

El Gran Hotel  
**CANTOR**  
Un hotel infinito

### **Juan Manuel Ruisánchez Serra**

¿TE IMAGINAS LOS INFINITOS PROBLEMAS DE UN HOTEL CON UN NÚMERO INFINITO DE HABITACIONES, QUE SUELE LLENARSE CON UN NÚMERO INFINITO DE HUÉSPEDES?

**LA HISTORIA** empezó cualquier día de un año perdido en el pasado, cuando dos arquitectos ambiciosos planeaban construir un hotel muy grande:

—¿Qué te parece si construimos un hotel con 1 000 habitaciones?

—No, porque si alguien construyera uno de 2 000 habitaciones, nuestro hotel ya no sería tan grande. Mejor hagámoslo de 10 000.

—Pero podría ser que alguien construyera uno de 20 000 y volveríamos a quedarnos con un hotel pequeño. Construyamos un hotel con 1 000 000 de habitaciones, ése sería un hotel grande.

—Y qué tal si alguien construyera uno con...

Y así siguieron discutiendo por horas, hasta llegar a la conclusión de que la única manera de tener un hotel grande de veras era construyendo uno que tuviera un número infinito de habitaciones.

La obra duró muchos años, pero, al final, ahí estaba: el Gran Hotel Cantor.

En poco tiempo, el hotel obtuvo fama no sólo por ser el más grande del mundo, sino también por ser uno de los lugares más extravagantes para vacacionar. Gente de todo el mundo llegaba al hotel para hospedarse aunque fuera sólo una noche.

Aunque parezca increíble, había días en que el hotel estaba lleno, pese a lo cual seguía entrando gente que no se quedaba sin habitación.

Quizá se pregunten por qué sé tanto del Gran Hotel Cantor, pero no es ningún misterio: mi papá trabajó ahí durante algunos años; era el recepcionista.

Le encantaba contarme historias del hotel. Mi favorita era la del nombre: se llamaba Gran Hotel Cantor en honor a Georg Cantor, que fue un matemático ruso que *inventó* el infinito, según mi papá. A mí me sonaba como si el tal Cantor fuera un dios, porque eso de inventar el infinito... (luego me enteré que, en realidad, lo que había hecho era una teoría que justificaba la existencia del infinito). Sin embargo, la historia favorita de mi papá era la de la noche en que se volvió millonario. Creo que yo la escuché doscientas veces por lo menos y, gracias a eso, puedo contarla ahora con tanta claridad.

Lo primero en la historia era la regla más importante para los huéspedes: "Si una persona decide quedarse en el hotel, debe aceptar que pueda ser transferida de habitación varias veces a lo largo de su estancia". Luego empezaba a contar la parte que a mí me gustaba más:

*Era uno de esos días en que el hotel estaba lleno. A lo largo del día, me gustaba pensar en las historias de la gente que se quedaba en el hotel (debo confesar que yo nunca pude imaginarme el hotel lleno, pero le creía a mi papá; además, éramos millonarios y nunca encontré ninguna otra razón que explicara ese hecho).*

*En el curso de capacitación para los trabajadores, nos habían enseñado algunos trucos para aceptar más gente cuando el hotel estuviera lleno.*

*—Ay, papá ¿a poco metías gente en un cuarto que ya estaba ocupado? (A mi papá le gustaba que le preguntáramos siempre lo mismo, como si fuera la primera vez que nos contaba la historia).*

*—No, claro que no. Déjame contar la historia completa para que veas lo que hacía. El hotel, como dije, estaba lleno ese día. A media tarde llegó un señor a pedir un cuarto. Normalmente, cuando el hotel estaba lleno, cobrábamos un poco más caro, pues había que compensar de alguna manera el trabajo que representaba un cambio de habitación.*

*Al informarle esto, el señor me dijo que no importaba, pero que por favor le diera un cuarto en el primer piso, pues sufría de vértigo y no resistía los elevadores.*

*—No se preocupe, señor; espere un momento por favor.*

*—El primer truco que aprendí fue cómo acomodar a un huésped si el hotel estaba lleno. En mi escritorio había un micrófono que se oía en todas las habitaciones, el cual utilizaba para indicar los cambios de habitación (lo del micrófono me lo sabía de memoria, pero él me lo repetía como si fuera su primer día en el trabajo y acabara de descubrirlo), así que lo encendí para anunciar el primer cambio del día:*

*"Buenas noches, amables huéspedes del Gran Hotel Cantor. Disculpen las molestias que podamos causarles, pero necesitamos realizar una mudanza. Por favor revisen el número de su habitación, ahora súmenle uno y cámbiense a la habitación correspondiente. Muchas gracias y que pasen buena tarde."*

*—Señor, su habitación es la 1, por el pasillo a la derecha. Le recuerdo que su estancia en el hotel está sujeta a cambios de habitación, aunque trataré de mantenerlo en la planta baja, no se preocupe.*

Y así le di alojamiento al nuevo visitante.

*—Pero, papá, si todos le sumaron uno al número de su cuarto, entonces el que estaba en el último cuarto se quedó sin lugar.*

*—No, porque el hotel era infinito, no había último cuarto y todos se podían recorrer un número sin que nadie se quedara sin cuarto (tampoco esto lo entendía, pero él lo decía con tanta seguridad, que yo le creía).*

Las agencias de viajes, que reservaban lugar para grandes excursiones, tenían una hora específica de llegada: las 20 horas. A mí me gustaba atenderlos bien, así que todos los días, a las 19:30, revisaba si había alguna reservación y, en caso de que hubiera, dejaba las habitaciones disponibles para que los nuevos huéspedes no tuvieran que esperar. Ese día había una reservación para un número infinito de

personas, así que realicé la segunda mudanza del día y dejé libres las habitaciones que necesitaría.

—¿Cómo, papá? ¿No se suponía que el hotel tenía sólo una infinidad de cuartos? Tú ahora me dices que, en realidad, tenía dos infinitudes.

—No, no, yo no dije eso.

—Pero si el hotel estaba lleno, entonces había una infinidad de huéspedes y llegó otra infinidad, y tú los alojaste a todos.

—Sí, así es; ése era el segundo truco que nos habían enseñado, que en realidad no era muy complicado: lo que hice fue encender el micrófono y pedirles a los huéspedes que multiplicaran el número de su habitación por dos y se cambiaran al cuarto que tuviera el nuevo número. De esa manera, sólo estaban ocupadas las habitaciones con números pares, pues todos los números multiplicados por dos son pares, y quedaban libres las que tenían números impares, y cada colección era una infinidad de habitaciones.

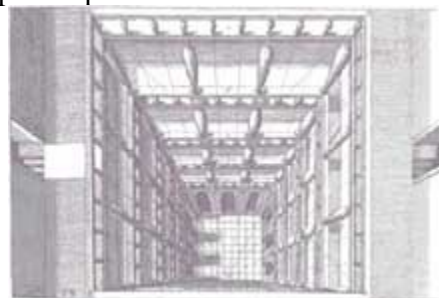
—Entonces podías meter dos excursiones infinitas al mismo tiempo al hotel.

—Sí, pero eso no quiere decir que el hotel tenga dos infinitudes, sino que es una característica maravillosa que se tiene por el simple hecho de ser infinito.

A las 20 horas en punto llegó la representante de la agencia de viajes y le indiqué las habitaciones que le correspondían. Desde ese momento, no hubo nada demasiado interesante que contar, hasta que se acercó la hora de cerrar la recepción (las 22 horas). Eran las 21:53, me acuerdo bien, y yo estaba acomodando todo para irme, cuando entró una señorita con cara de preocupación.

—Buenas noches, señorita ¿en qué puedo ayudarla?

—Tengo un problema grandísimo. Se me juntaron un número infinito de excursiones con un número infinito de personas cada una y, por supuesto, no tengo dónde alojarlas. Yo sé que aquí es necesario reservar si la excursión es muy grande, pero esta vez es una emergencia.



—¿Así que un número infinito de excursiones con un número infinito de personas cada una? Déjeme pensar...

—Por favor, si no me voy a quedar sin trabajo (a mi papá le encantaba hacerse el héroe cuando me contaba sus historias).

—Ya sé qué vamos a hacer, pero recuerde que cuando el hotel está lleno la tarifa es un poco más alta.

—Sí, sí, no se preocupe por eso; de hecho, hice una colecta de un peso por cada turista de las excursiones y ese fondo es para usted si me da las habitaciones.

—Espere un momento, por favor.

*Volví a encender el micrófono para anunciar la última mudanza del día, sólo que esta vez no me comuniqué con todas las habitaciones, sino sólo con las que estarían implicadas en el cambio.*

*—Pero ¿cómo, papá? ¿Tenías que meter un número infinito de excursiones con un número infinito de personas y ni siquiera usaste todas las habitaciones del hotel?*

*—Sí. Eso de GRAN Hotel Cantor no era nada más porque sí.*

*Encendí el micrófono de modo que sólo las habitaciones con número primo o alguna potencia de primo pudieran oírlo:*

### Números primos

Los números primos son aquellos que sólo pueden dividirse entre 1 y entre ellos mismos. Hay un número infinito de números primos. Las potencias de los números primos ( $p^n$ ), por lo tanto, serán divisibles únicamente entre el número base ( $p$ ) y todas las potencias de  $p$ , hasta  $p^n$ . Si  $p = 5$ ,  $5^5$  será divisible entre 5,  $5^2$ ,  $5^3$ ,  $5^4$  y  $5^5$ .



*"Buenas noches, amables huéspedes del Gran Hotel Cantor. Disculpen las molestias que podamos causarles, pero necesitamos realizar una última mudanza esta noche. Les pedimos por favor que se acerquen a su puerta, donde encontrarán un cuadro con indicaciones sobre su número de habitación. Como pueden observar, el número de su habitación se puede escribir como un número elevado a alguna potencia, tal como se lee en el inciso c), es decir, "su número de habitación es de la forma  $pn$  y, en seguida, se da el número particular de cada habitación escrito de esa manera. La mudanza consiste en realizar la siguiente operación: si su cuarto es  $pn$ , su nuevo cuarto será  $p2n$ . Recuerden que para cualquier duda, pueden marcar al 00 y preguntar el nuevo número de su habitación. Gracias y buenas noches."*

*En esos momentos era cuando más aliviado me sentía de ser recepcionista y no telefonista del hotel.*

*—Están listas, señorita. Sus habitaciones son todas aquéllas cuyos números son potencias impares de números primos; aquí tiene una lista más detallada.*

*—Muchísimas gracias. Ahora, aquí tiene usted un cheque por la cantidad que reunimos entre nuestros turistas. Muchas gracias de nuevo.*

*—De nada, señorita, gracias a usted.*

*Y así fue que.....*

### Relación de cambios de habitación

- a) Súmele 1 al número de su habitación:  $27 + 1 = 28$ .  
Cambia a la habitación 28.
- b) Multiplique el número de habitación por 2:  $27 \times 2 = 54$ .  
Cambia a la habitación 54.
- c) Su número de habitación es de la forma  $p^n$  ( $33 = 27$ ).  
Multiplique por dos el exponente al que está elevado el número  $p$ :  $3^{(3 \times 2)} = 3^6 = 729$ . Cambia a la habitación 729.

Si tiene dudas sobre los cambios de habitación, puede comunicarse al 00.

—No, no, no, espérate, papá. Explicame cómo cupieron todas esas personas en esos cuartos.

—Ah, pues es muy fácil, fíjate: hay un número infinito de números primos, así que a cada excursión le asigné un número primo. Después, cada primo tiene un número infinito de potencias impares, así que en cada habitación con un número que fuera una potencia impar de un número primo acomodé a una persona de cada excursión. Y así cupieron todos.

—Sí, creo que ya entendí... ¿Y cómo ya eras millonario, dejaste de trabajar ahí?

—No, seguí trabajando ahí durante tres años. Me gustaba. Lo que pasó fue que hubo un complot de hoteleros para cerrar el Gran Hotel Cantor. Lo peor fue que no sólo lo cerraron, sino que, además, derribaron ese maravilloso edificio. Ni modo.