「材料」(Journal of the Society of Materials Science, Japan), Vol. 68, No. 12, pp. 910-915, Dec. 2019
論　文

鉄道車軸はめ合い部の疲労強度に及ぼす段差形状の影響†

山本　三幸*　牧野　泰三*　加藤　孝憲*　阪山　由衣子*

Effect of Step Shapes on Fatigue Strength of Fitted Portions of Railway Axle

by

Miyuki YAMAMOTO*, Taizo MAKINO*, Takanori KATO* and Yuiko SAKAYAMA*

Fitted portions of railway axle have various shapes to establish adequate configurations with wheel, bearing and gear apparatus. Their dimensions are arranged by taking into consideration of fretting fatigue in accordance with the design standard of railway axles in Japan. There is, however, no guideline for proper shapes in the standard in spite of that the fatigue strength would depend on the fitting shapes. The objective of the present study is to develop an evaluation method of the fretting fatigue strength, which can be used in rational axle design to arrange the shapes of fitted portions. The present paper, as a beginning report of the study, firstly shows outline of the evaluation method, and then introduces detail contents of fatigue strength of non-step fitting and effect of step shape, where the fatigue data in literatures are systematically analyzed into regressed formulation. As a result, it is concluded that the fatigue strength of non-step fitting is influenced by load transmit type and stiffness parameter and that effect of step shape can be estimated by the combination of step ratio and contact angle. And finally finite element analyses are performed in order to investigate a reason of fatigue strength variation in non-step fitting. It is clarified that the axial stress amplitude at the fitting edge is considerably increasing in case of load transmit collar and large stiffness parameter.

Key words:

Fretting fatigue, Fatigue strength, Railway axle, Fitting shape, Finite element analysis

1　緒　　言

鉄道車軸には車輪，軸受，歯車装置などの部品がはめ合いによって取り付けられる．これらはめ合い部ではフレッティング疲労による損傷が懸念されるため，車軸設計における重要な評価部位となっており，JRIS D 1201-1[1]に沿った設計がなされている．本規格では疲労強度設計法が適用されており，その手法を要約すれば，使用中に発生する最大応力を想定して算出する設計応力と使用する車軸材料に対応した許容応力を比較して評価部位の寸法を決定するものである．

鉄道車軸の疲労特性に関する研究は Wöhler によって 1850 年代に始まり，今日に至るまで多くの研究者によって精力的に行われている．これら研究により，はめ合い部の疲労強度には形状の影響が少なからず存在し，軸に段差（フィレットまたはグルーブ）を設けることにより疲労強度が向上すること[2)-9)]，はめ合い相手を段差からオーバーハングさせると疲労強度が向上する場合があること[4)-6)]，はめ合い相手の端部に突起などを設けると疲労強度が向上すること[4),6)]などが明らかになっている．

しかしながら，これら知見は評価した材料も含めて限られた条件下で得られたものが多いため，異なる研究結果を統括的に分析し，疲労強度の影響因子を定量的に把握することが困難である．また，最も系統的な研究を行った西岡らでも，例えばフィレット段差の影響として，段差比とフィレット半径とをそれぞれパラメータとした個別の整理に止まっている[4)]．このため JRIS D 1201-1 では，はめ合い部の形状にかかわりなく許容応力として材料別に規定された値を使用することにしており，これら知見を反映するまでには至っていない．

近年，鉄道車軸の損傷に起因した不具合事例の報告はなく，現状の設計法は十分な安全性を有しているものと認識しているが，はめ合い部の疲労強度に及ぼす形状の影響を反映させることにより，安全性を阻害することなくより合理的な設計が可能となることが期待できる．

そこで本研究では，最終的には設計法への反映を視野に，次章で述べる考え方に沿ってはめ合い部の疲労強度を定量的に推定する手法を確立することを目標とした．本報告では，その第 1 報として，西岡らの疲労試験結果をもとに段差のないはめ合い部の疲労強度を定量化するとともにこれを基準として段差の影響を定式化した．そして，得られた結果の定性的な理解の一助とするため，弾性 FE 解析を行った．

2　疲労強度推定法の考え方

本研究で目標とする疲労強度推定法の流れを Fig.1 に示す．すなわち，段差のない（真直軸）はめ合い部の疲労強度を出発点とし，形状因子として段差，オーバーハング，そして応力集中との相互作用の 3 要素に注目し，これら形状要素の影響を定式化し，種々の形状を有する車軸はめ合い部の疲労強度を推定することを目指す．

本報を「鉄道車軸はめ合い部のフレッティング疲労強度推定法の開発（第1報）」(Estimation of Fretting Fatigue Strength on Fitted Portions of Railway Axle, Ⅰ)とする．

†　原稿受理　令和元年5月7日　Received May 7, 2019 ©2019 The Society of Materials Science, Japan

*　正 会 員　日本製鉄(株) 技術開発本部　〒660-0891 尼崎市扶桑町
Research & Development Bureau, Nippon Steel Corporation, Fusou-cho, Amagasaki, 660-0891.

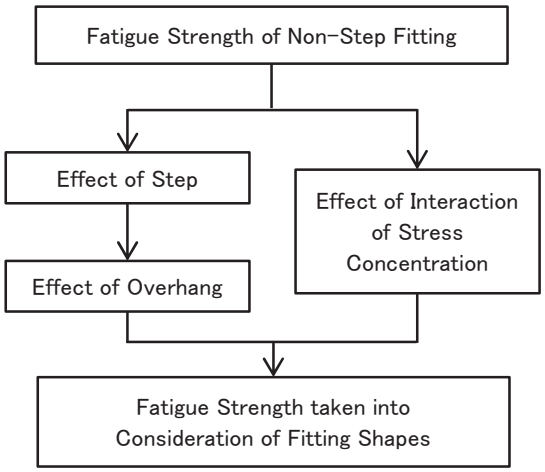


Fig.1 Schematic flow of fatigue strength estimation method in the present study.

形状要素の影響の定式化に際して，疲労強度は車軸外表面はめ合い端における公称曲げ応力（曲げモーメントを断面係数で除したもの）で表し，はめ合いにより生じる応力は考慮しないこと，段差のないはめ合い部の疲労強度を基準として無次元化した向上率を定式化することとした．後者は，第 4 章で述べるように段差のないはめ合い部の疲労強度自体が試験条件等の影響を受けるため，疲労強度の絶対値を用いると形状要素の影響を統一的に取り扱うことが困難であることによる．また，向上率に注目することにより異なる車軸材料への適用が容易になるという利点もあり，その妥当性については寸法効果の影響も含めて本研究の後半で検討する．

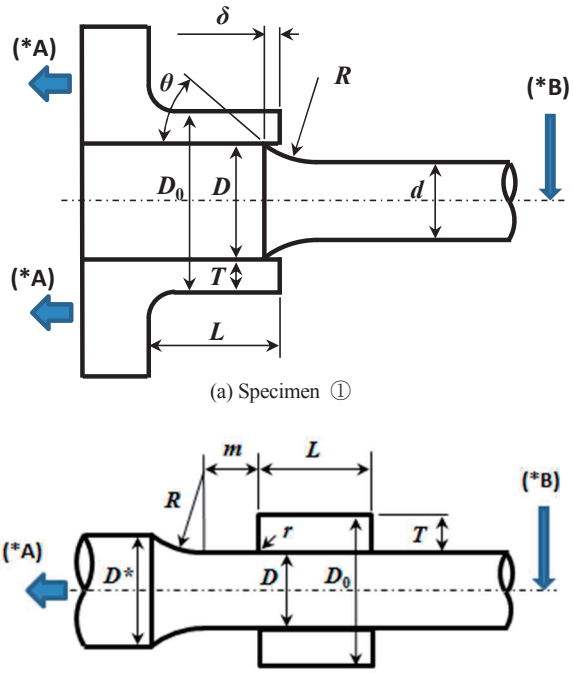
3 検討要領

本報告では，まず最も系統的な研究を行った西岡らの試験結果[4),10)]を分析する．彼らは軸材として引張強度が約 550 MPa の焼ならし中炭素鋼（SF55）を用いて，Fig.2 に示すはめ合い試験体（軸径 $D = 50$ mm）の片持ち回転曲げ疲労試験を行っている．そして，分析結果をもとに段差のないはめ合い部の疲労強度を定量化するとともに，オーバーハングのない場合の段差による疲労強度向上率の影響を定式化する．さらに，得られた結果の定性的な理解の一助とするため，弾性 FE 解析を行う．

4 段差のないはめ合い部の疲労強度

4・1 参照試験結果

$d = D$ の段差のない試験体①および m を十分大きく取り応力集中との相互作用が無視できる試験体②の疲労試験結果[4),10)]を Table 1 に示す．なお，表中の試験体マークは本研究の整理上付与したもので，彼らの符号とは異なる．得られた疲労強度はそれぞれ異なっており，段差のないはめ合い部の疲労強度自体が一意的なものではないことが分かる．この原因として荷重伝達形式，はめ合い面圧，はめ合い相手の寸法などの影響が考えられる．



(a) Specimen ①

(b) Specimen ②

Fig.2 Fretting fatigue test specimens used by Nishioka, et al.[4),10)]. [(*A): Fastened to a rotary disk of the testing machine. (*B): Weight load applied.]

Table 1 Fatigue test results of non-step fitting[4),10)].

Mark	Dimensions (mm)				Fitting Pressure (MPa)	Fatigue Strength (MPa)
	D	D_0	L	T		
①－A	50	75	50	12.5	68.6	95.1
②－D	50	56	30	3.0	9.8	137.2
②－E	50	75	50	12.5	68.6	113.7

4・2 荷重伝達形式の影響

Table 1 に示した試験体①－A と②－E を比較すると，はめ合い相手の寸法は同一であるにもかかわらず，疲労強度は試験体②－E の方が約 20%高い．小松[11)]は，この現象が試験体①と②とのはめ合い部に作用する曲げ荷重の流れ方の相違に起因するものとして，前者を荷重伝達形，後者を非伝達形と呼んでいる．別の言い方をすると，はめ合い部の曲げ応力がはめ合い相手に作用する外力に起因するものが伝達形であり，起因しないものが非伝達形である．同様な結果は Horger らの実験[12)]でも得られており，非伝達形の疲労強度が約 25%高くなったことを報告している．また，負荷荷重が軸力で異なるが，近藤ら[13)]も相手部材を通した荷重流れの場合（彼らは摩擦形と呼んでいる．）に疲労強度が低下することを報告している．なお，実際の車軸には多くのはめ合い部が存在するが，各はめ合い部は伝達形と非伝達形の二者択一ではなく，これらが複合している状態である．

4・3 はめ合い面圧の影響

Fig.3 に試験体②を用いて行った西岡らの試験結果[10)]をはめ合い面圧で整理したものを示す．疲労強度には前述

した荷重伝達形式，後述するはめ合い相手の寸法の影響が大きく，はめ合い面圧の影響は相対的に小さいことが分かる．したがって，車軸を対象とする場合にははめ合い面圧の影響を無視しても差し支えないものと思われる．

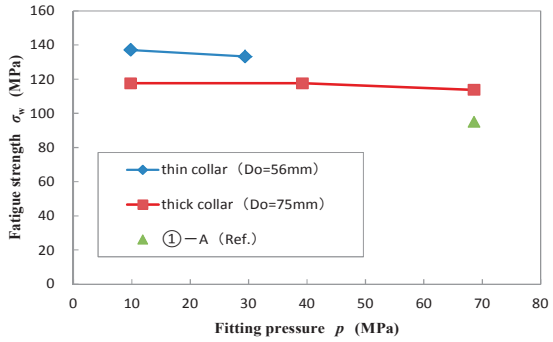
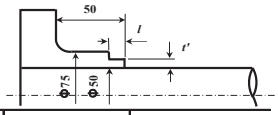


Fig.3　Effect of fitting pressure on fatigue strength.

4・4　はめ合い相手の寸法の影響

西岡らははめ合い相手端部に突起を設けた試験体①の疲労試験も実施しており [4]，Table 2 の結果を報告している．突起長さ（l）の増加，突起厚さ（t'）の減少とともに疲労強度が向上する結果が得られている．ここでは，車軸設計への反映の容易さを考慮し，本結果をはめ合い相手の剛性の影響として解釈し，以下のように分析する．

Table 2　Fatigue test results of specimen ① with various projections[4].



Mark	Projection Dimension (mm)		Fatigue Strength (MPa)	Stiffness Parameter
	l	t'		P
P-1	1.5	3.75	101.9	3.59
P-2	4.0	3.75	119.6	3.00
P-3	8.0	3.75	124.5	2.38
P-4	4.0	2.00	122.5	2.23
P-5	4.0	6.00	98.0	3.51

まず，剛性の影響を表すパラメータとして次式に示す P（剛性パラメータと呼ぶ．）を考える．

$$P = \frac{\gamma^*}{\gamma} \tag{1}$$

ここで，γ^*はは め合い端での軸のたわみ角，γ はは め合い相手のたわみ角であり，一様曲げモーメントを受ける長さ L の単純梁として計算する．すなわち，軸およびはめ合い相手ともに一様断面形状の場合には，

$$P = \left(\frac{D_0}{D}\right)^4 - 1 \tag{2}$$

Table 2 の突起付き形状の場合には，次式となる．

$$P = \frac{\dfrac{L}{D^4}}{\dfrac{L-l}{D_0{}^4 - D^4} + \dfrac{l}{(D+2t')^4 - D^4}} \tag{3}$$

Fig.4 に，Table 1 に示した結果も含めて，剛性パラメータで整理した結果を示す．疲労強度は突起長さが異なる場合にも本パラメータでほぼ適切に整理できることが分かる．そこで本報告では，荷重伝達形の疲労強度と剛性パラメータの関係を図中の破線のように扱うことにする．

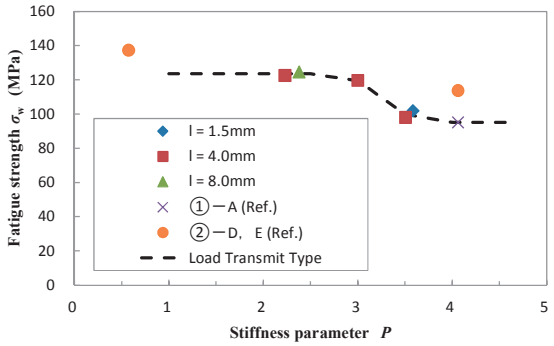


Fig.4　Relation of fatigue strength with stiffness parameter.

また，破線より上方にプロットされている荷重非伝達形の結果（②－D，E）では剛性パラメータが小さい場合と大きい場合の疲労強度の比が 1.21 であり，荷重伝達形の 1.29 より小さくなっているが，疲労強度と剛性パラメータの定性的な関係はほぼ同様な傾向を示すものと推測する．

4・5　まとめ

以上の検討結果から，段差のないはめ合い部の疲労強度は荷重伝達形式と剛性パラメータの影響を受け，Table 3 のようにまとめることができる．本研究では，最終的には車軸設計法への反映を意図していることから，これらの比率に注目し，過大評価となることを避けるため，小さい値を採用して荷重伝達形式の影響を 1.12，剛性パラメータの影響を 1.21 と考えることにする．

Table 3　Fatigue strength of non-step fitting (MPa).

Load Type ＼ Stiffness Parameter	Small (P<2.5)	Large (P>3.8)	[Ratio]
Transmit	122.5	95.1	1.29
Non-Transmit	137.2	113.7	1.21
[Ratio]	1.12	1.20	–

5　段差の影響

ここでは，試験体①のオーバーハングのない場合（$\delta = 0$）に注目し，フィレット段差の影響を分析する．このとき，形状パラメータとして西岡らは段差比（D/d）とフィレット半径（R）に注目しているが，ここでは R の代わりに近藤らの報告 [14]を参考に接触角（θ）を用いることにする．接触角は以下の式で求められる．

$$\cos\theta = 1 - \frac{D-d}{2R} \tag{4}$$

西岡らの報告 [4]より対象データを抽出して整理した結果を Table 4 に示す．ここで，θ 分類とは接触角がほぼ同等のものをグループ化し，その平均値をもって代表値としたものである．疲労強度の向上率（φ）は段差のないはめ合い部の疲労強度と比較した増加代を段差のないはめ合い部の疲労強度で無次元化したものである．また，備考欄に推定とあるものは疲労試験ではフィレット R 部で破断したものである．

Table 4　Fatigue test results of step fitting without overhang[4].

θ Groop	Mark	Step Ratio D/d	Contact Angle θ (deg)	Fatigue Strength (MPa)	Fatigue Strength Ratio φ	Remark
0	①−A	1	0	95.1	0	
24.1	①−H	1.092	24.1	127.4	0.34	
33.0	①−B	1.046	32.6	122.5	0.29	
	①−D	1.068	30.9	124.5	0.31	
	①−I	1.092	35.5	144.1	0.52	
39.3	①−C	1.046	38.7	127.4	0.34	
	①−E	1.068	39.5	142.1	0.49	
	①−K	1.116	39.7	142.1	0.49	
45.8	①−F	1.068	47.2	147.0	0.55	Estimated
	①−J	1.092	45.6	142.1	0.49	
	①−L	1.149	44.6	147.0	0.55	Estimated
57.4	①−G	1.068	57.1	135.2	0.42	Estimated
	①−M	1.149	57.6	147.0	0.55	Estimated

Fig.5 に疲労強度の向上率と段差比および接触角の関係を示す．全体として段差比，接触角の増加とともに向上率が増加する傾向にあることが分かる．図中の実線は，このような傾向を以下の考え方で定式化したものである．

(1) 向上率はある程度で飽和する．これは疲労破壊がフィレット R 部で生じるようになり，はめ合い部の評価が実質的に不可能となるためである．したがって，飽和値はフィレット R 部の応力集中と強度に関係して変化するが，本報告では得られたデータの平均的な値として 0.5 を飽和値と考えることにする．

(2) 向上率が飽和していない範囲では，接触角の増加とともに段差比が小さい場合にも大きな向上率が得られている．このような傾向を表現するため，向上率は接触角が一定の場合には段差比に比例し，その比例係数（a）が接触角に依存するものと考え，次式で与えられるとする．

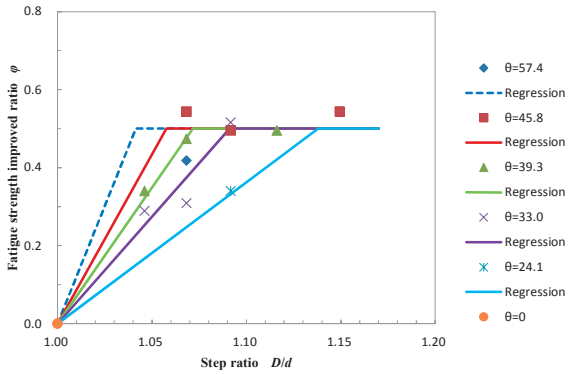


Fig.5　Fatigue strength improvement ratio for step fitting without overhang.

$$\varphi = a\left(\frac{D}{d} - 1\right) \qquad (5)$$

そして，Table 4 のデータをフィッティングすることにより比例係数として次式が得られた．

$$a = 0.0018\,\theta^2 + 0.1069\,\theta \qquad (6)$$

Fig.6 に上記定式を用いて予測した向上率（φ*）を実験結果と比較した．予測結果は実験結果と良好に対応しており，本定式の有効性が確認できる．なお，本定式はフィレット段差を対象としたものであるが，グルーブ段差にも適用できるものと解釈している．

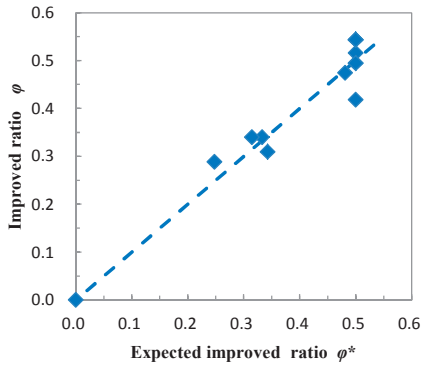


Fig.6　Comparison of improved ratios between expected and experimental.

6　FE 解析

ここでは，前章までで得られた結果を考察するため，FE 解析を行う．このとき，段差の影響については佐藤ら [8]や近藤ら [14]の報告があるため，対象を段差のないはめ合い部に絞って検討する．定量的な評価にははめ合い端での塑性変形やフレッティング摩耗等による局所的な形状変化を考慮した解析が必要であるとの指摘 [14]があり，著者らも過去に破壊力学的な定量的検討 [15]を行った際にはラウンディングを考慮した FE 解析を実施したが，本報告では定性的に理解することを目的として，局所的な形状変化を考慮しない弾性解析を行うことにした．

6・1　解析要領

解析対象は，直径 50 mm，長さ 1000 mm の軸の中央に，長さ 50 mm，外径 75 mm あるいは 56 mm の円筒形カラーを，はめ合い面圧 30 MPa ではめ合わせた 2 種類の部材である．カラー外径が大きい部材を部材 A，他方を部材 B と呼ぶ．荷重ははめ合い端の公称曲げ応力が 50 MPa となるように伝達形として 3 点曲げ負荷，非伝達形として 4 点曲げ負荷とした．解析ケースを Table 5 に整理して示す．

解析には，部材および荷重の対称性を考慮して 1/4 モデルとし，汎用ソフト Abaqus を用いた．使用した要素は 3 次元 1 次要素であり，円周方向には軸中心部を除く全体を 5° ピッチの要素分割とした上で，はめ合い端近傍では最小寸法を 0.05mm と小さくした．このとき，カラー内径は所定のはめ合い代だけ軸外径（50 mm）より小さくした．

Table 5　FEA cases in the present paper.

Case	Collar OD D_o (mm)	Fitting Gap ($\times 10^{-2}$mm)	Stiff. Para. P	Load Type	Load F (kN)
A-3b	75	2.621	4.06 (Large)	3-point bending	0.646
A-4b				4-point bending	1.227
B-3b	56	7.181	0.57 (Small)	3-point bending	0.646
B-4b				4-point bending	1.227

Fig.7 に要素分割および境界条件を示す．本解析では 1/4 モデルに対応した対称条件以外の境界条件（荷重および拘束条件）も単独の節点に与えた．3 点曲げでは，本報告で注目するはめ合い端近傍の応力に対して相応の影響を及ぼすものであるが，実際に試験する場合の治具を想定し，これを通した拘束をカラー外表面上で端から 1/4 長さの位置として設定した．

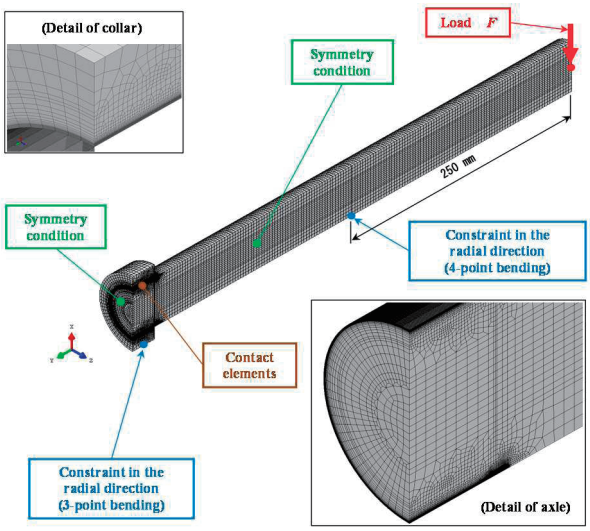


Fig.7　Mesh and boundary conditions used in the present FEA.

解析は，はめ合い面に接触要素を設定した上で，最初にカラーと軸とのはめ合い，その後に曲げ荷重負荷の 2 段階で実施した．接触要素の摩擦係数は，はめ合い解析時には考慮せず，曲げ解析時のみ 0.6 とした．弾性定数は，軸およびカラーともにヤング率を 206 GPa，ポアソン比を 0.3 とした．

6・2　解析結果と考察

Fig.8 に，ケース A-3b で得られたはめ合い端近傍の軸外表面における軸方向応力の分布を示す．ここで，0° 側は曲げの引張側，180° 側は圧縮側である．0° 側，180° 側ともにはめ合い端で軸方向応力が大きくなり，特に 180° 側での圧縮応力が顕著に大きくなっている．

そこで，はめ合い端に注目して各ケースを比較することにし，接触面圧および軸方向応力を Table 6 に整理した．これより，以下のことが分かる．

(1)　0° 側での軸方向応力は各ケースでほぼ等しい．また，公称応力で除した応力集中率（Kt）は約 1.7 と高い値である．

(2)　180° 側の軸方向応力は部材 A の方が顕著に大きい．また，3 点曲げの方が大きくなっている．なお，軸方向応力と接触面圧には相関があり，接触面圧が高いほど軸方向応力が大きくなる傾向にある．

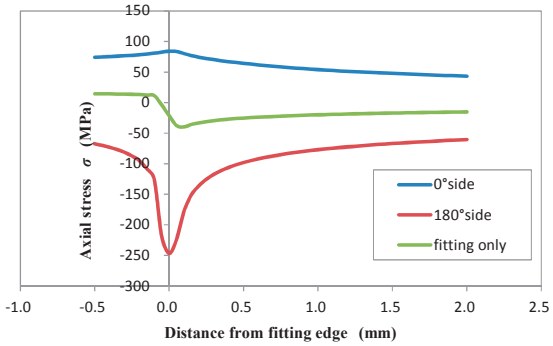


Fig.8　Axial stress distribution near the fitting edge, obtained by FEA for the case of A-3b.

Table 6　Contact pressure and axial stress at the fitting edge.

Case	0° side			180° side			Safety factor
	Cont. Press. (MPa)	Axial Stress (MPa)	Axial Stress Kt	Cont. Press. (MPa)	Axial Stress (MPa)	Axial Stress Kt	Sf
A-3b	0.8	84.0	1.68	380.9	−246.7	4.93	1.90
A-4b	1.3	84.5	1.69	360.8	−235.0	4.70	1.95
B-3b	11.7	84.9	1.70	219.4	−153.7	3.07	2.48
B-4b	12.1	84.7	1.69	218.1	−152.9	3.06	2.49

上記解析結果を耐久限度線図上にプロットした結果を Fig.9 に示す．実線で示した耐久限度線は，材料として SF55 を想定し，引張強度を 550 MPa，応力比が -1 の耐久比を 0.5，傾きを 1/4 として描いたものである．はめ合い端の応力状態は平均応力が圧縮の第 2 象限にプロットされる．Table 6 最右欄には各ケースの疲労安全率 S_f を，原点からプロット点までの距離を k，その延長線上で耐久限度線までの距離を l として，次式で計算した結果を示している．

$$S_f = \frac{l}{k} \qquad (7)$$

3 点曲げ，4 点曲げともに剛性パラメータが大きな部材 A で安全率が小さい．また，部材 B ではその差が小さいものの，荷重伝達形の 3 点曲げで安全率が小さい．これら結果は定性的には実験で得られている疲労強度の大小関

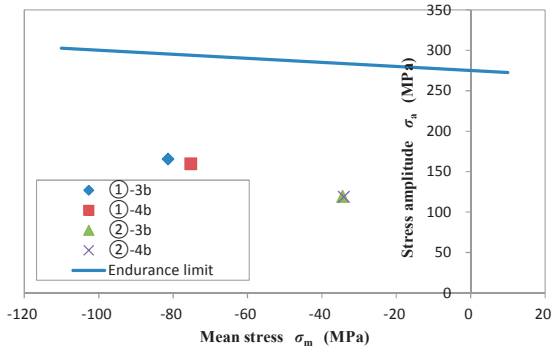


Fig.9　Stress conditions of the fitting edge during rotational bending fatigue, plotted on the endurance limit diagram.

係と対応するものである．

以上の検討結果より，荷重伝達形式，剛性パラメータの影響機構として次のように纏められる．同一の公称曲げ応力条件下でも，はめ合い端の軸方向応力の疲労負荷中における変動状態は荷重伝達形式と剛性パラメータの影響を受ける．荷重伝達形の場合および剛性パラメータが大きい場合には，耐久限度線図上での応力状態は傾きがほぼ-1 で左上へ変化する．材料の耐久限度線の傾きはこれより緩やかであるため，このような応力状態の変化は耐久限度線に近づくことになり，このことは疲労強度が低下することを意味している．

7 結　言

鉄道車軸はめ合い部の疲労強度に及ぼす形状の影響を定式化し，種々のはめ合い部における疲労強度推定法を確立することを最終目標として，西岡らの疲労試験結果をもとに，段差のないはめ合い部の疲労強度を定量化するとともにオーバーハングのない場合の段差の影響を定式化した．さらに，得られた結果の定性的な理解の一助とするため，弾性 FE 解析を行った．その結果，以下のことが分かった．

(1) 段差のないはめ合い部の疲労強度は荷重伝達形式と剛性パラメータの影響を受け，それぞれの比率を安全側で評価すると前者で 1.12，後者で 1.21 となる．

(2) 段差による疲労強度の向上率 φ は段差比 D/d と接触角 θ から次式で推定できる．

$$\varphi = (0.0018\,\theta^2 + 0.1069\,\theta)\left(\frac{D}{d} - 1\right)$$

ここで，θ の単位は deg であり，有効範囲は約 25° から約 45° の範囲と思われる．また，疲労破壊が非はめ合い部に変化することに対応した飽和値が存在する．

(3) 荷重伝達形の場合および剛性パラメータが大きい場合には，はめ合い端の軸方向応力の疲労負荷中における変動状態は耐久限度線に近づくことになり，これは疲労強度が低下することを意味している．

本論文の執筆にあたり，貴重な実験データを引用させていただいている西岡邦夫博士，平川賢爾博士，小松英雄博士に厚くお礼申し上げます．

参考文献

1) JRIS D 1201-1:2016, “Rolling stock – Axle strength – Part 1: Design method”, Japan Association of Rolling Stock Industries.

2) O. J. Horger, “Influence of fretting corrosion on the fatigue strength of fitted members”, ASTM STP No.144, pp.40-56, (1952).

3) H. Ouchida, “Fatigue strength and size effect of shrink-fitted specimens”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.28, No.185, pp.29-38, (1962).

4) K. Nishioka and H. Komatsu, “Study for improvement of the fatigue strength of press-fitted axles”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.33, No.248, pp.503-511, (1967).

5) H. Nakamura, S. Tanaka, K. Hatsuno, S. Yaguchi and B. Mouri, “Experimental results of wheelset testing machine - Part 1: Constant amplitude loading fatigue tests”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.34, No.268, pp.2092-2102, (1968).

6) K. Nishioka, K. Hirakawa and H. Komatsu, “The fatigue strength of interference fitted members”, Sumitomo-Kinzoku, Vol.25, No.2, pp.65-84, (1982).

7) K. Hirakawa, K. Toyama and M. Kubota, “The analysis and prevention of failure in railway axles”, International Journal of Fatigue, Vol.20, No.2, pp.135-144, (1998).

8) Y. Sato, M. Yamamoto, M. Takagaki, K. Makino, H. Sakamoto and H. Ishiduka, “Improvement of fatigue strength of axle by changing shape of fillet part between wheelset and axle body”, RTRI Report, Vol.26, No.10, pp.29-34, (2012).

9) S. Cervello, “Fatigue properties of railway axles: New results of full-scale specimens from Euraxles project”, International Journal of Fatigue, 86, pp.2-12, (2016).

10) K. Nishioka and H. Komatsu, “Experiments on the fatigue strengths for press-fitted specimens”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.29, No.203, pp.1154-1160, (1963).

11) H. Komatsu, “Study for improvement of the fatigue strength of fitted axles”, Doctor thesis of Kyoto University, (1975).

12) O. J. Hoger and J. L. Maulbetsch, “Increasing the fatigue strength of press-fitted axle assemblies by rolling”, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.3, pp.A91-A98, (1936).

13) Y. Kondo and M. Bodai, “Study on fretting fatigue crack initiation mechanism based on local stress at contact edge”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (A), Vol.63, No.608, pp.669-676, (1997).

14) Y. Kondo, M. Kubota, S. Kataoka and C. Sakae, “Effect of stress relief groove shape on fretting fatigue strength and index for the selection of groove shape”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.56, No.12, pp.1156-1162, (2007).

15) T. Makino, M. Yamamoto and K. Hirakawa, “Effect of contact edge profile on fretting fatigue crack initiation site in press-fitted axle”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (A), Vol.63, No.615, pp.2312-2317, (1997).