ISBN: 978-979-792-552-9

Barisan Bertingkat

Yeni Azrida [1], Mashadi [2], Sri Gemawati [2]

[1] Mahasiswa PPS Matematika, Guru MAN 1 Pekanbaru
[2] Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya, Pekanbaru 28293

Abstrak

Barisan merupakan fungsi dari bilangan asli ke bilangan real. Barisan bertingkat merupakan salah satu jenis barisan yang dapat dipandang sebagai SPL (Sistem Persamaan Linier). Untuk menentukan suku ke-*n* barisan bertingkat adalah dengan cara menyelidiki sampai tingkat berapa ditemukan selisih tetapnya dan kemudian mengubahnya kedalam bentuk fungsi yang sesuai dengan tingkat perolehan selisih tetap tersebut. Kemudian menentukan nilai-nilai dari suku pertama minimal hingga suku ke-empat, dan selanjutnya menghubungkan komponen komponen yang bersesuaian pada masing-masing tingkat penyelidikan sistem persamaan linier atau variabel persamaan linier yang banyaknya sesuai dengan banyaknya variabel. Pada tulisan ini akan dibahas cara menentukan suku ke-*n* dari barisan bertingkat.

Kata kunci: selisih tetap, barisan, barisan bertingkat

1 Pendahuluan

Berdasarkan standar isi (Permendiknas no. 22 tahun 2006) yang termuat dalam standar kompetensi (SK) 4, siswa dapat menggunakan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah. SK yang termasuk ke dalam materi barisan dan deret adalah barisan dan deret aritmetika dan barisan dan deret geometri

Barisan dan deret merupakan salah satu bagian dalam bidang ilmu matematika yang mempelajari tentang bilangan. Barisan bilangan adalah suatu susunan bilangan yang dibentuk menurut suatu urutan tertentu [6: h.16].

Barisan aritmetika dan geometri, demikian juga deret aritmetika dan geometri masing-masing sudah dipelajari oleh siswa SMP di kelas IX. Di kelas XII SMA/MA semester 2 siswa mempelajari kembali materi ini. Konteks barisan aritmetika dan geometri banyak ditemui dalam kehidupan sehari-hari. Bagi yang pernah naik taksi yang menggunakan argometer tentu dapat memperhatikan perubahan-perubahan bilangan yang berganti secara periodik dan perubahannya menurut aturan tertentu.

ISBN: 978-979-792-552-9

Setiap dua bilangan yang berurutan mempunyai selisih yang tetap, barisan bilangan yang seperti itu disebut barisan aritmetika. Barisan dan deret aritmetika dan geometri yang dipelajari di bangku sekolah tidak dapat menjawab permasalahan atau soal tes yang ditemui siswa ketika mereka mengikuti seleksi masuk Perguruan Tinggi Negeri. Dari semua materi aljabar yang dipelajari di kelas X sampai kelas XII hanya mengantarkan siswa sukses menghadapi Ujian Nasional, akan tetapi belum cukup untuk mengantarkan siswa sukses dalam menghadapi SNMPTN dan SBMPTN.

Sebagai contoh soal SNMPTN 2012 nomor 28 dan 30 adalah:

Soal nomor 28: Suku berikutnya dari barisan 95, 77, 61, 47, ...

a. 32 b. 34 c. 35 d. 36 e. 38

Soal nomor 30: Suku berikutnya dari barisan 2, 2, 4, 5, 5, 8, 11, ...

a. 9 b. 10 c. 11 d. 12 e. 13

Soal nomor 28 dan 30 tidak dapat diselesaikan dengan rumus suku ke-n barisan aritmetika yakni $u_n = a + (n-1)b$, yang dipelajari siswa di bangku sekolah, karena beda dari soal tersebut tidaklah sama antara suku pertama dengan suku berikutnya. Begitu juga dengan rumus suku ke-n dari barisan Geometri yaitu $u_n = ar^{n-1}$.

Untuk mengikuti seleksi masuk perguruan tinggi negeri (SNMPTN) siswa tidak cukup dibekali dengan barisan dan deret aritmetika dan geometri saja tetapi harus diberi pemahaman lebih tentang barisan. Brisan bertingkat merupakan salah satu pilihan yang dapat dipilih oleh guru untuk sebagai materi pengayaan kepada siswanya dalam bidang matematika.

2 Barisan

Pada bilangan real, suatu barisan dapat dinyatakan sebagai suatu fungsi pada bilangan asli **N**, dengan daerah hasil (*range*) dalam bilangan real **R**. Jadi barisan adalah fungsi **X** : $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ dimana untuk setiap $n \in \mathbf{N}$ nilai $\mathbf{X}(n) = x_n$ [1,5]. Berdasarkan polanya, barisan bilangan dibagi menjadi dua bagian, yaitu barisan aritmetika (barisan hitung) dan barisan geometri (barisan ukur).

Barisan Aritmetika

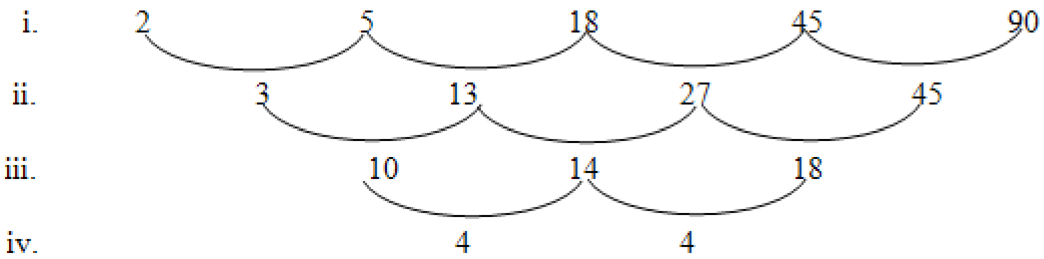
Barisan aritmetika adalah suatu barisan bilangan dimana selisih di antara setiap suku dengan suku sebelumnya adalah bilangan tetap (konstan) [14: h.101]. Sebagai contoh, pada barisan 3, 5, 7, 9, ... terlihat bahwa setiap suku setelah suku pertama diperoleh dengan menambahkan 2 kepada suku sebelumnya, sehingga 2 adalah beda antara dua suku.

Barisan Bertingkat

Barisan bertingkat merupakan salah satu jenis barisan aritmetika khusus dimana beda atau selisih sebenarnya tidak tetap, namun selisih atau beda tetapnya diperoleh dengan mencari pola dibarisan yang dibentuk dari beda atau selisih barisan di atasnya.

ISBN: 978-979-792-552-9

Contoh 1 Diketahui barisan bertingkat 2, 5, 18, 45, 90. Identifikasi selisih tetapnya tampak pada Ganbar 1.



Gambar 1: Identifikasi tetap Contoh 1

Barisan pada Gambar 1 terlihat bahwa selisih tetap diperoleh pada tingkat ketiga penyelidikan. Barisan 2, 5, 18, 45, 90 adalah barisan awal, 3, 13, 27, 45 adalah barisan tingkat pertama yang selisih tetap belum diperoleh. Begitu juga 10, 14, 18 merupakan barisan tingkat dua yang belum ditemukan selisih tetapnya, dan barisan tingkat ketiga, baru ditemukan selisih tetap, maka barisan pada Contoh 1 merupakan barisan tingkat 3. Setelah ditemukan tingkatan penyelidikan dari selisih tetap maka langkah berikutnya adalah mengubahnya ke dalam bentuk umum seperti Tabel 1.

Tabel 1

No	Bentuk persamaan	Jumlah tingkatnya
1	$x_n = an + b$	1
2	$x_n = an^2 + bn + c$	2
3	$x_n = an^3 + bn^2 + cn + d$	3
4	$x_n = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$	4
5	$x_n = a_k n^k + a_{k\text{-}1}\, n^{k\text{-}1} + a_{k\text{-}2}\, n^{k\text{-}2}$	k

Pada Contoh 1, yang barisan bilangannya adalah 2, 5, 18, 45, 90 merupakan barisan tingkat tiga, maka bentuk umumnya adalah $x_n = an^3 + bn^2 + cn+d$, dimana jika n=1 maka $x_1 = a + b+ c+d$.

n=2 maka $x_2 = 8a + 4b +2c+d$

n=3 maka $x_3 = 27a + 9b +3c+d$

n=4 maka $x_4 = 64a + 16b +4c+d$

n=5 maka $x_5 = 125a + 25b +5c +d$

Identifikasi selisih tetapnya tampak pada Gambar 2.

ISBN: 978-979-792-552-9

$a+b+c+d$, $8a+4b+2c+d$, $27a+9b+3c+d$, $64a+16b+4c+d$, $125a+25b+5c+d$

$7a+3B+c$ $\quad$ $19a+5b+c$ $\quad$ $37a+7b+c$ $\quad$ $61a+9b+c$

$12a+2b$ $\quad$ $18a+2b$ $\quad$ $24a+2b$

$6a$ $\quad$ $6a$

Gambar 2: Identifikasi tetap

$$a + b + c + d = 2 \tag{1}$$

$$7a + 3b + c = 3 \tag{2}$$

$$12a + 2b = 10 \tag{3}$$

$$6a = 4 \tag{4}$$

Dimulai dari persamaan (4) → $6a = 4$ maka diperoleh nilai $a = \frac{2}{3}$. Substitusikan nilai *a* tersebut ke persamaan (3) → $12a + 2b = 10$

$$12\left(\frac{2}{3}\right)+2b = 10 \rightarrow 2b = 10 - 8 \rightarrow \text{maka nilai } b = 1$$

Nilai *a* dan *b* yang diperoleh disubstitusikan ke persamaan (2) → $7a+3b + c = 3$ maka menjadi → $7\left(\frac{2}{3}\right) + 3(1) + c = 3$, sehingga diperoleh nilai $c = -\frac{14}{3}$. Nilai *a*, *b* dan *c* yang sudah diperoleh disubstitusikan ke persamaan (1),

$$a + b + c + d = 2 \rightarrow \frac{2}{3} + 1 - \frac{14}{3} + d = 2 \rightarrow d = 5$$

Dengan menyelesaikan persamaan (iv) (iii) (ii) dan (i) diperoleh $a = \frac{2}{3}$ $b = 1$, $c = -\frac{14}{3}$, dan $d = 5$ maka dapat diperoleh rumus suku ke-*n* dari barisan di atas, yakni

$$u_n = an^3 + bn^2 + cn + d$$

$$u_n = \frac{2}{3}n^3 + 1n^2 - \frac{14}{3}n + 5$$

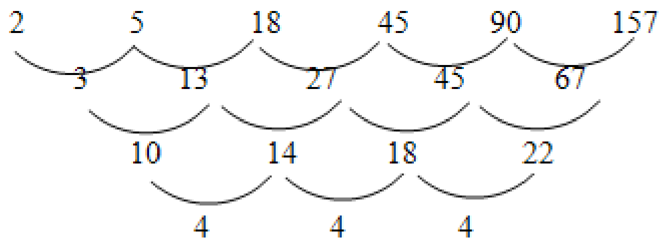
$$u_n = \frac{1}{3}(2n^3 + 3n^2 - 14n + 15)$$

Rumus suku ke-*n* dari barisan: 2, 5, 18, 45, 90 adalah $u_n = \frac{1}{3}(2n^3 + 3n^2 - 14n + 15)$.

ISBN: 978-979-792-552-9

3 Penurunan Rumus ke-*n* Barisan Bertingkat

Diambil salah satu contoh barisan bertingkat dan kemudian diuraikan untuk mencari pada tingkat ke berapakah barisan tersebut ditemukan beda tetapnya, seperti identifikasi tetap pada Ganbar 3.



Gambar 3: Identifikasi tetap penurunan rumus suku ke-*n*

Barisan 2, 5, 18, 45, 90, 157 disebut barisan bertingkat 3, karena beda tetapnya diperoleh pada 3 tingkat penyelidikan, dengan keterangan bahwa:

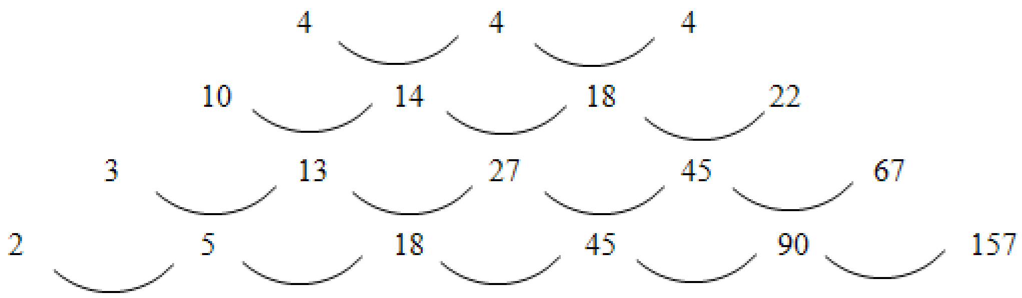
2 adalah suku awal dari barisan pertama, dimisalkan sebagai a_4.

3 adalah suku awal pada barisan ke dua , dimisal sebagai a_3.

10 adalah suku awal pada barisan ke tiga, dimisalkan sebagai a_2.

4 adalah suku awal pada barisan ke 4, dimisalkan sebagai a_1.

Jika barisan 2, 5, 18, 45, 90, 157 tersebut dibalik susunannya maka berubah bentuknya menjadi



Dengan demikian terlihat bahwa $4 = a_1$; $10 = a_2$; $3 = a_3$; $2 = a_4$. Jika contoh di atas lebih diperumumkan maka terlihat seperti bagan di bawah ini.

$u_1 = a_1 \qquad a_1 \qquad a_1 \qquad a_1$

$u_2 \qquad a_2 + a_1 \qquad a_2 + 2a_1 \qquad a_2 + 3a_1 \qquad a_3 + 4a_1$ ....

$u_3 \qquad a_3 + a_2 \qquad a_3 + 2a_2 + a_1 \qquad a_3 + 3a_2 + 3a_1 \qquad a_3 + 4a_2 + 6a_1$ ...

$u_4 \qquad a_4 + a_3 \qquad a_4 + 2a_3 + a_2 \qquad a_4 + 3a_3 + 3a_2 + a_1 \qquad a_4 + 4a_3 + 6a_2 + 4a_1$ ...

$u_n \qquad a_n + a_{n-1}$

$a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_n + 3a_{n-1} + 3a_{n-2} + a_{n-3}$

$a_n + 4a_{n-1} + 6a_{n-2} + 4a_{n-3}$ ...

Uraian di atas jika dimasukkan kedalam tabel akan terlihat seperti Tabel 2.

Tabel 2

u_1	a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
u_2	$a_2 + a_1$	$a_2 + 2a_1$	$a_2 + 3a_1$	$a_2 + 4a_1$	$a_2 + 5a_1$
u_3	$a_3 + a_1$	$a_3 + 2a_2 + a_1$	$a_3 + 3a_2 + 3a_1$	$a_3 + 4a_2 + 6a_1$	$a_3 + 5a_2 + 10a_1$
u_4 ...	$a_4 + a_1$ ...	$a_4 + 2a_3 + a_2$ ...	$a_4 + 3a_3 + 3a_2 + a_1$ ...	$a_4 + 4a_3 + 6a_2 + 4a_1$ ...	$a_4 + 5a_3 + 10a_2 + 10a_1$
u_n	$a_n + a_{n-1}$	$a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2}$	$a_n + 3a_{n-1} + 3a_{n-2} + a_{n-3}$	$a_n + 4a_{n-1} + 6a_{n-2} + 4a_{n-3}$	... ...
1	1 1	1 2 1	1 3 3 1	1 4 6 4 1	...

Pada Tabel 2 terlihat bahwa

Koefisien $a_n \rightarrow$ 1

Koefisien $a_n + a_{n-1} \rightarrow$ 1 1

Koefisien $a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} \rightarrow$ 1 2 1

Koefisien $a_n + 3a_{n-1} + 3a_{n-2} + a_{n-3} \rightarrow$ 1 3 3 1

Koefsien $a_n + 4a_{n-1} + 6a_{n-2} + 4a_{n-3} \rightarrow$ 1 4 6 4 1

Jika ditampilkan dalam bentuk kombinasi adalah sebagai berikut:

Koefisien $a_n \rightarrow$ c_0^0

Koefisien $a_n + a_{n-1} \rightarrow$ $c_0^1 \quad c_1^1$

Koefisien $a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} \rightarrow$ $c_0^2 \quad c_1^2 \quad c_2^2$,

Koefisien $a_n + 3a_{n-1} + 3a_{n-2} + a_{n-3} \rightarrow$ $c_0^3 \quad c_1^3 \quad c_2^3 \quad c_3^3$,

Koefsien $a_n + 4a_{n-1} + 6a_{n-2} + 4a_{n-3} \rightarrow$ $c_0^4 \quad c_1^4 \quad c_2^4 \quad c_3^4 \quad c_4^4$,

dan seterusnya, hingga $c_0^n \quad c_1^n \quad c_2^n \quad c_3^n \quad c_4^n$ .... c_n^n ,

ISBN: 978-979-792-552-9

dengan $c_0^n = 1$

$$c_1^n = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{n}{1}$$

$$c_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2!}$$

$$c_3^n = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$$

$c_n^n = 1.$

Jika dicermati barisan yang ada pada Tabel 2, akan terlihat bahwa barisan yang paling atas dibangun oleh a_1 , maka barisan pertama adalah barisan konstanta dengan suku a_1.

Barisan kedua adalah barisan aritmetika, dengan koefisien tiap sukunya adalah $u_2 = a_n + (n\text{-}1)\, a_1$ dan $u_3 = a_3 + (n\text{-}1)a_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_1$. Jika n adalah banyak tingkat dari barisan awal hingga didapat pola aritmetikanya

$n = 1$ maka $u_n = a_1$

$n = 2$ maka $u_n = a_2 + (n\text{-}1)a_1$

$n = 3$ maka $u_n = a_3 + (n\text{-}1)a_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_1$

$n = 4$ maka $u_n = a_4 + (n\text{-}1)a_3 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_2 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}\, a_1$,

dan seterusnya hingga $n = n$ maka

$$u_n = a_n + (n\text{-}1)a_n + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_{n\text{-}2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}\, a_{n\text{-}3} + \ \ldots \ + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(1)}{(n-1)!}\, a_1.$$

Hasil penjabaran dari rumusan u_n di atas dapat dipakai untuk rumusan barisan bertingkat dengan uraian sebagai berikut:

1. Jika barisan berpangkat 1 atau barisan linear maka $u_n = a_2 + (n\text{-}1)a_1$, nilai n yang diambil disini adalah 2 karena barisan pertama adalah barisan awal dan beda diperoleh pada barisan yang kedua, hal itu berarti $u_2 = a_2 + 2a_1$
2. Jika barisan berpangkat 2 maka berlaku rumus:

$$u_n = a_3 + (n\text{-}1)a_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_1\ ;$$

$$u_3 = a_3 + 2a_2 + \frac{(2)(1)}{2!}a_1 = a_3 + 2a_2 + a_1$$

3. Jika barisan berpangkat 3, maka berlaku rumus:

$$u_n = a_4 + (n\text{-}1)a_3 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_2 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}\, a_1,$$

sehingga

$$u_4 = a_4 + (3)a_3 + \frac{(3)(2)}{2!}a_2 + \frac{(3)(2)(1)}{3!}\, a_1$$

dan seterusnya, sehingga dapat ditentukan rumusan secara umum sebagai berikut:

$$u_n = a_n + (n\text{-}1)a_{n\text{-}1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_{n\text{-}2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}\, a_{n\text{-}3} + \ldots + \frac{(n-1)(n-2)\ldots(2)(1)}{(n-1)!}\, a_1 \qquad (5)$$

ISBN: 978-979-792-552-9

4 Pembuktian dengan Induksi Matematika

Induksi Matematika adalah cara standar dalam membuktikan bahwa sebuah pernyataan tertentu berlaku untuk setiap bilangan asli

.Pembuktian dengan cara ini terdiri dari dua langkah, yaitu:

1. Menunjukkan bahwa pernyataan itu berlaku untuk bilangan n = 1.
2. Menunjukkan bahwa jika pernyataan itu berlaku untuk bilangan n, maka pernyataan itu juga berlaku untuk bilangan n + 1.

Rumus umum persamaan (5), yakni akan dibuktikan dengan induksi matematika.

Langkah 1: Untuk n= 1 maka $a_1 = a_1$
Langkah 2: Misalkan untuk setiap bilangan asli k, jika p_k adalah benar maka p_{k+1} juga benar.

Asumsikan benar untuk $n = k$, yaitu

$$u_k = a_k + (k-1)a_{k-1} + \frac{(k-1)(k-2)}{2!}a_{k-2} + \frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{3!}a_{k-3} + \ldots + \frac{(k-1)(k-2)\ldots(2)(1)}{(k-1)!}a_1$$

adalah benar. Selanjutnya akan ditunjukkan benar untuk n= k+1. Kemudian,

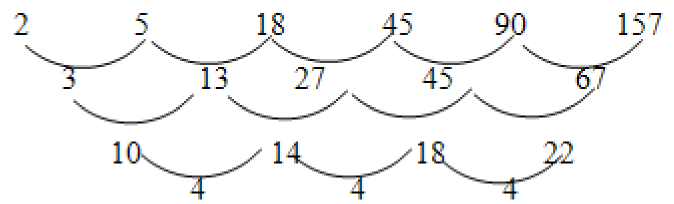
$$u_{k+1} = a_{k+1} + (k+1-1)a_{k+1-1} + \frac{(k+1-1)(k+1-2)}{2!}a_{k+1-2} + \frac{(k+1-1)(k+1-2)(k+1-3)}{3!}a_{k+1-3} + \ldots + \frac{(k+1-1)(k+1-2)\ldots(2)(1)}{(k+1-1)!}a_1$$

$$u_{k+1} = a_{k+1} + (k)a_k + \frac{(k)(k+1)}{2!}a_{k-1} + \frac{(k+1-1)(k+1-2)(k+1-3)}{3!}a_{k-2} + \ldots + \frac{(k+1-1)(k+1-2)\ldots(2)(1)}{(k)!}a_1 .$$

Telah ditunjukkan bahwa benar untuk $n = k$+1. Jadi, dapat disimpulkan bahwa rumus (5) benar untuk semua bilanan asli n.

Rumus (5) dapat diaplikasikan pada contoh berikut: 2, 5, 18, 45, 90, 157, ….

Identifikasi selisih tetapnya tampak pada bagan berikut:



Diketahui $a_1 = 4$, $a_2 = 10$, $a_3 = 3$, $a_4 = 2$. Selanjutnya diperoleh

$$\begin{aligned} u_4 &= a_4 + (n-1)a_{4-1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_{4-2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}a_{4-3} \\ &= a_4 + (n-1)a_3 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_2 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}a_1 \\ &= 2 + (n-1)3 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}10 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}4 \end{aligned}$$

ISBN: 978-979-792-552-9

$= 2 + 3n\text{-}3 + 5n^2\text{-}15n + 10 + \frac{4}{6}(n^3 - 6n^2 + 11n - 6)$

$= 2 + 3n\text{-}3 + 5n^2 + 15n + 10 + \left(\frac{4}{6}n^3 - 4n^2 + \frac{44}{6}n - 4\right)$

$= \frac{2}{3}n^3 + n^2 + \frac{28}{6}n + 5$

$= \frac{1}{3}(2n^3 + 3n^2 + 14n + 15).$

Dari contoh yang telah diberikan terlihat bahwa untuk menentukan rumus suku ke-n dari barisan bertingkat dapat digunakan rumus (5) yang diperoleh di atas yakni:

$$u_n = a_n + (n\text{-}1)a_{n-1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}a_{n-3} + \ldots + \frac{(n-1)(n-2)\ldots(2)(1)}{(n-1)!}a_1,$$

dengan

u_n suku ke-n dari barisan bertingkat,
n adalah banyak tingkat dari barisan awal,
a_n adalah suku awal dari tiap tingkat.

Kesimpulan

Bentuk umum dari barisan bertingkat yang merupakan fungsi dalam n adalah sebagai berikut:

$x_n = an + b$, jika barisan berderajat 1
$x_n = an^2 + bn + c$, jika barisan bilangan berderajat 2
$x_n = an^3 + bn^2 + cn + d$, jika barisan bilangannya berderajat 3
$x_n = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$, jika barisan bilangannya berderajat 4
$x_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + a_{k-2} n^{k-2} + \ldots + a_1 n + a_0$, jika barisan berderajat k.

Penurunan rumus suku ke-n dari barisan bertingkat dengan memakai pola segitiga Pascal sebagai koefisien barisan adalah sebagai berikut:

1. $u_n = a_2 + (n\text{-}1)a_1$; untuk barisan berderajat satu
2. $u_n = a_3 + (n\text{-}1)a_2 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_1$ untuk barisan berderajat dua
3. $u_n = a_4 + (n\text{-}1)a_3 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_2 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}a_1$ untuk barisan berderajat tiga
4. $u_n = a_n + (n\text{-}1)a_{n-1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!}a_{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}a_{n-3} + \ldots + \frac{(n-1)(n-2)\ldots(2)(1)}{(n-1)!}a_1$ untuk barisan berderajat n

Dengan mengetahui cara menentukan suku ke-n dari barisan bertingkat yang dapat diberikan oleh guru kepada siswa sebagai materi pengayaan dapat memberikan bekal untuk siswa sehingga untuk menghadapi soal tes SNMPTN khususnya materi barisan bertingkat

Daftar Pustaka

[1] Bartle, R. G. dan D. R. Sherbert, 1999. *Introduction to Real Analysis*, 3rd Ed. John Wiley & Sons, Inc., New York.

[2] Iryanti P, 2008. *Pembelajaran Barisan, Deret Bilangan dan Notasi Sigma di SMA*, Depdiknas Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan PPPPTK Matematika, Yogyakarta.

[3] Wijaya, A. dan Wiworo, 2009. *Kapita Selekta Pembelajaran Bilangan di Kelas VII dan IX SMP*. Depdiknas Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan PPPPTK Matematika, Yogyakarta.

[4] Raharjo M. 2009. *Teknik Penentuan Rumus Suku ke-n Barisan Bilangan Polinom Kelas IX SMP*, Depdiknas Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan PPPPTK Matematika, Yogyakarta.

[5] Kusumaningsih, A dan Gunawan, A.Y. 2013. *Eksplorasi Konsep Barisan dengan Metode Pembelajaran Berbasis Komputer*, Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains 2013, hal 45 Program Studi Magister Pengajaran , Fisika FMIPA, ITB Bandung.

[6] Irawati, A., Sarindat, E., Pratikno, dan Ardana, W.B. 2008. *Mahir Matematika untuk SMK (Non Teknik)* kelas IX. Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional Jakarta.

[7] Sihombing, A. dan Setiyawan. 2012 *Rahasia Psikotes TBS & TPA, Depok.*

[8] Khanginan, M. 2005. *Cerdas Belajar Matematika untuk Kelas XII*. Penerbit Grafindo, Jakarta.

[9] Anang, P. *Analisis Bedah Soal SBMPTN 2013* (http://pakanang, blogspot.com) analisis-bedah soal sbmptn 2013" Penalaran Numerik". Diakses 5 Februari 2014.

[10] Gantert, A. X. 2009. *Algebra 2 and Trigonometri*, AMSCO Publication, INC 315 Hudson Street, New York.

[11] Sukino. 2013 *Matematika untuk SMA/MA Kelas X, Kelompok Wajib*, Penerbit Erlangga, Jakarta.