

## AUTOREFERAT

### 1. Imię i nazwisko

Joanna Golińska-Pilarek

### 2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe

z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

- |      |  |
|------|--|
| 2004 | stopień doktora nauk humanistycznych w zakresie filozofii, Instytut Filozofii, Wydział Filozofii i Socjologii, Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 22.06.04, tytuł rozprawy: <i>Rozszerzenia logiki nie-fregowskiej, ich syntaktyczne i teoriomodelowe własności oraz filozoficzne interpretacje</i> , promotor: prof. dr hab. M. Omyła; recenzenci: prof. dr hab. G. Malinowski, prof. dr hab. A. Wroński |
| 2003 | tytuł licencjata w zakresie matematyki, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 22.01.03, tytuł rozprawy: <i>Lokalne twierdzenia logiki i ich zastosowania w teorii grup</i> , promotor: prof. dr hab. E. Puczyłowski   |
| 1999 | tytuł magistra w zakresie filozofii, Instytut Filozofii, Wydział Filozofii i Socjologii, Uniwersytet Warszawski, Warszawa, 22.06.99, tytuł rozprawy: <i>Problem spektrum dla języków z kwantyfikatorami Henkina</i> , promotor: dr hab. M. Mostowski; dyplom z wyróżnieniem  |

### 3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

- |           |   |
|-----------|---|
| od 2014   | zastępca Dyrektora Instytutu Filozofii Uniwersytetu Warszawskiego ds. badań naukowych i współpracy z zagranicą (od 01.10.14)  |
| od 2006   | adiunkt, Instytut Filozofii (Zakład Logiki), Wydział Filozofii i Socjologii, Uniwersytet Warszawski (zatrudnienie od 16.10.06, w okresie 01.02.12–30.09.2012 urlop naukowy, w okresie 12.02.14–12.08.14 urlop macierzyński)             |
| 2004–2011 | adiunkt, Zakład Zaawansowanych Technik Informacyjnych, Instytut Łączności, Warszawa (w latach 2006–2010 zatrudnienie na 0,5 etatu, w okresie 01.08.10–30.04.11 zatrudnienie na 0,25 etatu, w okresie 01.05.11–31.12.11 urlop bezpłatny) |



**4. Wskazanie osiągnięcia\* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):**

Cykl 9 publikacji pod tytułem:

WNOSKOWANIA W LOGIKACH NIEKLASYCZNYCH: systemy dedukcyjne, rozstrzygalność, procedury decyzyjne

Publikacje wchodzące w skład osiągnięcia naukowego:

*Monografia:*

- [1] E. Orłowska, J. GOLIŃSKA-PILAREK, *Dual Tableaux: Foundations, Methodology, Case Studies*, Springer Science 2011, seria *Trends in Logic*, tom 36, ss. 562, doi: 10.1007/978-94-007-0005-5

*Artykuły:*

- [2] J. GOLIŃSKA-PILAREK, E. Muñoz-Velasco, „A hybrid qualitative approach for relative movements”, *Logic Journal of the IGPL* 23(3), 2015, 410-420, doi: 10.1093/jigpal/jzv012
- [3] J. GOLIŃSKA-PILAREK, T. Huuskonen, E. Muñoz-Velasco, „Relational dual tableau decision procedures and their applications to modal and intuitionistic logics”, *Annals of Pure and Applied Logic* 165(2), 2014, 409-427, doi: 10.1016/j.apal.2013.06.003
- [4] J. GOLIŃSKA-PILAREK, „On decidability of a logic for order of magnitude qualitative reasoning with bidirectional negligibility”, w: L. Fariñas del Cerro, A. Herzog, J. Mengin (eds.), *Logics in Artificial Intelligence*, seria *Lecture Notes in Computer Science* 7519, 2012, 255–266, doi: 10.1007/978-3-642-33353-8
- [5] J. GOLIŃSKA-PILAREK, E. Muñoz-Velasco, „Reasoning with qualitative velocity: towards a hybrid approach”, w: E. Corchado et al. (eds.), *Hybrid Artificial Intelligence Systems*, seria *Lecture Notes in Computer Science* 7208, 2012, 635–646, doi: 10.1007/978-3-642-28942-2
- [6] J. GOLIŃSKA-PILAREK, E. Orłowska, „Dual tableau for monoidal triangular norm logic MTL”, *Fuzzy Sets and Systems* 162(1), 2011, 39-52, doi:10.1016/j.fss.2010.09.007
- [7] J. GOLIŃSKA-PILAREK, E. Muñoz-Velasco, „Relational approach for a logic for order of magnitude qualitative reasoning with negligibility, non-closeness and distance”, *Logic Journal of IGPL* 17(4), 2009, 375-394, doi: 10.1093/jigpal/jzp016

- [8] J. GOLIŃSKA-PILAREK, E. Muñoz-Velasco, „Dual tableau for a multimodal logic for order of magnitude qualitative reasoning with bidirectional negligibility”, *International Journal of Computer Mathematics* 86(10-11), 2009, 1707-1718, doi: 10.1080/00207160902930752
- [9] J. GOLIŃSKA-PILAREK, „Rasiowa-Sikorski proof system for the non-Fregean sentential logic SCI”, *Journal of Applied Non-Classical Logics* 17(4), 2007, 509-517, doi: 10.3166/jancl.17.511-519

### Omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników

Wnioskowania o prawdziwości rozmaitych stwierdzeń uważane są za jeden z najważniejszych przejawów ludzkiej inteligencji, stąd podstawowym wyzwaniem projektu *Artificial Intelligence* jest zrozumienie ich natury i wypracowanie metod reprezentacji wiedzy i wnioskowań w sposób zrozumiały dla komputerów. Badania ostatnich dziesięcioleci pokazały, że metody logiczne mają na tym polu badań ogromny potencjał. Dlatego też problem logicznej reprezentacji wiedzy uznaje się dzisiaj za kluczowe zadanie AI i technologii informacyjnych.

Logiki nieklasyczne pełnią tu rolę szczególną. Motywacją do ich powstania były rozważania czysto filozoficzne dotyczące zasadności fundamentalnych założeń dwuwartościowej logiki klasycznej. Obecnie logiki nieklasyczne są przedmiotem badań nie tylko filozofów i matematyków, ale również informatyków, kognitywistów i inżynierów. Burzliwy rozwój badań nad logikami nieklasycznymi, jaki można zaobserwować w ostatnich latach, inspirowany jest ważnymi problemami podstaw informatyki, sztucznej inteligencji i innych nauk kognitywnych. Przez lata powstało wiele systemów logicznych określanych dziś mianem „nieklasyczne”, w tym między innymi logiki: modalne, intuicjonistyczne, wielowartościowe, relewantne, rozmyte, kwantowe, niemonotoniczne, parakonsystentne. Bogactwo dostępnych w literaturze logik nieklasycznych jest uderzające. Niektóre z nich stanowią rozszerzenie logiki klasycznej o nowe środki wyrazu, z kolei inne są drastycznym odstępstwem od jej zasad. Różni je język, aksjomatyka, semantyka. To zaś oznacza ogromną różnorodność dostępnych metod reprezentacji wnioskowań w systemach nieklasycznych. Różnorodność ta bierze się nie tylko z różnic pomiędzy logikami, ale również z wielości dostępnych paradygmatów formułowania systemów dedukcyjnych. Do dobrze ugruntowanych typów systemów dedukcyjnych zaliczyć należy: aksjomatyczne systemy Hilbertowskie, systemy dedukcji naturalnej, systemy Gentzenowskie, systemy rezolucji, systemy tablicowe (*tableaux*), systemy tablic dualnych (*dual tableaux*).

Badania nad zastosowaniami logik nieklasycznych, jak również intensywny rozwój informatyki i technik informacyjnych, zrodziły potrzebę wypracowania efektywnych procedur dowodowych, które łatwo można poddać automatyzacji.



Obecnie celem badań teori dowodowych jest nie tylko skonstruowanie odpowiednich systemów do automatycznej dedukcji, ale również wypracowanie metodologii ich tworzenia dla szerokiej klasy logik. Sposób konstrukcji systemu dedukcyjnego zależy w sposób istotny od logiki, dla której system jest konstruowany, jej języka, aksjomatyki, własności semantycznych. Zmiana logiki może więc powodować całkowitą zmianę wypracowanych technik tworzenia systemu. To zaś oznacza, że konstrukcja zadowalającego formalizmu logicznego, który umożliwiłby reprezentację wnioskowań w różnych logikach, powinna uwzględniać następujące dwa składniki: odpowiednio bogaty język logiczny, w którym można wyrazić szeroką klasę różnorodnych logik, oraz uniwersalny system dedukcyjny, który można łatwo przetłumaczyć na język komputerowy, a następnie stosować jako narzędzie wnioskowania. Okazało się, że świetnym narzędziem realizującym ten cel są relacyjne systemy w stylu dual tableaux.

Głównym celem naukowym moich badań, których rezultatem są między innymi prace ujęte jako osiągnięcie habilitacyjne, jest wykorzystanie relacyjnych systemów w stylu dual tableaux jako zunifikowanego formalizmu logicznego do reprezentacji wnioskowań w możliwie najszerszej klasie logik nieklasycznych, w szczególności tych logik, które znajdują zastosowania w modelowaniu problemów sztucznej inteligencji. Celem pośrednim jest wypracowanie metodologii tworzenia procedur decyzyjnych w stylu dual tableaux, co w konsekwencji oznacza również zbadanie rozstrzygalności pewnych logik nieklasycznych.

Prace nad systematyzacją i unifikacją formalizmów logicznych, wobec zarysowanej tu ogromnej różnorodności podejść i rachunków, mają doniosłe znaczenie poznawcze. Od samego początku badań nad systemami nieklasycznymi, a więc od czasu pierwszych logik trójwartościowych wprowadzonych przez Jana Łukasiewicza, problem wielości logik był problemem filozoficznym. Sam Łukasiewicz przypuszczał, że wybór właściwej logiki może być podyktowany względami empirycznymi. I rzeczywiście badania nad systemami nieklasycznymi są dziś w dużej mierze inspirowane empirycznymi potrzebami znalezienia właściwych środków wyrazu dla coraz bardziej wyrafinowanych pól badawczych. Tym ostrzej jednak rysuje się problem uporządkowanej metodologicznej refleksji nad ogólnymi własnościami tych systemów, a więc również nad naturą samej logiki jako dziedziny wiedzy. Dlatego choćby częściowe wyniki dotyczące zunifikowanej formalizacji różnych logik, w tym metod wnioskowania, które te logiki dostarczają, przyczyniają się do lepszego rozumienia natury i skuteczności ludzkich rozumowań.

## **Wprowadzenie**

W części tej opisuję historię badań nad relacyjnymi systemami tablic dualnych, a następnie omawiam uzyskane wyniki przedstawione w pracach wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego.





Metody relacyjne i systemy dedukcyjne w stylu dual tableaux stanowią ważny nurt badań w teorii automatycznej dedukcji i logicznej reprezentacji wiedzy. Systemy te są dobrym narzędziem realizacji trzech głównych zadań logicznych, leżących u podstaw większości metod formalnych: weryfikacji tautologiczności (*validity checking*), weryfikacji prawdziwości i spełniania w konkretnym modelu (*model checking*), weryfikacji wynikania (*entailment*).

Systemy dual tableaux oparte są na diagramach Rasiowej-Sikorskiego dla klasycznej logiki predykatów (zob. [RS60]). Systemy te wyznaczone są przez zbiór reguł wnioskowania i aksjomaty. Reguły mają postać (reg)  $\frac{\Phi}{\Phi_1 | \dots | \Phi_n}, n \geq 1$ , gdzie  $\Phi, \Phi_1, \dots, \Phi_n$  to skończone zbiory formuł. Zbiór  $\Phi$  nazywamy *prezestanką* reguły, zaś zbiory  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$  *konkluzjami* reguły. Niektóre systemy dopuszczają również reguły z nieskończonym (przeliczalnie) wieloma konkluzjami. Reguły mają zachowywać tautologiczność zbiorów formuł, do których są stosowane, gdzie tautologiczność zbioru rozumie się jako tautologiczność meta-alternatywy formuł z tego zbioru. Przecinek w zbiorach w regule (reg) można więc interpretować jako meta-alternatywę, zaś rozgałęzienie '|' jako meta-koniunkcję. Pożądaną własnością, którą reguły większości systemów typu dual tableaux posiadają, jest *odwracalność*:  $\Phi$  jest zbiorem tautologicznym wtedy i tylko wtedy, gdy tautologiczne są zbiory  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$ . Reguły stosują się do skończonych zbiorów formuł. Regułę (reg) można zastosować do zbioru  $X$ , o ile  $X \subseteq \Phi$ . Aksjomatami są wyróżnione tautologiczne zbiory formuł, nazywane również zbiorami aksjomatycznymi. Kluczowym pojęciem w metodologii systemów dual tableaux jest pojęcie *drzewa dowodowego*. Drzewem dowodowym dla formuły  $\varphi$  jest (skończenie) rozgałęzione drzewo spełniające następujące warunki: (1) korzeń drzewa zawiera zbiór  $\{\varphi\}$ , (2) każdy wierzchołek drzewa, z wyjątkiem korzenia, powstaje przez zastosowanie jednej z reguł wnioskowania do jego poprzednika, (3) wierzchołek nie ma następnika, o ile zawiera zbiór aksjomatyczny lub nie stosuje się do niego żadna z dostępnych reguł. Gałąź drzewa dowodowego nazywamy *domkniętą*, o ile zawiera aksjomatyczny zbiór formuł, zaś drzewo dowodowe nazywane jest domkniętym, gdy wszystkie jego gałęzie są domknięte. Formułę  $\varphi$  nazywamy *dowodliwą*, o ile istnieje domknięte drzewo dowodowe dla  $\varphi$ . Systemy dual tableaux są więc systemami typu *validity checker*: aby udowodnić formułę  $\varphi$ , budujemy drzewo dowodowe bezpośrednio dla tej formuły, stosując reguły wnioskowania do kolejno otrzymywanych zbiorów. Własność ta istotnie odróżnia systemy dual tableaux od systemów tableaux, które są typu *unsatisfiability checker*, gdzie dowód formuły polega na wykazaniu niespełnialności jej negacji. W konsekwencji zakres stosowalności systemów dual tableaux jest szerszy niż systemów tableaux; w szczególności można je stosować, bez zmiany podstawowych założeń metodologicznych, do logik, w których negacja zachowuje się nieklasycznie.

Diagramy Rasiowej-Sikorskiego sformułowane były dla klasycznej logiki predykatów bez predykatu identyczności. Jednak baza formalna większości syste-

mów w stylu dual tableaux jest inna. Językiem dedukcji jest zazwyczaj język *logiki relacyjnej*. Klasyczna logika relacyjna to logika relacji dwuargumentowych, będąca logicznym odpowiednikiem reprezentowalnych algebr relacyjnych wprowadzonych przez A. Tarskiego w [Tar41] (por. [TG87], [Mad06]). Język klasycznej logiki relacyjnej RL zawiera zmienne nazwowe (reprezentujące elementy uniwersum), zmienne relacyjne (reprezentujące proste relacje) oraz operatory relacyjne umożliwiające konstrukcję złożonych termów relacyjnych (reprezentujących złożone relacje). Wśród operatorów logiki relacji dwuargumentowych są zazwyczaj boolowskie operatory dopełnienia, sumy, przecięcia oraz operatory złożenia i odwrotności. Formuły logiki relacyjnej mają postać  $xTy$ , gdzie  $x$  i  $y$  są zmiennymi nazwowymi, zaś  $T$  jest dowolnym termem relacyjnym. Formuły logiki relacyjnej stanowią więc logiczną reprezentację stwierdzeń „ $x$  jest w relacji  $T$  z  $y$ ”. Mimo że język logiki relacyjnej nie posiada kwantyfikatorów, wiele formuł klasycznej logiki 1-ego rzędu z kwantyfikatorami ma swoją równoważną reprezentację w logice relacyjnej. Inaczej mówiąc, logika relacyjna umożliwia „kodowanie” pewnych prefiksów kwantyfikatorowych za pomocą termów relacyjnych. W ogólnym przypadku język logiki relacyjnej może zawierać zmienne relacyjne dowolnej skończonej arności, dodatkowe stałe i/lub operatory relacyjne (funkcyjne).

Badania nad logikami relacyjnymi, zapoczątkowane w pracach Profesor Ewy Orłowskiej (zob. [Orł], [Orł92], [Orł95], [Orł97]), wykazały bardzo szeroki zakres ich stosowalności. Okazało się, że metody relacyjnej dedukcji można stosować w odniesieniu do rozmaitych teorii, których formalizacja jest zadana poprzez ustalenie języka formalnego i zasad wnioskowania w obrębie tego języka. Metodologia projektowania relacyjnych systemów w stylu dual tableaux opiera się na dwóch zasadach. Po pierwsze, teorię, dla której poszukuje się systemu dedukcyjnego, należy zinterpretować w odpowiednim fragmencie logiki relacyjnej, w taki sposób, aby reprezentacja zachowywała prawdziwość twierdzeń danej teorii. Następnie dla tak określonej relacyjnej reprezentacji wyjściowej teorii konstruowany jest system w stylu dual tableaux. Pozwala to na budowanie systemów dedukcyjnych w sposób systematyczny i modułarny, gdyż bazowy system dla klasycznej logiki relacyjnej RL jest wspólnym jądrem większości relacyjnych systemów w stylu dual tableaux. To zaś oznacza, że w przypadku wielu teorii nie musimy budować systemu od początku; zazwyczaj wystarczy rozszerzyć system dla RL o reguły i/lub aksjomaty odpowiadające warunkom specyficznym teorii wyjściowej. Główną zaletą metodologii konstruowania systemów relacyjnych jest więc możliwość reprezentacji w ramach jednego formalizmu trzech podstawowych składników systemów formalnych: syntaktyki, semantyki i dedukcji. Badania ostatnich dziesięcioleci wykazały, że logika relacyjna może być z powodzeniem stosowana do reprezentacji, modelowania i porównywania w zunifikowanym formalizmie logicznym logik różniących się istotnie językiem i/lub semantyką.

Relacyjne systemy w stylu dual tableaux skonstruowane zostały dla wielu lo-



gik, w tym między innymi dla standardowych logik modalnych ([Orł]), logik relevantnych i substrukturalnych ([Orł92], [Mac97]), dynamicznych logik do weryfikacji poprawności programów ([Orł93]), logik intuicjonistycznych i opartych na algebrach z operacją rozgałęzienia (*fork algebras*, [FO95]), logik temporalnych ([Orł95]), logik dla demonicznych programów niedeterministycznych ([DO96]), logik wielowartościowych ([KMO98], [KO01]), logik opartych na algebrach Peirce'a ([SOH]), logik dla relacyjnych baz danych ([MO06]).

Badania nad systemami dedukcyjnymi dla logik nieklasycznych, które prowadzi od 10 lat i których efektem są między innymi publikacje wchodzące w skład osiągnięcia, stanowią kontynuację badań prowadzonych przez Profesor Ewę Orłowską oraz szerokie grono jej współpracowników i uczniów. W kolejnej części szczegółowo opisuję osiągnięte w tym zakresie wyniki.

## Wyniki

Praca [1] stanowi najważniejszą pozycję wśród publikacji wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego. Jest to obszerna (560 stron), pierwsza i jedyna na rynku wydawniczym całościowa monografia dotycząca systemów dual tableaux. W książce omówiono logiczne podstawy systemów dual tableaux wraz z ich zastosowaniami do logik badanych tradycyjnie w filozofii (logiki klasyczne, modalne, intuicjonistyczne, relevantne, wielowartościowe), jak i do różnych teorii wykorzystujących „computational logic” (np. logiki temporalne i do wnioskowań o obiektach przestrzennych, logiki dla wnioskowań przy niepełnej i rozmytej informacji, logiki programów, logiki warunkowych decyzji). W monografii uwzględnione zostały wyniki znane z literatury (między innymi te opisane w części poprzedniej), jak i nowe wyniki, będące efektem moich wspólnych badań ze współautorką. Sposób prezentacji wyników znanych z literatury został istotnie zmodyfikowany i udoskonalony w stosunku do wersji oryginalnych. Przed wszystkim systemy dedukcyjne znane z literatury zostały określone w nowym paradygmacie definicyjnym. Przedstawione zostały nowe dowody ich poprawności i pełności, bazujące na metodologii wypracowanej ze współautorką, a w wielu przypadkach opracowane zostały nowe wyniki dotyczące własności i zastosowań omawianych systemów.

Przejdę teraz do szczegółowego omówienia nowych wyników przedstawionych w rozdziałach I, II, III, VII, XI, XII, XIII, XIV, XV, XVII, XVIII, XXV monografii [1], uzyskanych wspólnie ze współautorką, które uważam za swój najważniejszy wkład w pracę [1]. Część tych wyników była oryginalnie opublikowana w artykułach, jednak w książce zostały opracowane na nowo i istotnie rozszerzone. W tym kontekście omówię również pozostałe wyniki opublikowane w artykułach [2]–[9].

Rozdział pierwszy poświęcony jest logice pierwszego rzędu z identycznością (FOL). W rozdziale tym przedstawiono dwa systemy dedukcyjne dla tej logiki:

*J. Orłowska*



w stylu Rasiowej i Sikorskiego (RS) oraz system tablicowy w stylu Smullyana. Podano nowe dowody poprawności i pełności tych systemów. Udowodniona została dualność rozważanych systemów. Zdefiniowane zostały funkcje dualności dla zbioru formuł, reguł, warunków pełności i drzew dowodowych, umożliwiające translację drzewa dowodowego w jednym z systemów w drugi. Zanalizowane zostały ponadto różne postaci reguł dla identyczności i przedyskutowana efektywność systemów z takimi regułami. Zbadane zostały relacje między systemem RS, a innymi systemami dedukcyjnymi dla logiki FOL. Pokazane zostało, w jaki sposób przetłumaczyć dowód w systemie RS na dowody w systemie hilbertowskim, w rachunku sekwentów Gentzena i systemie dualnej rezolucji dla FOL. Całość zilustrowana została przykładami.

Rozdział drugi poświęcony jest klasycznej logice relacyjnej RL, będącej bazą formalną większości systemów relacyjnych w stylu dual tableaux. W pierwszej kolejności omówiony został ogólny schemat języka logik relacji dwuargumentowych oraz ogólna definicja relacyjnego systemu dedukcyjnego. Następnie zdefiniowana została bazowa logika relacyjna bez stałych relacyjnych oraz klasyczna logika relacyjna RL ze stałymi relacyjnymi 1 i 1', interpretowanymi odpowiednio jako relacja pełna i relacja identyczności. Przedstawione zostały systemy relacyjne dla tych logik oraz udowodniona ich poprawność i pełność. Omówiona została ogólna metoda dowodzenia poprawności i pełności systemów relacyjnych oraz podstawowe własności systemu, których taki dowód wymaga (własność domkniętej gałęzi drzewa dowodowego, własność istnienia modelu generowanego przez gałąź, własność spełniania w modelu generowanym). Przedyskutowane zostały alternatywne wersje reguł dla identyczności oraz związek logiki relacyjnej z pełnymi i reprezentowalnymi algebraми relacyjnymi. Jako przykład zastosowania systemu dedukcyjnego dla RL, skonstruowano skomplikowany dowód dla formuły, której algebraiczny odpowiednik jest prawdziwy we wszystkich reprezentowalnych algebraх relacyjnych, ale nie we wszystkich algebraх relacyjnych. Omówiono następnie problem weryfikacji wynikania logicznego, które w przypadku logiki RL można bezpośrednio wyrazić w jej języku. Dzięki temu do weryfikacji wynikania logicznego można zastosować ten sam system, który umożliwia weryfikację tautologiczności formuł RL. W ostatniej części tego rozdziału omówione zostały rozstrzygalne fragmenty logiki RL. Skonstruowano pierwsze relacyjne procedury decyzyjne w stylu dual tableaux dla trzech z pięciu omawianych rozstrzygalnych klas formuł. W konstrukcji wykorzystano odpowiednie modyfikacje oryginalnego systemu RL.

W rozdziale trzecim omówione zostały dwie logiki relacyjne, oznaczane symbolami  $RL_{ax}(\mathbb{C})$  i  $RL_{df}(\mathbb{C})$ , będące rozszerzeniami logiki relacyjnej RL i umożliwiające kodowanie informacji o obiektach (indywiduach) z dziedziny teorii. Logika  $RL_{ax}(\mathbb{C})$  powstaje z RL przez dodanie do jej języka stałych relacyjnych ze zbioru  $\mathbb{C}$ , interpretowanych w modelach jako *relacje punktowe* określone aksjo-

matycznie. Z kolei język logiki  $RL_{df}(\mathbb{C})$  powstaje przez wzbogacenie języka logiki RL nie tylko o stałe relacyjne ze zbioru  $\mathbb{C}$ , ale też o stałe nazwowe  $c_C$ , dla każdej stałej relacyjnej  $C \in \mathbb{C}$ . W  $RL_{df}(\mathbb{C})$  stałe nazwowe interpretowane są w modelach jako elementy uniwersum, zaś stałe relacyjne jako relacje punktowe zdefiniowane w terminach interpretacji stałych nazwowych. Dla obu logik skonstruowano relacyjne systemy dual tableaux i udowodniono ich poprawność i pełność. Logiki  $RL_{ax}(\mathbb{C})$  i  $RL_{df}(\mathbb{C})$  pełnią w metodologii relacyjnych systemów rolę szczególną, gdyż dostarczają narzędzi do weryfikacji prawdziwości (*model checking*) i spełniania (*satisfaction checking*) w konkretnym modelu logiki RL. W drugiej części rozdziału trzeciego omówiono, w jaki sposób oba te problemy można wyrazić w logice relacyjnej ze stałymi nazwowymi i relacyjnymi. Skonstruowane zostały również odpowiednie systemy do weryfikacji tych zadań logicznych; udowodniono ich poprawność i pełność. Zastosowania systemów zostały zilustrowane przykładami.

Wyniki przedstawione w trzech pierwszych rozdziałach pracy [1] stanowią bazę formalną i punkt wyjścia pozostałych wyników wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego.

Ogólny schemat konstruowania relacyjnego systemu w stylu dual tableaux dla standardowych logik modalnych został omówiony w rozdziale VII. Konstrukcja ta obejmuje szeroką klasę logik, których język może zawierać wiele modalności wyznaczonych przez różne relacje dostępności i cztery typy operatorów: konieczności  $[R]$ , możliwości  $\langle R \rangle$ , *sufficiency*  $[[R]]$  oraz operator *dual sufficiency*  $\langle\langle R \rangle\rangle$ . Dla logik z tej klasy zdefiniowano tłumaczenie na język logiki relacyjnej i udowodniono, że tłumaczenie zachowuje tautologiczność formuł rozważanej logiki. Omówiono ogólny schemat konstrukcji poprawnych i pełnych systemów w stylu dual tableaux dla logik relacyjnych odpowiadających logikom z rozważanej klasy. Całość zilustrowano przykładami konstrukcji systemów dla popularnych logik modalnych, pełnych względem modeli, w których relacja dostępności ma co najmniej jedną z następujących własności: zwrotność, symetryczność, przechodniość. Omówiony został również problem weryfikacji wynikania logicznego w logikach modalnych oraz ogólny schemat konstrukcji systemów do weryfikacji prawdziwości i spełniania w konkretnym modelu.

Wyniki dotyczące relacyjnych systemów w stylu dual tableaux dla logik informacyjnych omówiono w rozdziałach XI i XII monografii [1]. Logiki informacyjne umożliwiają reprezentację i analizę systemów informacyjnych z niepełną informacją, wyznaczonych przez kolekcję obiektów opisanych w terminach ich własności, przy czym własność określona jest przez parę '(atrybut, zbiór wartości tego atrybutu)' (zob. [DO02]). Formalnie są to skomplikowane logiki modalne z operatorami modalnymi wyznaczonymi przez relacje informacyjne (np. nierozróżnialności, (nie)podobieństwa, wykluczania, (nie)dopełniania, etc.). Omówiono dwie bogate klasy logik informacyjnych. Modele logik z pierwszej klasy oparte



są na tak zwanych *plain frames*, gdzie każda relacja informacyjna wyznaczona jest przez cały zbiór atrybutów systemu informacyjnego, zaś modele logik z drugiej klasy oparte są na *relative frames*, zawierających rodziny relacji wyznaczone przez wszystkie skończone podzbiory zbioru atrybutów systemu informacyjnego. Skonstruowano poprawne i pełne relacyjne systemy dedukcyjne dla następujących logik informacyjnych: NIL oraz IL (z relacjami inkluzji, podobieństwa, niedostrzegalności), CI (z relacjami komplementarności i niekomplementarności),  $L_{FS}$  (*strong relative frames*),  $L_{FW}$  (*weak relative frames*), Rare-NIL i Rare-CI (relatywne wersje logik NIL i IL).

Wyniki badań nad logiką kontekstu LC, która może służyć jako narzędzie reprezentacji pewnych problemów logicznych w Formalnej Analizie Pojęć FCA (*Formal Concept Analysis*, zob. [GW99]), przedstawione zostały w rozdziale XIII monografii [1]. Formalna analiza pojęć jest gałęzią informatologii, a pierwotną motywacją jej powstania była próba matematyzacji pojęcia *pojęcie*. Obecnie techniki wypracowane w ramach FCA wykorzystuje się między innymi w eksploracji danych i tekstu, uczeniu maszynowym, badaniach nad *semantic web*. Podstawowym pojęciem w FCA jest struktura kontekstu, będąca dwu-sortową strukturą relacyjną składającą się ze zbioru elementów, interpretowanych jako obiekty, zbioru własności (atrybutów) oraz dwuargumentowej relacji, która zachodzi pomiędzy obiektem i własnością, o ile obiekt tę własność posiada. Logika kontekstu, wprowadzona w [1], stanowi logiczną reprezentację tego rodzaju struktur. LC jest logiką wielomodalną z dwoma operatorami typu *sufficiency* kodującymi ekstensję i intensję kontekstu. Dla logiki LC skonstruowane zostały poprawne i pełne relacyjne systemy w stylu *dual tableaux* do weryfikacji tautologiczności, wynikania logicznego, prawdziwości i spełniania w konkretnym modelu.

Wyniki dotyczące logiki monoidalnej normy trójkątnej, MTL, przedstawione zostały w artykule [6], a w rozszerzonej wersji w rozdziale XIV monografii [1]. Z perspektywy logik substrukturalnych logika MTL jest logiką pełnego rachunku Lambeka wyposażonego w reguły rozrzedzenia (*weakening*), przestawienia (*exchange*) i aksjomat preliniowości. Z perspektywy logik rozmytych MTL jest logiką lewo-ciągłych norm trójkątnych, w skrócie *t-norm*. Algebraiczna semantyka logiki MTL oparta jest na klasie MTL-algebr. Dla logiki MTL skonstruowano odpowiadającą jej logikę relacyjną oraz relacyjny system w stylu *dual tableaux*. Udowodniono poprawność i pełność systemu.

Kolejną grupą logik, intensywnie przeze mnie badaną w ostatnich latach, jest klasa logik dla wnioskowań jakościowych, w tym logiki OMR dla wnioskowań z dokładnością do rzędu wielkości (*logics for order-of-magnitude reasoning*), temporalne logiki interwałowe, logiki dla wnioskowań o przestrzeni, logiki dla jakościowej reprezentacji wnioskowań o ruchu.

W logikach OMR dane analizuje się w terminach jakościowych relacji pomiędzy obiektami, których własności dane są z dokładnością do rzędu wielkości.



W literaturze znane są dwa podejścia do rozumowań z dokładnością do rzędu wielkości względem pewnej skali: *absolutne* – Absolute Order of Magnitude – reprezentowane przez podział liczb rzeczywistych na klasy jakościowe oraz *względne* – Relative Order of Magnitude – gdzie wprowadza się rodzinę dwuargumentowych relacji określonych na zbiorze liczb rzeczywistych (relacje magnitude), między innymi relację porównywalności (comparability), zaniedbywalności (negligibility) i podobieństwa-bliskości (closeness). Zamierzone modele większości logik OMR wykorzystują zazwyczaj oba podejścia. W rozdziale XV monografii [1] przedstawiona została relacyjna reprezentacja logiki OMR z relacją porównywalności i zaniedbywalności, dla której skonstruowano relacyjny system dedukcyjny. Udowodniono jego poprawność i pełność. W artykule [8] analizowana była logika OMR z relacją zaniedbywalności wraz z jej odwrotnością, zaś w artykule [7] logika OMR z relacjami zaniedbywalności, nie-bliskości i odległości. Dla obu logik określona została ich relacyjna reprezentacja oraz skonstruowany został poprawny i pełny system dedukcyjny w stylu dual tableaux.

Wyniki dotyczące temporalnych logik interwałowych przedstawione zostały w rozdziale XVII monografii [1]. W logikach tego typu czas interpretuje się w terminach odcinków czasowych (interwałów), a nie punktów, jak to ma miejsce w standardowych logikach temporalnych. Jedną z ważniejszych logik interwałowych jest logika Halperna-Shohama HS, w której zakłada się, że interwały są domknięte (z końcami) i uporządkowane przez relację ostrego liniowego porządku. Logika HS jest logiką wielomodalną z operatorami modalnymi wyznaczonymi przez cztery relacje dostępności, które odpowiadają znanym relacjom Allena *begins* i *ends* oraz ich odwrotnościom. Logika HS ma dużą siłę wyrażalności, w szczególności można w niej wyrazić wszystkie pozostałe relacje Allena. W rozdziale XVII skonstruowano relacyjną reprezentację logiki HS i odpowiadający jej pełny system relacyjny. Ponadto, przeanalizowane zostały rozmaite modyfikacje logiki HS (logiki oparte na odcinkach otwartych, logiki z innymi relacjami Allena i ich kombinacje) oraz ich relacyjne systemy dedukcyjne.

Rezultaty badań nad jakościowymi logikami dla wnioskowań o przestrzeni omówione zostały w rozdziale XVIII monografii [1]. Uwzględnione tu zostały logiki dla następujących teorii przestrzennych: teorii algebr relacyjnych generowanych przez relację kontaktu (logika CRA) oraz jej rozszerzeń o inne przestrzenne relacje mereologiczne, teorii algebr Boole'a z relacją kontaktu (logika  $F_{BAC,fun}$ ), rachunku *Region Connection Calculus* RCC (logika  $F_{RCC,fun}$ ), teorii algebr Boole'a z relacją *proximity* (logika  $F_{BA\delta}$ ). Zdefiniowana została relacyjna reprezentacja logiki CRA i jej rozszerzeń; skonstruowany został relacyjny system w stylu dual tableaux i udowodniona jego poprawność i pełność. W relacyjnej reprezentacji własności specyficznych pozostałych teorii konieczne było wykorzystanie relacji trzyargumentowych. Konstrukcja systemów dual tableaux dla logik  $F_{BAC,fun}$ ,  $F_{RCC,fun}$ ,  $F_{BA\delta}$  oparta jest na systemie dla logiki pierwszego rzędu. Udowodnio-

no poprawność i pełność wszystkich systemów, a ich zastosowania zilustrowano przykładami.

Logiki dla jakościowej reprezentacji ruchu stanowią przedmiot dwóch moich artykułów ([2] i [5]), które ukazały się po opublikowaniu monografii [1]. W obu pracach wprowadzono logiki do reprezentacji i wnioskowań o ruchu obiektów: logikę QV w pracy [5] i logikę QM w pracy [2]. Logiki QV i QM stanowią rozszerzenie zdaniowej logiki dynamicznej PDL o odpowiednie operatory kodujące jakościowe własności ruchu. W logice QV ruch opisuje się w terminach jakościowych klas prędkości i kierunku. Logika QM jest również sformułowana w paradygmacie logik dynamicznych, jednak sposób, w jaki reprezentuje się w QM ruch, i własności jakościowych relacji są moim autorskim pomysłem. QM jest logiką dynamiczną, w której względny ruch obiektu (ze względu na inny obiekt) reprezentuje się jako ciąg  $\bar{s} = (s_1; \dots; s_5) \in L$ , gdzie  $L = L_1 \times \dots \times L_5$ ,  $L_1 = \{(A_i, A_j) \mid A_i, A_j \in A\}$  jest zbiorem par obiektów z niepustego i skończonego zbioru A (obiektów poruszających się), zaś  $L_2, \dots, L_5$  są zbiorami klas jakościowych reprezentujących odpowiednio względny kierunek, względną prędkość, względne położenie i względną odległość. Kluczowym pojęciem w logice QM jest *złożenie* względnych ruchów obiektów, reprezentowane w języku logiki przez operację złożenia. Inspiracją do wprowadzenia operacji złożenia jest obserwacja, że informacje o jakościowych reprezentacjach ruchu obiektu  $A_i$  względem obiektu  $A_j$  oraz ruchu obiektu  $A_j$  względem obiektu  $A_k$  umożliwiają scharakteryzowanie jakościowych własności ruchu obiektu  $A_i$  względem  $A_k$ . Własności te scharakteryzowane są szczegółowo w pracy [2]. Z perspektywy formalnej, logika QM określona jest jako rozszerzenie dynamicznej logiki zdaniowej PDL o stałe zdaniowe, interpretowane jako możliwe jakościowe reprezentacje względnego ruchu, oraz programy atomowe interpretowane jako relacje wyznaczone przez operację złożenia możliwych względnych ruchów obiektów. W pracy [2] opisano kilka przykładów zastosowań logiki QM do jakościowej reprezentacji względnego ruchu obiektów. Dla obu logik określone zostały ich relacyjne reprezentacje, a następnie skonstruowane zostały systemy w stylu relacyjnych tablic dualnych. Udowodniono poprawność i pełność obu systemów. W ten sposób uzyskano systemy, które nie tylko umożliwiają jakościową reprezentację ruchu obiektów, ale są również narzędziem do wnioskowań o wzajemnych zależnościach pomiędzy poruszającymi się obiektami.

Szczególny status wśród osiągnięć habilitacyjnych mają wyniki dotyczące nie-fregowskich logik Suszki. Minimalna klasyczna logika Suszki – zdaniowa logika ze spójnikiem identyczności, SCI – nie jest algebraizowalna w stylu Rasiowej-Sikorskiego, a stąd nie jest możliwa jej relacyjna reprezentacja. W konsekwencji konstrukcja systemu dedukcyjnego w stylu dual tableaux wymagała wypracowania nowych technik specyficznych dla logiki. System dla SCI wraz z dowodem jego poprawności i pełności został przedstawiony w pracy [9]. W rozdziale XXIII



monografii [1] omówione zostały dodatkowo trzy aksjomatyczne rozszerzenia logiki  $SCI - SCI^B$  z aksjomatami algebr Boole'a,  $SCI^T$  z aksjomatami topologicznych algebr Boole'a,  $SCI^H$  z aksjomatami topologicznych algebr Boole'a z dokładniej dwoma otwartymi elementami – i ich systemy w stylu dual tableaux.

Techniki wypracowane w trakcie wieloletnich badań nad relacyjnymi systemami dual tableaux zostały usystematyzowane i uogólnione, a wyniki uzyskane w tym zakresie szczegółowo opisane w ostatnim rozdziale monografii [1]. W rozdziale tym omówiono metodologię konstruowania relacyjnej reprezentacji rozmaitych teorii. Wyróżniono trzy typy teorii formalnych i przeanalizowano ogólne zasady ich translacji na język logiki relacyjnej, konstrukcji systemu dual tableaux i dowodu jego poprawności i pełności. Omówiono zasady konstruowania poprawnych reguł dla kilkunastu, najczęściej spotykanych, typów warunków specyficznych dla teorii, odpowiadających warunkom semantycznym oraz wyrażonym w języku pierwszego rzędu definicjom relacyjnych operatorów bądź stałych. Udowodniono twierdzenia o korespondencji (odpowiedniości) pomiędzy warunkami a poprawnością kodującej je reguły. Przedyskutowano alternatywne wersje pewnych reguł, w szczególności omówiono metody konstrukcji reguł analitycznych w miejsce reguł à la cięcie. W ostatniej części omówione zostały istniejące implementacje komputerowe.

Metodologia systemów relacyjnych umożliwia opracowanie systemów dedukcyjnych w sposób systematyczny i modułowy dla bardzo różnych formalizmów logicznych, jednak nie dostarcza narzędzi do zbadania rozstrzygalności czy konstrukcji procedury decyzyjnej. Tymczasem własność rozstrzygalności i istnienie procedury decyzyjnej może mieć fundamentalne znaczenie w kontekście komputerowych implementacji systemów i ich potencjalnych zastosowań poza logiką. Problematyka ta jest głównym przedmiotem moich badań prowadzonych w ostatnich latach. Celem tych badań jest po pierwsze ustalenie, czy logiki dla jakościowych wnioskowań z dokładnością do rzędu wielkości są rozstrzygalne (o ile nie zostało to wcześniej wykazane), po drugie skonstruowanie relacyjnych procedur decyzyjnych dla badanych logik rozstrzygalnych, a po trzecie wypracowanie ogólnej metodologii tworzenia takich procedur. W tym zakresie uzyskałam już częściowe wyniki, które zostały opublikowane między innymi w pracach [3] i [4]. W pracy [4] udowodniłam, że minimalna jakościowa logika do wnioskowań z dokładnością do rzędu wielkości z relacją zaniedbywalności posiada własność skończonego modelu i jest rozstrzygalna. Wynik ten może być punktem wyjścia dla uzyskania procedury decyzyjnej. Szereg wyników dotyczących konstrukcji relacyjnych procedur decyzyjnych zawiera praca [3]. Omówione tam zostały pewne rozstrzygalne fragmenty logiki relacyjnej oraz podana konstrukcja relacyjnych procedur decyzyjnych dla rozważanych klas. W konstrukcji wykorzystano oryginalną metodologię relacyjnych systemów dual tableaux, co istotnie odróżnia uzyskane procedury od innych znanych procedur decyzyjnych, szczególnie tych



opartych na systemach tableaux. Otóż, każda procedura przedstawiona w pracy [3] jest systemem dual tableaux wyznaczonym wyłącznie przez reguły i aksjomaty. Każdy z systemów generuje w sposób deterministyczny dokładnie jedno drzewo dla danej formuły. Tymczasem większość procedur decyzyjnych znanych z literatury to algorytmy oparte na pewnych systemach dedukcyjnych wyposażonych w techniki zewnętrzne (np. backtracking, backjumping, simplification). W pracy [3] pokazano, w jaki sposób uzyskane wyniki można zastosować w konstrukcji deterministycznych relacyjnych procedur decyzyjnych dla pewnych logik modalnych i intuicjonistycznych. Konstrukcja ta wymagała przededefiniowania standardowej metody tłumaczenia formuł tych logik na odpowiedni rozstrzygalny fragment logiki relacyjnej. Pozostałe wyniki dotyczące relacyjnych procedur decyzyjnych opisują w kolejnej części autoreferatu.

##### 5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

Od ukończenia doktoratu problematyka moich badań dotyczy dwóch obszarów badawczych: (1) formalizacji wnioskowań w logikach nieklasycznych; (2) logik nefregowskich, ich teoriomodelowych własności i zastosowań w analizie problemów filozofii logiki, filozofii języka i ontologii.

Najważniejsze wyniki uzyskane w zakresie formalizacji wnioskowań w logikach nieklasycznych z wykorzystaniem systemów w stylu dual tableaux wchodzi w skład osiągnięcia habilitacyjnego i zostały opisane w części poprzedniej. Do pozostałych ważnych wyników uzyskanych w tym obszarze należą: konstrukcja nowego systemu w stylu indeksowanych tablic będącego procedurą decyzyjną dla logiki modalnej K (praca [GPMVM15]); komputerowa implementacja relacyjnej procedury decyzyjnej dla modalnej logiki K (praca [MMVGP11]); komputerowa implementacja relacyjnego systemu w stylu dual tableaux dla logiki do wnioskowań z dokładnością do rzędu wielkości z relacjami zaniedbywalności, nie-bliskości i odległości (praca [GPMMV08]); konstrukcja relacyjnych procedur decyzyjnych dla standardowych logik wielomodalnych i logiki deskrypcyjnej ALC (praca [CGPNA14]).

Logiki nefregowskie, wprowadzone do literatury logicznej przez polskiego logika Romana Suszkę ([Sus68]), stanowią realizację semantycznego programu Gottloba Fregego z pominięciem postulatu, zwanego w literaturze logicznej *aksjomatem Fregego*, utożsamiającego denotację zdania z jego wartością logiczną. Logika nefregowska została świadomie zaproponowana przez Suszkę jako system alternatywny wobec panującego standardu. U podstaw logiki nefregowskiej leży odrzucenie aksjomatu Fregego i założenie o istnieniu w modelach uniwersum korelatów semantycznych zdań stosowanego języka. Najstabszą, ekstensjonalną i dwuwartościową, zdaniową logiką nefregowską jest rachunek SCL (*Sentential Calculus with Identity*). Język SCL powstaje przez wzbogacenie języka klasycznego rachunku zdań o nowy dwuargumentowy spójnik identyczności  $\equiv$ , który

łączy dwa zdania w zdanie prawdziwe, o ile korelaty semantyczne tych zdań są identyczne, czy też zdania przedstawiają tę samą sytuację. Z perspektywy formalnej logika SCl powstaje z klasycznego rachunku zdań przez dodanie do jego aksjomatyki odpowiednich aksjomatów gwarantujących zamierzoną interpretację spójnika identyczności, który ma reprezentować relację równoważności i spełniać zasadę ekstensjonalności. Modele logiki SCl oparte są na strukturach wyposażonych w uniwersum sytuacji, funkcje interpretujące spójniki logiczne oraz wyróżniony podzbiór uniwersum, zbiór faktów – korelatów semantycznych zdań prawdziwych. Logika SCl jest tak ogólnym rachunkiem logicznym, że wiele znanych logik – logika klasyczna, skończenie wartościowe logiki Łukasiewicza, oraz pewne rachunki modalne – są jej szczególnymi przypadkami.

Ze względu na ogólny charakter rachunku SCl i jego minimalne założenia ontologiczne, badania nad logikami nefregowskimi koncentrowały się na różnych rozszerzeniach SCl, w których na spójnik identyczności i uniwersum sytuacji nakłada się dodatkowe warunki. Najmocniejszym rozszerzeniem SCl jest klasyczna logika zdaniowa, w której spójniki identyczności i równoważności są nieodróżnialne. W swojej pracy doktorskiej wykazałam, że klasy wszystkich nierównoważnych elementarnych rozszerzeń SCl oraz wszystkich nierównoważnych elementarnych rozszerzeń SCl posiadających modele adekwatne są nieprzeliczalne. Wyniki te stały się podstawą dwóch moich artykułów [GPH05] i [GP06], opublikowanych już po obronie doktoratu. Od tego czasu moje badania nad logikami Suszki koncentrują się na nefregowskich logikach wyższych rzędów, którym niestety w literaturze logicznej poświęcono niezastużenie mało uwagi. Przedmiotem moich badań jest w szczególności logika  $SCl_Q$ , będąca rozszerzeniem rachunku SCl o kwantyfikatory przebiegające zmienne zdaniowe. Badania wykazały, że ta drobna modyfikacja logiki SCl prowadzi do niezwykle silnego jej wzmocnienia. Otóż, mimo wielu zalet rachunku SCl, łatwo dostrzec jego podstawową słabość: język SCl jest po prostu bardzo ubogi. Nie pozwala sformułować nie tylko żadnych stwierdzeń dotyczących zależności między przedmiotami a sytuacjami, lecz również twierdzeń mówiących o istnieniu pewnych szczególnych sytuacji czy własności ogółu sytuacji. Tymczasem w logice  $SCl_Q$  można wyrazić wiele ciekawych, niewyraźalnych w rachunku SCl własności uniwersum sytuacji. Wyniki dotyczące logiki  $SCl_Q$  przedstawione zostały w obszernym artykule [GPH15b], przyjętym do publikacji w *Notre Dame Journal of Formal Logic*. Udowodniono tam, że  $SCl_Q$  nie posiada własności skończonego modelu i nie jest rozstrzygalna. Wykazano również, że w logice  $SCl_Q$  można wyrazić klasyczne matematyczne teorie pierwszego rzędu, takie jak teorię grup, teorię pierścieni, teorię ciał oraz arytmetykę Peano. W konsekwencji teorie te, ze względu na pewien przekład języków i modeli, można traktować jako teorie nefregowskie. W pracy [GPH15b] przedstawione zostały ponadto wyniki dotyczące spektrum logiki  $SCl_Q$ . W szczególności udowodniono, że zbiór  $A$  liczb naturalnych jest spektrum zdania logiki







własność: istnieją LD-formuły  $\varphi$  i  $\psi$  takie, że  $\varphi \wedge \neg\varphi \not\vdash_{LD} \psi$ .

Zaskakujące własności logiki LD, kontrowersje wokół interpretacji jej aksjomatów oraz nieudane próby wykazania, że logika ta jest rozstrzygalna, doprowadziły do pewnych modyfikacji logiki LD oraz poszukiwań możliwie najsłabszej logiki, która spełniałaby podstawowe założenia filozoficzne Grzegorzcyka, ale nie była uwikłana w mocne założenia dotyczące zależności pomiędzy spójnikami. W pracy [GPH15a] wprowadzone zostały dwie logiki, LE (*Logic of Equimeaning*) i LDS (*Logic of Descriptions with Suszko Axioms*), które powstają z LD poprzez zmianę postaci aksjomatów kodujących własność ekstensjonalności. Ponadto rozważane były dwa rozszerzenia logiki LD: logika LDD – która powstaje z logiki LD przez dodanie do niej aksjomatu złudzenia (*Delusion Axiom*) – oraz logika LDT, która jest rozszerzeniem LD o aksjomat przechodniości. Zbadane zostały zależności pomiędzy rozważanymi logikami. Wykazano, że (1) logika LD jest nieporównywalna z logikami LE i LDS, (2) LE jest nieporównywalna z LDT, (3)  $LD < LDT < LDD$ , (4)  $LDS < LDT$ , (5)  $LE < LDD$ , gdzie  $<$  oznacza ostrą inkluzję pomiędzy zbiorami twierdzeń danych logik. Ponadto, badana była możliwość wyrażenia spójnika  $\equiv$  w terminach opisowej implikacji  $\Rightarrow$ , zdefiniowanej jako  $\varphi \Rightarrow \psi \stackrel{df}{=} \varphi \equiv (\varphi \wedge \psi)$ . Pokazano, że  $\equiv$  można wyrazić za pomocą  $\Rightarrow$  w logice LDT, ale nie w LD. Wykazano również, że spójnik  $\equiv$  nie może być utożsamiony z modalną koniecznością w żadnej klasie struktur Kripkego, oraz że jeśli spójnik równoważności utożsami się z równoważnością (implikacją) w innych logikach, to logiki LD, LDD, LDT są istotnie różne od logik intuicjonistycznych i relewantnych. Zanalizowane zostały różne postaci własności ekstensjonalności: mocna ekstensjonalność ( $\vdash (\varphi \equiv \psi) \Rightarrow (\vartheta(p/\varphi) \equiv \vartheta(p/\psi))$ ); słaba ekstensjonalność (jeśli  $\vdash \varphi \equiv \psi$ , to  $\vdash (\vartheta(p/\varphi) \equiv \vartheta(p/\psi))$ ); własność Grzegorzcyka ( $\vdash (\bar{\varphi} \equiv \bar{\psi}) \Rightarrow (\vartheta(p_1/\varphi_1, \dots, p_n/\varphi_n) \equiv \vartheta(p_1/\psi_1, \dots, p_n/\psi_n))$ ). Wykazano, że logiki LDD i LDT są mocno ekstensjonalne, ale nie spełniają własności Grzegorzcyka; LDS spełnia własność Grzegorzcyka, ale nie jest mocno ekstensjonalna; LD jest słabo ekstensjonalna, ale nie spełnia własności mocnej ekstensjonalności ani własności Grzegorzcyka; LE nie spełnia żadnej z własności ekstensjonalności.

W pracy [GP15] podjęta została próba całkowitej rewizji aksjomatów logiki LD z perspektywy założeń i motywacji filozoficznych Grzegorzcyka. Analiza interpretacji aksjomatów logik LD, LE i LDS w języku naturalnym doprowadziła do wniosku, że aksjomaty kodujące ekstensjonalność mają bardzo nieintuicyjną treść, a pozostałe aksjomaty są zbyt mocne. W konsekwencji wszystkie trzy logiki uznane zostały za zbyt mocne, o ile  $\varphi \equiv \psi$  ma wyrażać „ $\varphi$  i  $\psi$  mają tę samą treść”. Zaproponowano więc nową logikę MGL (*Minimal Grzegorzcyk Logic*), w której ekstensjonalność wyrażona jest za pomocą odpowiedniej reguły. Dla logiki MGL zbudowano odpowiednią semantykę i udowodniono mocne twierdzenie o poprawności i pełności. Wykazano, że logika MGL jest parakonsystentna, roz-

strzygalna i może służyć jako logika bazowa, gdyż logiki LD, LDS, niefregowska logika Suszki SCI oraz wiele innych logik nieklasycznych to szczególne rozszerzenia logiki MGL.

#### Pozycje cytowane w autoreferacie

- [CGPNA14] D. Cantone, J. Golińska-Pilarek, M. Nicolosi-Asmundo. A relational dual tableau decision procedure for multimodal and description logics. M. Polycarpou, i inni, redaktorzy, *Hybrid Artificial Intelligence Systems*, wolumen 8480 serii *Lecture Notes in Computer Science*, strony 466–477. Springer International Publishing, 2014.
- [DO96] S. Demri, E. Orłowska. Logical analysis of demonic nondeterministic programs. *Theoretical Computer Science*, 166(1-2):173–202, 1996.
- [DO02] S. Demri, E. Orłowska. *Incomplete Information: Structure, Inference, Complexity*. Monographs in Theoretical Computer Science. An EATCS Series. Springer, Heidelberg, 2002.
- [FO95] M. F. Frias, E. Orłowska. A proof system for fork algebras and its applications to reasoning in logics based on intuitionism. *Logique et Analyse*, 150-152:239–284, 1995.
- [GP06] J. Golińska-Pilarek. Number of non-Fregean sentential logics that have adequate models. *Mathematical Logic Quarterly*, 52(5):439–443, 2006.
- [GP15] J. Golińska-Pilarek. On the minimal non-Fregean Grzegorzczak logic. *Studia Logica*, Available online October 20, 2015. doi: 10.1007/s11225-015-9635-y.
- [GPH05] J. Golińska-Pilarek, T. Huuskonen. Number of extensions of non-Fregean logics. *Journal of Philosophical Logic*, 34(2):193–206, 2005.
- [GPH12] J. Golińska-Pilarek, T. Huuskonen. Logic of Descriptions. A new approach to the foundations of mathematics and science. *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, 27(40):63–94, 2012.
- [GPH15a] J. Golińska-Pilarek, T. Huuskonen. Grzegorzczak's non-Fregean logics and their formal properties. R. Urbaniak, G. Payette, redaktorzy, *Applications of Formal Philosophy*. Springer International Publishing, 2015. zaakceptowane do druku.
- [GPH15b] J. Golińska-Pilarek, T. Huuskonen. Non-Fregean propositional logic with quantifiers. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 2015. zaakceptowane do druku w listopadzie 2013 roku.
- [GPMMV08] J. Golińska-Pilarek, A. Mora, E. Muñoz-Velasco. An ATP of a relational proof system for order of magnitude reasoning with negligibility, non-closeness and distance. T-B. Ho, Z-H. Zhou, redaktorzy, *PRICAI 2008: Trends in Artificial Intelligence*, wolumen 5351 serii *Lecture Notes in Computer Science*, strony 128–139. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [GPMVM15] J. Golińska-Pilarek, E. Muñoz-Velasco, A. Mora. Tableau reductions: Towards an optimal decision procedure for the modal necessity. *Journal of Applied Logic*, Available online, 28 września, 2015. doi: 10.1016/j.jal.2015.09.005.
- [Grz11] A. Grzegorzczak. Filozofia logiki i formalna logika niesimplifikacyjna. *Zagadnienia Naukoznawstwa*, 47(4):445–450, 2011.



- [GW99] B. Ganter, R. Wille. *Formal Concept Analysis: Mathematical Foundation*. Springer, Heidelberg, 1999.
- [KMO98] B. Konikowska, C. Morgan, E. Orłowska. A relational formalisation of arbitrary finite-valued logics. *Logic Journal of the IGPL*, 6(5):755–774, 1998.
- [KO01] B. Konikowska, E. Orłowska. A relational formalisation of a generic many-valued modal logic. E. Orłowska, A. Szalas, redaktorzy, *Relational Methods for Computer Science Applications*, wolumen 65 serii *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, strony 183–202, Heidelberg, 2001. Springer.
- [Mac97] W. MacCaull. Relational proof system for linear and other substructural logics. *Logic Journal of the IGPL*, 5(5), 1997.
- [Mad06] R. D. Maddux. *Relation Algebras*. Elsevier, Amsterdam, 2006.
- [MMVGP11] A. Mora, E. Muñoz-Velasco, J. Golińska-Pilarek. Implementing a relational theorem prover for modal logic K. *International Journal of Computer Mathematics*, 88(9):1869–1884, 2011.
- [MO06] W. MacCaull, E. Orłowska. A logic of type relations and its applications to relational databases. *Journal of Logic and Computation*, 16(6):789–815, 2006.
- [Orł] E. Orłowska. Relational interpretation of modal logics. *Algebraic Logic, Proc. Conf. Budapest (1988)*, strony 443–471.
- [Orł92] E. Orłowska. Relational proof system for relevant logics. *Journal of Symbolic Logic*, 57(4):1425–1440, 1992.
- [Orł93] E. Orłowska. Dynamic logic with program specifications and its relational proof system. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 3(2):147–171, 1993.
- [Orł95] E. Orłowska. Temporal logics in a relational framework. L. Bolc, A. Szalas, redaktorzy, *Time and Logic - a Computational Approach*, strony 249–277. University College London Press, London, 1995.
- [Orł97] E. Orłowska. Relational formalisation of non-classical logics. C. Brink, W. Kahl, G. Schmidt, redaktorzy, *Relational Methods in Computer Science*, strony 90–105. Springer, Vienna, 1997.
- [RS60] H. Rasiowa, R. Sikorski. On Gentzen theorem. *Fundamenta Mathematicae*, 48:57–69, 1960.
- [SOH] R. A. Schmidt, E. Orłowska, U. Hustadt. Two proof systems for Peirce algebras. *Relational and Kleene-Algebraic Methods in Computer Science: 7th International Seminar on Relational Methods in Computer Science and 2nd International Workshop on Applications of Kleene Algebra, Bad Malente, Germany, May 12-17, 2003, Revised Selected Papers*, strony 238–251.
- [Sus68] R. Suszko. Non-fregean logic and theories. *Analele Universitatii Bucuresti, Acta Logica*, 9:105–125, 1968.
- [Tar41] A. Tarski. On the calculus of relations. *Journal of Symbolic Logic*, 6(3):73–89, 1941.
- [TG87] A. Tarski, S. R. Givant. *Formalization of Set Theory without Variables*, wolumen 41 serii *Colloquium Publications*. American Mathematical Society, Providence, 1987.