ЛЕКЦИИ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
УЧЕНЫХ

А.А.Бельков, В.Н.Первушин, Д.Эберт

Низкоэнергетические предсказания современных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков

ДУБНА

ЛЕКЦИИ ДЛЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Выпуск 51

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Р2-88-657

А.А.Бельков*, В.Н.Первушин, Д.Эберт

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСКАЗАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ КИРАЛЬНЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ, ОСНОВАННЫХ НА ДИНАМИКЕ КВАРКОВ

*Институт физики высоких энергий, Серпухов

Дубна 1988

Содержание

Введение

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) является общепризнанной единой теорией сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий адронов. Значительным достижением модели кварков и КХД явилось описание спектроскопии легких мезонов, а также процессов с большими передачами импульса и участием тяжелых кварков, для которых удается плодотворно использовать стандартную теорию возмущений (пертурбативная КХД). Применимость пертурбативной КХД к описанию жестких процессов определяется передачами импульсов в элементарных взаимодействиях кварков и глюонов. При больших передачах эффективная константа связи кварков и глюонов становится малой (асимптотическая свобода КХД на малых расстояниях) и высшими поправками теории возмущений можно пренебречь. Однако большая часть экспериментальных данных, полученных на современных ускорителях в области низких и промежуточных энергий, находится вне компетенции пертурбативной КХД. Это связано не только с тем что при этих энергиях эффективная константа связи кварков и глюонов еще недостаточно мала, но прежде всего с трудностями, возникающими при учете адронизации кварков и глюонов, а также различных непертурбативных эффектов (взаимодействия на больших расстояниях), выходящих за рамки теории возмущений. Поэтому до сих пор при интерпретации данных по низкоэнергетическим адронным процессам приходится опираться не на общую теорию, какой является КХД, а на различные, зачастую даже не связанные между собой, феноменологические модели, отражающие основные динамические симметрии адронных взаимодействий, которые проявляются в законах сохранений и правилах отбора.

Одним из таких подходов к описанию низкоэнергетических мезонных процессов явился метод эффективных киральных лагранжианов [1-5], которые были предложены более 20 лет назад, как компактное описание результатов алгебры токов. Киральные лагранжианы сыграли большую роль в понимании динамики сильных взаимодействий при низких энергиях и были своего рода прелюдией к широкому применению методов квантовой теории поля к описанию взаимодействий адронов в рамках КХД.

Современный интерес к нелинейным лагранжианам был стимулирован работой Виттена [6], где установлена топологическая связь КХД с киральным лагранжианом Весса-Зумино [7]. Наличие аномалий явилось еще одним указанием на то, что низкоэнергетическое мезонное взаимодействие имеет кварковое происхождение. Следует отметить, что идея о возможности получения эффективных киральных лагранжианов как низкоэнергетического предела КХД высказывалась раньше (см., например,[8-10]), а киральные лагранжианы из модели с 4-кварковым взаимодействием были построены в[11-13].

В последнее время идея о формулировке КХД при низких энергиях в терминах эффективных лагранжианов, построенных из коллективных полей, получила значительное развитие в работах[14-18]. В этих работах с помощью кваркового детерминанта в мезонных полях вычислен не только лагранжиан Весса-Зумино[7], но также первоначальный лагранжиан Швингера-Вайнберга[1] и следующие члены (четвертого порядка) разложения по импульсам мезонов.

В современной низкоэнергетической киральной теории нелинейные лагранжианы рассматриваются как наиболее удобный подход к описанию мезонных процессов в терминах непертурбативной КХД. Причем как константы этих лагранжианов, так и сами условия их существования, формулируемые в виде требования "устойчивости" низкоэнергетической области КХД, определяются фундаментальными параметрами непертурбативной КХД: кварковым и глюонным конденсатами, массами кварков, числом цветов и т.п.[14]. Нелинейные киральные лагранжианы рассматриваются как перспективное направление для проверки КХД в непертурбативном режиме.

Однако строгое доказательство киральной бозонизации кварков пока что существует только в двухмерной КХД[19]. Поэтому становится актуальной задача проверки предсказательной силы новых "кварковых" киральных лагранжианов, так как сравнение низкоэнергетических предсказаний теории с экспериментом является естественным способом физического обоснования фундаментальных динамических принципов и приближений, лежащих в основе получения этих лагранжианов.

Настоящие лекции посвящены обсуждению экспериментального статуса современных нелинейных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. Мы существенно уточняем результаты аналогичных работ[20-22] и даем описание экспериментальных данных по широкому кругу низкоэнергетических мезонных процессов. Обсуждаются наиболее перспективные эксперименты по проверке предсказаний КХД в низкоэнергетическом пределе.

В разделе I конспективно изложены основные теоретические идеи и результаты работ[12-18] по построению нелинейных киральных лагранжианов. Обсуждается спектроскопия нонета псевдоскалярных мезонов и роль глюонной $U(1)$-аномалии в описании расщепления масс η - и η'-мезонов. Решение последней проблемы является наиболее впечатляющим результатом, полученным в рамках N_c^{-1} -разложения в КХД. Этот результат можно легко переформулировать в терминах нелинейных киральных лагранжианов. В этом же разделе получены векторные и аксиально-векторные мезонные токи, возникающие из лагранжиана сильных взаимодействий мезонов при соответствующих киральных поворотах. По аналогии с классическими следствиями универсальности электромагнитных взаимодействий векторные и аксиально-векторные токи, генерируемые киральными поворотами, отождествляются с соответствующими токами электрослабых взаимодействий. В пределе точной киральной симметрии это обеспечивает сохранение токов и универсальность слабых взаимодействий как в векторном, так и в аксиально-векторном токах. Нарушение киральной симметрии приводит к частичному сохранению аксиально-векторных токов, которое является одним из основных динамических принципов современной теории. Таким образом, в рамках единого подхода удается описать сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия мезонов. Киральные лагранжианы, полученные для нонета псевдоскалярных мезонов, легко обобщить на векторные и аксиально-векторные мезоны с помощью калибровочного принципа. Обсуждается роль (πA_1)-смешивания, возникающего в таком подходе, а также связь электрослабых взаимодействий с векторной доминантностью.

В разделе 2 обсуждаются феноменологические следствия теории на примере анализа данных по $\pi\pi$ - и πK-рассеянию. Показано, что при существующих точностях измерений длин $\pi\pi$ - и πK-взаимодействий не удается экспериментально проверить правильность фиксации p^4-членов в низкоэнергетическом киральном пределе КХД. В качестве нового возможного источника модельно независимой информации о длинах $\pi\pi$ - и πK -рассеяния обсуждается измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK-димезоатомов. Более прямую экспериментальную информацию о динамике взаимодействий мезонов можно получить из их распадов. Уникальным в этом отношении оказываются распады $\eta' \to \eta 2\pi$, данные по вероятностям которых с учетом длин $\pi\pi$ -рассеяния позволяют существенно снизить неопределенности феноменологического анализа структуры p^4-членов кирального лагранжиана.

Обсуждается также возможность экспериментального выделения вкладов диаграмм "пингвинового" типа из данных по распадам $K \to 2\pi$, $K \to 3\pi$. Актуальность этой проблемы обусловлена тем, что по современным теоретическим представлениям пингвиновые диаграммы играют важную роль не только в динамическом усилении переходов с изменением изоспина $|\Delta T| = 1/2$, но также полностью определяют прямое CP-нарушение в нелептонных распадах каонов. В основе подхода, предложенного для совместного анализа нелептонных распадов каонов, лежит киральная адронизация кварковых токов эффективного лагранжиана слабых нелептонных взаимодействий с $|\Delta S| = 1$, полученного в КХД А.И.Вайнштейном, В.И.Захаровым и М.А.Шифманом.

В разделе 3 обсуждается роль киральных аномалий в описании мезонных процессов. Показано, что киральные аномалии определяют широкий круг сильных и электромагнитных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, в которых не сохраняется так называемая внутренняя четность частиц. Однако пока еще не ясна причина нарушения низкоэнергетических теорем для киральных аномалий, возникающего в векторной доминантности при обобщении аномального лагранжиана Весса-Зумино-Виттена на векторные и аксиально-векторные мезоны. Киральные аномалии играют также важную роль в описании слабых распадов мезонов. В качестве примеров рассмотрены каонные распады $K^+\to\pi^+\pi^-\bar{e}\,\nu_e$, $K^+\to\pi^+\pi^0\gamma$, $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$. Так, в случае распада $K^+\to\pi^+\pi^0\gamma$ корректный учет всех вкладов в структурное излучение приводит к важному для планирования экспериментов выводу о невозможности поиска CP-нарушения в этом процессе.

I. КХД и киральные лагранжианы

I.I. Лагранжианы мезонов

Предположим, что физика сильных взаимодействий описывается лагранжианом КХД с цветной группой $SU(3)$:

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}\left(F^i_{\mu\nu}\right)^2 + i\bar{q}^\alpha_a\left[\delta_{ab}\,\delta^{\alpha\beta}\not{\partial} + \delta_{ab}\,\not{A}^{\alpha\beta} - \hat{m}^{\alpha\beta}_0\,\delta_{ab}\right]q^\beta_b, \qquad (I)$$

где q^α_a - спинор с индексом цвета α = I,2,3 и запаха a = I,...,n; $\not{A}^{\alpha\beta} = -\frac{i}{2}\,g\,A^j_\mu\,(\tilde{\lambda}^j)^{\alpha\beta}\,\gamma_\mu$ - глюонное поле в матричных обозначениях; $\tilde{\lambda}^j$ - генератор цветной группы. Генераторы группы запаха $U(n)$ нормированы следующим образом:

$$\mathrm{tr}\,\lambda_i\lambda_j = 2\delta_{ij}, \quad i,j = 0,\dots,n^2-1; \quad (\lambda_0)_{ab} = \sqrt{\frac{2}{n}}\,\delta_{ab},$$

а $\hat{m}_0 = \mathrm{diag}(m^0_1, m^0_2, \dots, m^0_n)$ - массовая матрица голых токовых кварков.

Основная идея [2,9] состоит в том, чтобы рассматривать теорию (I) как фундаментальную "микроскопическую теорию", объясняющую спонтанное нарушение калибровочной симметрии.

К сожалению, за исключением указаний, полученных в КХД на решетке, еще не удалось убедительно доказать спонтанное нарушение киральной симметрии в теории (I) [23] (точно так же, как и конфайнмент). Однако многими путями [14-18] было показано, что из предположения о спонтанном нарушении киральной симметрии в КХД из лагранжиана (I) следуют не только обычные киральные лагранжианы [1-5] низшего порядка по импульсам мезонов, но и следующие члены кирального низкоэнергетического разложения, которые нельзя воспроизвести процедурой унитаризации обычного лагранжиана [24-26].

Рассмотрим одну из конструктивных реализаций гипотезы спонтанного нарушения киральной симметрии в КХД, которой является лагранжиан типа Намбу-Иона-Лазинио[27,12,18] для кварк-кваркового взаимодействия:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\partial\!\!\!/ - \hat{m}_o)q + \sum_{i=0}^{n^2-1}\Big\{2G_1\Big[\Big(\bar{q}\frac{\lambda_i}{2}q\Big)^2 + \Big(\bar{q}i\gamma^5\frac{\lambda_i}{2}q\Big)^2\Big] - $$
$$- 2G_2\Big[\Big(\bar{q}\gamma_\mu\frac{\lambda_i}{2}q\Big)^2 + \Big(\bar{q}\gamma_5\gamma_\mu\frac{\lambda_i}{2}q\Big)^2\Big]\Big\}, \tag{2}$$

где G_1 и G_2 - универсальные константы кварк-кваркового взаимодействия размерности квадрата длины. Лагранжиан (2) может возникнуть непертурбативным образом из фундаментального лагранжиана (I)[28].

Переход от (I) к (2) (или предположение "спонтанного нарушения киральной симметрии" в работах[14-17]) является наиболее проблематичным пунктом в обосновании киральных лагранжианов из КХД. Однако из (2) эти лагранжианы можно вывести однозначно путем перехода к коллективным переменным[9,12,18]:

$$\Phi(x) = S(x) + iP(x)\,; \quad (A_{R,L})_\mu = V_\mu \pm A_\mu\,, \tag{3}$$

где S, P, V, A есть скалярное, псевдоскалярное, векторное и аксиально-векторное поля соответственно; в матричном обозначении

$$(P,S) = \sum_{0}^{n^2-1}\frac{\lambda^a}{2}(P^a,S^a)\,; \qquad V = \sum_{0}^{n^2-1}\frac{V^a\lambda^a}{2i}\,.$$

В терминах коллективных переменных производящий функционал для теории (2) имеет вид

$$Z = \int d\bar{q}\,dq\,e^{i\int d^4x\,\mathcal{L}} = \int d\Phi\,d\Phi^+\,dA_L\,dA_R \times$$
$$\times \exp\Big\{i\int d^4x\Big[-\frac{1}{4G_1}\mathrm{tr}(\Phi-\hat{m}_o)^+(\Phi-\hat{m}_o) - \frac{1}{4G_2}\mathrm{tr}(V_\mu^2 + A_\mu^2)\Big]\Big\}\times$$
$$\times\Big\{\det\Big[(i\partial\!\!\!/ + iA\!\!\!/_R - \Phi)P_R + (i\partial\!\!\!/ + iA\!\!\!/_L - \Phi^+)P_L\Big]\Big\}^{N_c}, \tag{4}$$

где $[\det(iD\!\!\!\!/\,)]^{N_c} \equiv \int dq\,d\bar{q}\,\exp\Big(i\int d^4x\,\bar{q}\,iD\!\!\!\!/\,q\Big)$ есть результат интегрирования по кварковым полям; $D\!\!\!\!/ = \gamma_\mu D^\mu$; $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ - проекционные киральные операторы на состояния с различной спиральностью кварков*.

Интеграл (4) затем вычисляется методом стационарной фазы[9,12]. Равенство нулю первой вариации по Φ выражения под знаком экспоненты

---

* Для простоты мы опустили внешние источники билинейных комбинаций кварков с квантовыми числами мезонов.

в (4) при $A_L = A_R = P = 0$ даст уравнение "массовой щели" (или уравнение Швингера-Дайсона), определяющее физический спектр конституэнтных масс кварков $M^0 = diag(m_1, m_2, \dots, m_n) \equiv \hat{m}$:

$$\hat{m} = \hat{m}_0 + 2iG_1 N_c \left(tr_\gamma \frac{1}{i\hat{\partial} + \hat{m}} \right) \equiv \hat{m}_0 + 2iG_1 N_c \left(\frac{4}{(2\pi)^4} \int^{\Lambda} \frac{d^4k\, \hat{m}}{k^2 - \hat{m}^2} \right). \tag{5}$$

Здесь величина $\left(-i\, tr \frac{1}{i\hat{\partial} + \hat{m}} \right)$ является кварковым конденсатом $\langle \bar{q} q \rangle$:

$$\langle \bar{q}_a q_a \rangle = -i \frac{4}{(2\pi)^4} \int^{\Lambda} d^4k \frac{m_a}{k^2 - m_a^2}, \tag{6}$$

который определяет шкалу нарушения киральной симметрии и, следовательно, параметр Λ как шкалу, характеризующую область действия кварковых сил в импульсном пространстве ($\Lambda \sim$ I ГэВ)/I2/. Из (5) и (6) получаем

$$\langle \bar{q}_a q_a \rangle = -\frac{1}{2G_1} (m_a - m_a^0). \tag{7}$$

Рассмотрим вначале только сектор псевдоскалярных мезонов в случае точной $U(n)$-симметрии ($m_a = m$) и экспериментальной параметризации:

$$\Phi \approx mU; \quad U = exp\left(2i \frac{1}{F_\pi} \pi \right); \quad \pi = \sum_{0}^{n^2-1} \frac{\pi_i \lambda_i}{2}, \tag{8}$$

где π_i – поля псевдоскалярных мезонов; F_π – константа распада $\pi \to \mu\nu$. В этом случае функционал (4) принимает вид

$$Z \approx \int d\Phi\, d\Phi^+ exp\left\{ i \int d^4x \left[-\frac{1}{2G_1} tr (\Phi - \hat{m}_0)(\Phi^+ - \hat{m}_0) \right] \right\} \times$$
$$\times \left\{ det \left[(i\hat{\partial} - \Phi) P_R + (i\hat{\partial} - \Phi^+) P_L \right] \right\}^{N_c} \approx \tag{9}$$
$$\approx \int \mathcal{D}\mu(\pi)\, exp\left\{ i \int d^4x\, \mathcal{L}_{эфф}(\pi) \right\},$$

где $\mathcal{D}\mu(\pi)$ – мера интегрирования по псевдоскалярным мезонам, а лагранжиан $\mathcal{L}_{эфф.}$ можно представить в виде суммы четырех слагаемых/I6/:

$$\mathcal{L}_{эфф} = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}_{WZ} + \mathcal{L}_{SB}. \tag{I0}$$

Здесь лагранжиан

$$\mathcal{L}_{SB} = \frac{1}{4G_1} tr\, m_0 m (U + U^+ - 2) \equiv \frac{F_\pi^2}{4} m_\pi^2\, tr (U + U^+ - 2) \approx \tag{II}$$

$$\approx -\frac{m_\pi^2}{2}(\pi^i)^2 + O(\pi^4)$$

определяется выражением под знаком экспоненты в (9). Остальные лагранжианы в (10) определены разложением по производным от матрицы U кваркового детерминанта /16/. Лагранжиан

$$\mathcal{L}^{(2)} = \frac{N_c m^2}{16\pi^2}\,\Gamma\left(0,\frac{m^2}{\Lambda^2}\right) tr(\partial_\mu U\,\partial^\mu U^+) \equiv -\frac{F_\pi^2}{4}\, tr(L_\mu L^\mu);$$
$$\Gamma(0,x) = \int_x^\infty dt\, e^{-t}/t\,, \qquad L = (\partial_\mu U)U^+, \tag{12}$$

есть стандартный лагранжиан второго порядка по производным (Λ - параметр обрезания теории). Лагранжиан

$$\mathcal{L}^{(4)} = \frac{N_c}{32\pi^2}\, tr\left\{\frac{1}{12}[L_\mu,L_\nu][L^\mu,L^\nu] - \frac{1}{3}(\partial_\mu L^\mu)^2 + \frac{1}{6}(L_\mu L^\mu)^2\right\} \tag{13}$$

есть новое взаимодействие четвертого порядка по производным. Тождества в (11),(12) фиксируют связь между параметрами теории G_1 , m_0 , Λ и экспериментально наблюдаемыми константами F_π , m_π , m . Лагранжиан

$$\int d^4x\, \mathcal{L}_{WZ} = \frac{iN_c}{240\pi^2}\int_{B_5} d^5x\, \varepsilon^{\mu\nu\varkappa\lambda\rho}\, tr(L_\mu L_\nu L_\varkappa L_\lambda L_\rho) = \tag{14}$$
$$= -\frac{2N_c}{15\pi^2 F_\pi^5}\int d^4x\, \varepsilon^{\mu\nu\varkappa\lambda}\, tr(\pi\,\partial_\mu\pi\,\partial_\nu\pi\,\partial_\varkappa\pi\,\partial_\lambda\pi) + O(\pi^7)$$

есть мнимая часть кваркового детерминанта, называемая членом Весса-Зумино /6,7/. Здесь B_5 - 5-мерная область интегрирования по переменным (x , τ); $d^5x = d^4x\, d\tau$. В этом топологическом члене (14) киральные поля π определяются на 5-мерном диске B_5 , границей которого служит 4-мерное евклидово пространство-время.

Для дальнейшего анализа и сравнения с другими работами лагранжиан (13) удобно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathcal{L}_Q = \frac{1}{32\hat{e}^2}\, tr\{[L_\mu,L_\nu]^2\} + \frac{\gamma}{16\hat{e}^2}\, tr\{(L_\mu L^\mu)^2\}, \tag{15}$$

$$\mathcal{L}_T = -\frac{1}{\Lambda_T}\, tr\{(\partial_\mu L^\mu)^2\} \equiv \frac{1}{\Lambda_T}\, tr\{\partial^2 U\,\partial^2 U^+ - (L_\mu L^\mu)^2\}, \tag{16}$$

где безразмерные параметры $\hat{e}^2$, γ , Λ_T принимают значения

$$\hat{e}^2 = 12\pi^2/N_c\,, \quad \gamma = 1\,, \quad \Lambda_T = 96\pi^2/N_c\,. \tag{17}$$

В дальнейшем при сравнении с экспериментом будем рассматривать эти величины как параметры, фиксируемые из анализа данных. Первый член в (I5) – так называемое скирмовское взаимодействие /29/; второй – нескирмовская добавка. Взаимодействие (I6) называется тахионным, поскольку оно приводит к двум значениям спектра масс мезонов: обычному и тахионному $|m_{\Gamma}| \approx 0,9$ ГэВ. Тахионный член отражает тот факт, что в нашем рассмотрении мы ограничили физический сектор лишь псевдоскалярными степенями свободы. Масса тахиона, по-видимому, определяет масштаб применимости низкоэнергетического разложения. При учете частиц высших спинов масса тахиона еще больше возрастает, и его влияние на формирование спектра масс станет малым /I4/. При вычислении амплитуд конкретных физических процессов вклад тахионного члена в ряде случаев представляет интерес с точки зрения исследования модельной зависимости физических результатов теории.

Таким образом, мы показали, что из 4-кваркового лагранжиана модели Намбу-Йона-Лазинио (2) можно получить киральные лагранжианы (II)-(I6). Скалярные и псевдоскалярные, векторные и аксиально-векторные мезоны возникают в этом подходе в качестве киральных партнеров как коллективные возбуждения в кварк-антикварковой системе. Успехи, достигнутые в модели Намбу-Йона-Лазинио и ее модификациях при описании широкого круга низкоэнергетических мезонных процессов, подтверждают связь киральной динамики с кварковой структурой мезонов, а также указывают на то, что локальный лагранжиан (2), по-видимому, является достаточно хорошим приближением для описания эффективного взаимодействия кварков. Однако переход от фундаментального лагранжиана КХД (I), описывающего взаимодействие кварков и глюонов к эффективному 4-кварковому взаимодействию (2) до сих пор не получил достаточного теоретического обоснования. Поэтому в описанном подходе связь киральных лагранжианов (II)-(I6) с КХД остается невыясненной.

Существенный прогресс в этом направлении был достигнут в последние годы в методе киральной бозонизации кварков, прежде всего благодаря работам /I4/, где киральные лагранжианы (II)-(I6) были получены при описании неинвариантности действия КХД во внешних полях относительно кирального поворота этих полей. В этом подходе псевдоскалярные мезоны возникают как фаза киральных поворотов кварковых полей, интерполирующие фермионные токи в низкоэнергетической области. Низкоэнергетическая область характеризуется двумя спектральными параметрами: границей для собственных значений оператора Дирака Λ' и асимметрией спектра кварков M'. Показано, что наличие положительного глюонного конденсата $\langle F_{\mu\nu}^2 \rangle$ является основным условием существования киральных лагранжианов в низкоэнергетическом пределе КХД (устойчивость низкоэнергетической области КХД, где доминируют кирально-неинвариантные флуктуации кварков, относительно вариаций величины $\langle\bar{q}q\rangle$). Установлена функциональная связь параметров низкоэнергетической области Λ', M' с величинами кваркового и глюонного конденсатов. В результате получены киральные эффективные лагранжианы (II)-(I6), константы которых выражены через фундаментальные параметры непертурбативной КХД.

К настоящему времени накоплено достаточно убедительных указаний в пользу того, что в низкоэнергетическом пределе КХД должна естественным образом приводить к киральным мезонным лагранжианам, которые выступают в качестве языка, наиболее удобного для описания низкоэнергетических мезонных процессов в терминах непертурбативной КХД. В частности, метод эффективных лагранжианов оказывается весьма удобным при формализации решения известной $U(1)$-проблемы, связанной с необходимостью учета глюонной аномалии при описании физики псевдоскалярного нонета мезонов.

I.2. Учет глюонной аномалии и массы псевдоскалярного нонета

К лагранжианам (II)-(I6) следует также добавить член, учитывающий наличие глюонной $U(1)$-аномалии в дивергенции девятого аксиального тока, возникающей в рамках N_c^{-1}-разложения в КХД[30]:

$$\partial_\mu J^{A\,\mu}_a = i\bar{q}\gamma^5\left\{\frac{\lambda_a}{2},\hat{m}^0\right\}q + \delta_{a9}\,2\sqrt{n_f}\,\partial_\mu K^\mu .$$

Здесь n_f -число легких кварков; $\hat{m}^0$ - массовая матрица легких кварков $\mathrm{diag}\,\hat{m}^0=(m_u^0, m_d^0, m_s^0)$ и аномалия входит в дивергенцию в виде плотности топологического заряда

$$Q(x)=\partial_\mu K^\mu=\frac{g^2}{32\pi^2}F^{\mu\nu a}\tilde{F}^a_{\mu\nu} .$$

Феноменологический учет глюонной аномалии можно осуществить, вводя в киральный лагранжиан глюонные поля в виде плотности топологического заряда с помощью дополнительного члена[10]:

$$\mathcal{L}_G=\frac{n_f}{a F_\pi^2}(\partial_\mu K^\mu)^2+\frac{i}{2}\partial_\mu K^\mu\,\mathrm{tr}\left[\ln U-\ln U^+\right],$$

где a - неопределенный параметр. Если записать лагранжиан (II) в виде

$$\mathcal{L}_{SB}=\frac{F_\pi^2}{4}\,\mathrm{tr}\left[\tilde{M}\left(U+U^+-2\right)\right],$$

то с помощью теоремы Нётр из полного кирального лагранжиана с учетом членов $\mathcal{L}_G$, $\mathcal{L}_{SB}$ для дивергенции девятого аксиального тока легко получить выражение, содержащее как массовые, так и аномальные члены с глюонными полями:

$$\partial_\mu J^{A\mu}_9 = i\frac{F_\pi}{\sqrt{6}}\,tr\left[\tilde{M}(U^+-U)\right]+2\sqrt{3}\,\partial_\mu K^\mu .$$

Здесь массовая матрица $\tilde{M}$ выбрана в виде $diag\,\tilde{M}=(\mu_u^2,\mu_d^2,\mu_s^2)$, где параметры μ_a^2 пропорциональны кварковым массам:

$$\mu_a^2=-2m_a^0F_\pi^{-2}\langle\bar{q}_a q_a\rangle ,$$

причем

$$M=\begin{pmatrix}\mu_u^2 & & \\ & \mu_d^2 & \\ & & \mu_s^2\end{pmatrix}=\frac{\mu_u^2-\mu_d^2}{2}\lambda^3+\frac{\mu_u^2+\mu_d^2-2\mu_s^2}{2\sqrt{3}}\lambda_8+\frac{\mu_u^2+\mu_d^2+\mu_s^2}{\sqrt{6}}\lambda_9 .$$

Псевдоскалярные мезоны обладают теми же трансформационными свойствами, что и билинейный кварковый член:

$$F_\pi\pi_a\sim i\bar{q}\gamma^5\frac{\lambda_a}{\sqrt{2}}q .$$

Поэтому для массового члена в формуле для дивергенции аксиального тока справедлива очевидная связь:

$$i\bar{q}\gamma^5\left\{\frac{\lambda_9}{2},\tilde{M}\right\}q\sim\frac{F_\pi}{\sqrt{3}}\left[(\mu_u^2-\mu_d^2)\pi_3+\frac{\mu_u^2+\mu_d^2-2\mu_s^2}{\sqrt{3}}\eta_8+\sqrt{\frac{2}{3}}(\mu_u^2+\mu_d^2+\mu_s^2)\eta_0\right]\approx$$

$$\approx i\frac{F_\pi}{\sqrt{6}}\,tr\left[\tilde{M}(U^+-U)\right].$$

Чтобы исключить из взаимодействия $\mathcal{L}_G$ глюонные поля в явном виде, можно использовать уравнение движения, возникающее при вариации эффективного кирального лагранжиана по $Q\equiv\partial_\mu K^\mu$:

$$\frac{2n_f}{aF_\pi^2}Q+\frac{i}{2}\,tr\,(\ln U-\ln U^+)=0 .$$

Отсюда, заменяя Q через U, получим

$$\mathcal{L}_G=\frac{aF_\pi^2}{16n_f}\left[tr\,(\ln U-\ln U^+)\right]^2 . \qquad (18)$$

Учет глюонной аксиальной $U(1)$ -аномалии позволяет правильно описать массы всех псевдоскалярных мезонов, включая синглетное состояние η'. Использование только нарушения киральной симметрии в форме взаимодействия $\mathcal{L}_{SB}$ не позволяет описать массу η' -мезона, которая в этом случае оказывается намного меньше экспериментального значения. В этом и заключается суть так называемой $U(1)$-проблемы.

Квадратичная по мезонным полям часть лагранжианов $\mathcal{L}_{SB}$, $\mathcal{L}_G$, определяющая массы псевдоскалярных мезонов, имеет вид

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}\Big\{ \frac{\mu_u^2+\mu_d^2}{2}(\pi^{0\,2} + 2\pi^+\pi^-) + (\mu_u^2+\mu_s^2)K^+K^- + (\mu_d^2+\mu_s^2)\bar{K}^0K^0 +$$

$$+\frac{1}{6}(\mu_u^2+\mu_d^2+4\mu_s^2)\eta_8^2 + \Big[\frac{1}{3}(\mu_u^2+\mu_d^2+\mu_s^2)+a\Big]\eta_0^2 +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{3}}(\mu_u^2-\mu_d^2)\pi^0(\eta_8+\sqrt{2}\eta_0) + \frac{\sqrt{2}}{3}\big[\mu_u^2+\mu_d^2-2\mu_s^2\big]\eta_0\eta_8 \Big\}.$$

Параметры μ_u^2 , μ_d^2 , μ_s^2 можно зафиксировать по массам мезонов $m_{\pi^\pm}$, m_{K^0} , $m_{K^\pm}$, причем для $m_{K^\pm}$ нужно брать значение за вычетом электромагнитной поправки $m_{K^\pm}^{em}$ = 2,9 МэВ. Разность масс ($m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0}$) также имеет полностью электромагнитное происхождение, поэтому массы m_{π^0} и $m_{\pi^\pm}$ на этом этапе считаются равными.

Лагранжиан $\mathcal{L}_m$ следует привести к диагональному виду по полям нейтральных псевдоскалярных мезонов. Смешиванием π^0-мезона с η_8 -, η_0 -мезонами можно пренебречь, а для η -, η'-мезонов введем угол ($\eta-\eta'$)-смешивания φ :

$$\eta_8 = \eta\cdot\cos\varphi + \eta'\cdot\sin\varphi\ ; \qquad \eta_0 = -\eta\cdot\sin\varphi + \eta'\cdot\cos\varphi. \tag{19}$$

Параметр a глюонной аномалии (18) и угол φ фиксируются при описании масс псевдоскалярных мезонов следующим образом*:

$$a = 0{,}729\ \text{ГэВ}^2, \qquad \varphi = -19^0.$$

Для суммы квадратов масс η -, η'-мезонов легко получить соотношение

$$m_\eta^2 + m_{\eta'}^2 = m_{K^+}^2 + m_{K^0}^2 + a.$$

В киральном пределе ($\mu_i^2 \to 0$), когда все октетные мезоны становятся безмассовыми, синглетный η' -мезон сохраняет отличную от нуля массу $m_{\eta'}^2 = a$. Это приводит к дополнительному расщеплению масс октета и синглета в псевдоскалярном нонете, в результате чего массы η' -мезона оказываются существенно больше массы η -мезона. Решение $U(1)$-проблемы является наиболее ярким физическим результатом, полученным в рамках N_c^{-1} -разложения в КХД.

В работах /32/ в модели динамического нарушения киральной симметрии инфракрасными сингулярностями КХД дано количественное описание нонета псевдоскалярных мезонов. В рамках этого подхода параметр a в (18) связан соотношением $a = t_0 n_f / N_c$ с величиной t_0 , характеризующей размер непертурбативной области в импульсном пространстве. Последнюю можно связать с константой F_π : $F_\pi^2 = t_0 N_c/(24\pi^2)$. Соответствующее значение параметра a = 0,69 ГэВ^2 хорошо согласуется

* Отметим, что угол φ = -19,5^0 впервые был получен из феноменологического анализа непертурбативных эффектов в матрице смешивания кварковых конфигураций в работах /31/.

с феноменологической величиной, полученной из описания масс псевдоскалярного нонета. Для угла ($\eta - \eta'$)-смешивания в работах /30/ также получено значение $\varphi = -19^0$.

I.3. Мезонные токи

Токи, входящие в лагранжианы слабых взаимодействий, описывающие лептонные и нелептонные распады мезонов, могут быть получены из кирального лагранжиана

$$\mathcal{L}'_{эфф} = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}_{WZ} + \mathcal{L}_{SB} + \mathcal{L}_{G} \tag{20}$$

с помощью соответствующих киральных поворотов. Векторные и аксиально-векторные мезонные токи имеют вид

$$\begin{aligned}(J^V)^k_\mu = &-i\, tr\left\{\lambda^k[\pi,\pi_\mu]\right\} - \frac{4i}{\Lambda_T F_\pi^2}\, tr\left\{\lambda^k\left([\pi_\mu,\partial^2\pi] - [\pi,\partial^2\pi_\mu]\right)\right\} - \\ &- \frac{N_c}{3\pi^2 F_\pi^3}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, tr\left\{\lambda^k \pi_\nu \pi_\alpha \pi_\beta\right\} + O(\pi^4);\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}(J^A)^k_\mu = &\ tr\left\{\lambda^k\left[F_\pi \pi_\mu + \frac{2}{3F_\pi}\left(3\pi\pi_\mu\pi - \partial_\mu(\pi^3)\right)\right]\right\} + \\ &+ \frac{1}{\hat{e}^2 F_\pi^3}\, tr\left[2\lambda^k \pi_\nu \pi_\mu \pi^\nu - (1-\gamma)\{\lambda^k,\pi_\mu\}\pi_\nu\pi^\nu\right] - \\ &- \frac{1}{\Lambda_T F_\pi^2}\, tr\Big\{\lambda^k\Big[F_\pi \partial^2\pi_\mu - \frac{2}{3F_\pi}\Big(2\pi\pi_\mu\pi^\nu - \{\pi_\mu,\pi_\nu\pi^\nu\} - \\ &- 2(\pi\pi_\mu\partial^2\pi + \partial^2\pi\pi_\mu\pi + \pi\partial^2\pi_\mu\pi) + (\partial^2\pi_\mu\pi\pi + \pi_\mu\partial^2\pi\pi + \pi_\mu\pi\partial^2\pi) + \\ &+ (\partial^2\pi\pi\pi_\mu + \pi\partial^2\pi\pi_\mu + \pi\partial^2\pi\pi_\mu + \pi\pi\partial^2\pi_\mu) - \\ &- (\pi\pi_{\mu\nu}\pi^\nu + \pi\pi^\nu\pi_{\mu\nu}) - (\pi_{\mu\nu}\pi^\nu\pi + \pi^\nu\pi_{\mu\nu}\pi) + \\ &+ 2(\pi_{\mu\nu}\pi\pi^\nu + \pi^\nu\pi\pi_{\mu\nu})\Big)\Big]\Big\} + \\ &+ O(\pi^4),\end{aligned} \tag{22}$$

где $\pi_\mu \equiv \partial_\mu \pi$; $\pi_{\mu\nu} = \partial_\mu \partial_\nu \pi$.

Полезно также привести компактные выражения для левых токов, соответствующих лагранжианам $\mathcal{L}^{(2)}$(I2), $\mathcal{L}^{(4)}$(I3), $\mathcal{L}_{WZ}$(I4):

$$J^{(2)k}_{\mu L} = i\,\frac{F_\pi^2}{2}\,tr\left(\frac{\lambda^k}{2}L_\mu\right),$$

$$J^{(4)k}_{\mu L} = \frac{i}{8e^2}\,tr\Big(\Big[L^\nu,\frac{\lambda^k}{2}\Big]\big[L_\mu,L_\nu\big] - \Big\{\frac{\lambda^k}{2},L_\mu\Big\}L^\nu L_\nu -$$

$$-2\Big(\frac{\lambda^k}{2}\partial_\mu - \Big[\frac{\lambda^k}{2},L_\mu\Big]\Big)\partial^\nu L_\mu\Big),$$

$$J^{(WZ)k}_{\mu L} = -\frac{1}{16\pi^2}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,tr\left(\frac{\lambda^k}{2}L_\nu L_\alpha L_\beta\right).$$

Правые токи $J^{(2,4)k}_{\mu R}$ получаются отсюда заменой $L_\mu \to -R_\mu = -U^+\partial_\mu U$, а $J^{(WZ)k}_{\mu R}$ – заменой $L_\mu \to R_\mu$. Векторные и аксиально-векторные токи связаны с $J^k_{\mu L,R}$ соотношениями

$$(J^V)^k_\mu = J^k_{\mu L} + J^k_{\mu R}\,, \qquad (J^A)^k_\mu = J^k_{\mu L} - J^k_{\mu R}.$$

I.4. Векторные и аксиально-векторные мезоны

Обобщение киральных лагранжианов (20) на векторные и аксиально-векторные мезоны было сделано с помощью калибровочного принципа [6,33,34]. В работе [16] векторные мезоны возникают естественно, как коллективные переменные (см.формулы (3),(4)). В результате вычисления действительной части фермионного детерминанта в (4) возникает кинетический и массовый члены для полей V и A. Соответствующий лагранжиан, включающий квадратичные по полям V и A члены (см.(4)), имеет вид

$$\Delta\mathcal{L}^{(2)}(A,V) = \frac{N_c}{16\pi^2}\,\Gamma\left(0,\frac{m^2}{\Lambda^2}\right)\frac{1}{3}\,tr\left[(F^V_{\mu\nu})^2 + (F^A_{\mu\nu})^2\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\,tr\left[\frac{1}{2G_2}V_\mu^2\right] - \frac{1}{2}\,tr\left[\frac{1}{2G_2}A_\mu^2 + \frac{8N_c}{(4\pi)^2}\,\Gamma\left(0,\frac{m^2}{\Lambda^2}\right)m^2A_\mu^2\right] = \qquad (23)$$

$$= \frac{1}{g_V^2}\,tr\left[\frac{1}{2}(F^V_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(F^A_{\mu\nu})^2 - m_V^2V_\mu^2 - m_A^2A_\mu^2\right],$$

где

$$F^A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu,V_\nu] + [V_\mu,A_\nu]\,,$$

$$F^V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + [V_\mu, V_\nu] + [A_\mu, A_\nu].$$

Феноменологические константы g_V и m_V, m_A определяются параметрами исходной теории Λ, m_0, G_2. Кроме того, обычные производные в (12) заменяются на ковариантные:

$$\partial_\mu U \to \nabla_\mu U = \partial_\mu U + A_{L\mu} U - U A_{R\mu} = \partial_\mu U + [V_\mu, U] + \{A_\mu, U\}. \qquad (24)$$

Мнимая часть детерминанта ведет к дополнительному члену Весса-Зумино, отвечающему за взаимодействия полей π, V, A /35,36/:

$$\Delta \mathcal{L}_{WZ}(\pi, V, A) = -\frac{i N_c}{48\pi^2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, \mathrm{tr}\Big(Z_{\mu\nu\alpha\beta}(U, A_L, A_R) - Z_{\mu\nu\alpha\beta}(1, A_L, A_R)\Big), \qquad (25)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{\ldots}(U, A_L, A_R) = {} & A^U_{L.}(A_{R.}\partial. A_{R.} + \partial. A_{R.} A_{R.} + A_{R.} A_{R.} A_{R.} - R.R.A_{R.}) + \\ & + U^+ A_{L.} U (A_{R.} R.A_{R.} - R.\partial. A_{R.}) + \frac{1}{2} A_{L.} L. A_{L.} L. - \\ & - (A_L \leftrightarrow A_R;\ U \leftrightarrow U^+) + \\ & + \frac{1}{2}(A_{L.} U A_{R.} U^+)(A_{L.} U A_{R.} U^+); \end{aligned} \qquad (26)$$

$$A^U_{L\mu} = U^+ A_{L\mu} + R_\mu, \qquad A^U_{R\mu} = U A_{R\mu} U^+ - L_\mu.$$

Удлинение производной (24) в кинетическом члене (12) приводит к недиагональному переходу $\sim \partial_\mu \pi A^\mu$. Для устранения возникающего таким образом смешивания псевдоскалярных и аксиально-векторных полей надо перейти от нефизических полей A_μ, π к физическим полям $\tilde{A}_\mu$, $\tilde{\pi}$. При этом затравочная константа F_π тоже заменяется на физическую $\tilde{F}_\pi$:

$$A_\mu = g_V \tilde{A}_\mu + i \frac{g_V^2 \tilde{F}_\pi}{m_V^2} \partial_\mu \tilde{\pi}, \qquad \pi = Z^{-1} \tilde{\pi}, \qquad (27)$$

$$Z = \left(1 - \frac{g_V^2 F_\pi^2}{m_V^2}\right)^{1/2} = \frac{m_V}{m_A}, \qquad \tilde{F}_\pi = Z F_\pi.$$

Заметим, что в отсутствие массовых членов в (23) пионные поля полностью поглощались бы полями аксиально-векторных мезонов и мы имели бы дело с обычной калибровочной теорией. Массовые члены нарушают калибровочную инвариантность полного мезонного лагранжиана и приводят к пропорциональности токов полям, т.е. к векторной доминантности /37-39/.

Диагонализация (27) приводит при условии Z = 1/2 к известному соотношению Вайнберга /40/:

$$m_A = \sqrt{2}\, m_\rho = 1090 \text{ МэВ}, \tag{28}$$

и КСФР-соотношению /41/:

$$m_\rho^2 = 2 g_V^2 F_\pi^2 . \tag{29}$$

Выделим эффективные лагранжианы, описывающие различные вершины сильных взаимодействий векторных мезонов с физическими псевдоскалярными полями, учитывая смешивание (29). Минимальное $V\pi\pi$ -взаимодействие описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_{V\pi\pi} = \sqrt{2}\, tr\, g_V \left[\tilde{V}_\mu \left(\tilde{\pi}\, \partial_\mu \tilde{\pi} - \partial_\mu \tilde{\pi}\, \tilde{\pi} \right) \right], \tag{30}$$

где $\tilde{V}_\mu$ -физическое поле. Константа g_V определяется из распада $\rho \to \pi\pi$: $g_V^2/(4\pi)$ =3,2. Аномальные взаимодействия векторных и псевдоскалярных мезонов описываются лагранжианами (в дальнейшем везде все поля и константа F_π подразумеваются физическими):

$$\mathcal{L}_{VV\pi} = g_{VV\pi}\, \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, tr \left(\partial_\mu V_\nu \partial_\alpha V_\beta \pi \right), \tag{31}$$

$$g_{VV\pi} = \frac{3 g_V^2}{4\pi^2 F_\pi} ;$$

$$\mathcal{L}_{V\pi\pi\pi} = h\, \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, tr \left(V_\mu \partial_\nu \pi\, \partial_\alpha \pi\, \partial_\beta \pi \right), \tag{32}$$

$$h = \frac{g_V}{\pi^2 F_\pi^3} \left[1 - 3\, \frac{g_V^2 F_\pi^2}{m_V^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{g_V^2 F_\pi^2}{m_V^2} \right)^2 \right] ;$$

$$\mathcal{L}_{VVV\pi} = \hat{h}\, \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \Big\{ tr \left(V_\mu V_\nu V_\alpha \partial_\beta \pi \right) - \\ - tr \left[\left(\partial_\mu V_\nu V_\alpha + V_\mu \partial_\nu V_\alpha \right) \left(\pi V_\beta - V_\beta \pi \right) \right] \Big\} , \tag{33}$$

$$\hat{h} = - \frac{g_V^3}{4\pi^2 F_\pi} .$$

Метод коллективных переменных не только оправдывает калибровочный принцип, но ведет также к дополнительному нелинейному взаимодействию /14,15,16/:

$$\mathcal{L}^{(4)} \to \hat{\mathcal{L}}^{(4)} = \mathcal{L}^{(4)} + \Delta \mathcal{L}^{(4)} ,$$

$$\Delta \mathcal{L}^{(4)} = \frac{N_c}{96\pi^2}\, tr \Big\{ 2 F_{\mu\nu}^L\, \nabla^\mu U (\nabla^\nu U)^+ + 2 F_{\mu\nu}^R\, (\nabla^\mu U)^+ \nabla^\nu U + \\ + F_{\mu\nu}^L\, U F^{R\mu\nu} U^+ \Big\} , \tag{34}$$

где введены обозначения (см. также (3)):

$$F_{\mu\nu}^{R(L)} = \partial_\mu A_\nu^{R(L)} - \partial_\nu A_\mu^{R(L)} + [A_\mu^{R(L)}, A_\nu^{R,L}].$$

Сделаем несколько замечаний о физическом смысле дополнительного неминимального взаимодействия (34).

Первые два члена в (34), линейные по $F_{\mu\nu}^{L,R}$, дают вклад в электромагнитный радиус пиона*, в то время как последний член, содержащий как $F_{\mu\nu}^{L}$, так и $F_{\mu\nu}^{R}$, имеет самое прямое отношение к известной проблеме описания распада $\pi\to e\nu\gamma$. В связи с этим заметим, что эффективный киральный лагранжиан, содержащий неминимальный член

$$-iL_9\, \mathrm{tr}\left(F_{\mu\nu}^{L}(\nabla^\mu U)(\nabla^\nu U)^+\right) + F_{\mu\nu}^{R}(\nabla^\mu U)^+(\nabla^\nu U)$$

$$+L_{10}\, \mathrm{tr}\, F_{\mu\nu}^{L}\, U F^{R\mu\nu} U^+,$$

был уже введен из общих феноменологических соображений в киральной теории возмущений, развитой в работах [20,21]. В этих работах из экспериментальных данных для констант L_9, L_{10} были получены значения

$$L_9 = (7{,}4 \pm 0{,}7)\mathrm{x}10^{-3}, \qquad L_{10} = (-6{,}0 \pm 0{,}7)\mathrm{x}10^{-3},$$

в то время как вычисления в киральной КХД (34) дают

$$L_9 = \frac{N_c}{48\pi^2} = 6{,}33\mathrm{x}10^{-3}, \qquad L_{10} = -\frac{N_c}{96\pi^2} = -3{,}16\mathrm{x}10^{-3}.$$

Противоречие между теорией и экспериментом может быть связано с неоднозначностями в экспериментальных данных по распаду $\pi\to e\nu\gamma$, а также с неучетом некоторых специфических вершин, связанных с $(\pi - A_1)$-смешиванием. Как было показано в[40], ситуация с определением параметра L_{10} может быть прояснена с помощью данных по процессу $A_1\to\pi\rho$. Учет взаимодействия (34) приводит, в частности, к улучшению описания $(\pi - A_1)$-сектора обсуждаемой модели. Прежде всего, член, пропорциональный L_{10}, приводит к дополнительному переопределению калибровочной константы:

$$g_V \to \tilde{g}_V = (1-\gamma)^{-1/2} g_V,$$

где

$$\gamma = -\frac{N_c\, g_V^2}{48\pi^2}.$$

Фактор Z, возникающий при устранении $(\pi - A_1)$-смешивания, примет вид

$$Z^2 = 1 - \frac{\tilde{g}_V^2 F_\pi^2}{m_\rho^2} = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\, \frac{m_\rho^2}{m_{A_1}^2}.$$

При $Z^2 = 1/2$ получим все то же КСФР-соотношение (29), но вместо (28)

---

* Факт, что фермионные петли полностью определяют среднеквадратичные радиусы мезонов, был обнаружен еще в работах [42,43,5].

придем к улучшенному соотношению Вайнберга:

$$m_{A_1} = \left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right)^{1/2} \sqrt{2}\, m_\rho > \sqrt{2}\, m_\rho = 1090 \text{ МэВ}.$$

Используя, например, $g_V = 5,7$ в качестве затравочного значения калибровочной константы, получим $\hat{g}_V = 5,19$; $\gamma = -0,205$ и

$m_{A_1} = 1238$ МэВ, $\Gamma_\rho = 130$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = 471$ МэВ,

что хорошо согласуется с экспериментальными данными[44]:

$m_{A_1} = 1275 \pm 28$ МэВ, $\Gamma_\rho = 154 \pm 3$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = 316 \pm 45$ МэВ,

полученными в адронных процессах. Недавно появились новые данные, основанные на изучении распада $\tau \to 3\pi\, \nu_\tau$. В работе [45] из анализа всех данных по m_{A_1} и Γ_{A_1} получены величины

$m_{A_1} = 1235 \pm 40$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = 400 \pm 100$ МэВ.

В пределах экспериментальных ошибок данные по m_{A_1}, Γ_{A_1}, Γ_ρ хорошо описываются в нашей схеме. В связи с этим хотим добавить, что первоначальное соотношение Вайнберга (28) и КСФР-соотношение (29) дают хорошее описание Γ_ρ, в то время как величина Γ_{A_1} (при $\gamma = 0$) оказывается в 6÷7 раз больше, чем в эксперименте. Кроме того, масса A_1-мезона $m_{A_1} = 1090$ МэВ в этом случае оказывается существенно меньше экспериментальной. Заметим также, что наш подход содержит только один свободный параметр g_V, в то время как феноменологический лагранжиан[33] для (ρ -A_1)-сектора основан на трехпараметрическом фите. Так как обсуждаемая перенормировка константы g_V относительно невелика, мы будем пренебрегать ею в дальнейших приложениях.

1.5. Электрослабые взаимодействия и векторная доминантность

Как было показано в[12], введение электрослабого взаимодействия на кварковом уровне после перехода к коллективным переменным ведет к ρ -мезонной доминантности[46]. Наиболее полное описание этих результатов дано в работе[18].

Матрица нонета векторных полей в случае идеального октет-синглетного смешивания ($\rho^0 \sim (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$, $\omega \sim (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$, $\varphi \sim s\bar{s}$) имеет вид

$$\sum_{i=0}^{8} \frac{\lambda_i V_\mu^i}{2_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho^0 + \omega) & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(-\rho^0 + \omega) & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \varphi \end{pmatrix}_\mu .$$

Тогда вычисление кваркового детерминанта после удлинения производной в исходном лагранжиане КХД

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + \sqrt{\frac{1}{2}}\, i\varkappa P_L \left(C W_\mu^+ + h.c. \right) + \frac{i\varkappa}{\cos\theta_W} \left(P_L T_3 - \sin^2\theta_W Q \right) Z_\mu + $$
$$+ ieQA_\mu$$

ведет к следующему переопределению векторных полей для киральной группы $SU(3)$:

а) электромагнитное взаимодействие:

$$\begin{aligned} \rho_\mu^0 &\to \rho_\mu^0 - eA_\mu , \\ \omega_\mu &\to \omega_\mu - \frac{1}{3} e A_\mu , \\ \varphi_\mu &\to \varphi_\mu - \frac{\sqrt{2}}{3} e A_\mu ; \end{aligned} \tag{35}$$

б) слабое взаимодействие:

$$\begin{aligned} \rho_\mu &\to \rho_\mu - \frac{1}{2} \varkappa \cos\theta_c W_\mu , \\ K_\mu^* &\to K_\mu^* - \frac{1}{2} \varkappa \sin\theta_c W_\mu , \\ A_{1,\mu} &\to A_{1,\mu} - \frac{1}{2} \varkappa \cos\theta_c W_\mu , \\ A_{Q1,\mu} &\to A_{Q1,\mu} - \frac{1}{2} \varkappa \sin\theta_c W_\mu . \end{aligned} \tag{36}$$

Здесь $\varkappa = e/\sin\theta_W$ - калибровочная константа связи; С- обобщенная матрица Кабиббо; θ_c, θ_W - углы Кабиббо и Вайнберга соответственно; T_3, Q - операторы третьей компоненты слабого изоспина и электрического заряда; $W_\mu^\pm$, Z_μ, A_μ - электрослабые калибровочные бозоны.

В результате возникают следующие лагранжианы электрослабых взаимодействий:

$$\mathcal{L}_A = eA^\mu j_\mu^{em} , \tag{37}$$

$$j_\mu^{em} = \frac{m_\rho^2}{g_\rho} \rho_\mu^0 + \frac{1}{3} \frac{m_\omega^2}{g_\rho} \omega_\mu + \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{m_\varphi^2}{g_\varphi} \varphi_\mu ;$$

$$\mathcal{L}_W^V = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varkappa W^{\mu+} j_\mu^- + h.c.\,, \tag{38}$$

$$j_\mu^- = \sqrt{2}\,\frac{m_\rho^2}{g_\rho}\rho_\mu^- \cos\theta_c + \sqrt{2}\,\frac{m_{K^*}^2}{g_{K^*}} K_\mu^{*-} \sin\theta_c\,;$$

$$\mathcal{L}_W^{ax} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varkappa W^{\mu+} j_{5\mu}^- + h.c.\,, \tag{39}$$

$$j_{5\mu}^- = \sqrt{2}\,\frac{m_\rho^2}{g_\rho} A_{1,\mu}^- \cos\theta_c + \sqrt{2}\,\frac{m_{K^*}^2}{g_{K^*}} A_{Q1,\mu} \sin\theta_c\,.$$

Выражение (37) описывает явление векторной мезонной доминантности [44], а выражения (38),(39) дают аналог этого явления для слабых токов. Учет (π $-A_1-W$)-смешивания ведет к адронному PCAC-току:

$$\mathcal{L}_W^{PCAC} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}\,\varkappa W^{\mu+} j_{5\mu}^{\pi,-} + h.c.\,, \tag{40}$$

$$j_{5\mu}^{\pi,-} = \sqrt{2}\,F_\pi\,\partial_\mu\tilde{\pi} + \ldots$$

При расчете слабых распадов в разделе 3 будем ограничиваться линейным по мезонным полям приближением для токов:

$$(J^V)_\mu^i = \frac{m_V^2}{g_V^i} V_\mu^i\,, \qquad (J^A)_\mu^i = \frac{m_V^2}{g_V^i} A_\mu^i + F_\pi\,\partial_i\pi^i\,.$$

Векторную доминантность с учетом киральных аномалий будем использовать в настоящем обзоре для вычисления амплитуд распадов векторных мезонов и радиационных распадов заряженных каонов.

2. Низкоэнергетические мезонные процессы и параметры эффективного кирального p^4-лагранжиана

2.I. Пион-пионное и каон-пионное рассеяние

Начнем обсуждение экспериментального статуса p^4-лагранжианов $\mathcal{L}_Q$ (I5) и $\mathcal{L}_T$ (I6) с описания $\pi\pi$- и πK-рассеяния в киральной теории. В общем случае борновскую амплитуду $\pi\pi$-рассеяния удобно параметризовать в виде [24]:

$$\frac{T^Б(s,t,u)}{32\pi} = \frac{\pi}{2}\alpha_0\,\tilde{B}(\bar{s}) + \tag{41}$$
$$+\frac{\pi}{2}\alpha_0^2\left[A_q + B_q\bar{s} + C_q\bar{s}^2 + D_q(\bar{t}^2+\bar{u}^2)\right].$$

Здесь $\tilde{B}(\bar{s}) = 3\bar{s} - \frac{3}{2}(1-\beta)$ - вклад лагранжианов $\mathcal{L}^{(2)}$ (I2) и $\mathcal{L}_{SB}$ (II); β - параметр нарушения киральной симметрии, который в случае $\mathcal{L}_{SB}$ (II) принимает значение β = I/2; второе слагаемое в (4I) -

вклад лагранжианов $\mathcal{L}_Q$ (15) и $\mathcal{L}_T$ (16); $\alpha_0 = \frac{1}{3}\left[m_\pi/(2\pi F_\pi)\right]^2 = 0{,}019$; $\bar{\xi} = \xi/(4m_\pi^2)$ $(\xi = s, t, u)$; s, t, u – обычные мандельстамовские переменные для $\pi\pi$-рассеяния. Из лагранжианов $\mathcal{L}_Q$ и $\mathcal{L}_T$, которые определяют вклад кварковых петель, для параметров A_q, B_q, C_q, D_q в (41) получим

$$A_q = -36\pi^2\left[\frac{1}{\hat{e}^2}\left(1-\frac{\gamma}{4}\right) + \frac{16}{3}\frac{1}{\Lambda_T}\right] = -\frac{17}{4}N_c,$$

$$B_q = 36\pi^2\left[\frac{1}{\hat{e}^2}(3-\gamma) + \frac{16}{\Lambda_T}\right] = 12N_c,$$

$$C_q = -\frac{36\pi^2}{\hat{e}^2}(2-\gamma) = -3N_c,$$

$$D_q = \frac{36\pi^2}{\hat{e}^2} = 3N_c.$$

Заметим, что значения C_q и D_q с учетом (17) ($D_q = -C_q = 3N_c$) фактически совпадают с вкладом барионных петель, вычисленных в работах/47,48/*. Этот факт демонстрирует дуальность кварковых и барионных петель, которая также наблюдается в описании других мезонных процессов/5/.

Вклад в амплитуду $\pi\pi$-рассеяния порядка α_0^2 дает также пионная петля, построенная из лагранжианов $\mathcal{L}^{(2)}$ и $\mathcal{L}_{SB}$. Безмассовые петли были вычислены в работе/47/, а массивные – в работе/48/. Этот вклад порождает мнимую часть амплитуды, а также структуру, аналогичную амплитуде рассеяния (48).

Вклад пионной петли в амплитуду $\pi\pi$-рассеяния имеет вид/24,48/

$$\frac{T^{\Pi}(s,t,u)}{32\pi} = \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\,\Pi(\bar{s},\bar{t},\bar{u},\varkappa), \tag{42}$$

$$\Pi(\bar{s},\bar{t},\bar{u},\varkappa) = A_\pi + B_\pi\bar{s} + C_\pi\bar{s}^2 + D_\pi(\bar{t}^2+\bar{u}^2) - J(\bar{s})\left[\hat{B}(\bar{s})\right]^2 -$$
$$- J(\bar{t})\left(a\bar{t} + 3\bar{t}(\bar{t}-\bar{u}) + 3\bar{u} + b\right) -$$
$$- J(\bar{u})\left(a\bar{u} + 3\bar{u}(\bar{u}-\bar{t}) + 3\bar{t} + b\right).$$

* В работах/47,48/ вычислены $SU(2)\times SU(2)$ -вклады барионов в амплитуду $\pi\pi$-рассеяния. В случае $SU(2)$ выполняется соотношение $D = -C = 3g_A^4$, в то время как в случае $SU(3)$ $D = 9$, а значение $C = -6$ получено в пренебрежении диаграммой, которая дает вклад только в коэффициент C.

Здесь $a = 21(1-\varkappa)$, $b = 11\varkappa^2 - 15\varkappa + 3$; $\varkappa = \frac{3}{2}(1-\beta)$;

$$
J(\bar{\xi}) = \begin{cases} (1/\bar{\xi}-1)^{1/2} \operatorname{arctg}(1/\bar{\xi}-1)^{-1/2}, & 0<\bar{\xi}<1; \\[2mm] \dfrac{(1-1/\bar{\xi})^{1/2}}{2}\left\{-i\pi + \ln\left[\dfrac{1+(1-1/\bar{\xi})^{1/2}}{1-(1-1/\bar{\xi})^{1/2}}\right]\right\}, & \bar{\xi}>1; \\[2mm] \dfrac{(1-1/\bar{\xi})^{1/2}}{2} \ln\left[\dfrac{(1-1/\bar{\xi})^{1/2}+1}{(1-1/\bar{\xi})^{1/2}-1}\right], & \bar{\xi}<0. \end{cases}
$$

Параметры A_π, B_π, C_π, D_π не фиксируются стандартной процедурой перенормировки нелинейных киральных лагранжианов, а фиксируются с помощью суперпропагаторного метода. Эти коэффициенты можно рассматривать также как свободные параметры вычитания в процедуре унитаризации борновской амплитуды $\pi\pi$-рассеяния с помощью дисперсионных соотношений /24/. Обсуждение вклада пионных петель было сделано в недавних работах /20,21/, в то время как в работах /14-16,22/ они не учитывались.

Длины $\pi\pi$-рассеяния a_l^I в состояниях с изотопическим спином I и орбитальным моментом l с учетом вкладов лагранжиана $\mathcal{L}^{(4)}$ и пионной петли имеют вид

$$
\begin{aligned}
a_0^0 &= \frac{\pi}{2}\alpha_0(9-5\varkappa) + \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\left[5A+3B+2D+3C-6(\varkappa^2+4b+3)\right],\\
a_0^2 &= -\frac{\pi}{2}\alpha_0 2\varkappa + \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\, 2\left[A+D-3(\varkappa^2+b+3)\right],\\
a_1^1 &= \frac{\pi}{2}\alpha_0 + \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\,\frac{1}{3}\left[B+8\varkappa+a-3+\frac{1}{3}(\varkappa^2-b-3)\right],\\
a_2^0 &= \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\left[\frac{1}{15}(C+4D)-\frac{2}{5}\left(5+\frac{3\varkappa-2a+6}{9}-\frac{\varkappa^2+4b+3}{15}\right)\right],\\
a_2^2 &= \frac{\pi}{2}\alpha_0^2\left[\frac{1}{15}(C+D)-\frac{1}{5}\left(4+\frac{6\varkappa-a+3}{9}-\frac{2}{45}(\varkappa^2+b+3)\right)\right].
\end{aligned} \tag{43}
$$

Здесь $A = A_q + A_\pi$, $B = B_q + B_\pi$, $C = C_q + C_\pi$, $D = D_q + D_\pi$, а однопетлевые вклады, вычисленные в /46/ суперпропагаторным методом, определяются величинами

$$
A_\pi = -1{,}5\,; \quad B_\pi = 3; \quad C_\pi = 5{,}5; \quad D_\pi = 11. \tag{44}
$$

В табл. I приведены результаты фитирования длин $\pi\pi$-рассеяния в соответствии с формулами (43). Для параметров e^2, γ, Λ_T получены значения

$$
\hat{e}^2_{QCD}/\hat{e}^2_{\text{эксп.}} = 0{,}99 \pm 0{,}45; \qquad \gamma_{\text{эксп.}} = 1{,}03 \pm 0{,}97;
$$
$$
\Lambda_{T\,QCD}/\Lambda_{T\,\text{эксп.}} = 1{,}4 \pm 2{,}1. \tag{45}
$$

Соответствующие теоретические значения при $N_c = 3$ (см.(17)):

$\hat{e}^2_{QCD} = 4\pi^2 = 39,4$; $\gamma_{QCD} = 1$; $\Lambda_T = 32\pi^2 = 315,8$.

Проведенный анализ согласуется с результатами работы[20].

Таблица I. длины $\pi\pi$ -рассеяния

Длины $\pi\pi$ -рассеяния	Эксперимент	Киральная теория
$a^0_0 \cdot m_\pi$	$0,23 \pm 0,05$ [26]	0,22
$a^2_0 \cdot m_\pi$	$-0,05 \pm 0,03$ [26]	-0,05
$a^1_1 \cdot m^3_\pi$	$0,036 \pm 0,010$ [26]	0,039
$a^0_2 \cdot m^5_\pi$	$(17 \pm 3)\mathrm{x}10^{-4}$ [49]	$17\mathrm{x}10^{-4}$
$a^2_2 \cdot m^5_\pi$	$(1,3 \pm 3)\mathrm{x}10^{-4}$ [49]	$1,6\mathrm{x}10^{-4}$

Величины $\hat{e}^2$ и γ (45) отличаются от результатов работы[22]:

$$\hat{e}^2 = 19^{+8}_{-11}; \qquad \gamma = 0,64 \pm 0,16.$$

Расхождение связано с тем, что в[22] не учитывались вклады пионной петли. Кроме того, в[22] использованы длины, полученные прямой экстраполяцией d -волновых фаз к порогу $\pi\pi$ -рассеяния с помощью уравнений Роя[50]. Последние накладывают на низкоэнергетическое поведение парциальных амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния дополнительные ограничения, вытекающие из унитарности и дисперсионных соотношений. Однако, как показывает сравнение[26], расчеты на основе уравнений Роя дают более медленное уменьшение фазы δ^2_2 , чем в эксперименте. В поведении фазы δ^0_2 также наблюдаются систематические отклонения экспериментальных точек от расчетной кривой. Околопороговая область особенно трудна для изучения, тем более что информацию о d -волне приходится извлекать из анализа сферических гармоник, абсолютное значение которых очень мало и в области энергий, далеких от порога. Поэтому точность экспериментальных данных невелика, и пока что не ясно, какое значение следует придавать указанным расхождениям.

Вклад p^4-лагранжианов $\mathcal{L}_Q$, $\mathcal{L}_T$ в s- и p-волновые длины $\pi\pi$-рассеяния мал и составляет 10-20%. Сами s- и p-волновые длины измерены почти с такой же точностью (см.[26]). Для более детального анализа p^4-вкладов в $\pi\pi$ -рассеяние необходимо существенное уточнение экспериментальных данных.

Амплитуда рассеяния $K_{\alpha_1}(k_1)\pi_{i_1}(p_1) \to K_{\alpha_2}(k_2)\pi_{i_2}(p_2)$ в общем случае имеет вид

$$T_{\alpha_1\alpha_2 i_1 i_2} = \delta_{\alpha_1\alpha_2}\delta_{i_1 i_2}\, T^{(+)} + i\varepsilon^{\ell}_{i_1 i_2}\, \tau^{\ell}_{\alpha_1\alpha_2}\, T^{(-)},$$

а амплитуды πK-рассеяния в каналах с изоспином $I = 1/2,\ 3/2$

$$T^{1/2} = T^{(+)} + 2T^{(-)}, \qquad T^{3/2} = T^{(+)} - T^{(-)}.$$

Вычисляя длины πK-рассеяния по формуле

$$a^{I}_{\ell} = \frac{1}{16\pi k^{2\ell}\sqrt{s}} \int\limits_{-1}^{1} dx\, P_{\ell}(x)\, T^{I}(s,t)\Big|_{s=(m_\pi+m_K)^2,\ k^2=0},$$

$$s = (k_1+p_1)^2, \quad t = (k_1-k_2)^2 = -2k^2(1-x),$$

получим

$$a^{1/2}_{0} = \frac{1}{16\pi F_\pi^2}\,\frac{1}{m_\pi+m_K}\left\{\frac{1}{3}\left(12 m_\pi m_K - m_\pi^2 - m_K^2\right) + \frac{m_K^2}{6} + \frac{2\gamma}{\hat{e}^2 F_\pi^2}\, m_\pi^2 m_K^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\Lambda_T F_\pi^2}\,\frac{8}{3}\left[12 m_\pi m_K (m_\pi^2+m_K^2) - 4 m_\pi^2 m_K^2 - \frac{(m_K^2-m_\pi^2)^2}{4}\right]\right\}, \tag{4C}$$

$$a^{3/2}_{0} = -\frac{1}{16\pi F_\pi^2}\,\frac{1}{m_\pi+m_K}\left\{\frac{1}{3}\left(6 m_\pi m_K + m_\pi^2 + m_K^2\right) + \frac{m_K^2}{6} - \frac{2\gamma}{\hat{e}^2 F_\pi^2}\, m_\pi^2 m_K^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\Lambda_T F_\pi^2}\,\frac{8}{3}\left[6 m_\pi m_K (m_\pi^2+m_K^2) + 4 m_\pi^2 m_K^2 + \frac{(m_K^2-m_\pi^2)^2}{4}\right]\right\},$$

$$a^{1/2}_{1} = \frac{1}{16\pi F_\pi^2}\,\frac{1}{m_\pi+m_K}\left\{1 + \frac{1}{\hat{e}^2 F_\pi^2}\left[\frac{m_K^2+m_\pi^2}{3}(1-\gamma) + \frac{m_\pi m_K}{3}(7-\gamma)\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{8}{\Lambda_T F_\pi^2}(m_K^2+m_\pi^2)\right\},$$

$$a^{3/2}_{1} = -\frac{1}{16\pi F_\pi^2}\,\frac{1}{m_\pi+m_K}\left\{\frac{1}{\hat{e}^2 F_\pi^2}\left[\frac{2}{3} m_\pi m_K(1-\gamma) - \frac{m_K^2+m_\pi^2}{3}\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{8}{3}\,\frac{m_K^2+m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}\right\}.$$

В табл.2 приведены результаты расчетов различных вкладов в длины πK-рассеяния при значениях параметров (I7). Длины πK-рассеяния оказываются весьма чувствительными к вкладу тахионного члена $\mathcal{L}_T$, однако из-за значительного разброса экспериментальных данных не удается получить из них какие-либо оценки на параметры p^4-лагранжианов. Поэтому мы не обсуждаем роль однопетлевых поправок к длинам πK -рассеяния.

Таблица 2. Длины πK-рассеяния

a_l^I	Киральная теория				Эксперимент
	$\mathcal{L}^{(2)}+\mathcal{L}_{SB}$	$\mathcal{L}_Q$	$\mathcal{L}_T$	Сумма	
$a_0^{1/2}$ (m_π^{-1})	0,121	0,013	0,086	0,220	0,335 ± 0,006 /51/ 0,24 ± 0,02 /52/ 0,13 ± 0,09 /53/
$a_0^{3/2}$ (m_π^{-1})	-0,085	0,013	-0,060	-0,132	-0,14 ± 0,07 /51/ -0,05 ± 0,01 /52/ -0,13 ± 0,03 /53/
$a_1^{1/2}$ (m_π^{-3})	0,0098	0,0038	0,0072	0,0208	0,018 ± 0,002 /52/
$a_1^{3/2}$ (m_π^{-3})	0	0,0024	-0,0024	0	нет данных

2.2. Димезоатомы

Таким образом, имеющиеся данные по длинам $\pi\pi$ - и πK-рассеяния не позволяют проверить киральные лагранжианы, обсуждавшиеся в разделе 1.1. Обычные методы экспериментального изучения низкоэнергетического мезон-мезонного взаимодействия так или иначе связаны с процедурой выделения этого взаимодействия из различных реакций с помощью аппроксимации по энергетическим и угловым переменным (см., например, монографию/26/ и имеющиеся в ней ссылки на многочисленные работы по этой теме). Такая процедура экстраполяции и фазового анализа, как правило, содержит значительные неконтролируемые модельные неопределенности, влияющие на точность получаемых результатов.

Исследование $\pi\pi$ - и πK-мезоатомов является уникальным средством безмодельного определения параметров кирального взаимодействия, важность которых для современной теории была подчеркнута выше. Образование и распад различных димезоатомов рассматривались в работах/54-60/. В/57/ предложен метод наблюдения димезоатомов и описаны способы измерения их времен жизни, разности уровней энергии и непосредственно волновой функции димезоатома $\Psi(0)$.

Стационарные характеристики $\pi\pi$ - и πK-атомов определяются в основном кулоновскими взаимодействиями, в то время как времена их жизни определяются каналами распадов $\pi^+\pi^- \to 2\pi^0$, $K^+\pi^- \to K^0\pi^0$ ($K^-\pi^+ \to \bar{K}^0\pi^0$) и выражаются через разности длин $\pi\pi$ - и πK-рассеяния/55,56/:

$$\left(\frac{1}{\tau_0}\right)_{\pi\pi} = \frac{8\pi}{9}\left(\frac{2\Delta m}{\mu_\pi}\right)^{1/2} \frac{(a_0^0 - a_0^2)^2\,|\Psi_{n0}(0)|^2}{1 + 2/9\,\mu_\pi \Delta m (a_0^0 + 2a_0^2)^2}\,, \tag{47}$$

$$\Delta m = 2(m_{\pi^+} - m_{\pi^0})\,, \qquad \mu_\pi = \frac{m_{\pi^+}\cdot m_{\pi^-}}{m_{\pi^+} + m_{\pi^-}}\,;$$

$$\left(\frac{1}{\tau_0}\right)_{\pi K} = \frac{8\pi}{9}\left(\frac{2\Delta m}{\mu_K}\right)^{1/2} \frac{(a_0^{1/2} - a_0^{3/2})^2\,|\Psi_{n0}(0)|^2}{1 + 2/9\,\mu_K \Delta m (a_0^{1/2} + 2a_0^{1/2})^2}\,, \tag{48}$$

$$\Delta m = m_{K^+} + m_{\pi^-} - m_{K^0} - m_{\pi^0}\,, \qquad \mu_K = \frac{m_{\pi^-}\cdot m_{K^+}}{m_{\pi^-} + m_{K^+}}\,.$$

Здесь $\mu_{\pi,K}$ - приведенные массы атомов; $\Psi_{n0}(0)$ - значения волновой функции атома при $r = 0$; a_0^I - длины рассеяния в S-состоянии с изотопическим спином I .

Рассмотрим подробнее влияние сильных взаимодействий на свойства $\pi\pi$- и πK-атомов. Значение $\Psi(0)$ для димезоатомов в основном определяется кулоновским потенциалом, поскольку размеры атома намного больше размеров области сильных взаимодействий. Потенциал сильных взаимодействий в этом случае будет играть роль малых возмущений, поэтому для вычисления поправки к волновой функции и к уровням энергий можно воспользоваться формулами теории возмущений квантовой механики.

Запишем потенциал мезон-мезонного взаимодействия как сумму $V(r) = -\frac{\alpha}{r} + V_s(r)$, где первый член отвечает кулоновскому взаимодействию, а второй - сильному взаимодействию мезонов; $\alpha = 1/137$. Мы покажем ниже, что из киральной симметрии сильных взаимодействий следует, что $V_s(r)$ можно записать в виде

$$V_s(r) = -g_s\,\delta(r)\,,$$

где $g_s > 0$, причем эта константа однозначно определяется параметрами теории с нарушенной киральной симметрией сильных взаимодействий.

Рассматривая $V_s(r)$ как малое возмущение, вычислим поправки к

s -состояниям. Ниже в формулах подразумевается, что волновые функции и уровни энергий кулоновские. Заметим, что потенциал $V_s(r)$ для состояний с $\ell \neq 0$ вообще не дает поправки. Для сдвигов уровней получаем

$$\Delta E_n = -g_s |\psi_n(0)|^2, \tag{49}$$

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{\alpha}{2\pi n}\mu^2 g_s.$$

Для поправки к волновой функции получим

$$\frac{\Delta\psi_n(0)}{\psi_n(0)} = \frac{2\alpha n^2}{\pi}\mu^2 \sum_{\substack{m=1\\(m\neq n)}}^{\infty}\frac{1}{m(m^2-n^2)} \tag{50}$$

и, в частности, для основного состояния имеем

$$\frac{\Delta\psi_1(0)}{\psi_1(0)} = \frac{\alpha}{2\pi}\mu^2 g_s.$$

Получим теперь потенциалы $\pi\pi$ - и πK-взаимодействий. Наша задача-вычислить эффективные низкоэнергетические потенциалы в уравнении Шредингера, обусловленные лагранжианами $\pi\pi$ - и πK -взаимодействий.

Вначале продемонстрируем наш способ вычисления потенциала на лагранжиане кулоновского взаимодействия для заряженных пионов:

$$\mathcal{L}_c = (\partial_0 + ieA_0)\pi^+(\partial_0 - ieA_0)\pi^- - (\partial_i\pi^+\partial_i\pi^-) -$$
$$- m_\pi^2\pi^+\pi^- + \frac{1}{2}(\partial_i A_0)^2.$$

Построим гамильтониан

$$H_c = p^+\partial_0\pi^+ + p^-\partial_0\pi^- - \mathcal{L}_c,$$

где p - канонические импульсы:

$$p^\pm = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\pi^\pm)} = \partial_0\pi^\mp \mp ieA_0\pi^\mp.$$

Получим

$$H_c = p^+p^- + \partial_i\pi^+\partial_i\pi^- + m_\pi^2\pi^+\pi^- + eA_0 j_0 - \frac{1}{2}(\partial_i A_0)^2,$$
$$j_0 = i(\pi^- p^- - p^+\pi^+).$$

Устраним A_0 с помощью уравнения движения

$$\frac{\partial H}{\partial A_0} = 0 \qquad (\partial_i^2 A_0 = -j_0)$$

и перейдем к операторам рождения и уничтожения $\pi^+\pi^-$:

$$\pi^{(-)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_\pi}}\left(a_\pi^+(x) + b_\pi(x)\right), \quad \xi^{(-)} = \sqrt{\frac{\omega_\pi}{2}}\, i(-a_\pi + b_\pi^+);$$

$$\pi^{(+)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_\pi}}\left(a_\pi(x) + b_\pi^+(x)\right), \quad \xi^{(+)} = \sqrt{\frac{\omega_\pi}{2}}\, i(a_\pi^+ - b_\pi); \qquad (51)$$

$$\omega_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + (i\partial_i)^2}, \quad j_0 = (a_\pi^+ a_\pi - b_\pi^+ b_\pi).$$

Тогда гамильтониан принимает вид

$$H = \omega_\pi(a_\pi^+ a_\pi + b_\pi^+ b_\pi) - \frac{1}{2}e^2 j_0 \frac{1}{\partial_i^2} j_0,$$

где

$$\frac{1}{\partial^2} j_0(x) = -\frac{1}{4\pi}\int d^3y \frac{1}{|x-y|}\, j_0(y).$$

Отсюда легко заметить, что кулоновский потенциал

$$V_c = -\frac{\alpha}{r} \quad \left(r = |x-y|, \ \alpha = \frac{e^2}{4\pi}\right)$$

возникает как коэффициент при слагаемом $a^+(x)a(x)b^+(x)b(x)$ под знаком интеграла по y. Найдем теперь коэффициенты перед аналогичными слагаемыми в гамильтониане, соответствующем $\pi\pi$- и πK-взаимодействиям.

Полный лагранжиан, описывающий систему взаимодействующих пионов и каонов, имеет вид

$$\begin{aligned} L_s = {} & \partial_\mu\pi^+\partial_\mu\pi^-\left(1 - \frac{\pi^+\pi^-}{F_\pi^2}\right) - m_\pi^2(\pi^+\pi^-)\left(1 - \beta\frac{\pi^+\pi^-}{F_\pi^2}\right) + \\ & + \partial_\mu K^+\partial_\mu K^-\left(1 - \frac{K^+K^-}{F_\pi^2}\right) - m_K^2(K^+K^-)\left(1 - \beta\frac{K^+K^-}{F_\pi^2}\right) + \\ & + \frac{1}{2F_\pi^2}\Big[(m_K^2 + m_\pi^2)K^+K^-\pi^+\pi^- - \partial_\mu\pi^+\partial_\mu\pi^- K^+K^- - \partial_\mu K^+\partial_\mu K^-\pi^+\pi^- - \\ & - \partial_\mu K^+\partial_\mu\pi^- K^-\pi^+ - \partial_\mu K^-\partial_\mu\pi^+ K^+\pi^-\Big], \end{aligned}$$

где β - параметр нарушения киральной симметрии. Соответствующий гамильтониан

$$H_s = j_\pi^+ \partial_0 \pi^+ + j_\pi^- \partial_0 \pi^- + j_K^+ \partial_0 K^+ + j_K^- \partial_0 K^- - \mathcal{L}_s \; ,$$

$$j_\pi^\pm = \frac{\partial \mathcal{L}_s}{\partial(\partial_0 \pi^\pm)} \; , \qquad j_K^\pm = \frac{\partial \mathcal{L}_s}{\partial(\partial_0 K^\pm)} \, .$$

Введем операторы рождения и уничтожения заряженных пионов и каонов, так же, как и в случае (51), и выделим из H_s комбинации операторов $a_\pi^+ a_\pi b_\pi^+ b_\pi$, $a_K^+ a_K b_K^+ b_K$, $a_\pi^+ a_K b_\pi^+ b_K$ в пределе $\partial_i \pi \to 0$, $\partial_i K \to 0$:

$$H_s = m_\pi (a_\pi^+ a_\pi + b_\pi^+ b_\pi) + \frac{1}{4F_\pi^2}\Big[(1-\beta)(a_\pi^+ a_\pi + b_\pi^+ b_\pi)^2 -$$

$$-(1-\beta)(a_\pi^+ b_\pi^+ + a_\pi b_\pi)^2 - 2\beta(a_\pi^+ a_\pi + b_\pi^+ b_\pi)(a_\pi^+ b_\pi^+ + a_\pi b_\pi)\Big] +$$

$$+ m_K (a_K^+ a_K + b_K^+ b_K) + \frac{1}{4F_\pi^2}\Big[(1-\beta)(a_K^+ a_K + b_K^+ b_K)^2 -$$

$$-(1+\beta)(a_K^+ b_K^+ + a_K b_K)^2 - 2\beta(a_K^+ a_K + b_K^+ b_K)(a_K^+ b_K^+ + a_K b_K)\Big] .$$

Получим отсюда

$$H_{\pi\pi} = -\frac{\beta}{F_\pi^2}\, a_\pi^+(x)\, a_\pi(x)\, b_\pi^+(x)\, b_\pi(x) \, ,$$

$$H_{KK} = -\frac{\beta}{F_\pi^2}\, a_K^+(x)\, a_K(x)\, b_K^+(x)\, b_K(x) ,$$

$$H_{K\pi} = -\frac{1}{4F_\pi^2}\left(1 + \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{2 m_K m_\pi}\right)\Big(a_K^+(x)\, a_\pi(x)\, b_K^+(x)\, b_\pi(x) +$$

$$+ a_\pi^+(x)\, a_K(x)\, b_\pi^+(x)\, b_K(x)\Big) ,$$

и соответствующие киральные потенциалы имеют вид

$$V_{\pi\pi}(r) = V_{KK}(r) = -\frac{\beta}{F_\pi^2}\, \delta(\vec r) \, , \tag{52}$$

$$V_{K\pi}(r) = -\frac{1}{4F_\pi^2}\left(1 + \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{2 m_K m_\pi}\right)\delta(\vec r) .$$

Поправки (49),(50), обусловленные сильным взаимодействием, слабо зависят от вида потенциала, но в значительной степени определяются массами мезонов, образующих димезоатом. Так, в случае πK-атома поправки к волновой функции оказываются в 4 раза больше, чем в случае

$\pi\pi$ -атома. Измерение этих поправок требует точности 0,1%. Из (49) и (52) следует, что измеряемые на опыте сдвиги уровней димезоатома пропорциональны параметру нарушения киральной симметрии β, что представляет редкую возможность его прямого измерения.

Из (50) следует, что вклад сильных взаимодействий в $\psi(0)$ порядка 10^{-3} и фактически последние не дают вклада во времена жизни $\pi\pi$ - и πK-димезоатомов. Добавками к единице в знаменателях формул (47), (48) можно пренебречь, поскольку они порядка 10^{-5}. Поэтому времена жизни $\pi\pi$ - и πK -димезоатомов практически полностью определяются разностями длин рассеяния ($a_0^0 - a_0^2$) и ($a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$) соответственно:

$$(\tau_0)_{\pi\pi} = \left[0{,}212 / m_\pi^2 (a_0^0 - a_0^2)^2\right] \cdot 10^{-15} c,$$

$$(\tau_0)_{K\pi} = \left[0{,}277 / m_\pi^2 (a_0^{1/2} - a_0^{3/2})^2\right] \cdot 10^{-15} c.$$

Хотя длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 , a_0^2 наряду с борновскими вкладами содержат также и вклад пионной петли, их разность зависит только от параметра нарушения киральной симметрии β :

$$(a_0^0 - a_0^2) = \frac{3\pi}{4}\left(\frac{m_\pi}{2\pi F_\pi}\right)^2 \frac{1+\beta}{m_\pi},$$

так как однопетлевые поправки, вносящие дополнительную неопределенность в описание длин $\pi\pi$ -рассеяния, взаимно сокращаются. Поэтому измерение времени жизни $\pi\pi$ -атома фактически представляет собой прямое измерение одной из фундаментальных характеристик киральной динамики адронов - параметра нарушения симметрии β. Для β = 1/2 (что соответствует нарушению (11)) получим

$$(\tau_0)_{\pi\pi} = 11{,}9\times10^{-15}/(1+\beta)^2 \text{ c} = 5{,}3\times10^{-15} \text{ c}.$$

Еще более уникальная ситуация возникает при вычислении в киральной теории разности длин πK-рассеяния ($a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$), которая соответствует антисимметричной части амплитуды πK-рассеяния в S -состоянии $T^{(-)}(s,t)$:

$$(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = \frac{3}{16\pi(m_\pi + m_K)} \int_{-1}^{1} dx\, T^{(-)}(s,t)\Big|_{\substack{t=0,\\ s=(m_\pi+m_K)}}.$$

Изотопически-антисимметричная амплитуда $T^{(-)}(s,t)$ на пороге πK-рассеяния имеет простой вид $T^{(-)} = m_\pi m_K / F_\pi^2$ и полностью определяется борновским приближением. В выражение для $T^{(-)}$ не входит параметр нарушения киральной симметрии. Для разности длин πK -рассеяния получим величину

$$(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = \frac{3 m_\pi m_K}{8 F_\pi^2 (m_\pi + m_K)} = 0{,}208\, m_\pi^{-1},$$

что соответствует времени жизни πK-атома

$$(\tau_0)_{\pi K} = 6{,}4 \times 10^{-15} c.$$

На универсальность полученных результатов для разности длин $(a_0^{1/2} - a_0^{3/2})$ и времени жизни $(\tau_0)_{\pi K}$ указывают результаты работ /59,60/, в которых киральная симметрия мезонов учитывалась неявно. В работе /59/ в рамках нелокальной модели кварков, в которой киральная симметрия учитывается через σ -частицы, получено значение $(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = 0{,}212$, которое лишь на 2% отличается от нашего результата. В работе /60/ в модели составных мезонов, основанной на рассмотрении четырехкваркового взаимодействия и учитывающей обмены скалярными и векторными мезонами, получены результаты, совпадающие с нашими.

Учет тахионного взаимодействия $\mathcal{L}_T$ (I6) приводит к увеличению разности длин $(a_0^{1/2} - a_0^{3/2})$ на величину

$$\Delta(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = m_\pi m_K (m_\pi^2 + m_K^2) N_c / [32\pi^3 F_\pi^4 (m_\pi + m_K)] = 0{,}146\, m_\pi^{-1},$$

что соответствует

$$m_\pi (a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = 0{,}354.$$

На величину разности длин $\pi\pi$ -рассеяния ($a_0^0 - a_0^2$) тахионный член практически не влияет.

Таким образом, измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK -атомов с точностью I0-20% представляет собой прямое измерение параметра нарушения киральной симметрии, а также даст информацию, необходимую для проверки низкоэнергетических предсказаний киральной КХД, в частности позволит разобраться в физическом смысле тахионного взаимодействия.

2.3. Распады $\eta' \to \eta 2\pi$

Распады $\eta' \to \eta 2\pi$ в борновском приближении описываются частью лагранжиана (20):

$$\mathcal{L}_{\eta' \to \eta 2\pi} = \frac{m_\pi^2}{12 F_\pi^2} \vec{\pi}^2 \tilde{\eta}^2 + \tag{53}$$

$$+ \frac{\gamma}{12 F_\pi^4 \hat{e}^2} \left[(\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial_\mu \vec{\pi}) \partial_\nu \tilde{\eta} \partial_\nu \tilde{\eta} + 2 (\partial_\mu \vec{\pi} \partial_\nu \vec{\pi}) \partial_\mu \tilde{\eta} \partial_\nu \tilde{\eta} \right],$$

где $\tilde{\eta} = \eta_8 + \sqrt{2}\, \eta_0$. Первое слагаемое в (53) обусловлено нарушением киральной симметрии $\mathcal{L}_{SB}$, второе - нескирмовской частью p^4-лагранжиана $\mathcal{L}_Q$. Соответствующие амплитуды распадов $\eta' \to \eta \pi^+ \pi^-$, $\eta' \to \eta 2\pi^0$ имеют вид

$$T^{Б}_{\eta' \to \eta \pi^+ \pi^-} = T^{Б}_{\eta' \to \eta 2\pi^0} = \tag{54}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3F_\pi^2}\left(\cos 2\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}}\right)\left\{m_\pi^2 - \frac{\gamma}{4\hat{e}^2F_\pi^2}\left[2\left(3s_0^2 + m_\pi^2(m_{\eta'}^2 + m_\eta^2) - (m_\eta^2 + m_\pi^2)(m_{\eta'}^2 + m_\pi^2)\right) - \frac{1}{2}(s_1 - s_2)^2 - \frac{3}{2}(s_0 - s_3)^2\right]\right\}.$$

Здесь $s_{1,2} = (p_{\eta'} - p_{\pi_{1,2}})^2$, $s_3 = (p_{\eta'} - p_\eta)^2$, $s_0 = \frac{1}{3}(s_1 + s_2 + s_3)$.
Вклад пионной петли в амплитуду распада $\eta' \to \eta 2\pi$, вычисленный с помощью унитарного рассечения петли, имеет вид

$$T^{\Pi}_{\eta' \to \eta 2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{3F_\pi^2}\left(\cos 2\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}}\right)\alpha_0 m_\pi^2\left\{\hat{B}(\bar{s}_3)\left[1 + J(\bar{s}_3)\right] + \frac{1}{3}\tilde{\varkappa}\bar{s}_3\right\} + c_0 + c_1\bar{s}_3,$$

где $\bar{s}_3 = s_3/(4m_\pi^2)$; $\hat{B}(\bar{s}_3) = 3\bar{s}_3 - \tilde{\varkappa}$; $\tilde{\varkappa} = \frac{9}{4}\bar{s}_0$; c_0, c_1 – константы вычитания.

Полная ширина распада $\eta' \to \eta 2\pi$, вычисленная в киральной теории при значениях параметров (17)

$$\Gamma_{\eta' \to \eta 2\pi} = \Gamma_{\eta' \to \eta 2\pi^0} + \Gamma_{\eta' \to \eta \pi^+\pi^-} = 220 \text{ кэВ}, \quad (55)$$

хорошо согласуется с экспериментальной величиной

$$\Gamma^{\text{эксп.}}_{\eta' \to \eta 2\pi} = 189 \pm 32 \text{ кэВ}.$$

Используя данные по ширине распада $\eta' \to \eta 2\pi$ и длинам $\pi\pi$-рассеяния для совместного анализа, получим более жесткие, чем в (45), ограничения на параметры $\hat{e}^2$ и γ:

$$\hat{e}^2_{\text{аср}} / \hat{e}^2_{\text{эксп.}} = 1{,}02 \pm 0{,}18; \qquad \gamma_{\text{эксп.}} = 0{,}84 \pm 0{,}15.$$

Отметим, что ширина распада (55) полностью определяется вкладом нескирмовского p^4-взаимодействия в лагранжиене $\mathcal{L}_Q$. С учетом только первого члена в (53) получим величину $\Gamma_{\eta' \to \eta 2\pi} \approx 4$ кэВ, которая оказывается почти в 50 раз меньше экспериментального значения.

В эксперименте амплитуду распада $\eta' \to \eta 2\pi$ обычно параметризуют следующим образом:

$$|T_{\eta' \to \eta 2\pi}|^2 = A\,(1 + \alpha Y)^2, \quad (56)$$

где $Y = (2 + m_\eta/m_\pi)T_\eta/Q$; T_η – кинетическая энергия η-мезона; $Q = m_{\eta'} - m_\eta - 2m_\pi$; α – параметр наклона. Амплитуда (54) приводит к значению параметра наклона $\alpha = -0{,}25$, которое согласуется по знаку с экспериментальной величиной $\alpha^{\text{эксп.}} = -0{,}058 \pm 0{,}013$ /61/, но почти в четыре раза превышает ее по абсолютному значению. При учете только первого члена в (53) наклон в амплитуде (56) полностью отсутствует. Учет пионной петли в амплитуде распада $\eta' \to \eta 2\pi$ также мало меняет результаты, полученные в борновском приближении (54).

Описание наклона амплитуды распада $\eta' \to \eta 2\pi$, по-видимому, требует особого рассмотрения. Важную роль в физике нонета псевдоскалярных мезонов играют, в частности, вершины, содержащие степени массы странного кварка [14]. Следует отметить, что для проверки низкоэнергетической киральной КХД-теории более естественной оказывается не параметризация (56), а разложение амплитуды распада $\eta'\to\eta 2\pi$ по степеням инвариантных далитцевских переменных $Y'=(s_0-s_3)/m_\pi^2$, $X'=(s_1-s_2)/m_\pi^2$. Аналогичное разложение уже стало общепринятым при анализе распадов $K\to 3\pi$.

Как показано в [62], в пределе точной киральной симметрии p^4-поправки, обусловленные нескирмовским взаимодействием в лагранжиане $\mathcal{L}_Q$, полностью определяют амплитуды процессов $\eta'\to\eta 2\pi$, а вклад нарушения киральной симметрии и однопетлевые поправки оказываются незначительными. Таким образом, экспериментальное исследование распадов $\eta'\to\eta 2\pi$ дает уникальную возможность проверки низкоэнергетического кирального КХД-разложения. Измерение параметров наклона амплитуд распадов $\eta'\to\eta 2\pi$ в переменных X', Y' позволит получить дополнительную информацию для выяснения более тонких аспектов теории.

2.4. Нелептонные распады каонов

Нелептонные распады каонов описываются эффективным лагранжианом слабых взаимодействий с изменением странности $|\Delta S|=1$, общая структура которого на кварковом уровне была получена в [63]:

$$\mathcal{L}_w(|\Delta S|=1)=\sqrt{2}G_F\sin\theta_c\cos\theta_c\sum_{i=1}^{6}c_i O_i\,. \qquad (57)$$

Здесь O_i – четырехфермионные операторы, содержащие произведения левых и правых кварковых токов:

$$O_1=\bar u_L\gamma_\mu u_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L-\bar d_L\gamma_\mu u_L\,\bar u_L\gamma^\mu s_L,$$

$$O_2=\bar u_L\gamma_\mu u_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L+\bar d_L\gamma_\mu u_L\,\bar u_L\gamma^\mu s_L+2\bar d_L\gamma_\mu d_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L+2\bar s_L\gamma_\mu s_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L,$$

$$O_3=\bar u_L\gamma_\mu u_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L+\bar d_L\gamma_\mu u_L\,\bar u_L\gamma^\mu s_L+2\bar d_L\gamma_\mu d_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L-3\bar s_L\gamma_\mu s_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L,$$

$$O_4=\bar u_L\gamma_\mu u_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L+\bar d_L\gamma_\mu u_L\,\bar u_L\gamma^\mu s_L-\bar d_L\gamma^\mu d_L\,\bar d_L\gamma^\mu s_L,$$

$$O_5=\bar d_L\gamma_\mu\lambda^a s_L\left(\bar u_R\gamma^\mu\lambda^a u_R+\bar d_R\gamma^\mu\lambda^a d_R+\bar s_R\gamma^\mu\lambda^a s_R\right),$$

$$O_6=\bar d_L\gamma_\mu s_L\left(\bar u_R\gamma^\mu u_R+\bar d_R\gamma^\mu d_R+\bar s_R\gamma^\mu s_R\right),$$

где $q_L=\frac{1}{2}(1+\gamma_5)q$, $q_R=\frac{1}{2}(1-\gamma_5)q$; коэффициенты c_i в главном логарифмическом приближении КХД принимают значения: $c_1=-2{,}5$; $c_2=0{,}086$; $c_3=0{,}083$; $c_4=0{,}4$; $c_5=-0{,}064$; $c_6=-0{,}016$.

Входящие в (57) токи могут быть выражены через мезонные токи (21), (22). Необходимые для описания распадов $K \to 2\pi$, $K \to 3\pi$ переходы с изменением изоспина $|\Delta T| = 3/2$, $|\Delta T| = 1/2$ описываются лагранжианами [64]

$$\mathcal{L}_w^{(|\Delta T|=3/2)} = \sqrt{2}\, G_F \sin\theta_c \cos\theta_c\, c_4\, \frac{1}{3} \Big\{ (J^1_\mu - iJ^2_\mu)(J^4_\mu + iJ^5_\mu) + 2J^3_\mu (J^6_\mu + iJ^7_\mu) + \text{э.с.} \Big\}, \tag{58}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_w^{(|\Delta T|=1/2)} = {} & \sqrt{2}\, G_F \sin\theta_c \cos\theta_c\, \frac{1}{3} \Big\{ (-c_1 + c_2 + c_3) \Big[(J^1_\mu - iJ^2_\mu)(J^4_\mu + iJ^5_\mu) - \\ & - \Big(J^3_\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} J^8_\mu\Big)(J^6_\mu + iJ^7_\mu) \Big] + c_3 \frac{10}{\sqrt{3}} J^8_\mu (J^6_\mu + iJ^7_\mu) - \\ & - 2c_5 \Big[\frac{1}{\hat{m}} \partial_\mu (J^{A,1}_\mu - iJ^{A,2}_\mu) \Big(\frac{1}{\hat{m} - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,4}_\mu + iJ^{V,5}_\mu) + \frac{1}{\hat{m} + m_s^0} \partial_\mu (J^{A,4}_\mu + iJ^{A,5}_\mu) \Big) + \\ & + \frac{1}{\hat{m}} \partial_\mu \Big(-J^{A,3}_\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} J^{A,8}_\mu \Big) \Big(\frac{1}{\hat{m} - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,6}_\mu + iJ^{V,7}_\mu) + \frac{1}{\hat{m} + m_s^0} \partial_\mu (J^{A,6}_\mu + iJ^{A,7}_\mu) \Big) + \\ & + \frac{1}{m_s^0} \partial_\mu \Big(\frac{2}{\sqrt{3}} J^{A,8}_\mu \Big) \Big(\frac{1}{\hat{m} - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,6}_\mu + iJ^{V,7}_\mu) - \frac{1}{\hat{m} + m_s^0} \partial_\mu (J^{A,6}_\mu + iJ^{A,7}_\mu) \Big) \Big] + \text{э.с.} \Big\},\end{aligned} \tag{59}$$

где токи $J^k_\mu = J^{V,k}_\mu - J^{A,k}_\mu$ определены в разделе I.2.

Переход от КХД-лагранжиана (57) к лагранжианам (58),(59) основан на замене кварковых токов на соответствующие мезонные токи с теми же самыми квантовыми числами. Заметим также, что при переходе к бесцветным токам в операторе O_5 с помощью преобразований Фирца получим

$$O_5 = -\frac{2}{3} O_6 - 4 \left(\bar{d}_R u_L\, \bar{u}_L s_R + \bar{d}_R d_L\, \bar{d}_L s_R + \bar{d}_R s_L\, \bar{s}_L s_R \right).$$

Входящие в это выражение скалярные и псевдоскалярные комбинации кварковых полей $\bar{q}_a q_b$, $\bar{q}_a \gamma_5 q_b$ можно выразить через векторные и аксиально-векторные комбинации с помощью соотношений

$$\partial_\mu (\bar{q}_a \gamma^\mu q_b) = i(m_a^0 - m_b^0)\, \bar{q}_a q_b, \quad \partial_\mu (\bar{q}_a \gamma^\mu \gamma_5 q_b) = i(m_a^0 + m_b^0)\, \bar{q}_a \gamma_5 q_b,$$

где m_a^0 - массы токовых кварков. Лагранжиан (59) получен в приближении $\hat{m} = m_u^0 = m_d^0$.

Амплитуды распадов $K \to 2\pi$ удобно параметризовать в виде

$$T_{K\to 2\pi} = \sqrt{2}\, G_F \sin\theta_c \cos\theta_c\, F_\pi\, C_{K\to 2\pi} (m_K^2 - m_\pi^2).$$

Коэффициенты $C_{K\to 2\pi}$ удовлетворяют следующим изотопическим соотношениям:

$$C_{K^+\to\pi^+\pi^0} = a_2 e^{i\delta_2},$$

$$C_{K^0_S\to\pi^+\pi^-} = a_0 e^{i\delta_0} + \frac{2}{3} a_2 e^{i\delta_2},$$

$$C_{K^0_S\to\pi^0\pi^0} = a_0 e^{i\delta_0} - \frac{4}{3} a_2 e^{i\delta_2},$$

где параметры a_0 и a_2 определяют действительные амплитуды перехода в состояния с изоспинами T = 0 и T = 2 соответственно, а δ_0 и δ_2 - фазы $\pi\pi$ -рассеяния в этих состояниях. С помощью соотношений

$$a_2 = |C_{K^+\to\pi^+\pi^0}|,$$

$$a_0 = \left\{\frac{1}{3}\left[2|C_{K^0_S\to\pi^+\pi^-}|^2 + |C_{K^0_S\to\pi^0\pi^0}|^2 - \frac{8}{9}|C_{K^+\to\pi^+\pi^0}|^2\right]\right\}^{1/2}$$

можно зафиксировать значения параметров a_2 и a_0 по экспериментальным вероятностям распадов $K^+\to\pi^+\pi^0$, $K^0_S\to\pi^+\pi^-$, $K^0_S\to\pi^0\pi^0$: $a_2^{\text{эксп.}} = 0{,}27$; $a_0^{\text{эксп.}} = 5{,}1$.

Используя лагранжианы слабых нелептонных взаимодействий (57), (59), получим

$$a_2 = c_4\left(1 + \frac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4(m_K^2 + m_\pi^2)}{\Lambda_T F_\pi^2}\right), \tag{60}$$

$$a_0 = \frac{2}{3}\left(-c_1 + c_2 + c_3 - 2c_5\frac{m_\pi^2}{\hat{m}(m_s^* - \hat{m})}\right)\left(1 + \frac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4(m_K^2 + m_\pi^2)}{\Lambda_T F_\pi^2}\right). \tag{61}$$

В отсутствие тахионного взаимодействия ($\Lambda_T^2 \to \infty$) параметры a_0, a_2 принимают значения $a_2^{\text{теор.}} = 0{,}4$; $a_0^{\text{теор.}} = 3{,}7$ (при $\hat{m}$ = 6 МэВ, m_s^* = 150 МэВ). С учетом тахионного вклада $a_2^{\text{теор.}} = 0{,}57$; $a_0^{\text{теор.}} = 5{,}3$.

Неудовлетворительное описание распадов $K\to 2\pi$ обычно объясняют тем, что при вычислении коэффициентов c_i в лагранжиане (57) учитывались лишь главные логарифмические члены. Кроме того, мы допускаем изменение коэффициентов c_i вследствие эффектов больших расстояний, которые при переходе к лагранжианам (57), (59) учитывались только в волновых функциях мезонных состояний. Поэтому особый интерес представляет феноменологический анализ структуры эффективного лагранжиана слабых нелептонных взаимодействий с использованием наиболее полной экспериментальной информации по всем каналам распадов $K\to 2\pi$, $K\to 3\pi$.

Амплитуды распадов $K\to 3\pi$ обычно параметризуются в виде

$$T_{K\to 3\pi} = a + bY + c\left(Y^2+\frac{X^2}{3}\right) + d\left(Y^2-\frac{X^2}{3}\right), \qquad (62)$$

где $Y=(s_3-s_0)/m_\pi^2$, $X=(s_2-s_1)/m_\pi^2$; $s_i=(k-p_i)^2$; k, p_i – 4-импульсы каона и i-го пиона; $s_0=(s_1+s_2+s_3)/3 = m_K^2/3+m_\pi^2$. В киральной теории распады $K\to 3\pi$ описываются древесными диаграммами, рис.1, и определяются переходами с $|\Delta T| = 1/2$ и $|\Delta T| = 3/2$.

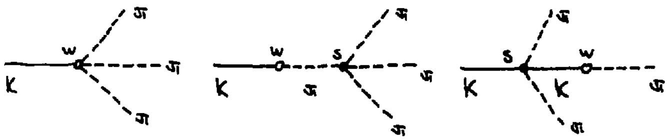


Рис.I

Борновские амплитуды имеют вид

$$\begin{aligned} T_{K^+\to\pi^0\pi^0\pi^+} = \frac{\tilde G}{\sqrt2}\Bigg\{ & -\frac{1}{3}(m_K^2-m_\pi^2)\Bigg[(1+\xi-\tilde\xi_\pi)P_1\cdot P_5 - \\ & -\left(1+\xi\frac{1}{4}\frac{4m_K^2+5m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}-\tilde\xi_K-\tilde\xi_\pi\right)P_3\Bigg] - \\ & -\frac{\gamma}{e^2F_\pi^2}\left[\left(1-\xi\frac{1}{8}\frac{m_K^2+8m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right)s_0^2-(1+\xi)m_\pi^2(m_K^2+m_\pi^2)\right] - \\ & -m_\pi Y\Bigg[2\left(1+\xi\frac{1}{4}\frac{4m_K^2+5m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}-\tilde\xi_K-\tilde\xi_\pi\right)(P_1\cdot P_4+2P_3)+ \\ & +3(1+\xi)P_5\cdot P_7-2(1+\xi-\tilde\xi_K)P_4\cdot P_6-2\left(1-\frac{5}{4}\xi-\tilde\xi_\pi\right)P_1\cdot P_6 - \\ & -\frac{3-\gamma}{2}\frac{s_0}{e^2F_\pi^2}\left(1-\xi\frac{1}{4}\frac{5m_K^2+4m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right)\Bigg] + \\ & +\frac{m_\pi^4}{e^2F_\pi^2}\left[\frac{\gamma}{4}(1+\xi)\left(Y^2+\frac{X^2}{3}\right)-\frac{3-\gamma}{4}\left(1-\xi\frac{1}{4}\frac{5m_K^2+4m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right)\left(Y^2-\frac{X^2}{3}\right)\right]\Bigg\}, \end{aligned}$$

$$T_{K^+\to\pi^+\pi^+\pi^-} = \frac{\tilde G}{\sqrt2}\Bigg\{-\frac{1}{3}(m_K^2-m_\pi^2)\Big[(1+\xi-\tilde\xi_\pi)P_1\cdot P_5-(1+\xi-\tilde\xi_K-\tilde\xi_\pi)P_3\Big] -$$

$$- \frac{\gamma}{e^2 F_\pi^2}(1+\xi)\, 2\left(s_0^2 - m_\pi^2(m_K^2+m_\pi^2)\right) +$$

$$+ m_\pi^2 Y \Big[2(1+\xi-\tilde{\xi}_K-\tilde{\xi}_\pi)(P_1 \cdot P_4 + 2P_3) + 3(1-2\xi) P_5 \cdot P_2 -$$

$$- 2(1+\xi-\tilde{\xi}_K) P_4 \cdot P_6 - 2(1+\xi-\tilde{\xi}_\pi) P_1 \cdot P_6 - \frac{3-\gamma}{2} \frac{s_0}{e^2 F_\pi^2}(1+\xi) \Big] +$$

$$+ \frac{m_\pi^4}{e^2 F_\pi^2}(1+\xi) \left[\frac{\gamma}{2}\left(Y^2 + \frac{X^2}{3}\right) - \frac{3-\gamma}{4}\left(Y^2 - \frac{X^2}{3}\right) \right],$$

$$T_{K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0} = -\frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \Big\{ -\frac{1}{3}(m_K^2 - m_\pi^2) \Big[(1-2\xi-\tilde{\xi}_\pi) P_1 \cdot P_5 -$$

$$- \left(1+\xi \frac{1}{4} \frac{8m_K^2+5m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2} - \tilde{\xi}_K - \tilde{\xi}_\pi\right) P_3 \Big] -$$

$$- \frac{\gamma}{e^2 F_\pi^2} \left[\left(1-\xi \frac{1}{8} \frac{7m_K^2-16m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right) s_0^2 - (1-2\xi) m_\pi^2 (m_K^2+m_\pi^2) \right] -$$

$$- m_\pi^2 Y \Big[2\left(1+\xi \frac{1}{8} \frac{8m_K^2+5m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2} - \tilde{\xi}_K - \tilde{\xi}_\pi\right)(P_1 \cdot P_4 + 2P_3) + 3(1+\xi) P_5 \cdot P_2 -$$

$$- 2(1-2\xi-\tilde{\xi}_K) P_4 \cdot P_6 - 2\left(1+\frac{1}{2}\xi-\tilde{\xi}_\pi\right) P_1 \cdot P_6 -$$

$$- \frac{3-\gamma}{2} \frac{s_0}{e^2 F_\pi^2} \left(1+\xi \frac{1}{4} \frac{m_K^2+8m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right) \Big] +$$

$$+ \frac{m_\pi^2}{e^2 F_\pi^2} \left[\frac{\gamma}{4}(1-2\xi)\left(Y^2 + \frac{X^2}{3}\right) - \frac{3-\gamma}{4}\left(1+\xi \frac{1}{4} \frac{m_K^2+8m_\pi^2}{m_K^2-m_\pi^2}\right)\left(Y^2 - \frac{X^2}{3}\right) \right] \Big\}.$$

здесь $\tilde{G} = \frac{1}{3} G_F \sin\theta_c \cos\theta_c (-c_1+c_2+c_3)$; $\xi = c_4/(-c_1+c_2+c_3)$;

$\tilde{\xi}_{\pi,K} = \dfrac{2c_5}{-c_1+c_2+c_3} \dfrac{m_{\pi,K}^2}{\hat{m}(\hat{m}+m_s^0)}$; $P_1 = 1 + \dfrac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}$; $P_2 = 1 + \dfrac{8m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}$;

$P_3 = \dfrac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F_\pi^2}$; $P_4 = 1 + \dfrac{4m_K^2}{\Lambda_T F_\pi^2}$; $P_5 = 1 + \dfrac{4(m_K^2+m_\pi^2)}{\Lambda_T F_\pi^2}$; $P_6 = 1 + \dfrac{4(m_K^2+3m_\pi^2)}{\Lambda_T F_\pi^2}$.

Параметр ξ определяет вклады переходов с $|\Delta T| = 3/2$, а параметры $\tilde{\xi}_{\pi,K}$ - вклады оператора $O_{\bar{6}}$, содержащего правые токи. Легко заметить, что правые токи не дают вклада в квадратичные члены разложения амплитуды распада $K \to 3\pi$ (62) по степеням инвариантных далитцевских переменных X и Y. Квадратичные члены в древесном приближении, рис. I, полностью определяются скирмовским и нескирмовским вкладами в лагранжиан p^4-взаимодействия $\mathcal{L}_Q$ и в обычные киральные левые токи.

Наряду с вкладами древесных диаграмм в распадах $K \to 2\pi$, $K \to 3\pi$ необходимо также учитывать однопетлевые вклады, обусловленные p^2-взаимодействием $\mathcal{L}^{(2)}$ и связанные прежде всего с рассеянием пионов в конечном состоянии. В случае распадов $K \to 2\pi$ учет $\pi\pi$-взаимодействия приводит к появлению общих фазовых множителей $\exp(i\delta_0)$, $\exp(i\delta_2)$ и изменению абсолютных значений $|a_2|$, $|a_0|$. Аналогичным образом учет $\pi\pi$-взаимодействия проявляется и в амплитудах распадов $K \to 3\pi$, которые связаны с амплитудами распадов $K \to 2\pi$ известными соотношениями алгебры токов. Учет взаимодействия мезонов в конечном состоянии (например, с помощью суперпропагаторного метода) - сложная вычислительная задача. Мы использовали феноменологический подход, в котором вклад этих взаимодействий учитывается эффективно в константах c_i с помощью соотношений (60),(6I). Тогда, используя изотопические соотношения и связь между амплитудами распадов $K \to 2\pi$, $K \to 3\pi$ из алгебры токов, для однопетлевых поправок к параметрам разложения амплитуд распадов $K \to 3\pi$ в предположении доминирования переходов с $|\Delta T| = 1/2$ получим следующие выражения:

$$T^{(\pi\pi)}_{K^+ \to \pi^0\pi^0\pi^+} = a^{(\pi\pi)} + b^{(\pi\pi)} Y + c^{(\pi\pi)}\left(Y^2 + \frac{X^2}{3}\right) + d^{(\pi\pi)}\left(Y^2 - \frac{X^2}{3}\right),$$

$$T^{(\pi\pi)}_{K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-} = 2a^{(\pi\pi)} - b^{(\pi\pi)} Y + 2c^{(\pi\pi)}\left(Y^2 + \frac{X^2}{3}\right) - d^{(\pi\pi)}\left(Y^2 - \frac{X^2}{3}\right), \tag{63}$$

$$T^{(\pi\pi)}_{K^0_L \to \pi^+\pi^-\pi^0} = -T^{(\pi\pi)}_{K^+ \to \pi^0\pi^0\pi^+}(\xi \to -2\xi).$$

Здесь

$$a^{(\pi\pi)} = c^{(1)} \frac{3}{2} \bar{S}_0 \left(5\bar{S}_0 - 11 F_1\right),$$

$$b^{(\pi\pi)} = c^{(1)} \frac{5}{2}\left(\frac{3}{2} F_1 + \bar{S}_0 F_2 + \frac{3}{4}\bar{S}_0\right) +$$

$$+ c^{(2)}\left[\frac{3}{4} B_\pi + \frac{3}{2}(C_\pi - D_\pi)\bar{S}_0 - F_1\left(6Q + \frac{27}{4}(\bar{S}_0 - 1)\right) + F_2 R\right],$$

$$c^{(\pi\pi)} = c^{(1)}\left(\frac{11}{160}\bar{s}_0 - \frac{1}{4}F_1\right),$$

$$d^{(\pi\pi)} = c^{(1)}\left(\frac{5}{160}\bar{s}_0 - \frac{5}{8}F_1\right) + c^{(2)}\left[\frac{3}{32}(C_\pi - D_\pi) - F_2 Q - \frac{3}{240}R\right];$$

$$c^{(1)} = -\frac{\hat{G}}{\sqrt{2}}(1+\xi-\hat{\xi}_\pi)\frac{m_K^2-m_\pi^2}{3}\alpha_0, \quad c^{(2)} = -\frac{\hat{G}}{\sqrt{2}}\frac{32\pi^2F_\pi^2\alpha_0^2}{3}m_\pi^2\frac{1+\xi-\hat{\xi}_K}{m_K^2-m_\pi^2};$$

$$Q = \frac{3}{4}(3\bar{s}_0-\tilde{x}) - \frac{1}{8}\tilde{a} - \frac{9}{8}\bar{s}_0 + \frac{3}{4}, \quad R = (3\bar{s}_0-\tilde{x})^2 - \tilde{a}\bar{s}_0 - 3\bar{s}_0 - \tilde{b};$$

$$F_1 = 1 - \frac{1}{3}\bar{s}_0 - \frac{2}{15}\bar{s}_0^2, \quad F_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\bar{s}_0;$$

$$\bar{s}_0 = s_0/(4m_\pi^2);$$

$\tilde{a} = 21(1-\tilde{x})$, $\tilde{b} = 11\tilde{x}^2 - 15\tilde{x} + 3$; $\tilde{x} = \frac{9}{2}\bar{s}_0$. Параметры B_π, C_π и D_π определены в разделе 2.I.

В табл.3 приведены результаты анализа экспериментальных данных по параметрам распадов $K\to 3\pi$: B_i – парциальная вероятность для i -го канала распада; g_i, h_i, k_i – коэффициенты разложения квадрата амплитуды распада по переменным X и Y:

$$|T_{K\to 3\pi}|^2 = a^2(1 + gY + hY^2 + kX^2 + \ldots).$$

Параметр c_4 фиксировался по экспериментальной величине вероятности распада $K^+\to\pi^+\pi^0$ (см.(60)), а параметры c_5 и $(-c_I+c_2+c_3)$ – из анализа данных по распадам $K\to 3\pi$ с учетом дополнительной связи между ними, вытекающей из соотношения (6I).

Данные по длинам $\pi\pi$ -рассеяния и вероятности распада $\eta'\to\eta 2\pi$ дают для параметров $\hat{e}^2$ и γ значения, согласующиеся с предсказанием низкоэнергетической киральной КХД-теории, поэтому величины $\hat{e}^2$ и γ фиксировались в соответствии с (I7): $\hat{e}^2 = 4\pi^2$, $\gamma = 1$. Фитирование экспериментальных данных, табл.3, приводит к следующим значениям свободных параметров:

$(-c_I+c_2+c_3) = 5{,}9 \pm 1{,}0$; $c_5 = -0{,}129 \pm 0{,}041$; $\Lambda_T^{QCD}/\Lambda_T^{\text{экси.}} = -0{,}4\pm 0{,}3$.
Описание канала $K_L^0\to\pi^+\pi^-\pi^0$, по-видимому, может быть улучшено с помощью учета диаграмм с η -полюсом. Следует также отметить, что необходимость параметризовать однопетлевые вклады (63) в виде разложения по степеням переменных X и Y приводит к некоторой потере точности теоретического описания далитц-плотов распадов $K\to 3\pi$. Полученные результаты поэтому носят в некотором смысле предварительный характер. Мы не обсуждаем также абсолютные значения параметров c_5 и $(-c_I+c_2+c_3)$, поскольку в рассмотренном феноменологическом подходе они

Таблица 3. Параметры распадов $K \to 3\pi$

Параметры	Эксперимент [65]	Глобальный фит [67]	Киральная КХД-теория
B_{++-}	0,0559 ± 0,0003	0,0560 ± 0,0003	0,0552
g_{++-}	-0,2157 ± 0,0031	-0,2128 ± 0,0023	-0,206
h_{++-}	0,0106 ± 0,0044	0,0177 ± 0,0025	0,0113
k_{++-}	-0,0101 ± 0,0034	-0,0071 ± 0,0009	-0,0056
B_{00+}	0,0173 ± 0,0005	0,0165 ± 0,0001	0,0164
g_{00+}	0,607 ± 0,030 (0,588 ± 0,019)*	0,603 ± 0,023	0,618
h_{00+}	0,034 ± 0,020 (0,043 ± 0,030)*	0,056 ± 0,008	0,075
k_{00+}	(0,011 ± 0,007)*	0,0067 ± 0,0012	0,005
B^{L}_{+-0}	0,124 ± 0,002	0,124 ± 0,002	0,138
g_{+-0}	0,670 ± 0,014	0,677 ± 0,008	0,694
h_{+-0}	0,0786 ± 0,0067	0,075 ± 0,005	0,102
k_{+-0}	0,0098 ± 0,0018	0,0076 ± 0,0014	0,004

* Данные из работы [66].

частично перенормируются взаимодействием мезонов в конечном состоянии. Главной задачей проведенного анализа являлось исследование самой возможности выделения вклада правых адронных токов в переходах с $|\Delta T| = 1/2$ с помощью привлечения данных по параметрам наклонов распадов $K \to 3\pi$. Проведенный анализ нелептонных распадов каонов в киральной КХД-теории достаточно надежно подтверждает наличие в переходах с $|\Delta T| = 1/2$ вкладов правых адронных токов, генерируемых на кварковом уровне диаграммами "пингвинового" типа. Более детальный анализ требует существенного уточнения экспериментальных данных по распадам $K \to 3\pi$. Однако уже сейчас анализ распадов $K \to 3\pi$ дает указание на недопустимость тахионных вкладов в лагранжиане киральной КХД-теории.

III. Киральные аномалии

3.1. Киральные аномалии в сильных и электромагнитных процессах

Киральные аномалии играют важную роль в описании многих низкоэнергетических мезонных процессов. Прежде всего именно они ответственны за распады $\pi^0 \to 2\gamma$, $\eta(\eta') \to 2\gamma$. Лагранжиан (14) инвариантен относительно глобальных преобразований $U \to U + i\varepsilon\,[Q, U]$, где ε - параметр преобразования, а Q - матрица зарядов кварков:

$$Q = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}.$$

Требование инвариантности мезонного лагранжиана относительно локальных преобразований $U \to U + i\varepsilon(x)\,[Q, U]$ приводит к калибровочно-инвариантному выражению(см. также (25)):

$$\tilde{\mathcal{L}}_{WZ} = \mathcal{L}_{WZ} - \frac{e}{16\pi^2}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu\, \mathrm{tr}\left(Q L_\nu L_\alpha L_\beta + Q R_\nu R_\alpha R_\beta\right) + \tag{64}$$

$$+ i\,\frac{e^2}{24\pi^2}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,\partial_\mu A_\nu A_\alpha\, \mathrm{tr}\left(Q^2 L_\beta + Q^2 R_\beta + Q U Q U^+ L_\beta\right),$$

где два последних члена описывают аномальное взаимодействие псевдоскалярных мезонов с электромагнитным полем.

Часть лагранжиана (64), ответственного за распад $\pi^0 \to 2\gamma$, имеет вид

$$\mathcal{L}_{\pi^0\to 2\gamma} = -\frac{e^2}{32\pi^2 F_\pi}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}\,\pi^0, \tag{65}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

а ширина распада

$$\Gamma_{\pi^0\to 2\gamma} = \frac{m_\pi^3}{64\pi}\left|T_{\pi^0\to 2\gamma}\right|^2, \qquad T_{\pi^0\to 2\gamma} = \frac{e^2}{4\pi^2 F_\pi}.$$

Аналогичным образом можно описать также распады $\eta, \eta' \to 2\gamma$. При этом важно учитывать смешивание псевдоскалярных нейтральных полей, обусловленное нарушением $\mathcal{L}_{SB}$ (11):

$$\pi_0 = 0{,}95\,\eta' - 0{,}31\,\eta + 0{,}9\times 10^{-2}\,\pi^0,$$
$$\pi_8 = -0{,}31\,\eta' - 0{,}95\,\eta + 1{,}?\times 10^{-2}\,\pi^0,$$
$$\pi_3 = -0{,}33\times 10^{-2}\,\eta' + 1{,}9\times 10^{-2}\,\eta + 0{,}999\,\pi^0.$$

Численные значения ширин распадов

$\Gamma_{\pi^0\to2\gamma}$ = 7,4 эВ, $\Gamma_{\eta\to2\gamma}$ = 382 эВ, $\Gamma_{\eta'\to2\gamma}$ = 4,5x10^3 эВ

хорошо согласуются с экспериментальными данными:

$$\Gamma_{\pi^0\to2\gamma} = (7,8 \pm 0,5)\ \text{эВ}, \quad \Gamma_{\eta\to2\gamma} = (323 \pm 54)\ \text{эВ},$$

$$\Gamma_{\eta'\to2\gamma} = (5,8 \pm 1,2)\ \text{эВ}.$$

Из лагранжиана (64) можно выделить также другие аномальные вершины, например аномалию $\gamma\to3\pi$:

$$\mathcal{L}_{\gamma\to3\pi} = \frac{e}{4\pi^2F_\pi^3}\,A_\mu\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,\partial_\nu\pi^+\,\partial_\alpha\pi^-\,\partial_\beta\pi^0\,. \qquad (66)$$

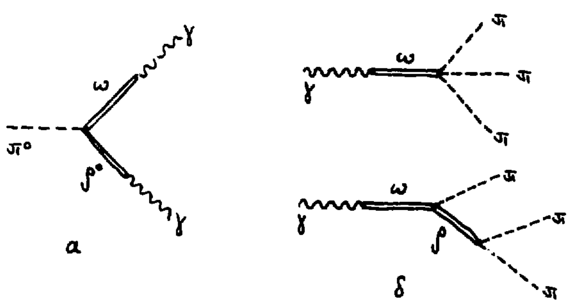
В рамках кирального лагранжиана (64) удовлетворяется низкоэнергетическая теорема /66/:

$$T_{\gamma\to3\pi} = \frac{1}{eF_\pi^2}\,T_{\pi^0\to2\gamma} = \frac{e}{4\pi^2F_\pi^3} = 9,2\ \text{ГэВ}^{-3}. \qquad (67)$$

Распад $\pi^0\to2\gamma$ в модели векторной доминантности описывается диаграммой рис.2а с аномальной $VV\pi$ -вершиной (31). Соответствующая амплитуда имеет вид

$$T^{(VD)}_{\pi^0\to2\gamma} = \frac{2}{3}\,e^2 g_{VV\pi}$$

и в точности воспроизводит результат, полученный с помощью эффективного лагранжиана (65).



.2

Аномалия $\gamma\to3\pi$ ...сывается диаграммами рис.2б с аномальными $V\pi\pi\pi$- и $VV\pi$ ...шинами (32),(31). Амплитуда $\gamma\to3\pi$ связана с амплитудой распада $\omega\to3\pi$ соотношением

$$T^{(VD)}_{\gamma\to3\pi} = \frac{1}{3}\,\frac{e}{g_V}\,T^{(VD)}_{\omega\to3\pi}\,, \qquad (68)$$

$$T^{(VD)}_{\omega\to3\pi} = -\frac{3}{4}\,h + g_V\,g_{VV\pi}\left(\frac{1}{m_\rho^2-m^2_{\pi^+\pi^-}} + \frac{1}{m_\rho^2-m^2_{\pi^+\pi^0}} + \frac{1}{m_\rho^2-m^2_{\pi^-\pi^0}}\right),$$

где $m_{\pi\pi}$ -эффективные массы соответствующих пионных пар. Учет смешивания псевдоскалярных и аксиально-векторных полей (27) приводит к результату, существенно отличающемуся от (67):

$$T^{(VD)}_{\gamma\to 3\pi} \approx \frac{13}{8}\,\frac{e}{4\pi^2 F_\pi^3} = 14,9\ \text{ГэВ}^{-3}. \qquad (69)$$

При выводе этой формулы было использовано соотношение (29) и приближение $m_\rho^2 \gg m^2_{\pi^+\pi^-},\ m^2_{\pi^+\pi^0},\ m^2_{\pi^-\pi^0}$.

Нарушение низкоэнергетической теоремы (67) в векторной доминантности уже обсуждалось в работах /69/. Векторная доминантность дает для амплитуды перехода $\gamma\to 3\pi$ значение (69), завышенное в полтора раза по сравнению с (67). С другой стороны, амплитуда (68) приводит к ширине распада $\Gamma^{(VD)}_{\omega\to 3\pi} = 7,6$ МэВ, в то время как экспериментальное значение $\Gamma^{\text{эксп.}}_{\omega\to 3\pi} = (8,9 \pm 0,3)$ МэВ. Недавно амплитуда перехода $\gamma\to 3\pi$ была измерена в эксперименте по образованию пионных пар при рассеянии отрицательных пионов в кулоновском поле ядра /70/:

$$T^{\text{эксп.}}_{\gamma\to 3\pi}(q_\gamma^2 = 0) = (13,0 \pm 0,9 \pm 1,3)\ \text{ГэВ}^{-3}. \qquad (70)$$

Экспериментальное значение (70) из-за больших статистической и систематической ошибок не позволяет проверить низкоэнергетическую теорему (67) с необходимой точностью. В работе /71/ рассматривалась роль формфактора $\rho\pi\pi$ -вершины при описании процессов $\gamma\to 3\pi$, $\omega\to 3\pi$ в модели векторной доминантности. Однако в этой работе не учтено смешивание псевдоскалярных и аксиально-векторных мезонов. Если же учесть одновременно формфактор $\rho\pi\pi$ -вершины /70/ и πA -смешивание, то получим $T^{(VD)}_{\gamma\to 3\pi} \approx 1/8\ e^2/(4\pi^2 F_\pi^3)$, что радикально отличается и от эксперимента, и от предсказания низкоэнергетической теоремы (67). С точки зрения теории еще не ясно, является ли указанная проблема следствием двойного счета или же существуют какие-то другие, более глубокие физические причины обсуждаемого противоречия.

Таким образом, векторная доминантность позволяет не только воспроизвести ряд результатов, полученных с помощью лагранжиана (64), но и приводит к новым следствиям. Это перенормировка псевдоскалярных мезонных полей вследствие их смешивания с аксиально-векторными полями, а также возможность описывать сильные и электромагнитные процессы с $VV\pi$ -, $VVV\pi$ - и $V\pi\pi\pi$ -переходами. Легко заметить, что калибровочно-инвариантное обобщение лагранжиана $\mathcal{L}_{W2}$ (25) будет описывать такие процессы, в которых не сохраняется произведение так называемых "внутренних" четностей частиц. Внутренняя четность частицы определяется следующим образом: она считается равной +I, если поле частицы преобразуется как обычный тензор соответствующего ранга, и равной -I, если ее поле преобразуется как псевдотензор того же ранга. В соответствии с этим определением внутренняя четность псевдоскалярных и аксиально-векторных мезонов отрицательна, а для γ-кванта и векторных мезонов – положительна. Киральные аномалии позволяют описать широкий круг процессов с несохранением внутренней четности. Это – радиационные распады псевдоскалярных мезонов $\eta, \eta' \to 2\pi\gamma$; распады векторных мезонов $\rho, \omega, \varphi \to \pi\gamma$, $\rho, \omega, \varphi \to \eta\gamma$, $\varphi \to 3\pi$; распады $\eta \to \omega\gamma$, $\eta' \to \rho\gamma$ и т.п.

Киральные аномалии в сильных и радиационных распадах мезонов рассматривались в работах /5,71-75/. Результаты численных расчетов из разных работ сравниваются с экспериментальными данными в табл. 4. Видно, что киральные аномалии хорошо описывают широкий диапазон вероятностей распадов векторных и псевдоскалярных мезонов с несохранением внутренней четности.

Таблица 4. Аномальные распады псевдоскалярных и векторных мезонов

Распад	Г (кэВ)		
	Модель аномальных кварковых петель /72,73/	Калибровочно-инвариантное обобщение $\mathcal{L}_{WZ}$ /75/	Эксперимент (ссылки в /72,73,75/
$\rho \to \pi\gamma$	86,8	75	68 ± 8
$\omega \to \pi\gamma$	804	833	861 ± 50
$\varphi \to \pi\gamma$	–	6,3	5,8 ± 2,1
$\rho \to \eta\gamma$	54	42,5	55 ± 14
$\omega \to \eta\gamma$	6,4	2	3 ± 2,5
$\varphi \to \eta\gamma$	80	66	63 ± 8
$\eta' \to \omega\gamma$	9,8	9	7,8 ± 1,4
$\eta' \to \rho\gamma$	97	90	84 ± 4,5
$\omega \to 3\pi$	6100	8930	8900 ± 300
$\varphi \to 3\pi$	–	702	677 ± 69
$\eta \to 2\pi\gamma$	0,084	0,036	0,042 ± 0,006
$\eta' \to 2\pi\gamma$	82,7	82	91 ± 29

3.2. $K_{\ell 4}$ -распады

Амплитуда распада $K^+ \to \pi^+\pi^- \bar{e}\nu$ имеет вид

$$T_{K_{\ell 4}} = \frac{i}{m_K} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin\theta_c \Big\{ f(p_- + p_+)_\mu + g(p_- - p_+)_\mu + r(k - p_- - p_+)_\mu +$$
$$+ \frac{ih}{m_K^2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\nu (p_- + p_+)_\alpha (p_- - p_+)_\beta \Big\} \left[\bar{u}_e \gamma_\mu (1+\gamma_5) u_\nu \right],$$

где k, p_-, p_+ – 4-импульсы K^+-, π^-- и π^+-мезонов; f, g, r – аксиальные формфакторы; h – векторный формфактор.

Основной вклад в аксиальные формфакторы f, g, r дает древесное приближение (диаграммы рис.3а,б):

$$f = g = \frac{m_K}{\sqrt{2}\,F_\pi}\,, \qquad r = \sqrt{2}\,\frac{m_K}{F_\pi}\,\frac{q\cdot p_+}{m_K^2 - q^2}\,,$$

где $q = k - p_+ - p_-$ – 4-импульс лептонной пары.

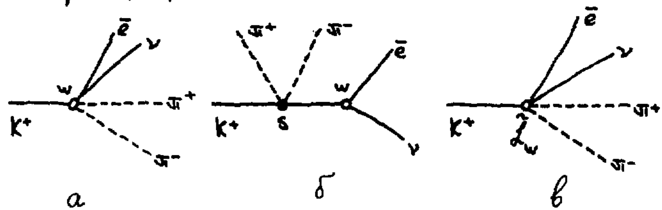


Рис.3

Векторный формфактор связан с аномальным током $(\tilde{J}^V)_\mu^{4+i5}$, который представлен в (21) последним слагаемым

$$(\tilde{J}^V)_\mu^i = -\frac{N_c}{3\pi^2 F_\pi^3}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,tr(\lambda^k \pi_\nu \pi_\alpha \pi_\beta) =$$

$$= -\frac{N_c}{12\pi^2 F_\pi^3}\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, d_{iam} f_{bcm}\, \partial_\nu \pi^a \partial_\alpha \pi^b \partial_\beta \pi^c$$

и определяет борновскую диаграмму, рис.3в. Эта диаграмма описывается лагранжианом вида

$$\mathcal{L}_w = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin\theta_c\, (\tilde{J}^V)_\mu^{4+i5} \left[\bar e \gamma_\mu (1+\gamma_5)\nu_{(e)}\right] =$$

$$= G_F \sin\theta_c\, \frac{i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}}{4\pi^2 F_\pi^3}\, \partial_\nu K^- \partial_\alpha \pi^+ \partial_\beta \pi^- \left[\bar e \gamma_\mu (1+\gamma_5)\nu_{(e)}\right] + \ldots$$

Соответствующий векторный формфактор

$$h = -\frac{\sqrt{2}}{\pi^2}\left(\frac{m_K}{2F_\pi}\right)^3 = -2{,}68. \qquad (71)$$

Точно такой же результат был получен в /76/ при вычислении аномальных кварковых петель. Результат (71) прекрасно согласуется с экспериментальным формфактором $h^{\text{эксп.}} = (-2{,}68 \pm 0{,}68)$ /61/.

3.3. Распады $K \to 2\pi\gamma$

В процесс $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$ дают вклад два механизма: тормозное излучение K^+- и π^+-мезонов в распаде $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ (IB - *inner bremsstrahlung*) и структурное излучение (DE - *direct emission*), не связанное с тормозными процессами. Распад $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ подавлен правилом отбора $|\Delta T| = 1/2$ и не может идти только за счет переходов с $|\Delta T| = 3/2$. Это приводит также к сильному подавлению тормозного излучения в распаде $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$, причем

$$T^{IB}_{K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma} = -e\varepsilon_\mu T^{(|\Delta T| = 3/2)}_{K^+ \to \pi^+ \pi^0} \left(\frac{p_{+\mu}}{q \cdot p_+} - \frac{k_\mu}{q \cdot k} \right),$$

где ε_μ - вектор поляризации фотона; k , p_+ , q - соответственно 4-импульсы каона, π^+-мезона и γ-кванта. Для прямого структурного излучения в распаде $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$ такого подавления нет, благодаря чему возможно выделение структурного излучения в эксперименте.

Амплитуду структурного излучения можно представить в виде суммы амплитуд прямых магнитного (M1) и электрического (E1) дипольных переходов /78/:

$$T^{DE}_{K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma} = T_{M1} + T_{E1},$$

$$T_{M1} = ie\,\varepsilon_\mu h_{M1} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\nu p_{+\alpha} q_\beta,$$

$$T_{E1} = -e\varepsilon_\mu h_{E1} \left[(q \cdot k) p_{+\mu} - (q \cdot p_+) k_\mu \right],$$

где h_{M1} , h_{E1} - действительные формфакторы соответствующих переходов. В отличие от тормозного излучения, в амплитуду структурного излучения дают вклад как переходы с $|\Delta T| = 3/2$, так и переходы с $|\Delta T| = 1/2$.

Амплитуда M1-перехода полностью обусловлена вкладами киральных аномалий и описывается полюсными диаграммами, рис.4. В работе /79/ амплитуда структурного E1-перехода в распаде $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$ вычислялась в однопетлевом приближении квантовой киральной теории. Было показано, что при суммировании диаграмм с треугольными и четырехугольными петлями, описывающими неаномальную часть структурного перехода $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$ с $|\Delta T| = 1/2$, происходит их полная взаимная компенсация. Таким образом, структурное излучение в радиационном распаде $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \gamma$ целиком обусловлено магнитным дипольным переходом M1.

В работе /80/ получена оценка $B^{(VD)}_{M1} = 1{,}8 \times 10^{-5}$. Учитывалось кинематическое обрезание 55 МэВ $< T_{\pi^+} <$ 90 МэВ, используемое при анализе экспериментальных данных[81]. Теоретическая оценка согласуется с экспериментом:

$$B^{\text{эксп.}}_{DE} = \begin{cases} (1,56 \pm 0,35 \pm 0,50)\times10^{-5} \; /81/, \\ (2,05 \pm 0,45)\times10^{-5} \; /82/. \end{cases}$$

Таким образом, расчеты подтверждают, что структурное излучение в распаде $K^+ \to \pi^+\pi^0\gamma$ целиком обусловлено прямым MI-переходом, связанным с аномальными диаграммами, рис.4. Аналогичное рассмотрение можно провести и для радиационного распада $K^0_L \to \pi^+\pi^-\gamma$, структурное излучение в котором также полностью определяется вкладами киральных аномалий[83].

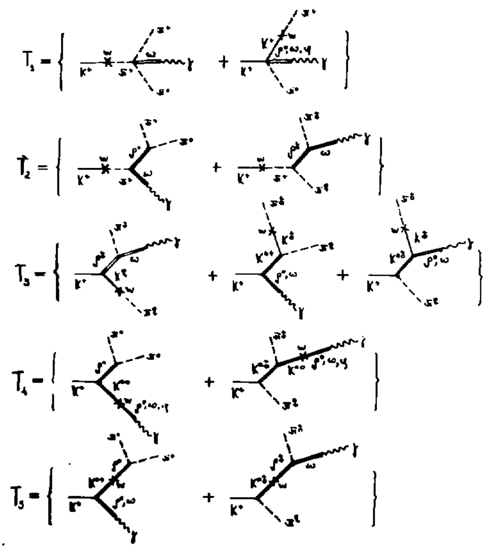


Рис.4

В работах[84-86] обсуждалась возможность поиска эффектов CP-нарушения в распадах $K^+ \to \pi^+\pi^0\gamma$. В ее основе лежит предположение, что в случае CP-нарушения должна возникнуть разность фаз между тормозной ($|\Delta T| = 3/2$) и структурной ($|\Delta T| = 1/2$) амплитудами распада $K^+ \to \pi^+\pi^0\gamma$. Это должно приводить к зарядовой асимметрии распадов $K^\pm \to \pi^\pm\pi^0\gamma$, обусловленной интерференцией тормозной и структурной амплитуд. Однако в экспериментах[81,82,87] ни зарядовая асимметрия, ни вообще какие-либо интерференционные вклады обнаружены не были. Результаты работ[79,80] позволяют понять существующую экспериментальную ситуацию.

Действительно, вклад киральных аномалий, которые полностью определяют структурное излучение в распаде $K^+\to\pi^+\pi^0\gamma$, соответствует MI-переходу, амплитуда которого не интерферирует с амплитудой тормозного излучения. Интерферировать может только амплитуда EI-перехода, но в случае структурного излучения с $|\Delta T| = 1/2$ она практически полностью подавлена/79/. Таким образом, отсутствие EI-перехода делает невозможным поиск CP-нарушения в распадах $K^\pm\to\pi^\pm\pi^0\gamma$, поскольку возникающая из-за CP-нарушения разность фаз между тормозной и структурной амплитудами может проявляться в зарядовой асимметрии этих распадов только за счет интерференционных эффектов. Тем не менее радиационный распад $K^+\to\pi^+\pi^0\gamma$ представляет не меньший интерес как с точки зрения экспериментального изучения киральных аномалий, так и как источник дополнительной информации о нелептонных переходах $K\to\pi$.

3.4. Распад $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$

Распад $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$ представляет собой чисто структурный переход, поскольку в силу калибровочной инвариантности электромагнитных взаимодействий все диаграммы тормозного излучения взаимно компенсируются, и тормозной вклад в распад $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$ отсутствует. Амплитуда распада $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$ определяется полюсными диаграммами, рис.5, и включает в себя как неаномальную часть, связанную, в частности, с поляризуемостью заряженных пионов и каонов/88/, так и аномальные диаграммы с $VVV\pi$ - и $VV\pi$ -вершинами.

Для вклада поляризуемости заряженных пионов в амплитуду распада $K^+\to\pi^+\gamma\gamma$ (диаграмма, рис.5а) получим выражение/80/

$$T^{(\gamma\gamma\to\pi\pi)}_{K^+\to\pi^+\gamma\gamma} = 2\sqrt{2}\,G_F F_\pi^2 \varepsilon^1_\mu \varepsilon^2_\mu \left[g_{\mu\nu}(q_1\cdot q_2) - q_{1\nu} q_{2\mu}\right] \times \frac{m_K^2}{m_\pi^2 - m_K^2}\left[\tilde\beta^{(\pi)}(q_1\cdot q_2) + \tilde\beta^{(q)}\right],$$

$$\beta^{(\pi)}(q_1\cdot q_2) = \left[\frac{1-(m_K^2+m_\pi^2)/m_\pi^2}{4\bar s} + 1\right]\frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}\left(f^2(\bar s)/\bar s - 1\right),$$

$$\tilde\beta^{(q)} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{(2\pi F_\pi)^2}.$$

Здесь ε^1, ε^2 и q_1, q_2 - соответственно векторы поляризации и 4-импульсы фотонов; $\tilde\beta^{(\pi)}$, $\tilde\beta^{(q)}$ - соответственно вклады пионных и кварковых петель; $\bar s = (q_1\cdot q_2)/(2m_\pi^2)$;

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2}\, i \ln\left(\frac{1+(1-1/\xi)^{1/2}}{1-(1-1/\xi)^{1/2}}\right) + \frac{\pi}{2}, & \xi \geq 1; \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\xi}-1\right)^{-1/2}, & 0 \leq \xi \leq 1. \end{cases}$$

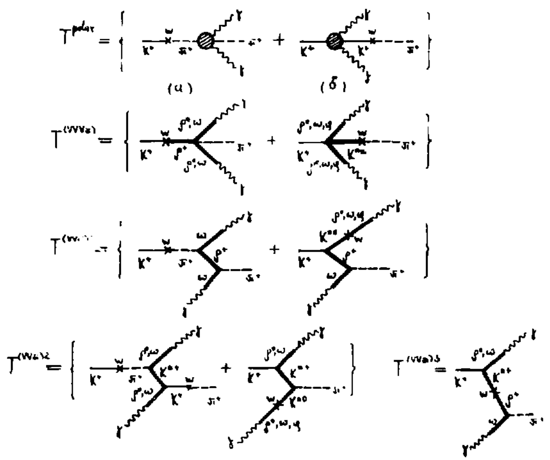


Рис.5

Вклад поляризуемости заряженных каонов (диаграмма, рис.5б) пропорционален отношению $m_\pi^2/(m_K^2 - m_\pi^2)$ и подавлен по сравнению с вкладом поляризуемости пионов фактором $m_\pi^2 / m_K^2 = 0{,}08$.

В аномальную часть амплитуды распада $K^+ \to \pi^+\gamma\gamma$ дают вклады диаграммы, рис.5, с аномальными $VVV\pi$ - и $VV\pi$ -вершинами:

$$T^{\text{аном.}}_{K^+\to\pi^+\gamma\gamma} = e^2 \varepsilon_{\alpha\beta\mu_1\mu_2}\, \varepsilon^1_{\mu_1}\, \varepsilon^2_{\mu_2}\, (q_1-q_2)_\beta\, T^{(VVV\pi)}_{\alpha} +$$

$$+\, i e^2 \varepsilon_{\sigma\mu_1\alpha\beta}\, \varepsilon_{\sigma\mu_2\alpha'\beta'}\, \varepsilon^1_{\mu_1}\, \varepsilon^2_{\mu_2}\, q_{1\alpha}\, q_{2\alpha'} \left\{ \sum_{i=1}^{3} T^{(VV\pi)i}_{\beta\beta'} \right\}.$$

Парциальная вероятность распада $K^+ \to \pi^+\gamma\gamma$ является суммой вкладов поляризуемости пионов ($B^{(\gamma\gamma\to\pi\pi)}$) и $VVV\pi$ -, $VV\pi$ -аномалий ($B^{(VVV\pi)}$, $B^{(VV\pi)}$)/80/:

$B^{(\gamma\gamma\to\pi\pi)} = 2{,}5\text{x}10^{-7}$, $B^{(VVV\pi)} = 1{,}5\text{x}10^{-6}$, $B^{(VV\pi)} = 5{,}0\text{x}10^{-10}$.

Полная вероятность $B^{\text{теор.}} = 1{,}7\text{x}10^{-6}$ всего в пять раз ниже верхней экспериментальной границы/89/: $B^{\text{эксп.}}_{K^+\to\pi^+\gamma\gamma} < 8{,}4\text{x}10^{-6}$.

Расчеты в рамках модели векторной доминантности показывают, что доминирующим механизмом распада $K^+ \to \pi^+ \gamma\gamma$ являются киральные аномалии $VVV\pi$ -типа.

Заключение

Проведенный анализ низкоэнергетических мезонных процессов показывает, что современные киральные лагранжианы, получаемые из кварковых моделей, в том числе из КХД, в настоящее время в основном согласуются с экспериментальными данными. Результаты расчетов свидетельствуют, что изучение распадов мезонов является более эффективным методом проверки теории, чем измерение параметров мезон-мезонного рассеяния.

Данные по длинам $\pi\pi$ - и πK-рассеяний не позволяют зафиксировать жестко параметры кирального p^4-лагранжиана. Дальнейшее повышение точности измерения длин $\pi\pi$ - и πK-рассеяний существенно ограничено модельной зависимостью получаемых результатов. В связи с этим особый интерес представляет поиск новых источников экспериментальной информации о параметрах рассеяния мезонов мезонами, одним из которых может стать измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK-димезоатомов /57/.

Распады мезонов позволяют осуществить более прямую связь теории с экспериментом. Например, использование информации о ширине распада $\eta' \to \eta 2\pi$ непосредственно подтверждает существование нескирмовской добавки в лагранжиане (15), что представляет важность с точки зрения современных идей описания барионов с помощью нелинейных солитонов.

Данные по каонным распадам наряду с проверкой киральной КХД-теории позволяют исследовать феноменологическую структуру эффективного лагранжиана, описывающего нелептонные переходы с $|\Delta S| = 1$. Показано, что совместный анализ распадов $K \to 2\pi$ и $K \to 3\pi$ дает возможность не только разделить переходы с $|\Delta T| = 1/2$ и $|\Delta T| = 3/2$, но также выделить в переходах с $|\Delta T| = 1/2$ вклады левых и правых мезонных токов. Такой анализ даст новую экспериментальную информацию о роли "пингвиновых" диаграмм в усилении переходов с $|\Delta T| = 1/2$ в нелептонных распадах каонов.

Киральные аномалии широко обсуждаются в литературе. Мы рассмотрели их роль в описании радиационных распадов каонов $K \to 2\pi\gamma$, $K \to \pi 2\gamma$. Показано, что в пределах возможных в настоящее время точностей эксперимента невозможно обнаружение эффектов CP-нарушения в распадах $K^\pm \to \pi^\pm \pi^0 \gamma$. Существуют также еще не до конца понятые теоретические проблемы, связанные с нарушением низкоэнергетических теорем. Теоретические неоднозначности пока нельзя устранить с помощью привлечения данных эксперимента.

В заключение авторы благодарят А.А.Андрианова, В.Н.Болотова, Л.Л.Неменова, Ю.В.Новожилова, Р.Пичеи, Ю.Д.Прокошкина за полезные обсуждения.

Литература

1. Schwinger J. Phys.Lett., 1967, B24, 473;
   Weinberg S. Phys.Rev.Lett., 1967, 18, 507.
2. Coleman S., Wess I., Zumino B. Phys.Rev., 1969, 177, 2239.
3. Волков Д.В. ЭЧАЯ, I973, 4, 3.
4. Волков М.К., Первушин В.Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М., Атомиздат, I978.
5. Ebert D., Volkov M.K. Forschr. d. Physik, 1981, 29, 35.
6. Witten E. Nucl.Phys., 1983, B222, 422.
7. Wess J., Zumino B. Phys.Lett., 1971, B37, 95.
8. Kleinert H. On the Hadronization of Quark Theories. Preprint FUB HEP 76/14, Institut für Theoretische Physik, Freie Univ. Berlin, 1976.
9. Первушин В.Н., Рейнхардт Х., Эберт Д. ЭЧАЯ, I979, I0, 444.
10. Di Vecchia P., Veneziano G. Nucl.Phys., 1980, B171, 253;
    Di Vecchia P. et al. Nucl.Phys., 1981, B181, 318;
    Волков М.К. ЭЧАЯ, I982, I3, I070.
11. Eguchi T. Phys.Rev., 1976, D14, 2755;
    Kikkawa K. Prog.Theor.Phys., 1976, 56, 947.
12. Ebert D., Volkov M.K. Z.Phys.C: Particles and Fields, 1983, 16, 205;
    Volkov M.K. Ann.Phys., 1984, 157, 282;
    Волков М.К. ЭЧАЯ, I986, I7, 433.
13. Dhar A., Wadia S.R. Phys.Rev.Lett., 1984, 52, 959;
    Dhar A., Shankar R., Wadia S.R. Phys.Rev., 1985, D31, 3256.
14. Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V. Phys.Lett., 1985, B153, 422;
    Andrianov A.A. Phys.Lett., 1985, B157, 425;
    Андрианов А.А. и др. Препринт ИТФ-86-I9Р, Киев, I986;
    Andrianov A.A. et al. Lett. in Math.Phys., 1986, 11, 217.
15. Balog J. Phys.Lett., 1984, 149B, 197.
16. Simic P. Phys.Rev.Lett., 1985, 55, 40.
17. Карчев Н.И., Славнов А.А. ТМФ, I985, 65, I92.

18. Ebert D., Rainhardt M. Nucl.Phys., 1986, B271, 188; Phys.Lett., 1986, B173, 453.
19. Gonzules D., Redlich A.N. Phys.Lett., 1984, 147B, 150.
20. Gasser J., Leutwyler H. Ann.Phys., 1984, 158, 142.
21. Gasser J., Leutwyler H. Nucl.Phys., 1985, B250, 465.
22. Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R. Phys.Rev.Lett., 1984, 53, 747.
23. Adler S.L., Devis A.C. Nucl.Phys., 1984, B224, 469; Le Yaonne A. et al. Phys.Rev., 1985, D31, 137.
24. Бельков А.А., Бунятов С.А., Первушин В.Н. ЯФ, I980,32, 2I2.
25. Kazakov D.A., Pervushin V.N. Pushkin S.V. J.Phys. A. Math. Gen., 1978, 11, 2093.
26. Бельков А.А. и др. Пион-пионное взаимодействие. М.,Энергоатомиздат, I985.
27. Nambu Y., Jona-Lasinio G. Phys.Rev., 1961, 122, 345; 1961, 124, 246.
28. Brockmann P.L., Goldman T., Haymaker R.W. Phys.Rev., 1981, D24, 724.
29. Skyrme T.H.R. Proc.Roy.Soc., 1961, 260, 127; 262, 237; Skyrme T.H.R. Nucl.Phys., 1962, 31, 550, 556.
30. Kosenzweig C., Schechter J., Trakern G. Phys.Rev., 1980, D21, 3388; Arnowitt R., Nath P. North Eastern Preprint NUMB-2445; 2468; 2469, 1980.
3I. Филиппов А.Т. ЯФ, I979, т.29, с.I035; УФН, I982, т.I37, с.20I; Filippov A.T. In: Neutrino-77. M., Nauka, 1978; In: Neutrino-78. Lafayette: Purdue Univ., 1978.
32. Некрасов М.Л., Рочев В.Е. Препринт ИФВЭ 86-I25, 86-I86, Серпухов, I986.
33. Kaymakcalan D., Rajev S., Schechter J. Phys.Rev., 1984, D30,594; Gomm H., Kaymakcalan O., Schechter J. Phys.Rev., 1984, D30, 2345; Kaymakcalan O., Schechter J. Phys.Rev., 1985, D31, 1109.
34. Brikaye Y., Pak N.K., Rossi P. Phys.Lett., 1981, 149B, 191; Nucl.Phys., 1985, B254, 71.
35. Ebert D., Reinhardt M. Preprint JINR E2-86-274, Dubna, 1986.
36. Peterson J.L. Acta Phys.Polonica, 1985, B16, 271.
37. Gasiorowich S., Geffen D.A. Rev.Mod.Phys., 1969, 41, 531.
38. Schechter J., Ueda Y. Phys.Rev., 1969, 188, 2184.
39. Сакураи Дж. Токи и мезоны. М., Атомиздат, I972.
40. Ebert D., Pervushin V.N., Kaschluhn L. Zeuthen Preprint PHE 1-87, 1987.
41. Kawarabayashi K., Suzuki M. Phys.Rev.Lett., 1966, 16, 255; Riazuddin, Fayazuddin, Phys.Rev., 1966, 147, 1071.

42. Волков М.К., Первушин В.Н. ЯФ, 1974, 19, 652.
43. Pervushin V.N., Volkov M.K. Phys.Lett., 1975, B58, 177.
44. PDG, Phys.Lett., 1986, 170B, 1.
45. Bowler M.G. Oxford Univ.Preprint 76/86, 1986.
46. Kroll N., Lee T.D., Zumino B. Phys.Rev., 1967, 157, 1376.
47. Ecker G., Honerkamp J. Nucl.Phys., 1973. 52B, 211.
48. Pervushin V.N., Volkov M.K. Nuovo Cim., 1975, A27, 277.
49. Nagles M.M. et al. Nucl.Phys., 1979, B147, 189.
50. Roy S.M. Phys.Lett., 1971, B36, 353.
51. Estebrook P. et al. Nucl.Phys., 1978, B133, 494.
52. Johanneson N., Nilsson G. Nuovo Cim., 1978, A43, 376.
53. Karabarbonnis A., Shane G. J.Phys.: Nucl.Phys., 1980, 66, 583.
54. Dreser S., Bauman K., Thirring W. Phys.Rev., 1954, 96, 774.
55. Uretsky J., Palfrey J. Phys.Rev., 1961, 121, 1798.
56. Биленький С.М. и др. ЯФ, 1969, 10, 812.
57. Неменов Л.Л. ЯФ, 1985, 42, 218.
58. Бельков А.А., Первушин В.Н., Ткебучава Ф.Г. ЯФ, 1986, 44, 466.
59. Ефимов Г.В., Иванов М.А., Любовитский В.Е. ЯФ, 1986, 44, 460.
60. Волков М.К. ТМФ, 1987, 71, 381.
61. Aldi D. et al. Phys.Lett., 1986, B17, 115.
62. Belkov A.A., Ebert D., Pervushin V.N. Phys.Lett., 1987, B 193, 315.
63. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl.Phys., 1977, B120, 316.
64. Бельков А.А., Ланев А.В. Препринт ИВФЭ 87-20, Серпухов, 1987.
65. PDG, Phys.Lett., 1986, 170B, 1.
66. Болотов В.Н. и др. ЯФ, 1986, 44, 117.
67. Devlin T.J., Dickey J.O. Rev.Mod. Phys., 51, 237.
68. Adler S.L., Lee B.W., Treiman S.B. Zee A. Phys.Rev., 1971, D4, 3497;
Terent'ev M.V. Phys.Lett., 1972, 38B, 419;
Aviv R., Zee A. Phys.Rev., 1972, D5, 2372.
69. Rudas S. Phys.Lett., 1984, 145B, 281;
Fujiwara T. et al. Progr. Theor.Phys., 1985, 75, 926.
70. Antipov Yu.M. et al. Phys.Rev.Lett., 1986, 56, 796.
71. Волков М.К. и др. ОИЯИ, Р2-86-330, Дубна, 1986.
72. Volkov M.K. Ann.Phys., 1983, 157, 282.
73. Ebert D., Volkov M.K. Proc.Intern.Seminar *on High Energy Phys. and* Quantum Field Theory, Protvino, July 1982, v.11, p.159.
74. McKay D.W., Munczek H.J. Phys.Rev., 1985, D32, 266.
75. Сабов В.И. УФЖ, 1984, 29, 1469.
76. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1980, 32, 503.

77. Rosselet L. et al. Phys.Rev., 1977, D15, 574.
78. Good J.D. Phys.Rev., 1959, 113, 352.
79. Бельков А.А., Первушин В.Н., Сариков Н.А. Сообщение ОИЯИ Р2-85-I06, Дубна, I985.
80. Бельков А.А. и др. ЯФ, I968, 44, 690.
81. Abrams R.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1972, 29, 1118.
82. Болотов В.Н. и др. ЯФ, I987, 45, I652.
83. Бельков А.А., Сариков Н.А. Препринт ИФВЭ 84-I29, Серпухов, I984.
84. Burshay S. Phys.Rev.Lett., 1967, 18, 515.
85. Costa G., Kabir P.K. Phys.Rev.Lett., 1967, 18, 429.
86. Christ N. Phys.Rev., 1967, 159, 1292.
87. Smith V.M. et al. Nucl.Phys., 1976, 109B, 173.
88. Pervushin V.N., Volkov M.K. Phys.Lett., 1975, 55B, 405.
89. Asano Y. et al. Phys.Lett., 1982, 113B, 195.

Рукопись поступила в издательский отдел
I сентября I988 года.

ПЕРЕЧЕНЬ

лекций, вышедших с 1974 в ОИЯИ

Фаустов Р.Н. Связанная система частиц в квантовой электродинамике. Вып.1. ОИЯИ, Дубна, 1974.

Синаев А.Н. Современные аппаратурные системы модульной структуры, используемые при создании измерительно-вычислительных комплексов /КАМАК, ВЕКТОР/. Вып.2. ОИЯИ, 8507, Дубна, 1975.

Волков Д.В. Кварки как следствие дуальности. Вып.3. ОИЯИ, Р2-8765, Дубна, 1975.

Пальчик М.Я., Фрадкин Е.С. Введение в теорию конформно-инвариантных квантовых полей. Вып.4. ОИЯИ, 2-8874, Дубна, 1975.

Замори З. Микропроцессоры. Вып.5. ОИЯИ, Р10-8852, Дубна, 1975.

Биленький С.М. Вопросы физики нейтрино высоких энергий. Вып.6. ОИЯИ, 2-9026, Дубна, 1975.

Малкин И.А., Манько В.И. Инварианты, когерентные состояния и динамические симметрии квантовых систем. Вып.7. ОИЯИ, Р2-9228, Дубна, 1975.

Волков М.К., Первушин В.Н. Квантовая теория поля с киральным лагранжианом и физика мезонов низких энергий. Вып.8. ОИЯИ, Р2-9390, Дубна, 1976.

Басиладзе С.Г. Интегральные схемы с эмиттерной связью и их применение в наносекундной ядерной электронике. Вып.9. ОИЯИ, 13-9744, Дубна, 1976.

Аникин С.А. и др. Перенормированные составные поля в квантовой теории поля. Вып.10. ОИЯИ, Р2-10528, Дубна, 1977.

Шляпников П.В. Множественные процессы и инклюзивные реакции. Вып.11. ОИЯИ, Р2-10681, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Галилеева инвариантность в теории поля. Вып.12. ОИЯИ, Р2-10677, Дубна, 1977.

Бутцев В.С. Явление возбуждения высокоспиновых ядерных состояний и механизм поглощения отрицательных π-мезонов. Вып.13,ОИЯИ,Р15-10847, Дубна, 1977.

Валуев Б.Н. Применение алгебры Клиффорда к решению задачи Изинга - Онсагера. Вып.14. ОИЯИ, Р17-11020, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Нестандартные алгебры квантово-механических наблюдаемых. Вып.15. ОИЯИ, Р4-11497, Дубна, 1978.

Блохинцев Д.И. Квантовая механика. Лекции по избранным вопросам. Вып.16. ОИЯИ, Р2-11728, Дубна, 1978.

Ширикова Н.Ю. Начинающим работать на ЭВМ CDC-6500. Вып.17. ОИЯИ, Р11-11739, Дубна, 1978.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Непрерывные симметрии в теории поля. Вып.18. ОИЯИ, Р2-12029, Дубна, 1978.

Некоторые проблемы физики высоких энергий /сборник/. Вып.19. ОИЯИ, Р2-12080, Дубна, 1978.

Басиладзе С.Г. Электронная регистрирующая аппаратура физического эксперимента. Вып.20. ОИЯИ, Р13-12151, Дубна, 1979.

Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Партоны, жесткие процессы и квантовая хромодинамика. Вып.21. ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Введение в теорию кварков. Вып.22, ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Цветные кварки и глюоны. Вып.23. ОИЯИ, Р2-80-6, Дубна, 1980.

Исаев П.С. Глубоконеупругое рассеяние лептонов на нуклонах. Партонная модель нуклона. Вып.24. ОИЯИ, Р2-80-325, Дубна, 1980.

Казаков Д.И., Ширков Д.В. Суммирование асимптотических рядов в квантовой теории поля. Вып.25. ОИЯИ, Р2-80-462, Дубна, 1980.

Ососков Г.А. Применение методов распознавания образов в физике высоких энергий. Вып.26. ОИЯИ, Р10-83-187, Дубна, 1983.

Малышев В.А. Элементарное введение в математическую физику бесконечно-частичных систем. Вып.27. ОИЯИ, Р17-83-363, Дубна, 1983.

Савушкин Л.Н., Фоменко В Н. Введение в мезонную теорию ядерных взаимодействий и ядерных систем. Вып.28. ОИЯИ, Р4-83-369, Дубна,1983.

Биленький С.М. Осцилляции нейтрино. Вып.29. ОИЯИ, Р2-83-441, Дубна, 1983.

Бужек В. Введение в метод стохастического квантования. Вып.30. ОИЯИ, Р2-84-419, Дубна, 1984.

Шумовский А.С., Юкалов В.И. Фазовые состояния и переходы. Вып.31. ОИЯИ, Р17-85-676, Дубна, 1985.

Владимиров А.А. Введение в квантовые интегрируемые системы. Метод R-матрицы. Вып.32. ОИЯИ, Р17-85-742, Дубна, 1985.

Осипов В.А., Федянин В.К. Полиацетилен и двумерные модели квантовой теории поля. Вып. 33. ОИЯИ, Р17-85-809, Дубна, 1985.

Чжан Ш. Стохастичность в динамических системах. Вып. 34. ОИЯИ, Р17-86-211, Дубна, 1986.

Ефремов А.В. Введение в квантовую хромодинамику. Вып. 35. ОИЯИ, Р2-86-212, Дубна, 1986.

Нестеренко В.В., Червяков А.М. Сингулярные лагранжианы. Классическая динамика и квантование. Вып. 36. ОИЯИ, Р2-86-323, Дубна, 1986.

Пепёлышев Ю.Н. Регистрация нейтронов /современное состояние и перспективы развития/ Вып. 37. ОИЯИ, Р13-86-719, Дубна, 1986.

Боголюбов Н.Н./мл./, Шумовский А.С. Светоизлучение. Вып. 38. ОИЯИ, Р17-87-176, Дубна, 1987.

Пушкаров Д.И. Дефектоны в кристаллах. /Метод квазичастиц в квантовой теории дефектов/. Вып. 39. ОИЯИ, Р17-87-177, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. От современной алгебры к специализированным процессорам. Вып. 40. ОИЯИ, Р10-87-401, Дубна, 1987.

Дубничкова А.З. Непрерывные группы для физиков. Вып. 41, ОИЯИ, Р2-87-197, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. Электронные методы экспериментальной физики высоких энергий. Вып. 42, ОИЯИ, Р1-87-909, Дубна, 1987.

Балдин А.М., Диденко Л.А. Асимптотические свойства адронной материи в пространстве четырехмерных относительных скоростей. Вып. 43, ОИЯИ, Р1-87-912, Дубна, 1987.

Машкевич В.С. Индетерминистская квантовая динамика. Вып. 44, ОИЯИ, Р2-88-150, 1988.

Филиппов А.Т. Введение в теорию суперструн. Вып. 45, ОИЯИ, Р2-88-188, 1988.

Бардин Д.Ю. Прецизионные проверки стандартной теории. Вып. 46, ОИЯИ, Р2-88-189, 1988.

Смирнов В.А., Четыркин К.Г. R^*-операция: техника ренормгрупповых вычислений и другие приложения. Вып.47, ОИЯИ, Р2-88-190, 1988.

Добролюбов М.И., Игнатьев А.Ю., Шапошников М.Е. Элементарные частицы и космология. Вып. 48, ОИЯИ, Р2-88-654, 1988.

Ambjørn J. Non-perturbative Field Theory / Field Theory on a Lattice. Вып.49, ОИЯИ, Е2-88-655, 1988.

Горбатов А.М. Гиперсферический базис в квантовой теории многих тел. Вып.50, ОИЯИ, Р6-88-656, 1988.

Требования, предъявляемые к серии брошюр
"Лекции для молодых ученых ОИЯИ"

Серия брошюр "Лекции для молодых ученых ОИЯИ" издаётся с целью повышения научно-профессионального кругозора и уровня молодых ученых и специалистов ОИЯИ в актуальных областях исследований, ведущихся по тематике Института. Выпуски должны представлять собой законченные циклы лекций, прочитанные в ОИЯИ и ориентированные прежде всего на молодых сотрудников Института.

Лекции должны иметь характер учебного пособия, предназначенного для первого ознакомления с рассматриваемой проблемой, а также содержать обзор её современного соотояния. Они должны быть снабжены подробным оглавлением и основной литературой. Большие параграфы рекомендуется разбивать на подпараграфы с вынесенными в оглавление подзаголовками.

Весь текст, включая отдельные главы и параграфы, следует печатать, заполняя каждую страницу целиком.

Рукопись должна быть напечатана на специальных бланках, предназначенных для прямого репродуцирования, которые можно получить в издательском отделе. Все формулы и схемы должны быть вписаны аккуратно и ясно тушью или чернилами черного цвета. Разметка формул не производится, их нумерация должна находиться в конце строки справа в круглых скобках. Текст лекций печатается на машинке с черной (не серой) лентой через I,5 интервала. Объём лекций не должен превышать I00 страниц машинописного текста.

Рукопись представляется в Редакционный совет серии брошюр "Лекции для молодых ученых ОИЯИ" Советом молодых ученых и специалистов ОИЯИ и Советами молодых ученых и специалистов лабораторий Института. Редакционный совет принимает окончательное решение о целесообразности ее публикации.

Редакционный совет

67 коп.

Редактор Т.Я.Жабицкая. Макет Т.Е.Попеко.

Подписано в печать 29.09.88.
Формат 60х90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 4,54.
Тираж 250. Заказ 41095.
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Дубна Московской области.