

和算・算額の教材化に関する研究 －眞元算法「浪華二十八橋智慧渡」－

山 本 景 一

I. はじめに

和算とは、一般に江戸時代に発達していた数学のことである。広義には古代から中世に使われていた古い数学を含めて呼ぶが、この小稿では江戸時代の日本の数学として表記した。

小寺¹⁾は2015年12月の講演で、和算の特徴を乱暴ではあるが5つにまとめ、①流派、②算額、③遺題継承、④算木・算盤（天元術）、⑤傍書法（点竄術）を挙げた。

①の流派についてであるが、誰が解いても同じ答えになる数学において、江戸時代は流派が違わずと少し記号を変えたり解き方を変えたりして、我が流派が優れているとしていた。一番有名なのが関孝和の関流で、関流に対抗していたのが最上流^{さいじょうりゅう}という会田安明の流派である。これらが二大流派であるが、他にも宅間流とか中西流とかがあり、一人で一派を名乗ったりもしていたので、無数に流派はあったと考えられる。

②の算額であるが、神社仏閣に奉納された数学の絵馬のことである。全国で現存しているのは900面から1000面程度であるが、東北地方には非常に多く遺っている。発祥の地とされる京都には19面ほどが遺っており、大阪・東京は記録にはたくさんの算額があったと記されているが、空襲で焼けて殆ど遺っていない。

③遺題継承^{いだいけいしょう}という少し変わった習慣もあった。答えを書かないで、問題だけを書いて自分の出版本の最後に遺題という形で載せている。これをリレー式にどんどん続けて和算を進歩・発展させていった。寛永18年（1641）の吉田光由の『新編塵劫記』^{しんぺんじんこうき}に遺題として問題を12問載せたのが出発点である。関孝和の書いた『笈微算法』^{はつびさんぼう}（1674）には遺題は載っていないので、ここで終わっているようだ。

④算盤は方程式を解く道具で、算木というものを使って計算していた。方程式は天元術^{てんげん}という方法で解き、天元術で解けない問題は点竄術^{てんざん}で、現在の文字方程式を解いていた。 $x^2 + 6x - 27 = 0$ という方程式は、簾に x^2 の係数である整数1（正の数は赤）、法には $+6x$ の係数6、実に

百	十	一		分	厘	毛
			商			
			実			
		┃	法			
		┃	廉			
			隅			
			三乗			
			四乗			

は - 27 (負の数は黒) を並べて、答えを「商」の所に書く (算木を置く)。今、「商」を + 3 と考

簾	法	実	商
1	6	- 2 7	3
	⊕3×1	⊖3×9	
	3	2 7	
<hr/>			
④ 1	⊕6+3	⊖-27+27	
	9	0	

て赤の 3 を立てる。この 3 と簾の 1 をかけて $3 \times 1 = 3$ の 3 を法の所に足す。 $6 + 3 = 9$ となり、商の 3 とこの 9 をかけて $3 \times 9 = 27$ この 27 を実のところに置く。赤で 27 になるから、赤と黒のプラスマイナスで消え、実尽きて (つまり 0 となり)、3 が商なりとなる。方程式の解の 1 つが見つかったのである。

⑤点竄術の説明は省略する。

II. 研究の目的について

この研究の目的は、小学生を対象とした和算・算額問題の教材化 (数学的な考え方の育成という一面) にある。さらには、江戸時代の和算の大衆化を今日的に再構築すること (文化的な一面) を狙っている。算数・数学的活動からさらに文化的活動という範疇に位置付けていきたいのである。

今なぜ和算・算額を学ぶのか。算額奉納の風習は、近世の日本数学が育んだ独特の数学文化である。和算の母体とされる中国数学や近代数学の源流といえるギリシャ数学、その後の西洋数学にも発生することはなく、日本における明治以降導入された洋算にも勿論ない。唯一無二にして誕生した数学文化としての算額であるからだ。我が国の数学の歴史を振り返るとき、江戸時代に発展した和算は特筆に値するものがあり、小学生に次のような歴史的、文化的な内容を伝えることは意義深いものがある。①江戸時代に発展した我が国独自の数学で、当時の数学者だけでなく一般の民衆や若い世代まで多くの人々がかかわっていた。(寺子屋や私塾の存在及び算額や遺題継承の流行など) ②和算の内容が、数学的にみて当時の世界の中でも非常に高いレベルにあった。(関孝和、建部賢弘、伊能忠敬らの功績) ③和算の背景にある江戸時代の衣食住や道具に関すること、測量にかかわる量の単位といった数学に関すること、生活の中でのそろばんによる計算に関することなど。

III. 和算・算額問題の教材化の可能性について

本学の学生西山ら²⁾が「漫画本にみる和算・算額の研究」(日本数学教育学会 2016 年 8 月岐阜大会で発表)で、漫画本を読み解くのに概ね高等学校第 1 学年の学習指導要領にある内容の理解が必要と結論付けている。学習指導要領にある学習事項を基にすると実践は概ねその学年ですればよいことになる。しかし、塵劫記の「鶴亀算」は二次方程式を用いるのであるが、絵や図、表などを用いて考えると小学生でも解くことができる。学習指導要領を基準にして捉えるにしても、教材化に

関しては指導者の力量によるところが大きい。

現在小学校で使用されている教科書には、次のような和算問題が記載されている。

・油分け算 ・俵杉算 ・鶴亀算 ・入れ子（鍋のこと）算 ・過不足算 ・小町算

2016年度S市の小学校思考力コンテスト問題には「一小刀」（一裁ち）の問題が出題されており、同市の中学校思考力コンテスト問題にも和算問題が出題される予定である。学校現場で使用されている副読本等も調べていくともう少し和算問題の記載は増えると推測される。中学校の数学教師や小学校教師においても、和算・算額についてはほとんど知らない現状であり、小学生や中学生が和算問題に挑戦した経験がないというのもうなずける。

和算問題を教材化するにあたって、前述の歴史的文化的な内容の伝承を重視するならば、和算問題の原文に触れさせ、その問題に沿って提示することが望ましい。しかし、授業の中で数学的な考え方を重視し、問題解決的な学習への活用をねらいとするならば、提示問題の教材化と授業の流れを工夫する必要がある。

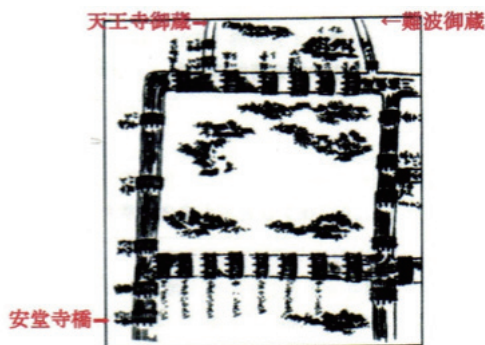
筆者のこれまでの先行研究から、適当な数値に置き換えることだけでも小学生が取り組む問題になるという手ごたえはある。今回は、地元大阪の和算問題の教材化に、また、一筆書きという珍しい教材化に取り組んだ。

IV. 『浪華二十八橋智慧渡』の教材化の先行研究

地域の和算・算額問題の教材化として、『浪華二十八橋智慧渡』を取り上げることにした。『浪華二十八橋智慧渡』は、大阪を舞台に活躍した算士武田眞元が著した『眞元算法』（弘化2年〔1845年〕）に登場する。2015年12月山本・中野³⁾は、『ケーニヒスベルグの7つの橋』を導入に、実践を発表した。

山本・中野は、和算・算額の問題を小学生（対象は6年生）に提示していく際は、①原文 ②原文の解説 ③現代訳 をセットにして次頁のように提示することを提案した。

原文に28橋が2回も記されているが、左図（表紙図）に示された橋を数えると29ある。「病題」と捉えることもできるが、長い間「解なし」ということになっていた。小寺は和算で「解」がない前提で問題をつくることは絶対でない。和算では無理やりにでも「解」を作り出すと述べており、安堂寺橋を誤記入された橋と提案している。



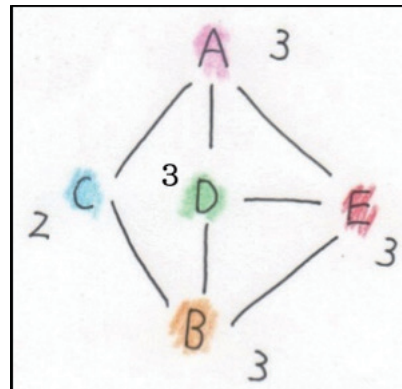
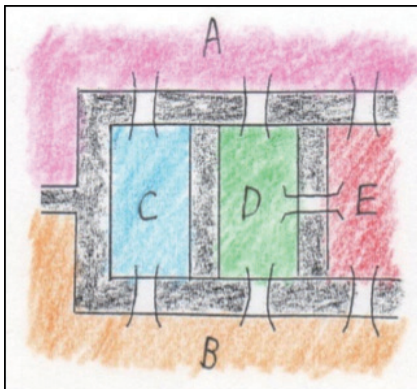
和算では無理やりにでも「解」を作り出すと述べており、安堂寺橋を誤記入された橋と提案している。

③ 現代訳	② 原文の解説	① 原文
<p>図の如く二十八橋あります。どの橋から渡りはじめてもよろしい。また、道はどのように回ってもよろしい。元の橋づめへ帰ってくるよう工夫してください。但し、同じ橋を二度渡らぬようにしましょう。浪華の地理をよく考えれば自然と問題は解けますよ。</p>	<p>今回の如く二十八橋あり。いづれの橋より成共、渡りはじめて同じ橋を二度渡らぬやう、道はいかように廻るとも苦しからず。元の橋づめへ帰り来るよう工夫有たし。但し、この渡り用列にてんじゆ書をなくとも、浪華の地理をよくよく考え渡るときは、自然と渡れる也。</p>	<p style="text-align: center;">浪華二十八橋智恵渡</p> <p>今有図如二十八橋何れの橋より成共、渡りはじめて同じ橋を二度渡らぬやう、道はいかように廻るとも苦しからず。元の橋づめへ帰り来るよう工夫有たし。但し、この渡り用列に伝授書をなくとも、浪華の地理をよくよく考え渡るときは、自然と渡れる也。</p>

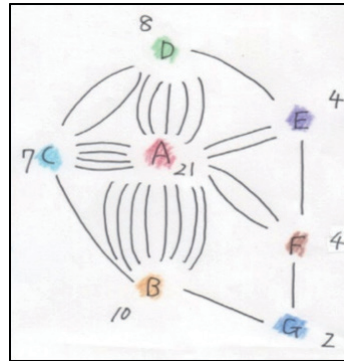
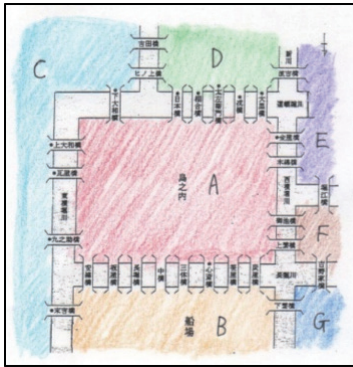
多少条件整備が必要だが、教材化に向けた示唆であると捉えた。

中野の枚方市H小学校での実践計画は、次のような内容である。

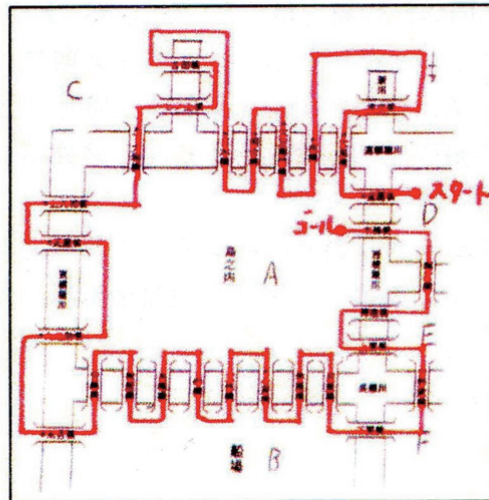
- ①ねらいは、地域にある算数に関する遺産を教材化し子どもに提供したならば、算数に対する関心が高まり、問題解決の意欲が醸成されていくである。
- ②「一筆書き」のできる条件に着目し、「ケーニヒスベルグの7つの橋」を解決する。
 - ・一筆書きについて知る。
 - ・一筆書きができる規則を見つける。
 - ・交点の辺の数が偶数か奇数かに着目して、「ケーニヒスベルグの7つの橋」に挑戦する。



③「浪華二十八橋智慧渡」の問題に挑戦する。



《一筆書きの例》



中野の実践の問題点は、川で区切られた領域をA, B, C・・・と捉え、それらの領域をつなぐ橋の数の偶数・奇数で渡れるか否か（一筆書きができるか否か）を判断させていることだ。本来、子どもは橋を渡る道路で思考するものと考えられる。また、川で区切られた領域をA, B, C・・・と捉えていく必然性に欠ける。一筆書きができる規則の発見に取り組む際、道路(辺)やその交差点(交点)を捉えて規則性の発見につなげている。橋や領域によるものではない。

V. 『浪華二十八橋智慧渡』の教材化に向けた提案授業

武士だけでなく庶民にも愛された和算には、遊戯性があった。そこで、アフリカのコンゴ盆地（コンゴ民主共和国）の遊びを用いて、その情報処理から一筆書きができる規則性を見つけ、『浪華二十八橋智慧渡』の問題に取り組んでいくという授業展開を提言する。

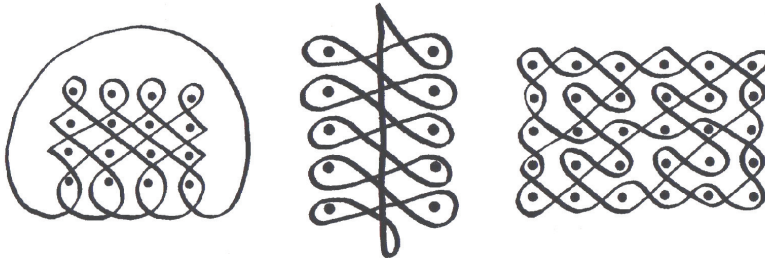
(1) 一筆書きの規則性発見 (『世界の数学』⁴⁾ ションゴのネットワークを活用)

興味深い事実として、コンゴ盆地を訪れた一人のベルギー人が、砂の中でゲームをしている子どもたちを見つけた。子どもたちは興味深く見ていた彼を誘って、自分たちが描いた図をなぞって描いてみるように言ったところ、そのベルギー人は完全にお手上げ状態になり、子どもたちは大喜びであった。ションゴ族の子どもたちは、そのネットワークをゲームの中で使っていたのでネットワークの跡をたどるのが得意であった。ションゴ族の人々は、物語や伝統の一部として、できごとや変化を表すものとして、似たようなネットワークを描いていたので、こうしたネットワークがションゴの文化では大きな役割を果たしていたのだ。

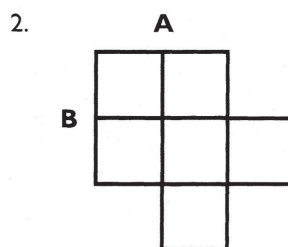
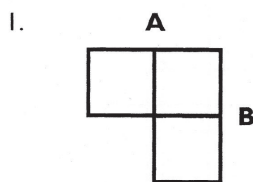
このアクティビティのどこに『浪華二十八橋智慧渡』の問題解決と関係があるのか。ネットワークがすべての辺を通ることができるかどうか、またできた場合に、それをなぞる方法が複数あるかどうかネットワーク理論やグラフ理論では重要な内容となる。スイスの数学者オイラーは、ネットワークがすべての辺を通れるものであるかどうかを線が交わる所の偶数点と奇数点の関係で予想できることを発見した。

授業で子どもたちに提示する図は、チョクウェ族(南アフリカンゴラ北東部に暮らす民族)の文化では「ルソナ」と呼ばれ、平らにした砂や土に指先で描かれた。ルソナを描くためのルールは、ションゴのネットワークのアクティビティの課題と本質的に同じである。

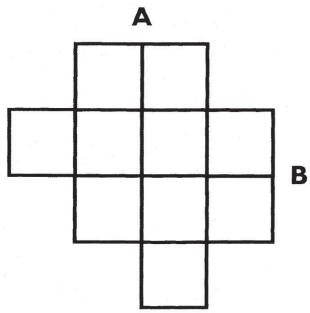
①導入で提示する一筆書きの図



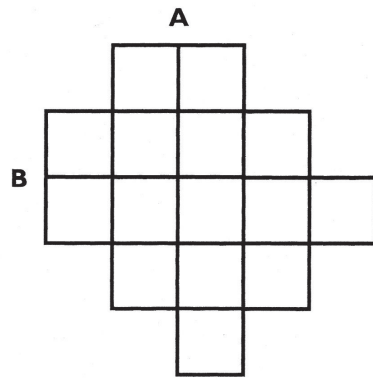
②一筆書きができる規則性を見つけるための情報処理する図と処理の例



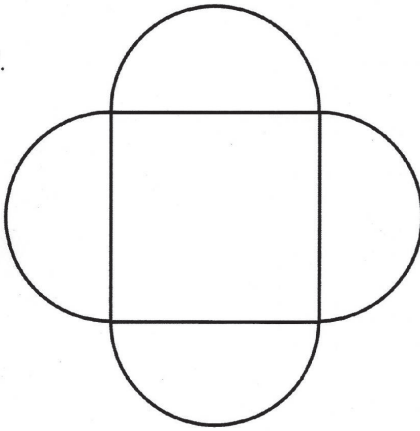
3.



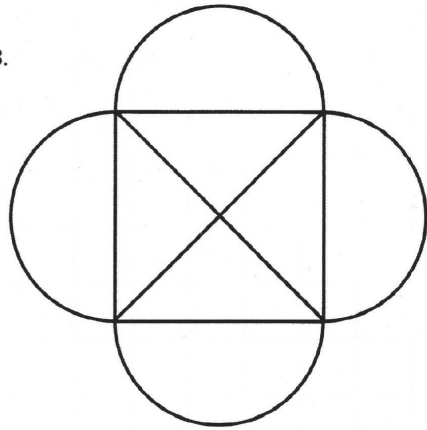
4.



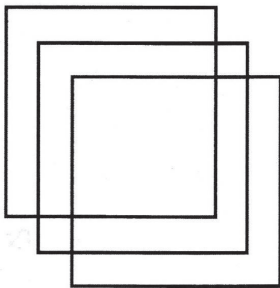
7.



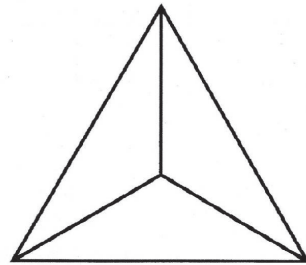
8.

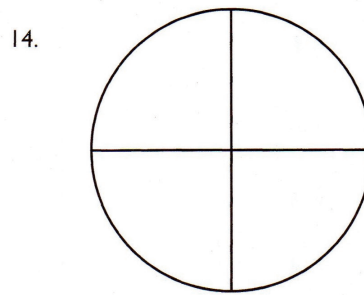
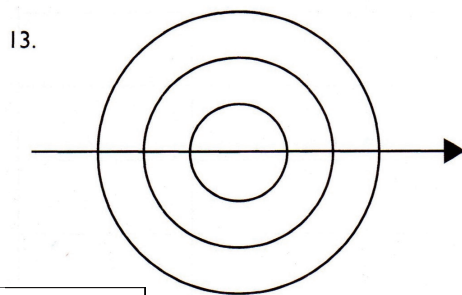
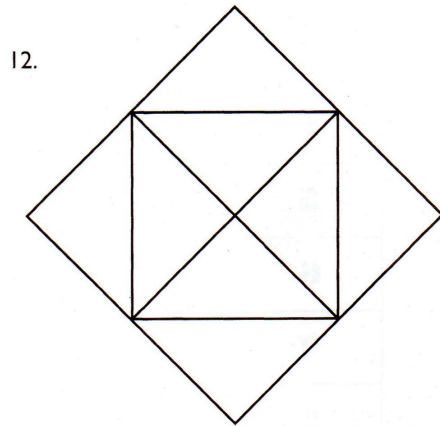
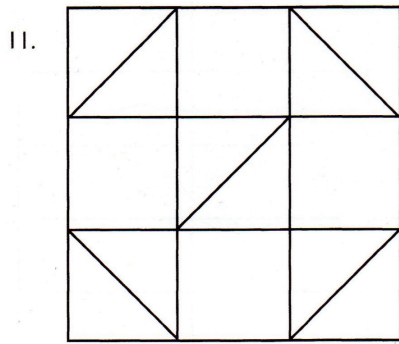


9.



10.





情報処理の例

ネットワーク番号	頂点の数	偶数点	奇数点	このネットワークはすべての辺を通れるか？
1	8	6	2	はい
2	13	11	2	はい
3	19	17	2	はい
4	26	24	2	はい
7	4	4	0	はい
8	5	1	4	いいえ
9	18	18	0	はい
10	4	0	4	いいえ
11	16	14	2	はい
12	9	5	4	いいえ
13	6	6	0	はい
14	5	1	4	いいえ

© 1995 The Regents of the University of California, LHS GEMS.
世界の数学 教室活動用にコピーすることを許可する。

一筆書きのまとめ

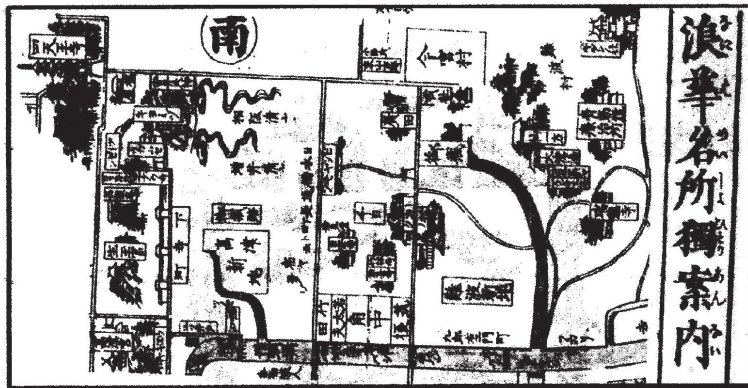
- ・ 奇数点が 0 個の場合：どの点から出発してもよく、最後に出発した点に戻るようによい。
- ・ 奇数点が 2 個の場合：奇数点の片方を出発し、最後にもう一方の奇数点にもどるようによい。
- ・ 奇数点が 2 個を超える場合：一筆書きは不可能。

③『浪華二十八橋智慧渡』の問題に挑戦

i) 原文、原文の解説、現代訳を提示（前述につき略）する。

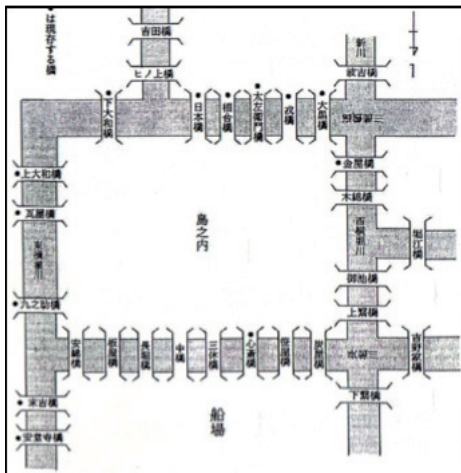
※ 問題の修正

- ・中野の実践と同様に、安堂寺橋を誤記入された橋とする。
- ・問題文に「浪華の地理をよく考えれば自然と問題は解けますよ」とあることから、難波御蔵と天王寺御蔵、そこへ流れる川は行き止まりになっており、ぐるりと回れば対岸に行けるということを「浪華観光案内パンフレット」を使って知らせる。

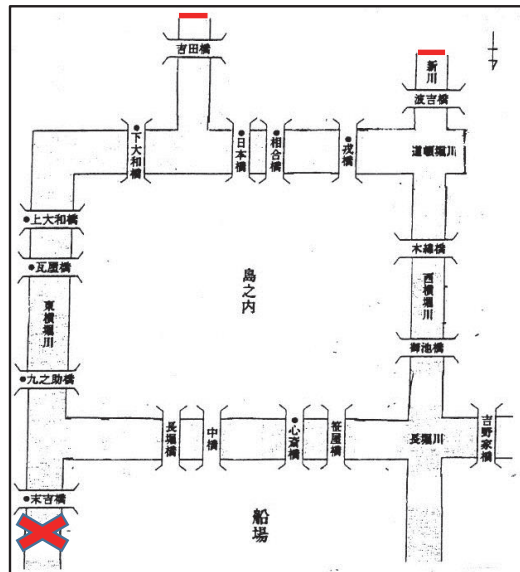


浪華観光案内パンフレット (天保年間 1830～)

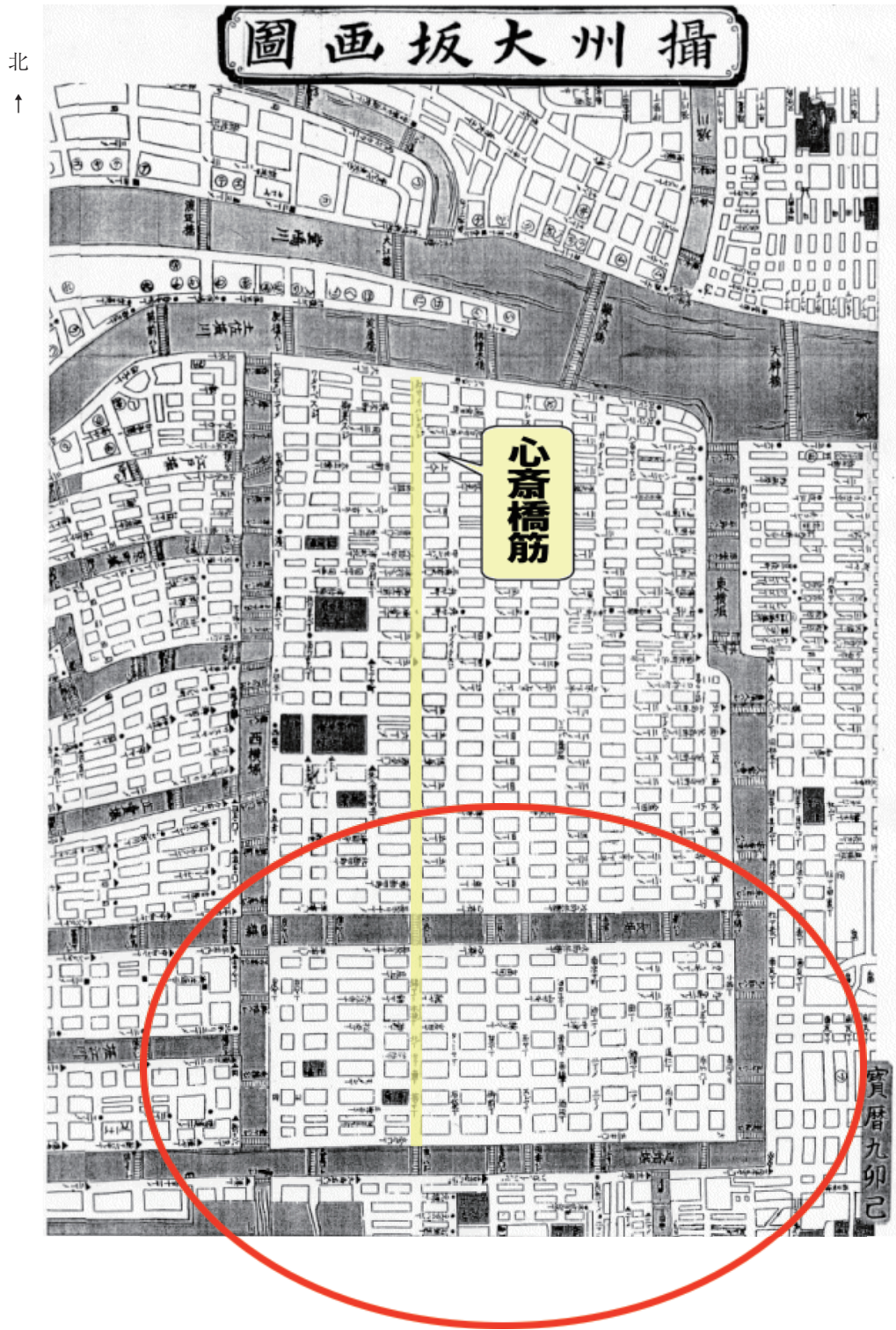
修正前のモデル図

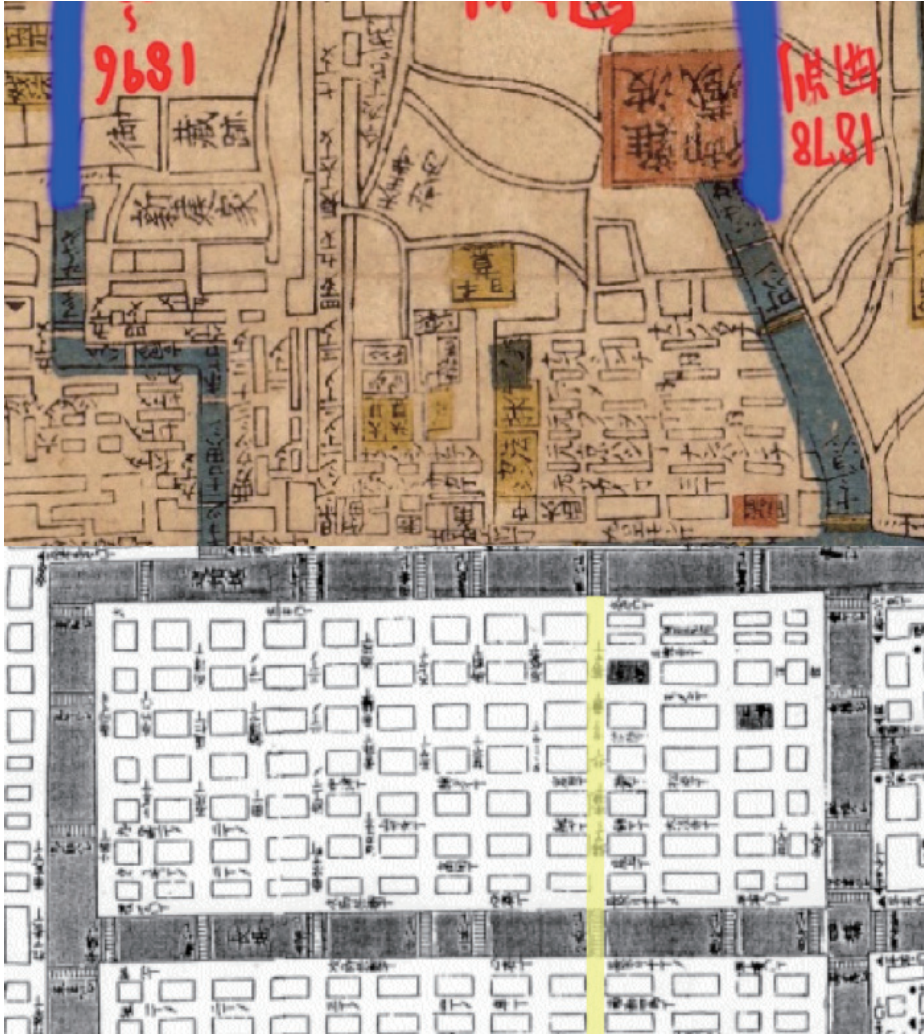


修正後のモデル図の一例



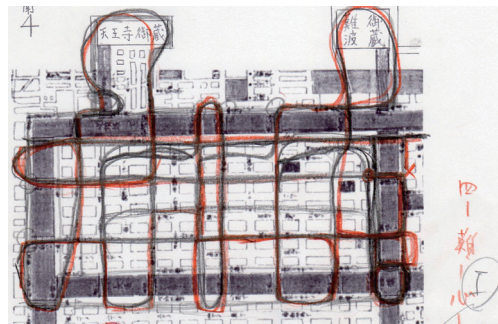
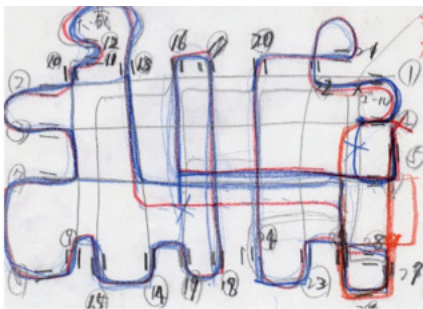
ii) 古地図を資料として提示・活用する。





iii) 予想される小学生の反応

思考メモとして、下図のような小学生の反応を残したい。



を狙っていると述べた。和算は実学であるという特徴があるので、現在においても実学にすべきところである。すべての橋を渡るコース作りをしながら、実学的体験として、この『浪華二十八橋智慧渡』の一筆書きを楽しんでもらいたい。

<注>

- 1) 小寺 裕 東大寺学園高等学校教員、平成 27 年 12 月京都女子大学にて講演した。
講演内容は山本景一がまとめた。
- 2) 西山ら 西山佳奈、豊田早紀、辻裕奈、浅岡裕理恵、岩崎一磨、田口力。プール学院大学・山本景一ゼミ生 6 名。
- 3) 中野 有雅 京都女子大学平野年光ゼミ生。現在大阪市立小学校教員
- 4) 世界の数学 ジャパン GEMS センター発行。「ルソナ」に関する記述は要約し、記載されているショングのネットワーク問題は引用した。

(ABSTRACT)

Teaching materials research for the elementary school
students of WASAN
– SINGEN SANPOU “NANIWA 28HASI THIEWATARI” –

YAMAMOTO Keiichi

In this study, I consider the teaching materials of WASAN problem especially. The purpose of this study is as follows.

- ① Through the resolution of WASAN problem, is to develop the mathematical thinking.
- ② Through the resolution of WASAN problem, is touching the cultural aspects of the Edo era.

In the first part of this study, I consider the possibility of teaching materials of WASAN. In the middle parts of the paper, we consider the previous studies of “NANIWA 28HASI THIEWATARI”. In the last part of this study, I consider the proposed class of “NANIWA 28HASI THIEWATARI”. I propose a lesson plan that uses the old map of the Edo and uses the network RUSONA.

WASAN is a practical science. The proposed class is expected to touch on one end of practical science.