土木学会論文集D3（土木計画学），Vol. 68, No. 4, 272-284, 2012.

サプライチェーンを考慮した交通ネットワークの離散型最適化：最適設計と脆弱性評価

山田　忠史[1]・中村　昂雅[2]・横山　大河[3]・谷口　栄一[4]

[1]正会員　京都大学大学院准教授　工学研究科都市社会工学専攻（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂）
E-mail: t.yamada@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

[2]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻（同上）
E-mail: taka-n@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

[3]学生会員　京都大学大学院修士課程　工学研究科都市社会工学専攻（同上）
E-mail: taiga.y@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

[4]フェロー会員　京都大学大学院教授　工学研究科都市社会工学専攻（同上）
E-mail: taniguchi@kiban.kuciv.kyoto-u.ac.jp

本研究は，均衡制約付き数理計画問題の枠組みで，サプライチェーンネットワーク(SCN)と交通ネットワーク(TN)を統合したスーパーネットワークを対象に，TN上の離散設計変数の値を最適化するモデルを提案する．このモデルの上位レベルは，TN上のリンクの組み合わせ最適化問題に相当する．一方，下位レベルには，サプライチェーンとマルチモーダル交通のスーパーネットワーク均衡モデルを採用し，スーパーネットワーク上の各主体，すなわち，製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場，物流業者，旅客の行動が記述される．このモデルを用いて，TN上のリンクの新設・改良によるSCNの効率性向上（TNの最適設計），および，リンクの途絶によるSCNの余剰低下（TNの脆弱性評価）について，基礎的検討を行う．

Key Words : *supply chain, multimodal transport, supernetwork, DNDP, vulnerability, MPEC*

1. はじめに

サプライチェーンネットワーク(supply chain network: SCN)は，製品の生産から消費に至るまでの，活動主体と商品の連鎖を示したネットワークである．実利的なSCNの形成，すなわち，サプライチェーンマネジメントが企業の重要な戦略の一つ[1)]になった現在においては，商品の移動（物流）に関する意思決定も，SCN全体を見渡した上で行われるようになってきている．

一方で，商品の移動そのものは交通ネットワーク(transport network: TN)上で行われるので，SCNとTNには相互作用が生じる可能性があり，SCN上の各主体の行動とTN上の交通状態が相互に影響しあうことがある[2)]．そのような場合，TN上のリンクの新設・改良（TNの設計）や途絶（TNの脆弱性）は，SCN上の商品の移動やSCNの効率性に，少なからず影響を及ぼす．東日本大震災においても，交通リンクの途絶が，物資や商品のSCNに及ぼす影響の大きさが再認識された（例えば，文献3)）．それゆえ，物資や商品のサプライチェーンの観点から，TNの性能や設計を考究する必要がある．

SCN上で生じる現象を記述するための方法論として，サプライチェーンネットワーク均衡 (supply chain network equilibrium: SCNE)モデルがある．このモデルは，Nagurney *et al.* [4)]によって開発され，多段階の複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮したうえで，SCN上の製造業者，小売業者，消費市場（消費者）の行動を記述し，SCN上の商品の取引量（および，生産量）や価格などが算定される．SCNEモデルは以降，需要の不確実性[5),6)]，電子商取引[7)-9)]，リバースサプライチェーン[10)-12)]，企業の社会的責任[13),14)]，生産容量[15),16)]，原材料業者の行動[12),17)]，物流業者の行動[18)]，SCN間の競合性[19)-21)]，多期間化[16),17),22)]，商物分離[23)]を考慮したモデルへと拡張されてきている．しかし，これらの既存研究においては，輸送費用や運賃の決定過程が内生化されておらず，それと深く関係するTN上の交通状態も明示されていない．したがって，既存のSCNEモデルは，SCN上の行動変化とTN上の交通状態が相互に影響を及ぼす場合には適用できず，交通施策の効果分析には必ずしも有用ではない．

Yamada *et al.*[2]は，物流業者の行動を考慮したSCNEモデル[18]を拡張して，SCNとTNを統合したスーパーネットワーク（図-1）を対象としたモデル，すなわち，スーパーネットワーク均衡(supply chain-transport supernetwork equilibrium: SC-T-SNE)モデルを提案している．このモデルは，物流業者の行動記述を介して，道路ネットワーク上の交通状態がSCN上の各主体の行動に及ぼす影響，および，その逆を検討可能としている．それゆえ，SCNとTNの相互作用を考慮する場合には，SC-T-SNEモデルの使用が有効である．なお，SC-T-SNE（および，以降のSC-MT-SNE）モデルが考慮する相互作用は，SCN上の商品とTN上の旅客がそれぞれ異なる目的でTNを利用する際に発生する相互作用であり，SCN上の商品とそれを購買する旅客流の相互作用は扱われていない．また，既存の研究[24),25)]において，SCNEがTN均衡問題として再定式化および求解可能であることが示されているが，これらの研究は，両均衡モデルの数理的等価性を示したに過ぎず，SC-T-SNEモデルのように，SCNとTNが統合されたわけではない．

SCNEの拡張研究の中には，SCN上で生じる現象をSCNEモデルで記述し，その制約下で意思決定者の目的を最適化する研究も見られる[15),26),27)]．いずれの研究も，均衡制約付き数理計画問題(mathematical programmes with equilibrium constraints: MPEC)を採用し，上位レベルが組み合わせ最適化，下位レベルがSCNEに相当する．下位レベルがパラメータ付きの変分不等式になることから，上位レベルの解法には，遺伝的アルゴリズムなどの近似解法が用いられている．しかしながら，いずれの研究も，交通施策を対象としておらず，また，TN上で生じる現象を考慮していない．すなわち，制約条件にSC-T-SNEを採用したMPEC型モデルは，これまで存在していない．

本研究では，SCNとTNに上述の相互作用が生じる場合を想定し，図-2に示すようなMPECの枠組みで，TNの離散最適化モデルを開発する．このモデルの上位レベルは，最適なリンクの組み合わせを決定する問題に相当する．下位レベルでは，既存のSC-T-SNEモデル[2)]が，道路ネットワークのみに着目していた点を改良し，マルチモーダルなTNを対象としたSC-MT-SNE(supply chain-multimodal transport supernetwork equilibrium)を組み込む．このようなMPEC型モデルは，離散型ネットワーク設計問題(discrete network design problem: DNDP)の一種に相当し，SCN上の現象とマルチモーダルTN上での交通状態の相互作用を考慮した上で，TNを最適に設計することに寄与する．なお，SC-MT-SNE（および，SC-T-SNE）を組み込んだDNDPもまた，これまで存在しない（DNDPの定義や既存研究については，文献28)-30)を参照されたい）．また，物資や商品の流動を考慮したDNDPの研究として，Yamada *et al.*[31)]やApivatanagul and Regan[32)]があるが，いずれもSCNを明示的に考慮していないので，本研究の数値計算で示すような，流通経路の特性を加味した結果が導出されない．

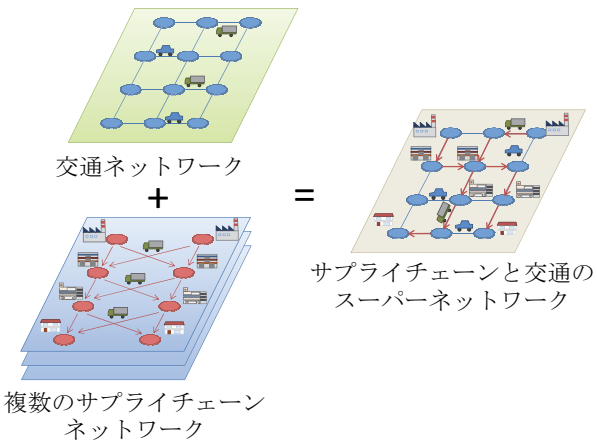

図-1　対象とするネットワーク

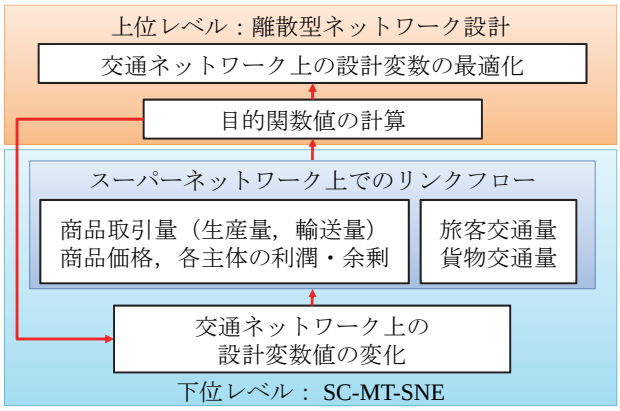

図-2　モデルの全体構造

上位レベルの目的関数には，例えば，TN上のリンクの新設・改良がもたらす費用便益比の最大化[31)]などが考えられる．本研究では，SCNを考慮したDNDP（SCNを考慮したTNの最適設計）として，TN上のリンクの新設・改良がもたらすSCNの効率化（費用便益比の最大化）を採用する．一方，災害時を見据えた場合，SCN上の活動を継続させる上で重要なリンクを事前に抽出しておき，災害に対して強靭であるように，何らかの対策を講じておくことが望ましい．SCN指向のTNの強靭化に供するために，TN上のリンクの途絶がSCNの余剰低下を最大にするようなリンクの抽出も行う．後者は，SCNの観点から見た，TNの脆弱性解析[33),34)]やネットワーク停止問題(network interdiction problem: NIP)[35)]の一種に相当する．

2.　モデルの定式化

(1)　全体構造と上位レベル

上述のいずれの目的関数を用いようとも，モデル全体は，図-2が示すような構造，すなわち，数理的にはMPEC

の構造をとる．下位レベルは，スーパーネットワーク上の商品の取引量（および，生産量，輸送量）や価格，交通量などを決定するSC-MT-SNEモデルである．一方，上位レベルは，TN上のリンクの最適な組み合わせを決定する問題である．両レベルの解は相互に影響を及ぼす．すなわち，上位レベルの解（TNの変化）と下位レベルの解（商品取引量，商品価格，交通量など）は互いに影響しあう．このとき，モデルは，上位レベルの式(1)と下位レベルの式(2),(3)により，以下のように定式化される．なお，＊は均衡解を，山括弧はベクトルの内積を表す．

$$\max_{u} \quad P\left(u, Z^{*}\right) \tag{1}$$

$$\text{subject to } \left(u, Z\right) \in K \tag{2}$$

$$\left\langle G\left(u, Z^{*}\right), Z - Z^{*} \right\rangle \geq 0 \tag{3}$$

ここに，

u　：TN上の設計変数ベクトル（リンクの組み合わせ）

Z　：スーパーネットワーク上の状態変数ベクトル

K　：空でない集合（＝実行可能空間）

式(2)が各変数の条件に，式(3)がSC-MT-SNE（より具体的には，式(32)）に相当する．

本研究では，上位レベルを0-1変数の組み合わせ最適化問題とする．AをTN上のリンク集合，A_1を設計変数の対象外のリンク集合，A_2を設計変数の対象となるリンク集合とし（$A = A_1 \cup A_2$），各リンクをaで表すと，$u_a \in \{0,1\}$，$u=\{u_a | a \in A_2\}$である．すなわち，u_aが1のとき，リンクaが新設・改良（脆弱性分析の場合は，途絶）され，u_aが0のとき，それが実行されないことを意味する．以降の数値計算例では，組み合わせ数が小さい場合，列挙法を用いて，上位レベルの厳密解を算出する．一方，組み合わせ数が大きい場合には，MPEC型SCNEモデル[15),26),27)]で述べたように（既存のDNDPについても同様[28)-30)]），近似解法を用いる必要がある．その場合には，本研究とモデルの全体構造が類似すること，さらには，短時間で良好な解が求まることから，Yamada *et al.*[31)]による遺伝的局所探索法(genetic local search: GLS)を採用する．

(2) 下位レベル（SC-MT-SNEモデル）

式(3)に示されたSC-MT-SNEを，Yamada *et al.*[2)]のSC-T-SNEと同様にして，具体的に導出する．

図-3のように，Y種類の商品のサプライチェーンが，各々ネットワーク構造を有するものとする（すなわち，Y個のSCNが存在する）．各SCNは商品y (y=1,...,Y) を供給し，商品yのSCN上には，I^y個の異なる製造業者，J^y個の異なる卸売業者，K^y個の異なる小売業者，H^y個の異なる物流業者が存在し，L個の異なる消費市場でY種類の商品が消費される．さらに，I^y, J^y, K^y, H^yは商品ごとに異なる業者とし，それぞれが独立して意思決定を行うものとする．いずれのSCNも，「製造業者→卸売業者→小売業者→消費市場」という，四層からなる単一の流通段階を

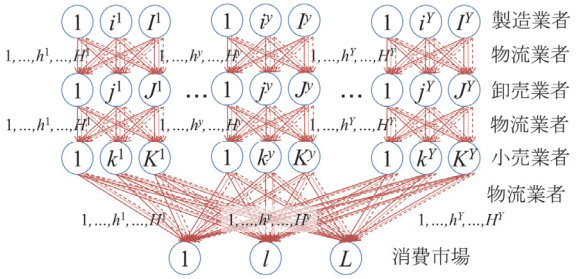

図-3　モデル化の対象とするSCN

有しており，流通段階の各層において企業は競争的であるとする．**図-3**において，リンクは，商品の取引および輸送を表す．輸送は物流業者に担われるので，同一ノード間の複数リンクは物流業者を区別したものである．

商物分離，中抜き（三層）や電子商取引などの流通段階も考慮可能[8),23)]であり，特定ノード間の結合を強化[6)]すればSCMを色濃く反映できるが，SC-MT-SNE，および，それを用いたDNDPの端緒である本研究では，既存のSCNEやSC-T-SNEに合わせて，ノード間の結合を限定せずに，上述の四層の流通段階を採用する．

図-2のように，SCNはTN上に存在するとみなせることから，TN上のノード集合をVとすると，交通ネットワークD (V, A)上にY個のSCNが存在することになる．それゆえ，製造業者，卸売業者，小売業者，消費市場が，TNのノード上に存在し，各主体間の商品の取引に伴い，各ノードから貨物交通が発生・集中する．各ノードからは，上述の貨物以外の交通（以下，旅客と称する）も発生・集中する．これらすべての交通の起点集合を$R \subseteq V$，終点集合を$S \subseteq V$とする．なお，同一のノードから交通の発生と集中が生じることや，業者が存在しているノードから，旅客の発生や集中が生じることは許容されるが，同一のノード上に，同一の商品を扱う業者は複数存在しないこととする．

SC-MT-SNE モデルは，SC-T-SNE モデルとは異なり，異なる交通機関間での積替えや乗換えを考慮する．本研究で扱う TN 上のリンクは，道路 (A_{road})，線路(A_{rail})，航路(A_{sea})，交通機関の結節点（すなわち，ターミナル）での積替え・乗換え ($A_{transfer}$) （$A=A_{road} \cup A_{rail} \cup A_{sea} \cup A_{transfer}$）から構成される．また，SC-T-SNE モデルでは，道路交通のみを対象にしていたので，旅客の移動は，乗用車の台数単位に相当したが，SC-MT-SNE モデルでは，異なる交通機関間の乗継ぎを表現する必要があるため，旅客の移動は，人数単位に相当する．一方，貨物については，SC-T-SNE モデルと同様に，重量（取引量）に相当する．これら異なる単位を台数換算することで（式(30)参照），相互作用を含む均衡状態が記述される．

さらに，SC-T-SNE モデルでは，SCN 上の各主体の商品取引量が TN 上の経路で識別されていたが，通常，TN

上の経路は物流業者によって決定されることを考慮し，SC-MT-SNE モデルでは，物流業者の輸送量のみ，経路で識別する（式(18)～(21)参照）．

a) 製造業者の行動

商品yを扱う製造業者i^yの行動は，利潤F_{i^y}の最大化を目的として，以下のように表される．

$$\underset{Q^1_{i^y}}{\mathrm{Max}}\ F_{i^y}\left(Q^{1y}\right)=\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{i^yj^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}q_{h^yi^yj^y}-f_{i^y}\left(Q^{1y}\right)-g_{i^y}\left(Q^{1y}\right)-\sum_{j^y=1}^{J^y}c_{i^yj^y}\left(Q^{1y}\right)-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{h^yi^yj^y}q_{h^yi^yj^y} \tag{4}$$

$$\text{subject to}\quad q_{h^yi^yj^y}\geq 0\quad \forall h^y,j^y \tag{5}$$

ここに，

$\rho^1_{i^yj^y}$ ：製造業者i^yから卸売業者j^yへの販売価格

$q_{h^yi^yj^y}$ ：i^yj^y間での物流業者h^yの輸送量（h^y,j^yで識別した商品yの生産量に相当する）

$Q^1_{i^y}$ ：$q_{h^yi^yj^y}$を要素とするH^yJ^y次元ベクトル

Q^{1y} ：$q_{h^yi^yj^y}$を要素とする$H^yI^yJ^y$次元ベクトル

$f_{i^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yの生産費用

$g_{i^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yの施設費用

$c_{i^yj^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yと卸売業者j^yの取引費用（ただし，i^yj^y間の輸送費用を除く）

$\rho^1_{h^yi^yj^y}$ ：i^yj^y間の輸送における物流業者h^yの運賃

Q^1はQ^{1y}を要素とする$S^1\left(=\sum_{y=1}^{Y}(H^yI^yJ^y)\right)$次元ベクトルとする．施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関するすべての製造業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす$Q^{1*}\in R_+^{S^1}$を求める問題と等価である．

$$\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[-\frac{\partial F_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^yi^yj^y}}\right]\times\left[q_{h^yi^yj^y}-q^*_{h^yi^yj^y}\right]\geq 0\ \forall Q^1\in R_+^{S^1} \tag{6}$$

b) 卸売業者の行動

商品yを扱う卸売業者j^yの行動は，利潤F_{j^y}の最大化を目的として，以下のように表される．

$$\underset{Q^1_{j^y},Q^2_{j^y}}{\mathrm{Max}}\ F_{j^y}\left(Q^{1y},Q^{2y}\right)=\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{j^yk^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}q_{h^yj^yk^y}-c_{j^y}\left(Q^{1y}\right)-g_{j^y}\left(Q^{1y}\right)-\sum_{k^y=1}^{K^y}c_{j^yk^y}\left(Q^{2y}\right)-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{h^yj^yk^y}q_{h^yj^yk^y}-\sum_{i^y=1}^{I^y}\rho^{1*}_{i^yj^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}q_{h^yi^yj^y} \tag{7}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q_{h^yj^yk^y}\leq\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}q_{h^yi^yj^y} \tag{8}$$

$$q_{h^yi^yj^y}\geq 0\ \forall h^y,i^y,\quad q_{h^yj^yk^y}\geq 0\ \forall h^y,k^y \tag{9}$$

ここに，

$\rho^2_{j^yk^y}$ ：卸売業者j^yから小売業者k^yへの販売価格

$q_{h^yj^yk^y}$ ：j^yk^y間での物流業者h^yの輸送量（h^y,k^yで識別したj^yの商品取引量に相当する）

$Q^1_{j^y}$ ：$q_{h^yi^yj^y}$を要素とするH^yI^y次元ベクトル

$Q^2_{j^y}$ ：$q_{h^yj^yk^y}$を要素とするH^yK^y次元ベクトル

Q^{2y} ：$q_{h^yj^yk^y}$を要素とする$H^yJ^yK^y$次元ベクトル

$c_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者j^yの保管費用

$g_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者j^yの施設費用

$c_{j^yk^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：卸売業者j^yと小売業者k^yの取引費用（ただし，j^yk^y間の輸送費用を除く）

$\rho^2_{h^yj^yk^y}$ ：j^yk^y間の輸送における物流業者h^yの運賃

Q^2はQ^{2y}を要素とする$S^2\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^yJ^yK^y\right)\right)$次元ベクトルとする．保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関するすべての卸売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす$(Q^{1*},Q^{2*},\gamma^*)\in R_+^{S^1+S^2+S^6}$を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[-\frac{\partial F_{j^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^yi^yj^y}}-\gamma^*_{j^y}\right]\times\left[q_{h^yi^yj^y}-q^*_{h^yi^yj^y}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\left[-\frac{\partial F_{j^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^yj^yk^y}}+\gamma^*_{j^y}\right]\times\left[q_{h^yj^yk^y}-q^*_{h^yj^yk^y}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{j^y}^{J^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}q^*_{h^yi^yj^y}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q^*_{h^yj^yk^y}\right]\times\left[\gamma_{j^y}-\gamma^*_{j^y}\right]\geq 0\\&\qquad\qquad\forall\left(Q^1,Q^2,\gamma\right)\in R_+^{S^1+S^2+S^6}\end{aligned} \tag{10}$$

γ_{j^y}は式(8)についてのラグランジェ乗数であり，γはγ_{j^y}を要素とする$S^6\left(=\sum_{y=1}^{Y}J^y\right)$次元ベクトルである．

卸売業者の重要な役割として，製造業者と小売業者の仲介，および，それに伴う流通経路（販路）の多様化がある．それゆえ，モデル化において，卸売業者を捨象した場合，特定のノード間のみに取引が成立，すなわち，流通経路が限定される可能性がある[23]．本研究では，卸売業者の行動を考慮することにより，**図-3** のように，各商品の流通が特定の経路に限定されないこととする．

c) 小売業者の行動

商品yを扱う小売業者k^yの行動は，卸売業者と同様に，利潤F_{k^y}の最大化を目的として，以下のように表される．

$$\underset{Q^2_{k^y},Q^3_{k^y}}{\mathrm{Max}}\ F_{k^y}\left(Q^{2y},Q^{3y}\right)=\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{k^yl}\sum_{h^y=1}^{H^y}q_{h^yk^yl}-c_{k^y}\left(Q^{2y}\right)-g_{k^y}\left(Q^{2y}\right)-\sum_{l=1}^{L}c_{k^yl}\left(Q^{3y}\right)-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{h^yk^yl}q_{h^yk^yl}-\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{2*}_{j^yk^y}\sum_{h^y=1}^{H^y}q_{h^yj^yk^y} \tag{11}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}q_{h^yk^yl}\leq\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}q_{h^yj^yk^y} \tag{12}$$

$$q_{h^yj^yk^y}\geq 0\ \forall h^y,j^y,\quad q_{h^yk^yl}\geq 0\ \forall h^y,l \tag{13}$$

ここに，

$\rho^3_{k^yl}$ ：小売業者k^yの消費市場lへの販売価格

$q_{h^yk^yl}$ ：k^yl間での物流業者h^yの輸送量（h^y,lで識別したk^yの商品取引量に相当する）

$Q^2_{k^y}$ ：$q_{h^yj^yk^y}$を要素とするH^yJ^y次元ベクトル

$Q^3_{k^y}$ ：$q_{h^yk^yl}$を要素とするH^yL次元ベクトル

Q^{3y} ：$q_{h^yk^yl}$を要素とするH^yK^yL次元ベクトル

$c_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者k^yの保管費用

$g_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者k^yの施設費用

$c_{k^yl}\left(Q^{3y}\right)$ ：小売業者k^yと消費市場lの取引費用（ただ

し，$k^y l$ 間の輸送費用を除く）

$\rho^3_{h^y k^y l}$　：$k^y l$ 間の輸送における物流業者 h^y の運賃

Q^3 は Q^{3y} を要素とする $S^3\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^y K^y L\right)\right)$ 次元ベクトルとする．保管費用関数，施設費用関数，取引費用関数が連続かつ凸であり，すべての商品に関するすべての小売業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす$(Q^{2*},\ Q^{3*},\ \delta^*)\in R_+^{S^2+S^3+S^7}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\left[-\frac{\partial F_{k^y}\left(Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}-\delta^*_{k^y}\right]\times\left[q_{h^y j^y k^y}-q^*_{h^y j^y k^y}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\left[-\frac{\partial F_{k^y}\left(Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}}+\delta^*_{k^y}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}-q^*_{h^y k^y l}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k^y}^{K^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}q^*_{h^y j^y k^y}-\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{l=1}^{L}q^*_{h^y k^y l}\right]\times\left[\delta_{k^y}-\delta^*_{k^y}\right]\geq 0\\&\qquad\qquad\forall\left(Q^2,Q^3,\delta\right)\in R_+^{S^2+S^3+S^7}\end{aligned}\tag{14}$$

δ_{k^y} は式(12)についてのラグランジェ乗数であり，δ はδ_{k^y} を要素とする $S^7\left(=\sum_{y=1}^{Y}K^y\right)$ 次元ベクトルである．

d)　消費市場の均衡条件

需要関数が連続であるとし，消費市場 l では以下のような均衡条件が成立すると仮定する．

$$\rho^{3*}_{k^y l}\begin{cases}=\rho_l^{4y*} & \text{if } q^*_{h^y k^y l}>0\\ \geq\rho_l^{4y*} & \text{if } q^*_{h^y k^y l}=0\end{cases}\tag{15}$$

$$d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\begin{cases}=\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q^*_{h^y k^y l} & \text{if } \rho_l^{4y*}>0\\ \leq\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q^*_{h^y k^y l} & \text{if } \rho_l^{4y*}=0\end{cases}\tag{16}$$

ここに，

ρ_l^{4y}　：消費市場lでの商品yの市場価格

ρ^{4y}　：ρ_l^{4y} を要素とするL次元ベクトル

$d_l^y\left(\rho^{4y}\right)$　：消費市場lの商品yの需要関数

ρ^4 はρ^{4y} を要素とするLY次元ベクトルとする．均衡状態において，式(15),(16)は，すべての商品に関してすべての消費市場について満たされる必要があり，これらの均衡条件は，以下の変分不等式を満たす$(Q^{3*},\rho^{4*})\in R_+^{S^3+LY}$ を求める問題と等価である．

$$\begin{aligned}&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\left[\rho^{3*}_{k^y l}-\rho_l^{4y*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}-q^*_{h^y k^y l}\right]\\&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q^*_{h^y k^y l}-d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\right]\times\left[\rho_l^{4y}-\rho_l^{4y*}\right]\geq 0\\&\qquad\qquad\forall\left(Q^3,\rho^4\right)\in R_+^{S^3+LY}\end{aligned}\tag{17}$$

e)　物流業者の行動

物流業者はSCN上の意思決定主体の一つであるが，同時にTNの利用者でもある．本研究では，TN上に3種類の交通機関（道路交通，鉄道，船舶）を想定し，その利用者は，対象SCN上の貨物（物流業者）と旅客の2種類とする．TN上の経路費用は，OD交通量や商品取引量（すなわち，生産量，輸送量）に応じて変化する．経路費用は，物流業者の行動を介してSCN上の商品取引量に影響を及ぼすので，結果的に貨物交通のOD交通量も変動する．

ここに，$E^{1y}(u),E^{2y}(u),E^{3y}(u)$をそれぞれ，TN上のODペア $\left(i^y,j^y\right)$ $\left(i^y\in R,\ j^y\in S\right)$，$\left(j^y,k^y\right)$ $\left(j^y\in R,k^y\in S\right)$，$\left(k^y,l\right)$ $\left(k^y\in R,\ l\in S\right)$ の経路集合とする．リンクの新設あるいは途絶が設計変数uに含まれるとき，経路集合はuに依存する．また，(i^y,j^y)間の経路 $p^{1y}\in E^{1y}(u)$，(j^y,k^y)間の経路 $p^{2y}\in E^{2y}(u)$，$(k^y,\ l)$間の経路 $p^{3y}\in E^{3y}(u)$ について $\dim p^{1y}=e^{1y}$，$\dim p^{2y}=e^{2y}$，$\dim p^{3y}=e^{3y}$ とする．旅客の発生ノード（起点）を $r\in R$，集中ノード（終点）を $s\in S$ とし，ODペアrs間の経路 $p_{rs}\in E_{rs}(u)$（E_{rs}はrs間の経路集合）について，$\dim\ p_{rs}=e^5$ とする．

このとき，物流業者h^yの行動は，利潤F_{h^y} の最大化を目的として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}&\underset{Q^1_{h^y},Q^2_{h^y},Q^3_{h^y},\tilde{Q}^1_{h^y},\tilde{Q}^2_{h^y},\tilde{Q}^3_{h^y}}{\text{Max}}\quad F_{h^y}\left(Q^{1y},Q^{2y},Q^{3y},\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)\\&=\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\rho^{1*}_{h^y i^y j^y}q_{h^y i^y j^y}+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\rho^{2*}_{h^y j^y k^y}q_{h^y j^y k^y}\\&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\rho^{3*}_{h^y k^y l}q_{h^y k^y l}-g_{h^y}\left(Q^{1y},Q^{2y},Q^{3y}\right)\\&-\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)\\&-\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)\\&-\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)\end{aligned}\tag{18}$$

$$\text{subject to}\quad\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}=q_{h^y i^y j^y}\quad\forall i^y,j^y\tag{19}$$

$$\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}=q_{h^y j^y k^y}\ \forall j^y,k^y\tag{20}$$

$$\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}=q_{h^y k^y l}\quad\forall k^y,l\tag{21}$$

$$\begin{aligned}&q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}\geq 0\ \ \forall i^y,j^y,p^{1y},\ \ q_{h^y i^y j^y}\geq 0\ \ \forall i^y,j^y\\&q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}\geq 0\ \forall j^y,k^y,p^{2y},\ q_{h^y j^y k^y}\geq 0\ \forall j^y,k^y\\&q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}\geq 0\ \ \forall k^y,l,p^{3y},\quad q_{h^y k^y l}\geq 0\quad\forall k^y,l\end{aligned}\tag{22}$$

ここに，

$q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}$　：物流業者 h^y が，TN 上の経路 p^{1y} を通って，製造業者 i^y から卸売業者 j^y へ輸送する商品の量

$q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}$　：物流業者 h^y が，TN 上の経路 p^{2y} を通って，卸売業者 j^y から小売業者 k^y へ輸送する商品の量

$q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}$　：物流業者 h^y が，TN 上の経路 p^{3y} を通って，小売業者 k^y から消費市場 l へ輸送する商品の量

$Q^1_{h^y}$　：$q_{h^y i^y j^y}$ を要素とする $I^y J^y$ 次元ベクトル

$Q^2_{h^y}$　：$q_{h^y j^y k^y}$ を要素とする $J^y K^y$ 次元ベクトル

$Q^3_{h^y}$　：$q_{h^y k^y l}$ を要素とする $K^y L$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^1_{h^y}$　：$q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}$ を要素とする $I^y J^y e^{1y}$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^2_{h^y}$　：$q^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}$ を要素とする $J^y K^y e^{2y}$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^3_{h^y}$　：$q^{p^{3y}}_{h^y k^y l}$ を要素とする $K^y L e^{3y}$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^1$　：$q^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}$ を要素とする $\tilde{S}^1\left(=\sum_{y=1}^{Y}(H^y I^y J^y e^{1y})\right)$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^2$ ：$q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}$ を要素とする $\tilde{S}^2\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^y J^y K^y e^{2y}\right)\right)$ 次元ベクトル

$\tilde{Q}^3$ ：$q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}$ を要素とする $\tilde{S}^3\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(H^y K^y L e^{3y}\right)\right)$ 次元ベクトル

$g_{h^y}(\bullet)$ ：物流業者h^yの施設費用

$C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}(\bullet)$, $C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}(\bullet)$, $C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}(\bullet)$：経路$p^{1y}, p^{2y}, p^{3y}$における物流業者$h^y$の単位輸送量（重量）あたりの運行費用

e^r ：旅客の発生ノード（起点）数

e^s ：旅客の到着ノード（終点）数

X ：$x_{rs}^{p_{rs}}$ を要素とする$e^r e^s e^5$ 次元ベクトル

$x_{rs}^{p_{rs}}$ ：rs間での経路p_{rs}の交通量

単位輸送量あたりの運行費用は，以下のように求まる．

$$C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)=\sum_{a\in A}\frac{\eta_a}{\iota_a\kappa_a}t_a\left(x_a,u\right)\delta_{a,p^{1y}}^{i^y j^y} \tag{23}$$

$$C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)=\sum_{a\in A}\frac{\eta_a}{\iota_a\kappa_a}t_a\left(x_a,u\right)\delta_{a,p^{2y}}^{j^y k^y} \tag{24}$$

$$C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)=\sum_{a\in A}\frac{\eta_a}{\iota_a\kappa_a}t_a\left(x_a,u\right)\delta_{a,p^{3y}}^{k^y l} \tag{25}$$

ここに，

η_a ：リンクaにおける単位時間の貨物交通一単位（台数）あたりの運行費用

ι_a ：リンクaでの貨物交通一単位あたりの積載容量

κ_a ：リンクaでの貨物交通一単位あたりの平均積載率

$\delta_{a,p^{1y}}^{i^y j^y}$, $\delta_{a,p^{2y}}^{j^y k^y}$, $\delta_{a,p^{3y}}^{k^y l}$ ：経路p^{1y}, p^{2y}, p^{3y}がリンクaを通るとき1，そうでないときは0の0-1変数

$t_a(\bullet)$ ：リンクaの所要時間

x_a ：リンクaの交通量（取引量との関係については，式(30)参照）

η_a, ι_a, κ_a, $t_a(\bullet)$に交通機関特性を反映させることにより，物流業者は，利潤を最大化するように輸送量と経路を決定すると同時に，交通機関を選択することになる．なお，リンクの改良が設計変数uに含まれるとき，リンク所要時間は，uに依存する（具体的には，式(50)参照）．

施設費用関数が連続かつ凸で，運行費用関数が非減少で連続かつ凸であり，すべての商品に関してすべての物流業者の最適性条件が同時に成り立つ場合，この問題は以下の変分不等式を満たす$\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*}\right)\in B_1$を求めればよい．

$$\begin{aligned}
&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}+\mu_{h^y i^y j^y}^{1*}\right]\times\left[q_{h^y i^y j^y}-q_{h^y i^y j^y}^{*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}+\mu_{h^y j^y k^y}^{2*}\right]\times\left[q_{h^y j^y k^y}-q_{h^y j^y k^y}^{*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y k^y l}}+\mu_{h^y k^y l}^{3*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}-q_{h^y k^y l}^{*}\right]
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}-\mu_{h^y i^y j^y}^{1*}\right]\times\left[q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}-q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}-\mu_{h^y j^y k^y}^{2*}\right]\times\left[q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}-q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}\left[-\frac{\partial F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}-\mu_{h^y k^y l}^{3*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}-q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]\geq 0\\
&\qquad\forall\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3\right)\in B_1
\end{aligned} \tag{27}$$

ここに，$B_1\equiv\left\{\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3\right)\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3\right)\in R_+^{S^1+S^2+S^3+\tilde{S}^1+\tilde{S}^2+\tilde{S}^3},(19),(20),(21)\text{ for }\forall h^y,y\right\}$である．なお，$\mu_{h^y i^y j^y}^{1}$, $\mu_{h^y j^y k^y}^{2}$, $\mu_{h^y k^y l}^{3}$ はそれぞれ，式(19),(20),(21)についてのラグランジェ乗数である．

f) 旅客の行動

旅客の行動は，需要変動型利用者均衡[36]に従うと仮定する．それゆえ，OD間の旅客の移動量は，OD間の最短経路上の交通費用に応じて変化する．このとき，TN上の旅客の行動は，以下のように定式化される．

$$\begin{cases}\zeta t_{rs}^{p_{rs}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)=c_{rs}^* & \text{if } x_{rs}^{p_{rs}*}>0\\ \zeta t_{rs}^{p_{rs}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)\geq c_{rs}^* & \text{if } x_{rs}^{p_{rs}*}=0\end{cases} \tag{27}$$

$$d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\begin{cases}=\sum_{p_{rs}\in E_{rs}(u)}x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*>0\\ \leq\sum_{p_{rs}\in E_{rs}(u)}x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*=0\end{cases} \tag{28}$$

ここに，

$$t_{rs}^{p_{rs}}\left(\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,X,u\right)=\sum_{a\in A}t_a\left(x_a,u\right)\delta_{a,p_{rs}}^{rs} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
x_a=\nu_a^x\sum_{p_{rs}\in E_{rs}(u)}\delta_{a,p_{rs}}^{rs}x_{rs}^{p_{rs}}+\nu_a^q\Bigg(&\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}\delta_{a,p^{1y}}^{i^y j^y}\frac{q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}{\iota_a\kappa_a}\\
&+\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}\delta_{a,p^{2y}}^{j^y k^y}\frac{q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}}{\iota_a\kappa_a}+\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}\delta_{a,p^{3y}}^{k^y l}\frac{q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}{\iota_a\kappa_a}\Bigg)
\end{aligned} \tag{30}$$

ζ ：旅客の単位時間あたりの移動費用

$t_{rs}^{p_{rs}}(\bullet)$ ：経路 p_{rs} の所要時間

$\delta_{a,p_{rs}}^{rs}$ ：経路 p_{rs} がリンク a を通るとき 1，そうでないときは 0 の 0-1 変数

ν_a^x ：リンク a を利用する旅客（人数）の交通機関（台数）への換算係数

ν_a^q ：リンク a を利用する貨物（重量）の交通機関（台数）への換算係数

c_{rs} ：rs 間での旅客の移動費用

$d_{rs}(\bullet)$ ：rs 間での旅客の移動に関する需要関数

式(27)はワードロップの第 1 原則に基づく均衡条件であり，式(28)は rs 間の移動需要が満たすべき条件である．旅客の移動が式(27),(28)に従うのに対して，貨物の移動は，式(26)に従う．以降の式(50)を併せて考えると，本研究で表現する TN 上の交通流は，需要変動型のマルチク

ラス利用者均衡配分（例えば，文献 37)）に相当する．

リンク交通量は，当該リンクの旅客の利用量を交通機関の台数に換算した値に，当該リンクにおける SCN の各主体間の商品取引量を台数換算した値を加算して求められる（式(30)）．したがって，式(29),(30)より，旅客の経路所要時間には，貨物の経路交通量が影響を及ぼす．逆に，SCN 上の商品の取引量（生産量，輸送量）には，旅客の交通量が影響を及ぼす．物流業者と同様に，旅客についても，経路選択と同時に利用交通機関が決まる．

均衡状態において，式(27),(28)は，全ての OD ペアについて満たされる必要があり，これらの均衡条件は，下式を満たす $\left(X^*, c_{rs}^*\right) \in R_+^{e^r e^s e^5 + e^r e^s}$ を求めることに等しい．

$$\begin{aligned}
&\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\left[\zeta t_{rs}^{p_{rs}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)-c_{rs}^*\right]\times\left[x_{rs}^{p_{rs}}-x_{rs}^{p_{rs}*}\right]\\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\left[\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}x_{rs}^{p_{rs}*}-d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\right]\times\left[c_{rs}-c_{rs}^*\right]\geq 0 \qquad (31)\\
&\qquad\qquad \forall\left(X,c_{rs}\right)\in R_+^{e^r e^s e^5+e^r e^s}
\end{aligned}$$

g) スーパーネットワーク全体の均衡条件

均衡状態において，製造業者，卸売業者，小売業者，物流業者の最適性条件，および，消費市場と旅客の均衡条件（式(6),(10),(14),(17),(26),(31)）が同時に満たされる．すなわち，スーパーネットワーク全体の均衡条件は，$\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},\gamma^*,\delta^*,\rho^{4*},X^*,c_{rs}^*\right)\in B$ を決定変数とする下記の変分不等式を満たす解と等価である．

$$\begin{aligned}
&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[\frac{\partial f_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}\right.\\
&+\frac{\partial c_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}}\\
&\left.-\gamma_{j^y}^*+\mu_{h^y i^y j^y}^{1*}\right]\times\left[q_{h^y i^y j^y}-q_{h^y i^y j^y}^*\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\left[\frac{\partial c_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}+\frac{\partial g_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}\right.\\
&+\frac{\partial c_{j^y k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}}\\
&\left.+\gamma_{j^y}^*-\delta_{k^y}^*+\mu_{h^y j^y k^y}^{2*}\right]\times\left[q_{h^y j^y k^y}-q_{h^y j^y k^y}^*\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\left[\frac{\partial c_{k^y l}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}}\right.\\
&\left.+\delta_{k^y}^*+\mu_{h^y k^y l}^{3*}-\rho_l^{4y*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}-q_{h^y k^y l}^*\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}\left[C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)\right.\\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&\left.-\gamma_{j^y}^*-\mu_{h^y i^y j^y}^{1*}\right]\times\left[q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}-q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}\left[C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)\right.\\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&\left.+\gamma_{j^y}^*-\delta_{k^y}^*-\mu_{h^y j^y k^y}^{2*}\right]\times\left[q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}-q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}\left[C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)\right.\\
&+\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{l=1}^{L}\sum_{p^{3y}\in E^{3y}(u)}q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\frac{\partial C_{h^y k^y l}^{p^{3y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}}\\
&+\sum_{i^y=1}^{I^y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{p^{1y}\in E^{1y}(u)}q_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}*}\frac{\partial C_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}\\
&+\sum_{j^y=1}^{J^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\sum_{p^{2y}\in E^{2y}(u)}q_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}*}\frac{\partial C_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)}{\partial q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}}\\
&\left.+\delta_{k^y}^*-\rho_l^{4y*}-\mu_{h^y k^y l}^{3*}\right]\times\left[q_{h^y k^y l}^{p^{3y}}-q_{h^y k^y l}^{p^{3y}*}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{j^y=1}^{J^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\left(\sum_{i^y=1}^{I^y}q_{h^y i^y j^y}^*-\sum_{k^y=1}^{K^y}q_{h^y j^y k^y}^*\right)\right]\times\left[\gamma_{j^y}-\gamma_{j^y}^*\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{k^y=1}^{K^y}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\left(\sum_{j^y=1}^{J^y}q_{h^y j^y k^y}^*-\sum_{l=1}^{L}q_{h^y k^y l}^*\right)\right]\times\left[\delta_{k^y}-\delta_{k^y}^*\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{h^y=1}^{H^y}\sum_{k^y=1}^{K^y}q_{h^y k^y l}^*-d_l^y\left(\rho^{4y*}\right)\right]\times\left[\rho_l^{4y}-\rho_l^{4y*}\right]\\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}(u)}\left[\zeta t_{rs}^{p_{rs}}\left(\tilde{Q}^{1*},\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)-c_{rs}^*\right]\times\left[x_{rs}^{p_{rs}}-x_{rs}^{p_{rs}*}\right]\\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\left[\sum_{p_{rs}\in E_{rs}(u)}x_{rs}^{p_{rs}*}-d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)\right]\times\left[c_{rs}-c_{rs}^*\right]\geq 0 \qquad (32)\\
&\qquad\qquad \forall\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)\in B
\end{aligned}$$

ここに，$B\equiv\left\{\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)\in R_+^{S^1+S^2+S^3+\tilde{S}^1+\tilde{S}^2+\tilde{S}^3+S^6+S^7+LY+e^r e^s e^5+e^r e^s},(19),(20),(21)\text{for}\,\forall h^y,y\right\}$ である．ベクトル Z を $Z=\left(Q^1,Q^2,Q^3,\tilde{Q}^1,\tilde{Q}^2,\tilde{Q}^3,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)$ とし，式(32)の左辺第1項から第11項までの乗算記号前の角括弧内の関数群をそれぞれ，$G_{h^y i^y j^y},G_{h^y j^y k^y},G_{h^y k^y l},G_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}},G_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}},G_{h^y k^y l}^{p^{3y}},G_{j^y},G_{k^y},G_l,G_{rs}^{p_{rs}},G_{rs}$ と表す．また，$G(u,Z)$ を $G(u,Z)=\left(G_{h^y i^y j^y},G_{h^y j^y k^y},G_{h^y k^y l},G_{h^y i^y j^y}^{p^{1y}},G_{h^y j^y k^y}^{p^{2y}},G_{h^y k^y l}^{p^{3y}},G_{j^y},G_{k^y},G_l,G_{rs}^{p_{rs}},G_{rs}\right)$ と表されるベクトル値関数とする．このとき，式(32)は，空間 $B(\subseteq K)$ において $Z^*\in B$ を求める問題となり，式(3)と等価になる．

任意の u に対する式(32)の解の存在と一意性の証明については，Yamada *et al.*[2)] と同様である．解法手順は，Meng *et al.*[38)] の推奨する方法に準ずる．すなわち，i)式(32)を等価な相補性問題に変換し，ii)等式(19),(20),(21)と併せて混合相補性問題に帰着させて，iii)相補性条件は二乗 FB 関数を用いて，等式については左辺と右辺の差の二乗和を

とることで，混合相補性問題を等価な制約なし非線形最適化問題に置換した後，iv)準ニュートン法により求解する．なお，$f_{i^y}, c_{i^y j^y}, c_{j^y k^y}, c_{k^y l}, c_{i^y}, c_{j^y}, c_{k^y}, g_{i^y}, g_{j^y}, g_{k^y}, g_{h^y}$ が凸関数，$C^{p^{1y}}_{h^y i^y j^y}, C^{p^{2y}}_{h^y j^y k^y}, C^{p^{3y}}_{h^y k^y l}$ が非減少な凸関数，d^y_l, d_{rs} が単調減少関数，$t^{p_{rs}}_{rs}$ が単調増加関数であり，これらの凸関数族の中に 1 つでも狭義凸関数族が含まれ，$d^y_l, d_{rs}, t^{p_{rs}}_{rs}$ が狭義単調であれば，一意な厳密解が求まる．

h) 価格の導出

γ, δ は式(32)から求解されるので，SCN 上の商品価格については，式(4),(6)より，$q_{h^y i^y j^y} > 0$ のとき

$$\rho^{1*}_{i^y j^y} = \frac{\partial f_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}} + \frac{\partial g_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}} + \frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}} + \rho^{1*}_{h^y i^y j^y} \tag{33}$$

が，式(7),(10)より，$q_{h^y j^y k^y} > 0$ のとき

$$\rho^{2*}_{j^y k^y} = \frac{\partial c_{j^y k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}} + \rho^{2*}_{h^y j^y k^y} + \gamma^*_{j^y} \tag{34}$$

が，式(11),(14)より，$q_{h^y k^y l} > 0$ のとき

$$\rho^{3*}_{k^y l} = \frac{\partial c_{k^y l}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}} + \rho^{3*}_{h^y k^y l} + \delta^*_{k^y} \tag{35}$$

が，それぞれ成り立つ．さらに，同条件下において，式(18),(26)から，以下が導出される．

$$\rho^{1*}_{h^y i^y j^y} = \frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*}, Q^{2y*}, Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y i^y j^y}} + \mu^{1*}_{h^y i^y j^y} \tag{36}$$

$$\rho^{2*}_{h^y j^y k^y} = \frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*}, Q^{2y*}, Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y j^y k^y}} + \mu^{2*}_{h^y j^y k^y} \tag{37}$$

$$\rho^{3*}_{h^y k^y l} = \frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*}, Q^{2y*}, Q^{3y*}\right)}{\partial q_{h^y k^y l}} + \mu^{3*}_{h^y k^y l} \tag{38}$$

3. 数値計算例

(1) 初期設定

構築したモデルを用いて，SCN の効率性に基づく TN 上のリンクの最適な新設・改良（SCN を考慮した TN の最適設計），および，SCN 指向の TN の脆弱性について，基礎的計算を行う．計算に際して，**図-4** のような，仮想的なスーパーネットワークを用いる．問題を単純化し，2 つの都市圏（都市圏内は道路のみ）と，それらを結ぶマルチモーダル TN（道路，線路，航路）を想定する．現実の道路網は，**図-4** よりもはるかに密であるが，端緒的な研究ゆえ，得られた解の要因分析を容易にするために，このように簡略化した．

道路上では，商品の輸送は貨物車（トラック）に，旅客の移動は乗用車に，それぞれ担われる．都市圏間では，鉄道と船舶も利用可能である．**図-4**において，リンク1～68,71,72は道路を，リンク77,78は線路を，リンク83,84は航路を，リンク75,76,79～82,85,86はターミナル（旅客の乗換えや貨物の積替え）を，それぞれ表す．リンク距離はそれぞれ，1(a=3,4,7～12,17,18,23,28,31,32,37,38,41,46,51,52,57～62,65,66)，$\sqrt{2}$ (a=1,2,5,6,13,14,19,20,49,50,55,56,63,64,67,68)，9.5(a=71,72)，5(a=77,78, 83,84)とする．

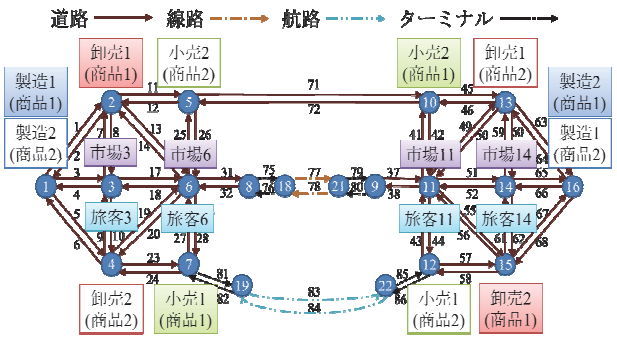

図-4 計算対象とするスーパーネットワーク

商品は2種類で，いずれの商品のSCNも，製造業者2社，卸売業者2社，小売業者2社，消費市場4箇所，物流業者2社であり，旅客の発生・集中ノードは4箇所である（**図-4**）．2社の物流業者は同質であるとする．

SC-MT-SNE の計算に必要となる，$f_{i^y}, c_{j^y}, c_{k^y}, c_{i^y j^y}, c_{j^y k^y}, c_{k^y l}, g_{i^y}, g_{j^y}, g_{k^y}, g_{h^y}, d_l, \eta_a, \iota_a, \kappa_a, \nu^q_a, \nu^x_a, t_a$ の関数形とパラメータ値については，既存研究[2),4),18),39)]を参考にして，解の存在と一意性が確保されるように設定した．

$$f_{i^y} = 100\left(\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y}\right) + 0.2\left(\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y}\right)^2 \tag{39}$$

$$c_{j^y} = 0.03\left(\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{i^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y}\right)^2 \tag{40}$$

$$c_{k^y} = 0.03\left(\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y j^y k^y}\right)^2 \tag{41}$$

$$c_{i^y j^y} = 5\left(\sum_{h^y=1}^{2} q_{h^y i^y i^y}\right) \tag{42}$$

$$c_{j^y k^y} = 5\left(\sum_{h^y=1}^{2} q_{h^y j^y k^y}\right) \tag{43}$$

$$c_{k^y l} = 5\left(\sum_{h^y=1}^{2} q_{h^y k^y l}\right) \tag{44}$$

$$g_{i^y} = 20\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y} \tag{45}$$

$$g_{j^y} = 20\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{i^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y} \tag{46}$$

$$g_{k^y} = 20\sum_{h^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y j^y k^y} \tag{47}$$

$$g_{h^y} = 0.4\left(\sum_{i^y=1}^{2}\sum_{j^y=1}^{2} q_{h^y i^y j^y} + \sum_{j^y=1}^{2}\sum_{k^y=1}^{2} q_{h^y j^y k^y} + \sum_{k^y=1}^{2}\sum_{l=1}^{4} q_{h^y k^y l}\right) \tag{48}$$

$$d^y_l = 1000 - 3.0\rho^{4y}_l \tag{49}$$

なお，2種類の商品は独立財とし，同じ関数形とパラメータ値とした（すなわち，y=1とy=2で同様である）．

上記関数の各項の詳細については，既存研究[2),6),8),18),23)]を参照されたい．TN上の経路については，各主体間および各旅客OD間の距離の小さな順に，20本の経路を抽出した．旅客のOD交通需要については，都市圏間よりも，都

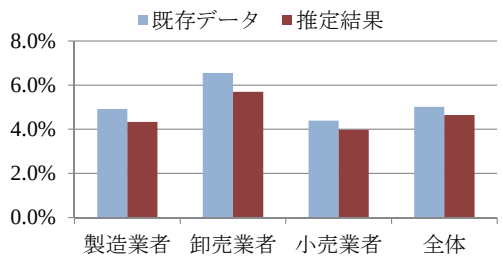

図-5　売上高に占める物流費用の比率

表-1　各主体間の商品取引量（商品 1）

製造＼卸	卸1	卸2
製造1	191	0
製造2	0	197

卸＼小売	小売1	小売2
卸1	191	0
卸2	40	157

小売＼市場	市場3	市場6	市場11	市場14
小売1	88	105	38	0
小売2	0	0	62	95

市圏内の方が大きくなるように，都市圏内では $d_{rs}=150-1.0c_{rs}^{*}$ ，都市圏間では，$d_{rs}=120-1.0c_{rs}^{*}$ とする．なお，Crainic *et al.*[40]を参考にして，リンクコスト関数を以下のように設定する．

$$t_a(x_a,u)=t_{0,a}(u)\left(1+\phi_1 x_a+\phi_2\left(\frac{x_a}{C_{0,a}(u)}\right)^5\right) \tag{50}$$

$t_{0,a}$ はリンク a の自由走行時間であり，0.8(a=3,4,7～10, 11,12,17,18,23～28,31,32,37,38,41～46,51,52,57～62,65,66, 69,70,73,74), 6.0(a=71,72), 4.0(a=77,78,83,84)，0.1(a=75,76, 79,80,81,82,85,86)，1.13(a=1,2,5,6,13～16,19～22,29,30,33～36,39, 40,47～50,53～56,63,64,67,68)とする．$C_{0,a}$ は，リンク a の交通容量であり，以下のように設定する．

$$C_{0,a}=\begin{cases}96 & (a=1\sim6,63\sim68)\\ 120 & (a=7\sim62,69\sim74,77,78,83,84)\\ 12 & (a=75,76,79\sim82,85,86)\end{cases} \tag{51}$$

パラメータ ϕ_1,ϕ_2 は，既存研究[31]を参考にして，道路が (ϕ_1,ϕ_2) =(0.00, 2.62), 線路が(0.00, 0.10), 航路が(1.00, 5.00), ターミナルが(50.0, 25.0)とする．自動車輸送統計年報など[41),42)]を基にして，道路については，ι_a=8, κ_a=0.43, η_a=5, ν_a^q =2.00とし，線路では，ι_a=50, κ_a=0.40, η_a=20, ν_a^q =1.50, 航路では，ι_a=300, κ_a=0.42, η_a=10, ν_a^q =1.00と設定した．また，旅客については，ζ=1.00, ν_a^x=0.67（道路）, ν_a^x=0.0083（線路）, ν_a^x=0.025（航路）とした．

下位レベルのSC-MT-SNEの数値計算には，上述のように，多数の関数形とパラメータ値の設定を必要とするので，それらの設定次第では，上位レベルも含めて，結果が非現実的になる可能性がある．問題設定を少しでも現実に近づけるために，国内企業の業種別物流費用[43]，国内物流業者1社へのヒアリング調査結果，および，道路交通センサスデータ[44]と整合するように，関数形とパラメータ値を上記のように調整した．その結果，業種別の対売上高物流費用（保管費用と運賃の和）比率に関する推定結果（**図-5**）において，各業種とも概ね，実際の値と整合した．また，各物流業者の施設費用と運行費用の比は1:12（国内物流業者のデータによると1:11）であった．

道路ネットワーク上の貨物車混入率（各リンクの交通量を区間延長で加重平均）と全リンクの平均混雑度はそれぞれ，0.43と0.72になり，わが国の道路交通データ[44]と大きな相違は見られない．輸送トンキロについては，自動車が67.1%，鉄道が3.8%，船舶が29.1%と算定され（わが国の輸送統計[45]によると，順に64.0%，3.9%，32.1%），輸送人キロについては，自動車が57.2%，鉄道が33.8%，船舶が9.0%（同様に，順に69.4%，30.4%，0.2%，ただし，航空機を除く[45]）となった．

これらの結果により，現実との整合性が確保されたわけでは決してないが，少しでも整合性を図ることが，計算結果を解釈する上で有用であると考えられる．

このとき（以下，ケース0とする）の商品1の取引量（輸送量）を**表-1**に示す．この結果は，商品2についても同じであり，いずれの商品も，生産量が388（合計776），生産者余剰が23225，消費者余剰が6338となり，総余剰（両商品の生産者余剰と消費者余剰の総和）は59126であった（金額単位）．物流業者は同質であるので，**表-1**に示された各値の半分の量が，各物流業者の輸送量になる．生産者余剰とは，消費市場を除くSCN上の各主体の利潤の和であり，消費者余剰は以下の式により算定される．

$$\int_{\rho_l^{4y*}}^{\rho_l^{4y,0}} d_l^y\left(\rho_l^{4y}\right)d\rho_l^{4y} \tag{52}$$

ここに，$\rho_l^{4y,0}$ は，$d_l^y\left(\rho_l^{4y}\right)=0$ のときの商品 y の消費市場 l での市場価格である．また，ケース 0 での旅客の総移動時間は 21069 であった．

(2)　TNの最適設計に関する数値計算例

TN上のリンクの新設・改良に要する費用に対する，SCNの総余剰増加量（費用便益比）を最大にするような，リンクの組み合わせを決定する（ケース1）．このとき，式(1)の目的関数は，以下のように表される．

$$P\left(u,Z^*\right)=\left(U\left(u,Z^*\right)-U_0\left(Z^*\right)\right)\Big/\sum_{a\in A_2}\alpha_a u_a \tag{53}$$

ここに，

$$\begin{aligned}U\left(u,Z^*\right)=\sum_{y=1}^{Y}\Bigg\{&\sum_{i^y=1}^{I^y}F_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)+\sum_{j^y=1}^{J^y}F_{j^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*}\right)\\&+\sum_{k^y=1}^{K^y}F_{k^y}\left(Q^{2y*},Q^{3y*}\right)+\sum_{h^y=1}^{H^y}F_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*},\tilde{Q}^{1*},\right.\\&\left.\tilde{Q}^{2*},\tilde{Q}^{3*},X^*,u\right)+\sum_{l=1}^{L}\int_{\rho_l^{4y*}}^{\rho_l^{4y,0}}d_l^y\left(\rho_l^{4y}\right)d\rho_l^{4y}\Bigg\}\end{aligned} \tag{54}$$

$U(\bullet)$　：SCNの総余剰（新設・改良する場合）

$U_0(\bullet)$　：SCNの総余剰（新設・改良しない場合）

α_a　：リンクaの新設・改良に要する費用

U_0 は，式(54) において u が無い場合と考えれば，式(54)

表-2　新設・改良の候補

候補番号	対策	対象ノード間	対象リンク	費用
1	道路の拡幅	1,3	3,4	104
2		2,3	7,8	104
3		3,4	9,10	104
4		3,6	17,18	104
5		11,14	51,52	104
6		13,14	59,60	104
7		14,15	61,62	104
8		14,16	65,66	104
9		5,10	71,72	988
10	道路の新設	3,5	15,16	339
11		3,7	21,22	339
12		10,14	47,48	339
13		12,14	53,54	339
14	港湾の改良	7,19 12,22	81,82 85,86	527
15	鉄道駅の改良	8,18 9,21	75,76 79,80	326
16	線路の改良	18,21	77,78	871

*リンク番号は**図-4**参照（ただし，候補番号10～13のリンク番号は新規に付与）

を用いて，U と同様に計算できる．

表-2 に，TN 上の新設・改良の候補 16 箇所（上下線のリンクを併せて 1 箇所とする）と，それに要する費用を示す. 費用の設定については, 既存研究[31]を参考にした. 道路の拡幅については，当該リンクの交通容量を，ケース 0 の 1.5 倍にする．港湾や鉄道駅の改良は，積替え・乗換えを表すリンクの容量を, ケース 0 の 1.5 倍にする．また，線路の改良については，当該リンクの自由走行時間が，ケース 0 の半分になるように設定した．

上述の設定のもと, GLS により近似的に求解した. GLS のオペレータとパラメータについては，既存研究[31]に倣って，個体数 50，エリート個体数 10，世代数 30，交叉率 0.5（一様交叉），突然変異率 0.03，近傍探索数 3 とした．その結果，番号 4，もしくは，5（道路の拡幅）を実行することが最適であった．番号 4 を実行した場合，費用便益比は 8.7 になり，商品 1 の生産者余剰は 23514，消費者余剰は 6488 であり，商品 2 の生産者余剰は 23495，消費者余剰は 6536 となった．総余剰は 60033 である．番号 5 の場合は，商品 1 と 2 に関する値が，番号 4 の場合と逆になる．道路の拡幅が，道路の新設よりも，費用便益比で上回るとの結果は，既存研究[31]と整合している．なお，番号 4 と 5 の両方を実行した場合，それぞれを実行した場合よりも総余剰が大きくなるが，改良に要する費用も増大するため, 結果的に費用便益比が小さくなる．

番号4を実行した場合, 拡幅されたリンクでは, 交通容量の増加に伴い，ケース0（すなわち，改良しない場合）と比較して, 混雑度が低下する（リンク17 : 107%→98%, 18 : 105%→97%）とともに，周辺リンクにおいても混雑が低減した（例えば，リンク7 : 72%→55%，8 : 91%→77%）．混雑の抑制は，特に旅客の移動の円滑化に寄与し，旅客の総移動時間が，ケース0から2%減少した．拡幅箇所が，直接的には旅客交通の走行円滑化につながる箇所であっても，周辺の混雑緩和にも寄与するので，結果的に貨物交通の走行円滑化につながり，比較的低廉な費用と相俟って，SCNの効率性が上昇した．

表-3　消費者余剰の変化（ケース 2-2）

商品1		余剰	ケース0との比較
市場	市場3	995	-24.6%
	市場6	1696	-7.3%
	市場11	1684	1.3%
	市場14	1553	1.8%
消費者余剰		5928	-6.5%

(3)　TNの脆弱性に関する数値計算例

SCN の総余剰減少を最大にするような，TN 上の途絶箇所を探索する．そのような箇所に含まれるリンクは，災害に備えて，途絶しないように事前に強靭にしておく必要がある．各ノード間で上下線リンクが同時に途絶すると想定する. 以降の計算では, 途絶箇所の候補として，**図-4** において, ターミナルを除く 27 箇所を対象とする．

本研究では，**図-4** のようなリンク数の小さいネットワークを対象とするので，多数箇所の途絶を想定すると，SCN に与える影響が大きいのが自明であり，かつ，影響が卓越する箇所が曖昧になる．一方で，複数のリンクの途絶が相乗的に影響をもたらす可能性がある．これらのことを勘案して，計算ケースは途絶が 1 箇所のとき，および，2 箇所のときとする．ただし，現実の大規模な TN を対象に計算する場合には，途絶は必ずしも少数箇所に限定されない．なお，組み合わせ数が小さいので，上位レベルの解法には列挙法を用いて，厳密解を算出する．

このとき，式(1)の目的関数は，$U(\bullet)$ を途絶する場合，$U_0(\bullet)$ を途絶しない場合とすると，以下のようになる．

$$P\left(u, Z^*\right) = U_0\left(Z^*\right) - U\left(u, Z^*\right) \tag{55}$$

a)　途絶が1箇所の場合

リンク(17,18)，もしくは，(51,52)が途絶した場合，SCN の総余剰低下が最大になった．ケース0と比較して，総余剰が5.0%減少した．リンクの新設・改良のケースで述べたように，これらの箇所は，特に旅客交通への影響が大きい. どちらの箇所も同様の傾向を示すので, 以降では，リンク(17,18)の1箇所が途絶した場合に着目する（ケース2-1）．ケース0と比較して，ケース2-1では，当該リンクの途絶により，周辺リンクの混雑度が増大し（例えば，リンク7 : 72%→99%），TN全体の平均混雑度が4%，旅客交通の総移動時間が9%増加した．その結果，当該リンクが含まれる都市圏内の交通混雑を回避するために，都市圏間の商品取引量が, ケース0と比較して64%増加した．この結果は，交通混雑が商品の流通経路を変化させて，SCNの総余剰を低下させる可能性を示唆している．

表-4　各主体間の商品取引量
（商品 1 のケース 0 に対するケース 3-1 での変化量）

製造＼卸	卸1	卸2
製造1	-138	0
製造2	0	-7

卸＼小売	小売1	小売2
卸1	-191	53
卸2	78	-85

2 番目の最適解は，リンク(9,10)，もしくは，(61,62)が途絶した場合であった（ケース 0 から，総余剰が 4.6%減少）．これらのリンクは，ケース 0 において，主に SCN 上の卸売業者から小売業者まで，および，小売業者から消費市場までの輸送に使用されたリンクである．いずれも同様の傾向を示すので，リンク(9,10)が途絶した場合に注目する（ケース 2-2）．**表-3** より，商品 1 について，消費市場 3 の余剰が大きく減少していることがわかる．このことは，商品 1 の小売業者 1 から消費市場 3 に供給するための経路が減少し，取引量の減少（88→77）と市場価格の高騰（304→308）が生じることに起因する．当然ではあるものの，流通経路上の要衝の途絶もまた，SCN に及ぼす影響が大きい．

なお，比較のために，式(53)に示した目的関数のみ旅客の総移動時間の増加量に変更し，それを最大にするような途絶箇所についても計算を行った．このとき，リンク(25,26)，もしくは，(41,42)が途絶した場合が最大であり，いずれの場合もケース0と比較して，旅客の総移動量が13%減少するにもかかわらず，総移動時間が増大した．旅客交通の都市圏間移動に要する時間の増加が主要因であり，リンク(25,26)が途絶した場合に注目すると，ノード3から11への移動に要する最短所要時間が，ケース0から28%も増加した．問題設定に依存するものの，この結果から，SCNの観点から見たTN上の脆弱箇所と，交通の観点から見たTN上の脆弱箇所とは，必ずしも一致しないことが窺える．

b)　途絶が2箇所の場合

リンク(23,24),(27,28)，もしくは，(43,44),(57,58)が途絶した場合，SCNの総余剰低下が最大になった（ケース0と比較して，総余剰が18%減少）．いずれの場合も同様の傾向を示すので，リンク(23,24),(27,28)の2箇所が途絶する場合に着目する（ケース3-1）．商品1に及ぼす影響が大きく，生産量（および，総商品取引量）が，ケース0から37%減少した．特に，商品1の卸売業者1から小売業者1への商品取引量が激減している（**表-4**）．これらの業者は，同一の都市圏内に存在しているにもかかわらず，リンク(23,24),(27,28)の途絶により，都市圏間の輸送を利用しなければ，商品取引が行えない．そのため，卸売業者1は，異なる都市圏の小売業者2と取引を行うようになった（**表-4**）．なお，旅客交通の総移動時間は，ケース0から25%も増加した．当該リンクの途絶により，船舶を利用できなくなり，都市圏間の移動や輸送が鉄道や道路に集中するためである．

2 番目の最適解は，リンク(1,2),(3,4)，もしくは，(63,64),(65,66)が途絶した場合であった（ケース 0 から，総余剰が 16%減少）．これらの箇所は，SCN 上の流通経路の上流部に相当する．リンク(1,2), (3,4)が途絶する場合に注目する（ケース 3-2）と，商品 1 と 2 ともに，生産量がケース 0 より 17%減少しており，特に，商品 1 の製造業者 1 から卸売業者 1 への商品取引量が，43%（191→109）も減少した．当該リンクの途絶により，利用可能な輸送経路が限定されることで，交通混雑が生じ，結果として輸送運賃が上昇するためである（744%上昇）．

ネットワーク形状に依存するものの，これらの結果から，TN上の途絶箇所が増加すると，交通混雑に加えて，流通経路の減少も，脆弱性を支配する要因となる．

4.　おわりに

本研究では，サプライチェーンを考慮したTNの最適設計や脆弱性評価に貢献するために，SC-MT-SNEモデルを用いたTNの離散型設計モデルに着目し，MPECの枠組みで定式化を行った．モデルの下位レベルでは，サプライチェーンとマルチモーダル交通のスーパーネットワーク全体が満たすべき均衡条件（すなわち，SC-MT-SNE）を記述し，上位レベルで，その均衡状態を制約条件として，TN上の設計変数を最適に決定した．

このモデルを用いて，SCNの観点からのTNの改良，さらには，TNの脆弱性について，小規模な仮想ネットワークを対象にいくつかの数値計算例を示し，限られた計算結果ではあるものの，その基礎的特性を示した．貴重な示唆が得られたものの，結果の一般性を高めるためには，現実的な大規模で密なネットワークを用いて，より精緻に分析を行う必要がある．ただし，計算例の計算時間が，最適設計で52時間，途絶1箇所で1時間，途絶2箇所で14時間を要した（いずれも，Intel Core i7 3.20GHz CPU, RAM 6GBのPC使用）．大規模ネットワークに適用する場合には，より高速な近似解法の適用が必要となる．

本研究では，SCNE や SC-T-SNE に関する既存研究に倣って，モデル化や数値計算の設定を行った．小売業者から物流業者を介して市場に商品を輸送するようにモデル化しているが，消費者が小売業者から直接購入する場合についてもモデル化が可能であり，小売業者と市場が同一ノードに存在する場合もモデル化できる．また，TN 上の経路および手段選択については，確率的選択モデルの採用（および，異なるモデル間での感度比較）が一案であり，災害時の旅客の行動記述についてもさらなる検討の余地がある．今後は，これらを踏まえて，モデルの精緻化や多様化を図る必要がある．

参考文献

1) Mentzer, J., De Witt, W., Keebler, J., Min, S., Nix, N. and Smith, C.: Defining supply chain management, *Journal of Business Logistics*, Vol.22, No.2, pp.1-25, 2001.
2) Yamada, T., Imai, K., Nakamura, T. and Taniguchi, E.: A supply chain-transport supernetwork equilibrium model with the behaviour of freight carriers, *Transportation Research Part E*, Vol.47, pp.887-907, 2011.
3) 野口英雄：我々は東日本大震災で何ができたのか，ロジスティクスレビュー，第221号，2011.
4) Nagurney, A., Dong, J. and Zhang, D.: A supply chain network equilibrium model, *Transportation Research Part E*, Vol.38, pp.281-303, 2002.
5) Dong, J., Zhang, D. and Nagurney, A.: A supply chain network equilibrium model with random demands, *European Journal of Operational Research*, Vol.156, pp.194-212, 2004.
6) 山田忠史，繁田健，今井康治，谷口栄一：在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル：消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化，土木学会論文集D，Vol.66，No.3，pp.359-368，2010.
7) Nagurney, A., Cruz, J., Dong, J. and Zhang, D.: Supply chain networks, electronic commerce, and supply side and demand side risk, *European Journal of Operational Research*, Vol.164, pp.120-142, 2005.
8) 田辺建二，山田忠史，谷口栄一：サプライチェーンネットワーク均衡モデルを用いた流通経路特性および都市物流施策の影響評価に関する基礎的研究，土木計画学研究・論文集，Vol.25，No.2，pp.431-439，2008.
9) Zhao, L. and Nagurney, A.: A network equilibrium framework for Internet advertising: Models, qualitative analysis, and algorithm, *European Journal of Operational Research*, Vol.187, pp.456-472, 2008.
10) Nagurney, A. and Toyasaki, F.: Reverse supply chain management and electronic waste recycling: a multitiered network equilibrium framework for e-cycling, *Transportation Research Part E*, Vol.41, pp.1-28, 2005.
11) Hammond, D. and Beullens, P.: Closed-loop supply chain network equilibrium under legislation, *European Journal of Operational Research*, Vol.183, pp.895-908, 2007.
12) Yang, G., Wang, Z. and Li, X.: The optimization of the closed-loop supply chain network, *Transportation Research Part E*, Vol.45, pp.16-28, 2009.
13) Cruz, J.M.: Dynamics of supply chain networks with corporate social responsibility through integrated environmental decision-making, *European Journal of Operational Research*, Vol.184, pp. 1005-1031, 2008.
14) Cruz, J.M. and Matsypura, D.: Supply chain networks with corporate social responsibility through integrated environmental decision-making, *International Journal of Production Research*, Vol.47, pp.621-648, 2009.
15) Meng, Q., Huang, Y. and Cheu, R.L.: Competitive facility location on decentralized supply chains, *European Journal of Operational Research*, Vol.196, pp.487-499, 2009.
16) Hamdouch, Y.: Multi-period supply chain network equilibrium with capacity constraints and purchasing strategies, *Transportation Research Part C*, Vol.19, pp.803-820, 2011.
17) Cruz, J.M. and Liu, Z.: Modeling and analysis of the multiperiod effects of social relationship on supply chain networks, *European Journal of Operational Research*, Vol.214, pp.39-52, 2011.
18) 山田忠史，今井康治，谷口栄一：物流事業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp.163-174，2009.
19) Nagurney, A.: Supply chain network design under profit maximization and oligopolistic competition, *Transportation Research Part E*, Vol.46, pp.281-294, 2010.
20) Rezapour, S. and Farahani, R.Z.: Strategic design of competing centralized supply chain networks for markets with deterministic demand, *Advances in Engineering Software*, pp.810-822, 2010.
21) Nagurney, A. and Yu, M.: Sustainable fashion supply chain management under oligopolistic competition and brand differentiation, *International Journal of Production Economics*, Vol.135, pp.532-540, 2012.
22) Daniele, P.: Evolutionary variational inequalities and applications to complex dynamic multi-level models, *Transportation Research Part E*, Vol.46, pp.855-880, 2010.
23) 山田忠史，中村昂雅，谷口栄一：商物分離型サプライチェーンネットワーク均衡モデル：異なるネットワーク形態の比較分析，土木学会論文集D3（土木計画学），Vo.67，No.5，pp.I_801-I_811，2011.
24) Nagurney, A.: On the relationship between supply chain and transportation network equilibria: A supernetwork equivalence with computations, *Transportation Research Part E*, Vol. 42, pp.293-316, 2006.
25) Nagurney, A., Liu, Z., Cojocaru, M.-G. and Daniele, P.: Dynamic electric power supply chains and transportation networks: An evolutionary variational inequality formulation, *Transportation Research Part E*, Vol.43, pp. 624-646, 2007.
26) Chiou, S.W.: A non-smooth optimization model for a two-tiered supply chain network, *Information Sciences*, Vol.177, pp.5754-5762, 2007.
27) Yang, Y., Zhou, Z. and Zhou, G.: Study on the bi-level programming model for closed loop supply chain under competitive environment, *Proceedings of International Conference on Logistics Systems and Intelligent Management*, pp.20-24, 2010.
28) Poorzahedy, H. and Rouhani, O.: Hybrid meta-heuristic algorithms for solving network design problem, *European Journal of Operational Research*, Vol.182, pp.578-596, 2007.
29) Ukkusuri, S.V. and Patil, G.: Multi-period transportation network design under demand uncertainty, *Transportation Research Part B*, Vol.43, pp.625-642, 2009.
30) Luathep, P., Sumalee, A., Lam, W.H.K., Li, Z.-C. and Lo, H.K.: Global optimization method for mixed transportation network design problem: A mixed-integer linear programming approach, *Transportation Research Part B*, Vol.45, pp.808-827, 2011.
31) Yamada, T., Russ, B.F., Castro, J. and Taniguchi, E.: Designing multimodal freight transport networks: A heuristic approach and applications, Transportation Science, Vol.43(2), pp.129-143, 2009.
32) Apivatanagul, P. and Regan, A.C.: Long haul freight network design using shipper-carrier freight flow prediction: A California network improvement case study, *Transportation Research Part E*, Vol.46, pp.507-519, 2010.
33) 倉内文孝，宇野伸宏，嶋本寛，山崎浩気：交通ネットワークサービスの信頼性解析に関する研究動向，土木計画学研究・講演集，Vol.35，CD-ROM，2007.
34) Murray, A.T., Matisziw, T.C. and Grubesic, T.H.: A

Methodological Overview of Network Vulnerability Analysis, *Growth and Change*, Vol.39, pp.573-592, 2008.
35) Israeli, E. and Wood, R.K.: Shortest-path network interdiction, *Networks*, Vol.40, pp.97-111, 2002.
36) Nagurney, A. and Dong, J.: A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model with elastic demand, *Transportation Research Part B*, Vol.36, pp.445-469, 2002.
37) Boyce, D. and Bar-gera, H.: Multiclass combined models for urban travel forecasting, *Networks and Spatial Economics*, Vol.4, pp.115-124, 2004.
38) Meng, Q., Huang, Y. and Cheu, R.L.: A note on supply chain network equilibrium models, *Transportation Research Part E*, Vol.43, pp.60-71, 2007.
39) Patriksson, M.: *The Traffic Assignment Problem - Models and Methods*, VSP, Utrecht, The Netherlands, 1994.
40) Crainic, T.G., Florian, M. and Leal, J.: A model for the strategic planning of national freight transportation by rail, *Transportation Science*, Vol.24, pp.1-24, 1990.
41) 国土交通省：自動車輸送統計年報，http://www.mlit.go.jp/k-toukei/search/excel/06/06200800a00008.xls (2012.3月現在).
42) 国土交通省：内航船舶輸送統計年報，http://www.mlit.go.jp/k-toukei/09/annual/ne7hyo.xls (2012.2月現在).
43) 社団法人日本ロジスティクスシステム協会：2006年度物流コスト調査報告書（概要），http://www. logistics.or.jp/pdf/data/survey/cost/cost06.pdf (2012.3月現在).
44) 国土交通省：平成17年度道路交通センサス，http://www.mlit.go.jp/road/census/h17/index.html(2012.3月現在).
45) 国土交通省：輸送機関別輸送分担率の推移，http://www.mlit.go.jp/k-toukei/search/excel/23/23000000x01201.xls (2012.3月現在).

（2012．5．7 受付）

A DISCRETE OPTIMISATION MODEL FOR INVESTIGATING THE DESIGN AND VULNERABILITY OF TRANSPORT NETWORK CONSIDERING SUPPLY CHAIN PERFORMANCE

Tadashi YAMADA, Takamasa NAKAMURA, Taiga YOKOYAMA and Eiichi TANIGUCHI

This paper focuses on supply chain-transport supernetworks and presents a model for optimising the values of discrete design variables in a transport network. Modelling is undertaken on the basis of MPEC, where the upper level is a combinatorial optimisation problem for determining the best combination of links on the transport network, whilst the lower level describes the decentralised decision-making of manufacturers, wholesalers, retailers, demand markets (consumers), freight carriers and passengers. A supply chain-multimodal transport supernetwork equilibrium (SC-MT-SNE) model is developed and incorporated within the lower level. These are mathematically formulated, and the equilibrium conditions to be governed in the whole supernetwork are derived. Numerical examples are then undertaken for investigating the influence of the improvement and disruption of links in a transport network on the performance of supply chain networks.