewordenen Probleme formulierte (s. [Hilbert 1900], S. 268 ff.): Als 15. nennt er „Strenge Begründung von Schuberts Abzählungskalkül" und macht – ähnlich wie Study – den Mangel deutlich: „Wenn auch die heutige Algebra die Durchführbarkeit der Eliminationsprocesse im Princip gewährleistet, so ist zum Beweise der Sätze der abzählenden Geometrie erheblich mehr erforderlich, nämlich die Durchführung der Elimination bei besonders geformten Gleichungen in der Weise, daß der Grad der Endgleichungen und die Vielfachheit ihrer Lösungen sich voraussehen lässt."

Auch Study ließ dieses Thema nicht mehr los: In seiner „Geometrie der Dynamen" (s. [Study 1903a], Fußnote auf S. 378) schrieb er, „dass dieses ‚Princip' [der Erhaltung der Anzahl] [...] unhaltbar ist, [dies] lässt sich übrigens schon durch sehr einfache Beispiele nachweisen." Nach einem ebensolchen[80] stellt er klipp und klar fest: „Keinesfalls verdient dieser Satz das unbedingte Vertrauen, das einige Geometer auf ihn gesetzt haben." Lediglich eine Art psychologische Bedeutung gestand er ihm zu, zur „schnellen Orientierung" über die Schwierigkeiten als „Notbehelf". Die Aktualität der Debatte lässt sich auch bei [Kohn 1903] nachlesen, der die Diskussion auf der Karlsbader Mathematikerversammlung nach einem Vortrag Schubert's schilderte. Doch war sie damit noch lange nicht beendet: Zeitgleich mit seiner Lie-Kritik ([Study 1917a]) und wohl angeregt durch Zeuthens Lehrbuch zur abzählenden Geometrie ([Zeuthen 1914]) sowie dessen Artikel mit Pieri in der französischen Enzyklopädie ([Zeuthen/Pieri 1915]) identifiziert er in [Study 1916b] R. Sturm, G. Z. Giambelli, F. Severi und H. Zeuthen als diejenigen, die das Prinzip nach wie vor unbeeindruckt benutzten (wie Sturm) oder es auf ihre Weise zu verbessern suchten (wie die anderen genannten). Nachdem er jedem Einzelnen seine Argumentationslücken aufgezeigt hatte, demonstrierte er die Unzulänglichkeiten des Prinzips an vier Gegenbeispielen, die es verbieten, es auf gleiche Stufe mit dem Satz von Bézout zu stellen.

Speziell an Zeuthen's Lehrbuch ([Zeuthen 1914]) sah man, dass sich die Methode der abzählenden Geometrie in den vergangenen drei Jahrzehnten nicht wesentlich geändert hatte: Ein (unbewiesenes) Beispiel reiht sich an das andere, um die Nützlichkeit des Prinzips nachzuweisen; Singularitäten werden jeweils einzeln repariert, ohne sich um das Fehlen eines Multiplizitätsbegriffes zu kümmern.

Dass das Fehlen wirklich neuer Ansätze im Mangel an passenden (topologischen) Werkzeugen begründet liegt, zeigte sich, als van der Waerden Hilbert's 15. Problem im Rahmen seiner Neubegründung der algebraischen Geometrie löst

[80]Study nennt die Zahl der Projektivitäten bei Kurven auf einem irreduziblen Kegel 2. Ordnung, die vier Punkte auf einer Geraden untereinander vertauschen.

(s. [van der Waerden 1927], [van der Waerden 1930], [van der Waerden 1933]): Gleich zu Beginn (1927) kehrt er den Schluss des Prinzips vom Speziellen zum Allgemeinen um, um dann (1930) mittels seiner „relationstreuen Spezialisierung“ auch die Mutliplizitäten singulärer Stellen in den Griff zu bekommen. Zu diesem Zeitpunkt hatte sich Study (wie im vorigen Kapitel gezeigt) leider schon so weit von diesem Zweig der Mathematik verabschiedet, dass er solche Entwicklungen wohl nicht mehr mitbekam.

Einstweilen suchte Study aber noch nach einem passenden Thema für die mathematische Arbeit seines Staatsexamens: Um zu zeigen,dass „auch bei specielleren Sätzen“ er „keinen Weg“ sieht, „die Sache mit Erfolg anzugreifen“, gibt er ein Beispiel, und zwar ausgerechnet die Chasles'sche Vermutung. Er kritisiert zugleich Schubert's lückenhafte Behandlung und streicht dabei den springenden Punkt heraus: Wollte man einen solchen Beweis finden, so müsste man das Problem vorerst mathematisch einkleiden – „*und darin scheint mir die Hauptschwierigkeit zu liegen.* Im allgemeinen scheint mir die Aufgabe zu unbestimmt, im besonderen aber wird sie überflüssig [...] Es fehlt eben ueberall die exakte Formulierung der Fragestellung. [...] Und da auch der scharfsinnige Schubert, dem diese Schwierigkeiten gewiss nicht entgangen ist, dieselbe nicht gehoben hat [...] und auch Sie mir schrieben, Ihnen sei die Sache nicht klar, so glaube ich fast, dass die Schwierigkeit nicht allein an meinem Subjekt liegt.“ (s. [Klein-Archiv/Study], 1222/21.08.1884/Coburg)

Im Weiteren schlägt er zwei Alternativen vor: Die erste, eine Fristverlängerung, möchte er aus zahlreichen Gründen nicht in Anspruch nehmen; die andere wäre eine weniger mathematische Interpretation der Themenstellung, als deren Ergebnis man „eine Betrachtung bringen [könnte] über den wissenschaftlichen Werth, den abzaehlende Untersuchungen ueberhaupt haben“ (s. [Klein-Archiv/Study], 1222/21.08.1884/Coburg).

Welchen Weg Study nun wirklich eingeschlagen hat, lässt sich nur vermuten: Im nächsten Brief (s. [Klein-Archiv/Study], 1223/02.04.1885/Coburg) war nur noch von seiner Habilitation die Rede, und auch in den Personalakten findet sich kein Hinweis auf ein abgelegtes Staatsexamen (s. S. 52). Andererseits bat Study Klein um ein Zeugnis (s. [Klein-Archiv/Study], 1224/27.08.1885/Coburg), mit dem er sich um ein Stipendium der neu gegründeten Bismarck-Stiftung bewerben wollte. Dort aufgenommen wurden aber nur „Candidaten des höheren Schulamts, welche ihr Examen absolviert haben, aber sich noch nicht in einer festen Stellung befinden, eventuell zur Unterstützung wissenschaftlicher Studien [...]“ – ein Profil, auf das Study seiner eigenen Meinung nach exakt passte.

Unabhängig von diesen Details drängt sich eine Frage auf: Was hatte Study dazu bewogen, eine Habilitation mit einem Thema anzustreben, das ihm kurz zuvor im Rahmen seiner Staatsexamensarbeit so hatte verzweifeln lassen? Die Antwort ist ebenso einfach wie hypothetisch: Er hatte Lösungen für seine beiden drängendsten Probleme gefunden, nämlich für die mathematische Einkleidung des Problems wie auch den Umgang mit den Singularitäten. Für letzteres gibt er die Quelle etwas versteckt selbst an: In [Study 1886b] (S. 71, zweite Fußnote) erwähnt er im Rahmen einer allgemeineren Abhandlung über die Abbildung von Kegelschnitten seine benutzte Literatur und nennt dabei auch [Veronese 1884] und [Segre 1885], welche ihm besonders in seinen Abschnitten 3 und 4 nützlich waren (genau jene Stellen, an denen er Singularitäten behandelt).

Nicht nur auf Grund des Erscheinungsdatums ist es wahrscheinlich, dass die erste Quelle den entscheidenden Anstoß gegeben hat: Sie enthält die später als „Veronese'sche Fläche“ bezeichnete Mannigfaltigkeit F_2^4, auf die sich der wesentliche Teil der Singularitäten abbilden lässt[81]. Wie schon zuvor erwähnt (s. S. 35), stand Veronese Ende der 1870er Jahre in engem brieflichem Kontakt mit Klein, der ihn 1880 einlud, für ein Jahr bei ihm in Leipzig zu forschen.[82] Veronese war zu dieser Zeit Assistent bei Cremona, der ihn 1875 ebenfalls nach intensivem brieflichem Kontakt an die Universität von Rom geholt hatte. Somit mag man nicht unbedingt an eine Zufall glauben, dass sich Study im zweiten Teil seiner Habilitationsschrift [Study 1886c] mit der Charakteristikenformel von Cremona auseinandersetzt. Es scheint also durchaus möglich, dass Klein Study's im August des vorigen Jahres (s. [Klein-Archiv/Study], 1222/21.08.1884/Coburg) geäußerten Hoffnung entsprochen hatte, dass „einige Winke von Ihrer Seite meine Bedenken beseitigen koennten.“

Mit diesem Lichtblick versehen, hat sich Study wohl in ein umfangreiches Literaturstudium gestürzt, wovon seine die Vorgeschichte ausführlich darstellende Einleitung von [Study 1886b] zeugt[83]. Dies führte ihn zugleich zu seiner mathematischen Einkleidung des Problems: Study stellte dar, dass sich alle Autoren vor Clebsch (insbesondere auch Chasles) bei der Trennung der eigentlichen von den uneigentlichen Lösungen eher von einem „richtigen Tact“, also einer Art Gefühl für die geometrische Anschauung, leiten ließen.[84] Clebsch jedoch war durch seinen abstrakten, invariantentheoretischen Ansatz genötigt, eine formaleres Kriterium für die Abscheidung der Lösungen zu finden, nämlich ihr Verhalten unter kollinearen Transformationen, die er als ihre „Beweglichkeit“ bezeichnete. Dies ist Study's „punctum saliens“: Die hier vorgenommene Sinnverschiebung der Chasles'schen Vermutung opfert deren Allgemeingültigkeit. Umgekehrt liegt es also nahe, für die von Chasles' geometrischen Anstand geleiteten Unterscheidungen ein passendes invariantentheoretisches Kleid zu finden, um so den Chasles'schen Satz zu retten: den *vollständigen Kegelschnitt*, d. h. ein Kurvenpaar eines Kegelschnittes und seines (dualen) Tangentengebildes, die über eine invertierbare Abbildung verknüpft sind, was die Entartungen auf handhabbare Fälle

[81]Für die mathematischen Details siehe S. 171.

[82]Allerdings starb im November 1880 Bellavitis, sodass Veronese 1881 den Lehrstuhl für algebraische Geometrie in Padua erhielt, auf dem er auch bis zu seinem Tode blieb.

[83]Sie macht gut ein Drittel der gesamten Arbeit aus und wurde von Study mindestens fünf Mal komplett umgearbeitet, s. [Klein-Archiv/Study], 1224/27.08.1885/Coburg und 1225/12.09.1885/Coburg.

[84]Diese Methodik hielt sich bis hin zu [Zeuthen 1914].

reduziert. Leider wird sich diese Auffassung erst gut ein halbes Jahrhundert später so durchsetzen, dass sie allgemein als die einzig richtige anerkannt wird (s. S. 171).

Gleichzeitig mit einem seiner wesentlichen Beiträge zur Geschichte der Chasles'schen Vermutung beging Study seinen im Nachhinein verhängnisvollsten Fehler: Er schrieb Clebsch's Nachfolgern unterschwellig dessen Kegelschnittauffassung zu, also beispielsweise auch Halphen, auf dessen Untersuchungen dies gewiss nicht zutrifft: Er hatte seinen (vermeintlichen) Beweis unabhängig von Clebsch formuliert (wie zuvor beschrieben, s. S. 30) und, in der Tradition von Chasles stehend, mehr traditionell-geometrischen Argumente verwendet, d. h. die Behandlung einzelner Fälle immer besser den speziellen Gegebenheiten des jeweiligen Kegelschnittsystems angepasst und so eine Art erschöpfende Allgemeingültigkeit in der Summe erreicht (von den Ausnahmen, die er ab 1876 fand, abgesehen). Dieser Umstand wird im fünften Kapitel einen wesentlichen Streitpunkt darstellen.

Ebenfalls eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielte dabei erneut Study's Verhältnis zu Klein (s. auch S. 50). Dieser schrieb in seinem Habilitationsgutachten vom 6. Juli 1885 (s. [Personalakte Study/Leipzig], Blatt 7): „Hr. Dr. Study ist eine selbständig angelegte, feinsinnige Natur. Wenn er noch lernt, mehr als bisher seine subjektiven Impulse den Anforderungen gegebener Bedingungen unterzuordnen [...], so hoffe ich von seiner Habilitation eine wesentliche Förderung der mathematischen Studien an unserer Universität.“

Abb. 5: Study als Habilitand (1885)

Nach diesem eher positiven Urteil wurde Klein seiner Doppelrolle als Betreuer wie Redakteur der Mathematischen Annalen bei der Veröffentlichung der Habilitationsarbeit in dieser Zeitschrift auf eine harte Probe gestellt: Mitte September (s. [Klein-Archiv/Study], 1225/12.09.1885/Coburg) schickte ihm Study eine deutlich veränderte Fassung, in der er beispielsweise den zweiten Teil über die Cremona'sche Charakteristikenformel ([Study 1886c]) so zusammengekürzt hatte, dass Vieles nur angedeutet wurde, da er es nicht so rund formulieren konnte wie den ersten Teil. „Ich glaube, dass dadurch die Hauptarbeit an Abrundung und formaler Vollendung wesentlich gewonnen hat; wenigstens bin ich jetzt selbst damit zufrieden, und glaube, die Sache nicht besser machen zu können.“ Dieses Gefühl des wohlgeordneten Abschlusses verschwand sofort, als Klein ihm nur zwei Tage später umfangreiche Korrekturen zusandte (s. [Klein-Archiv/Study], 1226/21.09.1885/Coburg). Study beeilte sich, innerhalb einer Woche die Fehler in der Interpunktion und Wiederholungen bei der Wortwahl zu beseitigen und fügt auch die angemahnten Zitate der Werke von Schubert, Clebsch, Gordan, Rosanes und Reye ein. Gleichzeitig hatte Study erfahren, dass Klein nach Amerika gehen wollte, und war darüber sehr bestürzt (s. [Klein-Archiv/Study], 1226/21.09.1885/Coburg):

> „Ich habe mich nach Kraeften bemueht, die Rathschlaege zu befolgen, die Sie in demselbem [Klein's letztem Brief] mir zu ertheilen die Guete hatten. [...] Schubert habe ich nunmehr citiert. [...]
>
> Da ziemlich viele Correcturen nothwendig waren, so waere es mir sehr lieb, wenn ich wenigstens von dem ersten Bogen, der jedenfalls am ehesten gelesen wird, eine Revision erhalten koennte.
>
> Ihre Berufung nach Goettingen hat mich sehr ueberrascht. Es wuerde mit natuerlich sehr leid thun, wenn Sie Leipzig verlassen wollten: ich habe mein Hoffnung auf Sie gesetzt, und von Ihrer Freundlichkeit schon so viele Foerderung erfahren, was ich dankbar empfinde – auch bei dieser letzten Arbeit habe ich gesehen, dass Alles, was Sie mir gerathen, nur zum Besten derselben gedient hat – sollten Sie Leipzig verlassen, so kann ich kaum sehen, wie es nun weiter gehen soll.
>
> Dass Goettingen noch nicht Amerika ist, und Sie dort Ihrer segensreichen Wirksamkeit ein neues Feld eroeffnen werden – denn, was Sie in Leipzig geschaffen haben, wird fortwirken und nicht untergehen – dies ist fuer mich nur ein schlechter Trost. “

Obwohl Klein also wahrscheinlich durchaus mit Anderem beschäftigt ist, machte er sich schnell nochmals die Mühe einer ausführlichen Korrektur (s. [Klein-Archiv/Study], 1227/26.09.1885/Coburg), welcher, während Study diesen Brief schrieb, zwei Tage später eine weitere (diesmal die letzte) folgte. Sich für diesen Aufwand entschuldigend, wies Study diesmal jedoch ein paar Punkte zurück: Einige waren eher unwichtig (so z. B. die Frage, ob man nun Bézout oder Bezout schreibt), einzelne berührten aber Study's grundlegende Auffassung, wobei nicht immer leicht zu entscheiden ist, worauf er sich bezieht (s. [Klein-Archiv/Study], 1227/26.09.1885/Coburg): „S. 9: Diese kuehne Behauptung glaube ich vertheidigen zu koennen.“ Falls er sich hier schon der in der Veröffentlichung benutzten Seitenzählung bediente (was wahrscheinlich ist, da er in der Korrespondenz zu diesem Zeitpunkt stets von Druckbögen und nicht mehr von seinem handschriftlichen Manuskript spricht), ist seine These, „eine ebenso einfache, als ungesuchte Deutung des

Chasles'schen Satzes“ gefunden zu haben ([Study 1886b], S. 66). In der anschließenden Fußnote wies er auch auf Halphen's Verdienst hin, aus den beweglichen Lösungen die „eigentlichen“ herausgefiltert und somit also quasi Clebsch's Werk vollendet zu haben. Seine hohe Meinung von diesem Mathematiker fand sich auch in diesem Brief (s. [Klein-Archiv/Study], 1227/26.09.1885/Coburg), ohne dass er dabei Schubert's Leistungen geschmälert sehen wollte (dieser „meinte vielleicht das Richtige, war aber unklar“).

3.3 Mit Hilbert nach Paris zu Halphen

Die Ansicht eines anderen Mathematikers, nämlich Hilbert, lässt sich unmittelbar darlegen, da er im März 1886 für einen Monat zusammen mit Study nach Paris ging. Seit Klein selbst 1870 mit Lie eine Reise dorthin unternommen hatte (s. S. 14), empfahl er jungen Mathematikern immer wieder einen solchen Aufenthalt. Hilbert und Study waren im gleichen Alter und hatten auch das gleiche mathematische Interesse (die Invariantentheorie). Trotzdem wollte sich keine Kameradschaft einstellen: Hilbert bezeichnet ihn in einem Brief an Hurwitz als „seltsame Person“ und „nahezu vollständig entgegengesetzter Pol zu meiner Natur [...] Dr. Study billigt oder eher kennt nur einen Bereich der Mathematik und das ist die Theorie der Invarianten, sehr speziell die symbolische Theorie der Invarianten. Alles andere ist unmethodische ‚Herumtreiberei‘[...] Er verdammt aus diesem Grunde alle anderen Mathematiker; selbst in seinem eigenen Gebiet hält er sich selbst für die einzige Autorität, während er allen anderen Mathematiker der symbolischen Invariantentheorie in der aggresivsten Weise angreift. Er ist jemand, der alles verdammt, was er nicht kennt, während es beispielsweise meine Art ist, am meisten von demjenigen beeindruckt zu sein, was ich noch nicht kenne.“(s. [Reid 1970], S. 20). Hurwitz schrieb zurück: „Diese Persönlichkeit ist mir widerlicher als ich es Ihnen sagen kann; dennoch, im Interesse des jungen Mannes, hoffe ich, dass Sie es ein bißchen zu schwarz sehen“(s. [Reid 1970], S. 21).

Study betreffend bezieht sich der Paris-Aufenthalt wesentlich auf sein Habilitationsthema: Er sollte zusammen mit Hilbert Gewinn aus dem Umgang mit den dortigen Mathematikern ziehen und natürlich auch Halphen kennen lernen (s. [Klein-Archiv/Study], 1278/03.04.1886/Paris):

> „Sie sehen, die wissenschaftlichen Resultate sind bisher sehr gering, und fuerchten gewiss schon, dass Ihre wohl wollenden Bemuehungen in dieser Richtung vergeblich gewesen sind[85]. Doch habe ich

[85] Study's wahre Meinung erfährt man in einem Brief von Hilbert an Engel (s. [Engel-Archiv], 08.04.1886/Paris): „Study frohlockt natürlich mit seiner Ansicht, dass die hier zu erwartenden wissenschaftlichen Anregungen ‚für die Katze‘ sein würden, scheinbar recht behalten zu haben und sucht sich durch fleissigen Besuch des Louvre und ähnlicher Altesachen-bewahranstalten schadlos zu halten.“ Wenn man Hilbert's gespanntes Verhältnis zu Study bedenkt (s. S. 61), so

wenigstens in einer Hinsicht einigen Erfolg zu verzeichnen: Vorgestern war ich ein zweites Mal bei Halphen und hatte da eine fast drei Stunden dauernde Unterredung mit ihm, meistens ueber das Charakteristikenproblem, mit der ich recht zufrieden bin.

Anfangs war ich allerdings etwas enttaeuscht: [...] da theilte er mir denn offen mit, er habe von meiner Arbeit einen sehr geringen Eindruck, koenne den wissenschaftlichen Fortschritt nicht sehen etc. [...] Halphen scheint ueberhaupt etwas empfindlich zu sein, er war z. B. etwas piquiert darueber, dass ich die Clebsch'sche Interpretation des Chasles'schen Satzes eine ‚unglueckliche' genannt hatte.[...] Zum Schluss gab er mir, mit freundschaftlicher Widmung, eine Arbeit, in welcher er das in seinem Sinne gefasste Charakteristikenproblem fuer fuenf 4-fach ausgedehnte Kegelschnittsysteme durch ein Art Charakteristikenformel allgemein loest."

In anderer Hinsicht entwickelt sich der Parisaufenthalt quasi zur „Zeitreise" (s.
[Klein-Archiv/Study], 1279/14.04.1886/Paris):

„Bei Mannheim neulich habe ich die Bekanntschaft von de Jonquières gemacht, der noch ein sehr ruehriger und liebenswuerdiger alter Herr ist. [...] De Jonquières interessierte sich sehr lebhaft fuer meine Arbeit ueber das Charakteristikenproblem [...] und setzte mir nun auf das Allerlebhafteste zu, eine franzoesische Uebersetzung derselben drucken zu lassen [...].

Ich haette dann Gelegenheit, noch einiges zu bessern, was mich in der gegenwaertigen Fassung der Arbeit nicht befriedigt, [...]. Der historische Theil besonders wuerde durch die Verbindung mit de Jonquières und Halphen ganz entschieden gewinnen, wie schon aus dem hervorgeht, was ich Ihnen schon das letzte Mal geschrieben habe (wenn ich mich recht erinnere[86]). "

Anschließend schrieb er weitere sieben Briefseiten darüber, so begeistert ist er von dieser Idee, und hoffte auf die Zustimmung Klein's (welche dieser ihm aber wohl nicht gegeben hat).

Diese Angelegenheit ist aus zwei Gründen interessant: Zum Einen sieht Study deutlich Nachbesserungsbedarf, zum Anderen hätte eine solche Veröffentlichung die Kritik beim später erfolgten Disput möglicherweise differenzierter ausfallen lassen (Stein des Anstoßes waren auch solche Passagen in Study's Arbeit wie

ist diese Aussage mit Vorsicht zu genießen. Allerdings gestand Study später Engel gegenüber ein (als dieser selbst einen Paris-Besuch in Erwägung zog): „Ich wollte, ich wäre auch erst später hingegangen, und nicht wie ich tat, als dummer Fuchs, und dann für längere Zeit." (s. [Engel-Archiv], 22.06.1892/Marburg)

[86] Er hat das in seinem letzten Brief übrigens nicht geschrieben.

„Meine Theorie allein enthält die Lösung der historisch übermittelten Aufgabe" – gesperrt gedruckt!) Welche Gründe mag Klein also gehabt haben? Scheute er erneute Korrekturarbeit, hatte er genug davon?

Wie auch Hilbert hatte Study mit manchen Pariser Mathematikern Kontaktschwierigkeiten (Ausnahmen waren Jordan, Hermite und de Jonquières) (s. [Klein-Archiv/Study], 1280/15.04.1886/Paris):

> „[..] Darboux und Halphen sind die Einzigen, die nicht freundlich mit uns sind, und uns von oben herunter behandeln, [...]. Was das Verhältnis von Halphen und Schubert anlangt, so scheint mir in diesem Fall Halphen doch mehr im Recht zu sein, wiewohl mir Schubert gewiss viel sympathischer ist. Wissenschaftlich hat er in dem Streit um den Chasles'schen Satz gewiss Recht, und es war gewiss nicht hoeflich von Schubert, nachdem Halphen an einem Beispiel die Unrichtigkeit des Chasles'schen Satzes nachgewiesen hatte, doch noch wiederholte Male zu sagen, die Sache sei doch richtig; dazu waere Schubert erst berechtigt gewesen, nachdem er den Halphen'schen Einwand verstanden hatte, und im Stande gewesen waere, denselben zu wiederlegen, bez. seine Grenzen einzuschliessen.
>
> Was das Urtheil Gordans ueber meine Habilitationsschrift anlangt, so freut mich natuerlich seine Anerkennung ausserordentlich[87]; [...]
>
> Die Arbeit, die Halphen mir gab, habe ich nunmehr gelesen. Sie ist recht huebsch, leider weiss ich noch nicht, wie ich dieselben Sachen mit meinen Methoden machen soll. Ich werde mich aber nicht sehr damit plagen, ich denke, es ist besser, man macht etwas ganz neues[88]."

Halphen bekräftigt auch nach weiteren Diskussionen in einem Brief an Study seine Geringschätzung von Study's Arbeiten (s. [Engel-Archiv], 22.04.1886/Paris):

> „Sans parler de vos démonstrations, que je n'ai pas eu loisir d'etudier, je persiste à ne trouver rien utile et rien de neuf dans votre interprétation du histoire de Chasles. Je m'etonne même, connaissant bien maintenant votre idée, de me trouver avec vous en contradiction sur ce periode.[89]"

[87] Dies ist insofern beachtlich, als dass Gordan später als Gutachter fungieren wird.

[88] Diese leicht arrogante Ablehnung wird ihm Klein später noch vorwerfen.

[89] „Ohne von Ihren Beweisen zu reden, die ich keine Zeit hatte zu studieren, bleibe ich dabei, nichts Nützliches und nichts Neues in Ihrer Interpretation der Geschichte von Chasles zu finden. Ich wundere mich sogar, da ich nun Ihre Idee gut kenne, dass wir über diesen Zeitabschnitt uneins sind."

Um Study zu überzeugen, schickte er ihm sogar den Beweis eines Satzes (Halphen's Nachweis eines Fehlers bei Chasles), den Study zuvor bei einer Unterredung angezweifelt hatte (s. [Engel-Archiv], 28.04.1886/Paris):

> „Dans notre conversation de ce matin, je vous dirai que les characteristiques α et β relative à un système ∞^4 sont faussement determinées dans le mémoire de Clebsch. Vous avez revoqué en doute cette assertion. Je vais vous donner un exemple à l'appui de mon dire.[...]
>
> Quand vous avez de loisir, j'espere que, sur ce point encore, vous voudrez bien me donner raison.[90]"

Dieses Schreiben scheint Study erst kurz vor seiner Abreise erhalten zu haben, er gab jedenfalls später an, es wohl umgehend beantwortet zu haben[91].

Wir sehen also: Klein wusste Bescheid über ausführliche Diskussionen zwischen Halphen und Study. Wie wir im Kapitel 5 feststellen werden, war ihm auch die Zeuthen'sche Kritik (s. [Zeuthen 1891]) weit vor ihrem Erscheinen in den Mathematischen Annalen bekannt.

[90] „In unserer Unterredung heute morgen hatte ich Ihnen gesagt, dass die Charakteristiken α und β in Bezug auf ein 4-fach unendlich ausgedehntes System im Aufsatz von Clebsch falsch bestimmt sind. Sie haben diese Behauptung zweifelnd zurückgewiesen. Ich werde Ihnen nun ein Beispiel geben auf der Grundlage dessen, was ich Ihnen sagte [...] Wenn Sie Zeit haben, hoffe ich, werden Sie mir auch noch in diesem Punkt recht geben."

[91] „Anbei schicke ich Dir die beiden Briefe Halphen's, mit der ausdrücklichen Bitte, sie Klein *nicht* zu zeigen. Übrigens habe ich den zweiten Brief Halphen's tatsächlich *sofort* beantwortet, wenn ich nicht irre, noch von Paris aus." (s. [Engel-Archiv], 01.03.1891/Marburg)

4 Auf dem Weg zur Privatdozentur: Emanzipieren

4.1 Begegnungen mit Gordan, Engel und Lie

Ebenfalls einer Anregung von Klein, aber auch seinem eigenen Wunsche folgend, geht Study (vom 15.01. bis 15.02.1887) nach Erlangen (s. [Klein-Archiv/Study], 1230/15.04.1886/Paris): „Ich habe natürlich den lebhaftesten Wunsch, Gordan persoenlich kennen zu lernen, dem ich ja indirect schon so viele fruchtbare Anregung verdanke.“ Letztere benötigte er auch wieder gerade in diesem Moment[92]: Seit er von Paris zurückgekehrt war, arbeitete er zuhause in Coburg an einer Publikation über das Hesse’sche Übetragungsprinzip. Mit der halbfertigen Arbeit machte er sich einen Monat früher als geplant nach Erlangen auf, teils, um dort das notwendige Literaturstudium zu betreiben, teils, um Gordans Rat zu erbitten (s. [Klein-Archiv/Study], 1231/17.12.1886/Coburg). In seinem Nachlass (s. [Weiss 1933], S. 113) fand sich dann ein unveröffentlichtes, ca. 160 Seiten langes Manuskript mit dem Titel „Das Hessesche Übertragungsprinzip und die Invariantentheorie der Kegelschnittgruppe“. Dazu schreibt er an Klein (s. [Klein-Archiv/Study], 1232/31.01.1887/Erlangen): „und habe ich mit der Invariantentheorie ganz voll auf zu thun, derart, dass ich seit meinem hiesigen Aufenthalt sogar meine Arbeit gänzlich habe vernachlässigen müssen.“

Dagegen entsteht eine andere Veröffentlichung unmittelbar aus der Zusammenarbeit mir Gordan und ist nur ein kleines Indiz für die Wertschätzung, die Study diesem Manne entgegengebracht hat (s. [Klein-Archiv/Study], 1232/31.01.1887/Erlangen):

> „Natuerlich habe ich zuerst Herrn Prof. Gordan aufgesucht, des sich seitdem mit der groessten Liebenswuerdigkeit und Aufopferung meiner angenommen hat. Ich bin taeglich mehrere Stunden bei ihm (dies ist wohl auch auf die geringe Anzahl der Studierenden dort zurückzuführen), er unterhaelt sich mit mir ueber mathematische Sachen – ein Verkehr, der auesserst anregend und foerderlich fuer mich ist, da ich gluecklicherweise genügend vorgebildet bin, um ihm folgen zu können. Er geht in seiner Liebenswuerdigkeit so weit, mir groessere Vorträge zuhalten ueber alles, was ich nur wuensche, und so habe ich denn viel gelernt, auch Sachen, die ich für meine Arbeit verwerthen kann.“

[92]„Mit meiner Arbeit ging es gut, bis vor Weihnachten, wo ich vor einer schwierigen Reihenentwicklung stecken blieb, und nicht mehr weiter konnte — ich hatte mich uebermuedet, und pausierte 14 Tage, die mit einer ganz unglaublichen Schaar von Vergnuegungen ausgefuellt wurden. Nach Neujahr griff ich wieder zu und habe nun alles gluecklich im Reinen, aber fertig bin ich noch lange nicht, da der Gegenstand ganz unerschoepflich zu sein scheint. Ueber der Arbeit vernachlaessige ich aber nicht das Schlittschuhlaufen. Montag geht’s nach *Erlangen*, von wo aus ich dir sofort schreiben werde.“(s. [Engel-Archiv] 10.01.1887/Coburg)

Interessant ist hier der Vergleich mit der Beschreibung, die er Engel in einem etwas früheren Brief gegeben hat (s. [Engel-Archiv], 22.01.1887/Erlangen):

> „Seit einer Woche bin ich nun schon in Erlangen, und bereue es nicht im Mindesten, hergekommen zu sein. Ich bin jeden Tag zwei Stunden bei Gordan, dessen Art mir zwar nicht in jeder Richtung gefällt, der aber doch ein aeusserst merkwürdiger und grosser Kerl ist. Er ist einer der gescheitesten Menschen, die ich noch je getroffen habe, tief und gruendlich und klar wie kein Zweiter. Er sagt von sich, und ohne fuerchten zu muessen, dass ihm jemand auch nur im Stillen widerspricht, dass es complizierte Sachen fuer ihn ueberhaupt nicht gebe. Sein Abstractionsvermögen ist enorm, und laesst ihn die groessten Schwierigkeiten mit der spielendsten Leichtigkeit ueberwinden.
>
> In diesem Lichtbilde ist freilich auch einiger Schatten: er hat keine Spur von Vorstellungsvermoegen, ich glaube, er kann sich kaum eine gerade Linie vorstellen, und es ist sehr schwer, ihm etwas geometrisches klar zu machen. Und dann hat er blos Respect vor Schwierigkeiten, dass Einfachheit und Wichtigkeit einer Sache zwei voneinander unabhaengige Dinge sind, das leuchtet ihm wohl in der Theorie, aber selten in der Praxis ein; daher ich mit seinen Urtheilen in einigen Punkten nicht uebereinstimmen kann; obwohl im Grossen ich dieselben Anschauungen habe, wie er. Dabei ist er ein aeusserst liebenswuerdiger Mann, und gibt sich in der wohlwollendsten Weise mit mir ab, wofuer ich ihm sehr dankbar bin.“

Die Unterschiede in diesen beiden Schilderungen lassen sich nicht allein durch die verschiedenen Adressaten – hier Lehrer, da Komilitone – erklären. Die unverblümte Offenheit, die nicht nur diesen als einem der ersten erhaltenen Briefe Study's an Engel auszeichnet, lässt sich nur mit einem Vertrauen erklären, welches sich auf tiefe Freundschaft gründet. Engel schildert deren Beginn in seinem Nachruf (s. [Engel 1930], S. 137):

> „Es war im Juli 1885 in Leipzig, dass ich *Study* kennen lernte. Er war damals, ebenso wie ich, im Begriffe, sich zu habilitieren, und hat dann auch am 27. Oktober, einen Tag nach mir, seine Probevorlesung gehalten. Wir haben dann bis 1888 vier Semester zusammen verlebt [beide waren zu dieser Zeit dort Privatdozenten] und da fast täglich stundenlang miteinander verkehrt, so daß ich ihn gründlich kennen lernen konnte. Kurz vor unserem Zusammentreffen hatte ich meinen einzigen Bruder verloren und kann wohl sagen, daß mir in *Study* ein Freund zugeführt worden ist, der einen Bruder vertreten kann.“

Die Korrespondenz mit seinem engsten Freund dauerte bis zu Studys Tod und ist – dank Engels sorgfältiger Archivierung (die Briefe sind sogar mit Eingangsort und -datum versehen) – fast vollständig erhalten[93] und stellt somit eine der wichtigsten Quellen dar.

Nur über Weiss[94] bekam er auch etwas von der damaligen Mathematik des gerade erwähnten Max Noether mit, da er einen direkten Kontakt scheute. Klein gegenüber begründete er dies damit, dass er „in seiner wissenschaftlichen Richtung nicht weit genug vorgearbeitet habe“ (s. [Klein-Archiv/Study], 1232/31.07.1887/Coburg). Auch wollte er seine zur Verfügung stehende Zeit voll und ganz Gordan widmen, da er „in so kurzer Zeit [...] unmöglich mehr hätte lernen können“ (s. [Engel-Archiv], 27.07.1887/Coburg). Am Ende seines Aufenthaltes hatte er in der Erlanger mathematischen Gesellschaft vorgetragen und hielt Wort, wie vorher mit Engel verabredet (s. [Engel-Archiv], 22.01.1887/ Erlangen), „auf die Lie'schen Ideen hinzuweisen“ (s. [Engel-Archiv], 27.02.1887/Erlangen):

> „Zum Schluss hielt ich noch einen Vortrag[95], und zwar ueber Transformationsgruppen, und erzaehlte bei dieser Gelegenheit allerlei von den Lie'schen Untersuchungen, soviel ich in meiner Unwissenheit eben konnte, was grosses Aufsehen erregte. Besonders die vielen Untergruppen der geraden Linie, mit denen ich auf Deine Autorität hin in Interesse Lies renommierte, erregten berechtigtes Aufsehen.[96]“

Wie kam es, dass wir nun auch die Lie'schen Ideen in Studys „Werkzeugkasten“ finden?

Study traf um Juli 1885 in dem Moment auf Engel, als dieser gerade aus Oslo zurückgekehrt war, wo er zehn Monate lang mit Lie zusammengearbeitet hatte. Wie schon zuvor erwähnt, standen sie in regem Austausch und so liegt die Vermutung nahe, dass Study in der Lie'schen Theorie schon recht beheimatet war, als Lie 1886 als Nachfolger Kleins nach Leipzig kam (s. [Hawkins 2000], S. 236). Durch seine Anregung las Study im Sommersemster 1887 in Leipzig über Invariantentheorie (was ein weiterer Grund für den Aufenthalt davor bei Gordan

[93]Study dagegen scheint etwas nachlässiger gewesen zu sein: Nur etwa ein Dutzend Briefe erhielt Engel nach Studys Tod von seiner Frau zurück, ein Großteil davon stammen aus der Zeit nach der Jahrhundertwende.

[94]„Herrn Weiss, mit dem ich alle Tage zusammen komme. Es ist gar nicht zu glauben, was er in den $1\frac{1}{2}$ Jahren, die er nun hier ist, fuer Fortschritte gemacht hat. Nicht allein, dass er in den verschiedenen Gebieten gut Bescheid weiss, er hat auch verschiedene huebsche Arbeiten gemacht und sich ein sicheres und (auch Gordan und Noether gegenüber) selbständiges Urtheil erworben; es ist ein wahres Vergnügen, sich mit ihm zu unterhalten.“ (s. [Klein-Archiv/Study], 1232/31.07.1887/Coburg) Es ist zu beachten, dass dieser Weiss nicht mit Ernst August Weiss, Study's späterem Lieblingschüler (s. S. 120) und Chronisten seiner Werke (s. [Weiss 1933]) identisch ist, da letzterer erst am 5. Mai 1900 geboren wurde.

[95]Nachzulesen ist dieser in [Study 1887a].

[96]Wohl dennoch zu wenig, um erfolgreich gewesen zu sein: Noch in seinem Brief an Study vom 26.06.1893 (s. [Engel-Archiv]) schildert Engel seine vergeblichen Versuche, Gordan die Lie'sche Theorie nahe zu bringen.

gewesen sein mag) und schließlich schrieb er auch 1888 die Rezension zu dem mit Engels Hilfe publizierten ersten Band der Theorie der Transformationsgruppen (s. [Lie/Engel 1888]), nicht ohne mit einem seiner üblichen Probleme zu kämpfen (s. [Engel-Archiv]):

> „Cantor hat mir geschrieben, er aechzt, dass die Rezension so lang sei, ‚fast aussergewoehnlich lang', so etwas ist ihm wohl noch nicht vorgekommen. Lie wuerde eine gute Weile warten muessen. Das ist mir nun recht leid, da Lie gerne haben wollte, dass sie bald erscheinen soll. Ich glaube aber doch, dass so immer noch mehr Nutzen gestiftet wird, als mit einer blosen Anzeige, die gleich erscheint. Eine blose Anpreisung, daraufhin kauft niemand ein Buch, wenn ihm nicht zugleich auch plausibel gemacht wird, das es wirklich die Muehe werth ist. Bitte sage das Lie. Ich denke doch, ich habe die Sache nicht schlecht gemacht, soll ich mich aber noch einmal hinsetzen und Alles umkacheln, so wuerde sie sicher schlecht, denn ich haette dann keine Freude mehr daran. Streichen laesst sich auch nichts, ich muesste sie ganz neu schreiben. Wir werden uns also gedulden muessen."

In der Tat kommen auch die werbenden Stellen in der Rezension deutlich zum Ausdruck (s. [Study 1889b], S. 184/188):

> „Wir nehmen keinen Anstand, das hierin liegende Problem [Charakterisierung der r-gliedrigen Gruppen im n-fach ausgedehnten Raum] als eines der Grundprobleme nicht allein der Theorie der Transformationsgruppen, sondern der mathematischen Wissenschaft überhaupt zu bezeichnen.
>
> [...] Möge das Gesagte dazu dienen, auch in weiteren Kreisen den Wunsch nach einer näheren Bekanntschaft mit dem so wichtigen Inhalt dieses Werkes zu erwecken. Wir glauben nicht zuviel zu sagen mit der Behauptung, dass es wenige Gebiete der mathematischen Wissenschaft geben wird, die nicht durch Aneignung der Grundgedanken der neuen Disciplin eine wesentliche Förderung erfahren könnten."

Um die Attraktivität nochmals zu unterstreichen, greift er sogar schon auf Themen der (noch nicht erschienenen) weiteren Bände vor und schildert ausführlich ein seiner Meinung nach gelungenes Beispiel (S. 184 ff. – Lösung des o. g. Problems für n=1). Zu Beginn (S. 171/172) gibt sich Study auf für ihn untypische Art und Weise pädagogisch: Es hat eher den Anschein, als gebe er wieder, wie er von seinem Freund Engel in die Theorie der Transformationsgruppen eingeführt worden ist.

Nicht nur seiner „Rezension" zu Ehren findet Study am Ende noch einen Kritikpunkt: Einen historisch-genetischen Begriff von Didaktik verwendend, kritisiert er die „Anordnung des Lie'schen Werkes [als] nicht pädagogisch" (S.

190), d. h. die Aufteilung der Theorie in eine allgemeinere (Band I) und eine speziellere (weitere Bände) entspricht zwar der Systematik, aber nicht der Entstehungsgeschichte[97]. Abgemildert wird dies durch einen Hinweis auf die Vorzüge der typografischen Gestaltung und der Redaktion von Engel. Kurz vor Schluss (S. 190) ergibt sich daraus der Wunsch, Engel möge „uns einmal mit einer eigentlich pädagogischen, vielleicht auf die äusserste Strenge verzichtenden Darstellung der Grundgedanken der Lie'schen Theorie [...] beschenken". Dies könnte man fast als „running gag" auffassen, da dies Engel von Study schon seit ihrer Leipziger Zeit immer wieder für die Invariantentheorie eingefordert hat.

Lie sah in Study vor allem die Chance, die Invariantentheorie – ein für Lies Geschmack viel zu algebraisches Gebiet – auf seine Theorie der Tranformationsgruppen anwenden zu lassen (Brief von Lie an Klein, s. [Klein-Archiv/Study], 741/1888): „Zu Study habe ich einige Hoffnung. Er hat sich für den Zusammenhang zwischen Tr[ans]f[ormations]gruppen und Invariantentheorie interessiert. Ich kann es nicht sicher beurtheilen, ich habe aber den *bestimmten Eindruck*, dass er etwas in der Richtung bieten wird, wenn nur seine Gesundheit gut bleibt." Generell war er sehr angetan von ihm (Brief von Lie an Klein, s. [Klein-Archiv/Study], 751/1889): „Es ist für mich natürlich aeusserst werthvoll, dass ich zwei tüchtige Mathematiker in Schur und Study gefunden habe."

Doch leider bewahrheiteten sich seine Hoffnung nicht: Study hatte schon 1887 mit Engel und Lie über seine Entdeckungen bezüglich projektiver Gruppen gesprochen, aber nie etwas darüber veröffentlicht. Von Lie um Aufklärung gebeten, antwortete er am 31.12.1890 (s. [Lie-Archiv]): „Sie wünschten vor laengerer Zeit, ich möchte einmal gewisse Sätze aufschreiben, von denen ich Ihnen gesprochen hatte. Da es wohl noch ein paar Jahre dauern kann, bis ich zu diesem Gegenstand zurückkommen kann, so darf ich Ihnen vielleicht jetzt Einiges darüber mitteilen, bitte sie aber zugleich, nähere Auskünfte über die Beweise jetzt nicht zu verlangen – die Sache liegt mir schon fern, und ich weiss selbst nicht genau, wie weit die angewendeten Methoden tragen, und was ich mit Sicherheit bewiesen habe." Studys fester Vorsatz, darauf zurückzukommen, zeigte sich auch noch zwei Jahre später (s. [Engel-Archiv], 22.06.92/Marburg):

> „Am meisten drückt mich, dass ich von Transformationsgruppen und Differentialgleichungen so wenig weiss, und die freundliche Ansicht, die Lie von mir hat, gar nicht verdiene. Den Transformationsgruppen gehört doch die Zukunft, und ich möchte gerne besser mitarbeiten können.
>
> Wenigstens das habe ich als Gewinn zu verrechnen, dass ich nicht mehr so unbescheiden bin, wie früher, und nun weiss, wo es fehlt. Ich habe nun die ernste Absicht, mich im nächsten Sommer – im Winter

[97]Dass ausgerechnet Study dies als Verfechter systemorientierter Darstellungsweisen bemängelt, mag zunächst erstaunen. Es geht hier wohl eher in Richtung Problemorientierung, die man immer bei Study's eigenen Werken findet.

wird es leider noch nicht gehen – ganz um die Vorlesungen herumzudrücken und dann endlich mit aller Kraft die Lie'schen Schriften zu studieren."

Doch daraus wurde doch wieder nichts, sodass Study schließlich zu dem fraglichen Zeitpunkt Lie eine endgültige Absage erteilte (s. [Lie-Archiv], 12.07.93/Marburg):

> „Leider fürchte ich, es wird mir niemals gelingen, Ihre Theorien ordentlich zu beherrschen, ich kann nur mit der Anschauung arbeiten und habe keine Fähigkeit zur Abstraction. Ich will aber, wenn es angeht, wenigstens durch Referate und durch Lehrthätigkeit zur Verbreitung Ihrer Theorien beitragen"

Zumindest beim ersten Punkt war dies keine reine Höflichkeitsfloskel, denn da hält Study Wort, wie wir später noch sehen werden (s. S. 122).

4.2 Veröffentlichung der „ternären Formen" als Privatdozent in Marburg

Doch was hielt Study so lange davon ab, sich mit den Lieschen Theorien auseinanderzusetzen? Zunächst wohl ein paar private Ereignisse: Sein Vater starb 1888 nach langer Krankheit, was ihm allerdings auch ein nicht unbedeutendes Erbe verschaffte. Dadurch war er in der Lage, noch im gleichen Jahr seine Kusine Lina von Langsdorff zu heiraten und schon bald darauf (am 26.06.1889) wurde sein einziges Kind, seine Tochter Trude geboren. Der frisch gebackene Vater sorgte sich jedoch immer mehr um seine berufliche Fortentwicklung, was ihn auch dazu bewogen hatte, im Juli 1888 Leipzig zu verlassen, um in Marburg ein Privatdozentenstipendium anzunehmen. Nach Engel (s. [Engel 1930], S. 134) hoffte er, „daß er als Dozent an einer preußischen Universität schneller vorwärts kommen würde als von Leipzig aus."

Zumindest schien er dort zu Beginn die Ruhe gefunden zu haben, sein erstes Buch, die „Methode zur Theorie der ternären Formen" (s. [Study 1889a]), zu schreiben, das im September dieses Jahres erschien (und natürlich zusätzliches Einkommen bringen sollte). Er selbst sieht darin eher eine Flucht nach vorne (s. [Engel-Archiv], 21.01.1889/Marburg):

> „Zu deiner Professur [in Leipzig] herzlichsten Glueckwunsch. Ich wollte, ich waere auch erst so weit. Ich war in der letzten Zeit recht niedergedrueckt. Alle Leute veroeffentlichen schoene Sachen, und ich komme ganz in's Hinterteffen. Zudem ist mir auch Einiges weggenommen worden. Da habe ich kurzer Hand die beiden ersten Abschnitte meines Buches, die fertig sind, zusammengepackt und an Teubner geschickt. Es wird so freilich nur ca. 10 Bogen stark; aber doch etwas

abgerundetes. Hoffentlich nimmt es Teubner, damit ich etwas Honorar erzielen kann. Freilich fuerchte ich, dass er mit Gordan schlechte Erfahrungen gemacht hat, und sehr vorsichtig geworden ist.

Eine Goldquelle fuer ihn wird mein Opus sicherlich nicht."

Die letztgenannte Vermutung ist leider noch untertrieben, da sich das Buch so miserabel verkaufte, dass die Restauflage eingestampft werden musste (s. [Weiss 1930a], S. 58). Engel, dem übrigens als „meinem lieben Freunde" das Buch gewidmet ist, sieht den Grund in der Konzentration auf allgemeine Zusammenhänge (es findet sich in dem Buch kein einziges Beispiel) und der hohen Vertrauheit im Umgang mit der symbolischen Methode, die auch beim Leser vorausgesetzt wird. In der Tat benutzt er dort ein vom üblichen Gebrauch abweichenden Invariantenbegriff, den der „irrationalen Invariante", wie Study ihn schon zwei Jahre zuvor in [Study 1887b] entwickelt und zu Beginn des Buches erneut eingeführt hat. Des weiteren verwendet er an einigen Stellen die „Theorie der Transformationsgruppen" (s. [Lie/Engel 1888]) als Grundlage. Study war dies durch die Korrekturabzüge möglich, die er durch Engel erhalten hatte, aber nicht bei jedem Leser lässt sich Bekanntheit mit diesem gerade erschienenen Werk voraussetzen. Zuguterletzt kommt die Verwendung eine Notation hinzu (s. [Study 1889b], Kapitel VIII), die von der Theorie der binären Formen her eigentlich schon mit anderen Bedeutungen belegt ist (hier aber dennoch Sinn macht, weil sie die vielfältige Indizierung erleichtert).

Die Nachwelt scheint dieses Werk insofern für erhaltenswert geachtet zu haben als dass Gian-Carlo Rota fast ein Jahrhundert später bei Springer einen (unveränderten) Nachdruck erreichen konnte. In seinem Vorwort (s. [Rota 1982], S. 10/11) sieht er in dem Kern des Buches (§ 9-13) ein Drei-Punkte-Programm, das Study verfolgte – wie jeder waschechte Invariantentheoretiker (Hilbert eingeschlossen), der nicht bei dem endlichen Teil des Ringes der Invarianten stehen bleiben wollte: „1. to provide a systematic theory of canonical forms for tensors 2. to produce a constructive method for generating invariants 3. to set up a table of correspondences between geometric-combinatorial properties of forms and the vanishing of covariants" [98] Für das erste Ziel konnte das Oszillationstheorem von Felix Klein benutzt werden, beim zweiten sieht Rota – auf Grund der zu diesem Zeitpunkt noch fehlenden Entwicklungen – „Studys Gaukelei mit Normalformen als motiviert"[99] an, bemängelt aber, dass seine Resultate verbesserungswürdig sind und es ihm oft an Verständlichkeit fehlt. Beim dritten Punkt versucht es Study mit Normalformen und rationalen Invarianten, aber angesichts nachfolgender Entwickungen fragt sich Rota, wieviel davon heute noch

[98] „1. für eine systematische Theorie der canonischen Formen für Tensoren sorgen 2. eine konstruktive Methode finden, um Invarianten zu generieren 3. einen tabellarischen Vergleich zwischen geometrisch-kombinatorischen Eigenschaften von Formen und dem Verschwinden von Covarianten entwickeln"

[99] „Study's juggling with normal forms is thus motivated"

verwendet werden könnte. Gefallen findet er vor allem an seiner Schreibart (s. [Rota 1982], S. 12):

> „[...] the flamboyant German style and the scattered remarks, often sparkling and original, make the reading enjoyable, and the deciphering of the two examples of irrational invariants will be a test of the reader's understanding of the vagaries of the invariant-theoretic mind.
>
> [...] The reader will miss in Study's book Elliott's philatelic detail, Capelli's combinatorical skill, Hilbert's and Alfred Young's steam-rolling genius, but will find instead a breadth of conceptual view and philosophical insight that displays Continental mathematical thought in its finest hour[100]."

Ausführlich benutzt wurde Studys Werk zum Einen von Franz Meyer in seinem Enzyklopädieartikel über Invariantentheorie (s. [Meyer 1898]), zum Anderen von Roland Weitzenböck in seiner „Invariantentheorie" (s. [Weitzenböck 1923]). Bei ersterem findet man in der Quellenangabe zu Beginn einen interessanten Schreibfehler: In der langen Reihe der Bücher über binäre Formen wird auch Studys Buch mit „Methoden zur Theorie der *binären* Formen" aufgeführt. Danach richtig zitiert, stellt es bei beiden Quellen das einzig zusammenhängende Werk über ternäre Formen dar und wird entsprechend oft herangezogen[101]. In Weitzenböck's Vorwort steht es in der Reihe der als grundlegend verwendeten Werke sogar neben Clebsch's Geometrie und Gordan's Invariantentheorie.

Auf ein inhaltliches Detail sei noch hingewiesen: Dem im Titel angekündigten methodischen Anspruch wird Study beispielhaft in dem § 12 des zweiten Teils gerecht, in dem er die Clebsch-Gordanschen Reihenentwicklungen auf ternäre Formen überträgt[102]. Dabei verwendet er das schon von Rota erwähnte und auch von Klein und Lie praktizierte Denken in Konzepten, allerdings entscheidend erweitert durch seine gruppentheoretischen Kenntnisse und als Konzept selbst Ziel seiner geometrischen Interpretationsweise. Ähnliches findet sich schon bei

[100]„ [...] der flammende deutsche Stil und die verstreuten Bemerkungen, oft funkelnd und originell, machen das Lesen zum Vergnügen, und das Entziffern der zwei Beispiele für irrationale Invarianten wird ein Test für das Verständnis des Lesers in Bezug auf die Grillen des invariantentheoretischen Geistes sein.

[...] Der Leser wird in Studys Buch Elliot's philiatelistischen Detailreichtum, Capelli's kombinatorische Fähigkeiten, Hilbert's und Alfred Young's dampfwalzenartiges Genie vermissen, aber stattdessen die konzeptionelle Betrachtungsweise und philosophische Einsichten in seiner ganzen Breite finden, die kontinentales mathematisches Denken zu seiner besten Stunde widerspiegeln."

[101]Bei Meyer beziehen sich von den 34 Study-Zitaten 19 darauf, bei Weitzenböck sind es sogar 15 von 20.

[102]Auf den binären Fall übertragen, wäre dies einer der von Lie bei Study eingeklagten Sachverhalte gewesen. Study hätte hier als erster einen Schritt von der Clebsch-Gordanschen Reihenentwicklung in Richtung der heutigen Weise getan (s. [Hawkins 2000], S. 245).

seiner früheren Beschäftigung mit Grassmann z. B. in seiner Doktorarbeit oder auch in seiner Habilitationsschrift.

Der Streit über letztgenannte mit Zeuthen in den Mathematischen Annalen von 1890 bis 1893, den wir im nächsten Kapitel besprechen werden, scheint mir neben den bereits erwähnten Gründen das Haupthindernis für die Auseinandersetzung mit der Lie'schen Theorie gewesen zu sein.

5 Auseinandersetzung mit Zeuthen ber die Chasles'sche Vermutung: Behaupten

5.1 Zeuthen's Briefe

Am 4. November 1887 schrieb Zeuthen aus Kopenhagen an Klein (s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 436):

> „Obschon es weit davon ist, dass die rollenden Jahre mich bitter gemacht haben, werde ich, da ich von Polemik spreche[103], es hier noch bedauern, dass ich die Gelegenheit verfehlte zu einer mündlichen Polemik mit dem Herrn Study, der in Kopenhagen war, mich aber nicht traf. Seine Arbeit über die Charakteristiken zeigt, dass er hinlängliche Begabung besitzt, um eine Discussion interessant zu machen; meine Unzufriedenheit mit dieser Arbeit würde aber einer solchen Diskussion hinlänglichen Inhalt geben."

Es schien Zeuthen also einfach nur um eine fachliche Diskussion zu gehen. Im Weiteren sieht man aber auch, dass er sich schon ein bisschen persönlich angegriffen fühlte (ibid.):

> „Wir alten Charakteristiker waren nicht *so naiv* wie er voraussetzt. Wir wussten ja, dass die Formel $\alpha\mu + \beta\nu$ nur durch Induktion gefunden war, und ich habe sie nur in ein oder zwei Arbeiten benutzt, wo die Resultate unzweifelhaft sind."

Daraufhin gibt er zwar zu, den (inzwischen falsifizierten) Beweis (s. S. 30) nicht völlig durchblickt zu haben, was ihn aber nicht davon abhält, die Gegenbeispiele verstanden zu haben (ibid.):

> „Die Beweise für die Formel habe ich nicht völlig erfasst [...]; dagegen war mir Halphen's Beweis Ihrer Unrichtigkeit mir klar, als er mir davon schrieb, und es ist ein vollständiges Missverständnis von Study, dass Halphen's Entdeckung der Unrichtigkeit der Formel $\alpha\mu + \beta\nu$ nur auf die Fassung Clebsch's Beziehung haben sollte. Diese Fassung, die sich auf die ‚Beweglichkeit' der Lösungen bezieht – die, richtig aufgefasst, für die analytische Übersetzung der Frage nützlich sein **kann** – ist bei weitem nicht so wesentlich, wie Herr Study es voraussetzt, und hat eben dazu beigetragen, ihn in die Irre zu führen."

Im Folgenden geht er sogar in die Details, um nochmals auf seine „wunde Stelle" zurüchzukommen (ibid.):

[103] Vorher ging es um eine Polemik gegen Cayley, die er Klein wegen der Fehler im Deutschen zur Korrektur zugesandt hatte.

„Seine Missverständnisse culminierten in der Bemerkung *Seite 9*, wo er sagt, ‚dass ein Kegelschnitt vollkommen bestimmt ist sobald er entweder als irreduzible Curven oder als Punktepaar oder als Linienpaar gegeben vorliegt'. Das ist eben eine Wiederholung der *wirklichen* Naivität der alten Charakteristiker, und wenn wir daran Recht gehabt hätten, würde die Formel $\alpha\mu + \beta\nu$ vollkommen richtig sein. Bei uns konnte man sie entschuldigen, aber nicht bei dem Herrn Study, der wissen sollte, dass die Erneuerung Halphens eben in der Bemerkung besteht, dass es eine *dritte* Art von Spezialfällen von *derselben Allgemeinheit* ist, nämlich diejenige welche aus den anderen sich bildet resp.[ektive] durch Zusammenfallen der zwei Punkte oder durch Zusammenfallen der zwei Geraden. Wir kannten – und benutzten – natürlich auch diese Grenzform, übersahen aber, dass auch sie eine *vierfache Unendlichkeit* haben konnte.[...]"

Zum Schluss gab er sich jedoch wieder verbindlich (ibid.):

„Aber nun beschwerde ich Sie mit den Bemerkungen worüber ich lieber dem Herrn Study schreiben sollte; denn weder ich noch Herrn Halphen, dem ich es vorschlug, sind geneigt eine Gegenschrift auszuarbeiten, die doch nur enthalten würde, was sich schon in der Literatur findet. "

Von dieser Kritik hat er Study offensichtlich nichts erzählt[104]; dazu nimmt er scheinbar erst Zeuthens Besuch im Sommer 1890 zum Anlass (s. [Klein-Archiv/Study], Briefentwurf von Klein an Study, 13.07.1890/Göttingen):

„Neulich hatte ich Besuch von Zeuthen aus Kopenhagen und das Gespräch kam naturgemäss auch auf Ihre Habilitationsschrift, zumal neuerdings über dieselbe Referat in den Fortschritten der Mathematik erschienen ist. Ich konnte Zeuthen gegenüber nur aussprechen, was ich 1887 gegen Halphen schon geäussert hatte: dass ich als Herausgeber der Annalen Ihnen gern alle Freiheit der Meinungsaeusserung gelassen habe, unter der Bedingung, dass sie für Ihre Ansichten später einzutreten wissen, dass ich aber dieselbe Freiheit der Gegenpartei (Halphen, bez. Zeuthen) zugestehe und um so mehr um eine Aeusserung von ihrer Seite bitte, als ich persönlich glaube, dass Halphen in der That tiefer eingedrungen ist, als irgend ein Anderer.[...]

Zeuthen hat mir nun in der That jetzt eine Note für die Annalen zugestellt, die demnächst abgedruckt werden soll. Zweck dieser Zeilen ist, Ihnen hiervon frühzeitig Unterricht zu geben, damit Sie durch das Erscheinen der Note nicht überrascht werden und Sie möglichst

[104] Dieser befand sich nach seinem Aufenthalt bei Gordan in Erlangen gerade wieder in Leipzig, s. S.66.

schon in der Zwischenzeit, die bis zum Erscheinen der Note verstreichen wird (vielleicht bis Ende des Jahres?) den Gegenstand erneut durchdenken. "

Klein erschien also hier in der Rolle des neutralen Redakteurs, der jedem die Freiheit der Meinugsäußerung lässt und gleichzeitig Study wohlwollend Gelegenheit gibt, sich vorzubereiten und im Voraus zu äußern. Study erkannte dies auch an (s. [Klein-Archiv/Study],1286, 15.07.1890/Marburg):

> „Für die gütige Absicht, mich auf das Erscheinen einer Polemik vorzubereiten, die Herr Zeuthen, wenn ich Ihre Worte recht verstehe, auf ihre Veranlassung hin gegen mich eröffnet hat, sage ich meinen ergebensten Dank [...]."

Nun aber wies er erst einmal jegliche Schuld von sich (ibid.):

> „Sie sagen: ‚Dass Sie auf Halphens mündliche und schriftliche Gegenvorstellungen von 1886 nicht reagiert haben, kann ich natürlich nicht billigen'.
>
> Als ich im Jahre 1886 mit dem verstorbenen Halphen über das Charakteristikenproblem sprach, habe ich meine Meinung über die Auffassung der Arbeiten Chasles' und damit auch Halphens geändert; [...]. Halphen berief sich auf Gespräche, die er selbst mit Chasles gehabt hatte; [...]. Ich bin dann mit Halphen in Frieden auseinandergekommen; [...]. Sehr peinlich überrascht war ich daher, [...] dass er sich im Jahre 1887 Ihnen gegenüber tadelnd über mich ausgesprochen haben soll.
>
> Angesichts der geschilderten Sachlage war für mich keine Veranlassung vorhanden, eine Berichtigung drucken zu lassen. Halphen konnte ja, wenn er Werth darauf legte, seine Berufung auf seinen persönlichen Verkehr mit Chasles selbst der Öffentlichtkeit übergeben. Dass ich eine *Verpflichtung* dazu gehabt hätte, das erkenne ich *nicht* an."

Anschließend stellte er den (seiner Meinung nach) wahren Verursacher fest und machte gleichzeitig klar, dass er sich auch nicht vor einer Auseinandersetzung fürchtete (ibid.):

> „Gleichwohl würde ich es herzlich gerne gethan haben, wenn ich auch nur die leiseste Ahnung davon gehabt hätte, dass Halphen oder Sie etwas derartiges wünschten. Wenn Sie in dem Briefe, den Sie nach Ihrer Rückkehr aus Paris an mich richteten, eine Andeutung von dem Wunsche Halphens gemacht hätten, so hätte ich ihn noch rechtzeitig erfüllen können. So aber hatte ich weder dazu Gelegenheit, noch auch nur die Möglichkeit, mich Ihnen gegenüber zu vertheidigen. Ich

glaube daher auch nicht, dass ich einen Tadel verdiene, weil ich einem Wunsch nicht nachgekommen bin, der mir gar nicht mitgetheilt worden war.

Ich bin nach wie vor gerne bereit, eine Erklärung in dem oben genannnten Sinne abzugeben. "

Da sich bei Klein, der sonst ein so akribischer Briefsammler ist, keine derartige Korrespondenz mit Halphen finden lässt, legt die Vermutung nahe, dass er hier vielleicht Halphen mit Zeuthen (d. h. seinem zuvor ziterten Brief von 1887) verwechselt hat.

In dem Brief vom 26. Juni 1890, in welchem Zeuthen zugleich seine Note für die Mathematischen Annalen ([Zeuthen 1891]) mitschickte, entschuldigt sich Zeuthen für die Länge des Artikels, die nur ein Ausdruck seines „lebhaften Interesses" sei. Er stellt ganz deutlich seine beiden Hauptkritikpunkte heraus: „1. dass Herr Study gar nicht die wirkliche historische Frage beantwortet hat, 2. seine Antwort auf die Frage, die er selbst aufstellt, in Halphens Lösung ganz eingefasst ist, und darum jetzt ganz bedeutungslos." Sogleich relativiert er dieses Urteil ein wenig, indem er es auf einen bestimmten Teil der Schrift bezieht: „Ich spreche dabei natürlich nur von seinen deutlich ausgesprochenen Resultaten und den daran geknüpften Betrachtungen und sehr überlegenen[105] Beurtheilungen, nicht von seiner Analysis[106]." Diesen entschärfenden Zusatz sucht man in der Veröffentlichung vergebens, wohl aber findet man den wirklichen Grund für die Publikation gerade zu diesem (späten) Zeitpunkt (s. [Zeuthen 1891], S. 461-464):

> „Vous m'avez rappelé un devoir envers la mémoire de mon ami bien regretté, Halphen: je dois publier les remarques que je vous ai communiquées sur le mémoire de M. Study. [...] Peu de temps après l'apparition du mémoire de M. Study, j'ai demandé à Halphen, s'il ne pensait pas élucider les malentendus de ce travail. Sachant à présent, combien ses dernières années était occupées [...], on comprend bien qu'Halphen n'était guère tenté de revenir à une question dont il avait déjà dit tout ce qu'il fallait dire. [...] C'est donc, selon moi, Halphen qui a répondu à la question qui avait occupé les géomètres depuis 1864, et, en tout cas M. Study n'a répondu qu'à une modification de cette question, mais la solution d'Halphen a un avantage encore plus essentiel: elle est une solution complète qui comprend *en elle la réponse à toutes les questions particulières de la question.* Elle donne aussi la réponse à la question que se propose M. Study[107]."

[105]Er meint hier das wohl im Sinne von arrogant.

[106]Diese nimmt er wohl heraus, da er sie, wie schon 1887 zugegeben, wohl nicht versteht.

[107]„Sie haben mich an eine Pflicht meinem sehr bedauernswerten Freund Halphen gegenüber erinnert: Ich muss die Bemerkungen veröffentlichen, die ich Ihnen über den Artikel von Herrn Study übermittelt habe. [. . .] Kurz nach dem Erscheinen des Artikels von Herrn Study habe

Wie schon an anderer Stelle Halphen (s. S. 31) versucht Zeuthen, mit Zähnen und Klauen das Ansehen seines 1889 verstorbenen Freundes Halphen zu verteidigen, umso mehr, als ausgerechnet von Schubert die Study'sche Arbeit im Jahrbuch so wohlwollend rezensiert worden war. Klein erfasst sofort die Tragweite Zeuthen's bissiger Bemerkungen und rät Study sogleich zum völligen Rückzug – nicht ohne seine eigenen Hände in Unschuld zu waschen (s. [Klein-Archiv/Study], Briefentwurf von Klein an Study, 1236 Anlage/18.07.1890, Göttingen):

> „1) Halphen hat in der That mir gegenüber Ihr Verhalten in der Sache mit derselben Schärfe verurtheilt, mit der jetzt Zeuthen seine Erklärung verfasst hat;
>
> 2) was mich angeht, so erscheint es mir allerdings als Pflicht, wenn ein Irrthum vorliegt, sowohl für den Autor wie für den Rezensenten, alles zu thun, um den richtigen Sachverhalt klar zu stellen, nicht aber durch fortgesetztes Schweigen einen falschen Schein zu erzeugen.
>
> [...] wenn Sie selbst jetzt umgehend eine Erklärung verfassen wollten, in der Sie die Unrichtigkeit Ihrer anfänglichen Auffassung so unumwunden darlegen, dass Zeuthen sich damit zufrieden gestellt erklären kann.[...]
>
> Die Erklärung von Zeuthen ist entsprechend Ihrer Darstellung Ihrer Hab.[ilitations]schr.[ift] so scharf gefasst, dass sie Ihrer Carriere fatal werden könnte. Dieses will ich vermeiden und bezeichne klar vorstehend den einzigen Weg, auf welchem es meines Erachtens vermieden werden kann. “

So lässt er Study als jungen Mathematiker, der noch auf Stellungssuche gerade dabei war, sich einen Namen zu machen[108], die Wahl zwischen Pest und Cholera: Lenkt er ein, so stellt er selbst seine mathematische Unfähigkeit an den Pranger, bleibt er dabei, so erledigen das die anderen für ihn.

5.2 Study's Reaktion

Doch Study wäre nicht Study, hielte er Angriff nicht für die beste Verteidigung, und zwar erst recht, wenn er von seinem mathematischen Standpunkt so überzeugt ist. Er erzwingt eine Entgegnung, was wiederum Klein dazu veranlasst,

ich Halphen gefragt, ob er nicht daran dächte, die Missverständnisse dieser Arbeit zu erhellen. Heute nun wissend, wie sehr er in seinen letzten Jahren beschäftigt war [...], versteht man gut, dass Halphen nicht einmal versucht war, auf eine Frage zurückzukommen, über die er schon alles gesagt hatte, was es zu sagen gibt. [...] Es ist also, meiner Meinung nach, Halphen, der die Frage beantwortet hat, die die Geometer sseit 1864 beschäftigt hatte, und auf alle Fälle hat Herr Study nur eine Abwandlung der Fragestellung gelöst, aber die Lösung von Halphen hat noch einen grundsätzlichereren Vorteil: Sie ist eine vollständige Lösung, die *in sich die Antwort auf alle anderen Teilfragen dieser Frage* beinhaltet. Sie gibt auch die Antwort auf die Frage, die sich Herr Study stellt.“

[108] Study hatte gerade sein erstes Buch veröffentlicht, s. S. 70.

die ganze Angelegenheit einem anderen Redaktionsmitglied der Mathematischen Annalen, seinem Schüler von Dyck zu übergeben, der zu dieser Zeit übrigens in München auf seinen Spuren wandelte (s. [Engel-Archiv], Brief von Dyck's an Study, 05.01.1891/München):

> „Suaviter in modam
> Fortiter in re.[109]
>
> Ich kenne die Erörterungen um die es sich handelt *nicht* & habe auch augenblicklich gar keine Zeit mich damit zu befaßen[...] sie rehabilitieren sich durch eine in solchem Ton gefaßte Entgegnung in *keiner Weise.*[...] Selbst **wenn** Sie in allen *sachlichen Punkten* – und auf die allein kann es ankommen – Recht haben (wobei ich bemerke, dass doch neben Zeuthen auch Klein & Halphen die Dinge reiflich überlegt haben) fällt das Urteil beim Lesen Ihrer *sichtlich überhasteten, nicht ruhig durchdachten* Arbeit zu Ihren Ungunsten aus. “

Von Dyck formulierte also die Klein'schen Ansichten, nur eben etwas diplomatischer. Er gibt immerhin offen zu, sich mathematisch nicht mit der Sache auseinandergesetzt zu haben, ein Bekenntnis, das Klein so nicht über die Lippen gekommen zu sein scheint. Dieser hat sich nun völlig von seiner Rolle als Betreuer verabschiedet, was Study wohl noch mehr erzürnte als die eigentliche Streitfrage. Daraufhin antwortete von Dyck schon drei Tage später auf seine Vorwürfe (s. [Engel-Archiv], Brief von Dyck's an Study, 08.01. 1891/München):

> „Es war also völlig richtig und notwendig, wenn Kl.[ein] eine Kritik Ihre Aufsatzes in die Annalen aufnahm. Er wollte in *Ihrem Interesse* Sie selbst veranlaßen (statt des Z.[euthen]'schen Aufsatzes) eine Darstellung der Sache – wie Sie sich dieselbe *nach* Ihrer Unterredung mit Halphen formulierten – zu geben. Da Sie das nicht wollten oder konnten – ich denke bei weniger entschiedener Erklärung hätten Sie & Zeuthen sich immer noch vorher verständigen können; so ist das vergangen – somit erschien Z.[euthen]'s Aufsatz, *wesentlich gemildert* in der Form durch *Klein.* “

Ob Letzteres zutrifft, lässt sich leider nicht mehr nachvollziehen.

Auffällig ist jedenfalls bei [Zeuthen 1891] die Wahl der französischen Sprache: Auf deutsch hätte er ihn sicherlich auch verfassen können, da Klein auch schon zuvor bei anderer Gelegenheit (s. S. 74) sprachliche Fehler korrigiert hatte. Doch wird so der Anschein eines Artikels im Halphen'schen Sinne natürlich verstärkt. Für Study bedeutet dies ein weiteres Handicap, da er schon in Paris Sprachprobleme hatte (s. Brief von Hilbert an Engel, [Engel-Archiv], 08.04.1886/Paris).

[109] Gemäßigter in der Art
Stärker in der Sache.

Vielleicht war dies auch ein Umstand, der ein allzu genaues Studium der Chasles'schen und insbesondere der Halphen'schen Originalquellen im Vorfeld seiner Arbeit verhindert hatte.

Study nutzte die ihm gegebene Chance zur Entgegnung ausführlich, nämlich auf 28 Seiten in Form dreier Artikel. Im ersten ([Study 1892a]) erklärt er zunächst eine Abbildung der Mannigfaltigkeit des vollständigen Kegelschnitts auf die Punkte eines höherdimensionalen Raumes an Stelle „auf gewisse durch eine quadratische Transformation verbundene Elementpaare eines linearen fünffach ausgedehnten“ (S. 551). War letzteres in [Study 1886b] sein „wichtigstes Hülfsmittel“, so vermeidet er damit „gewisse begriffliche Schwierigkeiten [...] und gewährt so einen besseren Einblick in das Wesen der Sache“ (s. [Study 1892a], S. 551), nämlich in den Begriff des vollständigen Kegelschnitts[110]. Damit fällt es ihm leichter, seine Auffassung von der Halphen'schen erneut abzugrenzen und kommt somit zu dem Fazit (s. [Study 1892a], S. 558): „Halphen's Kritik des Chasles'schen Satzes ist hiernach nur so weit gerechtfertigt, als sie sich auf dessen mangelhafte Formulirung bezieht, und seine eigene Theorie lässt die von uns angegebene Ergänzung nicht als überflüssig erscheinen. Diese Ergänzung aber könnte, wie ich gerne hinzufüge, nachdem ihre Notwendigkeit einmal erkannt ist, auch aus Halphen's eigener Analyse abgeleitet werden.“ Scheint Study hier den von Dyck'schen Wahlspruch einigermaßen beherzigt zu haben, so geht er bei der anschließenden Entgegnung ([Study 1892b]) „in die Vollen“: Zunächst stellt er die Streitfrage allgemein als lächerlich und geringfügig dar. Für die angebliche Trivialität seiner Ansicht warf er Zeuthen mangelnde Belege vor (s. [Study 1892b], S. 559): „Indessen hat er weder aus den Schriften Halphen's, noch aus seinen eigenen Arbeiten, noch aus der sonstigen ausgedehnten Litteratur des Charakteristikenproblems eine Stelle angeführt, in der diese Auffassung vorkommt; und er würde dies gewiss nicht unterlassen haben, wenn ihm eine solche bekannt gewesen wäre.“ Zeuthen's Auffassung ist also eine bloße Meinung, viel wichtiger ist die Frage nach der Richtigkeit seiner Theorie und – hier setzt er noch einen drauf und greift Zeuthen an seinem wundesten Punkt an – der korrekten Interpretation der Halphen'schen Werke, die man natürlich nur bei ihm fand (s. [Study 1892b], S. 562):

> „Die Darstellungsweise des Herrn Zeuthen kann bei einem mit dem Gegenstande nicht vertrauten Leser leicht die Meinung hervorrufen, dass er ganz und gar den Standpunkt seines einem frühen Tode anheim gefallenen Freundes vertrete. Zeuthen selbst hat sich offenbar in diesem Glauben befunden. Dem gegenüber muss ich hervorheben, dass Herr Zeuthens Auffassung der Halphen'schen Theorie meiner Ansicht nach auf einem Missverständnis beruht. [...] Halphen's Theorie muss vielmehr so aufgefasst werden, wie es in der vorausgehenden

[110] Die gleiche Abbildung wird später bei der endgültigen Lösung des Problems Verwendung finden, s. S. 171.

Abhandlung dargelegt ist. Die gegenwärtige Kritik richtet sich also nicht gegen Halphen, sondern nur gegen die Darstellung, die dessen Theorie durch Herrn Zeuthen erfahren hat.

Wenn diese Ueberlegungen richtig sind, so dürften die Gründe Zeuthens wenig geeignet sein, die Sprache zu entschuldigen, in der er seine Gedanken vorgetragen hat. Weder die Verteidigung Halphens noch der Angriff gegen mich ist ihm gelungen. Er selbst hat nichts dazu beigetragen, was geeignet wäre, irgendwie zur Aufklärung zu dienen."

Nach diesem vernichtenden Urteil fand sich anschließend in dem dritten Artikel Study's ([Study 1892c]) eine Anwendung seiner Methoden aus [Study 1889a] auf die Theorie der Kegelschnittsysteme, sodass er zugleich noch ein bisschen Werbung für dieses Buch machen konnte. Außerdem ist diese Reihenfolge auch strategisch günstig, lässt sie ihn doch als souveränen und erfahrenen Mathematiker erscheinen, der zunächst eine kleine Verbesserung einer früheren Arbeit vornimmt, sich dann einer ungerechtfertigten Kritik erwehrt, um schließlich sein Expertentum in einer weiteren Abhandlung unter Beweis zu stellen.

Dies alles bei der Redaktion der Mathematischen Annalen durchzubekommen, war nicht einfach: Angesichts des mangelnden Fachverstandes bei von Dyck (und wohl auch bei Klein) bestellten sie Gordan und Noether als Gutachter. Die Chance, die für Study in diesen Invariantentheoretikern steckt, verpufft, da sie sich an Klein's Aussage orientieren, welcher sich mit charakterlich-philosophischen Argumenten deutlich distanziert. Von Dyck schildert Study die ganze Diskussion fast wörtlich (s. [Engel-Archiv], Brief von Dyck's an Study, 13.02.1891/München):

„[Klein, 27.01.91] ,Was aber ist die eigentliche Wurzel der Study'schen Auffaßung? Das Ueberschätzen der Methode gegenüber der objektiven Sachlage. Ich habe darüber mit Study, als er noch in Leipzig war, endlos gestritten: ich habe den Wahrheitstrieb des Naturforschers, der von den Dingen lernen will, er hat den Gestaltungstrieb des verfloßenen Philosophen, welche die Wirklichkeit nach ihrem System ummodeln wollen.[...] Sicher hat es ein gewißes Intereße, alle Betrachtungen innerhalb einer Methode durchzuführen;[...] aber daß das Hauptprinzip der jetzt anzustrebenden Mathematik hierin zu suchen sei, das muß ich aufs lebhafteste bekämpfen.

Die centrale Frage ist nun offensichtlich: hat Study betreffs des von Chasles gestellten Problems die Halphen'sche Lösung in irgendwelchem Punkte berichtigt oder vervollständigt: Und diese Frage ist mit Nein zu beantworten, und also ist Zeuthen's Note berechtigt.'

[Gordan und Nöther],Wir stimmen mit Prof. Kleins Brief überein [...]. Study's Fragestellung (Habilitationsschrift) ist zu unbestimmt, als daß man das darin Steckende erkennen könnte. Erst aus Halphens

Definitionen läßt sich ersehen, daß die Ausartungen [...] alle bei Study mitgenommen sind.[...] Study's neuer Aufsatz besteht aus drei Teilen [i. W. Polemik und Wiederholungen]. *Keiner* dieser drei Teile spricht also für unveränderte Aufnahme in die Annalen.'

> Lie und A. Mayer [...] enthalten sich sachlichen Urteils. Wenden sich *gegen den Ton* der Zeuthen'schen Note [...] und wünschen, ,daß es Ihnen noch gelingen werde, einen der Form und Sache nach annehmbare Entgegnung in dem von Noether gewünschten Sinne zu Stande zu bringen' (Mayer). "

Zum Schluss fasst von Dyck es so zusammen (ibid.):

> „Nach Nöthers Gutachten kann es sich dabei [bei Study's Entgegnung] nicht mehr um die Frage handeln, was Chasles gewollt hat, was Halphen ,fremdes' hereingebracht hat – sondern nur darum, daß Sie scharf präzisieren, in welcher Form *Ihre* Definitionen die Abzählung in jener allgemeinen Form ergeben. Ueber die Ausdrucksweise Zeuthens (jene 4 Const.[anten] betr[effend]) die indeß bei Halphen völlig klar ist, soll Zeuthen von unserer Seite interpelliert werden. Ich werde es endlich vertreten, wenn sie in einer solchen rückhaltlosen Darlegung eine Bemerkung einfügen, wonach Sie die Schärfe der Zeuthen'schen Note für nicht gerechtfertigt halten."

Study erkennt die Bemühungen von Dyck's durchaus an, ist sich aber gleichzeitig die ganze Zeit dessen Naivität bewusst (s. [Engel-Archiv], 10.01.1891/Marburg): „Dyck meint es gut; es ist aber charakteristisch für ihn, dass es ihm durchaus nicht in den Kopf will, ein Privatdozent könne gegen Halphen, Zeuthen und Klein zusammen Recht haben." Betrachtet man es von dieser Machtfrage aus, so wundert es umso mehr, wie dieser aufmüpfige Grünschnabel seine drei Artikel gegen die einhellige Ablehnung der etablierten Expertenriege durchbringen konnte.

5.3 Abbruch durch die Redaktion der Mathematischen Annalen

Ein Indiz verbirgt sich in dem einigermaßen neutralen Kommentar Lie's und vor allem Adolph Mayer's, dem anderen entscheidenden Redaktionsmitglied der Mathematischen Annalen[111]. Um diese Hintergründe genauer zu klären, lohnt es sich, zunächst die „andere Seite" zu betrachten: Klein enthielt die Study'schen Artikel Zeuthen zunächst vor, der vor Neugier fast platzt, aber doch für das Vorgehen der Redaktion konziliant Verständnis zeigt (s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 445, 30.05.1892/Kopenhagen):

[111]Mayer war für seine Gutmütigkeit bekannt; Kowalewski nennt ihn einen „edlen Menschen" (s. [Kowalewski 1950], S. 47).

> „Es ist mir übrigens nicht ganz klar, worüber sich Study dann zu beklagen hat, denn ich habe ja nur eine **Anti**kritik geben wollen. Wenn übrigens seine Misserkennung des Halphenschen Standpunktes mich für Vorzüge seines eigenen Standpunktes blind gemacht haben sollte, ist es ganz natürlich, dass er mir und den Lesern den Annalen diesen deutlicher macht, und gut, dass Nöther und Sie ihn dazu bewogen haben zu warten, bis er diesen durch Resultate erleuchten kann. Nun werde ich auch warten, bis ich sehen kann, ob ich antworten muss, und dann durch Angriff, Verteidigung oder Anerkennung."

Nachdem er später seine Aufgeschlossenheit nochmals bekräftigt hat, geht er auf eine Reaktion auf seinen Artikel ein (ibid.):

> „Ich wusste schon im Voraus, dass nicht alle mit meinem vorigen Artikel zufrieden waren. Prof. Engel schrieb mir – in einem *übrigens* freundlichen Briefe – dass er weder die Form noch den Inhalt billigte. Leider mittheilte er mir nicht, was er mißbilligte, oder ob er z. B. die Form Studys (dessen Bemerkungen über die Naivität der älteren Verfasser ja auch mich gelten musste)[112] vorzog. Was den Inhalt betrifft, werde ich es ja nun aus dem Artikel Studys ersehen."

Zeuthen schien von Klein in Sicherheit gewiegt worden zu sein, speziell in Bezug auf den Ton der Study'schen Erwiderung, den er durch die Redaktion als sachlich und auch an fachlichen Argumenten orientiert einschätzt, sodass ihn die mathematische Neugier durchaus gepackt hat. Doch wie wir bereits gesehen haben, erhielt Zeuthen eben nicht nur eine fachliche Antwort, die wiederum eine Methodik benutzte, die nicht die seine und auch kaum für ihn verständlich war, sondern zugleich eine glühende Polemik gegen seinen Brief ([Zeuthen 1891]). Entsprechend schrieb er an Klein einen 15-seitigen Brief, an dessen zwei-, teilweise sogar dreifachen Unterstreichungen, den zahlreichen Einfügungen und durchgestrichenen Passagen allein man deutlich sehen kann, wie sehr dieser sonst so akkurate Korrespondent vor Wut gekocht haben muss. Nicht genug, dass Study die Halphen'sche Auffassung noch immer nicht verstanden habe, seine „leichtfertige Wortführung" verwandelt seine richtige Behandlung in wahren Unsinn (Brief Zeuthen an Klein, s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 446, 01.10.1892/Kopenhagen). Doch richtet sich sein Groll nur teilweise gegen seinen Kontrahenten, nachdem er über dessen Situation Genaueres erfahren hat:

> „Lie, den ich gestern die große Freude hatte zu sehen, erzählte mir von Study's ungünstiger Lage. [...] Unter diesen Umständen kommt

[112]In Study's Habilitationsschrift [Study 1886b] und [Study 1886c] findet sich keine solche Bemerkung; das Einzige, was in diese Richtung geht, ist die Bemerkung über den „richtigen Tact" (s. [Study 1886b], S. 61) als Entscheidungskriterium älterer Autoren. Der Ausdruck tauchte zum ersten Mal in dem Brief Zeuthens an Klein auf (s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 442, 04.11.1887 bzw. das Zitat auf S. 74).

> es mir vor, dass Lie und Nöther auch dem Study [es] schuldig waren, ihn von einer solchen Erwiderung – deren höhnische Form sicher nicht durch meine ‚Sprache' berechtigt war, wenn auch möglicherweise meine Bestrebung, die *Gedanken* scharf in der *fremden* Sprache auszudrücken den Anschein persönlicher Schärfe (welche ich jedenfalls durch die Schlusswörter begrenzte) haben konnte - abzuhalten."

Auf den folgenden zwölf Seiten zerpflückte er detailgenau einzelne Passagen mittels seiner beißenden Kritik und pochte auf sein Recht einer erneuten Erwiderung. Gleichzeitig, trotz der seitenlangen echauffierten Messerwetzerei, blieb Zeuthen jedoch zugleich konzilant aufgeschlossener Fachkollege (ibid.): „Enthält sie wirklich was neues (am angeführten Orte, S. 66 im ursprünglichen Artikel)[113], mache ich ihm natürlich gerne eine Entschuldigung; denn ich möchte ihm sehr ungern Unrecht machen."

Klein antwortete binnen einer Woche, und zwar erschien ihm das Ganze wohl so wichtig, dass er nicht nur zunächst ein Konzept aufsetzte, sondern dies auch bei den anderen Zeuthen'schen Briefen aufhob (wodurch es uns heute erhalten ist, s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 447/Anlage): Die fast schon devote Bedachtsamkeit, mit der Klein hier die Worte wählte, wird besonders deutlich, wenn man bestimmte Passagen mit den kurz zuvor gestrichenen Inhalten vergleicht: So gab er zunächst an, seines „Briefes halber den heftigsten Angriffen ausgesetzt gewesen" zu sein, wollte sich aber dann doch nicht so offenbaren und berief sich stattdessen lediglich auf das „allgemeine Princip [...] von welchem aus ich die Aufnahme Ihres Briefes meinem Collegen gegenüber, die mich darüber zur Rede stellten, rechtfertigte: dass die Annalen der Wissenschaft als solcher dienen sollen und darum von Ihnen der freiesten wissenschaftlichen Discussion Spielraum gegeben sein muß." Diesen ebenso diplomatischen wie sich aus allem heraushaltendenden Standpunkt hatte er ja bereits schon Study gegenüber geäußert (s. [Klein-Archiv/Study], Briefentwurf von Klein an Study, 13.07.1890/Göttingen bzw. S. 75), im Weiteren gab er hier jedoch zu, dass ein „besonderer Grund mitgewirkt" hatte:

> „Ich selbst habe zu Study von meiner Leipziger Zeit her wegen ~~seiner unentwegten Rechthaberei~~ der Intoleranz seiner Auffassungsweise im ~~lebhaftesten~~ ausgesprochenen Gegensätze gestanden (das sind dieselben Eigenschaften, mit deren Hülfe er so manchen unserer Collegen bedenkt). Somit gewann die Ansicht Raum, dass ich für seine gegenwärtige präkere Lage verantwortlich ~~bin~~ sei, dass ich womöglich Ihren Brief veranlaßt habe, um Study in seiner Carriere zu schaden."

Obwohl er Study's unzweifelhafte Begabung stets anerkannt und ihn weiterhin gefördert habe, habe er sich gegenüber den „Leipziger Freunden" nur rehabi-

[113] Dort führt Study in [Study 1886b] seine Auffassung des vollständigen Kegelschnittes aus.

litieren können, indem er Study's Entgegnung veröffentlichte. Allerdings hätte er sich zuvor zusammen mit Nöther (der als Einziger zu ihm gehalten hätte) davon überzeugt, dass Study „in der Hauptsache jetzt Halphen's Verdienst" zugebe und (um ein für alle mal die mathematische Frage zu klären) dass „Study's Formulierung, durch welche er das $\alpha\mu + \beta\nu$ rettet, nun als eine subjektive anzusehen" sei. Fern von jeder heutzutage üblichen mathematischen Bedeutung des Begriffes schien er damit seine tolerante Neutralität auf die Spitze treiben zu wollen: Jeder kann glauben, was er möchte, nur von Bedeutung ist es deshalb noch lange nicht.

Klein akzeptiert einen neuen Artikel Zeuthen's kommentarlos, kündigt allerdings schon an, „eine Erklärung seitens der Redaction" beizufügen, „derzufolge für uns dieser Gegenstand, nachdem beiden Autoren Gelegenheit zur erneuten Äusserung gegeben ist, erledigt ist." Zeuthen schickt schon vier Tage später seinen Artikel zusammen mit einem wieder gewohnt freundlichen Brief, da er seine „Verletzung" durch den Artikel und den (vorigen) Brief „so **ganz** *weggeschrieben*" habe (s. [Klein-Archiv/Zeuthen], 17.07.1890/Kopenhagen). Dies scheint schon während des Verfassens seines Artikels geschehen zu sein, denn die dem mathematischen Inhalt (der Erläuterung weiterer Halphen'scher Gegenbeispiele) folgende Note ist recht moderat und begründet von sich aus, warum es nun an der Zeit sei, die Debatte zu beenden (s. [Zeuthen 1893], S. 539):

> „Le faire dans une étendue que me mettrait à l'abri der tout malentendu nouveau serait abuser de l'hospitalité des ‚Annalen' quand même j'ai écrit ma première lettre que sur l'invitation expresse du rédacteur. [...] ...l'opinion que j'ai énoncée sur l'interprétation en question est de très ancienne date. Sans avoir cette opinion je n'aurais pas négligé de trouver une occasion de faire connaitre aussi hors de ma patrie une explication du rapport des théories des Chasles et de Jonquières qui aurait eu sa valeur même sans conduire à une démonstration de l'hypothèse de Chasles.[114]
>
> Fußnote am Ende des Artikels:
>
> Nachdem in der zwischen den Herren *Study* und *Zeuthen* schwebenden Streitfrage beide Autoren ihre Ansicht erneut ausführlich dargelegt haben, kann die Redaktion der mathematischen Annalen von

[114]„Das in einer Länge zu tun, die mich vor allen neuen Missverständnissen in Sicherheit bringen würde, hieße, das Entgegenkommen der ‚Annalen' zu missbrauchen, dennoch habe ich meinen ersten Brief nur auf ausdrückliche Einladung des Redakteurs geschrieben. [...] ...die Meinung, die ich für die fragliche Interpretation dargelegt habe, ist sehr alten Ursprungs. Ohne diese Meinung zu haben, hätte ich es nicht versäumt, eine Gelegenheit zu finden, auch außerhalb meines Heimatlandes die Erklärung des Verhältnisses der Theorien von Chasles und de Jonquières bekannt zu machen, diese hat ihren Wert, auch ohne zu einem Beweis der Chasles'schen Vermutung zu führen." Die angesprochene Erklärung war übrigens ein Gegenstand seiner Dissertation, die allerdings auf Grund Ihrer dänischen Sprache wohl nur eingeschränkte Verbreitung gefunden hat.

ihrem Standpunkte aus die Discussion umso mehr als abgeschlossen ansehen, als die beiderseitigen Ansichten in sachlicher Hinsicht nicht mehr so sehr differiren, – hat doch Hr. *Study* die Correctheit sämtlicher Entwicklungen von *Halphen* ausdrücklich zugestanden und andererseits Hr. *Zeuthen* wiederholt *Study*'s eigenen Standpunkt als einen möglichen anerkannt. "

Und nun? Man hat den Eindruck, das Ganze ging aus wie das Hornberger Schießen: Viel Lärm um Nichts. Insofern scheint es interessant, sich das Bild anzuschauen, welches sich einer breiteren, etwas abseits stehenden Öffentlichkeit bot, und zwar in dem Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik: Schubert besprach in [Schubert 1886] Study's Habilitationsschrift durchaus wohlwollend, denn er kritisierte lediglich die Bezeichnung „Charakeristikentheorie", da doch gerade er wie auch das Jahrbuch nun endlich fast überall „abzählende Geometrie" durchgesetzt hätten. In [Schubert 1892] fasste er Zeuthen's Brief (s. [Zeuthen 1891]), Study's Entgegnung (s. [Study 1892b]) und Zeuthen's Antwort (s. [Zeuthen 1893]) zusammen und führte als springenden Punkt der Streitfrage einen nach Halphen ausgearteten Kegelschnitt an, den Study „aus der Geometrie verbannen zu wollen scheint" (s. [Schubert 1892], S. 627) – ein, wie wir später sehen werden (s. S. 171) unzutreffender Sachverhalt, was als ein Beispiel für die Oberflächlichkeit dieser Rezension gelten mag, die eindeutig für Zeuthen als dem erfahreren, das Halphen'sche Erbe verwaltenden Mathematiker Partei ergreift. Endete diese Besprechung schon mit der Wiederholung der o. g. Fußnote der Redaktion der Mathematischen Annalen, so fand sich diese erneut in [Schubert 1893], der bei der dortigen erneuten Rezension von [Zeuthen 1893] nicht zu erwähnen vergisst, dass Zeuthen das „letzte Wort in der bekannten Streitfrage" hat. Wundert man sich dennoch zunächst über den Sinn dieser erneuten Besprechung, so erblickt man direkt darüber die Rezensionen einer Arbeit von W. G. Alexejew, die (mit dem Blaschmann'schen Preise ausgezeichnet) nicht nur eine Zusammenfassung der Charakteristikentheorie, sondern angeblich auch eine Abbildung des Systems aller Kegelschnitte auf den fünfdimensionalen Raum liefert, die „die von Herrn Study bestrittenen Resultate von Halphen bestätigt"[115]. Das der breiten Öffentlichkeit präsentierte Bild spricht also keinesfalls für Study.

Von seinem Blickwinkel aus sah dieser in Zeuthen nach wie vor seinen wahren Kontrahenten (Brief an Engel, Marburg, 13.10.1892, s. [Engel-Archiv]):

> „Zeuthen hat sich, zu meiner grossen Freude, fürchterlich geärgert. Er hat einen 15 Seiten langen, wutschnaubenden Brief an Klein geschrieben, worin er über den verletzenden Ton meiner Erwiderung Beschwerde führt. Er selbst habe sich zwar scharf geäussert, aber doch nicht verletzend. Dazu eine neue Entgegnung, die aber

[115]Diese Abbildung lässt sich auf Grund der altrussischen Sprache des Artikels nur schwer nachvollziehen.

merkwürdigerweise zahm und ziemlich matt sein soll. Klein will sie aufnehmen und dann Schluss machen; ich aber will zu erreichen suchen, dass er erst noch ein bisschen gestreichelt wird, so wie ich auch gestreichelt worden bin.“

Nach Engel (s. [Engel 1930], S. 142/143) soll Study Jahre später einen Brief von Zeuthen erhalten haben, in welchem er seinen scharfen Angriff von damals bedauerte. Zwar findet sich nirgends (auch nicht in Study's Korrespondenz, die Engel nach seinem Tode übergeben wurde) ein weiterer Beleg dafür, dass dieses Schreiben wirklich existiert hat, aber nach den zahlreichen Stellen, an denen Zeuthen selbst in der höchsten Erregung noch die Hand zur Versöhnung ausstreckt, ist es recht wahrscheinlich.

So fand sich in Zeuthen wohl im Nachhinein eher ein äußerer Anlass, eine Art „günstige Gelegenheit“, eine schon länger schwelende Aueinandersetzung endlich auszufechten, nämlich diejenige zwischen Klein und Study. Hatte sich ersterer schon gleich zu Beginn von der Rolle des Betreuers und Förderers auf die neutrale Position des Redakteurs der Mathematischen Annalen zurückgezogen, so sagte sich schließlich auch Study von seinem ehemaligen Mentor los (Brief von Study an Klein, s. [Klein-Archiv/Study], 1238, 5.4.1892/Marburg):

> „Der tiefere Grund des Zerwürfnisses hat, wenn ich mich nicht täusche, darin gelegen, das Sie mich zu beschäftigen suchten, wie Ihre anderen Schüler. Ich aber hatte mir damals schon den Weg vorgerechnet, den ich nachher inne gehalten habe, und, soweit es in meinen Kräften steht, auch weiter zu verfolgen gedenke. Wenn Sie meine Pläne nicht gelten liessen, so fand meine Opposition, wie ich gerne einräume, wohl nicht immer die rechte Form, so war denn von vorn herein Grund genug vorhanden zur Verstimmung.
>
> Heute ist alles anders. Ich brauche keine Unterdrückung meiner geistigen Selbständigkeit mehr zu fürchten,[...]
>
> Gewiss werden Sie solche Vorwürfe [Study's mangelnder Wahrheitsliebe] nicht aufrecht erhalten wollen, wenigstens könnte ich mir Ihr Entgegenkommen in Halle sonst nicht erklären. Aber dann werden Sie mir diese Beruhigung gewiss eben so gerne gewähren, als ich Ihnen gegenüber meinen Irrthum eingestanden habe.“

Schien der letzte Abschnitt wieder eher ein Entgegenkommen zu signalisieren, so geschah dies eher auf einer unpersönlichen Ebene, auf der man „unter Gleichen“ nach erfolgreicher Emanzipation kommuniziert. In der Tat geht Klein's Versöhnungsangebot nicht von ihm aus, sondern wurde von Mayer initiert (Brief von Klein an Mayer, 28.09.1891/Göttingen, s. [Mayer-Archiv]):

> „[Nachsatz] Am verflossenen Sonnabend habe ich auch noch Gelegenheit genommen, mich mit Study formell auszusöhnen; – ich hof-

fe, damit auch einem von Ihnen gehegten Wunsche entsprochen zu haben."

Mayer sieht die Schwierigkeiten nicht nur in Study's, sondern auch in Klein's Charakter begründet: Als Klein Lie als Mitredakteuer der Mathematischen Annalen ablehnt, da er zusammen mit Killing und Schur schon Opfer dessen „subjektiver Beschwerden" geworden sei, kommentiert Mayer dies am Briefrand mit „Klein-Study? nicht subjektiv?!" (Brief Klein an Mayer, 02.12.1892/Göttingen, s. [Mayer-Archiv]; zitiert nach [Rowe/Tobies 1989], S. 206).

Die Auseinandersetzungen, die Klein mit Lie und eben auch mit Study zu Beginn der 1890iger Jahre hatte, schienen auch von dem Rollenwechsel beeinflusst, den Klein in dieser Zeit vollzog: vom Begründer einer Schule (in Leipzig) zum Wissenschaftspolitiker (in Göttingen). Nur so lässt sich erklären, dass er auf die Intervention Halphens im Jahre 1886 und die erste Zeuthens 1887 so gelassen reagierte, nämlich als gutmütiger und verständnisvoller Betreuer, der dem Nachwuchs seine wissenschaftliche Narrenfreiheit zugesteht und aufkommende Debatten auf universitärinterner Ebene belässt.

Durch die Gründung der DMV sowie Kronecker's Tod und Weierstraß' Pensionierung 1891 sah Klein die Gelegenheit, sich als universitärer Machtfaktor zu etablieren. Bis ihm das 1893 endlich gelang, als er erst großzügig einen Ruf nach München ausschlug, um dann als der Repräsentant der preußischen Mathematik nach Chicago zu reisen (mit Study im Schlepptau, s. S. 92), galt es noch einiges an Rückschlägen und Streitigkeiten zu überwinden: Nicht nur, dass er bei der Besetzung der Berliner Stellen nicht berücksichtigt wurde (u. a. wegen seiner schlechten Gesundheit) sondern auch auf seiner momentanen Position in Göttingen konnte er die Stellen nicht so besetzen, wie er es gerne gehabt hätte, sodass er viele seiner früheren Schüler (Lindemann und insbesondere Hurwitz) vor den Kopf stieß[116]. Somit verwundert es also nicht, dass Klein seine Reputation gegenüber Zeuthen und den Redaktionsmitgliedern der Mathematischen Annalen wichtiger war als Study's Schicksal. Ebenso passt es allerdings in das Bild der damaligen Ereignisse, dass Klein nach seinem Herangehen an die Öffentlichkeit die Geister, die er rief, nicht mehr los wurde und schließlich froh sein musste, die Sache gerade noch „mit einem blauen Auge" beenden zu können.

Weitaus mehr beschädigt war sicherlich Study's Ruf, der sich auch im weiteren Verlauf der 1890er Jahre, als Klein seine zentrale Machtposition etabliert hatte, kaum wieder verbesserte. Die allgemein schlechte Situation allein kann jedenfalls die künftigen, im nächsten Kapitel geschilderten Schwierigkeiten Study's bei seiner Stellungssuche nicht allein erklären.

Brachte die Auseinandersetzung um die Chasles'sche Vermutung denn nicht auch irgend etwas Positives? War Study von seiner Art her und auch gerade

[116] In einem Brief an Althoff vom 10.04.1892 deutet Klein an, dass er demnächst wohl jedem jungen Mathematiker, der in Preussen weiterkommen möchte, raten müsste, sich von ihm fernzuhalten (s. [Althoff-Archiv], 84/32-34).

angesichts der mathematischen Nachlässigkeit seiner Vorgänger um Exaktheit bemüht, so wurde er dennoch durch die Zeuthen'schen Artikel gezwungen, das Ganze noch weiter auszufeilen (was er sonst auf Grund der Auseinandersetzung mit Klein sicherlich nicht getan hätte). Gerade die in [Study 1892a] entwickelte Alternative zu der in der Habilitation [Study 1886b] benutzten Abbildung der Mannigfaltigkeit der Kegelschnitte lieferte, wie wir in Kapitel 8.1 sehen werden, den entscheidenden Angriffspunkt zur vollständigen Aufklärung der Chasles'schen Vermutung.

6 Der lange Weg zum ersten Ordinariat: Streben

6.1 Sphärische Trigonometrie

Auf seiner Privatdozentenstelle in Marburg fühlt sich Study auch immer weniger wohl (s. [Engel-Archiv], 02.11.1888-21.05.1892/Marburg): In seinen Vorlesungen hat er fast immer nur zwei oder drei Studenten (obwohl er auch Chemie oder Mechanik liest), viele kommen erst gar nicht zu Stande. Dabei geht es ihm nicht besser als seinen Kollegen, was teilweise zu Rivalitäten führt: Dr. B. Klein schnappt ihm Vorlesungsthemata weg (z. B. Anwendung der Differentialrechnung auf die Geometrie, s. [Engel-Archiv], 09.06.1889/Marburg), und Hess macht ihm einen Studenten abspenstig, da dieser lieber bei einem Professor als einem Privatdozenten seine Arbeit schreiben will. Generell entwickelt er einen ausgesprochenen Widerwillen gegen die „Plage der Vorlesungen“ (s. [Engel-Archiv], 22.04.1892/Marburg) und bedauert zutiefst, „mit niemandem sprechen zu können“ (s. [Engel-Archiv], 24.01.1890/Marburg) in diesem „Drecksnest Marburg“ (s. [Engel-Archiv], 18.10.1892/Marburg). Einziger Lichtblick ist dabei Weber, sodass ihn dessen Weggang 1892 nach Göttingen hart trifft.

In den Semesterferien fand er dennoch die Ruhe zu einem zweiten Buch (s. [Engel-Archiv], 29.09.1892/Marburg):

> „Ich fasste eines Tages den Beschluss, die sphärische Trigonometrie als ein kleines Buch gesondert herauszugeben, und machte mich gleich an die Arbeit. $\frac{3}{4}$ habe ich nun schon hinter mir; das Ganze wird etwa 5-6 Bogen stark. Es ist eine wunderschöne Theorie, ganz originell, viele neue schöne Saetze, und die bekannten Formeln bekommen alle ein neues Gesicht. Besonders schön wird auch die Anwendung auf elliptische Functionen, die hoffentlich, soweit sie Platz finden soll, noch vor Semesteranfang fertig werden wird und den Schluss bilden soll.“

Beendet hat er es nun doch erst nach den kommenden Weihnachtsferien (s. [Engel-Archiv], 30.01.1893/Marburg), schickte dann das Manuskript an Teubner und bekam es drei Wochen später wieder zurück (s. [Engel-Archiv], 16.03.1893/Marburg):

> „Er gibt drei Gründe an für seine Ablehnung 1) den schlechten Erfolg der Methoden [seines ersten Buches] 2) die Lehrer (von denen ich in der Vorrede gesprochen hatte) seien schlechte Bücherkäufer 3) meine zu hohe Honorarforderung. (Ich hatte im Wesentlichen dieselben Bedingungen gestellt, die er mir früher bewilligt hatte.) Wegen 3) hätte ich mit mir reden lassen, gegen 1) und 2) aber wüsste ich Nichts zu sagen. Was ich nun machen soll, weiß ich nicht.“

Vielleicht hatte Engel Rat gewusst, denn das Buch erschien Mitte 1893 in der Reihe der Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (s. [Study 1893a]).

Sein pädagogischer Anspruch manifestierte sich darin, dass er auch nicht vorgebildeten Lehrern den für ihn so zentralen Gruppenbegriff stückweise jeweils bei Bedarf nahebrachte, dagegen setzte er die Weierstraßsche Theorie elliptischer Funktionen voraus (und verweist im Bedarfsfalle auf Halphen's Buch, s. [Halphen 1886-91]). Löblich erwähnt wurde dieses Bestreben, zwischen Schul- und akademischer Mathematik eine Brücke zu schlagen, auch in der Rezension im Jahrbuch (s. [Stäckel 1893]), in der die Veröffenlichung in eine Linie gestellt wurde mit Felix Klein's Elementargeometrie (s. [Klein 1895]).

Weitaus wichtiger erscheint Study jedoch ein anderer Punkt (s. [Study 1893a], S. 88/89):

> „Aber besteht denn thatsächlich ein solcher Gegensatz zwischen der Geometrie der Alten und der modernen Mathematik? Ist der alte Boden durch die herkömmliche, doch ziemlich primitive Art der Beabeitung wirklich schon erschöpft? Sollten nicht vielmehr die Werkzeuge und Methoden, die zur Erschliessung neuer Gebiete gedient haben, geeignet sein, auch der elementaren Geometrie Schätze neuer Art abzugewinnen? [...] Möge diese Arbeit, wenn auch nur an *einer* schmalen Stelle, die Kluft ausfüllen helfen, die die elementare Geometrie trennt von der lebendigen Wissenschaft“

Damit ist das Werk nicht als reaktionärer Wiederbelebungsversuch, sondern als fruchtbarer Grenzgang zu sehen, der durch die Verbindung mehrerer Teilgebiete neue Ergebnisse zu Tage förderte. Mehr als zwei Jahrzehnte später fand das Bändchen „wirklich allgemeine Anerkennung [...], so daß er in seinen letzten Jahren mit Unterstützung einer seiner Schüler, an eine Neubearbeitung gehen konnte. Leider hat er deren Abschluss nicht mehr erlebt.“(s. [Engel 1930], S. 148/149)

6.2 Amerika-Aufenthalt und Extraordinariat in Bonn

Nach wie vor ändern sich seine beruflichen Aussichten nicht (s. [Engel-Archiv], 08.06.1893/Marburg): „Am Dienstag war Althoff hier. Er sagte mir, dass er mich deswegen nicht zum Extraordinarius machen könnte, weil darin eine Ungerechtigkeit gegen Wiener liege und noch einen anderen, ich glaube Kötter, die beide älter seien. Auch sonst könne er Nichts versprechen[117].“ Kurz darauf zog er weitreichende Konsequenzen aus seiner immer wieder beklagten Misere: Die Einladung zum internationalen Mathematikerkongress in Chicago im Rahmen

[117] Nach Engel (s. [Engel 1930], S. 135) wurde er dann doch kurz von seiner Abreise in die USA zum Extraordinarius ernannt.

der dort stattfindenden Weltausstellung nimmt er zum Anlass, möglicherweise nach Amerika auszuwandern (s. [Engel-Archiv], 08.06.1893/Marburg):

> „ἀνερριφδω ὁ κύβος [Die Würfel sind gefallen.]
>
> Am 20. Juli schon werden die Anker gelichtet, und die Reise geht nach der neuen, und, wenn auch nicht besseren, so doch hoffentlich für mich freundlicheren Welt. Ob ich jemals wiederkommen werde — das ruht im Schoose der Götter. [...] So bin ich denn nun allein, vielleicht auf Jahre hinaus. Es ist jedenfalls nicht sehr wahrscheinlich, dass ich drüben gleich eine Stelle finden kann, die mir erlaubt, meine Frau nachkommen zu lassen"

Zunächst überwiegen aber die neuen Eindrücke: Bevor er nach Chicago geht, schaut er sich erst einmal das „amerikanische Unterrichtssystem" an der Cornell University (Ithaca) an (s. [Engel-Archiv], 12.09.1893/Marburg): „Dieses besteht im wesentlichen darin, dass das Auditorium von allen Seiten her von einer einzigen, ungeheuren bandwurmartigen Schiefertafel (von wirklich gutem Schiefer) umgeben wird, an der die Studenten herumstehen und (alle gleichzeitig) Aufgaben rechnen, die ihnen der Lehrer korrigiert." Auf dem Kongress hat er dann ein Erlebnis, das er noch über 20 Jahre später erzählt (s. [Study 1914a], S. 28 Fußnote):

> „Eine wahre Anekdote: Im Jahre 1893 stand in einer Gesellschaft zu Chicago ein deutscher Gelehrter [wohl Study] in der Nähe eines Reporters, als ein neuer Gast die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich zog[118]. Es entwickelte sich folgendes Gespräch: ‚Who is it?'— That is Helmholtz. — ‚Who is Helmholtz?'— The famous physicist (etc.) — ‚Oh, I understand, Edison in a small way'[119]"

Auf dem (übrigens von Klein organisierten) Kongress wollte er eigentlich vier Vorträge halten (s. [Engel-Archiv], 12.09.1893/Marburg), es wurden dann aber doch nur zwei: Am 22. August trug er über „Complexe Zahlen" vor (s. [Parshall/Rowe 1994], S. 328), wobei er darin umfassend die im 19. Jahrhundert gewonnenen Erkenntnisse über hyperkomplexe Zahlensysteme darstellte (in Bezug auf die Arbeiten von Clifford[120], Sylvester, Lie, Schur, Molieu, Engel, Scheffers, Frobenius

[118]Die Anekdote bezieht sich wahrscheinlich auf die Kongreßeröffnung zusammen mit den Astronomen und Astrophysikern, auf der Helmholtz eine Eröffnungsrede hielt (s. [Parshall/Rowe 1994], S. 318).

[119]In diesem Zusammenhang ergibt sich eine weitere Pointe (und eine Erklärung für die Rolle dieser Geschichte in einem philosophischen Buch): Study lässt hier den „Realisten" von der „Republik der *money makers* und *newspaper readers* reden (s. [Study 1914a], S. 28): „Stelle deine schätzbaren, bisher nur spielerisch betätigten Kräfte in den Dienst eines Trusts oder einer großen Eisenbahngesellschaft. *Stelle dir vernünftige Probleme*, solche, die der Zeitungsleser begreift, und du kannst immer noch ein kleiner *Edison* werden"

[120]Den Zusammenhang der Arbeiten Clifford's und Study's auf diesem Gebiet findet man ausführlich in [Rosenfeld 1988] (S. 395ff.).

und ihm selbst). Obwohl dies sicherlich der interessanteste der vier Vorträge dieses Tages war, fand er beim Auditorium nicht die entsprechende Resonanz, was möglicherweise daran gelegen haben mag, dass er ihn auf Deutsch gehalten hatte. Jedenfalls änderte er dies bei seinem zweiten Vortrag am 24. August über „Spherical Geometry", der wohl auf seinem gerade veröffentlichen Buch (s. [Study 1893a]) basierte. Danach schreibt er Engel (s. [Engel-Archiv], 12.09.1893/Chicago), dass seine Vorträge „den besten Eindruck gemacht haben, eine Anstellung habe ich aber vorläufig noch nicht."

Wie viele andere Teilnehmer folgte er Klein nach Evanston, wo dieser vom 28. August bis 9. September 1893 seine berühmt gewordenen Vorlesungen hielt, in denen er ein einzigartiges Bild der mathematischen Entwicklungen der letzten 25 Jahre vermittelte. Study nutzte diese Gelegenheit, um mit ihm die Rolle Lie's in der gerade lithographierten Fassung dieses Kolloquiums (s. [Klein 1893a]) zu diskutieren. In seiner zweiten größeren Station, der Johns-Hopkins-Universität in Baltimore, trifft er am 01.10.1893 ein. Hat er auch dort noch nicht einmal eine Aussicht auf eine Anstellung, so hilft ihm doch Franklin weiter (s. [Engel-Archiv], 13.10.1893/Baltimore): „[...] wenigstens einen vorläufigen Unterschlupf gefunden: Prof. Franklin, der sich meiner in der herzlichsten und uneigennützigsten Weise angenommen hat, hat mir seine Vorlesung über Invariantentheorie abgetreten (3 St.[unden] bis 1. Februar, wofür ich 250 $ bekomme. Ich möchte nicht, dass das bald bekannt wird, da es mir in Deutschland schaden könnte.)."

Weiteres ergibt sich jedoch nicht, und so ist seine Stimmung nach Weihnachten auf einem absoluten Tiefpunkt (s. [Engel-Archiv], 30.12.1893/Baltimore):

> „Mir ist es all die Zeit recht schlecht gegangen — meine traurige Lage, sehr schlechte und trübe Nachrichten von zu Hause, hatten mich so heruntergebracht, dass ich mich nicht zum Schreiben, überhaupt zu gar Nichts aufraffen konnte. Jetzt geht es mir nicht viel besser, und ich glaube nicht, dass ich es noch lange so hier aushalten kann. Mit meiner wissenschaftlichen Thätigkeit ist es wohl für immer vorbei, ich glaube nicht, dass ich jemals wieder die Fröhlichkeit und Freiheit des Geistes gewinnen werde, die zum Arbeiten nötig ist."

Bald darauf muntert ihn die Mathematik wieder auf: Über einen Studenten, der eigentlich bei ihm darüber hatte promovieren wollen, kam er auf die Funktionentheorie, speziell auf einen Isomorphismus der Gruppe der elliptischen Funktionen zu der hyperelliptischen, worüber er dann auch im American Journal of Mathematics einen Artikel veröffentlicht (s. [Study 1894]). Gleichzeitig geht es beruflich bergauf: Engel erzählt ihm von dem Extraordinariat in Bonn; er ist allerdings noch skeptisch (s. [Engel-Archiv], 17.02.1894/Baltimore): „Es wird ja auch das wohl wieder ein Schwindel sein, ich mache mir keine Hoffnungen mehr." Knapp zwei Monate später freut er sich jedoch schon auf die Vorlesungen in Bonn (s. [Engel-Archiv], 12.04.1894/Postkarte ohne Ort). Bis zu seiner

Abreise am 25.04.1894 hatte er dann fast Mühe, die noch geplanten Besuche unterzubringen (s. [Engel-Archiv], 03.04.1894/Princeton): Über Worcester, Boston und New York geht es nach New-Haven zu Gibbs, nach Washington zu Newcomb und schließlich nach Princeton zu Fine[121]. Zum Schluss ergab sich fast noch die Chance zu einer Anstellung, die aber dann doch an Geldmangel scheitert.

In Bonn fühlte er sich herzlich willkommen (s. [Engel-Archiv], 18.05.1894/Bonn) und freut sich darüber, dass Lipschitz und Kortum fast nichts lesen, sodass er freie Auswahl bei den Vorlesungen hat (er liest dann Invariantentheorie — vor drei Zuhörern, s. [Engel-Archiv], 22.05.1894/Bonn). Schon im nächsten Semester kann er eine seiner beiden Vorlesungen nicht zu Ende führen „wegen mangelndem Interesses der Studenten, die durchaus nicht zu Hause arbeiten wollten, und schließlich nichts mehr copierten. Solche Zustände wie hier sind mir überhaupt noch nicht vorgekommen, da war es in Marburg noch erheblich besser." (s. [Engel-Archiv], 11.08.1894/Bonn) Die Stimmung setzt sich fort (s. [Engel-Archiv], 01.10.1894/Bonn): „Ich werde wieder von Melancholie geplagt, und leide sehr unter Schlaflosigkeit, eine mir bisher g anz unbekannte Plage; so machen mir denn die Vorlesungen, die ich im Winter halten muss, rechte Sorge. [...] Ich sitze hier ganz auf dem Trockenen, es ist eine wahres Elend. In Baltimore, wo ich, wie du weist, in Franklin einen lieben Freund gefunden habe, hatte ich es in der Hinsicht doch viel besser."

Zudem plagen ihn finanziellen Sorgen (s. [Engel-Archiv], 18.05.1894/Bonn): „Leider [...] haben wir gleich in den ersten Tagen herausgefunden, *wie* theuer es hier ist — ich werde mit meinem Einkommen, das sich gegen Marburg nur um 200 Mark vermehrt hat, nicht auskommen, und es wahrscheinlich um 1000 Mark überschreiten müssen." Als Engel erstaunt nachfragt, erklärt er es genauer (s. [Engel-Archiv], 22.05.1894/Bonn): „Ich habe allerdings 1200 Mark mehr, dafür aber kommt das ganze Einkommen meiner Frau, 400 für Privatstunden [wohl Klavierunterricht] und 600 von ihrem Vater in Wegfall. Ich werde mit etwa 4200 Mark wirtschaften müssen, was auf die Dauer auch dann nicht durchzuführen wäre, wenn ich auf Bücher und Reisen ganz verzichten wollte. Drüben in Baltimore ist es auch nicht viel theurer als hier, und ich hätte doch 7000 Mark zu verzehren gehabt!" Er unternimmt schließlich dagegen etwas (s. [Engel-Archiv], 21.12.1895/Bonn): „Ich bin nun beim Minister um eine Gehaltserhöhung vorstellig geworden — sauer genug ist es mir geworden — bis jetzt ist noch keine Antwort da; ich bin neugierig was sie machen, da ich klipp und klar bewiesen habe, dass mit meinem Einkommen eine Familie nicht existieren

[121] Study kannte ihn noch aus seiner Leipziger Zeit: Fine kam 1886 dorthin, um bei Klein zu promovieren, was er in nur einem Jahr und mit englischsprachiger Dissertation erreichte (jeweils im Unterschied zu allen anderen amerikanischen Studenten). Ersteres hatte er zum großen Teil Study zu verdanken, der Klein — wohl auf Grund seiner eigenen Erfahrungen mit der Habilitation — von der Überforderung durch das von diesem vorgeschlagene Thema aus dem Bereich der abzählenden Geometrie überzeugte und eine Alternative vorschlug, die Klein dann auch akzeptierte (s. [Parshall/Rowe 1994], S. 320).

kann, während doch das Gehalt allein dann ausreichen soll, nach der preussischen Theorie." Zusätzliches Einkommen erhält Study aus Veröffentlichungen, wie z. B. der Mitwirkung bei der Herausgabe der Graßmannschen Werke (s. [Engel-Archiv], 22.05.1894/Bonn): „Sehr erfreulich ist die Aussicht auf Honorar. Ich danke Dir für Dein generöses Angebot, und nehme es auch gerne an für die Analyse; betreffs der A.[usdehnungslehre] jedoch scheint mir 10 Mark pro Bogen schon eine sehr opulente Bezahlung, in Rücksicht auf meine dürftige Mitarbeit; ich schlage dir daher vor, mir auch nicht mehr zu geben."

6.3 Herausgabe der Grassmann'schen Werke und Artikel in der mathematischen Enzyklopädie

Bei dem zuvor geschilderten Verhältnis Study's zur Graßman'schen Theorie lohnt es sich, hier etwas ins Detail zu gehen: Im Oktober 1892 hatte Klein, der vor allem als Schüler von Clebsch mit diesen Lehren in Berührung gekommen war (s. [Rowe 1996], S. 140 ff.), Engel mit der Herausgabe der gesammelten Werke beauftragt, da er diesen sowohl für kompetent wie auch (verglichen mit manchem fanatischen Anhänger) für unbefangen hielt (s. [Grassmann 1894], S. VI). Engel suchte sogleich nach Mitarbeitern und entsann sich neben Jakob Lüroth, Justus Grassmann, Hermann Grassmann dem Jüngeren und Georg Scheffers auch seinem besten Freunde und (in seiner Jugend wie bereits vorher erwähnt, s. S. 48) glühenden Grassmann-Verehrer Eduard Study. Dieser hatte seine Mitwirkung bei der Ausdehnungslehre verprochen, doch da die Arbeit daran zeitlich mit seinem Amerika-Aufenthalt zusammenfiel, war sein Anteil daran nicht allzu groß (wie er zuvor ja selbst festgestellt hatte)[122]. Vielmehr hatte er bei der „geometrischen Analyse" Engel beim Korrekturlesen unterstützt[123] und einige kritische Anmerkungen beigefügt (s. [Grassmann 1894], S. X). An gleicher Stelle kündigt Engel auch an, dass künftig Scheffers (sein Leipziger Kollege) die Arbeiten über Geometrie übernehmen wird, während er und Study sich das Übrige teilen wollen. In der Tat wurden in [Grassmann 1904] sechs der 24 Abschnitte von Study redigiert[124], und zu jedem Teil hat er Anmerkungen verfasst.

[122]In diesem Zusammenhang findet sich eine der wenigen kleinen Streitigkeiten zwischen Study und Engel (s. [Engel-Archiv], 11.06.1893/Marburg), der nach den plötzlichen Auswanderungsplänen zunächst verstimmt war (was sich aber dann als Sturm im Wasserglas herausstellte, s. [Engel-Archiv], 19.07.1893/Marburg). Study versuchte, dennoch auch in der „neuen Welt" an der Ausdehnungslehre zu arbeiten (s. [Engel-Archiv], 12.09.1893/Chicago), schickt das vorläufige Ergebnis dann auch an Engel (s. [Engel-Archiv], 13.10.1893/Baltimore), gibt diesem aber darauf für alles Weitere freie Hand (s. [Engel-Archiv], 11.11.1893/Baltimore).

[123]Bei der Ausdehnungslehre hatte dies Study's Frau besorgt.

[124]Dies waren die folgenden:

I: Theorie der Centralen. Crelles Journal 24/25 (1842/43)

XIII: Sur les différents genres de multiplication. Crelles Journal 49 (1855)

XIX: Ueber zusammengehörige Pole und ihre Darstellung durch Produkte. Göttinger Nach-

Insbesondere die „neuere Algebra und die Ausdehnungslehre“ bietet ihm die Gelegenheit, in einem ausführlichen Kommentar das grundsätzliche Verhältnis der Grassmann'schen Ideen zur Invariantentheorie zu diskutieren. Dabei führt er eine von Klein bereits 1875 geäußerte Linie (s. [Klein 1875] bzw. [Rowe 1996]) fort (s. [Grassmann 1904], S. 430):

> „Dieses Verhältnis ist nämlich, nach des Herausgebers Ansicht, das der *Unterordnung* der Art, dass die hier in Betracht kommenden Theile der Ausdehnungslehre vollständig in der weiter entwickelten und sorgfältiger durchdachten symbolischen Methode aufgehen, und als selbständige Disciplin überflüssig werden. Es lässt sich nämlich – soweit Invariantenbildungen in Frage kommen – zu jedem Schritte der Ausdehnungslehre eine entsprechende Operation im symbolischen Rechnen nachweisen, während das Umgekehrte nicht ohne weiteres der Fall ist.“

Die Sinnhaftigkeit, die trotz allem in der Herausgabe der Werke steckt, begründet er daraufhin in Abgrenzung zu den Graßmannianern (s. [Grassmann 1904], S. 433):

> „Statt buchstabengläubig Alles zu übernehmen, was *Grassmann* geschaffen hat, werden wir besser thun, uns die tiefen, philosophische Gedanken anzueignen, die in den Werken 1844, 1847 und 1862 [jeweils Ausgaben der „Ausdehnungslehre“] niedergelegt sind, und uns bemühen, in seinem Geiste zu arbeiten. Dazu gehört namentlich auch, dass wir *Grassmanns* Methoden durch sachgemäßere ersetzen, da wo es nötig ist. (D. h. ungefähr überall, sobald man über die leichten Aufgaben hinauskommt, auf deren Bearbeitung die Herren Graßmann-Fanatiker sich zu beschränken pflegen.)“

Erkennt man schon hier die bereits vorher geschilderte biografische Entwicklung des Study'schen Verhältnisses zu Grassmann (s. S. 48), so fasst sie Engel in dem letzten Band der Werksausgabe, welchem er Study widmet, noch vor dem Vorwort treffend zusammen (s. [Grassmann 1911]:

> „Länger als ein Vierteljahrhundert ist es her, daß wir Freundschaft geschlossen haben. Während unseres Zusammenseins in Leipzig kam das Gespräch gar manches Mal auf *Graßmann*. Du weißt

richten 1872

XX: Die neuere Algebra und die Ausdehnungslehre. Mathematische Annalen 7 (1874)

XXI: Der Ort der Hamiltonschen Quaternionen in der Ausdehnungslehre. Mathematische Annalen 12 (1877)

XXII: Verwendung der Ausdehnungslehre für die allgemeinere Theorie der Polaren und den Zusammenhang algebraischer Gebilde. Crelles Journal 84 (1877)

In Seiten gerechnet macht dies sogar ein knappes Drittel aus.

wohl noch, daß wir da zuweilen aneinandergeraten sind: ich kannte Graßmann noch sehr wenig und sträubte mich gegen Deine, wie mir schien, zu weit gehende Begeisterung für die Graßmann'schen Methoden. Seitdem hat sich bei uns beiden ein Wandel vollzogen. Du urteilst jetzt schon längst viel nüchterner über diese Methoden. Ich bin inzwischen, was ich mir damals nicht hätte träumen lassen, der Herausgeber der Werke *Graßmanns* geworden und nun sogar sein Biograph. Dabei bin ich zwar kein Parteigänger des Stettiner Meisters geworden, aber ich habe ihn schätzen und lieben gelernt. Das Urteil, das ich mir über seine mathematischen Leistungen und über deren Bedeutung für die heutige Mathematik gebildet habe, stimmt, denke ich, ungefähr mit der Auffassung überein, zu der Du selbst mittlerweile gelangt bist. In diesem unserm Zusammenkommen auf so verschiedenen Wegen darf ich wohl eine Bürgschaft dafür erblicken, dass ich das Richtige getroffen habe.

Dein getreuer F. E.“

Eine weitere willkommene Einnahmequelle ergibt sich durch einen Artikel für die von Klein initiierte „Encyclopädie der Wissenschaften“ : „Ich habe die gemeinen und höheren complexen Zahlen, was mir wenig Mühe mache wird, Allah sei gepriesen dafür!“ (s. [Engel-Archiv], 19.05.1896/Bonn) Klein hatte ihn wohl wegen seines beeindruckenden Chicagoer Vortrages dafür ausgewählt (s. S. 92). Ganz so leicht geht es ihm dann aber doch nicht von der Hand (s. [Engel-Archiv], 22.06.1897/Greifswald):

„Ich habe in den letzten Wochen gearbeitet wie ein Ackergaul, und bin ganz heruntergekommen dabei, weil ich Angst hatte, mit dem verfluchten Artikel zur Encyclopädie nicht zum 1. Juli fertig zu werden. Ich bin aber wider Erwarten schneller damit fertig geworden, und er liegt bereits eingepackt da. Er wird das das letzte Mal sein, dass ich mich auf einen Termin verpflichte. Ich habe seit vollen 6 Monaten nichts Eigenes gethan! [...], der Artikel aber erforderte zum Teil höchst widerwärtige Arbeit“

Sein Beitrag wurde von Franz Meyer kritisiert, was Study empört zurückwies. Doch damit nicht genug (s. [Engel-Archiv], 11.09.1897/Greifswald):

„Nachdem ich Franz Meyer seine Arroganz gründlich gesteckt hatte, und ihm u.[nter] a.[nderem] nachgewiesen hatte, dass er seine Ansichten kritiklos von Hilbert übernommen hat, hat er mir nun diesen auf den Pelz geschickt. Sein Brief war in der Form ganz freundlich, in der Sache aber noch viel arroganter als der von Meyer. So musste ich denn, so leid es mir that, auch ihm heimleuchten. Ich habe ihm gesagt, und ich glaube auch nachgewiesen, dass er von den complexen Zahlen nicht allzuviel versteht und gar nicht competent war zu einer Kritik über meine Arbeit, namentlich nicht zu einer Kritik von oben herunter, und dass er überhaupt an einer starken Selbstüberschätzung leidet. Natürlich musste ich da jedes Wort abwägen, namentlich in den sachlichen Darlegungen, und das hat mich beinahe zwei Tage gekostet. Die Folge wird wahrscheinlich ein vollständiger Bruch sein, wenn er nicht klein beigibt, was bei einem solchen Dickkopf sehr unwahrscheinlich ist. Ist das eine Freude, Mitarbeiter der Enzyklopädie zu sein!“

Doch schon bald (s. [Engel-Archiv], 17.09.1897/Greifswald) zeigt sich das Ganze als „Sturm im Wasserglas“: „Die Differenz mit Hilbert hat sich glücklicherweise in Wohlgefallen aufgelöst, Dank seinem freundlichen Entgegenkommen. Ich hatte ihm in wesentlichen Punkten unrecht gethan.“ Dennoch schien er nicht darum herum gekommen zu sein, die angesprochenen Aspekte zu berücksichtigen (s. [Engel-Archiv], 18.05.1898/Greifswald): „[...], und auch während des Winters habe ich nicht Anderes gethan, ausser der Umarbeitung des verdammten Encyclopädie- Artikels.“ An gleicher Stelle ging er später noch mehr ins Detail: „Mit dem Encyclopaedie-Artikel habe ich in letzter Zeit wieder maasslosen Aerger gehabt; die Freundschaft mit Franz Meyer, der ein bloser Strohmann ist, hat einen schweren Stoss erlitten. Es ist gar nicht zu glauben, mit welcher Schamlosigkeit Klein diese Encyclopaedie für seine Reclamezwecke ausnützt. Einen Nachtrag zu meinem Artikel, der auf den Gauss'schen Nachlass Bezug hat, und weiter Nichts enthält, als was schon in meiner Göttinger Note steht, unterdrückt er einfach, ohne mich auch nur zu fragen, ob es mit recht ist. Auf meine Beschwerde lässt er mir durch Franz Meyer zumuthen, ich solle einen von K.[lein] in Göttingen gehaltenen, aber noch gar nicht erschienenen Vortrag statt dessen citieren. Sei mir das nicht recht, meint Meyer, so möge ich selbst an Klein schreiben. Jetzt wird der Druck verschoben, damit der Klein'sche Vortrag noch citiert werden kann. Eine nette Wirtschaft, nicht wahr?“ Study bezieht sich hierbei auf den Nachtrag von [Study 1898] (S. 183), in welchem er bemerkt, dass Gauß bereits 1819 oder 1820 in Besitz der gerade besprochenen Sachverhalte gewesen ist und dazu auf seinen Artikel in der Göttinger Nachrichten und dann auf den von Klein in den dortigen Geschäftlichen Mitteilungen (s. S. 3) verweist. Er nahm diesen Vorfall gleich zum Anlass, sein Verhältnis zu Klein zu klären (s. [Engel-Archiv], 13.12.1898/Greifswald):

„Vor ca. 14 Tagen erhielt ich einen Brief von Brendel, der im Auftrage von Klein verfasst, lahme Entschuldigungen enthielt, wegen Klein's gewaltthätigem Verfahren in Sachen des Gauss'schen Nachlasses. Es schien ihn doch etwas das Gewissen zu schlagen. Aber die Hauptpunkte hatte er natürlich gar nicht berührt, und so habe ich endlich einmal mir die Leber erleichtert. Ich habe, via Brendel, den Herrn Gehimrath sein Sündenregister eingeschickt und kann nun,

> mit Lessing, sagen, dass er den Brief wohl nicht hinter den Spiegel gesteckt haben wird. Ich freue mich sehr dieser That und fürchte nicht die etwaigen Folgen. Aus ist die Freundschaft, und zwar diesmal für immer. Ich kann Dir sagen, ich habe eine diabolische Freude gehabt, als ich diesen Brief componierte“

In Bezug auf seine o. g. Abneigung gegen das Schreiben weiterer Enzyklopädieartikel hält Study Wort, was die folgende Anekdote aus [Study 1908a] nachweist:

> „Erklärung
>
> Durch den schönen neuen Katalog der Firma *Teubner* bin ich darauf aufmerksam geworden, daß in neueren Programmen der Mathematischen Enzyklopädie als voraussichtlicher Verfasser eines Artikels ‚Systeme geometrischer Analyse‘ ein Mathematiker figuriert, der mit mir den gleichen Namen trägt. Meine anfängliche Freude über die Auffindung eines Namensvetters und offenbaren Geistesverwandten wurde indessen bald zunichte, da ich weiter bemerkte, dass dieser mit mir auch die Heimat theilen sollte: Das Bonner Adressbuch kennt ihn nicht, und auch die alsbald in Bewegung gesetzte Polizei vermochte Spuren seines Erdenwaltens nicht nachzuweisen. Also mußte ich es wohl selbst sein. Und nun erinnerte ich mich zur guten Zeit, daß zwei Seelen ach ja auch in meiner Brust wohnen: Eine ohne Zweifel edelere, deren Entdeckung der Redaktion der Enzyklopädie vorbehalten ist; diese wird jenen Artikel schreiben, auf dessen Inhalt man gespannt sein darf; und eine andere, über die wir den Mantel der Liebe decken wollen, zumal der Leser des Jahresberichtes sie, sagen wir mehr als zu genüge, schon kennt. Aber diese zweite Seele ist nicht so ganz verhärtet, daß sie sich die auch nur künftigen Verdienste ihrer so glücklich gefundenen Zwillingsschwester anmaßen möchte. Und der Seele Nr. I muß es erst recht unangenehm sein, mit einer derartigen Nr. II verwechselt zu werden. Daher erkläre ich (Nr. II), daß ich mit mir (Nr. I) nicht identisch, vielmehr von mir verschieden und also vermutlich nur die Hälfte (oder weniger) eines interessanten Doppelwesens bin (Diplopsyche L. systemans F. Kl.; siehe Seite XVIII des erwähnten Kataloges).
>
> E. Study II“

Zusammenfassend erstaunt es zunächst, dass Study volle zwei Jahre mit dem Enzyklopädieartikel zugebracht hatte, ohne wesentlich andere Dinge zu bearbeiten[125],

[125]Studys Artikel umfasst 37 Seiten, die Bearbeitung dieses Artikels von Cartan für die französische Enzyklopädie (s. [Cartan 1908]) dagegen 136 – ein deutlicher Unterschied, selbst wenn man die unterschiedlichen Sprachen und Druckweisen berücksichtigt.

allerdings scheinen auch andere in ihre Beiträge viel Zeit investiert zu haben[126].

6.4 Ordinariat in Greifswald

Abb. 6: Karikatur von Study als mittelloser Mann (zwischen 1897 und 1904)

Die Erklärung findet sich bei Study in einer einschneidenden beruflichen Veränderung (s. [Engel-Archiv], 10.12.1896/Bonn)[127]: „Ich bin nun also wirklich

[126]„Franz Meyer, der Herausgeber der Enzyklopädie, benutzte die Karlsbader Tagung, um rückständige Enzyklopädieartikel einzumahnen. Als er in meiner Gegenwart auch Gustav Kohn an seinen Artikel erinnerte, sagte dieser mit dem ernstesten Gesicht: ‚Was denken Sie! Ich sitze Tag und Nacht an diesem Artikel. Seit ich daran arbeite, habe ich mir den Schlaf abgewöhnt.‘Mehr konnte Meyer nicht verlangen. Er war vollkommen entwaffnet.“(s. [Kowalewski 1950], S. 180)

[127]Aus der Greifswalder Personalakte (s. [Personalakte Study/Greifswald]) geht hervor, dass er die Nachricht am 23.11.1896 erhielt.

P.[rofessor] O.[rdinarius] in Greifswald, ab 1. April mit 4000 M[ar]k Gehalt und 540 M[ar]k Wohnungsgeld [pro Jahr], was immerhin eine ziemliche Verbesserung ist.“ Dabei hatte er sich (von dem dortigen Physiker Richarz vorgeschlagen) als einziger Nicht-Berliner auf der Liste durchgesetzt[128]. Diese Tatsache lässt in eine bestimmte Richtung denken, Kowalewski jedoch sieht dies eher entrüstet (s. [Kowalewski 1950], S. 140):

> „Greifswald bot ihm das erste Ordinariat, und ein so ruhmgekrönter Gelehrter [er erwähnt zuvor Study's „ternäre Formen“ [Study 1889a], die „sphärische Trigonometrie“ [Study 1893a] und den Enzyklopädieartikel [Study 1898] als Beweis] mußte an diese kleinste preußische Universität gehen. Die Wissenden konnten sich ungefähr denken, welche Hintergründe dieses Studysche Schicksal hatte. Felix Klein war damals in der Mathematik der Königsmacher. Ohne ihn konnte niemand ein mathematisches Ordinariat erlangen. [...] Study hatte es nicht fertiggebracht, sich mit Felix Klein gut zu stellen. Er war ein Feind allen Bonzentums und jeder Art von Kriecherei. Klein wußte es nur zu gut, daß Study sich nicht vor ihm beugte, und mochte ihn deshalb nicht. Selbstverständlich hat er ihm bei keiner anderen Gelegenheit empfohlen. Wenn dies von anderer Seite geschah, erhob Klein Bedenken, und für Althoff war Klein das Orakel.“

Nach den zuvor geschilderten Vorfällen[129] wie auch der damaligen schlechten Stellensituation scheint diese Sichtweise etwas undifferenziert: Sicherlich war das Verhältnis Studys zu Klein für sein Fortkommen nicht gerade förderlich, doch mag man über Kleins Motive durchaus spekulieren: Ergriff er die Chance, einen immerhin stark durch seine Schule geprägten Nicht-Berliner so nahe bei der Hauptstadt unterzubringen – oder diente dieser Posten als Feigenblättchen zur Bemäntelung seiner „objektiven“ Sichtweise? Diese Trostpflasterfunktion legt eine andere Einschätzung Kowalewski's nahe, in der es um die Ausrede zur Berufung als „großer Lehrer“ geht (in den Fällen, in welchen es in Bezug auf die Forschertätigkeit hapert): „An sich sollte es im akademischen Leben oberster Grundsatz sein, daß man nur solche Leute als Lehrer zuläßt, die sich irgendwie auch als Forscher hervorgetan haben. Wenigstens dürfte man ganz erstklassige Forscher nicht mit der billigen Ausrede unterdrücken, daß sie keine guten Lehrer sind, wie man es ganz mit Unrecht Study nachgesagt hat. Ich selbst, der ich so viel bei ihm gehört habe, kann das Gegenteil bestätigen.“ (s. [Kowalewski 1950],

[128]Thomé hatte außer Stäckel an erster sowie Schlesinger und Knobloch an zweiter Stelle noch zwei weitere Berliner vorgschlagen, was ihm aber die Fakultät nicht genehmigte (s. [Engel-Archiv], 26.04.1897/Greifswald; übrigens der erste Brief seit dem 1.12.1896, was als weiteres Indiz für den großen zeitlichen Aufwand des notwendigen Umzugs gelten mag.)

[129]Man beachte, dass die vorher erwähnte Auseinandersetzung wegen des Zitats am Ende des Enzyklopädieartikels hier noch nicht stattgefunden hat.

S. 181) Bei fortgeschrittenen Zuhörern mag dies zutreffend sein, im Allgemeinen empfand Study den Vorlesungsbetrieb (auch später noch) als Belastung (s. [Engel-Archiv], 22.06.1897/Greifswald): „Auch ärgere ich mich fortwährend über meine Studenten. Zwei wenigstens haben guten Willen, und sind auch fleissig, soweit sie es eben können, da sie 30 Stunden die Woche hören. Talent aber hat keiner, und Kenntnisse eben so wenig. Schöner war's doch in Bonn. Da sagte ich mir, wenn ihr nicht lernen wollt, ist mir's auch recht, für das schlechte Gehalt kann der Staat nicht mehr verlangen, hier aber als Ordinarius muss ich mich schinden und plagen, und doch ist alles für die Katz."

Von deutlich mehr Enthusiasmus spricht seine engagierte Kritik der 1899 erlassenen neuen preußischen Prüfungsordnung für Lehramtskandidaten[130], in der die Anforderungen bei der allgemeinen Prüfung vereinfacht und ein neues Fach, das der „angewandten Mathematik" (Geodäsie, darstellende Geometrie, technische Mechanik), eingeführt wurde. Nach den Referaten von H. Weber aus Straßburg und G. Hauck aus Berlin hatte Study in der anschließenden Besprechung einige Bemerkungen fallen lassen, die zu wiederholen ihn die Redaktion der Jahresberichte der DMV gebeten hatte. Dies tat er ausführlich in [Study 1899a], denn „*die Ausbildung der künftigen Mathematiklehrer an Realschulen und Gymnasien* muß uns natürlich am meisten am Herzen liegen, denn diese Classe von Studierenden wird an den Universitäten nach wie vor die Mehrzahl der Hörer mathematischer Vorlesungen ausmachen." (S. 129) So fordert er eine Abschaffung der allgemeinen Prüfung, die nach seiner Meinung sowieso nicht über den bereits im Abitur examinierten Stoff hinausgeht[131], und wandte sich (wohl aus eigener schlechter Erfahrung) gegen die Schulmänner als zusätzliche Examinatoren. Vor allem aber diskutiert er die Anforderungen der neuen Fakultas, die „*nicht zu weit über das hinausgehen, was die Regierungen beim besten Willen leisten können.*" (S. 127) Hohen Kosten verursachten vor allem die notwendigen personellen wie materiellen Voraussetzungen (die an den technischen Hochschulen bzw. Sternwarten schon vorhanden sind). Er kritisiert Hauck's Ausgestaltung des Faches am Beispiel von großen, bereits gut versorgten Universitäten und stellt tabellarisch in Bezug auf die Anzahl des Lehrpersonals einen drastischen Vergleich zwischen Göttingen und Greifswald an (S. 137). Als Kompromiss schlägt er vor (S. 135):

> „4. Es ist allen Studierenden der Mathematik Gelegenheit zu bieten, in mindestens einem der beiden Fächer Geodäsie oder darstellende Geometrie eine von praktischen Übungen begleitete Unterweisung zu erhalten.
>
> 5. Es ist die Beschäftigung mit einem dieser beiden Fächer, nach

[130] Mit deren Studienbedingungen hat er sich schon früher auseinandergesetzt, s. [Study 1893b] und [Study 1893c].

[131] Den Studierenden mehr Freiheit bei der Auswahl zu geben, war wohl eines seiner biographisch begründeten Anliegen, ebenso wie bei der Kritik der Religionsprüfung.

Wahl des Candidaten, in *bescheidenem Umfang* obligatorisch zu machen, [...] und es sind dafür in anderer Hinsicht die Anforderungen entsprechend herunterzusetzen [z. B. angewandte Mathematik als obligatorisches Nebenfach].

6. Die technische Mechanik ist nicht in das allgemeine Unterrichtsprogramm der Universitäten aufzunehmen. 7. Abgesehen von den Lehrern rein theoretischer Fächer sollten die Lehrer technischer Mittelschulen ihre Ausbildung im allgemeinen nicht an Universitäten, sondern an Technischen Hochschulen erhalten.“

Bei allen diesen Mühen[132] hat er jedoch auch sein persönlichen Interesse im Auge (S. 132): „Es würde also jedenfalls da, wo die Mathmatik nur durch zwei Lehrstühle vertreten ist [wie in Greifswald], eine neue Kraft einzustellen sein, die dann auch sonst ergänzend eingreifen könnte.“ Die Resonanz auf all dies fällt für ihn überaschend positiv aus (s. [Engel-Archiv], 24.01.1900/Greifswald): „Es war das Schwerste, was ich je geschrieben habe. Ich habe aber zu meiner Freude via Gutzmer einen sehr liebenswürdigen und anerkennenden Brief von Hauck erhalten, der zu meiner Überraschung sich mit *allen* Vorschlägen einverstanden erklärt, trotzdem ich ihn recht scharf angegriffen hatte. So darf ich nun hoffen, dass meine Mühe nicht vergebens gewesen ist. Felixchen freilich, dessen Phrasenwerk ich an den Pranger gestellt habe, wird sich schwer ärgern.“ Entsprechend wird er Mitte August 1901 zu Althoff nach Berlin zitiert, erhält jedoch neben Vorwürfen[133] auch die geforderte zusätzliche Stelle (s. [Engel-Archiv], 15.08.1901/Greifswald): „Ferner war, was Dich wohl sehr überraschen wird, die Rede von der Berufung eines Extraord.[inarius] nach Greifs.[wald]: Ich soll in aller Eile Vorschläge machen. Dies *vertraulich*, da ich nicht eher an den Extraord.[inarius] glaube, als bis er da ist; ich habe vor, *Kowalewsky* herzubringen, wenn es irgendwie geht.“ Study war auf ihn schon drei Jahre zuvor aufmerksam geworden (s. [Engel-Archiv], 18.05.1898/Greifswald): „Hast du eigentlich den stud.[iosus] Kowalewsky (einen Verwandten des Gatten der Sonja) kennen gelernt?[134] Ich habe unter meinen Zuhörern einen gewissen Köstler, der sehr von ihm schwärmt; Kow.[alewsky] soll ein ganz exorbitantes Genie sein, und bei Lie summa cum laude promoviert haben. Er war, vor meiner Ankunft, in Greifswald gewesen, wo ihn Thomé wie es scheint weggegrault hat.“ Umgekehrt widmet Kowalewski seinen drei Greifswalder Jahren in seiner Autobiographie (s.

[132]„Ich habe die ganze letzte Woche damit zugebracht, meinen Artikel über die preuss.[ische] Prüfungsordnung immer und immer wieder umzuarbeiten, solange bis ich endlich damit zufrieden bin. Felixchen wird es weniger sein.“ (s. [Engel-Archiv], 23.12.1899/Greifswald)

[133]„Indem ich von einer ‚demoralisierenden‘ Wirkung der Prüfungsordnung sprach, soll ich ihnen den Vorwurf der ‚Unsittlichkeit‘ gemacht haben.“ (s. [Engel-Archiv], 15.08.1901/Greifswald)

[134]Kowalewski befand sich zu dieser Zeit wie Engel in Leipzig. Er war froh, dort wegzukommen. sonst wäre er „wer weiß wie lange, in der Leipziger Sackgasse stecken geblieben.“ (s. [Kowalewski 1950], S. 142)

[Kowalewski 1950]) über 50 Seiten (von insgesamt gut 300); ein beträchtlicher Anteil davon behandelt Study.

Abb. 7: Study als Ordinarius (zwischen 1897 und 1904)

Seinen Eindruck von ihm schildert er in einer markanten Momentaufnahme (s.[Kowalewski 1950], S. 142):

„Study war in seiner äußeren Erscheinung sehr interessant. Zunächst fiel die außerordentliche Magerkeit auf. Sein scharf geschnittenes Gesicht mit stark entwickelter Nase war von intensiver Gedankenarbeit zerfurcht[135]. Er hatte sehr freundlich blickende Augen und war überhaupt ein gütiger Mensch, litt aber sehr unter allerhand Unpäßlichkeiten, die auf seine Stimmung ungünstig einwirkten. Nach jeder Mahlzeit nahm er ein starkes Quantum doppelt kohlensauren Natrons ein, da er mit viel Magensäure zu tun hatte.“

Insgesamt genoss Study aber eher nach den jahrelangen Zukunftssorgen die Sicherheit seines ersten Ordninariats: „Aber nun bin ich, im Ganzen, zufrieden“ schreibt er zu ersten Mal an Engel (s. [Engel-Archiv], 13.12.1898/Greifswald). Hatte er nach seiner Ankunft zunächst (vermutlich allein) zur Untermiete beim Hafenmeister Pieper in Wieck (einem kleinen Fischerdorf vor den Toren Greifswalds), fand er zum Wintersemester 1897/98 eine Vier-Zimmer-Wohnung in der Greifswalder Innenstadt (Fleischerstr. 4; bei allem s. [Personalakte Study/Greifswald]). Im Frühjahr 1900 schließlich kaufte er für 20 000 Reichsmark ein Haus in der Brinkstr. 61, an das er bis zum Einzug im September eine Veranda anbauen ließ und künftig dort wie auch im anschließenden Garten die (mathematische) Arbeit in Mutter Natur genoss.

Abb. 8: „Hôtel Study“ (Untertitel dieser Postkarte an Engel vom 13.04.1901)

6.5 Geometrie der Dynamen

Derart etabliert und wohlversorgt, fand Study die Muße für sein erstes (und einziges) größeres Werk (es umfasst 603 Seiten): die „Geometrie der Dynamen“[136] (s. [Study 1903a]). Zunächst könnte man vermuten, die Beschäftigung mit der angewandten Mathematik, beispielsweise der theoretischen Mechanik im Rahmen der zuvor geschilderten Diskussion der neuen Prüfungsordnung, habe ihn

[135]Vergleicht man das mit dem vorangegangenen Foto aus dieser Zeit, so hatte Kowalewski wohl eher den älteren Study aus seiner Bonner Zeit im Auge, s. z. B. S. 160 .

[136]Dieser Begriff wurde zuerst von Plücker benutzt in der – ebenfalls von Study verwendeten – Bedeutung als Zusammensetzung mehrerer Systeme von Kräften.

zu dieser Lehre der Darstellung von Kräftesystemen durch geometrische Figuren inspiriert, doch tatsächlich schien es einen anderen konkreten Anstoß gegeben zu haben (s. [Engel-Archiv], 31.03.1899/Greifswald): „Deine Frage nach weiteren Constructionen für die Kräftezusammensetzung[137] habe ich mir natürlich auch vorgelegt, und ich habe sie im Princip schon beantwortet. Ich habe ein in gewissem Sinne *vollständiges System* von Constructionen; im Einzelnen bleiben aber noch viele Schwierigkeiten zu überwinden. Das Ganze ist höchst merkwürdig und voll von eigenthümlichen Schönheiten. Ich denke daher Alles in einem Buche darzustellen, das den Titel „Geometrie der Dynamen“ führen wird.“

Auch beim Entstehen des Buches hatte ihm sein Freund (wie umgekehrt bei der Grassmann-Ausgabe) steten Ansporn gegeben (s. [Study 1903a], S. XI): „Seinem Freunde F. Engel ist der Verfasser für das Interesse verpflichtet, mit dem er die besprochene Untersuchung zur Zeit ihrer Entstehung begleitet hat. Einige Ermunterung that noth angesichts der Aufnahme, die – im Grossen und Ganzen – selbst die Begriffsbildungen eines S. Lie, namentlich bei den deutschen Geometern, gefunden haben.“ Übrigens hat Study das Buch „dem Andenken von Sophus Lie gewidmet“, wohl nicht nur wegen seines Todes 1899, sondern auch weil das Buch im weitesten Sinne eine Anwendung seiner Theorie auf die Mechanik darstellt. In seiner Einleitung zum dritten Teil des Buches (s. [Study 1903a], S. 230) setzt er die

> „[...] Vertrautheit des Lesers mit der Handhabung des algebraischen Calculs, Uebung im geometrischen Deuten algebraischer Formeln und Bekanntschaft mit den Hauptbegriffen der von S. Lie begründeten Theorie der Transformationsgruppen voraus.
>
> Der Verfasser würde es als einen besonders erwünschten Erfolg seiner Arbeit begrüßen, wenn diese etwas dazu beitragen könnte, den tiefen und fruchtbaren Gedanken, mit denen der Genius eines großen Mathematikers und beschenkt hat, den Weg zu wirklicher, nämlich *praktischer* Anerkennung zu ebnen. Die *Methoden* Lie's werden ja, insbesondere in der Theorie algebraischer Gruppen, wo man den ganzen Raum umspannen will, vielfach durch andere ersetzt werden müssen. Die von ihm geschaffenen *Begriffe* sollten zu dem gewöhnlichen Handwerkszeug eines jeden Geometers gehören.“

Eine Kostprobe seiner Entdeckungen lieferte Study bereits nach Aufforderung des Vorstandes der Deutschen Mathematiker-Vereinigung in der Mathematischen Section der Naturforscherversammlung zu München, welche darauf in den Jahresberichten veröffentlicht wurde (s. [Study 1889b]). Dort verweist

[137]Leider ist ein entsprechender Brief Engels aus dieser Zeit nicht erhalten. Denkbar wäre, dass die Anfrage im Rahmen der Herausgabe des zweiten Bandes der Grassmannschen Werke ([Grassmann 1904]) entstanden sein könnte, allerdings findet sich auch dort kein konkreter Anlass. Generell haben die beiden Freunde nicht selten (eher kleinere) mathematische Probleme in ihren Briefen diskutiert.

er gleich zu Beginn (S. 205) auf seine „im Druck befindliche Arbeit [...], die demnächst im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig erscheinen wird“, und gibt einen Einblick in den Inhalt der ersten Abschnitte seines Buches: Auf Grund der euklidischen (in Ausnahmefällen auch der nichteuklidischen) Geometrie definert er als grundlegende Elemente Vektoren, Stäbe, Quirle, Keile, Motoren und Impulsoren und führt deren Superpositionen durch Transpositionen ineinander über, wodurch er praktisch die Bewegungen dieser Elemente im Raum geometrisiert – eben mit Hilfe von neueren algebraischen Mitteln. Der dritte Teil umfasst nahezu zwei Drittel des Buches und entwirft als Alternative zur Plücker'schen eine neue Liniengeometrie anhand der Klassifikation der Bewegungsfreiheiten eines starren Körpers. Als Grundlage seiner „radial-projektiven“ Geometrie definiert er eine kontinuierliche Gruppe mit 17 Parametern, die zu der der Ähnllichkeitstransformationen im Raum analog ist, und deren Beziehungen zu anderen Gruppen er beleuchtete, bevor er auf die Anwendungen in der Kinematik einging. Study gab auch für diesen dritten Teil eine Übersicht in [Study 1902a] – d. h. kurz vor Erscheinen des drei Jahre zuvor angekündigten Buches[138].

Wie kam es zu dieser vierjährigen Verzögerung? Study kann sich nach dem ersten Artikel vor Ideen kaum retten (s. [Engel-Archiv], 24.01.1900/Greifswald): „Mein Torso kann erst nach den Osterferien fertig sein, *wenn* er dann fertig ist. Ich habe noch so vieles hinzugefunden, dass die Arbeit mindestens doppelt so stark wird (jetzt sind es zwei Bogen). [...] Der Druck meines Buches stockt, da neue Typen gschnitten werden mussten[139]“. Entsprechend ging es weiter (s. [Engel-Archiv], 24.03.1900/Greifswald): „Jetzt bin ich wieder an meinem Buch, und das macht mir viel mehr Spass, aber auch da habe ich noch viele Arbeit vor mir. Ich hoffe doch in den Osterferien damit fertig zu werden. Ich habe wunderschöne liniengeometrische Sachen, wobei ich mit Sturm in Collision komme, dessen Buch grämlich confus und liderlich geschrieben ist. [...] Wenn viel davon [der Arbeit an dem Buch] bis zum Semesteranfang übrig bleibt, so wird es doch wieder erst im Herbst fertig (im *vorigen* Herbst dachte ich fertig zu sein) da ich im Semester nicht arbeiten kann. Der Torso bleibt was er ist bis auf Weiteres.“ Einige Zeit hätte er sich möglicherweise in einer wissenschaftlich weniger abgeschiedenen Umgebung sparen können (s. [Engel-Archiv], 24.03.1900/Greifswald): „Ich habe mich neuerdings über ihn [F. Klein] in derer Weise geärgert, woran er allerdings unschuldig ist. Ich habe nämlich beim Nachschlagen gefunden, dass er Einiges, was ich gefunden zu haben glaubte, schon hat – ich habe ihn in aller Gewissenhaftigkeit 3-4 mal citiert[140], und muss beschämt gestehen,

[138] Ebenfalls eine summarische Darstellung wie auch einige weiterführende Überlegungen finden sich auch [Study 1900].

[139] Hier ist im Einzelnen nicht ganz klar, worauf er sich bezieht: Zwar benutzt er (alt-)deutsche Buchstaben, was allerdings damals nicht unüblich war, und auch einige der 44 integrierten Abbildungen können wohl kaum gemeint sein.

[140] Er bezieht sich z. B. auf Klein's Erlanger Programm in der Tradition dessen Fortsetzung

dass mir das etwas sauer geworden ist. Indessen, eine gutes Gewissen ist das beste Ruhekissen[141]". Ende des Jahres wird es allmählich ernst (s. [Engel-Archiv], 08.11.1900/Greifswald):

> „Ich habe eine grosse Bitte an Dich. Würdest Du nicht so freundlich sein, einmal zu Ackermann hinzugehen und mit ihm über mein Buch zu reden? Ich habe großen moralischen Katzenjammer, 1) weil ich den selbstberechneten Termin nicht inne gehalten habe 2) weil das Buch viel dicker wird, als abegemacht – ich bin ja *noch* nicht fertig!
>
> Ich könnte ihm ja schreiben, aber ich kann ihm nicht sagen, was du vielleicht guten Gewissens wirst sagen können, dass nämlich das Buch etwas Ordentliches ist. Ich bitte Dich aber als mein Bevollmächtigter aufzutreten und mit ihm zu unterhandeln.
>
> Ad 1) und 2) bin ich zum Theil unschuldig. Ich hatte geglaubt, mich auf *Ball's* Theory of Screws beziehen zu können, die nun neu herausgekommen ist, ein dickes Buch. Das war aber unmöglich, weil es in diesem Werke überall an Präcision fehlt. Es handelt sich um die Bestimmung aller Achsen von Bewegungsfreiheit eines starren Körpers, ein fundamentales Problem in der Kinematik. Das habe ich erst lösen müssen, und das hat mich die meiste Zeit gekostet.
>
> Ich habe die ganzen Ferien ohne Unterbrechung gearbeitet, und bin dadurch etwas herunter gekommen, weshalb ich nun nur langsam arbeiten kann. Ich hoffe nun in den Weihnachtsferien fertig zu werden, kann aber keinen Eid darauf abgeben, nach den üblen Erfahrungen, die ich mit mir schon gemacht habe.
>
> Ad 2): Das vorliegende Manuskript hält sich noch innerhalb der Grenzen, die in meinem letzten Gespräch mit A.[ckermann] als Maximum angenommen worden waren (ca. 7 Bogen, vielleicht sind es auch schon 8). Es kommen aber noch ein paar hinzu. Ich bitte dich nun, A.[ckermann] zu sagen, dass wenn er gegen die Erweiterung des Umfanges Einwendungen hätte, ich mir – ich kann nicht ganz aufrichtig sagen gerne – eine Reduction des Honorars, nach seinem Ermessen, gefallen lassen würde. Er möge jedenfalls überzeugt sein, dass ich ihm keinen Schaden zufügen will – ich sehe es vollständig ein, dass er in seinem guten Rechte ist, wenn er einen Abstrich vornehmen wird."

Zwischendurch kommt er mal heraus (s. [Engel-Archiv], 15.08.1901/Greifswald): „Meine Arbeit rückt sehr langsam vorwärts, ich starre hoffnungslos auf meine kurzen Notizen, deren Sinn ich z.[um] Th.[eil] nicht mehr verstehe!" Doch bald

der Plücker'schen Liniengeometrie, s. [Klein 1872].

[141] Study schrieb diesen Brief um ein Uhr nachts.

geht es wieder bergauf (s. [Engel-Archiv], 08.10.1901/Greifswald): „Ich stecke natürlich ganz in meinem Buche, das erfreuliche Fortschitte macht, ja ich habe einige Hoffnung, Anfang des Semesters weiter drucken zu können.“ Ende 1902 ist es dann (fast) so weit (s. [Engel-Archiv], 04.11.1902/Greifswald): „Vielen Dank nochmals für Deine Mitwirkung am beschleunigten Druck meines Buches. Teubner hat es am 27. d.[es] M.[onats] [wohl Oktober] abgesandt, er wird aber wohl nun in Kurzem hier sein. T.[eubner] hat mir für den definitiven Druck noch eine Revision angeboten, und ich habe die Gelegenheit benutzt, am Vorwort noch Einiges zu bessern“

Das Erscheinen des Buches verkündet Study sogleich mit einem Selbstreferat (s.
[Study 1903b]), woraufhin bald zahlreiche Rezensionen folgen (nach Study's Aufzeichnungen insgesamt 15, s. [Weiss 1933], S. 211). Übereinstimmend wird darin die mathematische Kunstfertigkeit, seine Darstellungsweise sowie die Neuheit der gefundenen Zusammenhänge betont:

> „Die Darstellung ist überall sehr sorgfältig und verbindet große Allgemeinheit der Ideen mit einer bis ins Einzelne gehenden Berrschung der Probleme. Durch die Fülle neuer Begriffe und Methoden, die in der Geometrie der Dynamen entwickelt werden, ist die Bezeichnung ‚ein neuer Zweig der Geometrie‘ wohl gerechtfertigt.(s. [Zindler 1903], S. 71)“

> „Auf die Darstellung ist die größte Sorgfalt verwandt, überall sind die Voraussetzungen genau präzisiert und die Begriffe so scharf gefaßt, daß alle Sätze auch streng gelten. Verf.[asser] verbindet mit einer seltenen geometrischen Phantasie die Strenge der Beweise, die in der Analysis und in anderen Zweigen der Mathematik heute erreicht ist. Für die Liniengeometrie nicht weniger als die Kinematik, bedeutet das Erscheinen des Buches einen wirklichen Fortschritt durch seine Eigenart und die Konsequenz der Methoden, wie durch die Fülle des durchaus neuen Stoffes. [...] Die gewählte Darstellung ist sehr klar, wenn auch das Studium des Buches, das eine ganz große Theorie umspannt, nicht gerade leicht ist. Die Schwierigkeit liegt auch in der Fülle neuer Resultate und den vielen eigenartigen Methoden.(s. [Somtner 1903], S. 691/699)“

> „[...], daß das Werk reichhaltig und eigenartig ist, nicht bloß in bezug auf Resultate, sondern auch, was vielleicht mehr ist, in bezug auf Methoden und Auffassungen. (s. [Wirtinger 1903], S. 282)“

Neben allen Lobes hatte auch ein nicht muttersprachlich deutscher Rezensent einige Schwierigkeiten (s. [Snyder 1904a], S. 193/194): „In the first part no use is made of other branches of mathematics than elementary geometry and trigonometry, but in order to express himself explicitly the author feels the necessity of introducing over a hundred new terms, which he defines.[142]“ Außerdem äußert er (speziell für den dritten Teil) auch stilistische Kritik (s. [Snyder 1904a], S. 197/198): „Indeed a large part of the whole field of mathematics is shown to be a sort of stepping stone to line geometry. The admiration of the reader is dampened however, by an unfortunate self-conscious style that fails to do justice to the beauty of the subject. The mode of expression is frequently so involved that one not particularly sympathetic with the author's purpose will find the text very difficult reading. In this respect the third part of the book stands in striking contrast to the first part.[143]“

Auf der anderen Seite verteilt er aber auch euphorisches Lob (s. [Snyder 1904a], S. 193): „Probably no other work on geometry that has appeared since the memoirs by Klein and Lie in the early volumes of the *Mathematische Annalen* contains so many original and fruitful ideas[144].“ Gerade deshalb versucht Snyder, diese Entdeckungen dem Leser nahezubringen, indem er die Leitgedanken in eigenen Worten erklärt. Am Ende fällt er ein salomonisches Urteil (s. [Snyder 1904a], S. 200): „In conclusion we would say that the author has produced a work that will for some time furnish material for study and reflection. The style is not inviting, and the treatment is frequently involved, but the author has presented a new field of mathematics. Many contemporaries will be necessary to make the work generally accessible, but they will surely come[145].“

Study reagiert prompt (mit [Study 1904]) und weist Snyder zunächst in dessen Erklärungen zwei Fehler nach (von denen dieser in [Snyder 1904b] einen zugesteht) und zeigt sich dann persönlich beleidigt ob der Kritik seiner selbstbewussten Schreibweise (s. [Study 1904], S. 470): „Professor Snyder has also seen fit to make comments on the author's style, including one of a personal

[142]„Im ersten Teil werden keine anderen Zweige der Mathematik benutzt als elementare Geometrie und Trigonometrie, aber um sich deutlich ausdrücken zu können, fühlt der Autor die Notwendigkeit, mehr als hundert neue Begriffe einzuführen, die er definfiert.“

[143]„Tatsächlich wird ein Großteil des ganzen Gebietes der Mathematik gezeigt als eine Art Trittstein hin zur Liniengeometrie. Die Bewunderung des Lesers wird wie auch immer gedämpft durch einen unglücklichen selbstbewussten Stil, der es nicht schafft, der Schönheit des Themas gerecht zu werden. Die Ausdrucksweise ist oft so verwickelt, dass jemand, der nicht so sehr mit dem Ziel des Autors vertraut ist, den Text schwer lesbar finden wird. In dieser Hinsicht steht der dritte Teil dieses Buches im krassen Gegensatz zum ersten Teil.“

[144]„Wahrscheinlich kein anderes Werk über Geometrie, das seit den Artikeln von Klein und Lie in den frühen Ausgaben der *Mathematischen Annalen* erschienen ist, enthält so viele originelle und fruchtbare Ideen.“

[145]„Zusammenfassend möchten wir sagen, dass der Autor ein Werk geschaffen hat, das einige Zeit für Material an Studien und Reflexion sorgen wird. Der Stil ist nicht einladend, und die Behandlung ist oft verwickelt, aber der Autor hat ein neues Gebiet der Mathematik präsentiert. Viele Kommentare werden notwendig sein, um das Werk allgemein zugänglich zu machen, aber sie werden sicher kommen.“

nature[146]. That the text is hard and the reasoning sometimes complicated the writer does not seek to deny. He [Study] cannot help regretting, however, that the reviewer did not find it worth his while to overcome even the lesser difficulties before publishing his review. Under the circumstances the words of praise which are distributed with liberal hand will have little weight[147].“

Study's Antwort strotzt nicht geradezu vor Minderwertigkeitskomplexen, und doch hat Snyder an einer Stelle (der einzigen, die er nicht bedauert) einen wunden Punkt getroffen, nämlich in Bezug auf die mehr als hundert neu eingeführten termini technici im ersten Abschnitt. Noch im Januar veranlasst dies Study, auf einer Postkarte (s. [Engel-Archiv], 21.01.1904/Greifswald) Engel hektisch darum zu bitten, die definierten Ausdrücke sozusagen als objektiver Beobachter nachzuzählen (der Aufwand halte sich in Grenzen, da es einfach die kursiv gedruckten seien). Das Ergebnis scheint ihn nicht zufrieden gestellt zu haben, denn in der Fußnote, in der er bei der Erwiderung das Thema quasi „nebenbei“ abhandelt, bittet er darum, beispielsweise Quirl, eigentlicher Quirl und uneigentlicher Quirl nicht als drei neue Worte zu zählen, sodass die Zahl weit geringer liegt (s. [Study 1904], S. 470): „Some of my colleagues, who kindly did the counting for me, are of opinion that with a reasonable method of counting the new terms in the first part [...] may be estimated to amount to 40 or 50 – a number still too large, no doubt[148].“

Schon im Vorwort seines Buches war Study ausführlich auf diesen Umstand eingegangen (s. [Study 1903a], S. VIII):

> „Nach dem Erscheinen der ersten Lieferung dieser Schrift ist dem Verfasser mehrfach bemerkt worden, dass die etwas ausgedehnte Terminologie das Eindringen in den bearbeiteten Gedankenkreis erschwere.
>
> Die Grundsätze, nach denen jede mathematische Terminologie zu bilden ist, hat *Gauss* in den Disquisitiones circa superficies wie folgt bezeichnet:
>
> Quod vero attinet ad terminologiam, imprimis prospiciendum esse duximus, ut omnis ambiguitas arceatur...Sed quidini in verbis faciles esse liceret, dummodo res non sint inanes, neque dictio interpretationi erroneae obnoxia?

[146] Snyder bedauert dann in [Snyder 1904b], einen persönlichen Bezug hergestellt zu haben.

[147] „Professor Snyder sah sich auch berechtigt, Kommentare über den Stil des Autors abzugeben, einen persönlicher Art eingeschlossen. Dass der Text schwer ist und die Schlussweise manchmal kompliziert, versucht der Schreiber gar nicht zu verleugnen. Er [Study] kann nicht umhin, wie auch immer, zu bedauern, dass der Rezensent es nicht der Mühe wert gefunden hat, nicht einmal die kleineren Schwierigkeiten zu überwinden, bevor er seine Rezension veröffentlichte. Unter diesen Umständen werden die lobenden Worte, die freimütig vergeben werden, wenig Gewicht haben.“

[148] Einige meiner Kollegen, die freundlicherweise das Zählen für mich erledigt haben, sind der Meinung, dass mit einer vernünftigen Zählweise die neuen Ausdrücke im ersten Teil mit 40 oder 50 abgeschätzt werden können – eine noch immer zu hohe Zahl, ohne Zweifel.

> Die Worte also sind ziemlich gleichgültig, die Begriffe aber sollen deutlich umgrenzt sein, verschiedene Begriffe sollen jedenfalls dort, wo Missdeutungen naheliegen, nicht mit denselben Worten bezeichnet werden, und das Verständnis mathematischer Sätze soll nicht besondere Interpretationskünste erfordern.“

Im Weiteren noch Bacon und Sacchieri zitierend, liefert er in den folgenden zwei Seiten erneut sein mathematisches Glaubensbekenntnis zur begrifflichen Exaktheit, bevor er sich ein kleines Zugeständnis abringt (s. [Study 1903a], S. X): „Dass in Bezug auf die Terminologie hier und da des Guten zu viel gethan sein mag, wollen wir übrigens gerne zugeben. Zahlreich sind indessen die Kunstausdrücke jedenfalls nicht, die ohne sonderlichen Schaden hätten wegbleiben können. Das beigefügte alphabetische Inhaltsverzeichnis wird die Unbequemlichkeit wohl minder empfindlich machen.“

Dies mag auch ein wesentlicher Grund dafür gewesen sein, dass trotz der meist lobenden Besprechungen das Buch nicht sogleich den erhofften Anklang fand. Darauf reagiert Hausdorff im Jahr darauf in seiner eigenen (von allen ausführlichsten) Rezension (s. [Hausdorff 1904], S. 470):

> „Im vorigen Jahre ist ein Werk liniengeometrischen Inhalts erschienen, das durch Reichtum an Ergebnissen, Originalität der Methode, Tiefe und Klarheit der Darstellung das mittlere Niveau der Lehrbuchliteratur unvergleichlich überragt und ein Recht darauf hat, unsern Lesern nicht in knapper Rezension, sondern in einer etwas umfangreicheren Analyse vorgeführt zu werden. Wir meinen das Werk von E. Study ‚Geometrie der Dynamen. Die Zusammensetzung von Kräften und verwandte Gegenstände der Geometrie.‘ Ein umfassendes Gebiet der Liniengeometrie, dasjenige nämlich, das an die Statik und Kinematik starrer Körper angrenzt, erfährt hier eine *neue*, *systematische* und *erschöpfende* Behandlung.“

Hausdorff erklärt darauf zunächst die Leitgedanken des Buches, nicht ohne Verbesserungen (gerade in Bezug auf die Verständlichkeit) vorzuschlagen: Beispielsweise kritisiert er die Beschränkung auf die euklidische Geometrie, die die Besprechung der zahlreichen Ausnahmefälle nach sich zieht, die bei nichteuklidischen Geometrien auftreten. In diesem Punkt spricht er jedoch einen der wichtigsten Punkte des Buches an (s. [Study 1903a], S. VIII):

> „Die Übertragung aus der Nicht-Euklidischen Geometrie bekannten Schlüsse auf die gewöhnliche Liniengeometrie und Kinematik hat für die mitgetheilten Untersuchungen eine ganz besondere Bedeutung, so daß dem Buche auch recht wohl der Nebentitel ‚Anwendungen der nichteuklidischen Geometrie‘ hätte gegeben werden können.“

Da seine Arbeiten [Study 1902b], [Study 1906b] und [Study 1907] in die gleiche Richtung gehen, findet sich bei Study in dieser Periode eine Auseinandersetzung mit diesem Themenkomplex im geradezu Klein'schen Sinne[149], sodass diese Arbeiten durchaus auch als eine der „originellsten und konsequentesten Beiträgen zur Geometrie im Geiste des ‚Erlanger Programms'" (s. [Ziegler 1985], S. 202) gezählt werden können.

Alles in allem verleugnet Hausdorff's Artikel aber nicht sein wohlwollendes Ansinnen (s. [Hausdorff 1904], S. 483): „Hiermit wollen wir unseren Bericht schließen und der Hoffnung Ausdruck geben, daß das schwierige, aber außerordentlich lohnende Werk sich auch unter den Lesern dieser Zeitschrift viele Freunde erwerben möge."

Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, dass sich Hausdorff und Study gerade erst kennen gelernt hatten: Auf seiner Erholungsreise nach Italien im Frühjahr 1903 saß Study mit Hausdorff in Rafallo am selben Tisch, ohne es zu wissen (s. [Engel-Archiv], 24.04.1903/Greifswald). Die Bekanntschaft gelang endlich im Spätsommer: „Den Kollegen Hausdorff endlich kennen gelernt zu haben, ist mir sehr erfreulich." (s. [Engel-Archiv], 07.08.1903/Greifswald) Später wird sich diese Freundschaft noch vertiefen (s. S. 117), und zwar bei seiner nächsten Station: in Bonn.

[149] Ein weiterer Beleg dafür ist Study's Interesse am elliptischen Raum, aus dem er zusammen mit Aleksandr Kotel'nikov (1865-1944) die gleichnamige Kotel'nikov-Study-Abbildung entwickelte (für Details siehe [Rosenfeld 1988], S. 363 ff.).

7 Die Bonner Zeit: Macht

7.1 Gestalten mit Personalpolitik

Im Herbst 1903 deutet sich eine neue Chance an (s. [Engel-Archiv], 20.10.03/Greifswald): „Was in Bonn werden mag, davon habe ich keine Ahnung[150]. Ich wünsche mir natürlich sehr, hinzukommen, das greuliche Gryps[151] hängt mit zum Halse heraus." Dazu beigetragen hatte sicherlich auch der andere Greifswalder Mathematikprofessor (s. [Engel-Archiv], 04.11.02/Greifswald): „Mein Kollege Thomé fährt fort, mich zu ärgern. Er ist prinzipiell gegen Alles, und scheut sich nicht einmal, sich selbst zu widersprechen. [...] Es ist sehr schwer, gegen über dieser fortwährenden Nörgelei die Geduld nicht zu verlieren."[152]

Bald wird die Möglichkeit zur Gewissheit[153], aber aus pekuniären Gründen steht er dem Ganzen wiederum zweispältig gegenüber (s. [Engel-Archiv], 27.12.03): „Die Weihnachtsfreude ist mir inzwischen sehr gestört worden durch die sogenannte Berufung nach Bonn, die nunmehr eingetroffen ist. Die Regierung bietet mir eine Zulage zu dem Einkommen, das ich nach meinem Dienstalter habe, im Betrage von 800 Mk von jetzt bis 1909, und von 400 Mk von 1909 bis 1913, und damit Schluss; sodass ich sogleich 5200 Mk haben würde + 660 und am Ende, d.h. 1913, 6000 Mk + 660. Das ist wenig genug, da ich in Bonn etwa 1200 Mk mehr brauche als hier und Nebenbezüge nicht viel ausmachen werden. Vorläufig wird noch parlamentiert, wenn ich aber nicht mehr erlangen kann, werde ich ablehnen müssen – mit großen Schmerzen. Ich bin ganz außer mir über die Sache."

Schließlich ringt er sich doch durch[154], bereut es aber bald darauf fast wieder

[150] Lipschitz war 1903 verstorben, und bei Suche nach einem Nachfolger erhielt Study Beistand aus einer unerwarteten Ecke (s. [Kowalewski 1950], S. 182): „An der Durchsetzung seiner Berufung hatte besonders der berühmte Chemiker Anschütz mitgewirkt, wofür ihm die Mathematiker zu Dank verpflichtet sind. Ohne seine tatkräftige Hilfe wäre vielleicht die Berufung nicht zustande gekommen [...]." Bei der Frage nach dem Warum scheinen die Ambitionen durch eine Hoffnung auf die Anwendung der Invariantentheorie in der Chemie eine Rolle gespielt zu haben (welche sich dann aber wohl wieder zerschlugen, siehe [Study 1901a] bzw. [Study 1906a]).

[151] Gryps als altertümlicher Ausdruck für „Greifvogel" war ursprünglich der Name für Greifswald und ist auch heute noch als Stadtname in Gebrauch - siehe z.B. www.gryps.de

[152] Kowalewski schildert Thomé in [Kowalewski 1950] auf S.157 wie folgt: „Professor Cohen [der dortige Mineraloge] stellte wiederholt die These auf, daß alle Mathematiker einen Sparren hätten. Study und ich waren gerade einmal anwesend, als er diese Ansicht äußerte, und sagten lachend: „Die Anwesenden sind hoffentlich ausgeschlossen", worauf er scherzend erwiderte: „Leider nein". Thomé galt in Greifswald als die stärkste Ausprägung dieses bedauernswürdigen Typs. Frau von Nathusius, die Gattin des geistvollen Professors der praktischen Theologie, sagte einmal zu mir: „Sie sind noch jung (ich war damals 25 Jahre alt). Werden Sie um Gottes willen nicht so wie Geheimrat Thomé! Man muss früh dagegen ankämpfen!"

[153] Postkarte vom 16.11.03: „Aus Bonn erfahre ich nunmehr, dass ich dort an erster Stelle vorgeschlagen bin, und zwar allein."

[154] Postkarte vom 30.12.03: „Auf allseitigen Rath habe ich nun doch angenommen."

(s. [Engel-Archiv], 04.3.04/Bonn): „Ich habe mich schrecklich darüber aufgeregt, dass die Regierung mir in Bonn weniger geboten hat als meinem Nachfolger in Gryps [nämlich Engel][155]. Für das, was Sie hier geboten haben, würde ich gerne geblieben sein, man hat mir aber eine solche Wahl nicht gelassen. Es ist das eine gemeine Politik, der Professor ist für diese Kerle eine Marktwaare, wie Zugvieh, und wird so billig wie möglich gekauft. Ob er dabei unglücklich wird, ist einerlei. Bekomme ich keinen Ruf von Bonn weg, so werde ich niemals meines Lebens wieder froh werden.“

Doch kurz nach der Ankunft Study's in Bonn ergaben sich für Ihn ungeahnte Möglichkeiten: Grundsätzlich waren die Aufgaben an der mathematischen Fakultät schon länger klar verteilt (s. [Krull 1970b], S. 40): Der Ordinarius spielte als aktiver Wissenschaftler die führende Rolle. Zur Unterstützung im Vorlesungsbetrieb (und somit weniger forschend) gab es ein „persönliches Ordinariat“[156], das nach wie vor Kortum inne hatte. Ein weiteres Extraordinariat (das Study, wie bereits erwähnt, von 1894-1897 besetzte) diente dazu, junge ehrgeizige Wissenschaftler an die Fakultät zu holen und war zu diesem Zeitpunkt mit dem Geometer und Funktionentheoretiker Heffter besetzt. Dieser machte sich Hoffnungen, als Kortum noch 1904 starb, doch „Study behauptete danach, Heffter wäre für ein Ordinariat an einer Universität doch nicht genügend qualifiziert“ (s. [Krull 1970b], S. 40). Dieser wechselte gleich darauf verärgert nach Aachen – als Ordinarius. Study war also plötzlich Alleinherrscher und hatte völlig freie Hand, sich nun seine Kollegen selbst auszusuchen. Dies tat er nahezu komplementär zu seinen eigenen Fähigkeiten – und somit zum Wohl der mathematischen Fakultät:

Auf das persönliche Ordinariat holte er Franz London, der 1886 in Breslau promoviert und sich 1889 dort auch habilitiert hatte, aber noch immer Privatdozent war. Dies war für ihn allerdings insofern unproblematisch, als dass er auf Grund seiner Herkunft finanziell unabhängig war[157]. Auch sonst passte er ideal: Fast nichts mehr publizierend und an Hochschulpolitik völlig uninteressiert, ging er voll und ganz in seiner Lehrtätigkeit auf, hielt gerne einführende Vorlesungen in projektiver Geometrie und Analysis und übernahm mit Leidenschaft die (nach der neuen Prüfungsordnung geforderte) darstellende Geometrie; ja er gründete zur Förderung des mathematischen Nachwuchses sogar die „Franz-London-Stiftung“, die allerdings die gesammelten Spenden auf Grund seines plötzlichen Todes wegen eines Herzleidens und der Inflation wohl nie ausgezahlt

[155] Bedenkt man Engels durchaus auch nicht unproblematischen Werdegang, so sind diese Bedenken Study's ziemlich taktlos (ein gutes Beispiel dafür, wie er im aufbrausenden Ärger blind ist gegen jegliche Personen). Nach Engels Beschwerde beteuert Study im folgenden Brief, es nicht so gemeint zu haben.

[156] Eine genauere Erklärung findet sich in [Schubring 1985], S. 157: „Bei den persönlichen Ordinarien handelt es sich um ein Äquivalent zu den heutigen ‚Überleitungen‘. Solche Wissenschaftler erhielten den Status eines Ordinarius, ohne dass wie bei planmäßigen Stellen ein entsprechendes Weiterbestehen der Stelle nach ihrem Ausscheiden gesichert war“.

[157] Er finanzierte sogar bis zu seinem Tode einen Assistenten für das Seminar, s. [Schubring 1985], S. 155.

hat. Study schrieb über seinen optimistischen wie in sich ruhenden Freund in seinem Nachruf (s. [Study 1917a], S. 157): „Er war Lehrer mit Leib und Seele; keine Mühe war ihm zu groß, wenn er seine zahlreichen Schüler fördern konnte, die seinem Vortrag mit Begeisterung folgten; ihnen hat er in seiner Pflichttreue einen großen Teil seiner Zeit gewidmet. In der wohl durchdachten Klarheit seiner Ausführungen war er ein vorbildlicher Lehrer, seinen Schülern ein aufopfernder Freund und Berater."

Schon länger, aber ähnlich konziliant verbunden, war Study mit Gerhard Kowalewski, den er aus Greifswald auf das Bonner Extraordinariat nachholte. Auch mit ihm kam sich Study wissenschaftlich nicht ins Gehege, bei einem Thema indes war er der Gesprächspartner par excellence: Selbst Schüler von Lie, ergänzte sich seine analytische Sichtweise der Lie'schen Werke trefflich mit Study's algebraischer. Als Dozent charakterisiert ihn Krull (s. [Krull 1970b], S. 41) als den „ Mann der Lehrbücher", die er zahlreich und über die verschiedensten Themen verfasste[158]. Zugleich schickte er ihn quasi als Vorposten auf die Suche nach einem Privatdozenten, beispielsweise nach Göttingen zu Hilbert und Minkowski (s. [Kowalewski 1950], S. 192): „Sie waren auf Study etwas böse, dass er [bei den gerade besprochenen Besetzungen] acht Kandidaten in Vorschlag gebracht hatte, darunter aber keinen einzigen Göttinger: Sie wußten auch, daß Study viel vom Bazillus Göttigensis redete, dem Bazillus des Hochmuts".

Völlig frei davon war Felix Hausdorff (1869-1942), der Kowalewski 1910 auf das Extraordinariat folgte, da dieser zur deutschen Technischen Hochschule nach Prag wechselte. Hausdorff hatte, als sich er und Study im Frühjahr kennenlernten (s. S. 113), in Leipzig gerade den Titel eines außerordentlichen Professors erhalten und kurz danach ein Extraordinariat in Göttingen abgelehnt (s. [Krull 1970c], S. 55). Er konnte sich dies auf Grund seiner wohlhabenden Herkunft finanziell erlauben, wissenschaftlich jedoch befand er sich damit zunächst einmal (trotz zahlreicher Veröffentlichungen zwischen 1906 und 1908) auf dem Abstellgleis. Erst über Study's Bestreben erhielt er 1910 einen Ruf auf die o.g. Stelle in Bonn und 1913 ein Ordinariat neben Engel in Greifswald, wobei sich heute leider nur vermuten lässt, inwieweit Study (via Engel) auch dabei seine Finger im Spiel gehabt hatte (dies war sicherlich bei seiner Berufung auf das Bonner Ordinariat 1921 der Fall[159]). Auffällig bei alledem sind einige biographische Parallelen, die sich auch charakterlich fortzusetzen schienen (s. [Krull 1970c], S.68): „Hausdorff führte in Bonn [. . .] das, was der nach außen Gewandte ein zurückgezogenes Leben nennt. Dabei war er aber der Geselligkeit im kleineren

[158]Beispielsweise entstand 1909, also in seiner Bonner Zeit, die „Einführung in die Determinantentheorie einschließlich der unendlichen und der Fredholmschen Determinanten."

[159]Warum Study Hausdorff nicht schon zu Beginn seiner Bonner Zeit berücksichtigt hat, lässt sich nur vermuten: In seiner Leipziger (wie auch seiner Greifswalder) Zeit verkehrte er unter dem Pseudonym „Dr. Paul Mongré" in Leipziger wie in Berliner Literaturkreisen und war auch selbst als schriftstellender Schöngeist tätig. Erst nach dem ersten Weltkrieg wurde er zum Vollblut-Mathematiker.

Kreis gleichbestimmter Freunde durchaus nicht abgeneigt. Mit einer Reihe von Kollegen traf er sich regelmäßig in den Räumen der Lese- und Erholungsgesellschaft, [. . .]. In Gesellschaft war er liebenswürdig, bescheiden, manchmal beihnahe schüchtern. Aber jeder, der mit ihm in nähere Berührung kam, empfand die innere Vornehmheit seines Wesens, seine wohlwollende Haltung gegenüber den menschlichen Schwächen; so konnte er auch seiner alten Neigung zu scharfgeschliffenen Bonmots, zum treffenden, kritischen Witz freien Lauf lassen, ohne jemals verletzend zu wirken."[160] Weitere Ähnlichkeiten bezogen sich (speziell in den zwanziger Jahren) auf ihre philosophischen Interessen (s. S. 136), wodurch die vermutlich oft auch kontroversen Diskussionspartner wahre Freunde wurden.

Nachfolger von Hausdorff auf dem Extraordinariat wurde 1913 Issai Schur (1875-1941). Obwohl seine darstellungstheoretischen Arbeiten in die Zeit vor seinen Bonner Jahren fallen und er erst danach der Berliner Mathematik seinen prägenden Stempel aufdrückte, wirkte der Umgang mit ihm für Study sehr anregend, was seine Arbeit über Quaternionen zeigte (s. [Study 1916a] und [Study M13]).

Im Jahre 1916 erhielt der Österreicher Hans Hahn[161] (1879-1934) das Extraordinariat, konnte aber schon ein Jahr darauf wegen Londons Tod auf dessen persönliches Ordinariat nachrücken, das zudem noch gleichzeitig in ein etatmäßiges umgewandelt wurde, sodass sich nun zwei Wissenschaftler gleichberechtigt gegenüber standen. Insbesondere hochschulpolitisch scheinen er und Study auf einer Wellenlänge gelegen zu haben, beispielsweise bemühten sie sich beide 1919 sehr, aber leider vergeblich um die Berufung von Richard von Mises (als Ersatz für dessen verlorenes Straßburger Extraordinariat). Hahn ging 1921 wieder nach Wien und wurde, wie bereits erwähnt, von Hausdorff abgelöst.

Ebenso wie Study ein nicht allzu leutseeliger Zeitgenosse, fehlte dem Bonner Mathematischen Institut in der Zeit nach dem ersten Weltkrieg ein wenig der didaktisch versierte Ordinarius, den es zuvor gehabt hatte. Jedoch fanden sich in der Zeit vor dem ersten Weltkrieg eine Reihe hervorragender Privatdozenten ein: Den Anfang machte von 1906 bis 1908 Erhardt Schmidt, (1876-1959), den eine längere Krankheit davon abgehalten hatte, sich mit seinen bereits vohandenen hervorragenden Arbeiten über Integralgleichungen zu habilitieren. Es zeugte von Study's bei Bedarf durchaus vorhandener Großzügigkeit und dem Vertrauen auf seine Intuition bei einem ihm unbekannten mathematischen Gebiet, dass er das Ganze dann rasch über die Bühne brachte. Danach kam der Grieche Constantin Caratheodory (1873-1950) aus Göttingen, da er in Bonn einen bezahlten Lehrauftrag erhalten konnte. Obwohl er nur ein Jahr blieb, reichte es zu einer gemeinsamen Veröffentlichung.

Eine längere Publikation kam mit Wilhelm Blaschke (1885-1962) zu Stande (s.

[160]Davon hätte Study zuweilen wohlgetan, sich eine Scheibe abzuschneiden.
[161]Er war 1915 schwer verwundet worden und somit nun vom Militärdienst freigestellt.

[Blaschke/Study 1913]). Dieser hatte sich 1910 bei Study habilitiert und wurde dabei von diesem mit einem äußerst lobenden Gutachten bedacht, obwohl er eine ganz andere Richtung in der Geometrie vertrat. Die rosigen Zukunftsaussichten, die ihm darin prophezeit werden, bewahrheiteten sich: Blaschke wurde zwischen den beiden Weltkriegen zu einem der führenden Geometer Deutschlands.

Der einzige wissenschaftlich weniger produktive Dozent war Johann Oswald Müller, (1877-1949), der – wirtschaftlich unabhängig – Mathematik eher als Liebhaberei betrieb. Nachdem er sich 1909 habilitiert hatte, erhielt er erst 1917 ein Extraordinariat und 1921 einen Lehrauftrag (für Algebra, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Zahlentheorie). Für Study war er wohl einfach eine willkommene Hilfskraft für den Vorlesungsbetrieb.

Erwähnt werden sollte auch noch der Geometer Gerhard Hessenberg, (1874-1925), der seit 1906 Professor der Landwirtschaftlichen Akademie Bonn-Poppelsdorf war. Mit seinem Interesse für moderne Differentialgeometrie und Mengenlehre konnte er jedoch erst 1908 an der Universität landen, als er dort Privatdozent wurde. Von seinen drei Bonner Jahren gibt er im Vorwort in einem in dieser Zeit entstandenen Buche über e und π Zeugnis (s. [Krull 1970b], S. 44): „Solchen Betrachtungen während meiner mathematischen Tätigkeit am Seminar der Universität Bonn verdankt der Plan zu diesen Blättern seine Entstehung. Mögen sie den Kollegen Study, London, Kowalewski, Hausdorff, Schmidt, Caratheodory ein Gruß und dieser ein Zeichen sein, daß ich dankbar der anregenden Stunden in ihrem liebenswürdigen Kreis gedenke.“

Zu diesem anregenden wissenschaftlichen Klima beigetragen haben einige organisatorische Änderungen, die Study in seinen ersten Bonner Jahren einführte: Zunächst sorgte er dafür, dass der persönliche Ordinarius wie auch der Extraordinarius Mitdirektoren am Seminar wurden, um so die Arbeit mit den ca. 30 teilnehmenden Studenten auf eine breitere Basis stellen zu können. Erst 1908 wurde auch die noch von Lipschitz und Kortum stammende Zweiteilung verändert (s. Seminarbericht der Chronik 1909 in [Schubring 1985] , S. 155): „Das Seminar gliederte sich in drei Stufen: Unterstufe: Übungen im Anschluss an die Anfängervorlesungen, Mittelstufe: Vorträge der Teilnehmer über leichtere Aufgaben, Oberstufe: Referate der Miglieder über neuere Arbeiten.“ Nur so konnten die sich inzwischen fast verdoppelnden Studentenzahlen bewältigt werden[162], zumal zur Korrektur der Übungen ein Assistent beschäftigt werden konnte (wie bereits erwähnt bis 1917 noch privat von London finanziert). Insgesamt deutet sich hier schon die Entstehung des Mathematischen Seminars als ein von der philosophischen Fakultät unabhängiges Institut an.

Wesentlich an dessen späterer Entwicklung beteiligt war der einzige bisher noch nicht erwähnte Dozent aus Study's Bonner Zeit: Hans Beck (1876-1942) wurde 1917 auf das Extraordinariat (1921 sogar zum persönlichen Ordninarius) berufen und sollte die eigentliche Nachfolge Londons als an den Anfängervor-

[162]Von 110 Studenten im Jahre 1904 über 200 im Jahre 1910 bis zu 250 im Jahre 1914.

lesungen orientierter, wissenschaftlich kaum ambitionierter Dozent darstellen. Seine Leidenschaft für das Lehren ging jedoch weiter: Er wollte seine Studenten bis zum Studienabschluss, möglichst sogar noch bis zur Promotion begleiten, was ihm bis 1926 auch bei 16 seiner Schüler gelang[163]. Study hingegen sah seine Vorlesungen wie auch seine Promotionsthemata als zu elementar an. Charakterlich beschreibt Krull (s. [Krull 1970b], S. 47) Beck als geselligen wie lebensfrohen Biedermann, der allerdings bei der Verteidigung seiner Überzeugung recht unkritisch und oft kleinlich gewesen sei. Gut verstanden haben sich die beiden offensichtlich noch, als Beck Study's Schüler in Greifswald war und dann 1905 über „Die Strahlenketten im hyperbolischen Raum“ (s. [Weiss 1933], S. 225) in Bonn bei ihm promoviert hat.[164] Von Anfang an war er von der Idee, mittels der Lie'schen Erkenntnisse die Geometrie auf eine gruppentheoretische Grundlage zu stellen, so begeistert gewesen, dass er auch in seinem weiteren Forscherleben nicht davon ablassen konnte. Nach seiner Berufung zum Extraordinarius konzentrierte er sich – wie Study – auf Lie's Kugeltransformationen, beschäftigte sich damit aber nicht unter allgemeinen Gesichtspunkten, sondern betrachtete interessante Spezialfälle, und zwar immer im direkten Anschluss an Study'sche Artikel (s. [Beck 1917], [Beck 1922], [Beck 1923]). Zum ersten Mal reagiert Study darauf erst 1923 (s. [Study 1924], S. 249-251):

> „Seit dem Erscheinen meiner Kritik von Lies Kugelgeometrie, in der ich in Aussicht gestellt hatte, die Sache in Ordnung zu bringen, hat auch mein Bonner Kollege H. Beck Aufsätze über Kugelgeometrie drucken lassen, in deren beiden letzten [[Beck 1922] und [Beck 1923]] ich gegen mich gerichtete Angriffe gefunden habe [. . .] Meines Erachtens hätten diese Meinungsverschiedenheiten auf andere Art ausgetragen werden können. Da sie nun aber einmal in die Öffentlichkeit gekommen sind, so muß ich ja wohl erwidern (Qui tacet consentire videtur[165]).“

Im Folgenden deckt er dann auch durch direkte Gegenüberstellung von seinen und Becks Textpassagen Ungereimtheiten und Widersprüche auf. Die Auseinandersetzung mit Study kumuliert jedoch darin, dass Beck einen der Grundbegriffe der Kugelgeometrie mit neuen Namen belegt (seinem „Minimalkreis“, wobei es Study eher als Spezialfall eines ebenen Schnittes ansieht): „Auf den Begriff des Minimalkreises, den B.[eck] lächerlicherweise für eine von ihm herrührende Entdeckung hält, hat er dann auch noch, mit riesiger Reklame für sich selbst, eine

[163] Im Vergleich dazu: Study hatte insgesamt gerade einmal 18 Doktoranden, 6 davon in Bonn von 1904 bis 1917, danach 6 bis 1926 und noch drei bis 1929 (s. [Weiss 1933], S. 225).

[164] Auch bei der Übersetzung von Maxime Bôcher's „Introduction to higher Algebra“, die Beck 1910 vonahm und zu der Study die Einleitung schrieb, preisen sie sich noch gegenseitig (s. [Bôcher 1910], S. 5): Beck: „Auch erhielt ich von Herrn E. Study in Bonn [. . .] zahlreiche wertvolle Winke, für die ich auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank ausspreche. S. 8, Study: „Die Übersetzung ist vortrefflich. Sie liest sich ganz so wie ein Original“.

[165] Wer schweigt, stimmt offenbar zu.

von Anfang zu Ende thörichte Polemik gegen mich gegründet." (Brief an Engel vom 13.11.25). Study reagiert mit [Study 1926] (S. 296-298), wo er auch Kritik an Lipschitz und Cartan zurückweist:

> „Ein methodischer Fehlgriff [die Einführung des Mininimalkreises] wird durch eine Inkonsequenz [bei der stereographischen Projektion] verdeckt. (Ebenso, und wiederum gegen meinen Rat, in einer Bonner Dissertation) [...] Unter solchen Umständen muß eine Stilistik, die immer befremdlich wirken würde, geradezu peinlich berühren. Werturteile über eigene Untersuchungen überläßt sonst ein jeder anderen. Diesem Autor scheint dazu alles, was in seinen Gesichtskreis kommt, in einer phantastischen Beleuchtung, die ihm Abstände und Größenverhältnisse verzerrt und mehrmals sogar Unwirkliches vortäuscht. Hauptsache ist ihm immer das, was er selbst geleistet zu haben glaubt, sei es auch noch so dürftig. [...] Beck hat eine ganz irrige Vorstellung von seinem Verhältnis zu seinen Vorgängern [...] Es wird wohl immer besser der Versuch gemacht, eine klare Sachlage zu schaffen und eine unerfreuliche Angelegenheit mit einem Male abzutun, als in Erwiderungen auf Erwiderungen hin und her zu zerren."

Im Laufe dieser über ein Jahr dauernden Auseinandersetzung wird schließlich sogar von der Bonner Fakultät eine Kommission zur Untersuchung und Schlichtung der Angelegenheit eingesetzt (s. [Engel-Archiv], 26.07.1927/Bonn). Insgesamt echauffiert sich Study auch für seine Verhältnisse sehr[166], wird es aber am Ende einfach leid.[167].

Belastet hat diese Auseinandersetzung vor allem auch die Verhältnisse am Bonner mathematischen Seminar und zwar im Zusammenhang mit Study's Lieblingsschüler E. A. Weiss, der später auch zum Chronist seiner Werke wurde (s. [Weiss 1933]).

---

[166]Beck sei „einer Belehrung ganz unzugänglich" und vom Größenwahn besessen (s. [Engel-Archiv], 13.11.1925/Bonn), „Beck scheint in der That schon völlig übergeschnappt zu sein. [...] Ein richtiger Nagel zu meinem Sarg" (s. [Engel-Archiv], 01.03.1926/Bonn), Study geht nicht zu einem Kongress in Düsseldorf, damit er Beck nicht sehen muss und er „auch kein Gezänke mit ihm aufführen will" (s. [Engel-Archiv], 01.03.1926/Bonn). Vier Monate später „geht die Hansbeckiade von neuem los [...] Beck macht fast alle Tage neue Sachen, aus denen hervorgeht, daß er verrückt ist" (s. [Engel-Archiv], 11.07.1927/Bonn)

[167]„Auf Becks Antwort denke ich nicht zu reagieren [...]. Ich denke, es lohnt sich nicht." (s. [Engel-Archiv], 31.07.1927/Bonn) „Was Beck über ein Gespräch mit mir hat drucken lassen, ist natürlich reine Phantasie. Er leidet überhaupt an solchen egozentrischen Erinnerungstäuschungen, ich weiß nicht die wievielte das ist. Es gehört das zu seiner Krankheit. Im vorigen Jahre hatte die Fakultät einen gegen ihn gerichteten Beschluss gefasst. Er sass dabei und behauptete dann dem Dekan gegenüber, nichts von der Sache zu wissen. In diesem Falle war aber ein Protokoll vorhanden, unter dem sein Name stand. Aehnliches gab es schon bei seiner Differenz mit Hahn (s. [Engel-Archiv], 22.09.1927/Bonn)

Abb. 9: Study im Kreise seiner Studenten[168] (1920er Jahre)

Am 5. Mai 1900 als Sohn eines preussischen Offiziers und einer Elsässerin in Straßburg geboren, zeigte sich Weiss nicht nur sehr sprachbegabt (neben fließendem Deutsch und Französisch lernte er noch Englisch, Italienisch und Russisch), sondern vereinte gleichzeitig die lebhafte Art seiner Mutter mit einer eher pedantischen seines Vaters. Nach seiner Rückkehr aus dem ersten Weltkrieg (mit einem eisernen Kreuz zweiter Klasse) wandte er sich an seinen ehemaligen Schullehrer, der inzwischen Professor an der Bonner Universität geworden war[169]: Hans Beck. Nach dessen Fürsprache wurde er allerdings Study als erstem außerplanmäßigen Assistenten zugesprochen, wodruch Weiss die Mittel, die Beck für

[168]Mangels eines Bildes von Weiss lässt sich nicht feststellen, ob dieser abgebildet ist. Am Ende von [Weiss 1933] finden sich als Study's Doktoranden (allesamt aus der Bonner Zeit): Julian Coolidge (1904), Hans Beck (1905), Adolf Kummer (1908), Max Brües (1910), Wilhelm Richter (1912), William Graustein (1913), Adelheid Torhorst (1915), Bernhard Thommeck (1917), Eduard Rembs (1918), Ella Poensgen (1918), Matthias Lehnen (1921) und Ernst Weiss (1924), sodass womöglich die letztgenannten am wahrscheinlichsten sind.

[169]Eine Berufung, die wohl umstritten, da nicht auf Fachwissen gegründet war, folgt man der Meinung des Orientalisten Paul Kahle (nachzulesen in [Segal 1992], S. 697).

seine Hilfskraft in darstellender Geometrie erhalten hatte, vom Gehalt abgezogen (allerdings waren dies gerade einmal 1,5%, s. [Schubring 1985], S. 160)[170]. Aus einem Antrag Becks für zusätzliche Hilfskraftmittel von 1926 geht dann jedoch hervor, dass Weiss durchaus auch den Zeichensaal für darstellende Geometrie betreut hat (s. [Schubring 1985], S. 160), ein Umstand, der wohl kaum zur Entspannung beigetragen haben durfte.

Zu erneuten Auseinandersetzungen kam es, als sich Weiss nach seiner Promotion 1924 bei Study 1926 habilitieren wollte: Beck monierte seine enge und unmodische (Study'sche) Sichtweise der Geometrie und bestand auf weiteren Studien[171]. Weiss fand sich also sozusagen zwischen den beiden Stühlen seines ehemaligen und seines aktuellen Mentors. Alles in allem lag also die Glanzzeit des Bonner Mathematischen Instituts eher in der Zeit vor dem ersten Weltkrieg.

7.2 Rezensionen der Lie'schen Werke

Study's Diskussion in der Sache weist auf eines der wenigen mathematischen Themen hin, das ihm auch in seiner Bonner Zeit nicht losgelassen hat[172]: die Auseinandersetzung mit den Lie'schen Werken. Hatte in dieser Beziehung schon in der „Geometrie der Dynamen" (s. [Study 1903a]) einzelne Kritikpunkte geäußert, so machte er sich 1907 daran, seine eher wohlwollende Rezension der „Geometrie der Berührungstransformationen" (s. [Study 1897]) neu zu formulieren. Zudem hatte Hilbert 1900 (nach Lies Tod 1899) in seinem Pariser Vortrag als 5. Problem die Frage gestellt, inwieweit in Lies Konzept der kontinuierlichen Transformationsgruppen die Differenzierbarkeitsforderungen wesentlich sind. Study ging mit seinen Arbeiten nicht in diese Richtung, sondern führte seinen wesentlichen Kritikpunkt auf ein von ihm oft schon beklagtes Manko zurück (s. [Study 1908b], S. 127):

> „[...] man aber das gerade *durchaus* wissen muss, wenn man eine nicht blos auf eine Umgebung sich erstreckende Invariantentheorie haben will, so sehe ich nicht, wie man anders soll zu Werke gehen können, als dass man diese Umgebungen aneinandersetzt, bis schließlich Alles erfasst wird, und die Frage nach dem analyt.[ischen] Zusammenhang hinterher erledigt. Das ist aber ein Prozess, der so im

[170] Die Erklärung dafür lieferte der Kurator der Bonner Universität (s. [Schubring 1985], S. 159): „[...] der neue Assistent solle aber, vowiegend von Study in Anspruch genommen werden. Bei der Verschiedenheit der Fächer Becks und Studys und ihrem außerordentlich gespannten Verhältnis sei eine Teilung des Assistenten in seinen Funktionen nicht realisierbar."

[171] Für die Details sei auf [Segal 1992] (S. 696 ff.) sowie [Segal 2003] (S. 190 ff.) verwiesen, wo sich vor allem auch Weiss' Rolle in der Nazizeit beschrieben findet.

[172] Generell merkt man durchaus den Einfluss des Hochschulbetriebes: Gerade in der Zeit vor dem ersten Weltkrieg sind es kürzere Arbeiten zu verschiedenen Themengebieten, zum Teil auch – wie bereits erwähnt – durch seine Schüler angeregt (s. [Weiss 1933], S. 214-223).

> Falle der Bewegungen kaum durchführbar sein würde, und Thatsache ist, dass *Lie* in seinen Invariantentheorien der Bewegungen solche Untersuchungen *nicht* angestellt hat. Das meine ich, wenn ich sage, dass die Grundbegriffe der (für *diesen* Zweck notwendigen) Präcision entbehren[173]"

Diese Aussage stammt aus einem Brief an Engel (s. [Engel-Archiv], 22.07.1907/Bonn), in dem er auf sechs Din-A4-Seiten ein 33 Seiten umfassendes Schreiben von Engel beantwortet (in dem jener wiederum auf die erste Neufassung der o. g. Kritik reagiert hatte). Dass Engel persönliche von sachlichen Diskussionen nicht zu trennen vermag, untermauert Study im Folgenden durch Kostproben des Engel'schen „Gebrauch[es] sehr starker Ausdrücke" wie z. B. „Schafskopf"; er wirft ihm vor, „Du setzt dich auf's hohe Pferd und kanzelst mich ab, wie einen Unteroffizier seinen Rekruten[174]." Sechs Tage später setzt Study selbst aber amateurpsychologische Spitzen darauf (s. [Engel-Archiv], 28.07.1907/Bonn): „Da hast du nun den Grund Deiner Differenzen mit *Lie*. Du bist von Natur aus ein höchst gewissenhafter Mensch, Lie aber hatte dafür gar kein Verständniss, und empfand eben Das als ein Hemmnis, wofür er Dir, bei anderer Sinnesart, hätte dankbar sein sollen. [...] Ich bin von Haus aus nicht 1/10 so gewissenhaft wie Du. Ich habe aber sehr an mir gearbeitet, und hoffe, den schlechten Einfluss, den *Klein* und Andere auf mich gehabt haben (die, als meine Lehrer, mich zur gewissenhaften Arbeit hätten erziehen sollen) nun nahezu überwunden zu haben."

Zum Wohle jedoch ihrer jahrzehntelangen Freundschaft nimmt Study zum ersten und wohl einzigen Male Rücksicht und diskutiert seinen Text ausführlich mit Engel (s. [Engel-Archiv], Briefe vom 28.07.1907, 01.08.1907, 19.01.1908 und 10.02.1908 sowie Postkarte vom 26.01.1908; alle aus Bonn). Im Tone versöhnlich und sachlicher, eskaliert das Ganze nochmals kurz und heftig, als Engel Mitte Januar 1908 auf die Idee kommt, selbst eine ausführliche Erwiderung schreiben zu wollen. Als Kompromiss erschienen in der endgültigen Veröffentlichung nach Study's Kritik zwei Seiten (siehe [Engel 1908]), in denen er erklärt, dass er „die Studysche Kritik im wesentlichen als berechtigt und zutreffend anerkenne.", aber auch klarstellt, „daß ich Studys Ansichten nicht in allen Punkten teile" (S. 143). Nach zwei kleineren Punkten kündigt Engel an, die zuvor kritisierten Definitionen der Grundbegriffe wie auch die der Äquivalenztheorie zu präzisieren (S. 144): „Ich behalte mir daher vor, in der eben bezeichneten Richtung eine Ergänzung zu der Studyschen Kritik zu liefern und werde diese Ergänzung, die aus leicht begreiflichen Gründen ziemlich umfangreich ausfallen wird, an einer anderen Stelle

[173]Dieser Punkt scheint auch im Bonner mathematischen Seminar zu lebhaften Diskussionen insbesondere mit Kowalewski und Schur geführt zu haben: Letzter ist „entsetzt" über die Natur der Schlüsse in der „Geometrie der Berührungstransformationen" (s. [Engel-Archiv], 22.07.1907/Bonn).

[174]Engel war lange Zeit engagierter Reservist.

veröffentlichen.“ Dies geschah dann erst viel später, da die Ausarbeitung umfangreicher wurde als zunächst gedacht und er nicht dazu kam, sie druckfertig zu machen (s. [Engel 1938], S. 137/138). Seit Ende des ersten Weltkrieges mit der herausgabe von Lies gesammelten Werken betraut, wollte er die dabei gewonnenen Erkenntnisse einarbeiten und nahm die Fertigstellung von Lies gesammelten Abhandlungen 1937 zum Anlass (s. [Engel/Heegaard 1922-1937]), endlich fast dreißig Jahre später seine Erwiderung zu veröffentlichen. Darin beschränkt er die Begrifflichkeiten auf lokale Umgebungen, gibt aber sogleich zu, dass im globalen Fall „die auftretenden funktionentheoretischen Schwierigkeiten [...] zu groß und im allgemeinen unüberwindlich [sind]. Lie hat das nicht genügend beachtet und deshalb die Tragweite seiner Kennzeichen weit überschätzt. Insoweit ist die von Study geübte Kritik wirklich berechtigt.“ (s. [Engel 1938], S. 174)

Nicht nur fachlich geht Study in [Study 1908b] ein Stück weiter: Durch die Beschränkung auf die Zusammenhangskomponenten erhält Lie als Differentialinvariante der Bewegungsgruppe nur solche, die eine echte Drehung enthalten, d.h. es fehlen diejenigen mit Drehspiegelungen, die sog. „Umlegungen“ (s. [Study 1908b], S. 134) oder andere diskrete Transformationen wie etwa die Translationen mit einem festen Vektor (s. [Study 1908b], S. 134). Study wäre aber nicht Study, würde er die Gelegenheit nicht nutzen, anhand von grundsätzlichen Aussagen über mathematische Kultur methodische Unzulänglichkeiten und mangelnde Präzision mittels ausgefeilter Polemiken zu geißeln[175]. Ebenso typisch ist dabei, dass – auf der mathematisch-sachlichen Ebene verharrend (und somit auch nur diese wirklich ändern wollend) – dies an seiner persönlichen Bewunderung keinen Abbruch tut (s. [Study 1908b], S. 142):

> „Herr *Noether*, der *Lie* einen warmen Nachruf gewidmet hat, ist keineswegs blind gewesen gegen die Mängel von dessen Mathematik. Wir glauben, daß das von *Noether* entworfene sympathische Bild von Lies Wesen und Gesamtleistung in seinen Hauptzügen jeder Kritik standhalten wird. Zuweilen werden wir uns auch an einen Anspruch des Pianisten Bülow erinnern dürfen, der lieber einen Rubinstein falsch spielen hörte als manchen Anderen richtig.“

Hatte Study es bei diesem Artikel noch abgelehnt, Lie nicht nur zu kritisieren, sondern auch selbst Alternativen zu entwickeln[176], so tut er dies nach mehreren Anläufen bei Lie’s Kugelgeometrie: Erneut von seiner Rezension der

[175] Schon das Shakespeare-Zitat zu Beginn des Artikels klingt dazu wie eine Fanfare: „Ich bin gewillt, ein Bösewicht zu werden.“ (aus Richard III., 1 Aufzug, 1. Szene bzw. [Study 1908b], S. 125)

[176] „Ein verehrter Freund [höchstwahrscheinlich Engel] meint nun, der Kritiker habe in solchem Falle die Pflicht, die neue Darstellung selbst zu liefern. Wir haben von vornherein diese Absicht gehabt, denn:

‚Das ist die klarste Kritik von der Welt,
Wenn neben Das, was mißfällt,
Einer was Eigenes Besseres stellt.‘

Lie'schen Berührungstransformationen ausgehend, die er inzwischen selbst als „völlig unzureichend“ (s. [Study 1917b], S. 97) bezeichnet, kündigt er schon 1903 im Vorwort seiner „Geometrie der Dynamen“ ([Study 1903a]) im Rahmen einer allgemeinen Erörterung seiner mathematischen Methodik zur Ausschärfung von Begriffen und Sätzen an, diese „Art von Ueberlegung demnächst an dem Beispiel von S. Lie's Geometrie der Kreise und Kugeln durchzuführen“ (s. [Study 1903a], S. IX). Scheint ein Entwurf schon damals existiert zu haben, so brauchte es wohl die mathematische Isoliertheit eines Krieges, um die Zeit zu finden, alles auszuarbeiten: Entsprechend zieht er in [Study 1917b] gleich zu Beginn Bilanz (S. 96):

> „Außer Lies Originalarbeit (Math. Ann. Bd. 5, 1872) kenne ich nur zwei systematische Bearbeitungen des reichen Stoffes, deren eine von F. *Klein* herrührt (Vorlesungen über die höhere Geometrie, Göttingen 1893 [s. [Klein 1893b]]), während die andere von *Lie* zusammen mit seinem damaligen Schüler G. *Scheffers* unternommen worden ist. Sie bildet, wie *Lie* selbst sagt, das wichtigste Kapitel in dem Werke der Geometrie der Berührungstransformationen (Leipzig 1908 [s. [Lie/Scheffers 1908]]). In der Ausführung sind beide sehr verschieden. Sie verhalten sich etwa so, wie Fliegeraufnahmen zu solchen, die aus der Nähe, aber mit einer mangelhaften Linse ausgeführt sind. Im Ganzen sind jedoch die Irrtümer beider Autoren dieselben.“

Den Vorwurf an Lie führt er später noch genauer aus (S. 108), indem er feststellt, dass dessen „Hilfsmittel für Untersuchungen dieser Art allesamt in die historische Rumpelkammer gehören“. Dennoch erkennt er an (S. 107): „Was alles Lie mit seinem Formelapparat *einigermaßen* zu begründen gewusst hat, ist erstaunlich“.

Schärfer ins Gebet geht er dagegen mal wieder mit Klein und legt darin gleichzeitig seine ganz persönliche Enttäuschung über dessen Wandel offen (S. 106):

> „Das Wesentliche ist allemal, daß ‚man *invariant denkt* (!), nicht daß man invariant rechnet‘, heißt es irgendwo in den Schriften von *Klein*, der sich damit zum Wortführer einer verbreiteten Ansicht macht. Die Not wird zur Tugend. So spricht nicht der Verfasser des ‚Erlanger Programms‘ von 1872, nicht der Schöpfer schöner geometrischer Theorien, der jede Vertiefung seine Probleme mit Freuden begrüßt haben würde[177], sondern, fünfundzwanzig Jahre später, ei-

Es scheint uns aber doch nützlich, bei dieser Gelegenheit auszusprechen, daß unseres Erachtens eine *Vepflichtung* der Art Niemandem aufgebürdet werden kann. Es gibt keine undankbarere Aufgabe, als die Konzepte Anderer ins Reine zu schreiben.“(s. [Study 1908b], S. 125)

So ganz scheint ihn die Thematik aber doch nicht losgelassen zu haben, was die Arbeiten [Study 1909], [Study 1910a], [Study 1910b] und [Study M12] zeigen.

[177]Ebensolches liest man in [Weyl 1936], eine der seltenen Gelegenheiten also, wo sich Weyl und Study einig waren.

ne ganz anders geartete Persönlichkeit ‚der vielgeschäftige, vorwiegend enzyklopädisch interessierte Herausgeber eilig hergestellter Vorlesungshefte‘, in denen alles Erdenkliche und Nichts gründlich abgehandelt wird.[178]“

Vielmehr noch als eine Abrechnung mit seinem personellen Umfeld gerät dieser Artikel zu einer methodischen Standpauke (S. 106):

> „Auch die harmlose kleine Nachlässigkeit, die man sich so gerne gestattet, über die vornehm hinwegzuhuschen der Kritiker als heilige Pflicht erachtet, wird in der Mathematik eine Quelle alles nur erdenklichen Unheils, sobald es sich um Sätze handelt, von denen vieles Weitere abhängt. Sie ist gar nicht so sehr verschieden vom ausgewachsenen Fehler. Einem dankbaren Publikum ins Nest gelegt, entwickelt sich das Kuckucksei nur allzu leicht zum Kuckuck. Und wieviel haben wir nicht von diesem unwillkommenen Geflügel! Wann wird sich endlich einmal die Mehrheit der Geometer zu der Einsicht entschließen, daß sie sich in einem ungeheuren *circulus vitiosus* bewegt?“

Bemängelt Study im Weiteren schon früher an anderer Stelle geäußerte Dinge (wie schon bei der Auseinandersetzung mit Engel über Lie 1908), so kommen nun jedoch philosophischere Argumente hinzu, mit denen er sich, wie wir später (s. S. 136) sehen werden, gerade auseinandergesetzt hatte. Neben einer Diskussion des Raumproblems (S. 98 ff.) gönnt er sich noch einen Seitenhieb gegen die Formalisten (S. 112):

> „Außerdem gibt es noch verbreitete Vorurteile zu überwinden. So das ganz lächerliche, daß in der Geometrie gar keine Schwierigkeiten stecken – eine sinnreiche unter der Hand verbreitete Erfindung etlicher Formalisten, die keine Ahnung von der Sache haben und mit ihren Vorstellungen von Geometrie fünfzig Jahre hinter der Zeit hermarschieren (Die Kunst des Klavierspielens besteht bekanntlich *nur* darin, die rechten Finger zur rechten Zeit mit dem rechten Nachdruck auf die rechten Tasten zu setzen. Es muss aber mit Klavierspiel und Geometrie denn doch wohl noch eine besondere Bewandtnis haben...).“

Auf den eigentlichen mathematischen Gegenstand verweist er bezüglich des Orientierungsprozesses auf seine vorherige Rezension (s. [Study 1897]), bevor er zu seinem einzigen wirklich fachlichen Kritikpunkt dieses Artikels kommt (S. 103 ff.): Hat Lie in seiner ürsprünglichen Darstellung von 1872 die singulären

[178] Ebenso, wie hier seine persönlichen Erfahrungen mit Klein im Vordergrund stehen, trägt seine methodische Kritik stark biographische Züge, s. S. 54.

Stellen wenigstens erwähnt, so tauchen sie ein Vierteljahrhundert später weder bei Lie und Scheffers (s. [Lie/Scheffers 1908]) noch bei Klein (s. [Klein 1893b]) auf. Gerade mal anderthalb Seiten verwendet Study auf mathematische Argumente (der gesamte Artikel umfasst 18 Seiten), sodass das Fazit am Ende fast prophetischen Charakter hat (S. 113): „Ist das Vorhandene auch vielfach nicht ohne weiteres zu gebrauchen, so hat man doch meistens die Gewähr, vor lösbaren, oft schwierigen, aber immer interessanten Problemen zu stehen. Was will man mehr?“

Diesen stellt er sich dann sechs Jahre später auch in einer 170 Seiten umfassenden, zwei Jahre währenden Artikelserie „Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln“ (s. [Study 1922], [Study 1923a] und [Study 1924]): Dazu sieht er sich als wahrer Vollstrecker der von Klein vor 50 Jahren begründeten Tradition, „Ordnung in die *indigestia moles geometrica* [die ungeordnete Masse der Geometrie]“ zu bringen (s. [Study 1922], S. 41). Die damals im Erlanger Programm ([Klein 1872]) erhobene Forderung, „daß es darauf ankommt, die bei gewissen Transformationsgruppen invarianten Eigenschaften geometrischer Gebilde aufzufinden“ , ist auch vom „Urheber des genannten Gedankens [...] nicht weiter entwickelt worden (s. [Study 1922], S. 41). Daraus erwächst für Study die Notwendigkeit „ihre eigenen Begriffsbildungen, mithin auch *ihre eigene Terminologie*, und dazu einen besonderen, ihren Bedürfnissen angemessenen Formelapparat“ zu entwickeln. Dies geschah in den beiden Artikeln des ersten Jahres noch so unspektakulär, dass auch die Rezension im Jahrbuch keinen großen Wurf vermutete (s. [Zacharias 1922]). Das änderte sich im folgenden Jahr, sodass mit dieser Rezension (s. [Engel 1923]) sogar die ersten beiden Artikel von 1922 erneut besprochen werden, und zwar in über der Hälfte des gesamten Textes. In seiner letzten Besprechung fällt ausgerechnet Engel ein deutliches Urteil (s. [Engel 1924], S. 397): „Man hat hier die berühmte Liesche Geraden- und Kugeltransformation in ihrer vollkommensten Gestalt. Bei Lie selbst hat die Transformation singuläre Stellen, weil er vom euklidischen Raume ausgeht, weil also bei ihm die absolute Fläche in den Kugelkreis ausgeartet ist.“

Dieses Lob erhält umso mehr Gewicht, wenn man die langen Auseinandersetzung zwischen Study und Engel über Lie bedenkt. Diese klingt auch hier wieder an (s. [Study 1923a], S. 314): „Dies [die gesonderte Behandlung der Elemente höherer Ordnung in der projektiven ebenen Geometrie] hat F. Engel übersehen, dessen Polemik gegen meine verschiedenen Arten von ‚Elementen zweiter Ordnung‘ der projektiven Geometrie (Leipz. Ber. 1902, S. 19) ich für dogmatisch halten muss. Einen ‚Standpunkt der Berührungstransformationen‘ [...] gibt es gar nicht. Elemente, die zur allgemeinen Theorie der Berührungstransformationen passen, bilden notwendig nicht-abgeschlossene Kontinua.“ Engel kann nicht umhin, am Ende seiner Rezension (s. [Engel 1923], S. 472) darauf einzugehen: „Am Schluß erwähnt der Verf.[asser] eine Meinungsverschiedenheit, die zwischem ihm und dem Berichterstatter zutage getreten ist. Diese kann aber leicht ausgeglichen werden. Was z. B. die projektive Geometrie in der Ebene angeht, so ist das vom Berichterstatter eingeführte Kontinuum der Elemente zweiter Ordnung als das Mutterkontinuum aufzufassen, aus dem die drei von Study eingeführten Kontinua als Tochterkontinuum hervorgehen. Von der Studyschen Orientierung der Elemente ist dabei allerdings abzusehen.“

Erscheint dies für den Außenstehenden eher als ein nicht allzu wichtiges Detail, so widmet Engel dem Ganzen sogar in seinem Nachruf auf Study (s. [Engel 1930], S. 150) eine ganze Seite: Dort gibt er an, „schon 1893 für die allgemeine projektive Gruppe der Ebene die betreffende Erweiterung durchgeführt [zu haben], es war mir aber nicht gelungen, wirklich brauchbare Koordinaten für die Elemente höherer Ordnung anzugeben. Das hat nun Study 1901 für die Elemente zweiter Ordnung der Ebene geleistet [s. [Study 1901a]]. Seine Koordinaten werden sogar ganz besonders einfach.“ Obwohl diese, wie bereits erwähnt, nur ein Tochterkontinuum betrafen, gibt Engel an, durch deren Anregung auch besonders einfache Koordinaten für das Mutterkontinuum gefunden zu haben. Schließlich schildert er in einem weiteren Absatz das von Laguerre inspirierte Study'sche Orientierungsverfahren, nicht ohne hinzuzufügen: „Es gelang ihm freilich nicht, diesem Orientierungsprozesse eine geometrische Deutung unterzulegen. Es muss der Zukunft überlassen bleiben, festzustellen, ob hier wirklich ein neuer geometrischer Begriff verborgen ist.“

Mit kürzerer Tradition, aber als wirklich notwendige Berichtigung findet sich direkt danach ein kurzer Artikel von Hans Mohrmann ([Mohrmann 1923]), in welchem er auf den fehlenden Verweis auf einen seiner (älteren) Artikel aufmerksam macht, der einige von Study's Ergebnissen vorwegnimmt (schon anläßlich von [Study 1917a] hatte er dies mitgeteilt). Nicht nur Mohrmann's Ton verrät, dass er nicht wirklich beleidigt ist (S. 316):

> „Ein merkwürdiger Umstand will es nun, daß der Ankläger Study's zugleich als sein Verteidiger auftreten kann. Ich hatte mir nämlich erlaubt, Herrn Study auf ein Versehen aufmerksam zu machen, das ihm unterlaufen ist. Und man darf doch wohl mit Bestimmtheit annehmen, daß Herr Study dieses ausgemerzt hätte, wenn er der Bösewicht wäre, der zu werden er uns einst angekündigt hatte.
>
> Der Sachverhalt ist leicht dargelegt und gewinnt vielleicht noch dadurch an Interesse, daß er zu einem kleinen Triumph der sogenannten Raumanschauung gestaltet werden kann (Fußnote: Insofern sich zeigt, daß der Anschauung nicht nur *heuristischer*, sondern auch (und zwar bei keineswegs trivialen Fragen) *kritischer* Wert zukommt.), dieser Himmelsgabe des wahren Geometers (vgl. die treffenden Ausführungen über den Wert der Anschauung in Study's erkenntniskritischer Untersuchung über *Mathematik und Physik* (Sammlung Vieweg, Heft 65 (1923) S. 18 ff. [s. [Study 1923b]), der auch das Motto dieser Note entnommen ist.), die ihrer zur Mode gewordenen Geringschätzung bei der jüngeren Mathematiker-Generation so man-

gelhaft gepflegt und ausgebildet ist, daß sie zu einem verkümmerten Organ degeneriert ist, dem Appendix des menschlichen Blinddarms vergleichbar. Wer nicht ordentlich rechnen kann, verrechnet sich leicht; und wer nicht ordentlich sehen kann, versieht sich leicht. Aber dem Sehenden wird kein Blinder weismachen, daß man nichts sehen könne, weil er selbst nichts sieht."

Übersehen hat Study auch zwei Fehler in seinem Artikel, die Mohrmann im Folgenden korrigiert.

Jedoch bleibt ihm mit so viel Brei um den Bart, und dazu noch in einer „niedlichen humoristischen Form" (s. [Study 1923b], S. 319), nichts anderes übrig, als seine Schuld völlig einzugestehen und sich entsprechend zu revanchieren (s. [Study 1923b], S. 319): „Zu meiner Entschuldigung kann ich nur mein elendes Gedächtnis anführen, für das sechs Jahre des noch immer nicht beendeten Krieges zu viel waren, und daß ich von anderen Dingen eingenommen war, als die Korrekturen endlich kamen. Gewiß werden wir von Herrn Mohrmann noch vieles Gute zu erwarten haben." Die o. g. allgemeinen Bemerkungen Mohrmann's sind für Study geradezu eine Einladung, zur Wehklage über den Zustand der Geometrie in Deutschland (S. 318/319):

> „Sehr einverstanden bin ich auch mit einer allgemeineren Bemerkung, in der auf überraschende Weise der Wurmfortsatz des menschlichen Blinddarms in der mathematischen Literatur erscheint. Der von Mohrmann beschriebene Sachverhalt besteht wirklich, und es ist das auch gar kein Wunder. Seit jener Zeit, da in Deutschland die Berliner Schule überwiegenden Einfluß gewann, ist in der offiziellen Vertretung der Geometrie an deutschen Universitäten ein steter Rückgang festzustellen gewesen, und heute sind wir glücklich so weit, daß sogar an einigen unserer größten Universitäten Forscher, deren Schwerpunkt ihrer Tätigkeit im Gebiete der höheren Geometrie haben, überhaupt nicht mehr zu finden sind. Auch mehren sich, besonders unter den jüngeren, die Mathematiker, zu deren genotypischer Veranlagung eine gute Raumanschauung entschieden nicht gehört, und die sich dieser ihrer Unfähigkeit zum anschaulichen Denken und ihrer Unkenntnis geometrischer Dinge beinahe noch rühmen. Daß von seiten einseitiger, wenn auch scharfsinniger Analysten und Formalisten zur Beseitigung der Ausschläge, mit dem der schöne Leib der Geometrie bedeckt war, nichts geschehen ist, läßt sich denken.
>
> Der heutige Zustand ist als entschieden ungesund zu betrachten, es würde aber auch dann, wenn überall die nötige Einsicht vorhanden wäre, noch lange dauern müssen, bis er gründlich beseitigt werden kann, da man eben die beinahe zum Aussterben gebracht hat, die man dazu nötig haben würde."

Ob Study als Paradebeispiel eines uneinsichtigen jungen Geometers Hans Beck vor Augen hatte, lässt sich nicht mehr nachweisen, jedenfalls nutzt er die „Nachträge und Berichtigungen“ am Ende seines letzten Artikels (s. [Study 1924], S. 248-251), um mit ihm ausführlich abzurechnen (zum Streit selbst sei an S. 119 erinnert). Wie dort gezeigt, entzündet sich daran die heftigste, wenn auch fachlich wohl nicht bedeutendste Auseinandersetzung im Rahmen dieser Artikelserie.

Mit Lie schließt Study letztlich seinen Frieden (s. [Study 1924], S. 19):

> „S. Lie war mit den Fehlern des Autodidakten behaftet, er war aber auch einer der genialsten Mathematiker, die je gelebt haben. Er besaß etwas, und zwar im überreichen Maße, das nie häufig war, und jetzt noch seltener geworden ist, eine schöpferische Phantasie. Spätere Generationen werden diesen weitblickenden Geist besser zu würdigen wissen als die gegenwärtige, die am Mathematiker lediglich den Scharfsinn zu schätzen versteht, und deren Spezialistentum die Einheit der mathematischen Wissenschaft, der doch überall bemerkbare Zusammenhang von allem mit allem, nahezu ganz aus dem Gesichtsfeld entschwunden ist. Und jene Kommenden, ‚a cui man'la face verrà che scórse da la nostre[179]‘ werden auch das Reinigungswerk vollenden, mit dem hier ein bescheidener Anfang gemacht ist. Sie werden der Theorie der Transformationsgruppen den Platz in der Wissenschaft zu sichern wissen, den die Großartigkeit ihrer Anlage verdient.“

7.3 Diskussionen mit Weyl

Einen der Hauptkritikpunkte Study's, die auf lokale Umgebungen beschränkte Gültigkeit der Lie'schen Theorie, versuchte Weyl auszuräumen, indem er die globalen Konstruktionen darauf anwandte, die er durch die Beschäftigung mit Riemann'schen Flächen gefunden hatte (s. [Hawkins 2000], S. 450-455). Es ist nicht sicher, ob Weyl den Artikel [Study 1908b] kannte, umgekehrt gibt es jedoch einige Belege: Der erste, eher unglückliche Berührungspunkt findet sich in einem Brief an Engel (s. [Engel-Archiv], 24.09.1913/Bonn), indem er sich anlässlich der Veröffentlichung von [Study 1914a] über die ihm von B. G. Teubner gewährten Konditionen beschwert[180]: „Endlich habe ich durch Vergleichung der Verkaufspreise herausgefunden, dass er einem Göttinger Privatdozenten (Weyl) mehr Honorar gibt als mir. Ich bin ja mit meinem Honorar nicht unzufrieden (80 Mk pro Bogen) aber das wurmt mich trotzdem.“ Somit ist Weyl (ohne dass er es weiß oder etwas dafür kann) in die Göttinger Schublade einsortiert. Das

[179]‚Von den Manen [gute Geister der Toten im altrömischen Glauben] wird die Fackel das von den unsrigen erblicken.‘

[180]Daraufhin wechselte er übrigens zu Vieweg.

nächste (literarische) Treffen findet sich im letzten mathematischen Buch Study's ([Study 1923d]).

Engel gibt an (s. [Engel 1930], S. 146), Study schon in ihrer gemeinsamen Leipziger Zeit gebeten zu haben, seine Invariantentheorie in einem kleinen Lehrbuch auch Anfängern zugänglich zu machen. Danach mehrmals wiederholt, fand die Idee erst spät Anklang, und auch wohl nicht vor allem aus pädagogischem Interesse[181]. Den Anstoß gab vielmehr der „Missbrauch“ eines Teils der Mathematik durch viele, die sich mit Relativitätstheorie beschäftigten (s. [Study 1923d], S. 1): „Wir Mathematiker haben gar keinen Anlaß, eine höhere Instanz anzuerkennen, viel eher sollten sich andere Wissenschaften an der unsrigen ein Beispiel nehmen.“ Beim Entstehen einer wissenschaftlichen Disziplin ist er zu Zugeständnissen bereit (s. [Study 1923d], S. 1):

> „Der Pionier muß das Recht haben, sich sein Gepäck auszuwählen, wie er will. Es ist aber etwas anderes, wenn man ein reiches Kulturgebiet der Verwahrlosung übergibt, ja beinahe von dessen Dasein nichts zu wissen scheint. Unser eigener mathematischer Garten ist streckenweise recht verwildert; man glaubt, aus dem Garten des Nachbarn die Äpfel der Hesperiden[182] eingeführt zu haben und ist nicht selten schon beglückt, wenn man Kartoffeln erntet.“

Mit diesen Feldfrüchten spielt auf die Tensoranalysis an, die vielerorts Vorzug fand gegenüber der sie eigentlich umfassenden und somit viel umfassenderen Invariantentheorie, die dagegen ignoriert wurde (s. [Study 1923d], S. 3):

> „Nun besitzen wir *seit mehr als 50 Jahren* eine hoch entwickelte Invariantentheorie der Gruppe aller Transformationen, und seit 25 Jahren gibt es auch, in den Grundzügen wenigstens, eine Invariantentheorie jener anderen Gruppen, auf die soeben hingewiesen wurde.[183] Aber kein Schimmer von Licht scheint von da aus auf die heute so beliebte ‚Analysis der Vektoren‘ gefallen zu sein. [...] Ja bei der Mehrzahl der Autoren merkt man überhaupt nichts davon, daß sie in einem Zeitalter leben, in dem die Gruppentheorie in hoher Blüte steht.“

Hat er bisher die Ansichten einer (anonymen) Autorengruppe dargestellt und verteufelt, so wird er nun ein wenig konkreter (s. [Study 1923d], S. 3):

[181]Wenn nicht Ursache, so war es vielleicht Anlass: Study hielt 1921 ein einführendes Kolloquium über die Invarinatentheorie (s. [Study 1923d], S. 5)

[182]In der griechischen Mythologie waren dies die Hüterinnen der goldenen Äpfel auf einer Insel jenseits des Ozeans.

[183]Hier bezieht er sich in einer Fußnote auf [Study 1897], S. 443 ff., wo er am Ende seiner Rezension in einer tabellarischen Aufstellung einen Überblick der bisherigen Lie'schen Theorie der Berührungstransformationen gibt.

„Und selbst bei einem sonst kenntnisreichen Schriftsteller kann man z. B. folgendes lesen: ‚Es wird manchen entsetzt haben, von welcher Sintflut von Formeln und Indizes hier der leitende Gedanke überschwemmt wurde. Es ist gewiß bedauerlich, daß wir uns um das rein Formale so ausführlich bemühen und ihm einen solchen Platz einräumen müssen; *aber es läßt sich nicht vermeiden.*‘ Was hier als ein im gegebenen Falle unvermeidlicher und wohl darum nicht sehr ernst genommener Übelstand dargestellt wird (es heißt weiter noch:‚Wenn der Blitz des Gedankens niederfährt (!), so wird der Holzstoß (?) von Formeln entzündet zu einem Feuer, das ringsum das Land erleuchtet.‘), die Mühsal des Lesens unübersichtlicher Formeln, bedeutet in Wirklichkeit viel mehr als einen bloßen Schönheitsfehler.“

Daraus resultiert nämlich die Verwendung einer nicht adäquaten Theorie, wie er daraufhin ausführt, als auch einer grundlegend falschen Methodik (s.[Study 1923d], S. 4): „Mathematik ist nicht die Kunst zu rechnen und auch nicht die Kunst, Rechnungen zu vermeiden. Es gehört aber zur Mathematik die Kunst, überflüssige Rechnungen zu vermeiden und die nötigen geschickt zu führen.“

Dieser zweifach ohne Namensnennung zitierte Autor war Weyl, die Quelle seine „Raum, Zeit, Materie“ (s. [Weyl 1918], S. 111 bzw. [Hawkins 2000], S. 450). Durch einen Hinweis von Erhard Scholz fiel Hawkins auf, dass Weyl diese zitierten Stellen in späteren Auflagen (3. Auflage 1919, S. 123) verändert und somit weniger angreifbar gemacht hat; allerdings gibt es keinen Hinweis darauf, dass er zu diesem Zeitpunkt schon etwas von der (beabsichtigten) Kritik in [Study 1923d] gewusst hat. Eindeutig eine Reaktion darauf findet sich in [Weyl 1923], in dem er sich „weniger um Mehrung als um Klärung“ der Hauptprobleme der Mathematik, „um eine möglichst einfache und sachgemäße Fassung des schon Gewonnenen“ geht (S. 131). In einer Fußnote gleich zu Beginn des Artikels rechtfertigt er ausführlich, warum er dabei ausgerechnet mit einem Abschnitt über die symbolische Methode der Invariantentheorie anfängt:

„[Dies] ist zum Teil durch Herrn *Study* veranlaßt, der mir – neben anderen Ungenannten; ich allein bin durch ein Zitat aus meinen Schriften eindeutig gekennzeichnet – Schuld gibt, ein reiches Kulturgebiet (nämlich die Invariantentheorie) der Verwahrlosung übergeben, ja dessen Dasein völlig ignoriert zu haben.“

Des weiteren gesteht er ein, dass er auf diesem Gebiet kaum Erfahrung noch Literaturkenntnis besitzt, dies aber andererseits auch nicht benötigt:

„[...] aber auch dann, wenn ich hierin mit Herrn *Study* wetteifern könnte, würde ich in meinem Buche ‚Raum, Zeit, Materie‘ die symbolische Methode nicht angewendet und von den algebraischen

Vollständigkeitssätzen der Invariantentheorie kein Sterbenswörtchen gesagt haben. Alles an seinem Platz! – Die hoch und tief gestellten Indizes sind in der Physik darum so praktisch, weil sie dieselbe Größe, z. B. die Energiedichte, mit demselben Buchstaben zu bezeichnen gestatten, ob sie nun durch ihre kovarianten oder kontravarianten Komponenten charakterisiert wird. – Was *Graßmann* als *Stufe* bezeichnet, trägt in der ganzen übrigen Mathematik den Namen *Dimension*; zudem stimmt ja die Bedeutung, welche ich diesem Wort in der Tensorrechnung beilegte, für den wichtigsten Spezialfall der schiefsymmetrischen (‚linearen') Tensoren mit dem *Graßmann*schen Gebrauch überein[184]."

Weitzenböck spricht im Vorwort seines Buches über Invariantentheorie[185] (s. [Weitzenböck 1923]) davon, dass man sich mit dieser „in den letzten Jahren wieder eingermaßen befreundet hätte", und preist sie als „verläßlicher Führer im Formelgestrüpp der allgemeinen Relativitätstheorie."[186] Study steht also durchaus nicht alleine da.

Lediglich der vorletzte Satz Weyl's über die Indizes bezieht sich kurz auf die an Weyl persönlich gerichtete Kritik[187]. Die restlichen Kommentare spielen auf Bemerkungen Study's an, die, wie wir gesehen haben, in anderem Zusammenhang und auf ein breiteres Publikum gerichtet war. Durch seine Solidarisierung mit diesen anderen „Ungenannten" macht sich Weyl selbst zu einem Anführer der Gegenbewegung.

Dass dieser Stachel der „Verwahrlosung" tief in seinem Fleische sitzt, sieht

[184]Dieser letzte Satz bezieht sich auf eine Fußnote in [Study 1923d], S. 9): „Einer Zusammenstellung des Herrn *Weitzenböck* entnehme ich eine Liste von Ausdrücken, die für ternäre bilineare Formen [...] in Gebrauch genommen worden sind: [Es folgen 14 verschiedene Begriffe.] Das Wort *Stufe* hat bei *Graßmann* (1844) und in der gesamten geometrisch-invariantentheoretischen Literatur eine Bedeutung, die man hätte festhalten sollen. Wohin würden wur kommen, wenn jedem das Recht zugestanden werden müßte, sich, unbekümmert um seine Vorgänger, eine eigenen Kunstsprache zu ersinnen und namentlich schon vorhandene Worte, ohne erkennbare Motivierung, in ganz neuem Sinne zu gebrauchen? Die vorhandenen Kunstausdrücke sind nicht tabu, aber auch kein herrenloses Gut!"

[185]An gleicher Stelle gibt er, wie bereits erwähnt, seiner Wertschätzung von [Study 1889a] Ausdruck, s. S. 72.

[186]Sogar Weyl kommt in [Weyl 1936] nicht umhin, [Study 1923d] anzugeben, wenn auch als Werk mit einer „freieren Haltung" („freer attitude"). Dafür sucht man [Study 1889a] vergebens.

[187]Eigentlich bezieht sich die im Vorwort geäußerte Kritik auf die Fußnote auf S. 101 in [Study 1923d], in der er nicht nur die Weyl'schen Indexschreibweise kritisiert, sondern ihm dabei auch noch Schreibfehler nachweist und – sozusagen als Tüpfelchen auf dem i und den armen Kollegen in Schutz nehmend – bedauert, „daß der Urheber dieser wahrhaft unglücklichen Neuerung, der Physiker A. Einstein, von mathematischer Seite nicht besser beraten worden ist." Hier übrigens zitiert er Weyl namentlich und gibt die genaue Seitenzahl von [Weyl 1918] an, die man in seinem Vorwort nicht findet. Ausführlich findet sich dazu die rein mathematische Antwort in [Weyl 1924].

man über ein viertel Jahrhundert später an seinem Übersichtsartikel über den Einfluss der Relativitätstheorie auf die mathematische Forschung (s. [Weyl 1949], S. 535-541). Gleich im zweiten Satz schreibt er:

> „But it is unlikely that anybody today would agree with E. Study, Felix Klein's contemporary and life-long enemy, a man of considerable merit in his field and of violent temper, who, in a book published 1923, accused the writers on relativity theory and tensor calculus of having laid waste a rich cultural domain (ein reiches Kulturgebiet der Verwahrlosung anheimgegeben zu haben), that rich cultural field being the algebraic theory of invariants. What got Study's goat was the fact that the symbolic method and the classical notations of that theory had been more or less ignored by the relativists. I shall come back to his problems later on.“[188]“

Study als Klein's lebenslangen Feind zu bezeichnen, stellt mindestens eine Verkürzung der Zusammenhänge dar[189]. Gesetzt dass sie in seinem Rahmen adäquat sei, so fragt man sich doch, warum er diesen „Titel“ nicht einfach unterschlagen hat. Doch war er sich wohl seiner Wirkung auf das amerikanische Publikum durchaus bewusst, dem Klein als mathematische Lichtgestalt wohl durchaus noch im Gedächtnis war, wohl aber kaum noch Study (als Mathematiker) kannte[190].

Nachdem Weyl also die Entwicklung der Relativitätstheorie von Leibniz bis heute (1949) geschildert hatte, kam er bei der Beschreibung der jüngsten Errungeschaften wie versprochen auf den Anfang zurück (S. 400):

> „In the last decades a quite elaborate theory of representations of continuous Lie groups has developed, in which algebraic, differential and integral methods are blended with each other in a fascinating manner. Here those problems which according to Study's complaint

[188]„Aber es ist unwahrscheinlich, dass heute irgendjemand E. Study, Zeitgenosse Felix Klein's und dessen lebenslanger Feind, ein Mann von bemerkenswertem Verdienst auf seinem Gebiet und von heftigem Gemüt, der, in einem 1923 veröffentlichten Buch, die Autoren der Relativitätstheorie und der Tensoranalysis vorgeworfen hatte, ein reiches Kulturgebiet brach liegen gelassen zu haben (ein reiches Kulturgebiet der Verwahrlosung anheimgegeben zu haben), dieses reiche Kulturgebiet sei die algebraische Invariantentheorie. Was Study gereizt hatte, war die Tatsache, dass die symbolische Methode und die klassische Schreibweise dieser Theorie mehr oder weniger von den Relativitätstheoretikern ignoriert worden sind. Ich werde auf seine Probleme später zurückkommen.“

[189]Die Zwiespältigkeit des Verhältnisses haben wir bereits auf S. 50 angesprochen, die weitere Beziehung findet sich ab S. 75.

[190]Gleiches mit Gleichem vergeltet er, als er weder die Geometrie als Study's Arbeitsgebiet noch den Titel seines Buches nennt, der den konstruktiven Charakter seiner Kritik verdeutlicht hätte.

> the relativists had let go by the board are attacked on a much deeper level than the formalistically minded Study had ever dreamt of.[191]"

Weyl (und mit ihm andere so arg gescholtene Relativitätstheoretiker) haben mit ihrer Theorie die Probleme nicht nur gelöst, sondern sind insofern noch weiter gekommen, als dass sie auch die Reichweite der symbolischen Methode abstecken konnten. Auch wenn Study also auf inadäquate Methoden gesetzt hatte, so hätte selbst Weyl sich fragen können, wer ihm den Impuls zur Auseinandersetzung mit gruppentheoretischen Fragesstellungen gegeben hatte.

Viel unspektakulärer fiel dagegen die Reaktion auf die Kommentare zu anderen (diesmal namentlich erwähnten) Kollegen in [Study 1923d] aus, was wohl auch daran gelegen haben mag, dass ein Großteil der Kritisierten (Graßmann auf S. 101, Lie auf S. 19/21, Frobenius auf S. 127-129) bereits verstorben waren. Lobt er nicht nur seine Schüler Coolidge (S. 52) und Beck (S. 238), sondern auch Veblen und Young, so hat man stets den Eindruck, er wolle den Nachwuchs in seine Gedankenwelt einführen und ihm dort von vorneherein klar machen, was gut und was schlecht ist. Besonders deutlich wird sein pädagogischer Anspruch bei seiner Anlehnung der neueren italienischen Schule in der algebraischen Geometrie und bei seinem dreiseitigen Kommentar zu Frobenius, in welchem er als Kontrast seine didaktisch zutreffenderere Einführung des Gruppenbegriffes skizziert (S. 229). Den Mangel mundgerechter Aufbereitung mahnt er schon im Vorwort an, da das Lehrbuch des viel zu früh verstorbenen Clebsch (s. [Clebsch 1872a]) „allzu abstrakt gehalten" und „zu beschränkt in der Auswahl des Stoffes" sei sowie „größtenteils entlegene Probleme" behandele (S. 4). Dass auch andere Study's Buch hoffnungsvoll in dieser Tradition sehen, zeigt die ausführliche Rezension von J. B. Shaw (s. [Shaw 1929]), die mit dem Fazit endet: „If any book con resurrect the theory of invariants this one will."[192] Salkowski hofft schon früher, dass „der zweite Band, für den *Study* noch überreichen Stoff vorbehalten hat, möglichst bald dieser einführenden Darstellung folgen werde."[193]

Beides sollte nicht erfüllt werden: In der allerersten Rezension des Buches finden sich bereits Zweifel: „Ob der Physiker diese Geduld der Symbolik gegenüber aufbringen wird?" (s. [Noether 1924], S. 168) Doch damit nicht genug: Die künftige Vertreterin der „neuen Algebra" fand sich selbst drei Jahre später in [Noether 1927] im Kreis der „Unkrautliebhaber" wieder: „Ihnen [den Benut-

[191]„In den letzten Jahrzehnten hat sich eine ziemlich vollendete Theorie der Repräsentationen stetiger Liegruppen entwickelt, in der algebraische Methoden und die der Differenzial- wie der Integralrechnung miteinander auf faszinierende Weise vermischt wurden. Hier werden die Probleme, die die Relativitätstheoretiker nach Study's Beschwerde über Bord hatten gehen lassen, auf einer viel tiefgründigereren Ebene angegangen, als es sich der formalistisch gebildete Study je erträumt hätte."

[192]„Wenn irgend ein Buch die Invariantentheorie wiederbeleben kann, dann dieses."

[193]Study deutet dies am Ende von [Study 1923d] auf S. 268 selbst an, gibt aber gleichzeitig die Probleme zu bedenken, die „in dieser schwierigen Zeit" die Drucklegung des ersten Bandes bereits bereitet habe.

zern der Vektor- und Tensorrechnung] allen soll klar gemacht werden, daß sie ‚ein reiches Kulturgebiet der Verwahrlosung übegeben haben'; aber auch die Liebhaber von Matrizenrechnung, Elementarteilertheorie und Verwandtem sind nicht ganz von diesem Vorwurf ausgeschlossen."[194]

7.4 Triumphe auf fremdem Terrain: Study's späte Ausflüge in die Philosophie

7.4.1 Die realistische Weltansicht

So wenig Publikum Study bei seinen mathematischen Büchern vergönnt war, so viel findet er auf einem ganz anderen Gebiet (s. [Engel-Archiv], 24.09.1913/Bonn):

> „Ich stecke zu sehr in anderen Sachen. Ich habe nämlich – erschrick nicht – ein *philosophisches* Buch geschrieben. Es ist schon fertig, und soll in diesen Tagen an Vieweg abggehen, der mir, nach ruppigem Angebot Teubners, ein schönes Honorar zahlt. (1000 MK für 10 oder mehr Bogen – viel mehr sind es nicht) Der Titel wird nun sein: ‚Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume'. Ich setze darum die philosophischen Consequenzen der N.[icht] E.[uklidischen] G.[eometrie] auseinander und schlachte eine Menge Philosophen, aber auch Mach und die Axiomatiker, d. h. deren unberechtigte übertriebene Ansprüche. Die Geschichte wird, glaube ich, ziemlich viel Staub aufwirbeln, leider hat sich unser Freund Schur, als er davon hörte, schon im Voraus geärgert.[195]"

Warum interessierte sich Study gerade zu dieser Zeit für solch philosophische Fragestellungen? Gespräche mit Kollegen von der Bonner philosophischen Fakultät oder speziell mit Hausdorff[196] mögen ihn beeinflusst haben, möglicherweise auch eine grüblerische Stimmung am Vorabend des 1. Weltkrieges, dessen Ausbruch einen verheerenden Eindruck auf ihn gemacht haben muss[197]. Mögen dies tiefere Ursachen gewesen sein, so fehlt dennoch der unmittelbare Anlass.

Ansätze zur Auseinandersetzung mit den philosophischen Konsequenzen der nicht-euklidischen Geometrie fanden sich bereits in einem Vortrag, den er am 20.

[194] Study scheibt an Engel (s. [Engel-Archiv], 31.07.1927/Bonn), dass er „auf die kleine Anmerkung des Frl. Noether" nicht zu reagieren gedenke. „Es lohnt sich nicht."

[195] Im weiteren schreibt er: „Ich habe nun aber die Philosopie satt und will wieder an Mathematik gehen, auch noch Spanisch lernen" – letzteres geschieht allerdings nie.

[196] Wie bereits zuvor geschildert (s. S. 116), weilte Hausdorff von 1910-1913 und dann wieder ab 1921 in Bonn, sinnigerweise passt dies ungefähr auf die Zeiten der Beschäftigung Study's mit der Philosophie. Leider findet sich für die Diskussionen dieser beiden nirgends ein Beleg (erstaunlicherweise noch nicht einmal in den Briefen an Engel), sodass über deren Einfluss nur spekuliert werden kann.

[197] „Als der Krieg ausbrach, hat es mich so aufgeregt, dass ich die Mathematik für einige Zeit liegen lassen musste."(s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 886)

März 1900 anlässlich der fünfzigjährigen Doktor-Jubelfeier von Heinrich Limpricht, einem Professor für Chemie aus der Greifswalder philosophischen Fakultät, verfasst und zwei Jahre später in ausgearbeiteter Form veröffentlicht hatte (s. [Study 1902b], S. 314):

> „Nun kann es allerdings zunächst so scheinen, als ob der weitere Ausbau der Nicht-Euklidischen Geometrie nur ein sekundäres Interesse hätte, als ob der Geometer, dem die Wissenschaft von dem Raume, in dem wir leben, am Herzen liegt, sich nicht notwendig darum zu kümmern brauchte. Zwar läßt die Verschwommenheit unserer Vorstellung vom Raume Platz nicht nur für das als Nicht-Euklidische Geometrie schlechthin bezeichnete System mit seinen Unterarten, sondern auch noch für viel umfassendere Begriffsbildungen. Eine unmittelbare praktische Bedeutung würden aber solche Spekulationen erst dann gewinnen können, wenn bestimmte Erfahrungen uns nötigten, das herkömmliche und unzweifelhaft nächstliegende System der Geometrie wenigstens bei feineren Untersuchungen aufzugeben. Es sind aber bis jetzt keine Tatsachen bekannt geworden, die es auch nur wahrscheinlich machten, daß irgend ein anderes System der Geometrie den beobachteten Erscheinungen besser entspräche als das Euklidische.“

Auch wenn hier ein geradezu prophetischer Charakter sehr ins Auge fällt, waren ähnliche Ansichten zu dieser Zeit keineswegs unüblich[198]. Diese Überlegungen fanden jedoch keine Fortsetzung in dem anschließenden Artikel [Study 1906b], in dem es eher um neuere mathematische Entwicklungen (vorwiegend seiner Schüler, insbesondere Coolidge's) geht.

Im Jahre 1912 erhielt Einstein nicht nur den Nobelpreis für seine spezielle Relativitätstheorie, er entdeckte auch die Krümmung des Raumes. Study stand dessen Ideen sehr interessiert und aufgeschlossen gegenüber, wie man nach einem Dankesbrief Study's an Einstein für die Zusendung von [Einstein 1917] vemuten kann: „Vielen Dank dafür [den vorigen Brief], wie auch für die freundliche Übersendung Ihres Büchleins, das ich gleich gelesen habe. Das Meiste kannte ich schon [...]“ (Brief vom 24.09.1918, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 896) Somit scheint er sich schon früher damit befasst zu haben, sodass dies als Anstoß ausgereicht haben mag, sich wieder mit dem Thema auseinanderzusetzen.

Die Resonanz war jedenfalls so groß, dass nicht nur eine zweite Auflage (s. [Study 1923e]) herauskam, sondern auch bereits 1933 die Dissertation von Gottfried Wawer[199] an der Bonner philosophischen Fakultät „Das Realismusproblem

[198] Auch beispielsweise Poincaré hatte sich in dieser Richtung ausgesprochen, s. [Jammer 1960], S. 182 ff. .

[199] Wawer kam im Wintersemester 1926/27 zum Studium der Philosophie, Mathematik, angewandten Mathematik und Physik nach Bonn (also kurz vor der Emeritierung Study's 1927),

im mathematisch-philosophischen Denken Eduard Studys“ zum Thema hatte[200] (s. [Wawer 1933]). Wawer benutzt den Aufbau von [Study 1914a] gleichzeitg als Struktur für seine eigenen Untersuchungen: So steht bei beiden die Darstellung des kritischen Realismus am Anfang, und zwar in der Form „erkenntnistheoretischer Ansichten, die im Wesentlichen von Mathematikern und Physikern begründet worden sind (ich nenne Gauß, Riemann, Helmholtz[201]) und auch heute noch unter diesen im Ansehen stehen, *neu darzulegen* und gegen eine Reihe philosophischer Angriffe zu verteidigen.“ (s. [Study 1914a], S. V). Dabei verfolgt er auch einen instruktiven Anspruch[202]: „Die Welt selbst ist für uns die größte Schule, in der wir, ohne Rücksicht auf die bewährten Grundsätze humaner Pädagogik, nämlich ohne jede Unterweisung, mit den einzigen Mitteln Erfahrung, Belohnung und Strafe zu Realisten erzogen werden.“ (s. [Study 1914a], S. 8) Diesen Weg zur realistischen Weltansicht will er der Jugend erleichtern, indem er ihnen nacheinander die Irrwege, d. h. den Idealismus (Cohen), den Positivismus (Ostwald, Mach), den Pragmatismus (James), den Fiktionalismus (Vaihinger) und den Konventionalismus (James/Poincaré) vorführt, wobei er eher dem scharfen Sarkasmus als solider Sachlichkeit die Ehre gibt ([Study 1914a], S. 43):

> „Wie schnell doch heutzutage die Kulturen einander ablösen! Das nenne ich Fortschritt! Und schon naht ein weiterer Leichenzug mit dem Gefolge einer entsprechenden Kultur, und in der Ferne noch einer und dahinter wieder einer. Pragmatismus, Aktivismus, Intuitionismus oder wie sonst die neueste Mystik des élan vital sich nennen mag, alle sind sie im Anzug, X-ismus, Y-ismus, Ismus, Ismus, Ismus! Sogar vom Hegelismus wollen Kenner wissen, daß er noch ein-

sodass er wohl kaum die Chance hatte, bei diesem zu studieren. Er nennt aber in seinem Lebenslauf beispielsweise Hausdorff und Weiss als seine Lehrer.

[200] Allerdings werden dort auch die folgenden Schriften Study's behandelt.

[201] Wird diese, man könnte fast sagen „seine heilige Dreifaltigkeit des Raumproblems“, kritisiert (und dazu noch von einem Mathematiker und somit Fachkollegen), so holt Study zum großen Schlag aus: Poincaré und seiner „Wissenschaft und Hypothese“ (in der 2. Auflage der deutschen Übersetzung, s. [Poincaré 1906b] widmet er neben der Konventionalismus-Kritik zusätzlich zehn Seiten (s. [Study 1914a], S, 115-124), auf denen er die Unmöglichkeit die Näherung des hyperbolischen durch den euklidischen Raum nicht nur mit philosophisch-rationalen Argumenten ablehnt, sondern auch mathematisch ein Beispiel Poincaré's (Verlgeich einer geodätischen Abbildung und einer stereographischen Projektion des pseudsphärischen Raumes und deren Konsequenzen für die Lichtwege) ad absurdum führt. Geradezu lächerlich macht er ihn mit einer modisch-evolutionstheoretischen Spitze (s. [Study 1914a], S. 120): „Man glaubt den Verfasser der ‚Welträtsel‘ vor sich zu haben, wenn man liest: ‚daß unser Verstand sich durch natürliche Zuchtwahl den Bedingungen der äußeren Welt angepaßt hat, daß er diejenige Geometrie angenommen hat, welche für die Gattung am vorteilhaftesten war, oder mit anderen Worten, die am bequemsten war‘ (Wissenschaft und Hypothese, 2. Aufl., S. 90). Geometrie, Geometrie, Euklidische Geometrie, hervorgerufen durch den Kampf ums Dasein im Kopfe eines Australnegers!“

[202] Im Vorwort aus S. VII von [Study 1914a] liest man: *„Dieser jungen Generation also, der die Zukunft gehört, ist die vorliegende Schrift gewidmet.“*

> mal oben auf kommen werde. Jedenfalls ist es eine Wonne zu leben! Wer hätte da noch Sinn und Lust, sich über Fragen den Kopf zu zerbrechen, mit denen man keinen Hund vom Ofen lockt! "

Der zweite, unmittelbar mit dem ersten verknüpfte Punkt ist das Raumproblem, das er mittels seines empirischen Realismus lösen will. Dazu unterscheidet Study zwischen unserem realen starren Raume und unserer Raumanschauung. Letzterer spricht er im Gegensatz zu Hilbert und Klein die Fähigkeit ab, mathematische Erkenntnisgrundlage zu sein. In ihren (jeweiligen) „Grundlagen der Geometrie" hatten Hilbert wie auch Schur (s. [Hilbert 1903], [Schur 1909]) die Geometrie auf Axiome gegründet, die durch die logische Analyse unserer räumlichen Anschauung[203] entstanden waren. Für Study jedoch wurzelt die Geometrie als exakte, apriorische und reine Mathematik in der Analysis, die wiederum ihr Fundament auf die Logik gründet.

Dass diese Ansichten, wie zuvor bereits erwähnt, nicht nur Schur geärgert haben, kann man sich denken, aber dennoch war die Resonanz in mathematisch-naturwissenschaftlichen Kreisen durchweg positiv (wenn auch zuweilen in einzelnen Punkten Widerspruch vorhanden war) und zahlreich (s. [Frank 1917], S. 4/5):

> „Wenn ein hervorragender Forscher seine Ansichten über die Stellung mitteilt, die sein Spezialgebiet in unserem gesamten Wissen einnimmt, so ist er sicher, allgemeinem Interesse zu begegnen. Nun ist Study nicht nur als einer der bedeutendsten Geometer unserer Zeit, sondern auch als guter Schriftsteller bekannt. Die daran geknüpften Erwartungen werden beim Lesen der vorliegenden Schrift auch nicht enttäuscht. Das Buch ist mit einer gewissen erfrischenden Ursprünglichkeit geschrieben, im klaren Stil voll geistreicher Wendungen. Was besonders sympathisch berührt, ist die Vermeidung jedes Autoritätsglaubens. Wie man sich bei Study denken kann, ist er sehr streitbar. "

[203]Study's Begriff von Raumanschauung gliedert sich auf in die rein körperliche Vorstellung von Gegenständen auf der einen und die im Sinne einer intuitiven Begabung verstandenen, über drei Dimensionen hinausgehenden Fähigkeit auf der anderen Seite (s. [Study 1914a], S. 64).

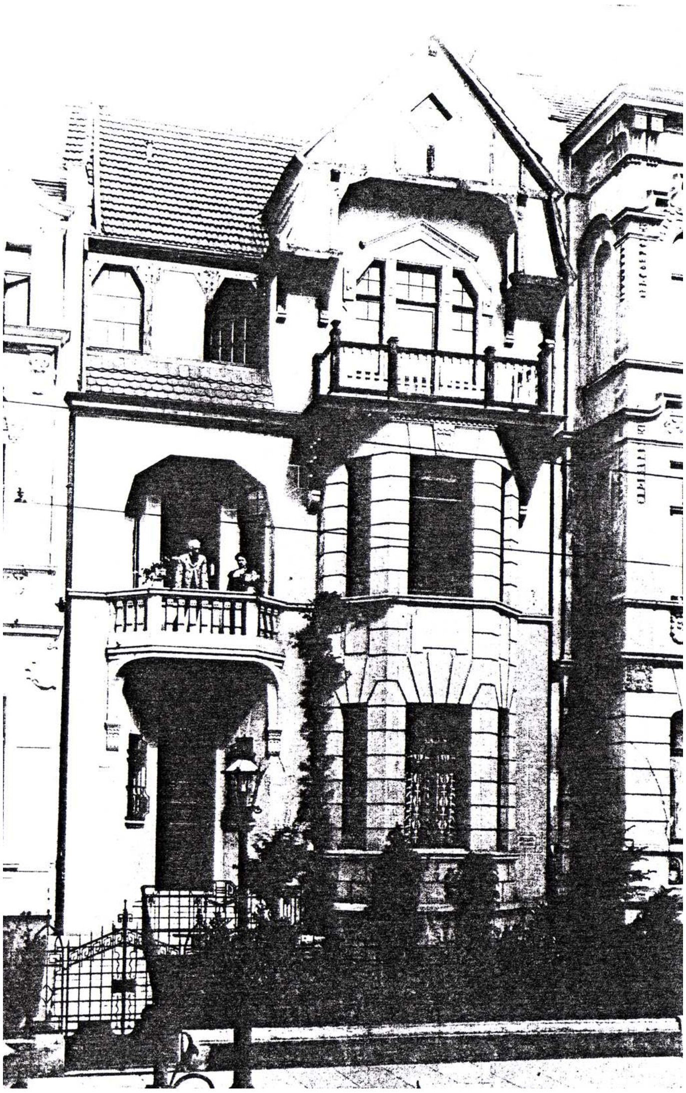

Abb. 10: Study als wohletablierter Professor auf dem Balkon seines 1908 erbauten Bonner Hauses in der Argelanderstraße 122 (leider im Krieg zerstört)[204]

Diese Ansicht fand man ebenso bei Löffler und Born, die zusätzlich „die musterhafte Klarheit und Präzession" (s. [Löffler 1914], S. 268) loben und „es vergnüglich [finden] zu lesen, für jeden, dem die Unklarheit, Verschwommenheit und Anmaßung moderner philosophischer Schulen bekannt ist – vielleicht gehört dazu auch der eine oder andere physikalische Fachgenosse." (s. [Born 1914], S. 465) Beide wie auch Emch geben eine generelle Empfehlung: „As a whole, the reading of the book with its rigorous and agressive style is very refreshing, and nobody that intends to be well informed on the foundations of mathematics

[204]Man vergleiche dies mit dem Greifswalder Häuschen des Extraordinarius, s. S. 105.

should fail to familiarize himself with its contents.“[205] (s. [Emch 1915], S. 252)

Courant hebt es dazu von jenen Werken mit „in einer bedenklichen Weise oberflächlichen und dilettantischen Betrachtungsweise“ ab, „die durch eine ausgebreitete naturphilosophische Literatur weite Kreise der naturwissenschaftlich Gebildeten in den Bann ihrer Schlagworte ziehen“, und bescheinigt Study eine „Anschauung, die auf breiteren Fundamenten ruht und der auch die bekanntesten Erscheinungen der neueren philosophischen Literatur nicht fremd sind.“ (s. [Courant 1914], S. 391) Natürlich kann er nicht umhin, die Study'sche Raumanschauung zurückzuweisen, ebenso, wie sich andere Rezensenten in einzelnen anderen Punkten abgrenzen (s. [Löffler 1914], S. 269; [Frank 1917], S. 6).

Nicht allein diese Reaktion schien Study in Bezug auf das Raumproblem zu einer prompten Antwort verführt zu haben. Noch im gleichen Jahr kam Study in dem Artikel „Das Raumproblem“ (s. [Study 1914b]) darauf zurück und legte erneut dar, dass das Problem mittels seiner realistischen Weltansicht gelöst ist (s. [Study 1914b], S. 326): „3. Die Frage nach dem Wesen unseres Raumes ist nach realistischer Auffassung ein naturwissenschaftliches Problem.“ Man kann es also mit den in der Naturwissenschaft üblichen Mitteln lösen: „Erfahrung, Abstraktion, Hypothesen“ (ibid.). Der Raum wies für ihn eine „natürliche Geometrie“ (S. 327) auf, von der wir allerdings nie wissen werden, welche der denkbaren das ist. Nur mit Hilfe der Erfahrung lässt eines auswählen: „Wir müssen sozusagen an der Wirklichkeit des Raumes herumtasten, bis wir ein System finden, das paßt.“ (ibid.) Da sich aber auch Study der Ungenauigkeit von Erfahrung bewusst war, konnte es für ihn durchaus sein, dass uns die Erfahrung zeigt, dass wir auf dem Holzweg sind, d. h. dass wir die nächste Geometrie ausprobieren müssen.

Um hier die Ratlosigkeit nicht ins Uferlose steigen zu lassen (und somit seine Leser wieder zu beruhigen), schilderte Study (S. 327/328), wie gering die Anzahl der zur Auswahl stehenden Möglichkeiten ist (nur euklidische und verschiedene Systeme nicht-euklidischer Geometrie), da das Riemann-Helmholtz'sche Problem gelöst sei. Im Moment, meinte er jedenfalls (S. 328), kann sich ein Physiker mit der Euklidischen zufrieden geben (allemal als brauchbare Annäherung), allenfalls genauere Untersuchungen bei kosmischen Phänomenen könnten noch dazu führen, dass man die Ansichten ändern müsse.

Zusammenfassend könnte man sagen: Die Lösung des Raumproblems ist für Study ein prägnantes Beispiel für die Leistungsfähigkeit seiner Theorie von der realistischen Weltansicht. Dass damit die Sache für ihn dann aber auch erledigt war, sieht man daran, dass in der Neuauflage (s. [Study 1923e]) das Raumproblem völlig fehlt und auch ein dort angekündigter zweiter Teil des Werkes nie erscheint.

[205] „Alles in allem ist das Lesen des Buches mit seinem kraftvollen und agressiven Stil sehr erfrischend, und niemand, der über die Grundlagen der Mathematik gut informiert sein möchte, sollte es versäumen, sich mit seinem Inhalt vertraut zu machen.“

Den größten Teil des Artikels verwendet Study jedoch darauf, der Vereinnahmung durch diverse philosophische Richtungen entgegenzutreten (s. [Study 1914b], S. 322/334): „Was mich veranlaßt, auf den Gegenstand zurückzukommen, sind einige, zum Teil recht unangenehme Missverständnisse, denen meine Schrift, seit der kurzen Zeit ihres Erscheinens, bereits ausgesetzt war. Ich hoffe, durch eine nochmalige Darlegung der Hauptpunkte weiteres Unheil, wo nicht zu verhindern, so doch einschränken zu können. [...] Schließlich erlaube ich mir, wie man erkannt haben wird, nicht ohne Anlaß, eine Bitte an wohlmeinende Kritiker: Nichts in mein Buch hineinzulesen, was nicht darin steht.“ Neben der verkürzten Darlegung seiner Ideen wendet sich Study auch gegen die Philosophie-Phobie seiner Kollegen (S. 322): „Tiefwurzelnd und weitberbreitet aber ist in Kreisen der Mathematiker und Naturforscher eine Abneigung gegen alles, was Philosophie heißt. [...] Schöner, reicher, wichtiger sind doch unsere Wissenschaften! Systematischer Missbrauch einer eigens dazu erfundenen Terminologie! Warten wir ab, bis die Philosophen sich über ihr ABC geeinigt haben.“ Sich sozusagen auch zur anderen Seite abgrenzend, wendet er sich darauf (ähnlich wie Courant) auch gegen Schlagworte peitschende Versuche von selbsternannten Hobbyphilosophen aus dem eigenen Lager.

Die Publicity von Physikerseite durch Max Born[206] zeigte seine Wirkung unter Physikern, insbesondere ein prominenter Leser findet sich unter ihnen:

> „[Berlin], 17.9.1918
>
> Hochgeehrter Herr Kollege!
> Ich habe in den letzten Tagen Ihr Büchlein über die erkenntnistheoretischen Grundlagen der Geometrie gelesen und so viel Freude an Ihren geistvollen und selbständigen Darlegungen gehabt, dass ich einfach nicht anders kann als Ihnen persönlich *danken für den Genuß*. Vieles in dem Buche ist so treffend und dabei so drollig gesagt, dass ich oft in meiner stillen Studierstube laut hinauslachen musste.
>
> *Überall* gleicher Meinung wird der Leser im Allgemeinen nicht sein können, wenn er selber denkt. Ausgezeichnet hat mir gefallen, was Sie von Kant und seinen Nachfolgern sagen[207] sowie Ihre Kritik der Auswüchse der *Axiomatik*, insbesondere die Forderung einer analytischen Begründung der Geometrie. Ich bin überzeugt, dass diese Forderung langsam durchdringen wird. In der Hoffnung, den geistreichen und ehrlichen Autor einmal persönlich kennen zu lernen bin

[206]„Der Verfasser verspricht, dem geduldigen Leser seine vielen Aahs und Ohs und die Frage- und Ausrufezeichen, mit denen er den Rand des kleinen Buches geschmückt haben wird, nicht zu verübeln. So mag auch der Referent, der in manchen Punkten anderer Ansicht ist, auf Gnade hoffen, wenn er zum Schlusse versichert, daß der Leser eine Fülle von Anregung und Vergnügen aus dem Werke schöpfen kann.“(s. [Born 1914], S. 464)

[207]Study hatte sich besonders gegen den Kant'schen Begriff der Raumanschauung gewandt, s. [Study 1914a], S. 54 ff.).

ich Ihr ergebener

A. Einstein [208]"

Study ist auch bei der allgemein positiven Resonanz besonders erfreut über diese Reaktion, denn „nur ganz wenige scheinen, wie Sie, auch Sinn für den Humor der Sache zu haben" (Brief von Study an Einstein vom 23.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 885/886) und bedauert angesichts des noch andauernden (allerdings kurz vor seinem Ende stehenden) 1. Weltkrieges, Einstein nicht in Berlin besuchen zu können. Er erblickt einen wahren Seelenverwandten: „Ich freue mich Ihres Urtheils, auf das ich großen Werth lege. Sie haben gerade in den Punkten zugestimmt, die mir besonders am Herzen liegen." (Brief von Study an Einstein vom 23.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 885) Entsprechend platzt er fast vor Neugier in Bezug auf die kleine Andeutung, die Einstein zu Beginn des zweiten Absatzes macht: „Für's Leben gerne möchte ich wissen, welche die Punkte sind, denen Sie *nicht* zustimmen können. Ist es zu unbescheiden, wenn ich Sie bitte, *falls es in Kürze geht*, einige Notizen darüber zu Papier zu bringen? Ich habe wirklich nicht die Absicht, sie in eine Korrespondenz zu verwickeln, die Sie vielleicht mit Recht fürchten würden. Auch ich bin nicht mit allem zufrieden, was ich damals (1912) geschrieben habe." (Brief von Study an Einstein vom 23.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 885)

Einstein antwortet ebenfalls prompt und stapelt tief, indem er seine Kompetenz als Kritiker in launigen Worten abstreitet (Brief von Einstein an Study vom 25.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 890-892): „ Ich soll Ihnen meine Bedenken sagen? Durch Heraushebung dieser bekommt es den Anschein, als wolle ich ihnen überall am Zeuge flicken. Aber es ist deswegen nicht so schlimm, weil ich mich in keinem der „-ismen" ganz wohl und zuhause fühle. Es kommt mir immer vor, als ob ein solcher ismus nur so lange stark wäre, als er sich von der Schwäche seines Gegen-ismus nährt; ist aber letzterer tot geschlagen, und er allein auf weiter Flur, dann erweist auch er sich als schlotterbeinig. Also *los mit der Stänkerei*!" Als kleinere Punkte nennt er Study's strikte Verurteilung des Pragmatismus, dem er eher gleichgültig-tolerant gegenübersteht und weist die an Poincaré geübte Kritik größtenteils zurück, wobei er dabei schon fast wieder in eine Lobeshymne rutscht (Brief von Einstein an Study vom 25.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 891): „Köstlich ist Ihre Bemerkung, dass Kant psychologische Argumente einschmuggelt [s. [Study 1914a], S. 30]. – Mein Stammesbruder Cohen [er ist auch Jude] ist nicht einmal dann genießbar, wenn er von einem tüchtigen Gourmand, wie Sie es sind, am Spiess gebraten serviert wird [s. [Study 1914a], S. 29]. – Verflucht, ich vergesse ja wieder das Nörgeln; soll sogleich weiter gehen." Wesentlicher stößt sich Einstein an Study's Begründung seiner realistischen Raumtheorie[209]: „'Die Körperwelt ist real.' Das soll die Grundhy-

[208]s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 877

[209]Damit steht er nicht allein: Schon Frank bemerkte ([Frank 1917], S. 6): „Wenn ich nun berichten soll, was Study zur Begründung seiner realistischen Raumtheorie aufführt, bin ich

pothese sein. [...] Obige Aussage scheint mit aber an sich sinnlos, wie wenn man sagte: ‚Die Körperwelt ist kikeriki.'"

In seiner ausführlichen Antwort (Brief von Study an Einstein vom 27.09.1918/Bonn, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 895-899) ist Study keineswegs eingeschnappt und räumt sogar in einem (kleineren) Punkt ein Versehen ein. In obiger Angelegenheit bleibt er jedoch hart und weist Einstein nach, dass er in seinen Schriften auch nicht anders argumentiert (S. 895/896): „Den Satz aber, die Aussenwelt sei real, kann ich nicht = Kikeriki setzen. [...] Und nun kehre ich den Spiess um. Ich habe thatsächlich *gegrinst*, als ich bei Ihnen auf Seite 7 [Einstein hatte Study [Einstein 1917] geschickt] oben las, dass es eine Bahnkurve an sich *nicht gibt*. Was heisst das, *es gibt*? Ach, es hat keinen Sinn! Ebenso S. 42, wo sie von ‚absoluter physikalischer Realität' sprechen. *Ich* erlaube Ihnen das, aber Sie sollten es sich nicht erlauben! Sonst komme ich und sage Kikeriki!"

Insgesamt spricht gegenseitige Sympathie aus jeder Zeile, man meint, zwei gleiche Waffenbrüder kreuzten die Klingen – nur so zum Spaß... . Von Angesicht zu Angesicht sehen sie sich erst fünf Jahre später in Bonn (Postkarte an Engel, s. [Engel-Archiv], 19.09.1923/Bonn): „Jetzt tobt hier der Physikertag. Bei dieser Gelegenheit habe ich die Bekanntschaft von Einstein gemacht, der ein ganz reizender Mensch ist." Allerdings sucht man in Einstein's Veröffentlichungen vergeblich Spuren des Kontaktes[210].

In der Korrespondenz zwischen Study und Einstein deutet sich auch die Reaktion aus Philosophenkreisen an (Brief von Study an Einstein vom 23.09.1918, s.
[Einstein/col. Pap. 1998], S. 885): „Und da sie zu diesen gehören [die Sinn für Humor haben], darf ich vielleicht noch von einem für mich sehr überraschenden Erfolg erzählen. Es haben nämlich Vertreter *aller* von mir angegriffenen philosophischen Richtungen den Versuch gemacht, mich als einer der Ihrigen zu reklamieren." Einstein kann dies „erklären" (Brief von Einstein an Study vom 25.09.1918, s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 890): „Deshalb möchte ich den Lehr-

ziemlich in Verlegenheit. Er legt eigentlich nur ein Bekenntnis zum Realismus ab." Wawer drückt es etwas allgemeiner aus (s. [Wawer 1933], S. 43): „So klingt eine solche Art von ‚Philosophie mit mathematischen Mitteln', dem Kundigen gar nicht unbekannt, ganz abgesehen davon, daß sie bei der natürlichen Unvoreingenommenheit eines echten common sense, der von Study ähnlich dem ‚usus multidinis' des hl. Thomas immer wieder zu logischen Kreditzwecken zitiert wird, als die einzig wahre erscheinen muß." Auch Study bekannte sich zu seiner „Philosophie des gesunden Menschenverstandes" (s. [Study 1914a], S. 13).

[210]Verbindungen lassen sich nur indirekt herstellen: Einstein verwies in seiner „Geometrie und Erfahrung" (s. [Einstein 1921]) auf Schlick's „Raum und Zeit" (s. [Schlick 1917]). Dort wiederum findet sich im Kapitel „Die Untrennbarkeit von Geometrie und Physik in der Erfahrung" nach der Darstellung des Riemann-Helmholtz'schen Standpunktes eine recht ausführliche Kritik der „physischen Realität" des Raumes bei Study (s. [Schlick 1917], S. 18/19) mit direktem Verweis auf [Study 1914a]. Dass diese in den folgenden, sogar erweiterten Auflagen (ab 1919) durch einen einzigen Satz ohne Bezug auf Study ersetzt wurde, mag als weiteres Indiz für das nachlassende Interesse an der Study'schen Lösung des Raumproblems gelten.

satz aufstellen: Wenn man zwei beliebige ‚ismusse' von allem Unrat säubert, dann werden sie einander gleich. Deshalb *konnten* Sie von den Priestern aller ismen in Gnaden aufgenommen werden. Sie *wurden* es, weil man an Ihrer Grazie gefallen fand.“

Zumindest bei einer der angegriffenen philosophischen Richtungen trifft dies nicht ganz zu: Der Neukantianer Simon aus Straßburg schwingt sich zur Verteidigung des Idealismus mit harschen Mitteln[211] auf (s. [Simon 1914], S. 1082/1083):

> „Einem Geometer vom Range des Verf.[assers] wird niemand das Recht bestreiten, sich über die Grundlagen seiner Wissenschaft zu äußern, [...]. Aber Neues fand der Ref.[erent] nicht. [...] ist der Angriff fremder Ansichten stärker als die Vereidigung der eigenen. Verf.[asser] zeigt kein Verständnis, will auch keines zeigen. [...] Als Philosophen kannte Ref.[erent] den Verf.[asser] bisher nur aus Kritiken, die den Mangel philosophisch-historischer Schulung durch eine Sprache ersetzten, die nur aus der Nervosität eines überarbeiteten Gelehrten begreiflich war. [...] Am Schluß der Blütenlese ruft der Verf.[asser] nach dem Büttel[212], als ob es nicht genug wäre, dass C.[ohen's] Lehrstuhl *annuliert* ist. Aber Hermann Cohen ist als Philosoph stark genug, um auch noch Herrn Studys Angriffe zu vertragen.“

Über die – teils recht persönlichen – Attacken mag sich Study sicherlich geärgert haben, aber wohl nicht allzu sehr, da Simon an Stelle fachlicher Argumente oft nur eine buntes Potpurri an Namen bietet, die entweder das von Study Erkannte schon zuvor veröffentlicht oder eine passende Gegentheorie entwickelt hätten.

Tiefer dagegen geht der Angriff von Seiten der Fiktionalisten um Vaihinger. Mag er auch schon zuvor hineingeschaut haben, so schien wiederum Einstein einen Anlass geboten zu haben, dass sich Vaihinger erneut damit auseinandersetzte: Einstein hatte ihm offensichtlich sein Exemplar von [Study 1914a] gegeben (s. [Vaihinger-Archiv], Brief von Einstein an Vaihinger vom 03.05.1919): „Dass Sie meinen Randbemerkungen in Study's Buch so viel Aufmerksamkeit schenkten, thut mir leid; sie waren flüchtig und wenig gewissenhaft beim Eindruck der ersten Lektüre hingesetzt. – Dass Ihnen Study nicht gerecht geworden ist, sehe ich ein. Ich habe Ihnen das Büchlein nur deshalb mitgegeben, weil es so witzig und amusant geschrieben ist, [...]“

Im Folgenden erteilt er zunächst diplomatisch, später (s. [Vaihinger-Archiv] , Brief von Einstein an Vaihinger vom 30.04.1921) unmissveständlich eine Absage (s. auch [Hentschel 1990], S. 288). Etwa zur gleichen Zeit versuchte Vaihinger nun auch,

[211]Study war allerdings mit Cohen auch nicht gerade zimperlich umgegangen, s. S. 143 und [Study 1914a], S. 55.

[212]veralteter, oft abwertend benutzter Begriff für Ordnungshüter oder Polizist

Study zu vereinnahmen, und zwar mittels einer Rezension von [Study 1914a] von Raymund Schmidt ([Schmidt 1921]) in der erst zwei Jahre zuvor gemeinsam zur Verbreitung des Fiktionalismus gegründeten Zeitschrift „Annalen der Philosophie“ (s. Brief von Vaihinger an Einstein vom 23.09.1918, [Einstein/col. Pap. 1998], S. 886-889): Schmidt versuchte nachzuweisen, dass Study's Grundannahme einer realistischen Weltansicht keine Hypothese, sondern eine Fiktion sei. „Die Verwandschaft mit *Vaihinger* wird, vom Verfasser wohl geahnt, aber wegen völliger Verkennung dessen, was eigentlich unter einer wissenschaftlichen Fiktion zu verstehen sei, halb und halb verleugnet.“ (s. [Schmidt 1921], S.133) Entsprechend verstand es Schmidt quasi als Tarnung, wenn Study nach der Kritik des Idealismus und des Positivismus mit dem Pragmatismus (zu dem auch der Fiktionalismus zählte) ebenso hart abrechnet. Bei dieser Auseinandersetzung wiederum sei Study den Nachweis schuldig geblieben, wieso er Vaihinger's Auffassung von mathematischen Begriffen für widerspruchsvoll hält. „Was er stattdessen tut ist eine Ironisierung, die eines ernsten Forschers, als der *Study* doch wohl gelten will, nicht würdig ist.“ (S. 134) Schmidt seinerseits zitiert, um „den Beweis, daß *Study* im Grunde vollständig mit dem Fiktionalismus übereinstimmt“, anzutreten, aus [Study 1914a] gut eine halbe Seite (allerdings ohne Seitenangabe; es handelt sich hier um die Einleitung des Abschnittes über das Raumproblem aus dem dritten Kapitel über die natürliche Geometrie, S. 57) und versieht sie mit erläuternden Kommentaren. Sein Fazit zum Schluß (S. 135): „Jeder Kenner der Philosophie des Als Ob [d. h. des Fiktionalismus] wird zugeben müssen, dass treffender der Fiktionscharakter jener vermeintlichen ‚Hypothesen‘ nicht zum Ausdruck gebracht werden kann.“[213]

Nicht nur die große Resonanz, sondern auch solche zahlreichen Versuche, ihn als verlorenen Sohn wieder herzig in dem Schoße des jeweiligen -ismus aufnehmen zu wollen, haben Study zu einer zweiten Auflage (allerdings nur des ersten Teils[214]) veranlasst (s. [Study 1923e]): Die inhaltliche Struktur spiegelt dies wieder, denn nun grenzt er zunächst Tatsachen, Hypothesen und Fiktionen voneinander ab, bevor er seinen Realismus gegen Konventionalismus und Fiktionalismus verteidigt. Bei letzterem macht er deutlich, dass er Vaihinger's Abgrenzung der Begriffe Hypothese und Fiktion schätzt, nicht aber den Fiktio-

[213]Study's Ansichten über den Fiktionalismus sind ebenso eindeutig wie deutlich (s. [Study 1914a], S. 53): „Im Ganzen kann man wohl diese Philosophie so beurteilen, wie ihr Urheber [Vaihinger] den Rang der Mathematiker beurteilt:

Zwar fehlt's ihr nicht an guten Eigenschaften,
Doch allzusehr am greiflich-Tugendhaften.

[214]Im Vorwort schrieb er: „Die 1914 erschienene Ausgabe dieses Buches hat in ihren philosophischen Ausführungen einen mir sehr unerwarteten Erfolg gehabt. Vertreter aller darin kritisierten Lehren haben mich nämlich davon zu überzeugen gesucht, daß ich einer der ihrigen sei. Es gelang mir nicht, daraus den der Selbstliebe des Schriftstellers schmeichelhaften Schluss zu ziehen, daß ich dann wohl auf der ‚richtigen‘ Mittelstraße gewandelt sein würde. Vielmehr mußte ich ernstlich mit mir zu Rate gehen. So erscheint denn der erste Teil dieser zweiten Ausgabe als ein fast ganz neues Buch.

nalismus an sich (S. 58/59): „Nach Inhalt und Tonart der in den Annalen der Philosophie erschienenen Rezension meines Buches bleibt mir nun aber kaum etwas anderes übrig, als diesen betrübenden Gegenstand nochmals und eingehender abzuhandeln. Täte ich es nicht, so würde demnächst zu lesen sein, ich hätte schon zum zweiten Male mich einer Pflichtverletzung schuldig gemacht und wiederum die Hauptsache unerledigt gelassen.“ In den Rezensionen ([Hertz 1924], [Doetsch 1927a]) findet sich Zustimmung, ja fast schon die Bestätigung einer gewissen Erwartungshaltung: „Wer so manche herzerquickende Stelle der ersten Auflage vermißt[215], wird durch diese Abrechnung [den o. g. Abschnitt] reichlich entschädigt.“ (s. [Doetsch 1927a], S. 73)

7.4.2 Mathematik und Physik

Einen weiteren Feldzug gegen den Fiktionalismus hatte Study kurz zuvor mit seiner Schrift „Mathematik und Physik“ ([Study 1923c]) geführt, die in Auseinandersetzung mit dem Aufsatz „Die Fiktion in der Mathematik und Physik“ von Aloys Müller (s. [Müller 1917]) entstanden war. Dieser hatte nach seiner Kritik am Fiktionsbegriff diesen durch den der „Idealisierung“ zu ersetzen versucht. Um nicht den Teufel mit dem Beelzebub austreiben zu lassen, versucht Study nun, die erkenntnistheoretischen Methoden der Mathematik und die der Physik klar voneinander abzugrenzen. Dies gelingt ihm nicht ganz, am Ende stehen drei (statt zwei) verschiedene Bereiche: ein mathematischer mit der Methode der Deduktion, ein physikalisch-experimenteller mit der Vorgehensweise der Induktion und das Grenzgebiet der theoretischen Physik, das sich der Idealisierung bedient. Die Rezensenten ([Hahn 1924], [Gelfert 1924a], [Bieberbach 1925], [Doetsch 1927b]) stimmen in ihrem Lob überein, beispielsweise schreibt Hans Hahn (S. 57): „Der Verfasser zeigt sich auch in dieser kleinen Schrift als ein Meister des Stils. Mathematiker, Physiker und Philosophen werden mit Vergnügen seinen klaren, geist- und humorvollen Darlegungen folgen und ihnen größtenteils zustimmen.“

Ziehen wir kurz eine Zwischenbilanz des Study'schen Ausfluges in die Welt der Philosophie: Study hatte nicht plötzlich die Profession gewechselt, verstand es aber, mangelnden Stallgeruch durch freche Originalität auszugleichen (was wohl als ein Grund für seinen Erfolg anzusehen ist)[216]. Hier hatte er endlich

[215] „Wenn ich jetzt unterdrücke, was damals Anstoß erregt hat, so hat das also nicht die Bedeutung eines Rückzugsmanövers. *Acqua passata non macina più* [Vorbeigeflossenes Wasser hat keine Kraft mehr].“ ([Study 1923e], S. VIII)

[216] Wawer drückt es so aus (s. [Wawer 1933], S. 6): „Studys Gesamtschrifttum bekundet eher ein lebendig-ringendes Philosophieren, als eine abgerundet-formgewordene Philosophie, zumal sich nun eben jenes Philosophieren noch in kritisch-negativen Auseinandersetzungen mit gegnerischen Denkrichtungen auslebt, wobei die Frische und der oft überscharfe Sarkasmus der Darstellung uns oft Index dafür ist, wie sehr ihm philosophische Fragen aus aller Abstraktionsstarre zu wirklich lebendigen Kräften geworden sind und ihm als solche ‚auf den Nägeln brannten‘.

eine breitere Bühne als in der mathematisch-fachlichen Literatur gefunden, die seinem Schreibstil als Kritiker entgegenkam: „Ob in einer einzelnen Literaturgattung die Form der Satire üblich ist, ist ganz gleichgültig; ist sie es nicht, so kann sie eingeführt werden. “ (s. [Study 1923b], S. VIII) Man könnte meinen, dass Study, vorher als kritischer Mathematiker ein einsamer Rufer in der Wüste, nun in der Philosophiererei eine Oase gefunden hat, auf dem ihm so viel Applaus wie nie zuvor entgegenbrandet. Viel mehr jedoch schätzt Study sein Renomee als Instanz, die an- und der auch zugehört wird. Hat er dies zuvor für seine mathematischen Ansichten kaum erfahren, so liegt es nun auf der Hand, es auch für diese Zwecke zumindest bei Expeditionen in die Grenzgebiete zwischen Mathematik und Philosopie zu nutzen.

7.4.3 Denken und Darstellung

In diese Richtung (allerdings eher in dem Sinne, auf den Geschmack gekommen zu sein und ausprobieren zu wollen, ob es wirklich funktioniert) ging bereits seine kleine Schrift „Denken und Darstellung“ (s. [Study 1921]). Hatte er schon in [Study 1914a] den letzten Abschnitt einer Polemik gegen die „als Axiomiasis zu bezeichnende Modekrankheit (S. 127/128) gewidmet[217], so kämpft er hier ausführlich dagegen, inspiriert von [Poincaré 1906b][218], und für Intuition und Phantasie sowie Werturteile und Schönheit. Dabei verliert die Logik nicht ihren Stellenwert, denn sie hat überall berücksichtigt zu werden, nicht nur, wie Pasch meint, bei der „heiklen“, sondern auch bei der „derben“ Mathematik.

Study traf auch hier wieder den Nerv der Zeit, was sich unter anderem auch hier in einer zweiten Auflage ([Study 1928]) niederschlägt, die lediglich um für nicht mathematisch versierte Leser erläuternde Anhänge erweitert wurde[219]. Auch in den Besprechungen ([Hahn 1922], [Behmann 1922], [Liebmann 1923], [Wiener 1924], [Gelfert 1924a] sowie [Gerhards 1929] und [Hahn 1929] für die zweite Auflage) findet man neben deutlichem Lob oft auch kritische Bemerkungen: „Wo liegt die Grenze zwischen den berechtigten Forderungen der ‚anpruchsvollen Dame‘ Logik und der zum ‚genre ennuyeux‘ [zu der langweiligen Gattung] gehörigen Logistik?“ (s. [Behmann 1922], S. 34) Insgesamt aber schienen die Fronten hier weniger verhärtet als zuvor: Über die Briefe von Engel, der inzwischen – wie Pasch – in Gießen lehrt, ergab sich eine fast direkte Diskussion (s. [Engel-Archiv], 19.12.1921/Bonn):

> „Gerne hätte ich von Dir einmal erfahren, was *Pasch* eigentlich

[217] Wie bereits auf S. 139 erwähnt, so richtet sich sein Groll die Vertreter einer Axiomatisierung der Geometrie und somit nun gegen [Pasch 1919], sodass er seine Schrift in den Briefen an Engel stets den „Antipasch“ nennt (s. z. B. [Engel-Archiv], 18.12.1928 oder 12. 01. 1929)

[218] Poincaré hatte er in [Study 1914a] noch bekämpft, hier wurde Study sozusagen „geläutert“.

[219] Außerdem findet sich am Ende ein ausführlich werbender Artikel über den gerade erschienenen zweiten Band der Wissenschaftslehre von Bolzano.

zu seiner Verteidigung zu sagen hat. Er hat mir nur geschrieben: ‚Ich freue mich, dass ich nicht mit dem von Ihnen geschilderten Mathematiker Pasch identisch bin‘. Alles das ist ganz inhaltsleer, nach alledem bedeutet es wohl einen Rückzug. Er hat doch alles, was ich ihm aufgemutet habe, wirklich gesagt, und ich möchte wissen, ob er zu irgend einem dieser Punkte *etwas Greifbares* zu erwidern hat.

Ich habe alle Achtung vor seiner Persönlichkeit und vor seinen ernsthaften Werken, kann es aber nicht verheimlichen, dass mit seiner Mathematik tödlich langweilig vorkommt, und dass ich alle Phantasie bei ihm vermissen muss. Daher rührt es natürlich auch, dass er diese Gabe der Götter, wenn andere sie haben, nicht zu schätzen versteht. Der Bruder des Frl. Sturmfels, das bei Pasch eine axiomatische Dissertation gemacht hat, findet, Pasch hätte seine Schwester (als Mathematikerin) ‚verdorben‘(dies unter uns).

Immerhin, er ist ein guter Mensch, und so bitte ich ihn, wie auch König, bei Gelegenheit zu grüßen.“

Bald darauf scheint ein Austausch stattgefunden zu haben, denn im neuen Jahr schreibt Study schon weniger irritiert (s. [Engel-Archiv], 14.01.1922/Bonn):

„Pasch hat mit seiner persönlichen Kritik ganz Recht (Du darfst ihm das auch sagen). Ich hatte ihn eben nicht richtig verstanden – es lag mir doch auch nur $\frac{1}{4}$ dessen vor, was er nachher hat drucken lassen. Jedenfalls war meine Verstimmung übereilt. Aber ich kann ja eine Gegenrechnung aufmachen. Hätte er mir nicht gleich den Stuhl von die Thür gesetzt (literarisch) so würde ich wohl noch Gelegenheit gefunden haben, seine wirkliche Meinung zu erkennen und ihm rechtzeitig Opposition zu machen.

Vor allen Dingen aber: Wer derart Stichhaltiges *Sachliches* zu erwidern hat, arbeitet nicht in dieser Weise mit dem argumentum ad hominem[220].

Grüße den alten Hessen und sag’ ihm, er soll wieder gut sein. Wissenschaftliche Meinungsdifferenzen gibt es nun einmal.

Darin aber kann ich Dir nicht recht geben, dass Du sagst, es sei bei dieser Kontroverse ‚nichts herausgekommen‘. Ich glaube ganz im Gegentheil, dass sie manchen angehenden Mathematiker und auch noch anderen von Nutzen sein kann.

[...] Deine Interpretation der ‚heiklen‘ Mathematik ist niedlich, passt aber nicht zu Pasch’s Text. “

Schließlich (kurz vor der neuen Auflage von [Pasch 1919] im Jahre 1924) wird Study immer drängender (s. [Engel-Archiv], Postkarte vom 19.09.1923/Bonn):

[220] Bei dieser Argumentationsweise greift man nicht den Inhalt, sondern den Urheber einer These an.

„L.[ieber] Fr.[eund], von meiner Schrift ‚Denken und Darstellung' soll eine zweite Auflage gemacht werden. Ich bitte Dich nun, Pasch zu bearbeiten, dass es mir seine Einwendungen *in möglichst konkreter Form* (bezogen auf einzelne Stellen!) zu Papier bringt. (Mit Allgemeinheiten – er hätte es so nicht gemeint – aber ist nichts gedient; ich glaube keineswegs, ihm Unrecht getan zu haben)." Teilweise scheint der Kontakt dann zu Stande gekommen zu sein (s. [Engel-Archiv], Postkarte vom 29.04.1924/Bonn): „Von Pasch, dem ich nochmals geschrieben hatte, bekam ich dieser Tage einen liebenswürdigen Brief, der mich sehr erfreut hat."

Unmittelbare Folgen der Auseinandersetzung mit Pasch sieht man beim Vergleich der ersten ([Study 1921]) und der zweiten Auflage ([Study 1928]), welche im Ausdruck deutlich gemildert ist und auch mehr Objektivität (zugunsten einer größeren Relativität) aufweist. Hier ein Vergleichsbeispiel:

[Study 1921], S. 6/7

„*Pasch verlangt grundsätzlich eine restlose Auflösung aller Deduktionen in wohlgegliederte einfache Syllogismen.*

[Study 1928], S. 7/8

„*Pasch verlangt grundsätzlich eine restlose Auflösung aller Deduktionen in wohlgegliederte einfache Syllogismen.*[2])

[[2]) Hierunter sind nicht nur die Schlüsse der aristotelischen Logik zu verstehen, denen in der

Mathematik nur eine sehr untergeordnete Bedeutung zukommt (*Russell, Hölder*), sondern vor allem die der Mathematik eigentümlichen Schlussweisen, die oft ohne Rücksicht auf ihren erkentnistheoretischen Charakter Anwendung finden. Zum Beispiel: ‚Wenn in einer mit Hindernissen besteckten Ebene die Punkte p und q durch einen zusammenhängenden Kurvenzug verbunden werden können, der die Hindernisse vermeidet, und die Punkte q und r ebenfalls, so können auch p und r so verbunden werden.

Wenn der Mathematiker aus $a > b > \ldots > m > n$ schließt $a > n$, so würde die vollständige Schlusskette sein:

$$a > b \quad , \quad b > c : a > c;$$
$$a > c \quad , c > d : a > d;$$
$$- - - - - - - - - - - - - - - - - -$$
$$a > m \quad , \quad m > n : a > n$$

Natürlich ist das Auseinanderlegen zusammengezogener Schlüsse nicht immer so einfach wie in diesem trivialen Beispiele.]

Man merkt, dass sich Study nochmals intensiv mit dem Pasch'schen Werke auseinandergesetzt hatte. Dennoch bezweifelt er die Praktikabilität:

Sollte diese Vorschrift wörtlich genommen und befolgt werden, so würde aus jeder Abhandlung ein Buch entstehen, manches Buch, besonders auch schon jedes umfangreiche Lehrbuch, müßte sich in eine kleinere Bibliothek verwandeln.
Nicht nur die Ausbildungszeiten des Jüngers der vornehmsten Denkwissenschaft müßte beträchtlich verlängert werden, sondern auch die Spanne seines Erdenwandelns selbst.[2])
[[2])In welchem Umfang Herrn *Pasch* selbst sein Darstellungsideal als erreichbar erschienen ist, kann man aus seinen mathematischen Werken ersehen. (Vorlesungen über neuere Geometrie, Leipzig, 1882; Grundlage der Analysis, 1909; Veränderliche und Funktion, 1914.) Tatsächlich ist er ziemlich weit gegangen.]

Sollte diese Vorschrift wörtlich genommen und befolgt werden, so würde aus jeder Abhandlung ein Buch entstehen, manches Buch, besonders auch schon jedes umfangreiche Lehrbuch, müßte sich in eine kleinere Bibliothek verwandeln.
Nicht nur die Ausbildungszeiten des Jüngers der vornehmsten Denkwissenschaft müßte beträchtlich verlängert werden, sondern auch die Spanne seines Erdenwandelns selbst.
Und selbst einer an sich vielleicht empfehlenswerten Annäherung an vollständige Schlussketten stellen sich oft unübersteigliche Hindernisse entgegen. Redaktionen dringen auf Kürze, Verleger wollen dicke Bücher nicht drucken, und gerade jüngere Autoren, solche, die am wenigsten wissen, was gesagt werden muß und was allenfalls unterdrückt werden kann, werden davon am meisten betroffen. Mit solchen Tatsachen muss gerechnet werden.[1])
[[1])Wie klein die Schritte sind, in die nach *Pasch* der Fortschritt des Gedankens zerlegt werden soll, mag durch ein Beispiel erläutert werden, das ich Paschs ‚Grundlagen der Analysis' (1909) entlehne. Es findet sich dort der *Grundsatz* (Nr. 2)

‚Sind Dinge angegeben, so kann nach diesen Angaben ein von diesen Dingen verschiedenes Ding angegeben werden.‘ ‚Sind Dinge angegeben, so können nach diesen andere Dinge angeben werden.‘Man beachte die Unterscheidung: Ein Ding – Dinge.
(Als Ding gilt, nach einer vorausgeschickten Erklärung, irgend etwas Wahrgenommenes oder Wahrnehmbares. Die Frage, ob unsere Sinneswahrnehmung etwas mit Mathematik zu tun hat, will ich hier auf sich beruhen lassen.)]

Entgegen aller Zweifel räumt er schließlich geradezu diplomatisch ein:

	Es handelt sich also, selbstverständlicherweise, nur um ein *Ideal*, ein Ideal, das freilich nie aus den Augen gelassen werden sollte.
Allerdings gibt es Fälle,in denen ein vorsichtiges Fortschreiten in einfachen Syllogismen nicht entbehrt werden kann.“	In gewissem Umfange hat ja Pasch sicherlich recht. Es gibt Fälle genug, in denen ein vorsichtiges Fortschreiten in einfachen Syllogismen nicht entbehrt werden kann.“

Trotz einer Milderung der Grundaussage feilt Study seine Beispiele weiter aus, sodass gerade einem mathematisch weniger gebildeten Leser seine Argumente mehr einleuchten müssen als die Pasch's. „Ob er nun wohl wieder verärgert sein wird?“, fragte er Engel (s. [Engel-Archiv], 18.12.1928/Bonn). „Sollte er sich beschweren, so sag' ihm, bitte, meine Differenzen mit Vaihinger seien viel größer gewesen, und der sei doch gut Freund mit mir. (So ist es wirklich, wie ich feierlich gestehen muss, zu meiner freudigen Überraschung. Er hat mir zweimal seine Photographie geschickt und war sehr nett mit mir, als ich ihn in Halle besuchte.) Auch sagten Hausdorff und Toeplitz, es sei nichts persönlich Verletzendes darin.“ Dies scheint Engel jedoch etwas anders gesehen zu haben, wobei ihm Study an einer Stelle auch recht gibt (s. [Engel-Archiv], 12.01.1929/Bonn); außerdem weist er auf Pasch's schlechten Gesundheitszustand hin. Study hatte davon „gar nichts gewusst, und zweitens habe ich nicht für P.[asch] geschrieben, sondern für dasselbe Publikum wie er.“

7.4.4 Prolegomena

Generell verweilt Study nicht lange in Harmonie, sondern wetzt bereits wieder die Messer für den nächsten Streich, den er schon im Vorwort zu [Study 1928] angekündigt hatte: „Überall habe ich mich, nach wie vor, auf die klassische Mathematik wie auf ein Bauwerk von in der Hauptsache solidester Struktur bezogen. Eine Rechtfertigung dieses Tuns werden einige, sogenannte *intuitionisten*[221], für sehr nötig, wo nicht für unmöglich halten. Ich denke die Ansichten dieser Mathematiker zu würdigen, in einer besonderen Schrift, die in Vorbereitung ist." Tatsächlich schien er die Sommersemesterferien 1928 im Wesentlichen dazu genutzt zu haben (s. [Engel-Archiv], 09.09.1928/Bonn):

> „[...] , dann habe ich mich in eine fulminante Streischrift gegen die intuitionisten gestürzt, deren unerhörtes Auftreten doch endlich einmal eine Antwort verlangt, denn was Hilbert als einziger gegen sie geschrieben hat, ist kläglich und zum Teil sogar falsch, wie auch seine sogenannte Beweistheorie. Die Arbeit ist nahezu fertig. [...] Empörend finde ich es auch, wie der Intuitionismus um sich frisst. Alle jüngeren Kollegen, die ich in den letzten Monaten kennen gelernt habe, hatten recht viel übrig für diesen Schwindel, denn etwas anderes ist es nicht, und die Bewunderung für Weyl, den Gipfel von Unklarheit und Frechheit, ist allgemein.
>
> [...] Das Brouwer'sche Beispiel [...] ist falsch,[...].
>
> Er [Brouwer] muss im Kopf nicht richtig sein. Seine ganze Theorie beruht auf der angeblichen Existenz einer neuen Art rechter Zahlen, und zu dem kommt er ein einfach dadurch, dass er die (richtige aber triviale) Alternative entweder-oder durch ein weder-noch ersetzt. Sollte man wohl so etwas für möglich halten?"

Doch auch kurz vor Weihnachten ist Study noch nicht fertig (s. [Engel-Archiv], 18.12.1928/Bonn): „Ich sitze noch immer an der verdammten Schrift gegen die Sektierer, Brouwer, Weyl und Hilbert. Die Bücher, meist philosophische, die ich mir dazu von der Bibliothek geholt habe, nehmen nebeneinander dargestellt den Raum von zwei Metern ein (auf dem Fußboden natürlich). Es ist grässlich."

Später äußert er sich noch deutlicher über die Protagonisten (s. [Engel-Archiv], 12.01.1929/Bonn): „Z. B. halte ich Brouwer, Weyl und Hilbert für geistig nicht normal. (In Bezug auf Hilbert hat mir das ein Psychiater bestätigt, der früher in Göttingen bei H.[ilbert] gehört hat.) Wird nun dadurch die Wirkung der Schriften dieser Mathematiker aufgehoben? [...] Was gedruckt ist, ist losgelöst von seinem Autor, und wer denkt, dass es schadet, hat das Recht, es zu kritisieren,

[221] Für Study ist der Intuitionismus nur eine Abart des Idealismus (s. [Study 1929a], 1. Teil, S. 28), den er bereits in [Study 1914a] bekämpft hatte.

wenn es ihm sachlich die Mühe wert erscheint.“[222]

Wenn er auf diese Art in den Briefen die nicht sehr schmeichelhafte Meinung Study's über Brouwer, Weyl und Hilbert kund tut, so fragt man sich, wie er in der „Öffentlichkeit“, d. h. in [Study 1929a] über sie spricht. Auch wenn er sich zumeist auf andere (größteneils auf Bergson) bezieht, so sind die o. g. für ihn die Hauptvertreter – und somit seine Hauptgegner (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 2).

Nachdem er zunächst seitenlang Zitate aus [Weyl 1921][223] auseinandergenommen und zerpflückt hat[224], versucht er den Geist dieser Schrift zu charakterisieren (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 17):

> „Suche ich nach einer ähnlichen Mentalität wieder, die wir soeben kennen gelernt habe, so fällt mir zunächst Wilhelm der Zweite ein. In der Tat könnte man *Weyl* als eine Übersetzung Wilhelm's ins Mathematisch-Philosophische betrachten, wenn sein Verhältnis zu *Brouwer* nicht wäre. Darum scheint mir eine Vergleichung mit Mahomet [Mohammed] besser zu sein. Wirklich ist der Intuitionismus, der mathematische wie der sonstige, *eine Art* von Religion. Beide sind von einer ähnlichen Zerstörungswut besessen, wie die Religion der Mohammedaner.
>
> [...] Für Mängel dieser Art werden wir durch Poesie entschädigt. So wird Allah, nämlich *Brouwer*, im Symposion mit den Worten eingeführt: ‚Die Eisdecke war in Schollen zerborsten, und jetzt ward das Element des Fliessenden bald vollends Herr über das Feste‘, wie es denn in der intuitionistischen Mathematik sich wirklich verhält.
>
> Weiterhin orakelt unser Prophet, Allah's Analysis (?) spreche den Gehalt der mathematischen ‚Urintuition‘ rein aus und sei *von rätselloser Klarheit durchleuchtet.* Wieder kommt sich ein unglücklicher Leser dumm vor. Denn es könnte geschehen, dass ihm, beispielsweise, schon die Definition des Grundbegriffs (!) der *Brouwer*'schen Analysis (nämlich der ‚intuitionistischen Mengenlehre‘ nicht eingeht.“

Nach weiteren Erörterungen Weyl'scher Ideen fällt Study sein Urteil (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 61):

> „Da Herr *Weyl* – derselbe Weyl, dessen Gottähnlichkeit die Zahlen und mit ihm alle Mathematik *aus dem Nichts* hervorzuzaubern versteht, immerfort von Unsinn redet und für die Kontinuen der

[222]Study schien das Manuskript nun beendet zu haben, denn er schickt Engel in diesem Brief das Vorwort zur weiteren Diskussion.

[223]Diese Schrift eröffnete die Debatte über die Grundlagenkrise, s. z. B. [Hesseling 2003], S. 199 ff.

[224]Ein Beispiel findet sich im zweiten Teil auf S. 15: „Fließender Brei des Kontinuums, kontinuierliche Raumsauce.“

klassischen Mathematik die auf Seite 00[225] angegebenen Kosenamen [dort findet man: ‚Die Mathematik der Gespensterfurcht und Polizeiverbote'] erfunden hat, so wird er sich nicht beklagen dürfen, wenn ich nunmehr den letzten Satz samt allem, wovon im Abschnitt XVI die Rede war, für *reinen Unsinn* erkläre, und seine redseelige sogenannte Philosophie für *gestaltlosen Brei.*"

Obwohl einem wenig Vernichtendereres einfällt, setzte Study sogar noch eines drauf (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 65):

> „Ich komme nun noch einmal zu den Herren *Brouwer* und *Weyl.* Ich habe nämlich noch immer etwas auf meinem lediglich mit Gift und Tinte gefüllten und daher pechschwarzen Herzen, ja es kommt mir so vor, als hätte ich das Schlimmste noch gar nicht gesagt. Es muss heraus. Ohnehin wird ja demnächst ‚der Blitz des Gedankens' auf mich niederfahren
>
> *Diese so siegesgewiss auftretenden Autoren glauben selbst nicht ernstlich an ihre Sache.*"

Begründet wird dies im Folgenden nicht.[226] Bei alledem drängt sich die Frage nach Waffengefährten auf: Study steht dabei außen vor (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 68): „Die Meta-Mathematik Hilberts. *Hilbert* ist (meines Wissens) der einzige Mathematiker, der bis jetzt den Ansprüchen der Intuitionisten mit Bestimmtheit entgegen getreten ist. Leider muss ich nun auch ihm widersprechen." Im Folgenden zeigt Study, dass dieser einstige Gegner des Intuitionismus inzwischen zu so vielen Konzessionen bereit gewesen ist, dass er schon fast übergelaufen ist[227]. In diesem Kontext sieht er Brouwer's „vier Einsichten" (s. [Brouwer 1928]) nicht als Versöhnungsangebot zur Beendigung des Streites (s. dazu auch [Hesseling 2003], S. 68 ff.), sondern als Ausbeutung der gegnerischen Schwäche (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 73): „Der Gegner müsste ganz und gar auf den Kopf gefalllen sein, wenn er die so geschaffene Lage nicht azunutzen wüsste." Nach Besprechung der einzelnen Punkte schloss Study (s. [Study 1929a], 2. Teil, S. 75):

> „Der Formalismus, den Br.[ouwer] mit Recht, aber mit ungeeigneten Mitteln bekämpft, ist eine ganz moderne Modekrankheit!

[225] Diese Seite trägt keine Seitenzahl, die hier verwendete Benennung entbehrt nicht einer gewissen Doppeldeutigkeit.

[226] Allerdings war wohl aus heutiger Sicht zumindest Weyl nie ein wirklich orthodoxer Intuitionist, er hatte einfach mehr Sympathie für Brouwer's ehrlich-menschlichen Ansatz als für den blutleer-egozentrischen Hilbert's, siehe dazu [Rowe 2003] (S. 68) bzw. [Scholz 2000] (S. 199-200):

[227] Ganz abgesehen davon, dass er der Hilbert'schen „Axiomiasis" sowieso nie folgen konnte (s. [Study 1914a], S. 57 ff.). Inzwischen hält er sie auch für „eine jetzt schon etwas abgeflaute Modekkrankheit" (s. [Study 1929a], 1. Teil, S. 165).

Man sieht hier so klar, wie man nur sehen kann, dass der ganze neuere Grundlagenstreit ein Familienzwist ist, in dem beide Parteien Unrecht haben; oder ein Hader zweier Sekten derselben Religion, deren Angehörige von Gespensterfurcht besessen sind.[...] *Und immer fehlt dasselbe*: Der Grund des Grundlagenstreits, die angebliche Fehlerhaftigkeit der klassischen Mathematik, ist nicht nachgewiesen[228].“

Dennoch muss auch Study das Vorhandensein des Grundlagenstreites akzeptieren, genaugenommen steht er der ganzen Auseinandersetzung aber eher zwiespältig gegenüber: Einerseits fand er das Ganze ausgesprochen lächerlich, sonst hätte er den zweiten Teil nicht mit einem Zitat aus dem „Froschmäusekrieg“[229] begonnen, einem der ersten Parodien überhaupt (hier auf Homer's Ilias, s. [Verweyen 2003]). Andererseits findet man auf der gleichen Seite rechts oben: „Lerne zu klagen, ohne zu leiden.“ Letzteres nimmt man ihm nicht so ganz ab, denn das Umsichgreifen des Intuitionismus ist für ihn wie die Vertreibung aus dem Paradies (s. [Study 1929a], S. 56): „*Die Mathematiker waren zweitausend Jahre lang die einzigen unter allen Menschen, die sich über Sinn und Unsinn verständigen konnten.* Diese unsere schöne Welt, der intuitionist hat sie zerschlagen. Und für eine solche Wohltat sollen wir ihm womöglich auch noch dankbar sein!“ Study sieht durch diesen „Sündenfall“ die Schönheit der Mathematik gefährdet[230], die durch Grassmann, Aronhold und Clebsch gerade mal in seinem glückseeligen Gärtchen der Geometrie kultiviert worden war (s. [Study 1929a], 1. Teil, S. 89/90).

[228]Hierbei ließe sich Study vorwerfen, dass nicht sein kann, was nicht sein darf.

[229] Schwebe, o Chor des Musen,
o schwebe vom Helikon nieder
Lehr zu singen mich
und lächle dem streitbaren Liede,
Das mit ernstem Bemühen
und mehrere Tränen vergiessend
Ich zu vollenden gewillt bin!
Es schildre die wogende Feldschlacht,
Die aus irrigem Grund
verderbenbringend entflammt ist,
Weithindröhnenden Lärm
und spottenden Reden der Krieger:
Wie die Mäuse den Fröschen
erbitterte Fehde entboten,
Wie die Frösche sodann
voll Ingrimm die Mäuse bekämpften,
Sämtlich Helden fürwahr;
doch alles leider um gar nichts. -
Dies künde mein Lied
und klag' es noch späteren Geschlechtern.

In einem Brief an Born vom 27.11.1928 (s. [Einstein-Nachlass], 8-184) nennt Einstein den Grundlagenstreit den „Frosch-Mäuse-Krieg“. Ob er hier von Study inspiriert wurde (oder umgkehrt), lässt sich leider nicht mehr nachvollziehen; jedenfalls stand Einstein auf Study's Versendungsliste (s. [Einstein/col. Pap. 1998], S. 898: Brief von Study an Einstein vom 27.09.1918); siehe dafür auch [Hesseling 2003] und [van Dalen 1990].

[230]Engel beschwert sich nach der Lektüre von [Study 1929a] darüber, dass weder er noch andere zitiert worden seien. Study antwortet (s. [Engel-Archiv], 13.03.1929/Bonn): „Ich habe dort die Frage der Schönheit nur aufgeworfen, und habe nicht einmal meine eigenen Sachen zitiert, *wiewohl ich fast mein ganzes Leben dieser Sache gewidmet habe.*

Als hätte er geahnt, dass seine Zeit zu Ende ging[231], so war ihm die Verteidigung des Bestehenden so wichtig, dass er einen Ausschnitt des zweiten Teils von [Study 1929a] (nämlich S. 29 bis 46) in [Study 1929b] sozusagen „vorab“ und fast wortwörtlich veröffentlichte. Vorausgesetzt hatte er diesem Auszug eine Einführung, in der er zunächst auf die um die Jahrhundertwende aufgetauchten Antinomien der Mengenlehre hinweist, die das solide geglaubte Gedankengebäude Cantors zu erschüttern schienen. Obwohl (wie er hier in Erinnerung rief) schon 1906 Schönflies dies auf die Missachtung des „Totum parte majus est“[232] zurückgeführt hatte, schwelte die Debatte weiterhin als „schleichendes Übel“ (s. [Study 1929b], S. 255). Diese beschießt er mit einem Potpurri an Polemik:

> „Der neuerdings recht heftig gewordene Streit geht dann um allerlei Linderungsmittel, die aber, bei näherem Zusehen, eine verzweifelte Ähnlichkeit mit den Kuren à la Dr. Eisenbart[233] aufweisen. Freilich kämpfen nur zwei noch kleine Parteien diesen grimmigen Kampf. Ihre Bannerträger führen Fahnen mit merkwürdig vielen übereinstimmenden Devisen daher:
>
> Transzendentaler Idealismus!! Antinomien! Unwissenschaftlichkeit der Analysis! Cavete numeros infinitos[234]! Tertium datur[235]! Schafft euch Scheuklappen an! Tragt farbige Brillen!
>
> Um unliebsamen Verwechslungen vorzubeugen, sind aber auch Banner mit abweichenden Inschriften da:

Intuition!	Figuren auf Papier!
Reifgewordene Logik	Metamathematik

> Man nennt dieses geräuschvolle Treiben Grundlagenstreit, auch reden einige von einer Krisis der Mathematik. Zu der Stärke der Sprache scheint indessen die Überzeugungskraft der von beiden Seiten vorgebrachten Gründe nicht im Verhältnis direkter Proportionalität zu stehen. Die weitaus meisten Mathematiker stehen teilnahmslos abseits. Das ist verdrießlich.“

Noch unmißverständlicher zeigt sich seine Meinung über den Intuitionismus an einer Kleinigkeit: Am Ende von [Study 1929a] findet sich ein umfangreiches

[231] Dies ist, wie wir noch sehen werden, eher unwahrscheinlich, doch begann er langsam, das Alter zu spüren (s. [Engel-Archiv], 09.09.1928/Bonn): „Ich bin zwar noch sehr munter, aber ganz spurlos sind die 66 Jahre doch nicht an mir vorübergegangen.“

[232] Eine Menge von Dingen kann nicht mit einem dieser Dinge identisch sein.

[233] Der wegen seinen typischen Radikalkuren (meist mit Todesfolge) sogar in einem Lied besungene Doktor aus Hannoversch-Münden steht als Sinnbild für weit über das Ziel hinausschießende und somit recht sinnlose Anwendungen.

[234] „Hütet euch vor unendlichen Zahlen!“ (Parodie auf „Cave canem“, womit man schon im alten Rom vor bissigen Hunden warnte.)

[235] Gegenteil von „Tertium non datur“, dem Prinzip des ausgeschlossenen Dritten, d. h. dass es außer „richtig“ und „falsch“ keine weiteren Wahrheitswerte gibt.

Literaturverzeichnis[236], das mit zwei Arten von Kennzeichnungen gemäß des Inhaltes versehen ist: „*“ steht für Realismus, „†“ für den Intuitionismus.

Der weitaus größere erste Teil von [Study 1929a] (mehr als doppelt so groß wie der zweite) befasst sich mit der Ausgestaltung von Study's philosophischen Ideen und strotz geradezu vor Zitaten und Verweisen. Mehr noch als in seinen vorangegangenen Schriften war Study bemüht, jede seiner Thesen hieb- und stichfest zu untermauern (1. Teil, S. 10): „Schliesslich darf wohl noch darauf hingewiesen werden, dass ich da, wo ich anderen widersprechen muss, sie habe zu Wort kommen lassen, und dass überall, wo ich zu einem abfälligen Gesamturteil komme, die Gründe angegeben sind.“

Auch Wawer fand sein Literaturstudium ebenso umfassend wie lobenswert (s. [Wawer 1933], S. 33). Er stellt die Prolegomena in eine Linie mit Study's bisherigen philosophischen Werken:

> „Bezog sich bei Study das Realismusproblem in den beiden Schriften über die realistische Weltansicht [[Study 1914a], [Study 1923b]] vorwiegend auf die reale Außenwelt, so erweitert er nunmehr seine Lehre auch auf die ideale Welt der mathematischen und logischen Gegenstände, sodaß wir berechtigt sind, bei ihm von einem wahrhaften Willen zur Gestaltung eines im Letzten auf Einheit und Systematik hingerichteten Weltbildes zu sprechen, trotz der kritischen negativen Umhüllung, in der sein Gedankengut verborgen ist.[237]“

Mir scheint, als wäre dies zumindest nicht Study's Absicht gewesen, hier ist eher der Wunsch Vater des Gedankens: Natürlich wendet er sich gegen den Psychologismus[238] und (wie bereits erwähnt) gegen den Intuitionismus, aber eher als in vorherigen Schriften noch nicht abgehandelte, jedoch dringend abzulehnende Geisteshaltung. Selbstverständlich erscheint der Realismus als „Happy End“, aber eben nur kurz, so, als wolle man eine bereits allseits bekannte Tatsache wiederholen.

---

[236]Man denke an seine zwei Meter Bücher, s. S. 153.

[237]Als einen Beleg für das sorgfältige Ringen gibt Wawer einen Entstehungszeitraum von vier Jahren (von 1926 bis 1930) an. Wie wir zuvor gesehen haben, schien es noch nicht einmal ein Jahr in Anspruch genommen zu haben.

[238]„*Die Mathematik* (und überhaupt *sonst alle Wissenschaft*) soll auf Psychologie gegründet werden“, s. [Poincaré 1906a] bzw. [Study 1929a], 1.Teil, S. 2.

Eher liest sich der größte Teil des ersten Abschnittes[239] als mathematisches Glaubensbekenntnis, indem er die (ihm am dringendsten erscheinenden) Fragen aufführt und zu beantworten versucht ([Study 1929a], 1.Teil, S.8/9): „Man hat zum Beispiel gefragt, was Zahlen verschiedener Art ‚sind' und was sie ‚sollen'. [...] Was ist Geometrie? Welches ist ihr Verhältnis zur Algebra und Analysis? Was ist z. B. die Bedeutung des sogenannten Imaginären in der Geometrie?" Die Antworten darauf gibt Study, indem er den Inhalt seines mathematischen Paradieses preisgibt – in Kenntnis der nachfolgenden Ereignisse erscheint dieser Abschnitt als ein mathematisches Testament, in dem er die tiefgründigsten Einsichten seines Forscherlebens der Nachwelt vermacht.

[239] Kapitel VII bis XIV:
„VIII Das Nichts und die Null. Die rationalen, negativen und *Gauss*'schen Zahlen
IX Die reellen irrationalen Zahlen und die gemeinen komplexen Zahlen
X Das natürliche Kontinuum und seine einfachsten Erweiterungen
XI Das Kontinuum einer komplexen Veränderlichen
XII Die natürlichen Zahlen als Wurzel und letzthin einziger Gegenstand der Mathematik
XIII Erläuterungen von Einzelheiten
XIV Die systematische Stellung der Elementargeometrie und der Nicht-Euklidischen Geometrie"

7.5 Emeritierung, Nachfolger und Nachrufe

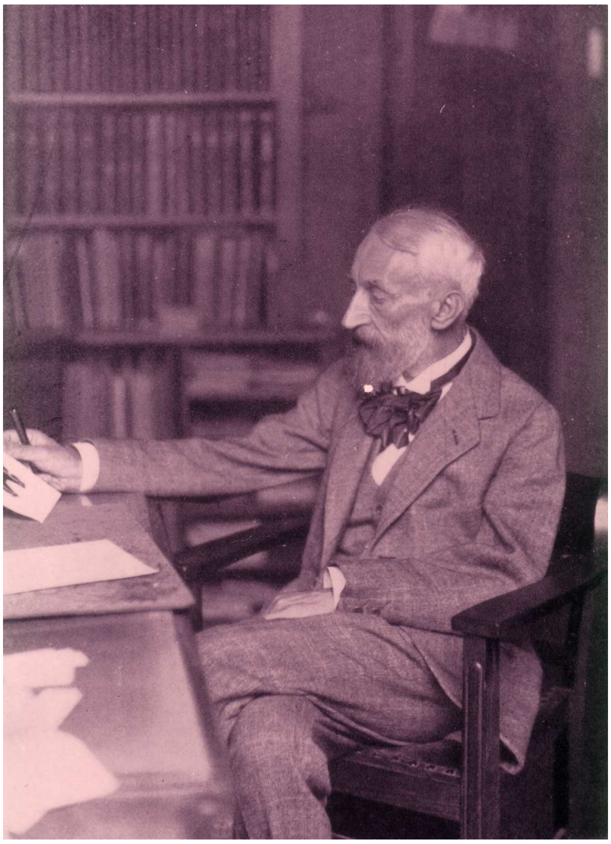

Abb. 11: Fotos von Study zur Anfertigung eines Ölgemäldes (1929)[240]

In welcher Stimmung sind solche Worte entstanden? Dazu muss man ein bisschen zurückblicken: Study wurde Ende des Sommersemesters 1927 ermeritiert und hatte am 29.07.1927 seine letzte Vorlesung gehalten (s. [Engel-Archiv], 31.07.1927/Bonn):

> „Mir ist das Lesen zuletzt immer schwerer geworden, ich bekam danach Kopfschmerzen – wiewohl es fast immer recht gut gelang – und Abends war ich so müde, dass ich um 9 Uhr zu Bett gehen musste.

[240]Das Portrait wurde schließlich nach dem linken Bild im Auftrag der Bonner Fakultät gemalt, um den zwei jahre zuvor emeritierten Professor zu ehren. Study blickt dabei nicht auf irgend eine besondere mathematische Fläche, sondern auf ein Bild von Schmetterlingen: Seit Ende des ersten Weltkrieges hatte sich Study wieder mehr und mehr der Biologie als seinem „Hobby“ zugewandt. Mit Dr. Felix Meyer (Saarbrücken) hatte er sich nach einem Artikel über frappierende Mimikryfälle bei Schmetterlingen (s. [Study 1919]) in einen heftigen Disput gestürzt, bei dem er – ganz im Sinne seiner „realistischen Weltansicht“ – dessen theistische Mutationstheorie verdammte (s. [Wimmers 1930], S. 317).

Morgen werde ich nun ein wenig verreisen. [...] Im Übrigen aber werde ich mich so bald nicht wieder um Mathematik kümmern, um endlich einmal etwas von meinen biologischen Überlegungen herauszubringen. Die machen mir gegenwärtig viel mehr Spass, und strengen mich nicht so an wie Mathematik. Vielleicht geht es mir auch einmal wieder besser.“

Hier wandte er sich also deutlich erst einmal von der Mathematik ab; vor allem nervte ihn wohl das universitäre Umfeld, was man bei dem Ringen um seinen Nachfolger beobachten kann (s. [Engel-Archiv], 26.06.1927/Bonn): „Die Kommision schien der Ansicht zu sein, dass ich nicht zu ihr gehörte, und hat mich gleich zu ihrer ersten Sitzung nicht eingeladen, wogegen ich ebenfalls protestieren musste. (Sie hatten einen guten Grund, mir aber war nichts davon mitgeteilt worden.) 4. Hat man mir mein Einkommen für das Semester um 600 MK verkürzt, wiewohl ich tatsächlich noch lese. Ich werde keinen Pfennig für eine Reise haben!“ Dennoch schien man Study Mitwirkung (vielleicht nur in beratender Funktion) zugestanden zu haben (s. [Engel-Archiv], 26.06.1927/Bonn):

„Ich will Dich nun befragen. Bitte mir also, etwa bis zum 4. oder 5. Juli, Deine Ansicht mitzuteilen über

Kowalewski, *Liebmann*, *Mohrmann*, *Tietze*

Das sind die einzigen, die übrig blieben, nachdem Blaschke und gar zu unbedeutende Geometer [...] ausgeschlossen wurden. Nichts schaden würde es, wenn Du Dich außerdem über *Blaschke* äussern würdest, mit Rücksicht auch auf seiner Herausgabe von Klein's Vorlesungen, deren Kritik (in der Berliner Akademie) ich Dir ja wohl geschickt haben werde.“

Doch zwei Wochen später hat sich die Aufzählung schon wieder ein bisschen verändert (s. [Engel-Archiv], 11.07.1927/Bonn)

„Unsere Liste wird (*vertraulich*!) wohl so lauten:

(1) Kowalewski

(2) Liebmann, Mohrmann, Toeplitz

Tietze haben wir abgesetzt. Für Toeplitz sind die Göttinger und Berliner eingetreten, ich glaube mit Recht, doch kann ich auf die verwickelten Einzelheiten nicht eingehen.“

Man erkennt deutlich Kowalewski als Study's Wunschkandidat (und zwar mit berechtigter Hoffnung, wie wir gleich sehen werden), doch scheint dazu sein Einfluss nicht gereicht zu haben (s. [Engel-Archiv], 22.09.1927/Bonn):

„Nun ist also Toeplitz zu meinem Nachfolger ernannt. Ich habe nichts gegen ihn, schätze ihn sogar, sonst hätte ich Widerspruch erhoben gegen seine Kandidatur. Ich habe das unterlassen, weil das Ministerium, d. h. die noch jetzt amtierenden Beamten dort, Kowalewski die Zusicherung gegeben hatten, ihn zu berufen, wenn er wieder auf eine Liste käme. Ich bin ganz ausser mir über deren Wortbruch und auch darüber, dass wieder einmal eine Professur für die Geometrie verloren ist. Jede anständige Versprechung ist schriftlich, sagte Althoff, und seiner würdig sind die kleinen Althoffe, die jetzt unsere Geschicke in Händen haben. Und Ko.[walewski] thut mir leid. Ich will zusehen, ob ich Toeplitz gegen die Göttinger veranlassen kann, ihn wenigstens dorthin zu bringen. Aber T.[oeplitz] hat noch nichts von sich hören lassen."

Im Weiteren gibt Study ein zusätzliches Beispiel für die Unverfrorenheit wie Beeinflussbarkeit des Ministeriums: „Wir könnten einen zweiten Assistenten haben, *wenn wir mit Axel Schur einverstanden wären* [...] Und wer steckt dahinter? Papa Schur, dem ich so etwas auch nicht zutraue, hat die Sache recht ‚gemänätscht'." Mit Toeplitz konnte sich Study schließlich abfinden, auch wenn es ihn weiterhin drückte, dass Kowalewski leer ausgegangen war (s. [Engel-Archiv], 28.10.1927/Bonn): „Gestern war nun Toeplitz hier. Ich habe ihn für Kowalewski bearbeitet, er ist auch ganz willig, zu thun was er kann, es ist aber schon zu sehen, dass aus der Sache nichts werden wird. [...] Toeplitz hat mir sehr gut gefallen. Ein ähnlicher Typ wie London, nach meinem Eindruck sehr ernsthaft und zuverlässig, aber sehr viel kenntnisreicher als London, dessen Mathematik abgesehen von der darstellenden Geometrie nicht ganz einwandfrei war." Nachdem dieses Thema abgeschlossen ist, kommt er nun endlich auf sein neues Projekt zu sprechen (s. [Engel-Archiv], 28.10.1927/Bonn):

„Ich sitze seit Anfang August an der neuen Ausgabe meiner Trigonometrie [er meint [Study 1893a] damit]. Den geometrischen Teil hat ein Schüler von mir, Dr. J. Meyer[241], bereits fertig gestellt, die elliptischen Funktionen berarbeite ich selbst. Es ist nun fast alles, was darüber in dem alten Buch stand, sehr viel besser dargestellt, jetzt aber stecke ich in den binären Formen 4. Ordnung, deren Zusammenhang mit den elliptischen Funktionen auch hinein soll, weil in keinem Lehrbuch die Sache leidlich gut gemacht ist. Auch da habe ich meine alten Untersuchungen gar sehr verbessert, komme aber nur sehr langsam vorwärts. Ich hoffe indessen, dass es mir gelingen wird, alles in eine definitive Form zu bringen, die nicht mehr verbessert werden kann. Das Buch wird auch eine ausführliche Kritik der

[241] Er hatte 1924 bei Study „Zur Theorie der *Hesse*schen Konfiguration und der zugehörigen Kollineationsgruppen" promoviert.

Weierstrass'schen Theorie enthalten, an der im Algebraischen denn doch sehr vieles auszusetzen ist. Hausdorff und Toeplitz, denen ich die Sache vorlas, sind mit mir einverstanden.[242]"

Hier findet sich ein ähnliches Bestreben wie bei der (darauf folgenden) Prolegomena ([Study 1929a]) nach Vollständigkeit, Abgeschlossenheit und Endgültigkeit. Vom Arbeiten aber hielt ihn sein Gesundheitszustand ab (s. [Engel-Archiv], Postkarte vom 21.05.1929/Bonn): „Das philosophische Buch [er meint [Study 1929a] damit] ist immer noch nicht fertig, und drückt mich sehr, auch habe ich seit der Comer Reise [die Reise an den Comer See Mitte April, s. [Engel-Archiv], 01.04.1929/Bonn] oft Magenschmerzen, erst in der letzten Woche ist es besser geworden." Schon in der Greifswalder Zeit hatte er es oft mit Sodbrennen zu tun (s. S. 105), unerträglich waren die Magenschmerzen bereits im Dezember 1907, sodass er im Frühjahr 1908 operiert werden musste (s. [Engel-Archiv], 30.07.1908/Bonn).

Abb. 12: Study's Bild in einem Zeitungsartikel zum 60ten Geburtstag[243] (1922)

Im Sommer 1929 wurde die Sache wieder akut (s. [Engel-Archiv], 15.08.1929/Falkenstein): „Ich bin den ganzen Sommer krank gewesen, hatte etwa dreimal

[242]Leider wurde das Buch nie (erneut) veröffentlicht; das Manuskript ist wohl zusammen mit seinen anderen Unterlagen nach der Einlagerung während des zweiten Weltkrieges verloren gegangen.

[243]Das Bild findet sich von Weiss in einen Sonderdruck seines Nachrufes (s. [Weiss 1930a] eingeklebt, denn es vermittelt wohl einen Eindruck vom Aussehen der kranken Study (obwohl es eigentlich sieben Jahre zu jung ist).

täglich Magenkrämpfe. Verdacht auf Krebs, was aber zum Glück nicht richtig war. Ich habe mich also ein bisschen aufschneiden und wieder zusammensetzen lassen. Hier [im Obertaunusheim in Falkenstein] bin ich nun zur Erholung und schon fast ganz gesund, nur noch recht nervös und schwach auf den Beinen." Ob man Study hier wirklich die Wahrheit gesagt hat, lässt sich bezweifeln. Den nächsten Brief diktiert er seiner Tochter Trude, da er zu krank ist, um selbst zu schreiben (s. [Engel-Archiv], 15.08.1929/Bonn): „Ich habe nämlich Nierensteine, was wie Du wohl weisst ungeheuer schmerzhaft ist. [...] denn ich bin wirklich sehr krank, nicht grade gefährlich, aber sehr schmerzhaft und aufregend." Ob das nur ein Deckmantel für die eigentliche Krankheit ist, lässt sich heute nicht mehr beweisen (scheint aber wahrscheinlich). Jedenfalls ist es drei Wochen später noch nicht besser geworden (s. [Engel-Archiv], letzter Brief an Engel vom 13.12.1929/Bonn; wieder der Tochter diktiert): „[...] ich bin wirklich sehr krank, vollkommen bettlägerig und leide schreckliche Schmerzen, kann nachts nicht schlafen. Ich will es [das Geschenk zu Engels Geburtstag am 26.12.] Dir später schicken, wenn ich wieder gesund bin. Ob ich zu Weihnachten wieder gesund sein werde, ist fraglich, da ich gar nicht schlafen kann." Study kann also von der Schwere seiner Erkrankung wohl nichts gewusst haben. „Seine Leiden waren derart, dass selbst seine nächsten Angehörigen ihm die Erlösung wünschen mussten" (Gedenkworte von Engel, s. [Engel-Archiv]) Sein gesundes Herz bewirkte, dass er erst am 3. Januar 1930 „nach längerem schweren Leiden" (Todesanzeige, s. [Engel-Archiv]) dem Magenkrebs erlag (s. [Weiss 1930a], S. 53). Am 9. Januar fand die Einäscherung in Mainz[244] statt, Engel und Hausdorff hielten jeweils Grabreden (s. Gendenkworte Engels, [Engel-Archiv] bzw. [Hausdorff 1930]). Danach wurde die Urne nach Bonn überführt und auf dem Poppelsdorfer Friedhof beigesetzt[245].

[244]Bonn hatte damals noch kein eigenes Krematorium.

[245]Das Grab existiert noch heute: Es war ursprünglich zu finden unter Grab Nr. 119 Abt. III und rangiert heute als Grab Nr. 16 Abt. XXXVI.

Abb. 13: Grabmal Eduard Study's (1962[246])

Bald darauf fanden Gedenkfeiern statt, und zwar im Bonner mathematischen Seminar (s. Brief von Hausdorff an Engel vom 07.01.1930, [Engel-Archiv]) veranstaltet von Toeplitz und Hausdorff, am 30.04.1930 in der 265. Sitzung der Berliner Mathematischen Gesellschaft, deren Mitglied Study seit der Greifswalder Zeit war und bei der Weiss seinen Nachruf vortrug (s. [Weiss 1930a]), sowie in Paris am Institut Poincaré, an dem Cartan[247] Study's Wirken am Ende seines Nekrologes treffend zusammenfasste: „Wer *Studys* Bedeutung für die Geometrie würdigen will, muß nicht nur an die von *Study* selbst veröffentlichten Arbeiten denken – auch an die Arbeiten, die seinetwegen *nicht* veröffentlicht wurden.“ (s. [Weiss 1933], S. 108[248]).

[246]Die Bonner Fakultät legte anlässlich Study's hundertstem Geburtstag einen Kranz nieder.

[247]Study kannte ihn wohl von dessen Übersetzung seines Enzyklopädieartikels (s. S. 97) und hatte ihn noch im Frühjahr 1929 in Paris besucht (s. [Engel-Archiv], 01.04.1929/Bonn): „Cartan habe ich gesehen, er hat mich zweimal eingeladen. Er gefällt mir sehr gut.“

[248]Weiss weilte in Paris, als Study starb (s. Brief von Hausdorff an Engel vom 07.01.1930, [Engel-Archiv]). Inwieweit er an der dortigen Gedenkfeier beteiligt war, ist nicht bekannt.

Engel veröffentlichte ein Jahr später eine ausführlichen Nachruf in den Jahresberichten der DMV (s. [Engel 1930]), in denen Weiss zwei Jahre darauf eine umfangreiches Werksverzeichnis publizierte (s. [Weiss 1933]). Wiederum drei Jahre später setzte er alles daran, durch umfangreiche Ahnenforschung Study's arische Abstammung nachzuweisen (s. [Weiss 1936]).

Lässt man den letztgenannten Artikel außen vor, so ergibt sich eine offensichtlich in der Beziehung zu Study begründete Arbeitsteilung: Auf Grund der 44-jährigen Freundschaft mit Engel war dessen Schrift ([Engel 1930]; die Gedenkrede enthält im Wesentlichen Teile daraus) jahrzehntelang die Standardquelle, wenn es um die Study'sche Biographie ging; Weiss als sein Lieblingsschüler beschreibt in [Weiss 1930a] und [Weiss 1930b] sowie in den Kommentaren in [Weiss 1933] die mathematisch-fachlichen Leistungen und Hausdorff widmet sich als sein kollegialer Diskussionspartner der letzten Jahrzehnte in [Hausdorff 1930] in pathetischer Weise einer philosophisch-charakterlichen Darstellung des Study'schen Wesens:

> „Der wissenschaftliche Realist [...] hat gelernt, seinem Ich im Weltganzen einen bescheidenen Platz einzuräumen. [...] *Die Erkenntnis um ihrer selbst willen* ist es, die ihn bewegt! [249] [...] Er war ganz auf das Objektive gerichtet, nur die Liebe zur Sache zwang ihn zum Kampf mit Personen. [...] Hier [in der Mathematik] aber verwandelte sich sein Wahrheitstrieb in eine höhere Form, in den Trieb nach *Zusammenhang* und *System*. [...] Hier ist die Stelle, wo das Ideal der *Wahrheit* und das der *Schönheit* ihre Wege vereinigen: beiden Göttinnen hat er unverwelkliche Kränze gewunden. Und noch ein anderes forderte sein Wahrheitsgewissen von ihm: das *Zu-Ende-Denken*, die restlose Aufklärung und vollständige Lösung jedes Problems, das er sich stellte. Nicht nur der allgemeine Fall, sondern auch die Ausnahmefälle und die Ausnahmen der Ausnahmen werden berücksichtigt und klassifiziert, [...]. Die Fülle seine Gedanken war *unerschöpflich*, aber er wollte erschöpfend gestalten.
>
> [...] ‚Trachte ich denn nach Glück? Ich trachte nach meinem Werke!‘sprach Zarathustra. Unser Freund hat nach seinem Werke getrachtet und dafür Zeugnisse abgelegt, die bleiben und dauern und weiter wachsen werden, er hat die Ekstasen des schaffenden Genius gekostet, er hat Persönlichkeit, das höchste Gut der Erdenkinder, sein eigen nennen dürfen. “

Wie das Study'sche Werk von folgenden Generationen bearbeitet und beurteilt worden sein wird, werden wir im nächsten Kapitel sehen.

[249] Hier ließ Hausdorff Study selbst zu Wort kommen, s. [Study 1914a], S. 13

8 Epilog: Nachgeschichte, Vergleiche und Konsequenzen

8.1 Severi vs. van der Waerden: Ringen um die mathematische Lösung der Chasles'schen Vermutung

Nach dem recht künstlichen Waffenstillstand zur Beendigung der Debatte zwischen Zeuthen und Study wagte sich nach 1893 fast keiner mehr auf dieses „verminte Gebiet“: Chasles und Halphen waren bereits tot, de Jonquières lebte zwar noch bis 1901, zeigte aber kein Interesse mehr an der Thematik. Auch Study kam nie wieder auf dieses Problem zurück – er hatte die Nase voll und wollte wohl seiner Karriere nicht noch mehr schaden.

Es wäre dringend Zeit für einen Paradigmenwechsel gewesen, aber dieser fand erst einmal nicht statt: Der Einzige, der sich weiterhin mit abzählender Geometrie beschäftigte (allerdings nicht mit der Chasles'schen Vermutung), war Zeuthen. Meist kommentierte er jedoch eher, als dass er etwas völlig Neues entwickelte (s. [Zeuthen 1905], S. 303, Fußnote 204):

> „Letzterer [Study] giebt in ersterer Abhandlung [seiner Habilitationsschrift] den Systemen eine solche algebraische Definition, die die schon damals von *Halphen* gefundenen Ausnahmefälle wirklich ausschliesst.“

Hier sieht man nun, dass Zeuthen den Study'schen Begriff des vollständigen Kegelschnitts nicht wirklich verstanden hat: Wie wir später noch sehen werden, beinhaltet dieser die Halphen'sche Ausartung, aber sie spielt darin keine besondere Rolle mehr.

In dem 1914 von Zeuthen veröffentlichten „Lehrbuch der abzählenden Geometrie“ (s. [Zeuthen 1914]) kommt Study überhaupt nicht mehr vor – ist dies nun das Ende des vollständigen Kegelschnitts?

Gedenken wir dazu kurz seiner Ursprünge: Inspiriert wurde Study durch zwei kurz zuvor veröffentlichte Artikel von Veronese und Segre (s. S. 57). Findet man zu dieser Zeit in Deutschland außer Study eigentlich keinen waschechten Geometer, so erlebte gleichzeitig in Italien die Geometrie einen enormen Aufschwung. So kam es beispielsweise, dass ein junger Student der Ingenieurswissenschaften an der Universität Turin, der mittels baldiger Berufsausübung aus seinen verarmten Verhältnissen entfliehen wollte, von der Geometrie Corrado Segre's so fasziniert war, dass er schon 1900 (mit 21 Jahren) seine Doktorarbeit über abzählende Geometrie anfertigte: Francesco Severi arbeitete weiter auf diesem Gebiet und beschäftigte sich seit 1911 auch mit der Chasles'schen Vermutung, ein Problem, dass nach Roth genau in seinen Forschungsplan passte[250]. Quasi

[250]„Severi's scientific work presents several features which, when taken together, must make

als Fazit äußerte er 1916 in einem zusammenfassenden Artikel (s. [Severi 1916], S. 1152)[251] :

> „Non v'ha certamente alcun dubbio sulla legittimità di questo punto di vista [di Study]; ma tanto meno posson esservi dubbi sull fatto che il teorema di Halphen risponda ad una questione effettiva, non creata ad arte, [...][252]"

Auch wenn er vor dieser Bemerkung große Teile der Study'schen Beweisführung übernimmt, so bekommt man hier doch den Eindruck, dass er Halphen's Ergebnissen mehr vertraut. Leider sind seine Schlussfolgerungen auch nicht gerade von logischer Strenge geprägt. Später in seinem Lehrbuch „Grundlagen der abzählenden Geometrie" verweist er auf den „vollständigen Kegelschnitt nach Study" (s. [Severi 1948], S. 80) und widmet der zugehörigen Mannigfaltigkeit ein ganzes Kapitel. Der Beweisgang ähnelt wieder dem Study'schen, doch es wird dabei auf einen ganz anderen Mathematiker verwiesen (s. [Severi 1948], Fußnote S. 99; ebenso schon in [Severi 1940], S. 156):

> „In [11] des Jahres 1916 [der obige Artikel] habe ich die Grenzen der Gültigkeit für die Chasles'sche Formel $\alpha\mu + \beta\nu$ in bezug auf die vollständigen Kegelschnitte lückenlos und genau umschrieben, indem ich ein Ergebnis von *Halphen* verschärfte, wonach diese Formel bei solchen Bedingungen, die von ausgearteten Kegelschnitten dritter Gattung erfüllt werden, ihre Gültigkeit verliert. Vgl. auch die Arbeit von *van der Waerden*, Zur algebraischen Geometrie XV, Lösung des Charakteristikenproblems für Kegelschnitte, Mathematische Annalen 115 (1938), S. 645 - 655, wo jedoch auf [11] nicht hingewiesen und auch auf die Notwendigkeit, dass Gültigkeitsgebiet der Formel abzugrenzen, nicht aufmerksam gemacht wird."

---

his career a variety. To begin with, there is the uniformly high level of his very considerable scientific production: as a rule Severi attacks only important questions of general character and usually of great difficulty [...]. In the second place, one cannot fail to observe an essential unity of outlook." – „Severi's wissenschaftliche Arbeit zeigt verschiedene Eigenheiten, die zusammengenommen seine Karriere zu einer Seltenheit machen. Als erstes ist da das gleichbleibend hohe Niveau seiner sehr beachtlichen wissenschaftlichen Produktion: In der Regel geht Severi nur wichtige Fragen allgemeinen Charakters und gewöhnlich von großer Schwierigkeit an. [...] Zweitens kann man nicht umhin, eine grundsätzliche Einheit der Auffassung festzustellen."(s. [Roth 1963], S. 290)

[251] Inwieweit dieser Aufsatz wirklich zu dieser Zeit oder früher entstanden ist, lässt sich nicht mehr genau nachvollziehen, denn Severi diente während des ersten Weltkrieges in der Artillerie.

[252] „Und dies ist der Gesichtspunkt, den man in der Arbeit von Study über die Theorie der Charakteristiken findet. Wir haben sicherlich keinen Zweifel über die Legitimität dieses Gesichtspunktes [von Study]; aber viel weniger können wir zweifeln an der Tatsache, dass das Theorem von Halphen eine effektivere Frage beantwortet, die auch nicht künstlich geschaffen wurde, [...]"

Wer war denn dieser Kollege, der sich da um die Vorgeschichte des Problem nicht gekümmert hatte? Van der Waerden hatte im Laufe seiner Ausbildung quasi alles mitbekommen, was zur Behandlung des Problems irgendwie nützlich hätte sein können: Bei seinem Studium an der Universität Groningen lernte er Topologie von Mannoury, klassische Algebra von de Vries und brachte sich Galois- und Invariantentheorie selbst bei, indem er Heinrich Weber's „Algebra“ und Felix Klein's Studium über das Ikosaeder durcharbeitete. So erstaunt es kaum, dass er 1924 für ein Jahr nach Göttingen ging, wo er vor allem von Emmy Noether stark beeinflusst wurde und sich gleichzeitig sein zentraler Forschungsgegenstand herausbildete (s. [van der Waerden 1975], S. 32):

> „[...] invariants was a mighty tool in algebraic geometry. According to Felix Klein's ‚Erlanger Programm‘ , every branch of geometry is concerned with those properties of geometrical objects that are invariant under a certain group. However, when I studied the fundamental papers of Max Noether, the ‚Father of Algebraic Geometry‘ and the father of Emmy Noether, and the work of the Italian geometers, notably of Severi, I soon discovered that the real difficulties of algebraic geometry cannot be overcome by calculating invariants and covariants.[253]“

Im Jahre 1925 schrieb von der Waerden seine Dissertation während seiner Militärzeit am Marinestützpunkt in Den Helder. Veröffentlicht in [van der Waerden 1927], [van der Waerden 1930] und [van der Waerden 1933] löste er damit, wie schon zuvor (s. S. 55) beschrieben, Hilbert's 15. Problem (die Neubegründung der abzählenden Geometrie). Nach Aufenthalten in Hamburg und Göttingen ging er 1931 nach Leipzig, also an die Universität, an der knapp ein halbes Jahrhundert zuvor Study sich mit seinem „vollständigen Kegelschnitt“ habilitiert hatte. Dort arbeitete er mit Hilfe der Stringenz seiner „modernen Algebra“ die italienische algebraische Geometrie auf[254] (also auch die Arbeiten von Veronese, Segre und vor allem Severi), was ab 1933 zu seiner 20-teiligen Artikelserie in den Mathematischen Annalen führte (s. [van der Waerden 1935], S. 134 sowie 136/137):

> „Das Ziel der Serie meiner Abhandlungen ‚Zur algebraischen Geometrie‘

[253]„[...] Invarianten waren ein bedeutendes Werkzeug in der algebraischen Geometrie. Gemäß Felix Klein's ‚Erlanger Programm‘ beschäftigt sich jeder Zweig der Geometrie mit denjenigen Eigenschaften geometrischer Objekte, die unter einer bestimmten Gruppe invariant sind. Wie auch immer, als ich die grundlegenden Artikel von Max Noether studierte, dem ‚Vater der algebaischen Geometrie‘ und der Vater von Emmy Noether und die Arbeiten der italienischen Geometer, insbesondere von Severi, entdeckte ich bald, dass die wirklichen Schwierigkeiten der algebraischen Geometrie nicht überwunden werden können, indem man Invarianten und Kovarianten berechnet.“

[254]Es falsifizierte also im Sinne von Lakatos (s. [Lakatos 1979]) die vorhandene Auffassung, indem er einen besseren, alternativen Forschungsansatz entwickelte.

(ZAG) ist nicht nur, neue Sätze aufzustellen, sondern auch, die weitreichenden Methoden und Begriffsbildungen der italienischen geometrischen Schule in exakter algebraischer Begründung dem Leserkreis der mathematischen Annalen näherzubringen. Wenn ich dabei er vielleicht einiges, was schon mehr oder weniger einwandfrei bewiesen vorliegt, hier wieder beweise, so hat das einen doppelten Grund. Erstens setzen die italienischen Geometer in ihren Beweisen meistens eine ganze Begriffswelt, eine Art geometrischen Denkens voraus, mit der z. B. der Deutsche von heute nicht von vornherein vertraut ist. Zweitens aber ist es mir unmöglich, bei jedem einzelnen Satz alle in der Literatur vorhandenen Beweise dahin nachzuprüfen, ob sich ein völlig einwandfreier darunter befindet, sondern ich ziehe es vor, die Sätze in meiner eigenen Art zu formulieren und zu beweisen. Wenn ich also hin und wieder einmal auf Unzulänglichkeiten in den verbreitetsten Darstellungen hinweisen werde, soll erhebe ich damit keineswegs den Anspruch, der erste zu sein, der die Sache nun wirklich exakt darstellt.

[...] Es wird eine Formel bewiesen, die ich schon in meiner Dissertation (Amsterdam 1926) aufgestellt habe, [...]. Diese Formel gestattet es, das ‚Charakteristikenproblem' für die Kurven und Hypermannigfaltigkeiten von $\mathcal{N}$ auf das entsprechende Problem für $\mathcal{M}$ zurückzuführen.

[...] Auch das berühmte Charakteristikenproblem für Kegelschnitte [...] kann man nach Studys Vorbild in dieser Weise behandeln: ich hoffe darauf später zurückzukommen."

Das geschah in der Tat drei Jahre später: Der 15. Teil seiner Artikelserie beschäftigt sich ausschließlich mit der „Lösung des Charakteristikenproblems der Kegelschnitte". Nicht nur der Titel, auch die Strukturierung[255] und vor allem der Inhalt liest sich wie eine Neufassung der Study'schen Habilitationsschrift: So findet man gleich zu Beginn (s. [van der Waerden 1938b], S. 645):

„Chasles hat empirisch gefunden, dass die ‚Anzahl' der Kegelschnitte einer festen Ebene, in welchem sich ein System von ∞^1 und ein System von ∞^4 Kegelschnitten durchdringen, durch einen Ausdruck von der Form

$$\alpha\mu + \beta\nu \tag{1}$$

angegeben wird, wobei a, b Zahlen sind, die nur von dem System ∞^4, und μ, ν Zahlen, die nur von dem System ∞^1 abhängen. Genauer sind μ, ν die ‚Anzahlen' der Kegelschnitte des Systems μ, ν, welche

[255] §1 Die Mannigfaltigkeit $\mathcal{M}_5$ der vollständigen Kegelschnitte, §2 Die Chaslessche Charakteristikenformel, §3 Die Cremonasche Charakteristikenformel.

irgendeinen gegebenen Punkt enthalten bzw. irgendeine gegebene Gerade berühren.

Die Formel (1) wird sebstverständlich, aber auch ziemlich nutzlos, wenn man unter einem Kegelschnitt nur ein Punktgebilde: eine Kurve 2. Ordnung versteht [denn dann ergibt sich die Bézout'sche Formel] [...] Die Formel (1) erhält dagegen ihren vollen Sinn, wenn man nach Study [Die hier folgende Fußnote gibt [Study 1886b] als Quelle an.] den Begriff des *vollständigen Kegelschnitts* einführt."

Diesen definierte van der Waerden wie Study, nur verwendete er natürlich seine mathematischen Begriffe: Er betrachtete eine allgemeine Kurve zweiter Ordnung $\sum a_{ik}x_ix_k = 0$ sowie die zugehörige Kurve 2. Klasse (ihr Tangentengebilde), wobei die Matrizen (a_{ik}) und (α_{ik}) zueinander invers sind. Wie er im Folgenden zeigt, definieren die $2 \cdot 6$ Koordinaten (a_{ik}) und (α_{ik}) einen Punkt A aus dem zweifach projektiven Raum $S_{5,5}$, der zugleich der *allgemeine Punkt* einer irreduziblen rationalen Mannigfaltigkeit $\mathcal{M}_5 \subseteq S_{5,5}$ ist, der Mannigfaltigkeit der vollständigen Kegelschnitte. Hatte auch Study diese Mannigfaltigkeit über das Kurvenpaar erklärt, so stand ihm natürlich nicht das Werkzeug des (erzeugenden) „allgemeinen Punktes" zur Verfügung, das van der Waerden im sechsten Teil seiner Artikelserie (s. [van der Waerden 1935]) entwickelt und in seinem Lehrbuch zur algebraischen Geometrie (s. [van der Waerden 1939]) etabliert hatte. Bei beiden findet sich dann die gleiche Strukturierung von $\mathcal{M}_5$ mittels der Ausartungen:

„1. Eine *nicht ausgeartete* Kurve 2. Ordnung mit ihrem Tangentengebilde.
2. *δ-Ausartung.* Ein Geradenpaar und ein doppelt gezähltes Strahlenbüschel, dessen Scheitel beiden Geraden angehört.
3. *η-Ausartung.* Eine doppelt gezählte Gerade und zwei Strahlenbüschel, deren Zentren auf der Geraden liegen."

Den beiden Ausartungen gemeinsam ist die Halphen'sche: eine doppelt gezählte Gerade mit einem doppelt gezählten Strahlenbüschel. Insofern ist sie also sinnigerweise die Halphen'sche in der Study'schen Auffassung enthalten (und nicht etwa umgekehrt), zudem spielt sie nicht die Sonderrolle, die ihr sonst zugewiesen wurde. Wirkliche Schwierigkeiten hingegen macht der Typ der η-Ausartung (zu der man auch die Halphen'sche zählen könnte), da die Zentren der Strahlenbüschel auf der Geraden frei verschiebbar sind, d. h. man hat ∞^2 Möglichkeiten für ihre Lage. Somit erzeugen diese Kegelschnitte eine vierdimensionale Untermannigfaltigkeit $H_4 \subseteq \mathcal{M}_5$. Bildet man nun $\mathcal{M}_5$ auf den einfach projektiven Raum S_5 ab, so landet H_4 auf F_2, der eben nur *zwei*dimensionalen Veronese'schen Fläche. Eine eindeutige inverse Abbildung ist somit nicht möglich:

$$
\begin{array}{ccc}
A & \in & S_{5,5} \\
 & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\subseteq$} \\
H_4 & \subseteq & \mathcal{M}_5 = (A) \\
\downarrow\not\uparrow & & \downarrow\not\uparrow \\
F_2 & \subseteq & S_5
\end{array}
$$

Dies hat weitreichende Konsequenzen für den Beweis der Chasles'schen Formel. Dies hatte bereits Study erkannt, aber erst van der Waerden konnte dies in den Griff bekommen. Normalerweise (d. h. in Fällen ohne oder mit δ-Ausartung) lassen sich die Anzahlen durch die in beide Richtungen eindeutige Abbildung schon durch die Bézout'sche Formel bestimmen, erst die durch die η-Ausartung verursachte Untermannigfaltigkeit $\mathcal{M}_5$ verursacht den zweiten Summanden der Chasles'schen Formel. Mit der in [van der Waerden 1935] entwickelten Formel für Schnittmultiplizitäten erfasst van der Waerden alle Fälle auf einen Schlag und leitet daraus in wenigen Schritten die Chasles'sche Formel her.

Gleich im Anschluss findet man eine zweite Herleitung mit einem noch stärkeren Werkzeug, der Theorie der linearen Scharen. Erst damit und mit der von Schaake 1922 in seiner Dissertation entwickelten Methode der ausgearteten Kollineationen (weiterentwickelt in [van der Waerden 1938b]) gelingt van der Waerden auch der Beweis der Cremona'schen Charakteristikenformel.

Auf dieses Problem scheint er ebenfalls durch Study aufmerksam geworden zu sein: In einer Fußnote auf S. 646 in [van der Waerden 1939] gibt er an, für die Namensgebung keine Erklärungen in Cremona's Werken gefunden zu haben und verweist somit auf Studys Habilitationsschrift. Allerdings findet sich Cremona's Formel unmittelbar nach der Chasles'schen in [Cremona 1864b]. Wie bereits angedeutet, schien van der Waerden's Studium der historischen Quellen nicht allzu umfangreich gewesen zu sein, denn auch sonst sagte er sich vom Ballast seiner Altvorderen los (s. [van der Waerden 1938b], Fußnote 3/S. 646):

> „Auf die scharfe Polemik zwischen Study und Zeuthen, die sich an die hier geschilderte Studysche Auffassung geknüpft hat, brauchen wir hier nicht einzugehen, da sie weniger die Sache selbst betraf als die Frage nach dem Werte anderer Untersuchungen von Halphen und die Ehre seines Andenkens. Wir stellen uns hier einfach auf den – mathematisch jedenfalls einwandfreien – Studyschen Standpunkt.
>
> Study hat für die Formel (1) $[\alpha\mu+\beta\nu]$ einen Beweis gegeben, der nur in Hinblick auf das Fehlen eines exakten Multiplizitätsbegriffs einer Ergänzung bedarf."

Damit lässt sich zusammenfassen: Van der Waerden wandelte auf ähnlichen Pfaden wie Study, indem er erst das Prinzip der Erhaltung der Anzahl, dann die Chasles'sche und darauf die Cremona'sche Charakteristikenformel in Angriff nahm. Ebenso orientierte er sich an den aktuellen Erkenntnissen der italienischen Geometer und versuchte diese, mit Hilfe seiner bevorzugten Werkzeuge zu exaktifizieren. Er hütete sich aber – im Gegensatz zu Study – vor Ansprüchen an die Fortsetzung historischer Traditionen und geht so jeglichen emotionsbeladenen Prioritätsstreitigkeiten aus dem Weg.[256] Er zieht nur insofern einen Vorteil daraus, dass er für seinen neu entwickelten Multiplizitätsbegriff kaum besser Werbung machen konnte, als es auf eine berühmte Streitfrage anzuwenden. Mathematisch erkannte er die Invariantentheorie als unbrauchbar und entwickelte so die machtvollen Mittel der modernen algebraischen Topologie.

Insgesamt kann man Study also den (mathematikhistorischen) Fehler vorwerfen, den Anspruch auf die im Sinne von Chasles einzig zutreffende Interpretation dessen Vermutung erhoben zu haben. Mathematisch ist ihm seine Vernarrtheit in die Invariantentheorie wohl (mangels damaliger Alternativen) wohl kaum anzukreiden, zumal er dadurch weiter gekommen ist als fast jeder nach ihm. Allein van der Waerden gelang es, das Tor aufzustoßen, das Study schon einen Spalt breit geöffnet hat; denn mit seinem „vollständigen Kegelschnitt“ hatte er den entscheidenden Fuß in der Tür.

8.2 Hilbert vs. Study: Gemeinsamkeiten und Gegensätze

Wie schon zuvor geschildert (s. S. 61), waren diese beiden Mathematiker nicht nur Altersgenossen, sondern auch zusammen im Frühjahr 1886 von Klein nach Paris geschickt worden. Auch danach ist uns Hilbert immer wieder begegnet, zuletzt bei der Diskussion der Grundlagenkrise, wo die unterschiedlichen Standpunkte bereits dargestellt wurden (s. S. 155). So verschieden der Werdegang der beiden war, so sehr fallem einem gleichzeitig in manchen Punkten Parallelen auf, die es wert sind, genauer betrachtet zu werden, da sie zu unterschiedlichen Ergebnissen führten. Nach einer solchen Analyse könnte rückblickend auch die eine oder andere Facette des Study'schen Lebenslaufes in einem neuen Licht erscheinen.

Dazu ist es sinnvoll, sich den Werdegang Hilbert's nach dem Parisaufenthalt genauer anzusehen[257]: Auf seiner langen Heimreise nach Königsberg (wo er nicht nur aufgewachsen war und studiert hatte, sondern auch bis 1895 an der Universität tätig war) machte er zuerst in Göttingen Station, wo ihm H. A. Schwarz von Berlin vorschwärmte. Mit Schwarz' Hilfe wurde er darauf dort auch von Kronecker im Sommer 1886 mit offenen Armen empfangen, eine Einstellung, die sich auch bei Hilbert's zweitem Besuch im Frühjahr 1888 zeigte, als Kronecker ihm in zwei langen Sitzungen seine Sichtweise der Mathematik darlegte. Für diese Einführung sprach er ihm auch in der folgenden Veröffentlichung seinen Dank aus (s. [Hilbert 1888a]).

[256]Allerdings war inzwischen auch keiner mehr der Protagonisten vorhanden, dessen Eitelkeit hätte gekränkt werden können: Umso beeindruckender ist es, dass er dennoch jegliche historische Diskussion vermeidet.

[257]Für die Details sei auf [Rowe 2005] verwiesen.

Hilbert ging anschließend weiter nach Leipzig, wo er nun endlich die Gelegenheit hatte, auf Gordan zu treffen. Schon zwei Jahre zuvor hatte ihm Klein dies vorgeschlagen, hatte doch auch dieser selbst Ende der 1870er Jahre von Gordan wertvollen Anregungen erfahren. Mit Hilbert und Gordan trafen zwei Charaktäre zusammen, die nichts mehr liebten, als sich über Mathematik zu unterhalten[258], sodass sie sich trotz ihrer unterschiedlichen Auffassungen gut verstanden (s. [Rowe 2005], S. 76 bzw. [Weyl 1935], S. 203). Einer *der* Gesprächsgegenstände war der Beweis von Gordan's Endlichkeitssatz, den Franz Mertens kürzlich veröffentlicht hatte (s. [Mertens 1887]). Dessen nicht-konstruktiven Ansatz weiter ausarbeitend und verbessernd, geriet Hilbert in einen wahren Strudel an Kreatvität (s. [Hilbert 1888a], [Hilbert 1888b], [Hilbert 1888c], [Hilbert 1889a] und [Hilbert 1889b]), durch den er nicht nur zu seinem berühmten Basissatz gelangte, sondern auch eine neue Sichtweise in der Invariantentheorie erarbeitete, die er in [Hilbert 1890] zusammenfasste. Die Aufnahme dieses Artikels in die Mathematische Annalen wollte Gordan verhindern, der in seinem Referat dessen (von Kronecker inspirierte) formal-logische Art[259] als zu unverständlich ablehnte. Über Hurwitz hatte Hilbert von diesen Gordan'schen Briefen an Klein erfahren, lehnte es aber darauf in einem Brief an Klein strikt ab, auch nur eine Zeile seines Artikels zu ändern. Klein stand in diesem Moment also zwischem dem sturen Privatdozenten auf der einen und dem weltweit anerkannten Experten für Invariantentheorie (und einem seiner engsten Freunde) auf der anderen Seite. Doch Klein entschied sich für ersteren, da er die immense Bedeutung der Hilbert'schen Ideen für die Invariantentheorie erkannt hatte.

Die Parallelen zum kurze Zeit später kulminierenden Streit Study's mit Zeuthen sind ebenso verblüffend wie der Ausgang unterschiedlich ist: Beide arbeiteten auf von wahren Koryphäen (Halphen bzw. Gordan) nahezu abgeschlossenen Gebieten, erhielten ihre entscheidenden Anregungen von revlativ unbedeutenden Artikeln (von Veronese/Segre bzw. Mertens) und (wenn man eher formalere Punkte betrachtet) beide profitierten stark von den Kontakten mit Gordan, ließen allerdings auch ihre Themen kurz danach fallen (Study nach dem Streit, Hilbert wandte sich ab 1893 der Zahlentheorie zu). Genauso ins Auge fallen aber auch entscheidende Unterschiede: Hilbert verfolgte eine Art selbst gesuchtes Forschungsprogramm, während Study von Klein ein Thema erhalten hatte, das nie „sein Ding" geworden war. Dies lässt sich schon daran erkennen, dass Hilbert von 1888 bis 1890 auf seinem Themengebiet viel Neues erarbeitet hatte, während Study sich nach 1886 mit vielen verschiedenen Themen beschäftigt hatte, nur eben nicht mehr, wie kurz zuvor erwähnt, mit dem seiner Habilitation. Die Ausgangsbasis für eine Auseinandersetzung liegt hier also völlig verschieden.

[258]Für diese mündliche Kultur und deren Weiterentwicklung Hilbert's in Göttingen sei auf [Rowe 2004] verwiesen. Ganz im Gegensatz dazu kämpfte Study meist mit Tinte und Papier.

[259]Hier lässt sich seine spätere Rolle im Grundlagenstreit schon vorausahnen.

Auch bei charakterlich-sozialen Zügen lassen sich die Unterschiede weiterspinnen: Study als einzelgängerischen Coburger blieb nie lange an einem Ort, während Hilbert, in Königsberg und seiner Universität tief verwurzelt, sich mit Hurwitz und Minkowski als erfolgreiches Trio etablierte. Auch hatte Hilbert zu Gordan natürlich einen viel besseren Kontakt als es Study zu Zeuthen je herzustellen ermöglicht wurde. Während Hilbert für Klein eine Zugangsmöglichkeit zur Berliner Schule eröffnete, gelang Study ebensolches nicht für Straßburg (s. S. 51).

Damit kommen wir zum Dreh- und Angelpunkt in diesem Vergleich, nämlich Felix Klein. Wieso hatte sich dieser, der sich noch kurz zuvor auf die Seite des Privatdozenten Hilbert geschlagen und seinen befreundeten Fachkollegen Gordan vor den Kopf gestoßen hatte, nicht dann auch für Study eingesetzt? Da er bei Hilbert eindeutig die mathematisch-fachlichen den sozial-gesellschaftlichen Argumenten vorgezogen hatte und Study's fachlicher Beitrag – wie im vorigen Kapitel (rückblickend) dargestellt – als äußerst wertvoll einzuschätzen ist, drängt sich der Schluss auf, dass dies Klein damals nicht erkannt hat. Dies ist insofern verständlich, als dass sein Forschungsschwerpunkt inzwischen auf anderen Gebieten lag und schließlich auch die beiden hinzugerufenen Fachgutachter (Gordan und Noether) die Tragweite des Study'schen Beitrages nicht richtig ermessen konnten[260].

Zurück bleibt demanch das flaue Gefühl, dass Klein Study nicht mit der gleichen ungezwungen-objektiven Art wie Hilbert gegenübertreten konnte, da bis zur Habilitation Study's bereits ein ambivalentes Verhältnis entstanden war – nicht zuletzt wegen der schon so früh gefestigten wie festgefahrenen, mathematischen wie charakterlichen Wesensart Study's.

[260]Oder sollte Klein etwa nach seinen Erfahrungen bei Hilbert als „Präzedenzfall“ sich bei der nächsten Gelegenheit anders zu verhalten gewollt haben – vielleicht auch Gordan? Das geht sehr in das Reich der Spekulationen, ist aber als Möglichkeit nicht völlig auszuschließen.

8.3 Polemik vs. Programmatik: Zum Verständnis E. Study's

Abb. 14: Study im eigenen Garten[261] (1913)

Bearbeitete Hilbert nacheinander seine mathematische Interessensgebiete und schuf wie ein Züchter neue Sorten von Mathematik, so ähnelte Study mit seiner methodischen, nicht an ein festes Themengebiet gebundenen Arbeitsweise eher dem umsichtigen Gärtner, dessen Stärke im Unkraut jäten liegt: Will man es dauerhaft beseitigen, so muss man es tief an der Wurzel packen, eine Maxime, der Study zeitlebens bis ins letzte Detail gefolgt ist. Ebenso, wie ein Gärtner dabei nicht das Ausrupfen der Pflanzen an sich schätzt oder sein Gift gegen nicht Gewünschtes nur dosiert verwendet, betrieb Study (trotz seiner Freude am Formulieren) eine Polemik immer zielgerichtet, treffsicher und nie als Selbstzweck.

Dabei war er stets bestrebt, die Geometrie nach seinen Vorstellungen zu einem Paradies an Stringenz, Ordnung und methodischem Stil umzugestalten, allerdings nicht orientiert an programmatischen Richtlinien, sondern eher an seiner mathematisch-logischen Ästhetik.

[261] Dieses Bild wurde von seinem Doktoranden Wiliam Graustein gemacht.

Zitierten seine Zeitgenossen oder auch alle, die ihm nachfolgen, das eine oder andere Stilblütchen, so sollten sie künftig nicht mehr den Fehler begehen, es aus dem Kontext zu reißen: Das Teufelchen lässt sich nur begreifen innerhalb seines Garten Eden.

9 Quellen

9.1 Literaturverzeichnis

[Apollonius 1795] Apollonius Pergaeus: *De Tactonibus (Bearbeitung von Viète).* Amsterdam: Holtrop (1795).

[Beck 1917] Beck, Hans: *Zur Lieschen Kugelgeometrie.* Sitzungsberichte der bayrischen Akademie der Wissenschaften 47 (1917) S. 51-65.

[Beck 1922] Beck, Hans: *Der Fundamentalsatz der Lieschen Kugelgeometrie im Euklidischen Raum.* Mathematische Zeitschrift 15 (1922) S. 159-167.

[Beck 1923] Beck, Hans: *Zur Lieschen Kugelgeometrie im Nichteuklidischen Raum.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 32 (1923) S. 132-147.

[Behmann 1922] Behmann, H.: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“.* Physikalische Zeitschrift 23 (1922) 201-202.

[Beutelspacher 1982] Beutelspacher, Albrecht: *Einführung in die endliche Geometrie.* Mannheim, Wien, Zürich: Bibliographisches Institut (1982).

[Bieberbach 1925] Bieberbach, Ludwig: *Rezension von „Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung“ von E. Study.* Zeischrift für angewandte Mathematik und Mechanik 5,6 (1925) S. 85.

[Bischoff 1859] Bischoff, Johann Nikolai: *Einige Sätze über die Tangenten algebraischer Kurven.* Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik 56 (1859) S. 166-177.

[Blaschke/Study 1913] Blaschke, Wilhem/Study, Eduard: *Vorlesungen über ausgewählte Gegenstände der Geometrie: Konforme Abbildungen und einfach zusammenhängende Bereiche.* Leipzig: B. G. Teubner (1913) 142 S.

[Bôcher 1910] Bôcher, Maxime: *Einführung in die höhere Algebra. (Deutsch von Hans Beck. Mit einem Geleitwort von E. Study.* Leipzig und Berlin: B. G. Teubner (1910) 341 S.

[Born 1914] Born, Max: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume“ von E. Study.* Physikalische Zeitschrift 15 (1914) S. 464-465.

[Brigaglia/Cilberto 1995] Brigaglia, A./Cilberto, L.: *Italian algebraic geometry between the Two World Wars.* Kingston, Ontario/Canada: Queen's University Press (1995).

[Brouwer 1928] Brouwer, L. E. J.: *Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus.* Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften (1928) S. 48-52.

[Caratheodory/Study 1910] Caratheodory, Constantin/ Study, Eduard: *Zwei Beweise des Satzes, daß der Kreis unter allen Figuren gleichen Umfanges den größten Inhalt hat.* Mathematische Annalen 68 (1910) 133-140.

[Cartan 1908] Cartan, Elie: *Nombres complexes.* Encyclopedie des sciences mathématiques (1908) S. 331-468.

[Chasles 1864a] Chasles, Michel: *Détermination du nombre des sections coniques qui doivent toucher cinq courbes données d'ordre quelconque, ou satisfaire à divers autres conditions.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 1 février 58 (1864) S. 222-226.

[Chasles 1864b] Chasles, Michel: *Construction des coniques qui satisfont à cinq conditions. Nombres des solutions dans chaque question.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 15 février 58 (1864) S. 297-308.

[Chasles 1864c] Chasles, Michel: *Systèmes des coniques qui coupent des coniques données sous des angles donnés, ou sous des angles indéterminés, mais dont les bissectrices ont des directions données.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 7 mars 58 (1864) S. 425-431.

[Chasles 1864d] Chasles, Michel: *Considérations sur la méthode générale exposée dans la séance du 15 février. — Différences entre cette méthode et la méthode analytique — Procédés généraux de démonstration.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 27 juin 58 (1864) S. 1167-1175.

[Chasles 1864e] Chasles, Michel: *Exemples des procédés de démonstration annoncés dans la séance précédente.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 4 julliet 59 (1864) S. 7-15.

[Chasles 1864f] Chasles, Michel: *Suite des propriétés relatives aux systèmes des sections coniques.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 18 julliet 59 (1864) S. 93-97.

[Chasles 1864g] Chasles, Michel: *Questions dans lesquellesil y a lieu de tenir compte des points singuliers des courbes d'ordre supérieur. — Formules* *générales comprenant la solution de toutes les questions relatives aux sections coniques.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 1 août 59 (1864) S. 209-218.

[Chasles 1864h] Chasles, Michel: *Questions dans lesquelles entrent des conditons multiples, telles que des conditions de double contact d'ordre supérieur.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, séance du 22 août 59 (1864) S. 345-357.

[Chasles 1866] Chasles, Michel: *Observations relatives à la théorie des systémes des courbes.* Paris: Hachette (1870).

[Chasles 1870] Chasles, Michel: *Rapport sur le progrès de la géometrie.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris, 63 (1866) S. 816-821.

[Chow/van der Waerden 1936] Chow, Wei-Liang/van der Waerden, Bartel Leendert: *Zur algebraischen Geometrie IX. Über zugeordnete Formen und algebraische Systeme von algebraischen Mannigfaltigkeiten.* Mathematische Annalen 113 (1936) S. 692-704.

[Clebsch 1864] Clebsch, Alfred: *Über die Anwendungen der Abelschen Functionen in der Geometrie.* Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik 63 (1864) S. 189-243.

[Clebsch/Gordan 1866] Clebsch, Alfred/Gordan, Paul: *Theorie der Abelschen Functionen.* Leipzig: Teubner (1866).

[Clebsch 1872a] Clebsch, Alfred: *Theorie der binären algebraischen Formen.* Leipzig: Teubner (1872).

[Clebsch 1872b] Clebsch, Alfred: *Zum Gedächtnis an Julius Plücker.* Abhandlung der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 19 (1872) bzw. in Plücker, Julius: *Gesammelte mathematische Abhandlungen, hrsg. von Arthur Schoenflies.* Leipzig: Teubner (1895), S. IX-XXXV.

[Clebsch 1873] Clebsch, Alfred: *Zur Theorie der Charakteristiken.* Mathematische Annalen 6 (1873) S. 1-15.

[Clebsch/Lindemann 1876] Clebsch, Alfred/Lindeman, Ferdinand: *Vorlesungen über Geometrie.* Leipzig: B. G. Teubner (1876).

[Contro 1976] Contro, Walter S.: *Von Pasch zu Hilbert.* Archive for History of Exact Sciences 15/3 (1976) S. 283-295.

[Courant 1914] Courant, Richard: *Rezension von [Study 1914a].* Die Naturwissenschaften 2 (1914) S. 591-593.

[Cremona 1864a] Cremona, Antonio Luigi Gaudizio Giuseppe: *Sulla theoria delle coniche.* Giornale di Matematiche (1) 2 (1864) S. 17-20.

[Cremona 1864b] Cremona, Antonio Luigi Gaudizio Giuseppe: *Sur le nombre des coniques qui satisfont à des conditons doubles.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris 59 (1864) S. 776-779.

[Czichowski/Fritzsche 1993] Czichowski, Günter/Fritzsche, Bernd(Hrsg.): *Sophus Lie, Eduard Study, Friedrich Engel: Beiträge zur Theorie der Differentialinvarianten.* Leipzig: Teubner-Archiv zur Mathematik (1993).

[van Dalen 1990] van Dalen, Dirk: *The War of the Frogs an the Mice, or the Crisis of the Mathematische Annalen.* The Mathematical Intelligencer 12 (1990) S. 17-31.

[Doetsch 1927a] Doetsch, G.: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Erster Teil: Das Problem der Außenwelt" von E. Study.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 36 (1927) S. 72-73.

[Doetsch 1927b] Doetsch, G.: *Rezension von „Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung" von E. Study.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 36 (1927) S. 73.

[Dold-Samplonius 1997] Dold-Samplonius, Yvonne: *In Memoriam: Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996).* Historia Mathematica 24 (1997) S. 125-130.

[Einstein 1917] Einstein, Albert: *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, allgemeinverständlich.* Braunschweig: Vieweg (1917).

[Einstein 1921] Einstein, Albert: *Geometrie und Erfahrung. Erweiterte Fassung des Festvortrages gehalten an der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 27. Januar 1921* Berlin: Springer (1921).

[Einstein/col. Pap. 1998] Schulmann, Robert/Knox, A. J./Jansen, Michel/Illy, József (Ed:): *The collected Papers of Albert Einstein. Volume 8: The Berlin Years: Correspondance, 1914-1918. Part B: 1918.* Princeton: University Press(1998).

[Emch 1915] Emch, Arnold: *Review of „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume" von E. Study.* Bulletin of the American Mathematical Society 21 (1915) S. 250-252.

[Engel 1908] Engel, Friedrich: *Zur Studyschen Abhandlung.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 17 (1908) S. 143-144.

[Engel 1923] Engel, Friedrich: *Rezension zu E. Studys „Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln Einleitung, Fortsetzung“*. Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer 49 (1923) 468-473.

[Engel 1924] Engel, Friedrich: *Rezension zu E. Studys „Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln II. Forts., III. Forts.“*. Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer 50 (1924) 396-398.

[Engel 1930] Engel, Friedrich: *Eduard Study*. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 40 (1930) S. 133-156.

[Engel 1938] Engel, Friedrich: *Über Lies Invariantentheorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen*. Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-physikalische Klasse. Sitzung vom 7. November 1938. 90 (1938) S. 137-174.

[Engel/Heegaard 1922-1937] Engel, Friedrich/Heegard, Poul: *Lie: Gesammelte Abhandlungen. Band 1-6*. Leipzig: B. G. Teubner (1922-1937) S. 133-156.

[Euklid 1962] Thaer, Claus: *Euklid's Elemente*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1962).

[Frank 1917] Frank, Philipp: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume“ von E. Study*. Monatshefte für Mathematik und Physik 28 (1917) S. 4-7.

[Fischer 1989] Fischer, Gerd: *Lineare Algebra*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg (1989) (9. Auflage).

[Gelfert 1924a] Gelfert, K.: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“*. Zeitschrift für technische Physik 5 (1924) 107.

[Gelfert 1924b] Gelfert, K.: *Rezension von „Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung“ von E. Study*. Zeitschrift für technische Physik 5 (1924) S. 107.

[Gerhards 1929] Gerhards, Karl: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“*. Die Naturwissenschaften 17 (1929) 828.

[Goethe's Faust] : Goethe, Johann Wolfgang *Faust. Der Tragödie erster Teil*. Stuttgart: Reclam (1990).

[Grassmann 1860] Grassmann, Hermann: *Lehrbuch der Arithmetik für höhere Lehranstalten*. Berlin: Enslin (1860).

[Grassmann 1894] Engel, Friedrich (Hrsg.): *Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke. Ersten Bandes Erster Theil: Die Ausdehnungslehre von 1844 und die geometrische Analyse. Unter Mitwirkung von Eduard Study.* Leipzig: B. G. Teubner (1894).

[Grassmann 1904] Study, Eduard/Scheffers, Georg/Engel, Friedrich (Hrsg.): *Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke. Zweiter Band Erster Theil: Die Abhandlungen zur Geometrie und Analysis.* Leipzig: B. G. Teubner (1904).

[Grassmann 1911] Study, Eduard/Scheffers, Georg/Engel, Friedrich (Hrsg.): *Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke. Dritter Band Zweiter Theil: Grassmans Leben.* Leipzig: B. G. Teubner (1911).

[Gray/Kaiser/Scholz 1990] Gray, Jeremy/Kaiser, Hans/ Scholz, Erhard: *Ausblick auf Entwicklungen im 20. Jahrhundert.* in: Scholz, Erhard (Hrsg.): *Geschichte der Algebra.* Mannheim, Wien, Zürich: BI Wissenschaftsverlag (1990) S. 399-424.

[Hahn 1922] Hahn, Hans: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“.* Monatshefte für Mathmatik und Physik 32 (1922) S. 7.

[Hahn 1924] Hahn, Hans: *Rezension von „Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung“ von E. Study.* Monatshefte für Mathematik und Physik 33 (1924) S. 57-58.

[Hahn 1929] Hahn, Hans: *Rezension von „Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung“ von E. Study.* Monatshefte für Mathematik und Physik 33 (1924) S. 57-58.

[Halphen 1885] Halphen, Georges Henri: *Notice rédigée par G.-H. Halphen sur ces travaux mathématiques á l'occasion de sa candidature á l'Académie des Sciences.* Paris 1885, in: Halphen: *Oeuvres* Paris: Gauthier-Villars, Band I (1916).

[Halphen 1886-91] Halphen, Georges Henri: *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications.* Paris: Gauthier-Villars, Band I(1886), Band II (1888), Band III (1891).

[Halphen 1873] Halphen, Georges Henri: *Mémoire sul la détérmination des coniques et des surfaces du second ordre, troisième partie.* Bulletin de la Société mathématiques de France (séance du 19.3.1873) 11-33.

[Halphen 1878] Halphen, Georges Henri: *Sur les caractéristiques des systèmes des coniques.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris 83 (1878) S. 886-888.

[Halphen 1879] Halphen, Georges Henri: *Sur la théorie des caractéristiques pour les coniques.* Mathematische Annalen (1879) S. 16-38.

[Halphen 1924] Halphen, Georges Henri: *Oeuvres* Paris: Gauthier-Villars, Band IV (1924).

[Hankel 1867] Hankel, Hermann: *Theorie der complexen Zahlsysteme.* Leipzig: Voss (1867).

[Hausdorff 1904] Hausdorff, Felix: *Eine neue Strahlengeometrie.* Kleinere Mitteilungen, Zeitschrift für mathematischen und naturwisssenschaftlichen Unterricht 35 (1904) 470-483.

[Hausdorff 1930] Hausdorff, Felix: *Eduard Study.* Chronik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (1929/30) 1-3.

[Hawkins 2000] Hawkins, Thomas: *The Emergence of the Theory of Lie Groups. An Essay in he History of Mathematics 1869-1926.* New York: Springer (2000).

[Hentschel 1990] Hentschel, Klaus: *Interpretationen und Fehlinterpretationen der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie durch Zeitgenosssen Albert Einsteins.* Basel: Birkhäuser (1990).

[Hertz 1924] Hertz, P.: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Erster Teil: Das Problem der Außenwelt" von E. Study.* Physikalische Zeitschrift 25 (1924) S. 168.

[Hesseling 2003] Hesseling, Dennis E.: *Gnomes in the fog. The reception of Brouwers intutionism in the 1920s.* Basel: Birkhäuser (2003)

[Hilbert 1888a] Hilbert, David: *Über die Darstellung definiter Formen als Summe von Formenquadraten.* Mathematischen Annalen 32 (1888) 342-350.

[Hilbert 1888b] Hilbert, David: *Über die Endlichkeit des Invariantensystems für binäre Grundformen.* Mathematischen Annalen 33 (1888) 223-226.

[Hilbert 1888c] Hilbert, David: *Zur Theorie der algebraischen Gebilde I.* Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse (1888) 450-457.

[Hilbert 1889a] Hilbert, David: *Zur Theorie der algebraischen Gebilde II.* Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse (1889) 25-34.

[Hilbert 1889b] Hilbert, David: *Zur Theorie der algebraischen Gebilde III.* Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse (1889) 423-430.

[Hilbert 1890] Hilbert, David: *Über die Theorie der algebraischen Formen.* Mathematischen Annalen 36 (1890) 473-534.

[Hilbert 1900] Hilbert, David: *Mathematische Probleme.* Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse 3 (1900) 253-297.

[Hilbert 1903] Hilbert, David: *Grundlagen der Geometrie.* Leipzig: Teubner (1903) 2. Auflage.

[Hurwitz/Schubert 1876] Hurwitz, A./Schubert, H.: *Über den Chasles'schen Satz* $\alpha\mu + \beta\nu$. Nachricht von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der G. A. Universität zu Göttingen (November 1876) S. 503-517.

[Imschnetsky 1869] Imschentsky, V. G.: *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Archiv für Mathematik und Physik 50 (1869) S. 278-474.

[Jammer 1960] Jammer, Max: *Das Problem des Raumes. Die Entwicklung der Raumtheorien.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1960) 220 S.

[de Jonquières 1861] de Jonquières, Jean Philippe Ernest: *Théorèmes généraux concernant courbes géométriques planes d'un ordre quelconque.* Liouville's Journal de Mathématiques pures et appliques (2) 6 (1861) S. 113-134.

[de Jonquières 1864] de Jonquières, Jean Philippe Ernest: *Formules exprimant le nombre des courbes d'un même systéme d'ordre quelconque, qui coupent des courbes données d'ordre également quelconque, sous des angles données ou sous les angles indeterminés, mais dont les bissectrices ont des directions données.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris 58 (1864) S. 535-537.

[de Jonquières 1866a] de Jonquières, Jean Philippe Ernest: *Sur la détermination des valeurs des caractéristiques dans les séries ou systémes élémentaires de courbes et de surfaces.* Comptes Rendus de l'Academie des Sciences à Paris 63 (1866) S. 793-797.

[de Jonquières 1866b] de Jonquières, Jean Philippe Ernest: *Mémoire sur les contacts multiples d'orde quelconque des courbes du degré r; qui satisfont à des conditions données, avec une courbe fixé du degré m; suivi des quelques réflexions sur la solution d'un grand nombre de questions concernant* *les propriétés projectives des courbes et des surfaces algébriques.* Crelle's Journal der reinen und der angewandten Mathematik 66 (1866) S. 289-321.

[Kleiman 1980] Kleiman, Stephen Lawrence: *Chasles's enumerative theory of conics: A historical introduction.* in: Abraham Seidenberg (ed.) Studies in algebraic geometry. Washington D. C.: Mathematical Association of American Press (1980) S. 117-138.

[Klein 1868] Klein, Felix: *Über die Transformationen den allgemeine Gleichung zweiten Grades zwischen Linienkoordinaten auf eine kanonische Form* Dissertation Bonn 1868. Erweiterte Fassung: Mathematische Annalen 23 (1884) S. 539-578.

[Klein 1870a] Klein, Felix: *Zur Theorie der Linearkomplexe des ersten und zweiten Grades.* Mathematische Annalen 2 (1870) S. 198-226.

[Klein 1870b] Klein, Felix: *Die allgemeine Transformation der Linienkoordinaten.* Mathematische Annalen 2 (1870) S. 366-370.

[Klein 1871a] Klein, Felix: *Notiz betreffend den Zusammenhang der Liniengeometrie mit der Mechanik starrer Körper.* Mathematische Annalen 4 (1871) S. 403-415.

[Klein 1871b] Klein, Felix: *Über Liniengeometrie und metrische Geometrie.* Mathematische Annalen 5 (1872), zitiert nach Klein, Felix: *Gesammelte mathematische Abhandlungen. Band 1.* Berlin: Springer (1921).

[Klein 1872] Klein, Felix: *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Programm zum Eintritt in die philosophische Fakultät und den Senat der k. Friedrich-Alexanders-unversität zu Erlangen.* (1872) wieder abgedruckt mit zusätzlichen Bemerkungen in Mathematische Annalen 43 (1893) 460-497.

[Klein 1875] Klein, Felix: *Besprechung von Victor Schlegel, System der Raumlehre. Erster Teil.* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1875) 231-235.

[Klein 1882] Klein, Felix: *Neue Beiträge zur Riemannschen Funktionentheorie.* Mathematische Annalen 21 (1882-1883) S. 142-218.

[Klein 1893a] Klein, Felix: *The Evanston Colloquium. Lectures on Mathematics.* New York: Macmillan& Co. (1893) (reprinted: New York: American Mathematical Society (1911)).

[Klein 1893b] Klein, Felix: *Vorlesungen über die höhere Geometrie.* Leipzig: Teubner (1893).

[Klein 1895] Klein, Felix: *Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie.* Leipzig: Teubner (1895).

[Klein 1923] Klein, Felix: *Gesammelte mathematische Abhandlungen, Band 3: Elliptische Funktionen, insbesondre Modulfunktionen, hyperelliptische und Abelsche Funktionen, Riemannsche Funktionentheorie und automorphe Funktionen.* Herausgegeben von R. Fricke, H. Vermeil und E. Bessel-Hagen Berlin: Springer (1923).

[Klein 1926] Klein, Felix: *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert.* Berlin: Springer (1926).

[Kohn 1903] Kohn, Gustav: *Über das Prinzip von der Erhaltung der Anzahl.* Archiv für Mathematik und Physik 4 (1903) S. 312-316.

[Kowalewski 1950] Kowalewski, Gerhard: *Bestand und Wandel.* München: R. Oldenbourg (1950).

[Krull 1970a] Krull, Wolfgang: *Eduard Study.* Bonner Gelehrte. Beiträge zur Geschichte der Wissenschaften in Bonn. Bonn: H. Bouvier u. Co (1970) 29-40.

[Krull 1970b] Krull, Wolfgang: *Das Bonner mathematische Seminar 1904 bis 1927.* Bonner Gelehrte. Beiträge zur Geschichte der Wissenschaften in Bonn. Bonn: H. Bouvier u. Co (1970) 40-48.

[Krull 1970c] Krull, Wolfgang: *Felix Hausdorff 1868-1942.* Bonner Gelehrte. Beiträge zur Geschichte der Wissenschaften in Bonn. Bonn: H. Bouvier u. Co (1970) 54-69.

[Lakatos 1979] Lakatos, Imre: *Beweise und Widerlegungen. Die Logik mathematischer Entdeckungen.* Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg (1979).

[Langsdorff 1893] Langsdorff, Ludwig: *Stammbaum der Familie Langsdorff.* Bergen auf Rügen (1893).

[Lie/Engel 1888] Lie, Sophus/Engel, Friedrich: *Theorie der Transformationsgruppen. 1. Abschnitt.* Leipzig: B. G. Teubner (1888).

[Lie/Engel 1893] Lie, Sophus/Engel, Friedrich: *Theorie der Transformationsgruppen. 3. Abschnitt.* Leipzig: B. G. Teubner (1893).

[Lie/Scheffers 1908] Lie, Sophus/Scheffers, Georg: *Geometrie der Berührungstransformationen.* Leipzig: B. G. Teubner (1908).

[Liebmann 1923] Liebmann, Heinrich: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 31 (1923) 33-34.

[Lindemann 1873] Lindemann, Ferdinand: *Über unendlich kleine Bewegungen und über Kraftsysteme bei allgemeiner projektivischer Maßbestimmung.* Dissertation Erlangen 1873. Mathematische Annalen 7 (1864) S. 56-144.

[Löffler 1914] Löffler, E.: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume“ von E. Study.* Archiv der Mathematik und Physik 3/23 (1914) S. 464-465.

[Mehrtens 1990] Mehrtens, Herbert: *Moderne. Sprache. Mathematik.* Frankfurt am Main: Suhrkamp (1990).

[Mertens 1887] Mertens, Franz: *Beweis, dass alle Invarianten und Covarianten eines Systems binärer Formen ganze Functionen einer endlichen Anzahl von Gebilden dieser Art sind.* Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik 100 (1887), pp. 223-230.

[Meyer 1898] Meyer, Franz: *Invariantentheorie.* Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften Band I B2 (1898) S. 320-403.

[Möbius 1827] Möbius, August: *Der barycentrische Calcul.* Leipzig: Teubner (1827).

[Mohrmann 1923] Mohrmann, Hans: *Bemerkung zu E. Studys Aufsatz „Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln“.* Mathematische Annalen 89 (1923) 315-319.

[Müller 1917] Müller, Aloys: *Die Fiktion in der Mathematik und der Physik.* Naturwissenschaften 4 (1917) S. 341/362 ff.

[Noether 1924] Noether, Emmy: *Rezension von „ Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorrechnung“.* Physikalische Zeitschrift 25 (1924) S. 167-168.

[Noether 1927] Noether, Emmy: *Rezension von „Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorrechnung“.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 35 (1927) S. 71 .

[Parshall/Rowe 1994] Parshall, Karen H./Rowe, David E.: *The emergence of the American mathematical research community, 1876-1900: J.J. Sylvester, Felix Klein and E. H. Moore.* Providence, R.I/ London: American Mathematical Society and London Mathematical Society, 1994.

[Pasch 1882] Pasch, Moritz/Dehn, Max: *Vorlesungen über neuere Geometrie.* Leipzig: Teubner (1882).

[Pasch 1919] Pasch, Moritz: *Mathematik und Logik.* Leipzig: Teubner (1919).

[Plücker/Klein 1868/69] Plücker, Julius: *Neue Geometrie des Raumes; gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement.* Leipzig: Teubner erste Abtheilung (1868) zweite Abtheilung (1869) herausgegeben von Felix Klein.

[Poincaré 1882] Poincaré, Henri: *Sur les Fonctions fuchsiennes.* Acta mathematica 1 (1882) S. 193-294.

[Poincaré 1906a] Poincaré, Henri: *La logique de l'Infini.* Revue de Métaphysique et de Morale 17 (1906) S. 18-25.

[Poincaré 1906b] Poincaré, Henri: *Wissenschaft und Methode.* Autorisierte deutsche Ausgabe mit erläuternden Anmerkungen von F. und L. Lindemann, 2. Auflage, Leipzig und Berlin: Springer (1914).

[Poncelet 1822] Poncelet, Victor: *Traité des propriétés projectives des figures.* Paris: Gauthier-Villars (1822).

[Reid 1970] Reid, Constance: *Hilbert.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer (1970).

[Rosenfeld 1988] Rosenfeld, B. A: *A history of non-euclidean geometry.* New York: Springer (1988).

[Rota 1982] Rota, Gian-Carlo: *Vorwort zum Nachdruck von [Study 1889a].* New York: Springer (1982).

[Roth 1963] Roth, L.: *Francesco Severi.* Journal of the London Mathematical Society (1963) S. 282-307.

[Rowe/Tobies 1989] Rowe, David E./Tobies, Renate: *Korrespondenz Felix Klein — Adolph Mayer. Auswahl aus den Jahren 1871.1907.* Leipzig: Teubner (1989).

[Rowe 1989a] Rowe, David E.: *The Early Geometrical Works of Sophus Lie and Felix Klein.* in: Rowe, David E./McCleary, John: *The History of Modern Mathematics. Vol. 1: Ideas and Their Reception.* Boston: Academic Press (1989) 209-273.

[Rowe 1989b] Rowe, David E.: *Klein, Hilbert and the Göttingen Mathematical tradition.* Osiris (2) (1989) 186-213.

[Rowe 1996] : Rowe, David E. *Grassmann's reception in the 1870's.* S. 131-145 in Schubring, Gert (Hrsg.): *Hermann Günther Graßmann (1809-1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference.* Boston Studies in the Philosophy of Science (Vol. 187) Dordecht: Kluwer Academic Publishers (1996).

[Rowe 1997] Rowe, David E.: *Perspective on Hilbert.* Perspectives on Science 5/4 (1997) 533-570.

[Rowe 1999] Rowe, David E.: *Three Essays om 19th-Century Geometry: Foundations – Higher Geometry – Differential Invariants* Preprint Nr. 2 vom 04.03.1999 in der Reihe des Fachbereichs Mathematik der Johannes-Gutenberg-Universität, Mainz.

[Rowe 2000] Rowe, David E.: *The Calm before the Storm: Hilbert's Early Views on Foundations.* in: Hendricks, V. F./Pedersen, S. A./Jorgensen, K. F.:*Proof theory, History and Philosophical Significance.* Dordrecht: Kluwer (2000) S. 55-94.

[Rowe 2001] Rowe, David E.: *Felix Klein as Wissenschaftspolitiker.* in: Bottazzini, Umberto/Dahan, Amy (ed.): *Changing Images in Mathematics.* London: Routledge (2000) S. 69-92.

[Rowe 2003] Rowe, David E.: *Hermann Weyl, the Reluctant Revolutionary.* Mathematical Intelligencer 25(1) (2003) 61-70.

[Rowe 2004] Rowe, David E.: *Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert* Science in Context 17/1,2 (2004) 85-129.

[Rowe 2005] Rowe, David E.: *Hilbert's Early Career: Encounters with Allies and Rivals* The Mathematical Intelligencer 27/1 (2005) 72-82.

[Salkowski 1926] Salkowski, G.: *Rezension von „Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorrechnung“.* Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften 33/8 (1926) S. 63-64.

[Saltel 1876] Saltel, L.: *Sur la formule indiquant le nombre des coniques d'une système* (μ, ν) *satisfaisant à une cinquième condition.* Bulletins de l'Academie Royales des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique 42 (1876) S. 617-624.

[Schlegel 1872] Schlegel, Victor: *System der Raumlehre, nach den Prinzipien der Grassmann'schen Ausdehnungslehre und als Einleitung in dieselbe dargestellt. Erster Teil: Geometrie.* Leipzig: Teubner (1872).

[Schlegel 1875] Schlegel, Victor: *System der Raumlehre, nach den Prinzipien der Grassmann'schen Ausdehnungslehre und als Einleitung in dieselbe dargestellt. Zweiter Teil: Die Elemente der modernen Geometrie und Algebra.* Leipzig: Teubner (1875).

[Schlick 1917] Schlick, Moritz: *Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie.* Berlin: Springer (1917).

[Schmidt 1921] Schmidt, Raymund: *Rezension von „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume" von E. Study.* Annalen der Philosophie 3 (1921) S. 133-135.

[Scholz 2000] Scholz, Erhard: *Hermann Weyl on the conception of continuum.* in: Hendricks, V. F./Pedersen, S. A./Jorgensen, K. F.:*Proof theory, History and Philosophical Significance.* Dordrecht: Kluwer (2000) S. 195-220.

[Schubert 1886] Schubert, Hermann: *Rezension zu Studys „Über die Geometrie der Kegelschnitte, insbesondere deren Charakteristikenproblem" und „Über die Cremona'sche Charakteristikenformel".* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1886) S. 629-632.

[Schubert 1878] Schubert, Hermann: *Rezension zu Halphens „Sur la théorie des caractéristiques pour les coniques".* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer X (1878) S. 430.

[Schubert 1879] Schubert, Hermann: *Kalkül der abzählenden Geometrie.* Leipzig: Teubner (1879).

[Schubert 1880] Schubert, Hermann: *Réponse aux observations de M. Halphen sur la théorie des caractéristiques.* Bulletin de la Société mathématiques de France 8 (1880) 60-61.

[Schubert 1892] Schubert, Hermann: *Rezension zu Zeuthens „Sur la révision de la théorie des caractéristiques de M. Study (Extrait d'une lettre à M. Klein)", Studys „Entgegnung" und Zeuthens „Exemples de la determination des coniques dans un système donnée qui satisfont à une condition donnée".* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1892) S. 626-627.

[Schubert 1893] Schubert, Hermann: *Rezension zu Zeuthens „Exemples de la determination des coniques dans un système donnée qui satisfont à une condition donnée".* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1893) S. 1037-1038.

[Schubring 1985] Schubring, Gert: *Die Entwicklung des Mathematischen Seminars der Universität Bonn 1864-1929.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 87 (1985) 139-163.

[Schur 1909] Schur, Friedrich: *Grundlagen der Geometrie.* Leipzig: Teubner (1909) 192 S.

[Schwartze 1996] Schwartze, Heinz: *On Hermann Grassmann's life and his work as a mathematics teacher.* S. 7-18 in Schubring, Gert (Hrsg.): *Hermann Günther Graßmann (1809-1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference.* Boston Studies in the Philosophy of Science (Vol. 187) Dordecht: Kluwer Academic Publishers (1996).

[Segal 1992] Segal, Sanford L.: *Ernst August Weiss: Mathematical Pedagogical Innovation in the Third Reich.* in: Demidov, Sergei S. (Hrsg.): *Amphora: Festschrift für Hans Wussing zu seinem 65. Geburtstag* Berlin: Birkhäuser (1992) S. 693-704.

[Segal 2003] Segal, Sanford L.: *Mathematicians under the Nazis* Princeton: University Press (2003).

[Segre 1885] Segre, Corrado: *Considerazioni intorno alla geometria delle coniche di uno piano e alla sua rappresentazione sulla geometria dei complessi lineari di rette.* Atti della Accademia delle Scienze di Torino 20 (1885) S. 487-504.

[Severi 1916] Severi, Francesco: *Sui fondamenti della geometria numerativa e sulla teoria delle caratteristische.* Atti del Reale Istitutio Vemeto di Scienze, Lettre ed Arti 75 (1916) S. 1121-1162.

[Severi 1903] Severi, Francesco: *Sulle intersezioni delle varietà algebriche e soprai loro caratteri e singolarità proiettive.* Memorie delle Reale Accademia delle Scienze di Torino 52 (1903) S. 61-118.

[Severi 1940] Severi, Francesco: *I fondamenti della Geometria numerativa.* Annali di Mathematica pura et applicata (4) 19 (1940) S. 153-242.

[Severi 1948] Severi, Francesco: *Grundlagen der abzählenden Geometrie.* (aus der Reihe: Mathematische Forschung von W. Blaschke Band 1/ Heft 2) Wolfenbüttel: Wolfenbütteler Verlagsanstalt, (1948).

[Severi 1957] Severi, Francesco: *Corrado Segre.* in: Corrado Segre: *Opere Scelte* V. I. Roma: Cremonese (1957) S. 5-12

[Shafarevich 1983] Shafarevich, I. R.: *Zum 150. Geburtstag von Alfred Clebsch.* Mathematische Annalen 266/2 (1983) S. 135-140.

[Shaw 1929] Shaw, J. B.: *Study on vectors and invariants.* Bulletin of the American Mathematical Society 31 (1929) S. 77-82.

[Simon 1914] Simon, Max: *Rezension von Study, E., Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume.* Die Geisteswissenschaften 39 (25.06.1914) S. 1082-1083.

[Snyder 1904a] Snyder, D.: *Study's Geometry of Dynames.* Bulletin of the Amerian mathematical Society 10 (January 1904) 193-200.

[Snyder 1904b] Snyder, D.: *Reply to Professor Study.* Bulletin of the American mathematical Society 10 (June 1904) 470-471.

[Somtner 1903] Somtner, D.: *Rezension von Studys „Geometrie der Dynamen“.* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1875) 231-235.

[Stäckel 1893] Stäckel, H.: *Rezension von Studys „Sphärische Trigonometrie, orthogonale Substitutionen und elliptische Functionen. Eine analytisch-geometrische Untersuchung“.* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer (1893) 77-80.

[von Staudt 1847] von Staudt, Christian: *Geometrie der Lage.* Nürnberg: Bauer und Raspe (1847).

[Steiner 1832] Steiner, Jacob: *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander.* Berlin 1. Teil (1848).

[Steiner 1848] Steiner, Jacob: *Elementare Lösungen einer geometrischen Aufgabe und über einige damit in Beziehung stehende Eigenschaften der Kegelschnitte.* Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik 37 (1848) S. 161-192.

[Stubhaug 2000] Stubhaug, Arild: *Es war die Kühnheit meiner Gedanken. Der Mathematiker Sophus Lie.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer (2000).

[Study 1882] Study, Eduard: *Über Distanzrelationen.* Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik 27 (1882) S. 140-159.

[Study 1883] Study, Eduard: *Elementare Beweise einiger geometrischer Sätze.* Crelle's Journal 94 (1883) S. 233-236.

[Study 1884] Study, Eduard: *Geometrische Konstruktion der Abbildung des Kreisringes auf ein Rechteck.* Crelle's Journal 97 (1884) S. 13-15.

[Study 1885] Study, Eduard: *Über die Maßbestimmung extensiver Größen.* Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse 91,2 (1885) S. 100-137.

[Study 1886a] Study, Eduard: *Über die Raumkurven vierter Ordnung, zweiter Art.* Leipziger Berichte 38 (1886) S. 3-9.

[Study 1886b] Study, Eduard: *Über die Geometrie der Kegelschnitte, insbesondere deren Charakteristikenproblem.* Mathematische Annalen 27 (1886) S. 58-101.

[Study 1886c] Study, Eduard: *Über die Cremona'sche Charakteristikenformel.* Mathematische Annalen 27 (1886) S. 102-105.

[Study 1887a] Study, Eduard: *Eine Erweiterung des Gordanschen Satzes von der Endlichkeit der Formensysteme binärer Formen.* Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Gesellschaft zu Erlangen 19 (1887) 33-35.

[Study 1887b] Study, Eduard: *Über ein Begriff der Invariante algebraischer Formen.* Leipziger Berichte 39 (1887) 137-152.

[Study 1889a] Study, Eduard: *Methoden zur Theorie der ternären Formen.* Leipzig: Teubner (1889).

[Study 1889b] Study, Eduard: *Theorie der Transformationsgruppen I (Rezension).* Zeitschrift für Mathematik und Physik 34 (1889) 171-191.

[Study 1892a] Study, Eduard: *Abbildung der Mannigfaltigkeit aller Kegelschnitte auf einen Punktraum.* Mathematische Annalen 40 (1892) 551-558.

[Study 1892b] Study, Eduard: *Entgegnung.* Mathematische Annalen 40 (1892) 559-562.

[Study 1892c] Study, Eduard: *Über Systeme von Kegelschnitten.* Mathematische Annalen 40 (1892) 563-578.

[Study 1893a] Study, Eduard: *Sphärische Trigonometrie, orthogonale Substitutionen und elliptische Functionen. Eine analytisch-geometrische Untersuchung.* Reihe der Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig: S. Hirzel (1893).

[Study 1893b] Study, Eduard: *Zur Ausbildung der Lehrer für Mathematik und Naturwissenschaftenan höheren Schulen.* Zeitschrift für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht 24 (1893) 257-259.

[Study 1893c] Study, Eduard: *Unsere Lehrerausbildung für höhere Schulen im Fache der Mathematik und Naturwissenschaften.* Zeitschrift für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht 24 (1893) 418-420,574-577.

[Study 1894] Study, Eduard: *On the addtion theorems of Jacobi and Weierstraß.* American Journal of Mathematics 16 (1894) 156-163.

[Study 1897] Study, Eduard: *Rezension von: Lie-Scheffers „Geometrie der Berührungstransformationen Band I“.* Göttingische Gelehrte Anzeigen 5 (1897) 436-445.

[Study 1898] Study, Eduard: *Theorie der gemeinen und höheren complexen Größen.* Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften Band I A 4 (1898) 147-183.

[Study 1899a] Study, Eduard: *Einige Bemerkungen zu der neuen preußischen Prüfungsordnung.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 8 (1899) 121-137.

[Study 1899b] Study, Eduard: *Die Geometrie der Dynamen.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 8 (1899) 204-216.

[Study 1900] Study, Eduard: *Festschrift zu der fünfzigjährigen Doctor-Jubelfeier des Herrn Heinrich Limpricht.* Greifswald (1900).

[Study 1901a] Study, Eduard: *Die Elemente zweiter Ordnung in der ebenen projektiven Geometrie.* Leipziger Berichte 53 (1901) 338-401.

[Study 1901b] Study, Eduard: *Zur preußischen Prüfungsordnung für das Lehramt an höheren Schulen.* Zeitschrift für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht 32 (1901) 70-81.

[Study 1901c] Study, Eduard: *Die angebliche Bedeutung der Invariantentheorie für die Chemie.* Zeitschrift für physikalische Chemie 37 (1901) 546-550.

[Study 1902a] Study, Eduard: *Ein neuer Zweig der Geometrie.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 11 (1902) 97-123.

[Study 1902b] Study, Eduard: *Über Nicht-Euklidische und Liniengeometrie.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 11 (1902) 313-342.

[Study 1903a] Study, Eduard: *Geometrie der Dynamen. Die Zusammensetzung von Kräften und verwandte Gegenstände der Geometrie.* Leipzig: B. G. Teubner (1903).

[Study 1903b] Study, Eduard: *Geometrie der Dynamen.* Literarisches. 1. Notizen, Mitteilungen und Nachrichten der Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 12 (1903) 70-72.

[Study 1904] Study, Eduard: *Reply to Professor Snyder's Review of Study's Geometrie der Dynamen.* Bulletin of the American mathematical Society 10 (June 1908) 468-470.

[Study 1906a] Study, Eduard: *Spekulationen über Atomgewichte.* Anhang zu F. W. Hinrichsen/L. Mamlock: Chemische Atomistik) Mathematische Enzyklopädie V. I. (1906) 385-390.

[Study 1906b] Study, Eduard: *Über Nicht-Euklidische und Liniengeometrie.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 15 (1906) 476-527.

[Study 1907] Study, Eduard: *Beiträge zur Nicht-Euklidischen Geometrie. I: Geraden und Punkte als Extreme, II: Die Begriffe Links und Rechts in der elliptischen Geometrie, III: Schraubenflächen als Extreme.* American Journal of Mathematics 29 (1907) 101-167.

[Study 1908a] Study, Eduard: *Erklärung.* Literarisches. 1. Notizen und Besprechungen, Mitteilungen und Nachrichten der Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 17 (1908) 146.

[Study 1908b] Study, Eduard: *Kritische Bemerkungen über Lies Invariantentheorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 17 (1908) 125-142.

[Study 1909] Study, Eduard: *Zur Differentialgeometrie der analytischen Kurven.* Transactions of the American Mathematical Society 10 (1909) 1-49.

[Study 1910a] Study, Eduard: *Zur Theorie der Riccatischen und der Schwartzschen Differentialgleichungen.* Archiv für Mathematik und Physik (3) 16 (1910) 113-144.

[Study 1910b] Study, Eduard: *Die natürlichen Gleichungen der analytischen Kurven im Euklidischen Raume.* Transactions of the American Mathematical Society 11 (1910) 249-279.

[Study 1914a] Study, Eduard: *Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Geometrie, Anschauung und Erfahrung.* Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn (1914) 1. Auflage, 145 S.

[Study 1914b] Study, Eduard: *Das Raumproblem.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 23 (1914) 322-334.

[Study 1916a] Study, Eduard: *Grundlagen und Ziele der Kinematik.* Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft 12 (1916) 36-60, 94.

[Study 1916b] Study, Eduard: *Das Prinzip der Erhaltung der Anzahl.* Berichte über die Verhandlungen der königlich-sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, mathematisch-physikalische Klasse (Sitzung vom 28.02.1916).

[Study 1917a] Study, Eduard: *Franz London.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 26 (1917) 153-160.

[Study 1917b] Study, Eduard: *Über Lies Kugelgeometrie.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 25 (1917) 96-113.

[Study 1919] Study, Eduard: *Die Mimikry als Prüfstein phylogenetischer Theorien.* Die Naturwissenschaften (1917).

[Study 1921] Study, Eduard: *Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften.* Braunschweig: Vieweg (1921).

[Study 1922] Study, Eduard: *Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln. Einleitung.* Mathematische Annalen 86 (1922) 40-77; *Fortsetzung.* Mathematische Annalen 87 (1922) 207-228.

[Study 1923a] Study, Eduard: *Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln. Zweite Fortsetzung.* Mathematische Annalen 88 (1923) 215-241; *Dritte Fortsetzung.* Mathematische Annalen 89 (1923) 298-314.

[Study 1923b] Study, Eduard: *Nachwort von E. Study [zu [Mohrmann 1923]].* Mathematische Annalen 89 (1923) 319-320.

[Study 1923c] Study, Eduard: *Mathematik und Physik. Eine erkenntnistheoretische Untersuchung. (Sammlung Vieweg, Tagesfragen aus den Gebieten der Naturwissenschaft und der Technik, Heft 65)* (1923) 31 S.

[Study 1923d] Study, Eduard: *Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorrechnung.* Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn (1923).

[Study 1923e] Study, Eduard: *Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. Geometrie, Anschauung und Erfahrung.* Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn (1923) 2. Auflage, 1. Teil, 83 S.

[Study 1924] Study, Eduard: *Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln. Vierte Fortsetzung.* Mathematische Annalen 91 (1924) 82-118; *Schluß.* Mathematische Annalen 91 (1924) 225-251.

[Study 1926] Study, Eduard: *Über einige Arbeiten des Hern H. Beck.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 35 (1926) 295-298.

[Study 1928] Study, Eduard: *Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften.* Zweite erweiterte und verbesserte Auflage, Braunschweig: Vieweg (1928).

[Study 1929a] Study, Eduard: *Prolegomena zu einer Philosophie der Mathematik. Der Streit um die Grundlagen der Analysis (Erster Teil: Philosophie und Mathematik, zweiter Teil: Die Mathematik der Gespensterfurcht und Polizeiverbote.)* maschinengeschriebenes, aber unveröffentlichtes Manuskript, weitergegeben über E. A. Weiss, L. Bieberbach und H. Behmke an die Bibliothek der Universität Münster (Ansprechpartner: Prof. W. Scharlau, Mathematisches Institut, Einsteinstr. 52, 48149 Münster).

[Study 1929b] Study, Eduard: *Die angeblichen Antinomien der Mengenlehre.* Sitzungsberichte der preußischen Akademie der Wissenschaften, physikalisch-mathematische Klasse 19 (1929) 255-267.

[Study M12] Study, Eduard: *Zur Theorie der Minimalflächen.* zwei Entürfe: 18 S. bzw. 54 S. (zur Inhaltsübersicht s. [Weiss 1933], S. 218/219).

[Study M13] Study, Eduard: *Duale Zahlen. Biquaternionen. Kugelgeometrie.* (unveröffentlichtes Manuskript mit 441 Seiten).

[Tobies 1996] Tobies, Renate : *The Reception of H. Grassmann's mathematical achievements by Clebsch and his school.* S. 117-130 in Schubring, Gert (Hrsg.): *Hermann Günther Graßmann (1809-1877): Visionary Mathematician, Scientist and Neohumanist Scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference.* Boston Studies in the Philosophy of Science (Vol. 187) Dordecht: Kluwer Academic Publishers (1996).

[Veronese 1884] Veronese, Giuseppe: *La superficie omaloide normale a due dimensioni e del quarto ordine dello spazio a cinque dimensioni e le sue projezioni nel piano e nello spazio ordinario.* Atti della Reale Academia dei Lincei seria 3a vol. 19 (1884) S. 344-371.

[Verweyen 2003] Verweyen, Theodor: *Theorie und Geschichte der Parodien (Teil III).*
Erlanger Digitale Edition:
http://www.phil.uni-erlangen.de/p2gerwi/Verweyen/vorlesung/parodieIII1.html.

[van der Waerden 1927] van der Waerden, Bartel Leendert: *Der Multiplizitätsbegriff in der algebraischen Geometrie.* Mathematische Annalen 97 (1927) S. 756-774.

[van der Waerden 1930] van der Waerden, Bartel Leendert: *Topologische Begründung des Kalküls der abzählenden Geometrie.* Mathematische Annalen 102 (1930) S. 337-362.

[van der Waerden 1933] van der Waerden, Bartel Leendert: *Zur algebraischen Geometrie I: Gradbestimmung von Schnittmannigfaltigkeiten einer beliebigen Mannigfaltigkeit mit Hyperflächen.* Mathematische Annalen 97 (1927) S. 756-774.

[van der Waerden 1935] Van der Waerden, Bartel Leendert: *Zur algebraischen Geometrie VI. Algebraische Korrespondenzen und rationale Abbildungen.* Mathematische Annalen 110 (1935) S. 134-160.

[van der Waerden 1938a] van der Waerden, Bartel Leendert: *Zur algebraischen Geometrie XIV. Schnittpunktszahlen von algebraischen Mannigfaltigkeiten.* Mathematische Annalen 115 (1938) S. 619-642.

[van der Waerden 1938b] van der Waerden, Bartel Leendert: *Zur algebraischen Geometrie XV. Lösung des Charakteristikenproblems für Kegelschnitte.* Mathematische Annalen 115 (1938) S. 645-655.

[van der Waerden 1939] van der Waerden, Bartel Leendert: *Einführung in die algebraische Geometrie.* Berlin: Springer (1939).

[van der Waerden 1975] van der Waerden, Bartel Leendert: *On the Sources of My Book Moderne Algebra.* Historia Mathematica 2 (1975) S. 31-40.

[Wawer 1933] Wawer, Gottfried: *Das Realismusproblem im mathematisch-philosophischen Denken Eduard Studys.* Würzburg: Dissertationsdruckerei und -Verlag Konrad Triltsch (1933) 47 S.

[Weiss 1930a] Weiss, E. A.: *E. Study.* Sitzungsberichte der Berliner mathematischen Gesellschaft 29 (1930) S. 52-77.

[Weiss 1930b] Weiss, E. A.: *Edouard Study.* L'enseignement mathématiques 29 (1930) S. 225-230.

[Weiss 1933] Weiss, E. A.: *E. Studys mathematische Schriften.* Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 43 (1933) S. 108-124, S. 211-225.

[Weiss 1936] Weiss, E. A.: *Ahnentafel von Eduard Study.* Deutsche Mathematik 1 (1936) S. 711-715.

[Weitzenböck 1923] Weitzenböck, Roland: *Invariantentheorie.* Groningen: P. Nordhoff (1923).

[Weyl 1918] Weyl, Hermann: *Raum, Zeit, Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie* Berlin: Springer (1918).

[Weyl 1921] Weyl, Hermann: *Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik.* Mathematische Zeitschrift 10 (1921) S. 39-79.

[Weyl 1923] Weyl, Hermann: *Randbemerkungen zu Hauptproblemen der Mathematik (eingereicht am 25.10.1923).* Mathematische Zeitschrift 20 (1924) S. 131-150.

[Weyl 1924] Weyl, Hermann: *Über die Symmetrie der Tensoren und die Tragweite der symbolischen Methode in der Invariantentheorie.* Reconditi del Circolo Matematico di Palermo 48 (1924) S. 29-36.

[Weyl 1935] Weyl, Hermann: *Emmy Noether.* Scripta Mathematica (1935) 201-220.

[Weyl 1936] Weyl, Hermann: *Elementary theory of invariants.* Princeton: The Institue for Advanced Study (1936).

[Weyl 1949] Weyl, Hermann: *Relativity Theory as a stimulus in mathematical research.* Proceedings of the American Philosophical Society 93 (1949) S. 535-541.

[Wiener 1924] Wiener, Norbert: *Rezension von „Denken und Darstellung. Logik und Werte, Dingliches und Menschliches in Mathematik und Naturwissenschaften“.* Bulletin of the American Mathematical Society 30 (1924) 277.

[Wimmers 1930] Wimmers, Carl: *Ed. Study, ein Mathematiker und Entomologe.* Entomologische Zeitschrift 44 (1930) 316-318.

[Wirtinger 1903] Wirtinger, Wilhelm: *Rezension zu E. Studys Geometrie der Dynamen.* Zeitschrift für Mathematik und Physik 49 (1903) 279-282.

[Zacharias 1922] Zacharias, Max: *Rezension zu E. Studys „Über Lies Geometrie der Kreise und Kugeln I, II“.* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Berlin: Georg Reimer 48 (2) (1921/22) 689-691.

[Zeuthen 1876] Zeuthen, Hieronimus Georg: *Revue bibliographique de Clebsch: „Vorlesungen über die Geometrie“.* Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques X (1876) 117-122.

[Zeuthen 1891] Zeuthen, Hieronimus Georg: *Sur la révision de la théorie des caractéristiques de M. Study (Extrait d'une lettre à M. Klein).* Math. Ann. 37 (1891) S. 461-464.

[Zeuthen 1893] Zeuthen, Hieronimus Georg: *Exemples de la determination des coniques dans un système donnée qui satisfont à une condition donnée.* Math. Ann. 41 (1893) S. 539-544.

[Zeuthen 1905] Zeuthen, Hieronimus Georg: *Abzählende Methoden.* Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften (1905) Band III, 2. Teil, 1. Hälfte, Teil C, Abschnitt 3.

[Zeuthen 1914] Zeuthen, Hieronimus Georg: *Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie.* Leipzig und Berlin: Teubner (1914).

[Zeuthen/Pieri 1915] Zeuthen, Hieronimus Georg/Pieri, Mario: *Geometrie enumerative.* französische Enzyklopädie III/3 (1915) 345-407.

[Ziegler 1985] Ziegler, Renatus: *Die Geschichte der geometrischen Mechanik im 19. Jahrhundert.* Wiesbaden: Steiner (1985).

[Zindler 1903] Zindler, Konrad: *Rezension von Studys „Geometrie der Dynamen“.* Monatshefte für Mathematik und Physik 14 (1903) 70-75.

9.2 Archive

[Study-Archiv] Bibliothek der Universität Bonn, Abteilung Handschriften und Rara: *Nachlass Eduard Study.*

[Personalakte Study/Greifswald] Archiv der Universität Greifswald: *Personalakte Eduard Study.*

[Personalakte Study/Leipzig] Universitätsarchiv Leipzig: *Personalakte 993: Eduard Study.*

[Engel-Archiv] Universität Gießen, Bibliothek des mathematischen Instituts: *Nachlass Friedrich Engel.*

[Promotionsakten] Ludwig-Maximilians-Universität, Universitätsarchiv: *Promotionsakten Eduard Study.*

[TU-Jahresbericht] Technische Universität München, Teilbibliothek Mathematik/Informatik: *Jahresbericht der Münchener Technischen Hochschule.* (1883/84).

[Klein-Archiv/Study] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Abteilung Handschriften und seltene Drucke: Nachlass Felix Klein *Briefe Studys an Klein.*

[Klein-Archiv/Zeuthen] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Abteilung Handschriften und seltene Drucke: Nachlass Felix Klein *Briefe Studys an Zeuthen.*

[Seminarbuch 1880-1886] Mathematische Bibliothek der Universität Göttingen *Seminarbuch Felix Kleins von der Universität zu Leipzig.*

[Lie-Archiv] Universitätsbibliothek Oslo *Nachlass Sophus Lie.*

[Mayer-Archiv] Universitätsbibliothek Leipzig, Handschriftenabteilung: *Nachlass Adolf Mayer.*

[Althoff-Archiv] Technische Universität Berlin: *Nachlass Friedrich Althoff.*

[Vaihinger-Archiv] *Korrespondenz Vaihinger—Einstein.* Abteilung Handschriften der Staats- und Universitätsbibliothek Bremen, Postfach 330160, 28331 Bremen.

[Einstein-Nachlass] *Nachlass Albert Einstein.* The Jewish National and University Library, Departement of Manuscripts and Archives, Jerusalem, Israel.

9.3 Abbildungsnachweis

Abb. 0	:	(Seite nach dem Titelblatt) aus [Weiss 1930a]
Abb. 1	:	[Study-Archiv], 4,3,1 (Mitte), 1,2 (links und rechts)
Abb. 2	:	[Study-Archiv], 3,2,2
Abb. 3	:	[Study-Archiv], 3,2,1
Abb. 4	:	[Study-Archiv], 3,2,3
Abb. 5	:	[Study-Archiv], 3,2,4
Abb. 6	:	[Study-Archiv], 3,2,6
Abb. 7	:	[Study-Archiv], 3,2,5
Abb. 8	:	[Engel-Archiv], Postkarte an Engel vom 13.04.1901
Abb. 9	:	[Study-Archiv], 3,2,8
Abb. 10	:	[Engel-Archiv], Postkarte an Engel vom 03.02.1909
Abb. 11	:	links: aus [Engel 1930], rechts: [Study-Archiv], 3,2,11
Abb. 12	:	[Study-Archiv], 4,2,2
Abb. 13	:	[Study-Archiv], 4,2,4
Abb. 14	:	[Study-Archiv], 3,2,7