

대수기하학 연구현황

글 _ 최인송 · 전 고등과학원 수학기하부 조교수(현 건국대학교 자연과학부 수학과 교수)

20세기의 대수기하학의 흐름에 대해 이야기할 때 종종 언급되는 인용문으로, 뎀포드(Mumford)가 자신의 강의록인 '다양체와 스킴에 대한 빨간 책' (The Red Book of Varieties and Schemes) 서문에 쓴 한 단락이 있다. 참고로 이 강의는 60년대 중반에 있었으며 강의록은 정식으로 1988년에 출판되었다.

“대수기하학자들로서도 자신들의 분야 전반에 대해 잘 파악하고 서로 간에 의사소통할 적절한 언어를 찾는 것이 얼마나 어려운 일이었는지 떠올려 볼 필요가 있다. 이 강의노트가 씌어질 당시는 각각의 연구자들이 자신만의 정의와 용어를 사용하고, 학문적 ‘기초’ 라고 할 만한 것이 최소한 대역사까지의 수학적 ‘언어’ 들로 기술되던 20년의 기간으로부터 벗어나려던 시기였다. (중략) 그러나 모든 핵심적인 현상들을 명확하게 기술할 수는 없으리라는 것이 일반적인 생각이었고, 앞선 세대의 설득력 있는 기하학적 용어들을 희생시키는 데 대한 좌절감 또한 있었다.” (번역: 필자)

이어서 뎀포드는 그로센딕(Grothendieck)이 등장하여 스킴(scheme)의 개념을 통해서 만족할 만한 대수기하학의 일반적인 기본 언어를 제시하였음을 설명하고 있다. 이처럼 20세기 초중반의 대수기하학은 여러 학파에 따라 서로 다른 관심 대상과 연구 방법 및 언어를 가지고 비균질적으로 발전해왔다. 이후 스킴의 개념을 중심으로 하여 대수기하학의 서술에 일정 수준의 통일성이 이뤄졌으며, 그 내용을 비교적 압축적이면서도 폭넓게 담은 하츠혼(Hartshorne)의 ‘대수기하학’ (Algebraic Geometry)이 대수기하학을 공부하고자 하는 사람들에게 기본적인 교재로 널리 사용되어 왔다.

그러나 여전히 대수기하학은 그 학문 분야의 대상과

범위, 목표를 한정하여 정의하기 힘들도록 다방면으로 변모하고 팽창해 가고 있다. 대수기하학의 강점은 자체 내에서 얻어지는 아름답고 심오한 정리들 뿐만 아니라, 수학의 여러 다른 분야들에 미치는 파장에서 찾을 수 있다. 대수기하학이 제시한 결과물과 관점들이 20세기 중반 이래 현대수학에 하나의 전범을 확립하고 있음은 분명하다. 지난 기간 동안 필즈상 수상자의 목록을 보더라도 매 4년마다 거의 빠짐없이 대수기하학 분야의 인물을 찾아볼 수 있다.

뎀포드가 글을 쓸 때와는 비교할 수 없을 정도로 훨씬 더 폭넓어진 대수기하학 분야 전체를 개관하는 대신, 최근 몇 년간에 해결된 중요한 문제인 ‘최소 모델 계획’ (Minimal model program, 약칭 MMP)에 대해 간략히 언급하고자 한다. 간단히 말해 이는 이미 잘 확립된 대수곡선 및 대수곡면에 대한 분류법을 일반화하여 임의의 차원을 갖는 대수다양체들을 질서 있게 분류하고자 하는 야심 찬 연구 계획이다. 이와 관련하여서는 3차원과 4차원 다양체에 대한 모리(Mori)와 쇼쿠로프(Shokurov)의 결과가 있었다. 최근에 4명 (Birkar, Cascini, Hacon, Mckernan)이 공저한 논문 ‘Existence of minimal models for varieties of log general type’ (Arxiv: math.AG/0610203)을 통하여 MMP에 대한 획기적인 진전이 이뤄졌다. 고등과학원에서는 이와 관련하여 MMP 수립 과정부터 핵심적인 기여를 하였던 카와마타(Kawamata) 교수를 초청하여 아이디어와 기본 개념들을 배우는 좋은 기회가 될 겨울학교를 개최하였다 (2008년 2월 18일~22일, 관련 웹사이트: <http://newton.kias.re.kr/~jmhwang/School-MMP.htm>). [KIAS](http://kias.kyushu-u.ac.jp/)