

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



P2-8165

М.К.Волков, В.Н.Первушин

ОПИСАНИЕ ПИОННЫХ РАСПАДОВ В КВАНТОВОЙ
КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

We regret that some of the pages in the microfiche copy of this report may not be up to the proper legibility standards, even though the best possible copy was used for preparing the master fiche.

Ранг публикаций Объединенного института ядерных исследований

Препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований /ОИЯИ/ являются самостоятельными публикациями. Они издаются в соответствии со ст. 4 Устава ОИЯИ. Отличие препринтов от сообщений заключается в том, что текст препринта будет впоследствии воспроизведен в каком-либо научном журнале или аperiodическом сборнике.

Индексация

Препринты, сообщения и депонированные публикации ОИЯИ имеют единую нарастающую порядковую нумерацию, составляющую последние 4 цифры индекса.

Первый знак индекса - буквенный - может быть представлен в 3 вариантах:

“Р” - издание на русском языке;

“Е” - издание на английском языке;

“Д” - работа публикуется на русском и английском языках.

Препринты и сообщения, которые рассылаются только в страны-участницы ОИЯИ, буквенных индексов не имеют.

Цифра, следующая за буквенным обозначением, определяет тематическую категорию данной публикации. Перечень тематических категорий изданий ОИЯИ периодически рассылается их получателям.

Индексы, описанные выше, проставляются в правом верхнем углу на обложке и титульном листе каждого издания.

Ссылки

В библиографических ссылках на препринты и сообщения ОИЯИ мы рекомендуем указывать: инициалы и фамилию автора, далее - сокращенное наименование института-издателя, индекс, место и год издания.

Пример библиографической ссылки:

И.И.Иванов. ОИЯИ, Р2-4985, Дубна, 1971.

P2-8165

М.К.Волков, В.Н.Первушин

**ОПИСАНИЕ ПИОННЫХ РАСПАДОВ В КВАНТОВОЙ
КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ**

Направлено в ЯФ

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время для описания низкоэнергетических процессов успешно используется квантовая теория поля с киральной динамической симметрией. Физические результаты, полученные в однопетлевом приближении в работах /1-4/, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными по сильным /1-3/ и электромагнитным /4/ взаимодействиям пионов.

Настоящая работа посвящена вычислению в однопетлевом приближении в квантовой киральной теории амплитуд всех основных распадов пионов

$$\begin{aligned} 1) \pi(\pm) \rightarrow \mu(\pm) \nu(e(\pm) \nu); & \quad 2) \pi(0) \rightarrow \gamma \gamma; \\ 3) \pi(\pm) \rightarrow \mu(\pm) \nu \gamma(e(\pm) \nu \gamma); & \quad 4) \pi(\pm) \rightarrow \pi(0) e(\pm) \nu. \end{aligned} \quad /1/$$

Получены следующие результаты: 1/ показано, что квантовая киральная теория поля в однопетлевом приближении, соответствующем второму порядку теории возмущений по константе $(1/F_\pi^2)$, является теорией, перенормируемой в обычном смысле, если пренебречь самодействием пионов *; 2/ найдена перенормировка константы связи, зависящая от пионной массы; 3/ вычислены вклады

* Как показано в работах /4,5/, вклад в формфактор и в поляризуемость пиона от чистого $\pi-\pi$ -взаимодействия существенно меньше, чем от $\pi-N$ -взаимодействий. Поскольку для интересующих нас распадов пионов подобная ситуация имеет место, мы будем в дальнейшем пренебрегать этими вкладками.

от аксиальных и векторных токов в структурные константы распада $\pi(\pm) \rightarrow \mu(\pm) \nu \gamma$ / \hbar_A и \hbar_V /. Отношение этих констант \hbar_A / \hbar_V хорошо согласуется с экспериментальными данными; 4/ значения структурных констант для процессов $\pi(\pm) \rightarrow \mu(\pm) \nu \gamma$, $\pi(0) \rightarrow \gamma \gamma$, $\gamma \gamma \rightarrow \pi \pi$, найденные в однопетлевом приближении, полностью соответствуют связям, следующим из алгебры токов.

2. ЛАГРАНЖИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для вычисления однопетлевых диаграмм достаточно использовать низшие порядки нелинейного кирального лагранжиана по степеням константы $1/F_\pi$ /см. /1,3-5//. Эта константа определяет кривизну изопространства голдстоуновских частиц-пионов

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{b_3}^{(+)}(x) = & \sqrt{2} g : (\bar{\psi}_n \gamma_5 \psi_p \pi + \bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_n \pi^*) : + g : \bar{\psi}_p \gamma_5 \psi_p \pi^0 + \\ & + \mathcal{L}_\mu^{(+)} [-\sqrt{2} F_\pi \partial_\mu \pi^* + i\sqrt{2} (\pi^* \partial_\mu \pi^0 - \pi^0 \partial_\mu \pi^*) + : \bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \\ & - i g_A \gamma_5) \psi_n :] + i e A_\mu [-i : \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_p : + : (\pi^* \partial_\mu \pi - \pi \partial_\mu \pi^*) : - \\ & - \sqrt{2} F_\pi \pi^* \mathcal{L}_\mu^{(+)}] , \end{aligned} \quad /2/$$

где

$$\mathcal{L}_\mu^{(+)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta : \bar{\mu}(\vec{\epsilon}) \gamma_\mu (1 - i \gamma_5) \nu : , \quad \gamma_5 = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} ,$$

$g_A = 1,25$ - отношение аксиальной и векторной констант связи, g - сильная константа связи, G - слабая константа связи, θ - угол Кабибо, $\psi_{p(n)}$ - поле нуклона с массой M , π - поле пиона с массой m . Поскольку предполагается частичное сохранение аксиального тока, то константы g и F_π связаны соотношением Голдбергера-Треймана

$$g = g_A \frac{M}{F_\pi} . \quad /3/$$

Для амплитуд процессов - Т мы используем стандартное определение, которое, например, для процесса $\pi^{(\pm)} \rightarrow \mu^{(\pm)} \nu \gamma$ выглядит следующим образом:

$$\langle \mu \nu(\ell), \gamma_{\lambda}^{\mu} | S | \pi(p) \rangle = i \frac{(2\pi)^{4} \delta^{(4)}(p-q-\ell)}{\sqrt{4 p^0 q^0}} \epsilon_{\lambda}^{\mu} T_{\mu}^{\nu}, \quad /4/$$

где ϵ_{λ}^{μ} - поляризация фотона, а p , q и ℓ - импульсы пиона, фотона и лептонной пары, соответственно.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУД РАСПАДОВ ПИОНОВ

$$1/ \pi^{(\pm)} \rightarrow \mu^{(\pm)} \nu (e^{(\pm)} \nu),$$

В приближении деревьев /см. диаграмму на рис. 1а/ константа F_{π} совпадает с константой слабого распада пиона $F_{\pi} (m^2)$

$$T_{(\pi \rightarrow \mu \nu)}^B = i p_{\mu} \ell_{\mu}^{(+)} \sqrt{2} F_{\pi}, \quad /5/$$

где $\ell_{\mu}^{(+)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta \bar{u} \gamma_{\mu} (1 - i \gamma_5) u$ - лептонный ток, p_{μ} - импульс пиона и $F_{\pi} \sim F_{\pi} (m^2) = 92 \text{ МэВ}$. Расчет этого процесса, определяющего основной параметр теории, интересен для проверки самосогласованности теории в однопетлевом приближении.

Вклады от диаграмм 1б, 1в с учетом перенормировки массы пиона имеют вид

$$T_{1б/} = T^B \frac{B(\Sigma(p^2) - \Sigma(m^2))}{m^2 - p^2} = T^B (-R(m^2) - m^2 \frac{g_A^2}{6(2\pi F_{\pi})^2}), \quad /6/$$

$$T_{1в/} = \ell_{\mu}^{(+)} g_A \frac{M}{F_{\pi}} \frac{\sqrt{2}}{(2\pi)^4} \int d^4 k \text{ Sp} \{ \gamma_5 (M - \hat{k})^{-1} \gamma_{\mu} \gamma_5 (M - \hat{k} - \hat{p})^{-1} \}$$

$$= T^B R(m^2) \left(\frac{g_A M}{g F_{\pi}} \right)^2 \quad /7/$$

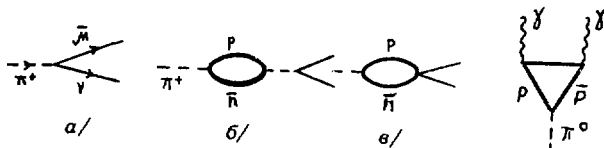


Рис. 1

Рис. 2

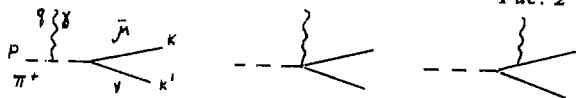


Рис. 3

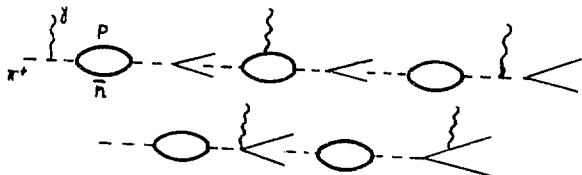


Рис. 4

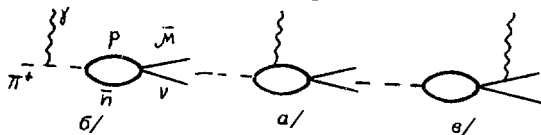


Рис. 5

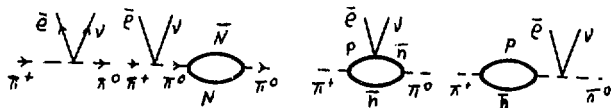


Рис. 6

Здесь введено обозначение

$$\Sigma(p^2) = i \frac{2g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \operatorname{Sp} \{ \gamma_5 (\hat{M} - \hat{k})^{-1} \gamma_5 (\hat{M} - \hat{k} - \hat{p})^{-1} \} = p^2 R(p^2) + \text{const}$$

$$R(p^2) = -i \frac{(2g)^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(M^2 - k^2 - i\epsilon)(M^2 - (k-p)^2 - i\epsilon)} \quad /8/$$

Учитывая соотношения Голдбергера-Треймана, окончательно получим

$$T_{(\pi \rightarrow \mu\nu)} = i \sqrt{2} F_\pi(m^2) p_\mu \varphi_\mu^{(+)} \quad /9/$$

где

$$F_\pi(m^2) = F_\pi \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{8\Lambda^m}{2\pi F_\pi} \right)^2 \right) \quad /10/$$

Таким образом, вклад от нуклонных однопетлевых диаграмм не содержит никаких расходимостей и определяет зависимость константы слабого распада пиона от его массы.

Сокращение расходимостей является следствием частичного сохранения аксиального тока, точно так же, как при вычислении электромагнитного формфактора пиона /1/ сохранение векторного тока обеспечивало сокращение расходимостей в диаграммах, подобных изображенным на рис. 6, только с фотоном вместо лептонной пары.

Полагая $F_\pi(m^2) = 92 \text{ МэВ}$, получаем $F_\pi = 93,5 \text{ МэВ}$.

$$2/ \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$$

Впервые этот процесс, амплитуду которого мы вынесли для полноты картины, в рамках рассматриваемой теории был вычислен в работе Стейнбергера /6/

$$T_{\mu_1 \mu_2} = i \epsilon_{\mu_1 \mu_2 \alpha \beta} q_1^\alpha q_2^\beta ; f = - \frac{e^2 8\Lambda}{(2\pi)^2 F_\pi} = -0,59 \frac{a}{m} \quad /11/$$

$\epsilon_{\zeta_1}^{\mu_1 \mu_2 \alpha \beta}$ - полностью антисимметричный тензор, импульс фотона. В настоящее время известны два экспериментальных значения:

$$|f| = (0,45/7; 0,57/8) \frac{a}{m} \cdot (\alpha = 1/137)$$

$$3/ \pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma.$$

Подробное обсуждение этого процесса можно найти в работах /9, 10/. Борновское приближение T_μ определяется диаграммами, изображенными на рис. 3

$$T_\mu^B = -i \sqrt{2} e F_\pi \left(g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu (p-q)_\nu}{pq} \right) \ell_\nu^{(+)}; \quad /12/$$

$$+ ie G \cos \theta F_\pi \bar{u}_\mu \gamma_\nu (\hat{k} + \hat{q} - m_\mu)^{-1} \hat{p} (1 - \gamma_5) u_\nu.$$

Однопетлевое приближение /порядок e^2 / F_π^2 / в основном исчерпывается диаграммами, приведенными на рис. 4, 5. Вклады от этих диаграмм имеют вид

$$T_\mu^{(4)} = (-R(m^2) - \frac{1}{6} \left(\frac{g_\Lambda m}{2\pi F_\pi} \right)^2) T_\mu^B, \quad /13/$$

$$T_\mu^{(5)} = R(m^2) T_\mu^B + ie \sqrt{2} [i h_\nu \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta - h_\Lambda (g_{\mu\nu} pq - p_\mu q_\nu)] \ell_\nu^{(+)} \quad /14/$$

где

$$h_\nu = \frac{g_\Lambda}{8\pi^2 F_\pi}; \quad h_\Lambda = \frac{g_\Lambda^2}{6(2\pi)^2 F_\pi}. \quad /15/$$

Таким образом, учет нуклонных петель сводится: 1/ к изменению константы F_π /см. /10//; 2/ к появлению членов, описывающих структурное излучение.

Для отношения $h_\Lambda / h_\nu = \gamma$ получим:

$$\gamma = h_\Lambda / h_\nu = g_\Lambda / 3 = 0,41, \quad /16/$$

в то время как элемент дает два возможных значения ^{/11/}: $\gamma = 0, 4; -2$.

Отметим, что в нашей модели выполняются следующие из алгебры токов ^{/10/} соотношения между константами f /см. /11// и h_V , а также между поляризуемостью пиона β , вычисленной авторами в работе ^{/5/} и h_A .

Первое соотношение

$$h_V = -f / 2l^2 \quad /17/$$

в рассматриваемой модели получается тривиально, поскольку эти константы находятся из очень похожих диаграмм /см. рис. 2/ и рис. 5а/.

Если коэффициент поляризуемости пиона β определить согласно формуле /см. /10/ /

$$T_{\mu\nu}(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi) = T_{\mu\nu}^B + 2e^2\beta (g_{\mu\nu}q_1q_2 - q_{1\mu}q_{2\nu}), \quad /18/$$

где q_1, q_2 - импульсы фотонов, то используя значение для β , найденное в квантовой киральной теории ^{/5/},

$$\beta^{(N)} = \frac{g_A^2}{6(2\pi F_\pi)^2}, \text{ получаем}$$

$$h_A = F_\pi \beta^{(N)}. \quad /19/$$

Это соотношение также находится в полном согласии с равенством, следующим из алгебры токов /10/. Индекс (N) означает, что учтены вклады только от нуклонных петель. Вклад от чистого $\pi\pi$ -взаимодействия на порядок меньше при $(q_1 q_2) \ll m^2$.

$$4/ \pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu^- .$$

Вычисление этого процесса /рис. 6/ полностью аналогично вычислению электромагнитного формфактора пиона ^{/4/} и приводит к следующему выражению для амплитуды распада пиона

$$T_{(\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu)} = T^B \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{g_A}{2\pi F_\pi} \right)^2 q^2 \right] + \frac{\sqrt{2}}{6} \left(\frac{g_A}{2\pi F_\pi} \right)^2 (m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2) q^\mu \rho_\mu^{(+)} \quad /20/$$

где $T^B = \sqrt{2} (p_{\pi^+} + p_{\pi^0})^\mu \rho_\mu^{(+)}$, $q = (p_{\pi^+} - p_{\pi^0})$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные до сих пор результаты отвечали учету только π - N - взаимодействий в сильных вершинах и соответствовали киральному лагранжиану, удовлетворяющему $SU(2) \times SU(2)$ -симметрии. Поэтому полученные нами результаты хорошо согласовывались с теми следствиями, которые вытекали из алгебры токов. Учет вкладов от остальных членов барионного октета, вообще говоря, может нарушить равенства /17/ и /19/. Сейчас мы покажем, как изменятся все наши основные формулы при учете гиперонных петель.

Подобно тому, как это было сделано в наших предыдущих работах /4,5/, мы используем известные из $SU(3)$ - теории и экспериментальных данных связи различных адронных вершин

$$\frac{1}{g} g^{(c)} = \bar{N} \gamma_5 \vec{N} \vec{\pi} + (1-2\bar{\alpha}) \bar{\Xi} \gamma_5 \vec{\tau} \Xi \vec{\pi} - 2i(1-\bar{\alpha}) \bar{\Sigma} \gamma_5 \times \vec{\Sigma} \vec{\pi} + \frac{2}{\sqrt{3}} \bar{\alpha} (\bar{\Sigma} \gamma_5 \Lambda \vec{\pi} + \bar{\Lambda} \gamma_5 \vec{\Sigma} \vec{\pi}). \quad (\bar{\alpha} \sim 2/3) \quad /21/$$

В результате учет гиперонных петель сводится к следующим заменам в формулах /10/, /11/, /13/, /15/ и /20/

$$g_A^2 \rightarrow g_A^2 \left[1 + \frac{4}{9} \left(\frac{M_N}{M_\Sigma} \right)^2 + \frac{16}{27} \left(\frac{M_N}{M_{(\Sigma\Lambda)}} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{M_N}{M_\Xi} \right)^2 \right] \sim 1,73 g_A^2$$

$$g_A \rightarrow g_A \left(1 + \frac{1}{3} \frac{M_N}{M_\Xi}\right) \sim 1,24 g_A \quad /23/$$

Таким образом, отношение $\gamma = h_A / h_V$ /см. /16// увеличивается на 40%, равенство /17/ сохраняется, а /19/ нарушается /см. /5/ /.

В заключение авторы выражают благодарность Д.И.Блохищеву за постоянное внимание к работе, Д.Ю.Бардину, С.М.Биленькому, Е.А.Иванову, В.И.Огневскому и М.В.Терентьеву - за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При рассмотрении поправок к распаду пиона за счет сильных взаимодействий, несмотря на сильную константу связи, возникает малый параметр разложения, пропорциональный массе пиона. В этом приложении мы покажем, что в пределе $m \rightarrow 0$ вклады от всех графов теории возмущения по сильным взаимодействиям взаимно компенсируются, за исключением графа, описывающего борновское приближение. Таким образом, константа F_π при $m \rightarrow 0$ точно совпадает с константой "распада" пиона.

Для большей наглядности рассмотрим модель с киральной симметрией в одномерном изопространстве:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (\hat{\partial} - M e^{-\gamma_5 \phi / F_\pi}) \psi + 1/2 (\partial_\mu \phi)^2 + J_{5\mu} L_\mu \quad /П.1/$$

Лагранжиан \mathcal{L} инвариантен относительно преобразований

$$\psi' = e^{1/2 \gamma_5 \alpha} \psi \quad ; \quad \phi' = \phi + \alpha F_\pi \quad /П.2/$$

и аксиальный ток $J_{5\mu}$ точно сохраняется

$$J_{5\mu} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \alpha(x)} = F_\pi \partial_\mu \phi + \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi, \quad \partial_\mu J_{5\mu} = 0 /П.3/$$

В дальнейшем мы используем одновременное коммутационное соотношение

$$\frac{1}{i} [J_{50}^{\Gamma}(x), \phi^{\Gamma}(x)] |_{x_0=0} = F_{\pi} . \quad /П.4/$$

Рассмотрим в представлении Гейзенберга амплитуду

$$i p_{\mu} F(p^2) = \langle 0 | J_{5\mu}^{\Gamma}(0) | \phi(p) \rangle^{\Gamma} . \quad /П.5/$$

Вычислим функцию $F(p^2)$ при $p^2 \neq 0$. Умножая левую и правую части равенства /П.5/ на P_{μ} и используя редукционную формулу, получим

$$\int d^4x e^{-ipx} \partial_{\mu} \langle 0 | T [J_{5\mu}^{\Gamma}(x) \phi^{\Gamma}(0)] | 0 \rangle^{\Gamma} = F(p^2) . \quad /П.6/$$

Отсюда из /П.3/ и /П.4/ следует

$$F(p^2) = F_{\pi} .$$

Этот точный результат совпадает с борновским приближением.

Литература

1. H. Lehmann. *Phys. Lett.*, 41B, 529 (1972).
2. G. Ecker, J. Honerkamp. *Nucl. Phys.*, B52, 211 (1973); B62, 509 (1973).
3. V.N. Pervushin, M.K. Volkov. *JINR E2-7661* (1974); *JINR E2-8097* (1974).
4. М.К. Волков, В.Н. Первушин. *ЯФ*, 19, 652 /1974/.
5. V.N. Pervushin, M.K. Volkov. *JINR E2-8098* (1974).
6. I. Steinberger. *Phys. Rev.*, 76, 1180 (1949).
7. A. Rittenberg et al. *Rev. Mod. Phys.*, 43, 2 (1971).
8. G. Belletini, C. Vemporad, P. Braccini. *Nuovo Cim.*, A66, 243 (1970).
9. Д.Ю. Бардин, С.М. Биленький. *ЯФ* 16, 557 /1972/.
10. М.В. Терентьев. *ЯФ* 16, 162 /1972/.
11. D. Depommier et al. *Phys. Lett.*, 7, 885 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел
1 августа 1974 года.

Условия обмена

Препринты и сообщения ОИЯИ рассылаются бесплатно, на основе взаимного обмена, университетам, институтам, лабораториям, библиотекам, научным группам и отдельным ученым более 50 стран.

Мы ожидаем, что получатели изданий ОИЯИ будут сами проявлять инициативу в бесплатной посылке публикаций в Дубну. В порядке обмена принимаются научные книги, журналы, препринты и иного вида публикации по тематике ОИЯИ.

Единственный вид публикаций, который нам присылать не следует, - это репринты /оттиски статей, уже опубликованных в научных журналах/.

В ряде случаев мы сами обращаемся к получателям наших изданий с просьбой бесплатно прислать нам какие-либо книги или выписать для нашей библиотеки научные журналы, издающиеся в их странах.

Отдельные запросы

Издательский отдел ежегодно выполняет около 3 000 отдельных запросов на высылку препринтов и сообщений ОИЯИ. В таких запросах следует обязательно указывать индекс запрашиваемого издания.

Адреса

Письма по всем вопросам обмена публикациями, а также запросы на отдельные издания следует направлять по адресу:

*101000 Москва,
Главный почтамп, п/я 79.
Издательский отдел
Объединенного института
ядерных исследований.*

Адрес для посылки всех публикаций в порядке обмена, а также для бесплатной подписки на научные журналы:

*101000 Москва,
Главный почтамп, п/я 79.
Научно-техническая библиотека
Объединенного института
ядерных исследований.*



Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Заказ 18350. Тираж 650. Уч.-изд. листов 0,63.
Редактор Б.Б. Колесова. Подписано к печати 23.8.74 г.



75.04.28