

Wahyudi

# **PANDUAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR** (Untuk Guru dan Calon Guru SD)

Wahyudi

**PANDUAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR**  
(Untuk Guru dan Calon Guru SD)



**PANDUAN PEMBELAJARAN  
MATEMATIKA SEKOLAH DASAR**  
(Untuk Guru dan Calon Guru SD)

Sanksi Pelanggaran Pasal 72

Undang-undang Nomor 19 Tahun 2002

Perubahan atas Undang-undang Nomor 7 Tahun 1987

Perubahan atas Undang-undang Nomor 6 Tahun 1982

Tentang Hak Cipta

1. Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 2 ayat (1) atau Pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau Hak Terkait sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

**Wahyudi**

**PANDUAN PEMBELAJARAN  
MATEMATIKA SEKOLAH DASAR  
(Untuk Guru dan Calon Guru SD)**

**SEBELAS MARET UNIVERSITY PRESS**

**Perpustakaan Nasional : Katalog Dalam Terbitan (KDT)**

Wahyudi

*Panduan Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar (Untuk Guru dan Calon Guru SD). UNS Press 2015*

x + 466 Hal; 24.5 cm

**PANDUAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEKOLAH  
DASAR (Untuk Guru dan Calon Guru SD).**

Hak Cipta @ Wahyudi. 2015

Penulis

Drs. Wahyudi, M.Pd.

Editor

Dr. Sumawarti, M.Pd.

Ilustrasi Sampul

UNS PRESS

Penerbit

UPT. Penerbitan dan Pencetakan UNS

Jl. Ir. Sutami 36 A Surakarta, Jawa Tengah, Indonesia 57126

Telp. (0271) 646994 Psw. 341

Website : [www.unspress.uns.ac.id](http://www.unspress.uns.ac.id)

Email : [unspress@uns.ac.id](mailto:unspress@uns.ac.id)

Cetakan 1, April 2015

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

All Right Reserved

**ISBN 978-979-498-975-3**

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat, taufiq, dan hidayah-Nya karena Buku Panduan Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar ini dapat tersusun.

Buku ini terdiri dari 17 bab, membahas tentang (1) Toeri Belajar Matematika, (2) Strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran matematika di sekolah dasar, (3) Media Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar, (4) Asesmen Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar, (5) Kurikulum Matematika Sekolah Dasar, (6) Bilangan dan Lambangnya, (7) Bilangan Asli, (8) Bilangan Cacah, (9) Bilangan Bulat, (10) FPB dan KPK, (11) Pecahan, perbandingan, dan skala, (12) Bilangan Rasional, (13) Bangun Datar, (14) Bangun Ruang, (15) Pengukuran, (16) Pengelolaan Data, dan (17) Peluang.

Buku ini disusun untuk memenuhi kebutuhan para guru dan calon guru sekolah dasar tentang pembelajaran matematika dengan menerapkan *Realistic Mathematics Education (RME)* agar lebih mudah untuk memahami konsepnya dan mempermudah menjelaskan konsep tersebut pada siswa. Pembahasan materi pada buku ini disajikan secara realistik, konkret, dan dalam bentuk yang sederhana dengan tetap memperhatikan isinya sesuai dengan perkembangan siswa sekolah dasar.

Kami menyampaikan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penyusunan buku ini. Seiring dengan itu, kami menyadari masih adanya kekurangan dalam penulisan buku ini. Untuk itu kami mengharapkan kritik dan saran untuk penyempurnaan selanjutnya.

Semoga buku ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca pada umumnya, para guru dan calon guru sekolah dasar pada khususnya, Amiin.

Kebumen, April 2015

Penyusun

# DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR .....	v
DAFTAR ISI .....	vi
BAB I TEORI BELAJAR MATEMATIKA .....	1
A. Teori Psikologi Stimulus Respon .....	2
B. Teori Psikologi Kognitif .....	8
BAB II STRATEGI, PENDEKATAN, DAN METODE PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR .....	21
A. Strategi Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar .....	22
B. Pendekatan <i>Realistic Mathematics Education</i> .....	23
C. Pendekatan Saintifik ( <i>Scientific Approach</i> ) .....	35
D. Pembelajaran dengan Ekspositori .....	39
E. Pembelajaran dengan Penemuan Terbimbing .....	39
BAB III MEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR .....	41
A. Pengertian Media Pembelajaran .....	42
B. Manfaat Media Pembelajaran .....	43
C. Kriteria Media Pembelajaran .....	44
D. Jenis Media Pembelajaran .....	45
E. Media Pembelajaran Matematika.....	45
BAB IV ASESMEN PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR .....	51
A. Hakikat Asesmen dalam Pembelajaran .....	52
B. Standar Penilaian Kurikulum 2013 .....	53
C. Asesmen dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar .....	57
BAB V KURIKULUM MATEMATIKA SEKOLAH DASAR .....	65
A. Kurikulum Matematika Sekolah Dasar 2006 .....	66

	B. Kurikulum 2013 .....	80
	C. Perbedaan Kurikulum 2006 dan Kurikulum 2013 ....	107
	D. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) .....	109
	E. Pelaksanaan Pembelajaran .....	114
	F. Penilaian Proses dan Hasil Pembelajaran .....	116
BAB VI	BILANGAN DAN LAMBANGNYA .....	141
	A. Konsep Bilangan .....	142
	B. Lambang Bilangan .....	143
	C. Membilang .....	144
	D. Nilai Tempat .....	146
	E. Bilangan Desimal (Basis 10) dan Nilai Tempat .....	148
	F. Bilangan Romawi .....	150
	G. Beberapa Sistem Angka yang Lain .....	153
BAB VII	BILANGAN ASLI .....	163
	A. Sistem Bilangan Asli .....	164
	B. Operasi Penjumlahan Bilangan Asli .....	165
	C. Operasi Pengurangan Bilangan Asli .....	166
	D. Operasi Perkalian Bilangan Asli .....	166
	E. Operasi Pembagian Bilangan Asli .....	167
BAB VIII	BILANGAN CACAH .....	169
	A. Konsep Bilangan Cacah .....	170
	B. Operasi Penjumlahan Bilangan Cacah .....	172
	C. Operasi Pengurangan Bilangan Cacah .....	181
	D. Operasi Perkalian Bilangan Cacah .....	189
	E. Operasi Pembagian Bilangan Cacah .....	194
	F. Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Cacah .....	199
BAB IX	BILANGAN BULAT .....	203
	A. Pengertian, Jenis, dan Lawan Bilangan Bulat .....	204
	B. Operasi Penjumlahan Bilangan Bulat .....	204



	C. Operasi Pengurangan Bilangan Bulat .....	213
	D. Operasi Perkalian Bilangan Bulat .....	221
	E. Operasi Pembagian Bilangan Bulat .....	225
	F. Operasi Campuran Bilangan Bulat .....	228
BAB X	FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB) DAN KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK) .....	231
	A. Hasil Kali dan Faktor .....	232
	B. Bilangan Prima dan Bilangan Komposit .....	234
	C. Faktor Persekutuan Terbesar ( FPB ) .....	240
	D. Kelipatan Persekutuan Terkecil ( KPK ) .....	242
	E. Ciri Habis Dibagi .....	246
BAB XI	PECAHAN, PERBANDINGAN, DAN SKALA .....	257
	A. Pengertian Pecahan .....	258
	B. Macam-macam Pecahan .....	260
	C. Nama-nama Pecahan .....	261
	D. Pecahan Desimal .....	262
	E. Persen .....	264
	F. Pecahan Campuran .....	265
	G. Pecahan Senama/Pecahan Ekuivalen .....	267
	H. Menyederhanakan Pecahan dengan FPB .....	269
	I. Mengurutkan Pecahan .....	270
	J. Operasi Penjumlahan Pecahan .....	272
	K. Operasi Pengurangan Pecahan .....	276
	L. Operasi Perkalian Pecahan .....	277
	M. Operasi Pembagian Pecahan .....	281
	N. Pembelajaran Konsep Pecahan di Kelas Rendah .....	283
	O. Perbandingan .....	285
	P. Skala .....	286

BAB X II	BILANGAN RASIONAL .....	287
	A. Pengertian Bilangan Rasional .....	288
	B. Operasi Penjumlahan Bilangan Rasional .....	290
	C. Operasi Pengurangan Bilangan Rasional .....	292
	D. Operasi Perkalian Bilangan Rasional .....	293
	E. Operasi Pembagian Bilangan Rasional .....	295
	F. Urutan Bilangan Rasional .....	296
	G. Bilangan Real .....	299
	H. Akar Kuadrat .....	302
	I. Penarikan Akar Kuadrat (Akar Pangkat Dua) .....	305
	J. Penarikan Akar Pangkat Tiga .....	307
	K. Pangkat Rasional (Eksponen Rasional) .....	312
	L. Bentuk Baku .....	315
BAB XIII	BANGUN DATAR .....	317
	A. Kurva .....	318
	B. Garis, Ruas Garis, sinar, dan Sudut .....	321
	C. Persegi Panjang.....	325
	D. Persegi .....	329
	E. Segitiga .....	331
	F. Jajar Genjang.....	340
	G. Belah Ketupat .....	342
	H. Layang-layang .....	344
	I. Trapesium.....	346
	J. Lingkaran .....	350
	K. Cara Melukis Segi Banyak (Polygon) .....	353
	L. Simetri Lipat dan Simetri Putar .....	358
	M. Pengubinan.....	360
	N. Bidang Koordinat .....	364

BAB XIV	BANGUN RUANG.....	367
	A. Balok .....	368
	B. Kubus .....	372
	C. Prisma .....	376
	D. Tabung (Silinder) .....	381
	E. Limas .....	383
	F. Kerucut .....	387
	G. Bola .....	392
	H. Bidang Banyak Beraturan (Polyhedron).....	400
BAB XV	PENGUKURAN .....	405
	A. Pengertian Pengukuran.....	405
	B. Pengukuran Panjang .....	408
	C. Pengukuran Luas .....	410
	D. Pengukuran Volume (Isi) .....	412
	E. Pengukuran Berat .....	414
	F. Pengukuran Waktu .....	416
	G. Pengukuran Temperatur/Suhu .....	417
	H. Satuan Ukuran Listrik.....	419
	I. Satuan Ukuran Internasional.....	419
BAB XVI	PENGELOLAAN DATA.....	429
	A. Pengertian Statistika .....	430
	B. Pengumpulan Data.....	430
	C. Penyajian Data .....	432
	D. Rerata, Median, Modus .....	443
BAB XVII	PELUANG .....	447
	A. Pengertian Peluang .....	448
	B. Frekuensi Relatif .....	449
	C. Batas-batas Peluang .....	456
	D. Frekuensi Harapan .....	459
	DAFTAR PUSTAKA .....	463
	RIWAYAT HIDUP PENULIS .....	465

# **BAB I**

## **TEORI PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi teori belajar dan terampil mengaplikasikan dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab I ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan jenis-jenis teori belajar yang berkaitan dengan pembelajaran matematika di sekolah dasar.
2. Menerapkan teori belajar yang berkaitan dengan pembelajaran matematika di sekolah dasar.
3. Menyimulasikan penggunaan teori belajar dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.
4. Menjelaskan kekurangan dan kelebihan pelaksanaan penggunaan teori belajar dalam proses pembelajaran matematika sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas: (1) teori belajar yang berkaitan dengan pembelajaran matematika di sekolah dasar, (2) penggunaan teori belajar dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

Teori belajar merupakan hukum-hukum/prinsip-prinsip umum yang melukiskan kondisi terjadinya belajar. Sedangkan belajar itu sendiri merupakan suatu usaha berupa kegiatan sehingga terjadi perubahan-perubahan tingkah laku yang relatif tetap. Kegiatan itu harus dapat diamati dengan adanya interaksi antara individu dengan lingkungannya. Di sekolah, perubahan tingkah laku itu ditandai oleh kemampuan peserta didik mendemonstrasikan pengetahuan dan keterampilannya. Untuk itu, dengan memahami teori belajar, pengajar dapat memahami proses terjadinya belajar peserta didik. Teori belajar juga merupakan sumber

hipotesis, kunci, dan konsep-konsep, sehingga pengajar dapat lebih efektif dalam mengajarnya.

Teori belajar yang akan dibicarakan pada bab ini berdasarkan pada: (1) psikologi tingkah laku (psikologi stimulus-respon/psikologi S-R) dan (2) psikologi kognitif yang dapat diaplikasikan ke dalam pembelajaran matematika.

## A. Teori Psikologi Stimulus-Respon

Pada teori psikologi stimulus-respon ini akan dibahas: (1) teori S-R Thorndike, (2) teori Skinner, dan (3) teori Gagne.

### 1. Teori S-R dari Thorndike



**Edward Lee "Ted" Thorndike** (31 Agustus 1874 - 9 Agustus 1949) adalah seorang Psikolog Amerika yang menghabiskan hampir seluruh karirnya di *Teachers College, Columbia University*. Karyanya di bidang Psikologi Perbandingan dan proses pembelajaran membuahkan teori koneksionisme dan membantu meletakkan dasar ilmiah untuk psikologi pendidikan modern.

Dia juga bekerja di pengembangan sumber daya manusia di tempat industri, seperti ujian dan pengujian karyawan. Dia adalah anggota dewan dari *Psychological Corporation* dan menjabat sebagai presiden dari *American Psychological Association* pada tahun 1912. Thorndike, lahir di Williamsburg, Massachusetts, adalah anak dari seorang pendeta Metodis di Lowell, Massachusetts. Thorndike lulus dari The Roxbury (1891), di West Roxbury, Massachusetts dan Wesleyan University (1895). Ia mendapat gelar MA di Harvard University pada tahun 1897. Selama di Harvard, ia tertarik pada bagaimana hewan belajar (etologi), dan bekerja sama dalam penelitian dengan William James. Setelah itu, ia menjadi tertarik pada hewan 'manusia', dan kemudian mengabdikan dirinya demi penelitiannya ini. Tesis Edward hingga saat ini masih dianggap sebagai dokumen penting dalam ranah ilmu psikologi komparatif modern. Setelah lulus, Thorndike kembali ke minat awal, psikologi pendidikan. Pada tahun 1898 ia menyelesaikan PhD-nya di Universitas Columbia di bawah pengawasan James McKeen Cattell, salah satu pendiri psikometri.

Teori Thorndike disebut juga teori "koneksionisme". Teori ini menyatakan bahwa belajar adalah pembentukan asosiasi antara stimulus dan respon, yang menganut hukum-hukum sebagai berikut.

**a. Hukum Kesiapan (*Law of Readines*)**

“Belajar akan berhasil bila peserta didik telah siap untuk belajar”. Ciri berlakunya hukum kesiapan adalah:

- 1) Seseorang ada kecenderungan bertindak, orang itu bertindak maka akan menimbulkan kepuasan, sedang tindakan-tindakan lain tidak dilakukan.
- 2) Seseorang ada kecenderungan bertindak, orang itu tidak bertindak maka akan menimbulkan rasa tidak puas dan ia akan melakukan tindakan lain untuk meniadakan rasa tidak puas tadi.
- 3) Seseorang tidak mempunyai kecenderungan bertindak, orang itu melakukan tindakan maka akan menimbulkan rasa tidak puas dan ia akan melakukan tindakan lain untuk meniadakan rasa tidak puas tadi.

**b. Hukum Latihan (*law of exercise*)**

“Makin sering suatu konsep matematika diulangi, maka makin dikuasailah konsep matematika itu”. Tampak hukum latihan ini mengarah pada banyaknya latihan yang biasanya berbentuk *drill*. Thorndike mengemukakan pengulangan tanpa ganjaran tidak efektif.

**c. Hukum Akibat (*Law of Effect*)**

Suatu tindakan yang diikuti oleh akibat yang menyenangkan akan cenderung lain kali tindakan itu diulangi lagi, sedangkan tindakan yang diikuti oleh akibat yang tidak menyenangkan, akan cenderung tidak mengulangi tindakan tersebut.

## 2. Teori Skinner



**Burrhus Frederic Skinner** (lahir di Susquehanna, Pennsylvania, 20 Maret 1904, dan meninggal di Massachusetts, 18 Agustus 1990 pada umur 86 tahun) adalah seorang psikolog Amerika Serikat terkenal dari aliran behaviorisme. Inti pemikiran Skinner adalah setiap manusia bergerak karena mendapat rangsangan dari lingkungannya.

Sistem tersebut dinamakan "cara kerja yang menentukan" (*operant conditioning*). Setiap makhluk hidup pasti selalu berada dalam proses bersinggungan dengan lingkungannya. Di dalam proses itu, makhluk hidup menerima rangsangan atau stimulan tertentu yang membuatnya bertindak sesuatu. Rangsangan itu disebut stimulan yang menggugah. Stimulan tertentu menyebabkan manusia melakukan tindakan-tindakan tertentu dengan konsekuensi-konsekuensi tertentu. Skinner menempuh pendidikan dalam bidang Bahasa Inggris dari Hamilton College. Beberapa tahun kemudian, Skinner menempuh studi dalam bidang psikologi di Universitas Harvard. Pada tahun 1936, ia mengajar di Universitas Minnesota, dan pada tahun 1948, ia mengajar di Universitas Harvard sampai akhir hayatnya. Salah satu buku terbaik dalam bidang psikologi yang ditulisnya adalah *Walden II*.

Seperti halnya Thorndike, Skinner berpendapat bahwa ganjaran atau penguatan merupakan unsur terpenting di dalam belajar. Skinner lebih suka istilah penguatan daripada ganjaran. Skinner membagi penguatan menjadi dua, yaitu penguatan positif dan penguatan negatif. Penguatan positif sebagai stimulus, bila penyajiannya mengiringi suatu tingkah laku peserta didik yang cenderung meningkatkan pengulangan tingkah laku itu, ini berarti tingkah laku itu diperkuat. Sedangkan penguatan negatif adalah stimulus yang dihapuskan yang cenderung menguatkan tingkah laku. Misalnya, perhatian serius pada peserta didik kepada sesuatu pelajaran Matematika dapat ditingkatkan dengan menghilangkan stimulus yang mengganggu, yakni suara gaduh, tindakan peserta didik yang mengacau atau tingkah laku pengajar yang tidak baik.

### 3. Teori Gagne



Robert Mills Gagne adalah seorang ilmuwan psikologi yang lahir pada tahun 1916 di North Andover, MA dan meninggal pada tahun 2002. Tahun 1937 Gagne memperoleh gelar A.B. dari Yale dan tahun 1940 gelar Ph.D. pada bidang psikologi dari Brown University gelar Prof. diperoleh ketika mengajar di Connecticut College For Women dari tahun 1940 - 1949.

Demikian juga ketika di Penn State University dari tahun 1945 - 1946 dan terakhir diperolehnya dari Florida State University. Antara tahun 1949 - 1958 Gagne menjadi *Directur Perceptual and Motor Skills Laboratory US Air Force* pada waktu inilah mengembangkan teori "*Conditions of Learning*" yang mengarahkan pada hubungan tujuan

pembelajaran dan kesesuaiannya dengan desain pengajaran. Teori ini dipublikasikan pada tahun 1965 (Anonim,1; Gagne,1). Dia juga dikenal sebagai seorang psikolog eksperimental yang berkonsentrasi pada belajar dan pengajaran. Pada awal karirnya, Gagne seorang behaviorist. Kontribusi Gagne dalam bidang pengembangan pengajaran adalah tulisan-tulisannya tentang: *Instructional Systems Design, The Condition of Learning (1965) dan Principles of Instructional Design*.

Teori belajar Gagne lebih memusatkan pada analisis tugas. Ia mengurutkan 8 tipe belajar di dalam suatu hierarki hubungan yang didasarkan kepada pandangan bahwa belajar yang lebih tinggi berdasarkan atas tahap belajar yang lebih rendah. Delapan tipe belajar dari Gagne adalah:

a. belajar sinyal (*signal learning*):

Belajar dengan sinyal adalah belajar tanpa kesengajaan yang dihasilkan dari sejumlah stimulus ulangan atau stimulus tunggal yang akan menimbulkan suatu respon emosional dalam individu yang bersangkutan.

b. belajar stimulus-respon (*s-r learning*):

Belajar jenis ini adalah belajar untuk merespon suatu sinyal, akan tetapi bentuk belajar ini berbeda dalam dua hal dengan belajar sinyal. Belajar sinyal adalah tidak sengaja dan emosional, sedangkan belajar S-R adalah sengaja dan secara fisik.

c. belajar merangkai tingkah laku (*chaining*):

Belajar ini menunjukkan adanya dua atau lebih S-R yang digabungkan bersama.

d. belajar asosiasi verbal (*verbal chaining*):

Belajar jenis ini terjadi pada waktu memberi nama suatu benda.

Keempat tipe belajar di atas, oleh Gagne disebut tipe belajar sederhana.

e. belajar diskriminasi (*discrimination learning*):

Belajar jenis ini adalah untuk membedakan hubungan S-R agar dapat memahami bermacam-macam objek fisik dan konsep.

f. belajar konsep (*concept learning*):

Belajar jenis ini adalah belajar memahami kebersamaan sifat-sifat dari benda-benda konkret atau peristiwa-peristiwa untuk dikelompokkan menjadi satu jenis.

g. belajar aturan (*rule learning*):



Belajar jenis ini adalah ketarampilan intelektual yang lebih rumit daripada diskriminasi dan belajar konsep. Aturan didasarkan atas konsep-konsep yang telah dipelajari. Jadi, belajar aturan adalah belajar yang memungkinkan peserta didik dapat menghubungkan dua konsep atau lebih aturan.

h. belajar memecahkan masalah (*problem solving*):

Aturan-aturan yang lebih kompleks disusun, yaitu menggabungkan aturan-aturan yang lebih sederhana untuk memecahkan masalah. Tipe belajar ini merupakan tipe belajar yang menyangkut dua atau lebih aturan-aturan yang telah dipelajari peserta didik yang kemudian digunakan untuk memecahkan masalah yang dihadapi peserta didik.

Dari kedelapan tipe belajar di atas, Gagne selanjutnya berpendapat bahwa setiap belajar tersebut terjadi di dalam empat fase yang berurutan, yaitu: (1) fase pemahaman, (2) fase penguasaan, (3) fase ingatan, dan (4) fase pengungkapan kembali.

Robert M. Gagne adalah seorang psikolog yang meneliti urutan belajar dan tipe belajar yang relevan untuk pembelajaran matematika. Gagne telah menerapkan teorinya terhadap penstrukturan hierarki belajar matematika secara spesifik untuk pemecahan masalah dan belajar aturan. Suatu hierarki belajar untuk pemecahan masalah atau belajar aturan adalah suatu struktur yang berisi suatu urutan dari kemampuan prasyarat yang lebih rendah, seorang siswa harus menuntaskan sebelum ia dapat mempelajari tugas dengan urutan yang lebih tinggi. Gagne melukiskan belajar sebagai perubahan-perubahan yang dapat diobservasi dalam tingkah laku seseorang, hierarki belajarnya terdiri dari kemampuan yang dapat diobservasi dan diukur. Jika seseorang telah belajar, orang tersebut dapat melakukan beberapa aktivitas yang sebelumnya tidak dapat dilakukan. Banyak kegiatan dalam matematika memerlukan belajar prasyarat yang dapat didefinisikan dan diobservasi. Untuk belajar matematika, dibutuhkan analisis hierarkis kemampuan prasyarat yang diperlukan. Jadi, dalam matematika terdapat persyaratan awal yang harus dikuasai sebelum belajar topik atau konsep berikutnya. Topik-topik matematika itu tersusun secara hierarkis mulai dari yang mudah sampai kepada yang paling sukar. Seseorang yang ingin belajar matematika dengan baik, harus melalui jalur-jalur yang telah tersusun secara logis.

Menyusun suatu hierarki belajar untuk topik matematika bukan hanya sekadar mendaftar langkah-langkah belajar saja, tetapi juga harus memperhatikan kemampuan prasyarat yang dapat didemonstrasikan oleh siswa, dapat diobservasi dan diukur oleh seorang guru.

Pertimbangan yang cermat tentang kemampuan prasyarat dan penelitian terhadap siswa dapat menghasilkan hierarki belajar yang lebih tepat untuk memecahkan masalah. Hierarki belajar yang baik sangat bermanfaat bagi guru dalam menyiapkan strategi praasesmen untuk mengevaluasi kesiapan siswa dalam mempelajari topik-topik matematika.

#### 4. Teori Brownell dan Van Engen



**William Artur Brownell** dilahirkan tanggal 19 mei 1895 dan wafat pada tanggal 24 mei 1977, yang mendedikasikan hidupnya dalam dunia pendidikan. Brownell (1935) “...he characterized his point of view as the “*Meaning Theory.*” In developing it, he laid the foundation for the emergence of the “*new mathematics.*” He showed that understanding, not sheer repetition, is the basis for children’s mathematical learning...”

Pada penelitiannya mengenai pembelajaran anak khususnya pada aritmetika mengemukakan belajar matematika harus merupakan belajar bermakna dan belajar pengertian atau yang dikenal dengan *Meaning Theory* (teori bermakna) dan dalam perkembangannya ia meletakkan pondasi munculnya matematika baru. Jika dilihat dari teorinya ini sesuai dengan teori belajar-mengajar Gestalt yang muncul pada pertengahan tahun 1930. Dimana menurut teori Gestalt, latihan hafalan atau yang dikenal dengan sebutan drill adalah sangat penting dalam kegiatan pengajaran. Cara drill diberikan setelah tertanam pengertian. *Meaning Theory* yang diperkenalkan oleh Brownell merupakan alternatif dari *Drill Theory* (teori latihan hafal/ulangan). Menurut Brownell dalam belajar orang membutuhkan makna, bukan hanya sekedar respon otomatis yang banyak. Maka dengan demikian teori drill dalam pembelajaran matematika yang dikembangkan atas dasar teori asosiasi atau teori stimulus respon, menurutnya terkesan bahwa proses pembelajaran matematika khususnya aritmetika dipahami semata-mata hanya sebagai kemahiran.

Menurut William Brownell, bahwa belajar itu pada hakikatnya merupakan suatu proses yang bermakna. Belajar Matematika harus merupakan belajar bermakna, pengertian, dan pemahaman. Brownell mengemukakan tentang “*Meaning Theory*” (Teori Makna), sebagai alternatif dari “*Drill Theory*” (Teori Latihan/Hafal/Ulangan). Intisari pengajaran matematika menurut teori drill adalah (1) matematika (aritmetika) untuk tujuan pembelajaran dianalisis sebagai kumpulan fakta

(unsur) yang berdiri sendiri dan tidak saling berkaitan, (2) anak diharuskan untuk menguasai unsur-unsur yang banyak sekali tanpa diperhatikan pengertiannya, (3) anak mempelajari unsur-unsur dalam bentuk seperti yang akan digunakan nanti dalam kesempatan lain, (4) anak akan mencapai tujuan ini secara efektif dan efisien dengan melalui pengulangan atau drill.

Van Engen seorang penganut teori Makna mengatakan bahwa dalam situasi yang bermakna selalu terdapat tiga unsur, yaitu: (1) ada suatu kejadian (*event*), benda (*objek*), atau tindakan (*action*), (2) adanya simbol (lambang/notasi/gambar) yang digunakan sebagai pernyataan yang mewakili unsur pertama di atas, (3) adanya individu yang menafsirkan simbol-simbol yang mengacu kepada unsur pertama di atas. Menurut Van Engen, tujuan pembelajaran matematika (aritmetika) adalah untuk membantu anak memahami suatu sistem simbol yang mewakili suatu himpunan kejadian, dan serentetan kejadian yang diberi simbol itu harus dialami langsung oleh anak. Van Engen membedakan Makna (*meaning*) dan Mengerti (*undertanding*). Mengerti mengacu pada sesuatu yang dimiliki oleh individu. Individu yang Mengerti telah memiliki hubungan sebab akibat, implikasi logis, dan sebaris pemikiran yang menggabungkan dua atau lebih pernyataan secara logis. Makna adalah sesuatu yang dibaca dari sebuah simbol oleh seorang anak. Anak menyadari bahwa simbol adalah sesuatu pengganti objek.

## B. Teori Psikologi Kognitif

Pada teori psikologi kognitif ini akan dibahas: (1) teori Piaget, (2) teori Bruner, (3) teori Dienes, (4) teori Ausubel, dan (5) teori Van Hiele.

### 1. Teori Perkembangan Intelektual Piaget



**Jean Piaget** dilahirkan di Neuchâtel, Swiss, pada tanggal 9 Agustus 1896. Jean Piaget adalah anak tertua dari pasangan suami istri Arthur Piaget, seorang profesor Kesusastraan abad pertengahan dan Rebecca Jackson, pada usia 11 tahun di Neuchâtel Latin high school, dia menulis suatu ulasan tentang albino sparrow. Piaget telah diberi gelar sebagai seorang *interaktionis* dan juga *konstruktivis*.

Pada tahun 1918, Jean Piaget menerima gelar Doktor dari Universitas Neuchâtel. Pada tahun 1921, artikel pertamanya tentang psikologi kecerdasan diterbitkan dalam *Journal*. Pada tahun yang sama, ia mendapat posisi di Institut JJ Rousseau di Geneva. Pada tahun 1923, ia menikah dengan salah satu rekan kerjanya, Valentine Châtenay. Pada 1929, **Jean Piaget** mulai bekerja sebagai Direktur Biro Pendidikan Internasional, sampai tahun 1967. Pada tahun 1940, Ia menjadi ketua *Experimental Psikologi*, Direktur laboratorium psikologi, dan presiden Masyarakat Psikologi Swiss. Pada tahun 1942, ia memberikan serangkaian kuliah di *College de France*, selama pendudukan Nazi di Perancis. Pada tahun 1952, ia menjadi profesor di Sorbonne. Pada tahun 1955, dia menciptakan *International Center for Genetic Epistemologi*, di mana ia menjabat sebagai direktur. Demikian juga, ia melanjutkan pelayanan publik melalui UNESCO sebagai delegasi Swiss. Menjelang akhir kariernya, ia telah menulis lebih dari 60 buku dan banyak ratusan artikel. Dia meninggal di Jenewa, 16 September 1980. Piaget merupakan salah satu psikolog yang paling signifikan pada abad keduapuluh.

Periode berpikir yang dikemukakan Piaget di antaranya periode sensori motor (0-2 tahun), periode praoperasional (2-7 tahun), periode operasi konkret (7-11/12 tahun), periode operasi formal (11 atau 12 tahun ke atas). Dalam periode operasi konkret, karakteristik berpikir anak adalah:

- a. Kombinasivitas atau klasifikasi adalah suatu operasi dua kelas atau lebih yang dikombinasikan ke dalam suatu kelas yang lebih besar.
- b. Reversibilitas adalah operasi kebalikan. Ini adalah ciri utama dari teori Piaget.
- c. Asosiativitas adalah suatu operasi terhadap beberapa kelas yang dikombinasikan menurut sembarang urutan.
- d. Identitas adalah suatu operasi yang menunjukkan adanya unsur nol yang bila dikombinasikan dengan unsur atau kelas hasilnya tidak berubah.
- e. Korespondensi 1 - 1 antara objek-objek dari dua kelas.
- f. Keadaan adanya prinsip-prinsip konservasi. Konservasi adalah berkenaan dengan kesadaran bahwa satu aspek dari benda tetap sama, sementara itu aspek lainnya berubah.

Struktur kognitif yang dimiliki seseorang itu karena proses asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah proses mendapatkan informasi dan pengalaman baru yang langsung menyatu dengan struktur mental yang sudah dimiliki seseorang. Adapun akomodasi adalah proses menstrukturkan kembali mental sebagai akibat adanya informasi dan pengalaman baru tadi. Perkembangan intelektual dipengaruhi oleh 3 faktor, yaitu: (1) kematangan, (2) transmisi sosial, dan (3) penyetimbangan (*equilibration*).

## 2. Teori Bruner



Nama lengkap dari Bruner adalah Jerome Seymour Bruner. Bruner lahir di New York City pada tanggal 1 Oktober 1915. Ia berkebangsaan Amerika. Ayahnya bernama Heman dan ibunya bernama Rose Bruner. Bruner menyelesaikan pendidikan sarjana di Duke University di mana ia menerima gelar sarjananya pada tahun 1937.

Selanjutnya, Bruner belajar psikologi di Harvard University dan mendapat gelar doktornya pada tahun 1939 dan mendapat gelar Ph.D. Pada tahun 1939 dibawah bimbingan Gordon Allport. Pendekatannya tentang psikologi adalah eklektik. Penelitiannya meliputi persepsi manusia, motivasi, belajar, dan berpikir. Dalam mempelajari manusia, Bruner menganggap manusia sebagai pemroses, pemikir, dan pencipta informasi. Bruner menerbitkan artikel psikologis pertama yang berisi tentang mempelajari pengaruh ekstrak timus pada perilaku seksual tikus betina. Pada tahun 1941, tesis doktornya berjudul "*A Psychological Analysis of International Radio Broadcasts of Belligerent Nations*". Setelah menyelesaikan program doktornya, Bruner memasuki Angkatan Darat Amerika Serikat dan bertugas di Divisi Warfare Psikologis dari Markas Agung Sekutu Expeditionary Angkatan Eropa komite di bawah Eisenhower, meneliti fenomena psikologi sosial di mana karyanya berfokus pada propaganda (subyek tesis doktornya) serta opini publik di Amerika Serikat. Dia adalah editor *Public Opinion Quarterly* (1943-1944). Pada tahun 1945, Bruner kembali ke Harvard sebagai profesor psikologi dan sangat terlibat dalam penelitian yang berkaitan dengan psikologi kognitif dan psikologi pendidikan. Ia dengan cepat naik pangkat dari dosen menjadi profesor pada tahun 1952. Dia berperan penting dalam membangun pathbreaking Center for Cognitive Studies pada tahun 1960. Lalu antara tahun-tahun tersebut, yaitu antara tahun 1964-1965 ia terpilih dan menjabat sebagai presiden dari American Psychological Association. Pada tahun 1970, Bruner meninggalkan

Harvard untuk mengajar di Universitas Oxford di Inggris. Dia kembali ke Amerika Serikat pada tahun 1980 untuk melanjutkan penelitian di bidang psikologi perkembangan. Pada tahun 1972, Bruner berlayar melintasi Atlantik (kegemaran dari Bruner adalah berlayar), hal ini dikarenakan untuk mengambil posisi Watts Professor of Experimental Psychology at Oxford University. Pada tahun 1991, Bruner bergabung dengan fakultas di New York University Law School. Pekerjaan pertamanya di NYU Law School terlibat dalam program seminar tentang Teori Praktek Hukum, yaitu upaya untuk mempelajari bagaimana hukum dipraktekkan dan bagaimana prakteknya dapat dipahami dengan menggunakan alat yang dikembangkan dalam linguistik antropologi, psikologi, dan teori sastra". Pada saat Ia menekuni bidang tersebut, ia menjadi sangat tertarik dalam mempelajari bagaimana psikologi mempengaruhi praktek hukum. Sepanjang karirnya, Bruner telah dianugerahi gelar doktor kehormatan dari Yale dan Columbia, serta perguruan tinggi dan universitas di lokasi seperti Sorbonne, Berlin, dan Roma, dan merupakan Fellow dari American Academy of Arts dan Ilmu.

Jerome Bruner berpendapat bahwa belajar matematika ialah belajar tentang konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Bruner melukiskan bahwa anak-anak berkembang melalui 3 tahap perkembangan mental, yaitu:

- a. *Enactive* (Tahap Kegiatan): anak-anak dalam belajar menggunakan/manipulasi objek-objek secara langsung. Pada tahap ini, anak masih dalam gerak refleks dan coba-coba, belum harmonis (Serupa dengan tahap sensori motor dari Piaget).
- b. *Ikonic* (Tahap Gambar Bayangan): Pada tahap ini menyatakan bahwa kegiatan anak mulai menyangkut mental yang merupakan gambaran dari objek. Pada tahap ini, anak telah mengubah, menandai, dan menyimpan peristiwa atau benda dalam bentuk bayangan mental. Anak dapat membayangkan kembali atau memberikan gambaran dalam pikirannya tentang benda atau peristiwa yang dialami atau dikenalkannya pada tahap enaktif, walaupun peristiwa itu telah berlalu atau benda real itu tidak lagi berada dihadapannya (Serupa tahap praoperasi dari Piaget)
- c. *Symbolic*: merupakan tahap manipulasi simbol-simbol secara langsung dan tidak lagi ada kaitannya dengan objek-objek. Pada tahap ini anak sudah mampu memahami simbol-simbol dan menjelaskan dengan bahasanya sendiri (Serupa dengan tahap operasi konkret dan formal dari Piaget).

Bruner mengemukakan empat teori belajar sebagai berikut.

- a. teorema konstruksi (*construction theorem*)
- b. teorema notasi (*notation theorem*)
- c. teorema perbedaan dan variasi (*contrast and variation*)
- d. teorema konektivitas (*connectivity theorem*).

### 3. Teori Dienes



**Zoltan Paul Dienes** lahir pada 1916 di Budapest, Hungaria dan pindah ke Inggris ketika dia berusia 16 tahun. Z.P. Dienes memulai pendidikannya di Darlington Hall School, Inggris dan lulus pada tahun 1934. Gelar Bachelor didapatkan dari University of London pada tahun 1937 sedangkan gelar Ph.D. didapatkan di universitas yang sama pada tahun 1939.

Dia mengembangkan bidang baru dalam Psikomatematik (psikologi pembelajaran matematika). Dienes terinspirasi oleh Jean Piaget dan Jerome Brunner sebagai sosok yang legendaris yang meninggalkan kesan mendalam dalam pendidikan matematika. Pada tahun 1978-1980 menjadi konsultan Matematik di Italia, Jerman, Hungaria, New Guinea dan Amerika. Pada tahun 1964, Dienes mendirikan *International Study Group for Mathematics Learning (ISGML)* yang digunakan untuk melakukan penelitian mengenai pendidikan Matematika, penerapan hasil penelitian dan mempromosikan hasil penelitian dengan menyelenggarakan berbagai konferensi internasional. Pada tahun 1990-1997, Dienes menjadi salah satu staff pengajar (dosen) di University of Sussex dan menjadi Professor sejak tahun 2008 hingga sekarang di universitas yang sama. Zoltan P. Dienes adalah seorang matematikawan yang memusatkan perhatiannya pada cara-cara pengajaran terhadap siswa-siswa. Dasar teorinya bertumpu pada Piaget, dan pengembangannya diorientasikan pada siswa-siswa, sedemikian rupa sehingga sistem yang dikembangkannya itu menarik bagi siswa yang mempelajarinya. Peran Dienes dalam dunia matematika sangat unik disebabkan oleh teorinya yang menyatakan bahwa matematika dapat diajarkan di kelas awal melalui permainan, cerita, tarian, atau lagu. Dienes adalah seorang penggagas awal dari apa yang disebut pembelajaran dari perspektif sosiokultural dan demokrasi.

Zoltan P. Dienes adalah seorang ahli matematika yang menekankan betapa pentingnya memanipulasi objek-objek dalam bentuk permainan yang dilaksanakan di dalam pembelajaran matematika atau dalam

laboratorium matematika. Dienes mengemukakan bahwa terdapat 6 tahapan belajar yang berurutan, yaitu (1) bermain bebas (*free play*), (2) permainan yang menggunakan aturan (*games*), (3) permainan mencari kesamaan sifat (*searching for cumunalities*), (4) permainan dengan representasi (*representation*), (5) permainan dengan simbolisasi (*symbolitation*), dan (6) formalisasi (*formalitation*). Dari teori Dienes tersebut dapat digarisbawahi tentang hal-hal sebagai berikut: (1) dalam proses pembelajaran matematika kita harus memperhatikan tahapan siswa memahami konsep, yaitu tahap bermain bebas, permainan, penelaahan kesamaan sifat, representasi, penyimpulan, dan pemformalan, (2) dalam mengajarkan matematika supaya digunakan alat peraga atau model dan pengajarannya harus beranekaragam serta sesuai dengan konsep yang akan ditanamkan. Salah satu di antaranya adalah dengan bermain, mengingat dunia anak bermain.

#### 4. Teori Bermakna Ausubel



**David Paul Ausubel**, yang lahir pada tahun 1918 di New York. Pendidikan Dasarnya diselesaikannya di Brooklin, New York dan menjalani pendidikan tinggi di Universitas Pennsylvania, pada jurusan Pre Medical course dan psikologi dan lulus pada tahun 1939. Pada tahun 1944, setelah lulus dari sekolah medis di universitas Middlesex, ia menyelesaikan magang di Rumah Sakit Gouveneur (salah satu departemen Rumah Sakit di New York City).

Dalam bidang pendidikan, Ausubel termasuk tokoh yang sukses, yang mendapatkan gelar professor psikologi dari beberapa sekolah tinggi atau di beberapa sekolah pendidikan, diantaranya adalah Universitas Illionis, Universitas Toronto dan Universitas Eropa di Berne, Universitas Salesian di Roma, dan Universitas Pelatihan Pegawai di Munich. Pada 1957-1958 dengan bantuan dana penelitian Fulbright, ia melakukan studi banding motivasi kerja orang-orang Maoris dengan orang-orang Eropa. Tahun 1973, Ausubel mulai konsen pada praktek psikiater untuk penanganan pada gangguan kejiwaan. Ausubel juga sering menulis buku panduan dalam psikologi perkembangan dan pendidikan, serta buku-buku khusus tentang topik-topik ketergantungan obat-obatan, psikopatologi, perkembangan Ego, dan lebih dari 150 artikel dalam jurnal-jurnal psikologi dan psikiater. Tahun 1976 Ausubel menerima penghargaan Thorndike dari persatuan psikolog Amerika, untuk kontribusinya dalam bidang psikologi pendidikan. Dan pada tahun 1994 dia benar-benar



pensiun dari kehidupan profesionalnya dan menghabiskan waktunya untuk menulis. Empat buku telah dihasilkannya, yakni, *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*, *Reading in the Psychology of Cognition*, *Learning Theory and Classroom Practice*, dan *Educational Psychology: A Cognitive View*. David Ausubel adalah seorang teoritikus pendidikan yang luar biasa, hal ini kita ketahui dari : *pertama*, dia secara langsung membahasakan tujuan materi pembelajaran. *Kedua*, dia menganjurkan peningkatan-peningkatan metode-metode pengajaran *presentasional* pada saat para teoritikus pendidikan lain dan kritikus sosial tengah menentang keabsahan metode-metode ini dan penemuan-penemuan yang mengkritik kepasifan pembelajaran ekspositori. Berbeda dengan teoritikus yang menyarankan metode-metode pembelajaran penemuan (*discovery*), ‘pendidikan terbuka’, dan pembelajaran berbasis pengalaman, Ausubel tanpa rasa enggan tetap berpihak pada strategi penguasaan materi akademik melalui presentasi Ausubel juga adalah salah satu dari sedikit psikolog pendidikan yang membahas pembelajaran, pengajaran dan kurikulum sekaligus. Teorinya tentang pembelajaran verbal berhubungan dengan tiga hal, yakni: (1) bagaimana pengetahuan (materi kurikulum) dikelola (2) bagaimana pikiran bekerja dalam memproses informasi baru (pembelajaran) dan (3) bagaimana guru dapat mengaplikasikan gagasan-gagasan ini pada kurikulum dan pembelajaran ketika mereka mempresentasikan materi baru pada siswa (pengajaran / instruksional).

Ausubel mengemukakan bahwa belajar menjadi bermakna (*meaningful*) bila informasi yang akan dipelajari peserta didik disusun sesuai dengan struktur kognitif yang dimiliki peserta didik itu, sehingga peserta didik dapat mengaitkan informasi barunya dengan struktur kognitif yang dimilikinya. Ausubel mengidentifikasi empat kemungkinan tipe belajar, yaitu: (1) belajar dengan penemuan yang bermakna, (2) belajar dengan caramah yang bermakna, (3) belajar dengan penemuan yang tidak bermakna, dan (4) belajar dengan ceramah yang tidak bermakna.

## 5. Teori Belajar Van Hiele



**Van Hiele** adalah seorang pengajar matematika di Belanda, dia telah mengadakan penelitian di lapangan melalui observasi dan tanya jawab. Penelitian Van Hiele ditulis dalam disertasinya pada tahun 1954 yang melahirkan beberapa kesimpulan mengenai tahap-tahap perkembangan kognitif anak dalam memahami geometri.

Teori pembelajaran van Hiele adalah model pembelajaran yang melibatkan lima fase (langkah), yaitu: informasi (*information*), orientasi langsung (*directed orientation*), penjelasan (*explication*), orientasi bebas (*free orientation*), dan integrasi (*integration*). Model pembelajaran ini umumnya digunakan pada pembelajaran Matematika, bahasan geometri. Pierre Marie van Hiele dan Dina van Hiele-Geldof dalam disertasi terpisah di Universitas Utrecht pada tahun 1957, adalah orang yang pertama kali mengemukakan Teori pembelajaran van Hiele. Teori ini menjelaskan mengenai perkembangan berpikir siswa dalam belajar geometri. Dalam teori pembelajaran van Hiele, mereka berpendapat bahwa dalam mempelajari geometri para siswa mengalami perkembangan kemampuan berpikir melalui tahap-tahap tertentu. Teori pembelajaran van Hiele telah diakui secara internasional. Fitur yang paling menonjol dari teori pembelajaran van hiele tersebut adalah hierarki lima tingkat dari cara dalam pemahaman ide-ide ruang. Tiap tingkatan menggambarkan proses pemikiran yang diterapkan dalam konteks geometri. Tingkatan-tingkatan tersebut menjelaskan tentang bagaimana berpikir dan jenis ide-ide geometri apa yang dipikirkan, bukannya berapa banyak pengetahuan yang dimiliki. Perbedaan yang signifikan dari satu level ke level berikutnya adalah objek-objek pikiran apa yang mampu dipikirkan secara geometris.

Van Hiele adalah ahli matematika dari Belanda yang melaksanakan penelitian tentang pembelajaran geometri. Menurut Van Hiele, ada tiga unsur utama dalam pembelajaran geometri, yaitu waktu, materi pembelajaran, dan metode pembelajaran yang diterapkan. Jika ketiga unsur itu dilaksanakan secara terpadu, maka akan dapat meningkatkan kemampuan berfikir siswa pada tahapan berfikir yang lebih tinggi. Agar dapat melaksanakan pembelajaran bangun-bangun datar di SD, perlu terlebih dahulu dipahami tentang tingkatan hierarkis pemahaman di dalam belajar geometri. Setiap tingkat menunjukkan proses berpikir yang digunakan seseorang dalam belajar geometri. Tingkatan-tingkatan itu menunjukkan bagaimana seseorang berpikir dan tipe ide geometri apa yang dipikirkan. Jadi, bukan menunjuk seberapa banyak pengetahuan yang dimiliki oleh seseorang; sebab ada kalanya seseorang sudah memasuki sekolah menengah, tetapi tingkat berpikir geometrinya masih tingkat paling rendah. Untuk itu, berikut ini disajikan teori Van Heile tentang tahapan belajar geometri di sekolah dasar.

### **Tingkat 0: Visualisasi**

Anak mengenal bentuk-bentuk geometri semata-mata didasarkan pada karakteristik visual atau penampakan bentuknya. Mereka dapat mengidentifikasi suatu bentuk dan bahkan dapat mereproduksinya.

Mereka tahu bahwa suatu bangun persegi (bujur sangkar) karena "kelihatan seperti bujur sangkar, seperti ubin lantai".

### **Tingkat 1: Analisis**

Anak mulai melihat karakteristik khusus dari sebuah bangun. Mereka menyadari bahwa karakteristik tertentu menyusun suatu bangun merupakan bagian dari bangun lain. Mereka mengetahui bahwa suatu bangun adalah segitiga sebab "merupakan bangun tertutup dan terbuat dari tiga ruas garis".

### **Tingkat 2: Deduksi Informal**

Anak melihat pada sifat-sifat dalam beberapa bangun dan menyadari nilai suatu definisi. Bagian dari kategori-kategori telah teridentifikasi. Siswa menemukan bahwa "segitiga sama sisi adalah sama kaki sebab segitiga sama sisi mempunyai dua sisi yang kongruen". Pada tingkat ini anak mengikuti dan menyadari alasan deduktif informal, penalaran logis informal telah disadari. Kesadaran tentang struktur aksioma dari sistem deduksi formal telah ada, tetapi masih belum disadari sepenuhnya.

### **Tingkat 3: Deduksi**

Anak sudah mampu menyusun bukti, tidak hanya sekadar mengungkap kembali apa-apa yang ditangkap. Struktur dari sistem aksioma yang lengkap dengan aksioma, definisi, teorema, akibat, dan postulat yang secara implisit ada pada tingkat 2, sekarang menjadi objek yang eksplisit pada pemikiran anak tingkat ini. Anak pada tingkat ini secara jelas melihat bahwa diagonal-diagonal bujur sangkar (persegi) saling membagi sama dan dapat menyadari perlunya membuktikannya melalui serangkaian alasan deduktif. Anak pada tingkat 2 dapat mengikuti alasan, tetapi tidak mampu menyadari perlunya bukti. Tingkat ini biasanya terdapat pada siswa sekolah tingkat atas.

### **Tingkat 4: Rigor**

Geometri diterima sebagai suatu sistem logis yang abstrak. Seseorang dapat menyadari struktur dari sistem aksiomatik dan membandingkan sistem-sistem geometri yang berbeda. Pada umumnya, tingkat ini merupakan tingkatan ahli matematika yang mempelajari geometri sebagai cabang ilmu matematika.

Dari uraian tingkatan teori Van Heile di atas, dapat disajikan karakteristik teori Van Heile sebagai berikut.

- a) Tingkatan pemikiran individu tentang geometri menurut pandangan Van Heile adalah berurutan. Untuk mencapai suatu tingkat di atas tingkat 0, seseorang harus melalui tingkatan

sebelumnya. Ini berarti seseorang yang maju melalui satu tingkat haruslah mempunyai pengalaman berpikir geometri pada tingkat itu.

- b) Tingkatan Van Heile tidak tergantung pada umur, sebagaimana periode perkembangan intelektual Piaget. Itu sebabnya, seorang siswa sekolah menengah atas mungkin masih dalam tingkat 0 menurut versi Van Heile, meski sudah memasuki periode operasi formal menurut Piaget.
- c) Pengalaman geometri merupakan faktor tunggal yang mempengaruhi peningkatan tingkatan. Aktivitas-aktivitas yang memungkinkan anak mengeksplorasi, berbicara dan berinteraksi dengan materi pada tingkat berikutnya merupakan kesempatan terbaik untuk meningkatkan tingkatan anak.
- d) Apabila pengajaran atau bahasa yang digunakan, sebenarnya untuk tingkat yang lebih tinggi dari yang dimiliki oleh siswa, belajar yang sebenarnya tidak dapat terjadi. Berkaitan dengan bahasa dan simbol, Van Heile menyatakan, "Setiap tingkat memiliki simbol-simbol bahasa sendiri dan sistem relasi sendiri dalam menghubungkan sistem-sistem tersebut".

Menurut pandangan Van Heile, kecepatan melampaui tingkatan-tingkatan akan lebih banyak bergantung pada pembelajaran yang diperoleh dari umur atau kematangan. Dengan demikian, metode dan pengorganisasian pembelajaran sebagaimana isi dan materi yang digunakan merupakan daerah yang penting dalam pedagogi. Untuk itu, Van Heile mengusulkan lima tahap belajar yang berurutan, di antaranya inkuiri, orientasi terarah, uraian, orientasi bebas, dan integrasi.

### **Tahap 1: Inkuiri/Informasi (Inquiry / Information)**

Pada tahap ini, guru dan siswa mengupayakan pembicaraan dan aktivitas objek-objek yang dipelajari. Pengamatan harus dibuat, pertanyaan harus dimunculkan, dan perbendaharaan khusus untuk tingkat ini dikenalkan. Guru mendorong siswa untuk berbicara, mengarahkan siswa untuk meneliti bagaimana objek-objek itu sama dan mengapa objek-objek itu berbeda.

### **Tahap 2: Orientasi Terarah (Oriented Orientation)**

Siswa meneliti topik pelajaran melalui materi yang telah disusun urut oleh guru. Guru mengarahkan siswa untuk meneliti karakteristik khusus dari objek-objek yang dipelajari.

### **Tahap 3: Uraian (Explanation)**

Guru mendorong siswa untuk saling membagi persepsi struktur yang diamati dengan menggunakan keterampilan bahasanya sendiri. Dengan mendasarkan kepada pengalaman terdahulu siswa, mereka mengekspresikan dan merubah pandangannya tentang struktur yang diamati. Jadi, tidak hanya sekadar membantu siswa menggunakan bahasa yang akurat. Keterlibatan guru dalam hal ini harus sesedikit mungkin.

### **Tahap 4: Orientasi Bebas (Free Orientation)**

Siswa mendapatkan tugas-tugas yang lebih kompleks, tugas dengan banyak langkah, tugas yang dapat diselesaikan dalam banyak cara, dan tugas-tugas yang terbuka yang dapat diselesaikan, sambil mereka diarahkan dalam menggunakan materi untuk menyelesaikan tugas, setiap siswa bekerja dengan caranya sendiri-sendiri.

### **Tahap 5: Integrasi (Integration)**

Tahap pembelajaran ini dirancang untuk membuat *review* dan ringkasan. Siswa membuat *review* dan ringkasan terhadap apa yang telah mereka pelajari. Maksud dari tahap ini bukan meneliti suatu ide baru, tetapi mencoba untuk mengintegrasikan apa yang telah diteliti dan didiskusikan. Adapun mengenai cara mengajarkan geometri pada siswa sekolah dasar, Wirasto (1982:187) memberikan beberapa petunjuk sebagai berikut.

- a. Anak harus selalu dihadapkan dengan benda konkret atau semikonkret (gambar).
- b. Pada benda konkret atau semikonkret atau anak harus melakukan berbagai kegiatan (membuat benda tadi, mengamati, mengukur, membilang, menggeser, memutar, membalik, melakukan perhitungan, menyusun benda baru, dan lain-lain).
- c. Kegiatan siswa dirangsang dengan soal-soal atau tugas-tugas yang menarik dan menggerakkan pikiran dan tangan siswa.
- d. Semua hal yang dibicarakan harus diperagakan dengan benda konkret. Titik diragakan dengan biji-bijian, kerikil, sepotong kapur, atau ujung jari.
- e. Kurva yang lengkung diperagakan dengan tali atau kawat. Kurva yang lurus diragakan dengan tali yang direntangkan, kawat lurus, lidi, tepi mistar, tepi meja, atau kertas yang dilipat. Bidang atau bagian bidang (daerah) diragakan dengan sepotong kertas kaku. Benda-benda yang dibicarakan (kubus, balok, limas, dan sebagainya) sebanyak mungkin dibuat modelnya dari kertas oleh anak-anak sendiri.

- f. Gambar sering dipergunakan sebagai alat peraga semikonkret. Anak harus banyak menggambar. Agar gambar dapat dibuat dengan cepat dan tepat, perlu dipergunakan kertas berpetak, membentuk persegi dengan sisi 1 cm atau 2 cm.
- g. Dengan benda-benda atau gambar tersebut, harus dilakukan berbagai kegiatan yang dirangsang dengan pertanyaan-pertanyaan atau tugas-tugas. Misalnya: Apakah bentuk sisi-sisi balok? (merangsang pengamatan). Berapakah banyaknya rusuk-rusuk balok? (merangsang pembilangan). Berapakah cara rangkaian tiga kubus yang berlainan? (merangsang percobaan).
- h. Dari potongan-potongan kertas berbentuk persegi dibentuk bangun-bangun baru (rangkaiannya 3 persegi, 4 persegi, dan seterusnya). Dari model-model kubus disusun bangun-bangun baru (bangunan, monumen, dan lain-lain).
- i. Untuk menyelidiki siku-siku atau tidaknya suatu sudut, mula-mula dipergunakan pojok siku-siku buatan anak sendiri. Kemudian, boleh dipergunakan penggaris segitiga atau busur derajat.
- j. Untuk menyelidiki kongruen atau tidaknya dua bangun, dipergunakan kertas tipis. Bangun yang satu dijiplak, kemudian jiplakan itu diletakkan di atas bangun yang lain. Sebelumnya, apabila perlu, kertas tipis tadi boleh dibalik terlebih dahulu. Cara di atas juga dapat dipergunakan untuk membandingkan besar dua sudut atau panjang dua ruas garis.
- k. Untuk mendapatkan keterampilan dalam melakukan pengukuran, anak harus mengukur berbagai benda dengan satuan ukuran yang paling cocok. Misalnya: Panjang, lebar, dan tinggi kamar dengan satuan meter, panjang dan lebar daun meja atau daun pintu dengan satuan desimeter. Panjang dan lebar buku atau amplop dengan satuan sentimeter. Panjang dan lebar peranko, tinggi huruf cetak, atau ukuran kotak korek api dengan satuan milimeter.
- l. Berbagai pembuktian (rumus luas daerah jajar genjang, luas daerah segitiga, luas daerah lingkaran, jumlah sudut suatu segitiga, dalil pythagoras) lebih baik dilakukan dengan kegiatan memindah-mindahkan potongan kertas daripada dengan mendengarkan saja.
- m. Diagram pohon dan diagram matriks merupakan alat penyelesaian soal yang penting karena itu harus sering dipergunakan.
- n. Dasar pengertian geometri dapat diperkokoh secara santai dengan menyuruh anak sering bermain dengan permainan yang bersifat mendidik yang sekarang terdapat dalam berbagai macam bentuk (untuk membuat gedung, kendaraan, dan sebagainya).



## **BAB II**

# **STRATEGI, PENDEKATAN, DAN METODE PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai berbagai strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran dan terampil menerapkannya dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab II ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan jenis-jenis strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran matematika di sekolah dasar.
2. Menjelaskan pelaksanaan strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran matematika di sekolah dasar.
3. Menyusun rencana pembelajaran matematika sekolah dasar sesuai dengan materi, strategi, pendekatan, dan metode yang diperlukan.
4. Menerapkan berbagai jenis strategi, pendekatan, dan metode dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas landasan pembelajaran matematika di sekolah dasar, yaitu meliputi strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran matematika di sekolah dasar.



## **A. Strategi Pembelajaran Matematika di SD**

Guru matematika harus dapat mengkreasi suatu lingkungan belajar yang memupuk perkembangan setiap kekuatan matematika siswanya dengan: (1) memberikan dan mengelola waktu yang cukup untuk mengeksplorasi konsep dan prosedur matematika yang sedang dipelajari siswa, dan untuk menemukan ide-ide yang berarti, (2) menggunakan alat peraga yang dapat mempermudah siswa dalam belajar matematika, (3) memberikan konteks yang dapat mendorong perkembangan dan kecakapan matematika siswa, dan (4) menghargai dan menilai gagasan-gagasan, cara berpikir, dan watak matematis siswa.

Ketika guru merencanakan pembelajarannya, mereka memiliki tujuan pembelajaran yang akan dicapai melalui berbagai model pembelajaran yang akan dilakukan. Ada tiga model pembelajaran yang dianjurkan, yaitu (1) pengajaran informal konsep-konsep, prosedur, dan material, (2) pelajaran langsung guru, dan (3) investigasi matematika.

Guru sering mengenalkan konsep dan ide matematika melalui situasi informal sebelum pengalaman itu dikenalkan dalam pelajaran. Kegiatan ini dilakukan ketika siswa sedang bekerja, melalui pertanyaan-pertanyaan, atau ketika siswa sedang memanipulasi material matematika. Kegiatan ini dilakukan untuk memberikan latar belakang matematika yang kuat. Kegiatan informal yang dilakukan guru tersebut sebenarnya sesuai dengan pengalaman belajar siswa ketika belum sekolah. Anak-anak memperoleh pengalaman belajar dari situasi informal, misalnya melalui teman bermain, alat-alat permainan, atau belajar dari lingkungan terdekatnya. Anak-anak yang memiliki kesempatan untuk bekerja secara informal dengan konsep matematika berarti memiliki kesempatan membangun pemahaman dasarnya. Dasar-dasar pemahaman itu adalah sebagai pondasi untuk konsep dan prosedur formal yang akan dikenalkan secara formal. Kecuali itu, melalui pengalaman informal anak dapat mengembangkan kesiapan pedagogis dan afektifnya untuk menghadapi aktivitas berikutnya.

Pada pembelajaran matematika dikenal empat model penyajian materi pembelajaran, yaitu:

- (1) Model konkret, yaitu model penyajian pembelajaran menggunakan benda-benda konkret atau benda nyata yang ada di sekitar siswa, misalnya ketika guru memberikan buah jeruk, guru sekaligus menunjukkan buah jeruk pada siswa.
- (2) Model semikonkret, yaitu model penyajian pembelajaran menggunakan gambar-gambar benda konkret/benda nyata. Misalnya, gambar buah mangga, gambar jeruk, dan lain-lain.

- (3) Model semiabstrak, yaitu model penyajian pembelajaran menggunakan gambar-gambar benda abstrak.
- (4) Model abstrak, yaitu model pembelajaran menggunakan simbol-simbol atau lambang-lambang.

Pada pembelajaran matematika dikenal beberapa pendekatan, yaitu pendekatan induktif, deduktif, intuitif, dan pendekatan spiral. Pendekatan induktif adalah pembelajaran yang diawali dari hal-hal yang bersifat khusus (contoh-contoh) menuju yang bersifat umum (kesimpulan). Pendekatan deduktif adalah pendekatan yang berawal dari hal-hal yang bersifat umum (rumus) menuju hal-hal yang bersifat khusus (contoh-contoh). Sedangkan pendekatan intuitif adalah pembelajaran yang didasarkan pada metode/teknik sedemikian pembelajaran tersebut secara intuisi dapat diterima oleh siswa dengan sepenuh keyakinannya.

Salah satu pendekatan dalam pembelajaran matematika adalah pendekatan spiral, yaitu belajar/mengajar konsep dimulai dari benda-benda konkret secara intuitif, kemudian pada tahap-tahap yang lebih tinggi (sesuai dengan kemampuan siswa) konsep itu diajarkan lagi dalam bentuk pemahaman yang lebih abstrak dengan menggunakan notasi yang lebih umum dipakai dalam matematika (Ruseffendi, 1980). Demikian juga, prinsip-prinsip pembelajaran berhitung yang melandasi bahan kajian dan petunjuk pengajaran matematika adalah: mulai dari yang sederhana menuju yang kompleks, mulai dari yang mudah menuju yang sulit, mulai dari konkret ke yang abstrak, dan mulai dari lingkungan terdekat ke lingkungan yang lebih luas (S.E. Dirjen Dikdasmen No.2931/C/I/1993). Pendekatan spiral merupakan suatu prosedur pembahasan konsep yang dimulai dengan cara sederhana, dari konkret ke abstrak, dari cara intuitif ke analisa, dari eksplorasi (penyelidikan) ke penguasaan, dalam satu jangka waktu yang cukup lama, dalam selang-selang waktu yang terpisah, mulai dari tahap yang paling rendah hingga yang paling tinggi (Soedjana, 1985). Misalnya, pokok bahasan operasi (pengurangan) bilangan cacah yang diajarkan secara berlanjut merupakan salah satu materi dasar yang harus dikuasai siswa agar dapat mempelajari materi yang lebih lanjut.

## **B. Pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME)**

*Realistic Mathematics Education* (RME), yang diterjemahkan sebagai Pendidikan Matematika Realistik (PMR) adalah sebuah pendekatan belajar matematika yang dikembangkan sejak tahun 1971 oleh sekelompok ahli matematika dari Freudenthal Institute Utrecht University, Belanda. Pendekatan ini didasarkan pada anggapan Hans

Freudenthal (1905 – 1990) bahwa matematika adalah kegiatan manusia. Menurut pendekatan ini, kelas matematika bukan tempat memindahkan matematika dari guru kepada siswa, melainkan tempat siswa menemukan kembali ide dan konsep matematika melalui eksplorasi masalah-masalah nyata. Matematika dilihat sebagai kegiatan manusia yang bermula dari pemecahan masalah. Karena itu, siswa tidak dipandang sebagai penerima pasif, tetapi harus diberi kesempatan untuk menemukan kembali ide dan konsep matematika di bawah bimbingan guru. Proses penemuan kembali ini dikembangkan melalui pembelajaran berbagai persoalan dunia nyata (Sutarto Hadi, 2005). Dalam hal ini, dunia nyata diartikan sebagai segala sesuatu yang berada di luar matematika, seperti kehidupan sehari-hari, lingkungan sekitar, bahkan mata pelajaran lain pun dapat dianggap sebagai dunia nyata. Dunia nyata digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika. Untuk menemukan bahwa proses lebih penting daripada hasil, dalam pendekatan matematika realistik digunakan istilah "matematisasi", yaitu proses mematematisasikan dunia nyata. Proses ini digambarkan oleh de Lange (dalam Sutarto Hadi, 2005), sebagai lingkaran yang tak berujung. Matematisasi dibedakan menjadi dua, yaitu matematisasi horizontal dan matematisasi vertikal.

Jurnal *Pendidikan dan Kebudayaan* Edisi 38, Pusat Data dan Informasi Pendidikan, Balitbang–Depdiknas (dalam Zainurie, 2009) menyatakan bahwa pendekatan realistik adalah suatu pendekatan yang menggunakan masalah realistik sebagai pangkal tolak pembelajaran. Sedangkan Gregoria Ariyanti (2009) menyatakan bahwa, *realistic mathematic education (RME)* adalah suatu teori dalam pendidikan matematika yang berdasarkan pada ide bahwa matematika adalah aktivitas manusia dan matematika harus dihubungkan secara nyata terhadap konteks kehidupan sehari-hari siswa sebagai suatu sumber pengembangan dan sebagai area aplikasi melalui proses matematisasi baik horizontal maupun vertikal.

Lebih jelasnya, GreveRMEijer (1994:82) berpendapat bahwa Pendidikan matematika realistik berakar pada interpretasi Freudenthal, matematika sebagai suatu kegiatan. Freudenthal mengambilnya titik awal dalam kegiatan matematika, baik matematika murni maupun terapan, mencari masalah dan mengatur sebuah mata pelajaran matematika, apakah materi atau data dari kenyataan. Kegiatan utama menurut Freudenthal, adalah mengorganisir atau *mathematizing*. Menariknya, Freudenthal melihat ini sebagai kegiatan umum yang menjadi ciri khas baik murni dan terapan matematika. Oleh karena itu, ketika mengatur *mathematizing* sebagai tujuan untuk pendidikan matematika, hal ini dapat melihat *mathematizing* matematika dan *mathematizing* kenyataan.

Sutarto Hadi (2005:7) menuturkan, pendekatan *RME* menggabungkan pandangan tentang apa itu matematika, bagaimana siswa belajar matematika, dan bagaimana matematika harus diajarkan. Teori ini berangkat dari pendapat Freudenthal bahwa matematika merupakan aktivitas realis dan harus dikaitkan dengan realitas (dunia nyata). Dalam pendekatan *RME*, dunia nyata digunakan sebagai titik awal untuk pengembangan ide dan konsep matematika.

Dari beberapa pernyataan di atas dapat diambil kesimpulan bahwa pendekatan realistik adalah suatu pendekatan yang menggunakan atau mengaitkan antara materi pelajaran dengan masalah realistik, dalam hal ini masalah yang dekat, yaitu masalah yang benar-benar dialami (aktivitas) manusia dalam kehidupan sehari-hari melalui proses matematisasi baik horizontal maupun vertikal. Pembelajaran melalui pendekatan *RME* lebih menekankan pada konteks nyata yang dikenal siswa (mahasiswa) dan dilakukan proses konstruksi pengetahuan matematika oleh siswa (mahasiswa).

a. Karakteristik Pendekatan *RME*

Menurut Gravemeijer (dalam Tarigan, 2006:6), pembelajaran matematika realistik memiliki 5 karakteristik sebagai berikut.

- 1) Penggunaan konteks dari dunia nyata.
- 2) Pendidikan matematika realistik menekankan pentingnya eksplorasi fenomena kehidupan sehari-hari. Pengetahuan informal yang siswa peroleh dari kehidupan sehari-hari digunakan sebagai permasalahan kontekstual untuk dikembangkan menjadi konsep formal matematika.
- 3) Instrumen vertikal (penggunaan model-model).
- 4) Pengembangan pengetahuan informal siswa menjadi konsep formal matematika merupakan suatu proses yang bertahap. Proses tersebut dapat didukung dengan penggunaan model dan simbol. Penggunaan model merupakan jembatan bagi siswa untuk membuat sendiri model-model dari situasi nyata ke abstrak atau dari situasi informal ke formal. Menurut Nyimas Aisyah (2008:7.18), model dapat pula berupa alat peraga yang dibuat dari bahan-bahan yang juga ada di sekitar siswa.
- 5) Kontribusi siswa (penggunaan produksi dan konstruksi).
- 6) Siswa aktif mengkonstruksi sendiri bahan matematika berdasarkan fasilitas dengan lingkungan belajar yang disediakan guru, secara aktif menyelesaikan soal dengan cara masing-masing.

- 7) Kegiatan interaktif (penggunaan interaktivitas).
- 8) Interaksi antara siswa dengan guru, siswa dengan siswa, maupun siswa dengan perangkat pembelajaran merupakan hal yang penting dalam *RME*. Kegiatan belajar bersifat interaktif yang memungkinkan terjadi komunikasi, negosiasi, penjelasan, bertanya, dan menanggapi pertanyaan maupun refleksi untuk mencapai bentuk pengetahuan formal.
- 9) Keterkaitan topik (penggunaan keterkaitan).
- 10) Pembelajaran suatu bahan matematika terkait dengan berbagai topik matematika secara terintegrasi. Struktur dan konsep matematika saling berkaitan, biasanya pembahasan suatu topik haruslah dieksplorasi untuk mendukung terjadinya pembelajaran yang bermakna.

Beberapa karakteristik pendekatan matematika realistik menurut Suryanto (2007) adalah sebagai berikut.

- 1) Masalah kontekstual yang realistik (*realistic contextual problems*) digunakan untuk memperkenalkan ide dan konsep matematika kepada siswa;
- 2) Siswa menemukan kembali ide, konsep, dan prinsip, atau model matematika melalui pemecahan masalah kontekstual yang realistik dengan bantuan guru atau temannya;
- 3) Siswa diarahkan untuk mendiskusikan penyelesaian terhadap masalah yang mereka temukan (yang biasanya ada yang berbeda, baik cara menemukannya maupun hasilnya);
- 4) Siswa merefleksikan (memikirkan kembali) apa yang telah dikerjakan dan apa yang telah dihasilkan, baik hasil kerja mandiri maupun hasil diskusi;
- 5) Siswa dibantu untuk mengaitkan beberapa isi pelajaran matematika yang memang ada hubungannya;
- 6) Siswa diajak mengembangkan, memperluas, atau meningkatkan hasil-hasil dari pekerjaannya agar menemukan konsep atau prinsip matematika yang lebih rumit;
- 7) Matematika dianggap sebagai kegiatan bukan sebagai produk jadi atau hasil yang siap pakai. Mempelajari matematika sebagai kegiatan paling cocok dilakukan melalui *learning by doing* (belajar dengan melakukan/mengerjakan).

Beberapa hal yang perlu dicatat dari karakteristik pendekatan *RME* di atas adalah bahwa pembelajaran matematika realistik:

- 1) Termasuk “cara belajar siswa aktif” karena pembelajaran matematika dilakukan melalui “belajar dengan melakukan / mengerjakan”;
- 2) Termasuk pembelajaran yang berpusat pada siswa karena mereka memecahkan masalah dari dunia mereka sesuai dengan potensi mereka, sedangkan guru hanya berperan sebagai fasilitator;
- 3) Termasuk pembelajaran dengan penemuan terbimbing karena siswa dikondisikan untuk menemukan atau menemukan kembali konsep dan prinsip matematika;
- 4) Termasuk pembelajaran kontekstual karena titik awal pembelajaran matematika adalah masalah kontekstual, yaitu masalah yang diambil dari dunia siswa;
- 5) Termasuk pembelajaran konstruktivisme karena siswa diarahkan untuk menemukan sendiri pengetahuan matematika mereka dengan memecahkan masalah dan diskusi.

Dari uraian di atas mengisyaratkan bahwa secara prinsip pendekatan matematika realistik merupakan gabungan pendekatan konstruktivisme dan kontekstual dalam arti memberi kesempatan kepada siswa untuk membentuk (mengkonstruksi) sendiri pemahaman mereka tentang ide dan konsep matematika, melalui penyelesaian masalah dunia nyata (kontekstual).

b. Prinsip-Prinsip Utama Pendekatan *RME*

Grevemeijer (1994:90) menyebutkan bahwa ada tiga prinsip utama dalam pendekatan *RME* sebagai berikut.

*The first principle is teRMEd “guided reinvention” and progressive mathematizing. According to the reinvention principle, the students should be given the opportunity to experience a process similiar to the process by which mathematics was invented.*

*The second principle relates to the idea of a dedactical phenomenology. According to a dedactical phenomenology, situations where a given mathematical topic is applied are to be investigated for two reasons. Firstly, to reveal the kind of applications that have to be anticipated in intruction, secondly, to*

*consider their suitability as points of impact for process of progressive mathematization.*

*The third principle is found in the role which self-developed models play in bridging the gap between information knowledge and formal mathematics.*

Prinsip pertama, disebut *mathematizing* terbimbing, penciptaan kembali, dan progresif. Sesuai dengan prinsip penciptaan kembali, para siswa harus diberi kesempatan untuk mengalami proses yang sama dengan proses yang diciptakan matematika.

Kedua, berhubungan dengan gagasan tentang didaktik fenomenologi. Menurut didaktik fenomenologi, situasi suatu topik matematika yang diterapkan harus diselidiki karena dua alasan, yaitu (1) untuk mengungkapkan jenis aplikasi yang harus diantisipasi dalam instruksi, (2) untuk mempertimbangkan kesesuaian mereka sebagai dampak titik untuk proses *mathematization* progresif.

Ketiga, ditemukan dalam peran model yang dikembangkan secara swadaya bermain dalam menjembatani kesenjangan antara pengetahuan informal dan matematika formal.

Sedangkan menurut Van de Huiwel-Pan Huizen yang dikutip oleh Marpaung (dalam Setyono, 2009), ada beberapa prinsip dalam *RME*, yaitu:

- 1) Prinsip aktivitas: prinsip ini menyatakan bahwa matematika adalah aktivitas manusia matematika paling baik dipelajari dengan melakukan sendiri;
- 2) Prinsip realitas: prinsip ini menyatakan bahwa pengajaran matematika dimulai dari masalah nyata yang dekat dengan pengalaman siswa;
- 3) Prinsip penjenjangan: prinsip ini menyatakan pemahaman siswa terhadap matematika melalui berbagai jenjang, yaitu dari menemukan penyelesaian masalah kontekstual secara informal sampai penyelesaian secara formal;
- 4) Prinsip jalinan: prinsip ini menyatakan bahwa materi matematika di sekolah sebaiknya tidak dipecah-pecah menjadi aspek-aspek yang terpisah;
- 5) Prinsip interaksi: prinsip ini menyatakan bahwa belajar matematika dapat dipandang sebagai aktivitas sosial selain sebagai aktivitas individu;

- 6) Prinsip bimbingan: prinsip ini menyatakan bahwa dalam menemukan kembali matematika siswa perlu mendapat bimbingan.

c. Konsepsi tentang Siswa, Guru, dan Pembelajaran dalam *RME*

Dalam *RME*, pembelajaran harus dimulai dari sesuatu yang riil sehingga siswa dapat terlibat dalam proses pembelajaran secara bermakna. Dalam proses tersebut, peran guru hanya sebagai pembimbing, motivator, dan fasilitator bagi siswa dalam proses rekonstruksi ide dan konsep matematika. Hal tersebut senada dengan pendapat Sutarto Hadi (2005:77) bahwa dalam *RME*, peran guru berubah, yaitu tidak lagi ‘menyuapkan’ pengetahuan kepada siswa, tetapi lebih berperan membantu siswa untuk mendapatkan pengetahuan tersebut untuk diri mereka sendiri. Selain konsepsi tentang guru, De Lange (dalam Sutarto Hadi, 2005:37-38) juga merumuskan pembelajaran matematika dengan pendekatan *RME* meliputi aspek-aspek berikut.

- 1) Memulai pelajaran dengan mengajukan masalah (soal) yang ”riil” bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya, sehingga siswa segera terlibat dalam pelajaran secara bermakna.
- 2) Permasalahan yang diberikan tentu harus diarahkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pelajaran tersebut.
- 3) Siswa mengembangkan atau menciptakan model-model simbolik secara informal terhadap persoalan/masalah yang diajukan.
- 4) Pengajaran berlangsung secara interaktif: siswa menjelaskan dan memberikan alasan terhadap jawaban yang diberikannya, memahami jawaban temannya (siswa lain), setuju terhadap jawaban temannya, menyatakan ketidaksetujuan, mencari alternatif penyelesaian yang lain, dan melakukan refleksi terhadap setiap langkah yang ditempuh atau terhadap hasil pelajaran.

Dalam pendekatan *RME*, siswa dipandang sebagai individu (subjek) yang memiliki pengetahuan dan pengalaman sebagai hasil interaksinya dengan lingkungan. Selanjutnya, dalam pendekatan ini diyakini pula bahwa siswa memiliki potensi untuk mengembangkan sendiri pengetahuannya, bila diberi kesempatan mereka dapat mengembangkan pengetahuan dan pemahaman mereka tentang matematika. Melalui eksplorasi berbagai



masalah, baik masalah kehidupan sehari-hari maupun masalah matematika, siswa dapat merekonstruksi kembali temuan-temuan dalam bidang matematika.

Siswa dalam pembelajaran melalui *RME* dianggap sebagai *humanbeing* yang memiliki seperangkat pengetahuan dan pengalaman yang diperoleh melalui interaksi dengan lingkungannya, selain itu siswa juga memiliki potensi untuk mengembangkan pengetahuan dalam dirinya. Oleh karena itu, Sutarto Hadi (2005:38-39) menyatakan bahwa *RME* mempunyai konsepsi siswa sebagai berikut, yakni: (a) siswa memiliki seperangkat konsep alternatif tentang ide-ide matematika yang mempengaruhi proses belajar selanjutnya; (b) siswa memperoleh pengetahuan baru dengan membentuk pengetahuan untuk dirinya sendiri; (c) pembentukan pengetahuan merupakan proses perubahan yang meliputi penambahan, kreasi, modifikasi, penghalusan, penyusunan kembali, dan penolakan; (d) pengetahuan baru yang dibangun oleh siswa untuk dirinya sendiri berasal dari seperangkat ragam pengalaman; (e) setiap siswa tanpa memandang ras, budaya, dan jenis kelamin, mampu memahami konsep dan mengerjakan matematika.

Berdasarkan keseluruhan pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa yang diharapkan dari sebuah pembelajaran matematika adalah *student centered*, yakni siswa dijadikan pusat dalam proses pembelajaran, sedangkan guru lebih bertindak sebagai fasilitator, motivator maupun pembimbing. Adapun matematika selain dianggap sebagai produk jadi, juga dianggap sebagai kegiatan. Pembelajaran dengan *RME* merupakan pendekatan pembelajaran matematika yang berawal dari suatu masalah yang nyata, kemudian dengan proses matematisasi berjenjang, dibawa menuju ke bentuk formal dengan suasana pembelajaran yang menyenangkan.

Dalam pembelajaran matematika realistik, diharapkan terjadi hubungan yang baik antara guru dan siswa. Perasaan dekat siswa terhadap gurunya membuat siswa berani untuk berekspresi sehingga pembelajaran dapat lebih aktif. Siswa yang merasa dihargai akan mudah menyampaikan ide atau pendapatnya dalam suatu pembelajaran. Siswa yang dihargai keberadaannya akan menumbuhkan semangat yang positif sehingga dapat meningkatkan prestasi belajarnya. Dalam membangun proses belajar yang positif diperlukan kolaborasi dari beberapa aspek yang perlu dimiliki guru, di antaranya adalah rasa menghargai, rasa percaya, optimis, dan *intentionality*. Dalam matematika realistik, seperti

dalam penyelidikan matematika, mereka memiliki kewajiban lain, seperti menjelaskan dan membenarkan solusi mereka, mencoba memahami solusi yang lain, dan meminta penjelasan atau pembenaran jika perlu.

d. Langkah-Langkah Pendekatan *RME*

Secara umum langkah-langkah pembelajaran *RME* dapat dijelaskan oleh Setyono (2009) sebagai berikut.

(1) Persiapan

Selain menyiapkan masalah kontekstual, guru harus benar-benar memahami masalah dan memiliki berbagai macam strategi yang mungkin akan ditempuh siswa dalam menyelesaikannya.

(2) Pembukaan

Pada bagian ini siswa diperkenalkan dengan strategi pembelajaran yang dipakai dan diperkenalkan kepada masalah dari dunia nyata. Kemudian siswa diminta untuk memecahkan masalah tersebut dengan cara mereka sendiri.

(3) Proses pembelajaran

Siswa mencoba berbagai strategi untuk menyelesaikan masalah sesuai dengan pengalamannya, dapat dilakukan secara perorangan maupun secara kelompok. Kemudian, setiap siswa atau kelompok mempresentasikan hasil kerjanya di depan siswa atau kelompok lain dan siswa atau kelompok lain memberi tanggapan terhadap hasil kerja siswa atau kelompok penyaji. Guru mengamati jalannya diskusi kelas dan memberi tanggapan sambil mengarahkan siswa untuk mendapatkan strategi terbaik serta menemukan aturan atau prinsip yang bersifat lebih. Setelah mencapai kesepakatan tentang strategi terbaik melalui diskusi kelas, siswa diajak menarik kesimpulan dari pelajaran saat itu. Pada akhir pembelajaran, siswa harus mengerjakan soal evaluasi dalam bentuk matematika formal.

Berdasarkan karakteristik *RME* di atas, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika dengan pendekatan *RME* menggunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- Langkah Pertama: Memahami masalah/konteks
- Guru memberikan masalah / soal kontekstual dan meminta siswa untuk memahami masalah tersebut. Langkah ini merupakan karakteristik 1 – *RME*, yaitu menggunakan masalah kontekstual.
- Langkah Kedua : Menjelaskan masalah kontekstual
- Langkah kedua ini dilaksanakan apabila ada siswa yang belum memahami masalah yang diberikan. Jika semua siswa sudah memahami, langkah ini tidak diperlukan lagi. Pada langkah ini guru menjelaskan situasi dan kondisi soal dengan memberikan petunjuk seperlunya terhadap bagian tertentu yang belum dipakai siswa. Langkah ini merupakan karakteristik 4 – *RME*, yaitu adanya interaksi antara siswa dengan guru maupun siswa dengan siswa lainnya.
- Langkah Ketiga: Menyelesaikan masalah kontekstual
- Siswa secara kelompok atau individu menyelesaikan masalah. Dalam menyelesaikan masalah atau soal, siswa diperbolehkan berbeda. Dengan menggunakan lembar kegiatan siswa, siswa mengerjakan soal dalam tingkat kesulitan yang berbeda. Guru memotivasi siswa untuk menyelesaikan masalah dengan cara mereka sendiri dengan memberikan arahan berupa pertanyaan. Langkah ini merupakan karakteristik 2 – *RME*, yaitu adanya penggunaan model.
- Langkah Keempat: Membandingkan dan mendiskusikan jawaban.
- Guru memfasilitasi diskusi dan menyediakan waktu untuk membandingkan dan mendiskusikan jawaban dari soal secara kelompok, selanjutnya secara diskusi kelas. Langkah ini merupakan karakteristik 3 – *RME* dan 4 – *RME*, yaitu menggunakan kontribusi siswa dan interaksi antar siswa yang satu dengan yang lain.

Langkah Kelima : Menyimpulkan

Dari hasil diskusi guru mengarahkan untuk menarik kesimpulan suatu konsep, selanjutnya guru meringkas atau menyelesaikan konsep yang termuat dalam soal.

e. Kelebihan dan Kekurangan *RME*

Menurut Suwasono (2001:5), terdapat empat kekuatan dalam pembelajaran matematika realistik, yaitu:

- (1) Pendekatan *RME* memberikan pengertian yang jelas dan operasional pada siswa tentang keterkaitan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari (kehidupan dunia nyata) dan kegunaan matematika pada umumnya bagi manusia.
- (2) Pendekatan *RME* memberikan pengertian yang jelas dan operasional pada siswa bahwa matematika adalah suatu bidang kajian yang dapat dikonstruksi dan dikembangkan sendiri oleh siswa dan oleh setiap orang lain.
- (3) Pendekatan *RME* memberikan pengertian yang jelas dan operasional kepada siswa bahwa cara menyelesaikan suatu persoalan atau masalah tidak harus tunggal dan tidak harus sama antara orang yang satu dengan orang yang lain. Setiap orang bisa menggunakan atau menemukan cara sendiri-sendiri, asalkan orang tersebut bersungguh-sungguh dalam mengerjakan persoalan atau masalah tersebut. Selanjutnya, dengan membandingkan cara yang satu dengan cara yang lain dapat diperoleh cara penyelesaian yang paling tepat, sesuai dengan tujuan.
- (4) Pendekatan *RME* memberikan pengertian yang jelas dan operasional pada siswa bahwa mempelajari matematika, proses pembelajaran merupakan suatu hal yang utama, sehingga untuk menemukan sendiri konsep-konsep dari matematika yang lain, dengan bantuan orang lain yang lebih memahami.

Adapun kekurangan/hambatan yang mungkin dijumpai dengan diterapkannya *RME*, antara lain:

- (1) Upaya mengimplementasikan *RME* membutuhkan perubahan pandangan yang sangat mendasar mengenai berbagai hal yang tidak mudah untuk dipraktikkan.

- (2) Upaya mendorong siswa agar mampu menemukan berbagai cara untuk menyelesaikan persoalan atau masalah merupakan hal yang tidak mudah dilakukan oleh guru.
- (3) Dalam pencarian soal-soal kontekstual yang memenuhi syarat-syarat yang dituntut, *RME* tidak selalu mudah untuk setiap topik matematika yang dipelajari siswa, terlebih karena soal-soal itu harus bisa diselesaikan dengan bermacam-macam cara.
- (4) Untuk kelas yang jumlah muridnya banyak dapat menimbulkan suasana yang gaduh dan ramai apabila pengendalian dari siswa kurang.
- (5) Materi yang terdapat pada kurikulum yang berlaku cukup padat sehingga kendala waktu akan muncul.

Seperti halnya pendekatan-pendekatan pembelajaran lainnya, pendekatan *RME* juga mempunyai kelebihan dan kekurangan bila diterapkan dalam pembelajaran matematika, khususnya pada anak SD. Menurut Setyono (2009), kelebihan pendekatan *RME* adalah:

- (1) Karena siswa membangun sendiri pengetahuannya, siswa tidak mudah lupa dengan pengetahuannya.
- (2) Suasana dalam proses pembelajaran menyenangkan karena menggunakan masalah dalam kehidupan nyata yang sudah dekat dengan siswa, sehingga siswa tidak merasa bosan.
- (3) Siswa merasa dihargai dan semakin terbuka karena setiap jawaban siswa ada nilainya.
- (4) Memupuk kerja sama dalam kelompok.
- (5) Melatih siswa untuk terbiasa mengemukakan pendapat.
- (6) Melatih keberanian siswa karena siswa harus menjelaskan jawaban.
- (7) Pendidikan budi pekerti, misalnya: kerja sama, menghormati teman yang sedang bicara, dan sebagainya.

Sedangkan kelemahan pendekatan *RME* adalah:

- (1) Karena sudah terbiasa diberi informasi terlebih dahulu, siswa masih kesulitan dalam menemukan sendiri jawabannya.
- (2) Membutuhkan waktu yang lama, terutama bagi siswa yang kemampuan awalnya rendah.
- (3) Siswa yang pandai terkadang tidak sabar menanti temannya yang belum selesai.

- (4) Membutuhkan alat peraga yang sesuai dengan situasi pembelajaran saat itu.
- (5) Belum ada pedoman penilaian, sehingga guru merasa kesulitan dalam memberi nilai.

### C. Pendekatan Saintifik (*Scientific Approach*)

Secara umum pendekatan belajar yang dipilih berbasis pada teori taksonomi, tujuan pendidikan yang dalam lima dasawarsa terakhir secara umum sudah dikenal luas. Berdasarkan teori taksonomi tersebut, capaian pembelajaran dapat dikelompokkan dalam tiga ranah, yakni: ranah kognitif, afektif, dan psikomotor. Penerapan teori taksonomi dalam tujuan pendidikan di berbagai negara dilakukan secara adaptif sesuai dengan kebutuhannya masing-masing. Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional telah mengadopsi taksonomi dalam bentuk rumusan sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Proses pembelajaran sepenuhnya diarahkan pada pengembangan ketiga ranah tersebut secara utuh/holistik, artinya pengembangan ranah yang satu tidak bisa dipisahkan dengan ranah lainnya. Dengan demikian, proses pembelajaran secara utuh melahirkan kualitas pribadi yang mencerminkan keutuhan penguasaan sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Sesuai dengan standar kompetensi lulusan (PerMEndikbud No. 54 Tahun 2013), sasaran pembelajaran mencakup pengembangan ranah sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang dielaborasi untuk setiap satuan pendidikan. Ketiga ranah kompetensi tersebut memiliki lintasan perolehan (proses psikologis) yang berbeda. Sikap diperoleh melalui aktivitas “menerima, menjalankan, menghargai, menghayati, dan mengamalkan”. Pengetahuan diperoleh melalui aktivitas “mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta. Keterampilan diperoleh melalui aktivitas “mengamati, menanya, mencoba, menalar, menyaji, dan mencipta”. Karakteristik kompetensi beserta perbedaan lintasan perolehan turut serta mempengaruhi karakteristik standar proses. Untuk memperkuat pendekatan ilmiah/saintifik (*scientific*), tematik terpadu (tematik antar mata pelajaran), dan tematik (dalam suatu mata pelajaran) perlu diterapkan pembelajaran berbasis penyingkapan/penelitian (*discovery/inquiry learning*). Untuk mendorong kemampuan peserta didik menghasilkan karya kontekstual, baik individual maupun kelompok, sangat disarankan menggunakan pendekatan pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah (*project based learning*).

Esensi pendekatan Saintifik berpengertian bahwa: (a) dalam pembelajaran merupakan proses ilmiah; (b) pendekatan ilmiah diyakini sebagai titian emas perkembangan dan pengembangan sikap, keterampilan, dan pengetahuan peserta didik; dan (c) penalaran dalam pendekatan ilmiah terdiri dari penalaran induktif dan penalaran deduktif.

Penalaran induktif memandang fenomena atau situasi spesifik untuk menarik simpulan secara keseluruhan. Penalaran induktif menempatkan bukti-bukti spesifik ke dalam relasi ide yang lebih luas. Sedangkan penalaran deduktif, melihat fenomena umum untuk kemudian menarik simpulan yang spesifik. Metode ilmiah umumnya menempatkan fenomena unik dengan kajian spesifik dan detail untuk kemudian merumuskan simpulan umum (induktif). Metode ilmiah adalah cara/teknik investigasi atas fenomena atau gejala, memperoleh pengetahuan baru, atau mengoreksi dan memadukan pengetahuan sebelumnya. Metode ilmiah juga dapat diartikan metode pencarian (*method of inquiry*), harus berbasis pada bukti-bukti dari objek yang dapat diobservasi, empiris, dan terukur dengan prinsip-prinsip penalaran yang spesifik. Metode ilmiah umumnya memuat serial aktivitas pengoleksian data melalui observasi dan eksperimen, kemudian memformulasikannya dan menguji hipotesis.

Pembelajaran berbasis pendekatan ilmiah lebih efektif dibandingkan dengan pembelajaran tradisional. Pada pembelajaran berbasis pendekatan ilmiah, retensi informasi dari guru sebesar lebih dari 90% setelah dua hari dan perolehan pemahaman kontekstual sebesar 50%-70%. Sedangkan pembelajaran tradisional, retensi informasi dari guru sebesar 10% setelah lima belas menit dan perolehan pemahaman kontekstual sebesar 25%.

### **1. Karakteristik Pembelajaran dengan Pendekatan Saintifik**

Pendekatan pembelajaran dengan pendekatan Saintifik/ilmiah (*Scientific Approach*) memiliki karakteristik sebagai berikut.

- a) Proses pembelajaran harus dipandu dengan kaidah-kaidah pendekatan ilmiah.
- b) Proses pembelajaran harus dilaksanakan dengan dipandu nilai-nilai, prinsip-prinsip, atau kriteria ilmiah.
- c) Proses pembelajaran dengan pendekatan ilmiah lebih mengutamakan dimensi pengamatan, penalaran, penemuan, pengabsahan, dan penjelasan tentang suatu kebenaran.
- d) Proses pembelajaran harus terhindar dari sifat-sifat atau nilai-nilai nonilmiah, yaitu proses pembelajaran semata-mata berdasarkan intuisi, akal sehat, prasangka, penemuan melalui coba-coba, dan asal berpikir kritis.

## 2. Kriteria Pembelajaran dengan Pendekatan Saintifik

Kriteria pembelajaran dengan pendekatan Saintifik/ilmiah adalah:

- a) Substansi atau materi pembelajaran berbasis pada fakta atau fenomena yang dapat dijelaskan dengan logika atau penalaran tertentu; bukan sebatas kira-kira, khayalan, legenda, atau dongeng semata.
- b) Penjelasan guru, respon peserta didik, dan interaksi edukatif guru-peserta didik terbebas dari prasangka yang serta-merta, pemikiran subjektif, atau penalaran yang menyimpang dari alur berpikir logis.
- c) Mendorong dan menginspirasi peserta didik berpikir secara kritis, analitis, dan tepat dalam mengidentifikasi, memahami, memecahkan masalah, dan mengaplikasikan substansi atau materi pembelajaran.
- d) Mendorong dan menginspirasi peserta didik mampu berpikir hipotetik dalam melihat perbedaan, kesamaan, dan tautan satu sama lain dari substansi atau materi pembelajaran.
- e) Mendorong dan menginspirasi peserta didik, mampu memahami, menerapkan, mengembangkan pola berpikir yang rasional dan objektif dalam merespon substansi atau materi pembelajaran.
- f) Berbasis pada konsep, teori, dan fakta empiris yang dapat dipertanggungjawabkan.
- g) Tujuan pembelajaran dirumuskan secara sederhana dan jelas, namun menarik sistem penyajiannya.

## 3. Langkah-langkah Pembelajaran dengan Pendekatan Saintifik

Proses pembelajaran dengan menggunakan pendekatan saintifik/ilmiah harus menyentuh tiga ranah/elemen, yakni sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

- a) Ranah sikap yang menggamit/menyentuh transformasi substansi atau materi ajar agar peserta didik “tahu mengapa”.
- b) Ranah keterampilan yang menggamit transformasi substansi atau materi ajar agar peserta didik “tahu bagaimana”.
- c) Ranah pengetahuan yang menggamit transformasi substansi atau materi ajar agar peserta didik “tahu apa”.
- d) Hasil akhirnya adalah peningkatan dan keseimbangan antara kemampuan untuk menjadi manusia yang baik (*soft skills*) dan manusia yang memiliki kecakapan pengetahuan untuk hidup



secara layak (*hard skills*) dari peserta didik yang meliputi aspek kompetensi sikap, keterampilan, dan pengetahuan.

- e) Kurikulum 2013 menekankan pada dimensi pedagogik modern dalam pembelajaran, yaitu menggunakan pendekatan ilmiah.
- f) Pendekatan ilmiah (*scientific approach*) dalam pembelajaran yang meliputi: (a) mengamati, (b) menanya, (c) mencoba, (d) mengolah, (e) menyajikan, (f) menyimpulkan, dan (g) mencipta untuk semua mata pelajaran.

Metode mengamati mengutamakan kebermaknaan proses pembelajaran (*meaningfull learning*). Metode ini memiliki keunggulan tertentu, seperti menyajikan media objek secara nyata, peserta didik senang dan tertantang sehingga mudah pelaksanaannya. Memerlukan waktu persiapan yang lama dan matang, biaya dan tenaga relatif banyak, jika tidak terkendali akan mengaburkan makna serta tujuan pembelajaran. Metode mengamati sangat bermanfaat bagi pemenuhan rasa ingin tahu peserta didik. Peserta didik menemukan fakta bahwa ada hubungan antara objek yang dianalisis dengan materi pembelajaran yang digunakan oleh guru.

Langkah-langkah mengamati (observasi) di antaranya: (1) menentukan objek apa yang akan diobservasi, (2) membuat pedoman observasi sesuai dengan lingkup objek yang akan diobservasi, (3) menentukan secara jelas data-data apa yang perlu diobservasi, baik primer maupun sekunder, (4) menentukan di mana tempat objek yang akan diobservasi, (5) menentukan secara jelas bagaimana observasi akan dilakukan untuk mengumpulkan data agar berjalan mudah dan lancar, (6) menentukan cara dan melakukan pencatatan atas hasil observasi, seperti menggunakan buku catatan, kamera, *tape recorder*, video perekam, dan alat-alat tulis lainnya. Jenis-jenis observasi di antaranya: (a) observasi biasa (*common observation*), (b) observasi terkendali (*controlled observation*), (c) observasi partisipatif (*participant observation*). Contoh kegiatan untuk melakukan pengamatan pada suatu benda-benda bangun datar di atas meja, misalnya dengan memberikan perintah: (1) amati satu benda yang ada di meja Anda, usahakan menggunakan semua indra; (2) buatlah pertanyaan terkait benda yang diamati; (3) tuliskan ciri-ciri yang dimiliki benda tadi berdasarkan pengamatan dan jawaban atas pertanyaan tadi; (4) sajikan data tersebut dalam bentuk tabel; dan (5) buat kesimpulan berdasarkan data yang diperoleh.

## D. Metode Pembelajaran Ekspositori

Suatu pelajaran langsung guru (*teacher-directed lessons*), seorang guru bekerja bersama dengan sekelompok siswa dalam satu keahlian atau satu konsep. Pada pembelajaran ini, guru harus selalu menggunakan observasi dan diskusi untuk mengevaluasi kesiapan siswa pada penyajian formalnya. Guru harus mengetahui benar isi matematika sesuai dengan ruang lingkup kurikulum dan urutannya. Guru perlu mengidentifikasi tujuan perilaku yang diharapkan, menyusun rencana pembelajaran untuk periode waktu tertentu. Robert Gagne memberikan uraian tentang tahap kegiatan pembelajaran, yaitu pengantar motivasional--penyajian konsep baru--latihan terbimbing--latihan mandiri. Berkaitan dengan pembelajaran secara langsung, Gagne menyatakan bahwa guru harus mengikatkan dirinya dengan siswa dalam belajar melalui delapan kegiatan, yaitu: (1) memperoleh perhatian siswa; (2) menginformasikan tujuan belajar pada siswa; (3) mengingatkan pengalaman dan informasi sebelumnya serta kemampuan prasyarat; (4) menyajikan isi dan keterampilan baru; (5) memberikan petunjuk belajar; (6) mendapatkan perilaku yang diharapkan; (7) memberikan evaluasi balik dan menilai perilaku; dan (8) menerapkan isi dan keterampilan dalam situasi baru. Sedangkan Madeline Hunter dan Douglass Russell telah mengembangkan siklus pembelajaran yang terdiri dari tujuh bagian dari suatu pembelajaran yang efektif, yaitu: (1) menyusun langkah-langkah; (2) menentukan tujuan; (3) memberikan masukan instruksional; (4) memodel operasi; (5) memeriksa pemahaman siswa; (6) memberikan latihan terbimbing; dan (7) memberikan latihan mandiri.

## E. Metode Pembelajaran Penemuan Terbimbing

Bruce Joyce dan Marsha Weil melaporkan, lebih dari 20 strategi pembelajaran yang berbeda ditemukan efektif. Strategi itu meliputi mnemonik (teknik hafalan), induksi, perolehan konsep, sinektik (kreativitas), dan penyelidikan (investigasi) kelompok. Dua strategi yang paling banyak digunakan oleh guru adalah penyelidikan (investigasi) dan induksi. Dalam penyelidikan (investigasi), sering juga disebut penemuan terbimbing. Siswa menemukan konsep-konsep atau prinsip-prinsip dengan bantuan guru. Sedangkan metode induktif bergerak dari contoh-contoh khusus kepada kesimpulan umum.

Siswa bekerja dengan material atau seperangkat data yang tidak teratur dengan dua metode tersebut. Pemberian teka-teki sering digunakan untuk memotivasi penyelidikan. Siswa mencari pola-pola atau hubungan dengan alat atau data yang disediakan, kemudian menjelas-

kannya. Setelah menemukan pola atau hubungan siswa sisuruh menguji pola yang ditemukan tersebut sehingga akhirnya ditemukan generalisasi. Dengan demikian, generalisasi (kesimpulan) yang menentukan adalah siswa dan bukan guru. Guru hanya sebagai fasilitator dan sebagai pembimbing jika diperlukan.

Adapun yang dimaksud pembelajaran dengan penemuan sendiri adalah pembelajaran yang lebih memberikan kesempatan atau kebebasan pada siswa untuk menemukan sendiri suatu konsep atau prinsip tanpa bantuan guru. Siswa melakukan penyelidikan-penyelidikan sendiri untuk menemukan suatu konsep atau prinsip, kemudian menyajikannya serta mempertahankannya sehingga hasil temuan itu menjadi suatu generalisasi. Pada waktu siswa melakukan penyelidikan, guru perlu melakukan serangkaian kegiatan menyusun langkah/tahapan, merumuskan tujuan, menyelidiki / menguji untuk pemahaman, dan perluasan.

## **BAB III**

# **MEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai berbagai media pembelajaran dan terampil menerapkannya dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab III ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan pengertian media pembelajaran matematika di sekolah dasar.
2. Menjelaskan perbedaan media, alat bantu, alat praktik, alat peraga, alat percobaan, bahan percobaan, bahan praktik pembelajaran matematika di sekolah dasar.
3. Menjelaskan manfaat media dalam pembelajaran.
4. Menyusun rencana pembelajaran matematika sekolah dasar sesuai dengan media yang diperlukan.
5. Menerapkan berbagai jenis media dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas landasan pembelajaran matematika di sekolah dasar, yaitu meliputi pengertian dan jenis media pembelajaran matematika di sekolah dasar.

## A. Pengertian Media Pembelajaran

Pada proses pembelajaran, media mempunyai arti yang penting karena dalam kegiatan tersebut ketidakjelasan materi yang disampaikan guru dapat dibantu dengan menghadirkan media sebagai perantara. Hal ini sesuai dengan pendapat Padmono (2011: 10) menyatakan bahwa “Media adalah perantara atau pengantar pesan dari pengirim ke penerima.”

Sutikno & Fathurrohman (2010: 65) berpendapat bahwa kata Media berasal dari bahasa Latin *medium* yang secara harfiah berarti ‘tengah’, ‘perantara’, atau ‘pengantar’.” Dalam aktivitas pembelajaran, media dapat didefinisikan sebagai sesuatu yang dapat membawa informasi dan pengetahuan dalam interaksi yang berlangsung antara pendidik dengan peserta didik.

Menurut Bovee (dalam Sanaky, 2013: 3) “Media adalah alat yang mempunyai fungsi menyampaikan pesan. Media pembelajaran adalah sebuah alat yang berfungsi dan dapat digunakan untuk menyampaikan pesan pembelajaran.”

Prihatin (2008: 50) mengatakan, “Media pembelajaran adalah media yang digunakan untuk membantu siswa di dalam memahami dan memperoleh informasi yang dapat didengar ataupun dilihat oleh pencaindera sehingga pembelajaran dapat berhasil guna dan berdaya guna.”

Berdasarkan pendapat-pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran merupakan sesuatu yang mempunyai fungsi untuk menyampaikan pesan pembelajaran yang dapat ditangkap oleh pancaindera berupa informasi maupun pengetahuan dalam interaksi yang sedang berlangsung antara pendidik dengan peserta didik.

Media juga berarti “alat bantu”, sehingga pengertian media pembelajaran adalah seperangkat alat bantu yang berfungsi untuk mengefektifkan komunikasi dan interaksi antara guru dan siswa dalam proses pembelajaran dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Ada beberapa istilah yang masih sering dikacaukan maknanya dan penggunaannya, yaitu: media, alat bantu, alat praktik, alat peraga, alat percobaan, bahan percobaan, bahan praktik. Semua istilah-istilah tersebut sebenarnya termasuk dalam ruang lingkup media pembelajaran. Dengan demikian, media pembelajaran dapat diartikan sebagai sembarang benda (berupa alat, bahan, *hardware*, *software*, atau *brainware*) yang berfungsi untuk membantu mengefektifkan komunikasi dan interaksi antara guru dan siswa dalam proses pembelajaran dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Alat praktik pembelajaran adalah seperangkat alat yang digunakan untuk mendukung dan mengefektifkan kegiatan praktik untuk mencapai tujuan pembelajaran. Alat peraga adalah seperangkat alat yang

digunakan untuk memperagakan atau mendemonstrasikan suatu materi pembelajaran sehingga mengefektifkan pencapaian tujuan pembelajaran. Alat percobaan adalah seperangkat alat (*hardware*) yang digunakan untuk mendukung dan mengefektifkan kegiatan percobaan/laboratorium untuk mencapai tujuan pembelajaran. Suatu benda pada saat tertentu dapat berfungsi sebagai media pembelajaran, alat bantu pembelajaran, alat praktik, alat peraga, atau alat percobaan. Hal ini tergantung dari kemanfaatan, peran, dan kedudukan benda tersebut dalam rangka pencapaian tujuan pembelajaran.

Berbeda lagi dengan istilah sumber belajar. Menurut *Association for Educational Communications and Technology* (AECT, 1977), sumber pembelajaran adalah segala sesuatu atau daya yang dapat dimanfaatkan oleh guru, baik secara terpisah maupun dalam bentuk gabungan, untuk kepentingan belajar mengajar dengan tujuan meningkatkan efektivitas dan efisiensi tujuan pembelajaran. Terdapat dua kelompok sumber belajar, yaitu: (1) sumber pembelajaran yang sengaja direncanakan (*learning resources by design*), yakni semua sumber yang secara khusus telah dikembangkan sebagai komponen sistem instruksional untuk memberikan fasilitas belajar yang terarah dan bersifat formal, dan (2) sumber pembelajaran yang karena dimanfaatkan (*learning resources by utilization*), yakni sumber belajar yang tidak secara khusus didesain untuk keperluan pembelajaran namun dapat ditemukan, diaplikasikan, dan dimanfaatkan untuk keperluan belajar. Jenis sumber belajar adalah: (1) orang (guru, tenaga ahli, orang tua); (2) pesan (kurikulum mata pelajaran); (3) bahan (buku paket, buku teks, modul, program video, film, OHT, slide, alat peraga); (4) alat (*OHP*, film, *slide*, *tape recorder*, radio, televisi, *handphone*); (5) teknik (ceramah, tanya-jawab, sosiodrama/*roleplay*); (6) *setting* (penataan ruang, pencahayaan).

## **B. Manfaat Media Pembelajaran**

Sanaky (2013: 5) mengemukakan bahwa manfaat media pembelajaran baik secara umum maupun khusus sebagai alat bantu pembelajaran bagi pengajar dan pembelajar. Jadi manfaat media pembelajaran adalah: (1) pengajaran lebih menarik perhatian pembelajar sehingga dapat menumbuhkan motivasi siswa, (2) bahan pengajaran akan lebih jelas maknanya sehingga dapat lebih dipahami pembelajar serta memungkinkan pembelajar menguasai tujuan pembelajaran dengan baik, (3) metode pembelajaran bervariasi sehingga tidak semata-mata hanya komunikasi verbal melalui penuturan kata-kata lisan pengajar, (4) pembelajar lebih banyak melakukan kegiatan belajar sebab tidak hanya mendengarkan penjelasan dari pengajar saja tetapi juga aktivitas lain

yang dilakukan seperti mengamati, melakukan, mendemonstrasikan dan lain-lain.

Menurut Wahyudi (2014: 20) manfaat media dalam pembelajaran di antaranya adalah: (1) penyampaian pesan pembelajaran dapat lebih terstandar, (2) pembelajaran dapat lebih menarik, (3) pembelajaran menjadi lebih interaktif, (4) memungkinkan anak belajar mandiri sesuai dengan bakat dan kemampuan visual, auditori, dan kinestetik.

Susilana dan Riyana (2009: 9) berpendapat bahwa secara umum media mempunyai kegunaan: (1) memperjelas pesan agar tidak terlalu verbalistis, (2) mengatasi keterbatasan ruang, waktu tenaga dan daya indera, (3) menimbulkan gairah belajar, interaksi lebih langsung antara murid dengan sumber belajar, (4) memungkinkan anak belajar mandiri sesuai dengan bakat dan kemampuan visual, auditori, dan kinestetiknya, (5) memberi rangsangan yang sama, mempersamakan pengalaman, dan menimbulkan persepsi yang sama.

Berdasarkan uraian pendapat-pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa manfaat media pembelajaran antara lain: (1) penyampaian pesan pembelajaran lebih jelas maknanya sehingga dapat lebih dipahami pembelajar, (2) pembelajaran menjadi lebih menarik, (3) pembelajaran menjadi lebih interaktif, (4) memungkinkan anak belajar mandiri sesuai dengan bakat dan kemampuan visual, auditori, dan kinestetik, (5) mengatasi keterbatasan ruang, waktu, tenaga dan daya indera, serta (6) pembelajaran lebih bervariasi.

### **C. Kriteria Media Pembelajaran**

Penentuan media pembelajaran yang akan digunakan dalam proses pembelajaran harus dilakukan dengan baik karena tidak semua jenis media cocok untuk materi pembelajaran dan karakteristik siswa. Oleh karena itu, sebelum menentukan media pembelajaran yang akan digunakan, perlu mempertimbangkan pemilihan media supaya tujuan pembelajaran tercapai dengan baik.

Selanjutnya, Asyhar (2011: 81-82) mengemukakan bahwa kriteria media pembelajaran yang baik yang perlu diperhatikan dalam proses pemilihan media adalah sebagai berikut: (1) jelas dan rapi, (2) bersih dan menarik, (3) cocok dengan sasaran, (4) relevan dengan topik yang diajarkan, (5) sesuai dengan tujuan pembelajaran, (6) praktis, luwes, dan tahan, (7) berkualitas baik, (8) ukurannya sesuai dengan lingkungan belajar.

Berdasarkan beberapa uraian pendapat di atas, maka dapat disimpulkan bahwa kriteria media pembelajaran adalah: (1) sesuai dengan tujuan pembelajaran, (2) tepat untuk mendukung isi pelajaran berupa fakta, konsep, prinsip, atau keterampilan, (3) jelas dan menarik, (4) mudah diperoleh, (5) mudah digunakan (praktis), (6) mudah disimpan, (7) berkualitas baik, (8) ukurannya sesuai dengan lingkungan belajar, (9) guru terampil menggunakannya, (10) bermanfaat ganda (multiguna).

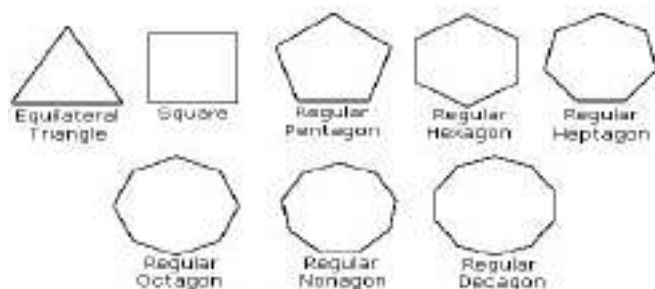
## D. Jenis Media Pembelajaran

Jenis media dapat dikelompokkan menjadi 9, yaitu: (1) audio (pita audio/rol atau kaset, piringan audio, radio/rekaman siaran); (2) cetak (buku teks terprogram, buku pegangan/manual, buku tugas); (3) audio – cetak (buku latihan dilengkapi kaset, gambar/poster dilengkapi audio); (4) proyeksi visual diam (film bingkai/slide, film rangkai berisi pesan verbal); (5) proyeksi visual diam dengan audio (film bingkai/slide suara, film rangkai suara), (6) visual gerak (film bisu dengan judul/caption), (7) visual gerak dengan audio (film suara, video/vcd/dvd), (8) benda (benda nyata, model tiruan/*mock up*), (9) komputer (media berbasis komputer; CAI (*Computer Assisted Instructional*) & CMI (*Computer Managed Instructional*)). Dari berbagai jenis pengelompokan media tersebut, secara garis besar dapat dikelompokkan menjadi 4, yaitu: (1) media audio (radio, piringan hitam, *tape cassette*), (2) media visual (media proyeksi: *slide*, film strip, *overhead projector*; media nonproyeksi: *wallsheets*, model, objek), (3) media audio visual (TV, *radiovision*, film bersuara, *sound slide*), (4) media grafis (bagan, grafik, poster, karikatur, gambar, komik, gambar seri).

## E. Media Pembelajaran Matematika








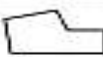


Berikut ini disajikan beberapa contoh media pembelajaran Matematika.

### 1. Segi Banyak Beraturan (Poligon)

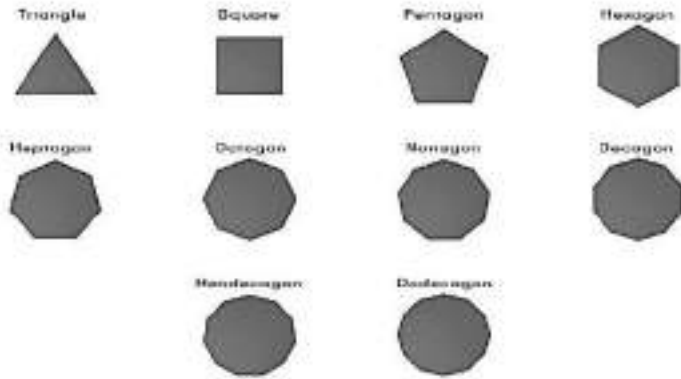




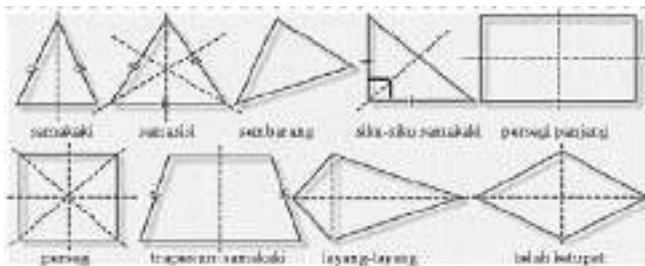
2. Segi Banyak Beraturan dan Tidak Beraturan

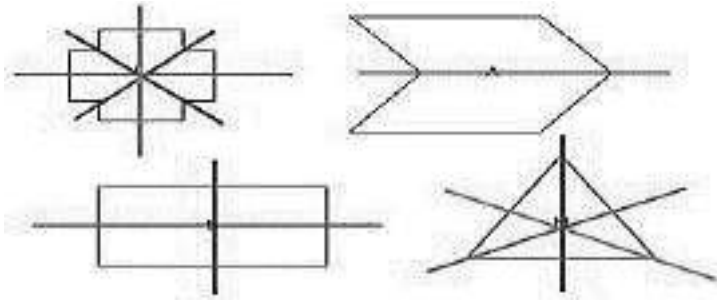
Name	Regular	Irregular
Triangle		
Quadrilateral		
Pentagon		
Hexagon		
Octagon		

3. Daerah Segi Banyak Beraturan





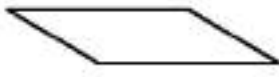



4. Sumbu Simetri

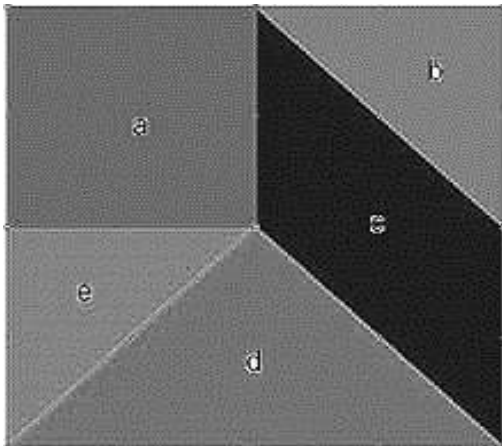




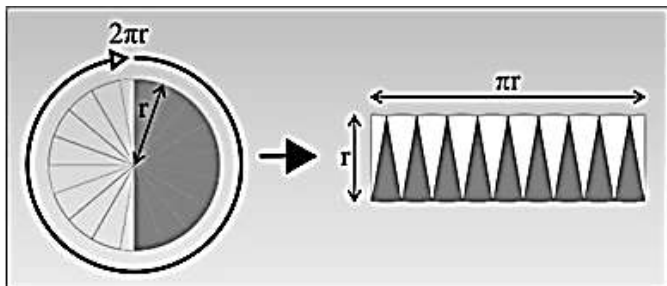
### 5. Jenis Segiempat

 <b>Trapezoid</b>	 <b>Square</b>
 <b>Rectangle</b>	 <b>Rhombus</b>
 <b>Parallelogram</b>	 <b>Quadrilateral</b>

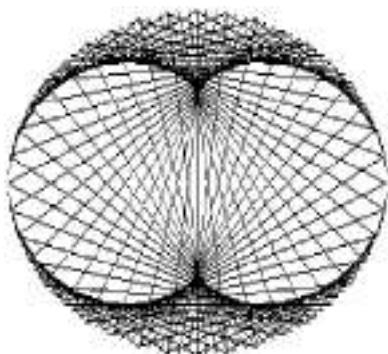
### 6. Pancagram



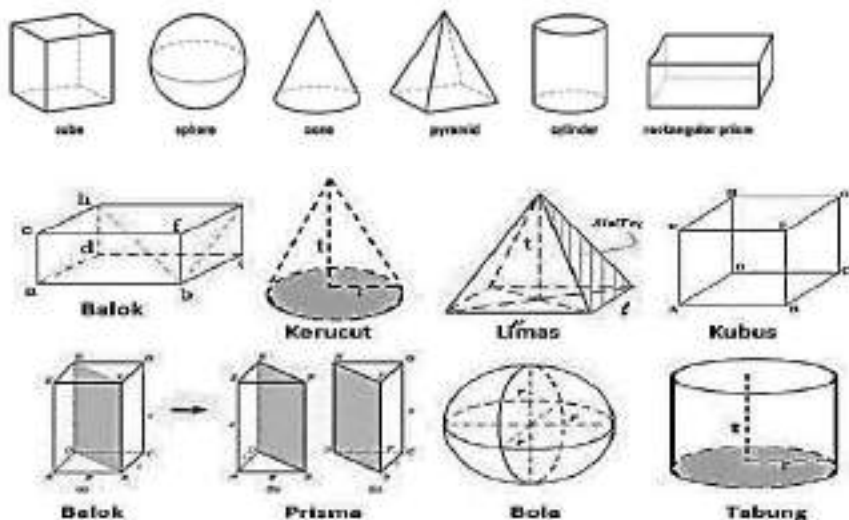
### 7. Luas Daerah Lingkaran



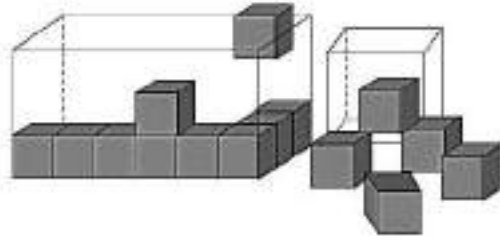
### 8. Lukisan Matematika



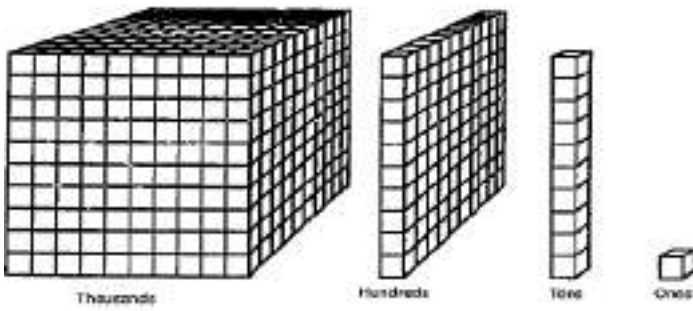
### 9. Bangun Ruang



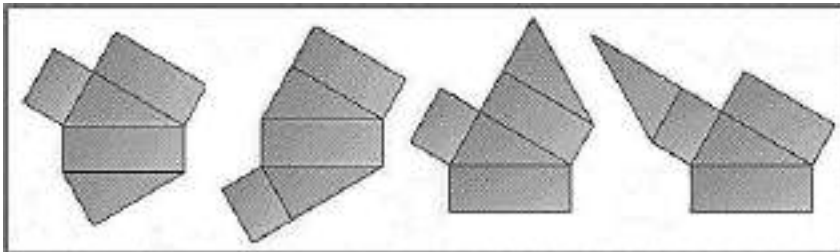
### 10. Kubus Satuan



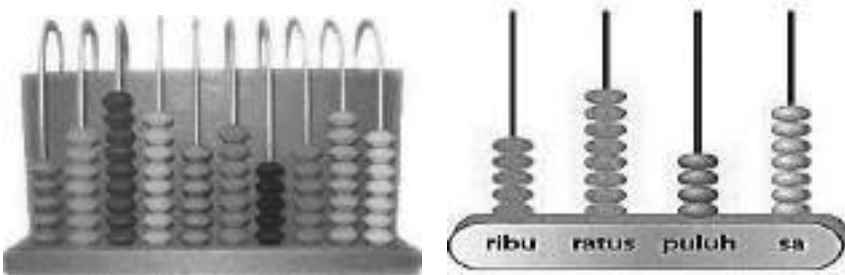
### 11. Blok Dienes



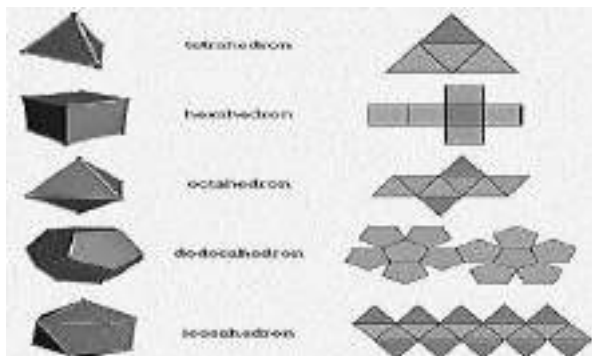
### 12. Jaring-jaring Prisma Segitiga



### 13. Abacus Nilai Tempat



## 14. Bidang Banyak (Polihedron) dan Jaring-jaringnya



## 15. Volume Kerucut



## 16. Sempoa



## **BAB IV**

# **ASESMEN PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi asesmen pembelajaran dan terampil menerapkannya dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab IV ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep asesmen dalam pembelajaran.
2. Menjelaskan Standar Penilaian Pendidikan Kurikulum 2013.
3. Menyusun asesmen sesuai dengan kompetensi dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.
4. Menerapkan asesmen dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang landasan pembelajaran matematika di sekolah dasar, yaitu meliputi: (1) konsep asesmen dalam pembelajaran; dan (2) penerapan asesmen dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

## **A. Hakikat Asesmen dalam Pembelajaran**

Secara umum, asesmen dapat diartikan sebagai proses untuk mendapatkan informasi dalam bentuk apapun yang dapat digunakan untuk dasar pengambilan keputusan tentang siswa baik yang menyangkut kurikulumnya, program pembelajarannya, iklim sekolah maupun kebijakan-kebijakan sekolah. Asesmen secara sederhana dapat diartikan sebagai proses pengukuran dan non pengukuran untuk memperoleh data karakteristik peserta didik dengan aturan tertentu (Endang Poerwanti dkk, 2008: 1-3). Dengan demikian yang dimaksud dengan asesmen pembelajaran Matematika adalah proses pengukuran dan non pengukuran yang berisi proses maupun hasil untuk memperoleh data karakteristik peserta didik dalam pembelajaran Matematika dengan menggunakan aturan tertentu. Dalam pelaksanaan asesmen pembelajaran, guru akan dihadapkan pada 3 (tiga) istilah yang sering dikacaukan pengertiannya, atau bahkan sering pula digunakan secara bersama, yaitu istilah pengukuran, penilaian, dan tes.

Pengukuran dapat diartikan sebagai kegiatan atau upaya yang dilakukan untuk memberikan angka-angka pada suatu gejala atau peristiwa, benda, sehingga hasil pengukuran akan selalu berupa angka. Alat untuk melakukan pengukuran ini dapat berupa alat ukur standar yakni meter, kilogram, liter dan sebagainya, termasuk ukuran-ukuran subyektif yang bersifat relatif: depa, jengkal, “sebentar lagi”, dan lain-lain. Dalam proses pembelajaran guru juga melakukan pengukuran terhadap proses dan hasil belajar yang hasilnya berupa angka-angka yang mencerminkan capaian dan proses dan hasil belajar tersebut. Angka 50, 75, atau 175 yang diperoleh dari hasil pengukuran proses dan hasil pembelajaran tersebut bersifat kuantitatif dan belum dapat memberikan makna apa-apa, karena belum menyatakan tingkat kualitas dari apa yang diukur. Angka hasil pengukuran ini biasa disebut dengan skor mentah. Angka hasil pengukuran baru mempunyai makna bila dibandingkan dengan kriteria atau patokan tertentu.

Evaluasi adalah proses pemberian makna atau penetapan kualitas hasil pengukuran dengan cara membandingkan angka hasil pengukuran tersebut dengan kriteria tertentu. Kriteria sebagai pembanding dari proses dan hasil pembelajaran tersebut dapat ditentukan sebelum proses pengukuran atau dapat pula ditetapkan sesudah pelaksanaan pengukuran. Kriteria ini dapat berupa proses/kemampuan minimal yang dipersyaratkan, atau batas keberhasilan, dapat pula berupa kemampuan rata-rata unjuk kerja kelompok dan berbagai patokan yang lain. Kriteria yang berupa batas kriteria minimal yang telah ditetapkan sebelum pengukuran dan bersifat mutlak, disebut dengan penilaian acuan patokan atau penilaian acuan kriteria (PAP/PAK), sedangkan kriteria yang ditentukan

setelah kegiatan pengukuran dilakukan dan didasarkan pada keadaan kelompok dan bersifat relatif disebut dengan penilain acuan norma atau penilaian acuan relatif (PAN/PAR)

Tes adalah seperangkat tugas yang harus dikerjakan atau sejumlah pertanyaan yang harus dijawab oleh peserta didik untuk mengukur tingkat pemahaman dan penguasaannya terhadap cakupan materi yang dipersyaratkan dan sesuai dengan tujuan pengajaran tertentu sehingga dapat disimpulkan bahwa pada dasarnya tes merupakan alat ukur yang sering digunakan dalam asesmen pembelajaran di samping alat ukur yang lain.

Keberhasilan suatu program pembelajaran matematika tergantung kepada penjabaran dan perluasannya, program tersebut dilaksanakan untuk mencapai tujuan pembelajaran. Program penilaian (asesmen) suatu kelas harus memberikan guru suatu informasi tentang status (identitas) dan kemajuan anak didiknya dalam mencapai tujuan-tujuan yang direncanakan. Tes-tes tertulis yang sekarang dilakukan tidak cukup untuk menentukan keberhasilan siswa dalam suatu program secara menyeluruh (komprehensif). Tes-tes tersebut tidak dapat mengukur kesiapan siswa untuk mempelajari matematika, kemampuan untuk memecahkan masalah, penalaran dan berkomunikasi secara matematis, membuat hubungan antara konsep-konsep dan isi kurikulum lainnya, serta usaha kerasnya untuk mempelajari matematika. Untuk itu, diperlukan keragaman prosedur penilaian di samping tes-tes yang digunakan untuk menilai kemajuan siswa pada saat ini, yaitu termasuk penilaian kesiapan siswa, penilaian kemampuan pelaksanaan tugas, penilaian kemampuan berhitung, observasi, wawancara, tes diagnostik dalam belajar matematika, portofolio, dan penilaian dengan jurnal.

## **B. Standar Penilaian Kurikulum 2013**

Berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia No. 66 Tahun 2013 tentang Standar Penilaian Pendidikan, menjelaskan bahwa yang dimaksud dengan standar penilaian pendidikan adalah kriteria mengenai mekanisme, prosedur, dan instrumen penilaian hasil belajar peserta didik. Penilaian pendidikan sebagai proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk mengukur pencapaian hasil belajar peserta didik mencakup: penilaian autentik, penilaian diri, penilaian berbasis portofolio, ulangan, ulangan harian, ulangan tengah semester, ulangan akhir semester, ujian tingkat kompetensi, ujian mutu tingkat kompetensi, ujian nasional, dan ujian sekolah/madrasah, yang diuraikan sebagai berikut.



- (1) Penilaian otentik merupakan penilaian yang dilakukan secara komprehensif untuk menilai mulai dari masukan (*input*), proses, dan keluaran (*output*) pembelajaran.
- (2) Penilaian diri merupakan penilaian yang dilakukan sendiri oleh peserta didik secara reflektif untuk membandingkan posisi relatifnya dengan kriteria yang telah ditetapkan.
- (3) Penilaian berbasis portofolio merupakan penilaian yang dilaksanakan untuk menilai keseluruhan entitas proses belajar peserta didik termasuk penugasan perseorangan dan/atau kelompok di dalam dan/atau di luar kelas, khususnya pada sikap/perilaku dan keterampilan.
- (4) Ulangan merupakan proses yang dilakukan untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik secara berkelanjutan dalam proses pembelajaran, untuk memantau kemajuan dan perbaikan hasil belajar peserta didik.
- (5) Ulangan harian merupakan kegiatan yang dilakukan secara periodik untuk menilai kompetensi peserta didik setelah menyelesaikan satu kompetensi dasar (KD) atau lebih.
- (6) Ulangan tengah semester merupakan kegiatan yang dilakukan oleh pendidik untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik setelah melaksanakan 8 – 9 minggu kegiatan pembelajaran. Cakupan ulangan tengah semester meliputi seluruh indikator yang merepresentasikan seluruh KD pada periode tersebut.
- (7) Ulangan akhir semester merupakan kegiatan yang dilakukan oleh pendidik untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik di akhir semester. Cakupan ulangan meliputi seluruh indikator yang merepresentasikan semua KD pada semester tersebut.
- (8) Ujian tingkat kompetensi yang selanjutnya disebut UTK merupakan kegiatan pengukuran yang dilakukan oleh satuan pendidikan untuk mengetahui pencapaian tingkat kompetensi. Cakupan UTK meliputi sejumlah kompetensi dasar yang merepresentasikan kompetensi inti pada tingkat kompetensi tersebut.
- (9) Ujian mutu tingkat kompetensi yang selanjutnya disebut UMTK merupakan kegiatan pengukuran yang dilakukan oleh pemerintah untuk mengetahui pencapaian tingkat kompetensi. Cakupan UMTK meliputi sejumlah kompetensi dasar yang merepresentasikan kompetensi inti pada tingkat kompetensi tersebut.
- (10) Ujian nasional yang selanjutnya disebut UN merupakan kegiatan pengukuran kompetensi tertentu yang dicapai peserta didik dalam rangka menilai pencapaian standar nasional pendidikan yang dilaksanakan secara nasional.

- (11) Ujian sekolah/madrasah merupakan kegiatan pengukuran pencapaian kompetensi di luar kompetensi yang diujikan pada UN, dilakukan oleh satuan pendidikan.

Penilaian hasil belajar peserta didik pada jenjang pendidikan dasar dan menengah didasarkan pada prinsip-prinsip sebagai berikut.

- (1) Objektif, berarti penilaian berbasis pada standard dan tidak dipengaruhi faktor subjektivitas penilai.
- (2) Terpadu, berarti penilaian oleh pendidik dilakukan secara terencana, menyatu dengan kegiatan pembelajaran, dan berkesinambungan.
- (3) Ekonomis, berarti penilaian yang efisien dan efektif dalam perencanaan, pelaksanaan, dan pelaporannya.
- (4) Transparan, berarti prosedur penilaian, kriteria penilaian, dan dasar pengambilan keputusan dapat diakses oleh semua pihak.
- (5) Akuntabel, berarti penilaian dapat dipertanggungjawabkan kepada pihak internal sekolah maupun eksternal untuk aspek teknik, prosedur, dan hasilnya.
- (6) Edukatif, berarti mendidik dan memotivasi peserta didik dan guru.

Pendekatan penilaian yang digunakan adalah penilaian acuan kriteria (PAK). PAK merupakan penilaian pencapaian kompetensi yang didasarkan pada kriteria ketuntasan minimal (KKM). KKM merupakan kriteria ketuntasan belajar minimal yang ditentukan oleh satuan pendidikan dengan mempertimbangkan karakteristik kompetensi dasar yang akan dicapai, daya dukung, dan karakteristik peserta didik.

Ruang lingkup penilaian hasil belajar peserta didik mencakup kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang dilakukan secara berimbang sehingga dapat digunakan untuk menentukan posisi relatif setiap peserta didik terhadap standar yang telah ditetapkan. Cakupan penilaian merujuk pada ruang lingkup materi, kompetensi mata pelajaran/kompetensi muatan/kompetensi program, dan proses. Teknik dan instrumen yang digunakan untuk penilaian kompetensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan sebagai berikut.

## 1. Penilaian kompetensi sikap

Pendidik melakukan penilaian kompetensi sikap melalui observasi, penilaian diri, penilaian “teman sejawat” (*peer evaluation*) oleh peserta didik, dan jurnal. Instrumen yang digunakan untuk observasi, penilaian diri, dan penilaian antarpeserta didik adalah daftar cek atau skala

penilaian (*rating scale*) yang disertai rubrik, sedangkan pada jurnal berupa catatan pendidik.

- a) Observasi merupakan teknik penilaian yang dilakukan secara berkesinambungan dengan menggunakan indra, baik secara langsung maupun tidak langsung dengan menggunakan pedoman observasi yang berisi sejumlah indikator perilaku yang diamati.
- b) Penilaian diri merupakan teknik penilaian dengan cara meminta peserta didik untuk mengemukakan kelebihan dan kekurangan dirinya dalam konteks pencapaian kompetensi. Instrumen yang digunakan berupa lembar penilaian diri.
- c) Penilaian antarpeserta didik merupakan teknik penilaian dengan cara meminta peserta didik untuk saling menilai terkait dengan pencapaian kompetensi. Instrumen yang digunakan berupa lembar penilaian antarpeserta didik.
- d) Jurnal merupakan catatan pendidik di dalam dan di luar kelas yang berisi informasi hasil pengamatan tentang kekuatan dan kelemahan peserta didik yang berkaitan dengan sikap dan perilaku.

## 2. Penilaian Kompetensi Pengetahuan

Pendidik menilai kompetensi pengetahuan melalui tes tulis, tes lisan, dan penugasan.

- a. Instrumen tes tulis berupa soal pilihan ganda, isian, jawaban singkat, benar-salah, menjodohkan, dan uraian. Instrumen uraian dilengkapi pedoman penskoran.
- b. Instrumen tes lisan berupa daftar pertanyaan.
- c. Instrumen penugasan berupa pekerjaan rumah dan/atau proyek yang dikerjakan secara individu atau kelompok sesuai dengan karakteristik tugas.

## 3. Penilaian Kompetensi Keterampilan

Pendidik menilai kompetensi keterampilan melalui penilaian kinerja, yaitu penilaian yang menuntut peserta didik mendemonstrasikan suatu kompetensi tertentu dengan menggunakan tes praktik, proyek, dan penilaian portofolio. Instrumen yang digunakan berupa daftar cek atau skala penilaian (*rating scale*) yang dilengkapi rubrik.

- a. Tes praktik adalah penilaian yang menuntut respon berupa keterampilan melakukan suatu aktivitas atau perilaku sesuai dengan tuntutan kompetensi.
- b. Projek adalah tugas-tugas belajar (*learning tasks*) yang meliputi kegiatan perancangan, pelaksanaan, dan pelaporan secara tertulis maupun lisan dalam waktu tertentu.
- c. Penilaian portofolio adalah penilaian yang dilakukan dengan cara menilai kumpulan seluruh karya peserta didik dalam bidang tertentu yang bersifat reflektif-integratif untuk mengetahui minat, perkembangan, prestasi, dan/atau kreativitas peserta didik dalam kurun waktu tertentu. Karya tersebut dapat berbentuk tindakan nyata yang mencerminkan kepedulian peserta didik terhadap lingkungannya.

Instrumen penilaian harus memenuhi persyaratan: (1) substansi yang merepresentasikan kompetensi yang dinilai; (2) konstruksi yang memenuhi persyaratan teknis sesuai dengan bentuk instrumen yang digunakan; dan (3) penggunaan bahasa yang baik dan benar serta komunikatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik.

## C. Asesmen dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar

### 1. Asesmen Kesiapan Siswa Belajar Matematika

Anak-anak harus siap mempelajari sesuatu jika konsep atau kemampuan matematika yang baru akan dikenalkan. Robert B. Underhill mengidentifikasi lima komponen kesiapan anak bagi guru untuk dipertimbangkan ketika merencanakan dan mengajar matematika, yaitu: kesiapan isi, kesiapan pedagogis, kesiapan kedewasaan, kesiapan afektif, dan kesiapan kontekstual.

#### a. Kesiapan Isi

Berhubungan dengan kemampuan dan pengetahuan matematika yang dimiliki siswa. Misalnya, seorang siswa yang dapat menghitung secara tepat pada soal  $34 - 6 = \dots$ , dapat mendemonstrasikan situasi "meminjam" atau "memindah tempat" dengan alat peraga (misal: kubus kecil/lidi), menguasai 100 fakta dasar pengurangan, dan memahami nilai tempat untuk bilangan antara 9 dan 99. Keadaan yang seperti ini menunjukkan kesiapan siswa yang tinggi untuk mempelajari algoritma pengurangan seperti pada soal di atas.

b. Kesiapan Pedagogis

Berkenaan dengan pemahaman siswa tentang material (alat peraga) yang mereka gunakan ketika mempelajari matematika. Misalnya, gambar-gambar biasanya digunakan untuk melukiskan kegiatan (tindakan) siswa dalam mengerjakan soal matematika. Anak yang belum dapat menghubungkan gambar-gambar atau alat peraga pada operasi pengurangan  $247 - 182 = \dots$  berarti mereka secara pedagogis belum siap. Sebaliknya, jika siswa telah siap untuk menggunakan gambar atau alat peraga (misalnya: lidi) untuk menunjukkan bilangan 247 yang terdiri dari 2 ratusan ikatan lidi, 4 puluhan ikatan lidi, dan 7 satuan lidi, serta dapat menukarkan bahwa 10 puluhan ikatan lidi sama dengan 1 ratusan ikatan lidi, 10 batang lidi sama dengan 1 puluhan ikatan lidi, berarti mereka telah siap secara pedagogis.

c. Kesiapan Kedewasaan (kesiapan maturasional)

Berkaitan dengan tingkat kedewasaan mental (perkembangan mental) siswa. Piaget telah menjelaskan bahwa setiap orang akan melalui empat tingkat perkembangan mental, yaitu tahap sensori motor, praoperasional, operasi konkret, dan operasi formal.

d. Kesiapan Afektif

Berkenaan dengan usaha keras siswa (sikap) untuk mempelajari matematika. Usaha keras tersebut dapat menuntun pada tingkat keberhasilan siswa ketika mempelajari dan menggunakan matematika. Kerja keras merupakan kecenderungan untuk berpikir dan beraksi dalam cara-cara yang positif. Kerja keras siswa diwujudkan dalam cara mereka mendekati dan mengerjakan tugas. Asesmen pengetahuan matematika termasuk juga evaluasi indikator tersebut dan apresiasi siswa pada peran dan nilai matematika.

e. Kesiapan Kontekstual

Berkenaan dengan kesadaran siswa akan adanya cara-cara matematika yang digunakan. Siswa yang memiliki kesiapan kontekstual yang tinggi menyadari betapa pentingnya matematika dan sadar akan penerapannya yang berbeda-beda dalam dunia nyata.

## **2. Asesmen Pelaksanaan Tugas / Proses**

Penilaian (asesmen) dalam matematika perlu diubah dari kegiatan tes-tes tertulis (tes kertas-pensil) kepada tes-tes yang berstandar pada evaluasi unjuk kerja siswa dalam mengerjakan keragaman yang luas tentang tugas-tugas kelas. Perubahan itu perlu dilakukan dengan

menekankan pada tujuan dan sasaran matematika dalam sekolah dasar. Untuk itu, dalam kegiatan penilaian untuk kemampuan pelaksanaan tugas perlu diperhatikan isi, proses yang digunakan untuk menyelesaikan tugas, dan pengetahuan yang digunakan untuk menyelesaikan tugas (pengetahuan konseptual atau pengetahuan prosedural). Karena guru mempunyai tanggung jawab yang tinggi dalam pengajaran dan penilaian dalam kelas, maka diperlukan teknik penilaian yang ditujukan kepada program matematika yang luas. Teknik-teknik yang tepat akan memasukkan penilaian tugas perhitungan dan aktivitas pemecahan masalah, penilaian portofolio dan jurnal, observasi dan wawancara dengan anak, serta tes-tes diagnostik yang dibuat guru.

### 3. Asesmen Kemampuan Berhitung

Pada tahap awal, siswa akan mengembangkan pemahaman dan skill tentang bilangan dan operasi bilangan. Ketika konsep dan skill baru dikenalkan, latihan-latihan yang cukup dengan prosedur-prosedurnya perlu diberikan sampai siswa menguasai prosedur dengan tingkat kepercayaan yang tepat. Pemeriksaan yang hati-hati terhadap latihan yang dilakukan siswa adalah penting jika seorang guru harus menentukan kesalahan dan penalarannya, kemudian memberikan bimbingan yang dapat memperbaiki kesalahan dan menjadikan suatu kebiasaan-kebiasaan yang baik. Misalnya, ada seorang siswa mengerjakan soal pengurangan seperti berikut.

$$\begin{array}{r} 779 \\ 204 \\ \hline 605 \end{array} \quad \begin{array}{r} 297 \\ 103 \\ \hline 104 \end{array} \quad \begin{array}{r} 632 \\ 400 \\ \hline 200 \end{array}$$

Kesalahan apa yang anda temukan dari pekerjaan siswa tersebut? Kesalahpahaman apa yang dimiliki siswa dalam mengerjakan soal tersebut? Apa yang akan Anda perbuat untuk memperbaiki kesalahan yang dilakukan siswa tersebut?

Setelah guru dapat menemukan kesalahan-kesalahan secara sistematis dan menemukan penyebab kesalahan tersebut, guru dapat memberikan pembelajaran untuk memperbaiki kesalahan yang dilakukan siswanya.

### 4. Observasi

Observasi (pengamatan) terhadap setiap aktivitas kelas merupakan keragaman informasi tentang kesiapan anak dan pertumbuhan pemahaman konsep-konsep serta kemampuan matematika. Observasi tidak memerlukan struktur dan waktu yang banyak ataupun mengurangi

kegiatan lainnya. Seorang guru selama melakukan observasi dapat mencatat perilaku dan sifat-sifat kerja keras--motivasi, perhatian, antusias, keingintahuan, imajinasi, fleksibilitas, kooperasi, penerapan.

*Skill* (kemampuan) adalah kemampuan yang berkaitan dengan alat bantu belajar, peralatan pengukuran, tabel dan grafik, algoritma, rumus-rumus, estimasi, kalkulator dan komputer, kerja kelompok, komunikasi.

Pemahaman adalah kemampuan menerjemahkan masalah-masalah, melihat relasi dan koneksi, mengembangkan dan menggunakan strategi, menjelaskan algoritma dan rumus, menerapkan matematika dalam seni, ilmu pengetahuan, pembelajaran sosial, dan bidang-bidang kurikulum lainnya.

Guru dapat menyusun suatu rencana yang dapat dijadikan sebagai petunjuk observasi sistematis tentang siswa. Guru kemudian menyeleksi empat atau lima anak untuk diobservasi dan membuat catatan tentang aktivitas kesehariannya. Rencana tersebut dapat menuntun guru memfokuskan porsi kelas yang dapat diorganisir. Dalam selang waktu yang relatif singkat, guru dapat mengobservasi semua siswa dalam kelas. Ketika terdapat siswa yang memiliki perhatian khusus, amatilah mereka untuk selang waktu beberapa hari untuk mencatat kebiasaan-kebiasaan kerjanya, ketahanannya, keingintahuannya, penerapannya, dan sifat-sifat lain yang dimilikinya. Untuk merekam hasil observasi dapat digunakan selembar tabel atau catatan anekdot yang dapat digunakan untuk mencatat kejadian-kejadian dan memberikan komentar atas kejadian tersebut. Pada akhir waktu tertentu, komentar-komentar tersebut dapat disimpan pada portofolio siswa atau dokumen guru. Observasi tersebut dapat dilakukan pada siswa secara perseorangan atau secara kelompok. Berikut ini disajikan contoh formulir catatan informasi anekdot untuk siswa secara perseorangan dan formulir catatan informasi untuk sekelompok siswa selama observasi yang terencana.

## **5. Wawancara**

Wawancara dapat dilakukan secara informal atau formal. Bentuk kegiatan wawancara tidak harus memerlukan waktu yang lama. Empat situasi yang mengilustrasikan kegunaan wawancara informal adalah sebagai berikut.

- a. Siswa diminta untuk mendemonstrasikan apa yang ia pahami tentang konsep atau operasi yang telah diberikan, menggunakan manipulatif atau algoritma. Guru menggunakan wawancara untuk mendapatkan suatu pemikiran tentang informasi tambahan yang mungkin diperlukan dalam penilaian.

- b. Guru mengamati siswa yang memiliki cara yang unik dalam menyelesaikan masalah atau menggunakan cara singkat untuk menyelesaikan masalah. Kemudian guru mengajukan pertanyaan yang dapat mengungkap cara kerja siswa dalam menyelesaikan masalah.
- c. Kelompok siswa telah memahami masalah, akan tetapi mengalami hambatan dalam menyelesaikannya. Kemudian guru menanyakan untuk memancing pemikiran siswa sehingga menemukan langkah yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut.
- d. Seorang siswa kelas IV sekolah dasar menggunakan prosedur yang banyak memakan waktu, misalnya menghitung bilangan masih menggunakan jari tangan. Kemudian guru mewawancarainya untuk menemukan cara yang cepat dan tepat dalam menghitung bilangan, misalnya dengan menggunakan tabel fakta dasar operasi hitung, menggunakan kalkulator, atau lainnya.

Wawancara tidak bertujuan untuk mengancam anak, tetapi untuk memperoleh informasi secara langsung dari anak tersebut berkaitan dengan penguasaan konsep atau prosedur. Wawancara informal dapat digunakan sebagai pengulangan isi suatu portofolio atau jurnal harian. Sedangkan wawancara formal lebih terstruktur dan biasanya menyelidiki lebih mendalam terhadap pemahaman suatu konsep.

## **6. Tes Diagnostik dalam Pembelajaran Matematika**

Diagnosis diartikan sebagai suatu proses yang dilakukan oleh guru untuk mendeteksi dan menetapkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyerap pelajaran yang disampaikan oleh guru, khususnya dalam mengerjakan tugas-tugas akademik. Kesalahan-kesalahan tersebut dapat berupa kesalahan dalam menerima konsep, prinsip, menggunakan algoritma, operasi hitung, dan lain-lain.

Langkah-langkah yang dilakukan guru dalam kegiatan belajar mengajar belum tentu menjamin terbinanya siswa yang kemampuannya berbeda, yaitu siswa-siswa berbakat, siswa yang kemampuan akademisnya normal, siswa yang lambat belajar, dan siswa yang kurang mampu belajar. Untuk itu, pengajaran yang dilakukan guru semestinya bukan hanya pengajaran biasa, tetapi pengajaran diagnostik yang dilakukan secara terus menerus. Proses pengajaran diagnostik itu meliputi: (1) melihat kelemahan dan kekuatan siswa secara umum dan khusus serta memperhatikan penyebab kekuatan dan kelemahan tersebut; (2) merumuskan tujuan instruksional untuk pengajaran remidinya; (3) mencari dan merumuskan cara-cara untuk memperkaya dan menyem-



buhkan kelemahannya; dan (4) melakukan penilaian secara terus menerus (Ruseffendi, 1980).

Setelah guru menyiapkan rencana pelajaran dengan baik, guru mulai melakukan pengajaran di kelas dengan menggunakan metode yang tepat, sesuai dengan pokok bahasan yang diajarkan, dengan melibatkan secara aktif seluruh siswa. Segala upaya dilakukan guru agar materi pelajaran yang disajikan dapat diserap dengan mudah, benar, dan menyenangkan bagi siswa sehingga tujuan instruksional yang telah ditetapkan dapat tercapai. Setelah menyajikan materi pelajaran, guru mengadakan evaluasi secara tertulis atau lisan. Kegiatan ini bertujuan untuk mengetahui penguasaan materi pelajaran yang baru saja disajikan guru. Mengingat kondisi siswa yang beragam kemampuannya dan proses belajar mengajar dilakukan secara klasikal, masih ada saja kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa. Kesalahan-kesalahan tersebut tidak dapat dibiarkan begitu saja, mengingat matematika mendasarkan hierarki yang sangat ketat. Kurang memahami pada satu pokok bahasan akan mengakibatkan kesulitan dalam mempelajari pokok bahasan yang berikutnya. Oleh karena itu, guru perlu melakukan pengamatan terhadap pola kesalahan yang dilakukan oleh siswa tersebut, kemudian menetapkan hipotesis tentang kesalahan yang dilakukan oleh siswa. Apakah kesalahan itu bersifat konseptual atau hanya karena ketidacermatan belaka. Hal ini penting untuk diketahui guru agar dapat menentukan tindak lanjut terhadap kesalahan yang ada. Adapun langkah-langkah dalam mendiagnosis kesulitan belajar, yakni: (1) melihat tahap perkembangan mental siswa; (2) meneliti tujuan pembelajaran khusus (TPK) atau kompetensi yang belum tercapai; (3) meneliti prasyarat yang belum dikuasai siswa; (4) membuat soal-soal diagnostik; (5) melaksanakan tes diagnostik dan mengolah hasilnya; dan (6) mencari penyebab lain, selain dari kemampuan akademisnya (Ruseffendi, 1980).

Ketika proses matematis dievaluasi dan siswa merespon, proses kognitif yang benar atau salah dapat diduga. Tetapi, ketika siswa menjawab tidak benar, sulit mengetahui proses kognitif yang digunakan siswa untuk menjawab pertanyaan. Kadang-kadang dugaan dapat dibuat berdasarkan pekerjaan tertulis dengan menggunakan teknik analisis kesalahan. Jika metode kelompok tidak dapat menghasilkan data yang memadai, observasi atau *interview* klinis adalah cara yang terbaik untuk memperoleh data yang memadai (Underhill, 1992).

Kadang-kadang kesalahan merespon yang dilakukan siswa dapat mengindikasikan ketidakhadiran suatu *skill* atau konsep. Tetapi, kadang-kadang tidak demikian. Hal ini dapat dibuktikan oleh Casey; Clements (dalam Underhill, 1992) bahwa antara 20% dan 40% dari kesalahan siswa disebabkan oleh kekuranghati-hatian siswa itu sendiri.

Suatu cara sederhana untuk mengurangi kesalahan dan mendiagnosis kesulitan belajar siswa adalah menggunakan lebih dari satu pertanyaan dalam mengevaluasi suatu konsep atau *skill*. Jika siswa salah merespon dua pertanyaan, guru dapat meyakinkan bahwa siswa kurang memahami konsep atau *skill* daripada jika siswa hanya salah merespon satu pertanyaan saja.

Bagaimana guru mendiagnosis kesulitan belajar siswa, tergantung pada hasil belajar yang sedang diukur. Misalnya, guru memberikan soal  $236 + 497 = \dots$ , berarti guru akan mengevaluasi kemampuan siswa dalam perhitungan penjumlahan yang ditujukan pada tingkat keakuratan dan efisiensi perhitungan. Tetapi, soal tersebut tidak cukup untuk mengukur tingkat pemahaman karena siswa dapat juga menghitung soal tersebut dengan prosedur hafalan. Untuk mengevaluasi pemahaman, di samping soal tersebut, guru dapat menyuruh siswa menggunakan manipulatif untuk mendemonstrasikan penjumlahan. Tindakan ini bertujuan untuk meyakinkan pemahaman siswa terhadap penjumlahan (Underhill, 1992).

Tes diagnostik adalah seperangkat tes yang digunakan untuk mengungkap kekuatan dan kelemahan khusus siswa beserta sebab-sebabnya dalam menguasai suatu konsep matematika. Adapun format dari tes diagnostik dapat berupa wawancara, pengamatan, atau tes tertulis. Karena akan mengungkap kekuatan dan kelemahan siswa tentang pemahaman suatu konsep, penggunaan alat peraga untuk mendemonstrasikan konsep akan lebih baik daripada hanya sekadar tes tertulis. Dalam membuat dan menggunakan suatu tes akan melibatkan tiga langkah, yaitu: (1) memilih topik dan menentukan tujuannya; (2) menentukan pertanyaan atau tugas yang khusus; dan (3) menganalisis hasil tes. Setelah hasil tes dianalisis, guru dapat menemukan kekuatan dan kelemahan siswanya. Selanjutnya, guru menentukan tindak lanjut dari keadaan yang ditemukan di kelas.

Tes diagnostik dalam belajar matematika perlu dilakukan secara periodik. Hal ini bertujuan agar secara dini guru dapat mengetahui kekuatan dan kelemahan siswa dalam belajar matematika. Ini perlu dilakukan agar tidak terjadi kelemahan atau kesalahan dalam memahami konsep secara berkepanjangan, yang pada akhirnya akan dapat mempengaruhi hasil belajar siswa terhadap matematika.

## **7. Portofolio**

Portofolio untuk penilaian adalah kumpulan hasil-hasil kerja siswa yang dapat digunakan sebagai informasi tambahan bagi guru untuk menilai kemajuan siswa dalam belajar matematika. Yang dimaksud penilaian dengan portofolio adalah prosedur penilaian yang dilakukan guru terhadap siswa dalam belajar matematika dengan menggunakan

sumber informasi berupa kumpulan hasil-hasil kerja siswa. Portofolio berisi sekumpulan koleksi pilihan siswa tentang pekerjaan rumah sehari-hari, hasil tulisan, gambar, tabel, grafik, diagram, dan komentar-komentar tertulis dari aktivitas pemecahan masalah secara individu maupun kelompok, tugas-tugas unjuk kerja, catatan wawancara baik yang ditulis guru maupun siswa, fotokopi surat penghargaan atau tanda prestasi, dan jurnal siswa. Sebuah portofolio bahkan dapat berupa foto atau rekaman video yang dibuat ketika siswa bekerja. Terdapat beberapa keuntungan penilaian dengan menggunakan portofolio, yaitu:

- a. bukti-bukti unjuk kerja siswa lebih konkret, bahkan dapat melebihi pengetahuan yang terlihat dari luar.
- b. catatan penilaian yang mencerminkan penekanan program matematika yang baik.
- c. catatan yang permanen dan berjangka waktu panjang tentang kemajuan siswa mencerminkan sifat belajar seumur hidup.
- d. gambaran yang jelas dan dapat dimengerti, selain skor tes yang misterius.
- e. kesempatan untuk meningkatkan unjuk kerja sebagai kesan pribadi siswa.
- f. dapat mengenal tipe-tipe belajar yang berbeda dari siswa.
- g. suatu peranan aktif siswa dalam menilai dan memilih pekerjaan mereka.

Proses yang holistik dapat digunakan untuk menilai portofolio siswa. Portofolio dapat dikategorikan dalam tiga bendel, yaitu kategori "bagus", "cukup", dan "kurang". Kemudian setiap tumpukan itu dapat dipisahkan menurut kategori lagi yang lebih khusus. Setiap portofolio perlu dilakukan evaluasi secara mendalam agar informasi tentang kemajuan siswa dalam belajar matematika diperoleh secara akurat sesuai dengan keadaan siswa yang sebenarnya.

## **8. Penilaian dengan Jurnal**

Jurnal adalah rekaman berkelanjutan tentang komentar siswa yang ada pada setiap aspek pekerjaannya. Jurnal dapat berisi komentar-komentar siswa yang merefleksikan perasaannya dalam menghadapi pekerjaan yang sedang mereka kerjakan. Pernyataan seperti, "Ketika saya berpikir tentang matematika, saya ...." dapat mendorong timbulnya tanggapan-tanggapan siswa. Jurnal juga dapat berisi suatu rekaman aktivitas penyelesaian masalah. Rekaman ini memasukkan deskripsi masalah-masalah yang menarik, strategi penarikan kesimpulan, dan cara menguji proses dan jawaban. Beberapa siswa diminta untuk memberikan komentar atas jawaban yang diberikan siswa lain dalam menyelesaikan masalah. Sebuah jurnal dapat merupakan bagian dari portofolio atau bagian yang dipisah tersendiri.

## **BAB V**

# **KURIKULUM MATEMATIKA SEKOLAH DASAR**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan dan kurikulum pembelajaran matematika sekolah dasar serta dapat menerapkannya.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab V ini, diharapkan dapat:

- (1) Menjelaskan isi kurikulum Matematika KTSP.
- (2) Menjelaskan isi kurikulum matematika sekolah dasar 2013.
- (3) Mengembangkan isi kurikulum dalam pembelajaran matematika sekolah dasar.
- (4) Menerapkan isi kurikulum 2013 dalam pembelajaran matematika di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang landasan pembelajaran matematika di sekolah dasar, yaitu meliputi: (1) kurikulum matematika 2006 di sekolah dasar; (2) kurikulum matematika 2013 di sekolah dasar; (3) pengembangan kurikulum matematika 2006 di sekolah dasar; (4) pengembangan kurikulum matematika 2013 di sekolah dasar; (5) penerapan kurikulum matematika 2006 di sekolah dasar; dan (6) penerapan kurikulum matematika 2013 di sekolah dasar.

## **A. Kurikulum Matematika Sekolah Dasar 2006**

Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) atau Kurikulum 2006 adalah sebuah kurikulum operasional pendidikan yang disusun oleh dan dilaksanakan di masing-masing satuan pendidikan di Indonesia. KTSP secara yuridis diamanatkan oleh Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional dan Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan. Penyusunan KTSP oleh sekolah dimulai tahun ajaran 2007/2008 dengan mengacu pada Standar Isi (SI) dan Standar Kompetensi Lulusan (SKL) untuk pendidikan dasar dan menengah sebagaimana yang diterbitkan melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional masing-masing Nomor 22 Tahun 2006 dan Nomor 23 Tahun 2006, serta Panduan Pengembangan KTSP yang dikeluarkan oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP).

Pada prinsipnya, KTSP merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari SI, namun pengembangannya diserahkan kepada sekolah agar sesuai dengan kebutuhan sekolah itu sendiri. KTSP terdiri dari tujuan pendidikan tingkat satuan pendidikan, struktur dan muatan kurikulum tingkat satuan pendidikan, kalender pendidikan, dan silabus. Pelaksanaan KTSP mengacu pada *PerMEndiknas* Nomor 24 Tahun 2006 tentang Pelaksanaan SI dan SKL.

Standar isi adalah ruang lingkup materi dan tingkat kompetensi yang dituangkan dalam persyaratan kompetensi tamatan, kompetensi bahan kajian kompetensi mata pelajaran, dan silabus pembelajaran yang harus dipenuhi peserta didik pada jenjang dan jenis pendidikan tertentu. Standar isi merupakan pedoman untuk pengembangan kurikulum tingkat satuan pendidikan yang memuat: (a) kerangka dasar dan struktur kurikulum, (b) beban belajar, (c) kurikulum tingkat satuan pendidikan yang dikembangkan di tingkat satuan pendidikan, dan (d) kalender pendidikan.

Standar Kompetensi Lulusan (SKL) digunakan sebagai pedoman penilaian dalam penentuan kelulusan peserta didik dari satuan pendidikan. SKL meliputi kompetensi untuk seluruh mata pelajaran atau kelompok mata pelajaran. Kompetensi lulusan merupakan kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan sesuai dengan standar nasional yang telah disepakati.

Pemberlakuan KTSP, sebagaimana yang ditetapkan dalam peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 24 Tahun 2006 tentang Pelaksanaan SI dan SKL, ditetapkan oleh kepala sekolah setelah memperhatikan pertimbangan dari komite sekolah. Dengan kata lain, pemberlakuan KTSP sepenuhnya diserahkan kepada sekolah, dalam arti

tidak ada intervensi dari Dinas Pendidikan atau Departemen Pendidikan Nasional. Penyusunan KTSP selain melibatkan guru dan karyawan juga melibatkan komite sekolah serta bila perlu para ahli dari perguruan tinggi setempat. Dengan keterlibatan komite sekolah dalam penyusunan KTSP maka KTSP yang disusun akan sesuai dengan aspirasi masyarakat, situasi dan kondisi lingkungan dan kebutuhan masyarakat.

Kurikulum adalah seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu.

Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) adalah kurikulum operasional yang disusun oleh dan dilaksanakan di masing-masing satuan pendidikan. KTSP terdiri dari tujuan pendidikan tingkat satuan pendidikan, struktur dan muatan kurikulum tingkat satuan pendidikan, kalender pendidikan, dan silabus.

Silabus adalah rencana pembelajaran pada suatu dan/atau kelompok mata pelajaran/tema tertentu yang mencakup standar kompetensi, kompetensi dasar, materi pokok/pembelajaran, kegiatan pembelajaran, indikator, penilaian, alokasi waktu, dan sumber/bahan/alat belajar. Silabus merupakan penjabaran standar kompetensi dan kompetensi dasar ke dalam materi pokok/pembelajaran, kegiatan pembelajaran, dan indikator pencapaian kompetensi untuk penilaian.

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) merupakan bagian dari perencanaan proses pembelajaran yang memuat sekurang-kurangnya tujuan pembelajaran, materi ajar, metode pengajaran, sumber belajar, dan penilaian hasil belajar.

### **1. Rasional:**

Upaya peningkatan mutu pendidikan perlu dilakukan secara menyeluruh meliputi aspek pengetahuan, keterampilan, sikap dan nilai-nilai. Pengembangan aspek-aspek tersebut dilakukan untuk meningkatkan dan mengembangkan kecakapan hidup (*life-skill*) melalui seperangkat kompetensi, agar siswa dapat bertahan hidup, menyesuaikan diri, dan berhasil di masa datang.

Perkembangan ilmu dan teknologi memungkinkan semua pihak dapat memperoleh informasi dengan melimpah, cepat dan mudah dari berbagai sumber dan tempat di dunia. Selain perkembangan yang pesat, perubahan juga terjadi dengan cepat. Karenanya diperlukan kemampuan untuk memperoleh, dan mengelola serta memanfaatkan informasi untuk bertahan pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti dan kompetitif.

Kemampuan ini membutuhkan pemikiran, antara lain berfikir sistematis, logis, kritis yang dapat dikembangkan melalui pembelajaran matematika.

Standar Kompetensi Matematika ini disusun agar siswa dapat berfikir secara sistematis logis, berfikir abstrak, dapat menggunakan matematika dalam pemecahan masalah dan komunikasi menggunakan symbol dan diagram yang dikembangkan melalui pembelajaran yang dilakukan secara bertahap dan berkesinambungan.

## **2. Pengertian:**

Matematika merupakan suatu bahan kajian yang memiliki objek abstrak dan dibangun melalui proses penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sudah diterima, sehingga kebenaran antar konsep dalam matematika bersifat sangat kuat dan jelas.

Dalam pembelajaran Matematika agar mudah dimengerti oleh siswa, proses penalaran induksi dapat dilakukan pada awal pembelajaran dan kemudian dilanjutkan dengan proses penalaran deduktif untuk menguatkan pemahaman yang sudah dimiliki siswa.

## **3. Fungsi dan Tujuan:**

Matematika berfungsi untuk mengembangkan kemampuan bernalar melalui kegiatan penyelidikan, eksplorasi, dan eksperimen, sebagai alat pemecahan masalah melalui pola pikir dan model matematika serta sebagai alat komunikasi melalui symbol, tabel, grafik, diagram, dalam menjelaskan gagasan. Tujuan pembelajaran Matematika adalah melatih cara berfikir secara sistematis, logis, kritis, kreatif dan konsisten.

## **4. Struktur Kurikulum SD/MI**

Struktur kurikulum SD/MI meliputi substansi pembelajaran yang ditempuh dalam satu jenjang pendidikan selama enam tahun mulai Kelas I sampai dengan Kelas VI. Struktur kurikulum SD/MI disusun berdasarkan standar kompetensi lulusan dan standar kompetensi mata pelajaran dengan ketentuan sebagai berikut.

- a. Kurikulum SD/MI memuat 8 mata pelajaran, muatan lokal, dan pengembangan diri. Muatan lokal merupakan kegiatan kurikuler untuk mengembangkan kompetensi yang disesuaikan dengan ciri khas dan potensi daerah, termasuk keunggulan daerah, yang materinya tidak

dapat dikelompokkan ke dalam mata pelajaran yang ada. Substansi muatan lokal ditentukan oleh satuan pendidikan. Pengembangan diri bukan merupakan mata pelajaran yang harus diasuh oleh guru. Pengembangan diri bertujuan memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mengembangkan dan mengekspresikan diri sesuai dengan kebutuhan, bakat, dan minat setiap peserta didik sesuai dengan kondisi sekolah. Kegiatan pengembangan diri difasilitasi dan atau dibimbing oleh konselor, guru, atau tenaga kependidikan yang dapat dilakukan dalam bentuk kegiatan ekstrakurikuler. Kegiatan pengembangan diri dilakukan melalui kegiatan pelayanan konseling yang berkenaan dengan masalah diri pribadi dan kehidupan sosial, belajar, dan pengembangan karir peserta didik.

- b. Substansi mata pelajaran IPA dan IPS pada SD/MI merupakan “IPA Terpadu” dan “IPS Terpadu”.
- c. Pembelajaran pada Kelas I s.d. III dilaksanakan melalui pendekatan tematik, sedangkan pada Kelas IV s.d. VI dilaksanakan melalui pendekatan mata pelajaran.
- d. Jam pembelajaran untuk setiap mata pelajaran dialokasikan sebagaimana tertera dalam struktur kurikulum. Satuan pendidikan dimungkinkan menambah maksimum empat jam pembelajaran per minggu secara keseluruhan.
- e. Alokasi waktu satu jam pembelajaran adalah 35 menit.
- f. Minggu efektif dalam satu tahun pelajaran (dua semester) adalah 34-38 minggu.

Struktur kurikulum SD/MI dapat disajikan sebagai berikut:

Komponen	Kelas dan Alokasi Waktu			
	I	II	III	IV, V, dan VI
<b>A. Mata Pelajaran</b>				
1. Pendidikan Agama				3
2. Pendidikan Kewarganegaraan				2
3. Bahasa Indonesia				5
4. Matematika				5
5. Ilmu Pengetahuan Alam				4
6. Ilmu Pengetahuan Sosial				3
7. Seni Budaya dan Keterampilan				4
8. Pendidikan Jasmani, Olahraga dan Kesehatan				4
<b>B. Muatan Lokal</b>				2
<b>C. Pengembangan Diri</b>				2*)
<b>Jumlah</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>32</b>

\*) Ekuivalen 2 jam pembelajaran



#### **4. Ruang Lingkup:**

Standar kompetensi Matematika merupakan seperangkat kompetensi matematika yang dibakukan dan harus dicapai oleh siswa pada akhir periode pembelajaran. Standar ini dikelompokkan dalam Kemahiran Matematika, Bilangan, Pengukuran dan Geometri, Aljabar, Statistika dan Peluang, Trigonometri, dan Kalkulus.

#### **5. Standar Kompetensi Lintas Kurikulum:**

Standar Kompetensi Lintas Kurikulum merupakan kecakapan hidup dan belajar sepanjang hayat yang dibakukan dan harus dicapai oleh peserta didik melalui pengalaman belajar.

Standar Kompetensi Lintas Kurikulum adalah sebagai berikut:

1. Memiliki keyakinan, menyadari serta menjalankan hak dan kewajiban, saling menghargai dan memberi rasa aman, sesuai dengan agama yang dianutnya.
2. Menggunakan bahasa untuk memahami, mengembangkan, dan mengkomunikasikan gagasan dan informasi, serta untuk berinteraksi dengan orang lain.
3. Memilih, memadukan, dan menerapkan konsep-konsep, teknik-teknik, pola, struktur, dan hubungan.
4. Memilih, mencari, dan menerapkan teknologi dan informasi yang diperlukan dari berbagai sumber.
5. Memahami dan menghargai lingkungan fisik, makhluk hidup, dan teknologi, dan menggunakan pengetahuan, keterampilan, dan nilai-nilai untuk mengambil keputusan yang tepat.
6. Berpartisipasi, berinteraksi, dan berkontribusi aktif dalam masyarakat dan budaya global berdasarkan pemahaman konteks budaya, geografis, dan histories.
7. Berkreasi dan menghargai karya artistic, budaya dan intelektual serta menerapkan nilai-nilai luhur untuk meningkatkan kematangan pribadi menuju masyarakat beradab.
8. Berfikir logis, kritis, dan lateral dengan memperhitungkan potensi dan peluang untuk menghadapi berbagai kemungkinan.
9. Menunjukkan motivasi dalam belajar, percaya diri, bekerja mandiri, dan bekerja asama dengan orang lain.

## **6. Standar Kompetensi Bahan Kajian Matematika**

Kecakapan atau kemahiran matematika yang diharapkan dapat tercapai dalam belajar matematika mulai dari SD dan MI sampai SMA dan MA adalah sebagai berikut:

1. Menunjukkan pemahaman konsep matematika yang dipelajari, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikannya konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah.
2. memiliki kemampuan mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, grafik atau diagram untuk memperjelas keadaan atau masalah.
3. menggunakan penalaran pada pola, sifat atau melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
4. menunjukkan kemampuan strategik dalam membuat (merumuskan), menafsirkan, dan menyelesaikan model matematika dalam pemecahan masalah.
5. memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan.

Kecakapan tersebut dicapai, dengan memilih materi matematika melalui aspek berikut.

1. Bilangan
  - Melakukan dan menggunakan sifat-sifat operasi hitung bilangan dalam pemecahan masalah.
  - Menaksir hasil operasi hitung.
2. Pengukuran dan Geometri
  - Mengidentifikasi bangun datar dan bangun ruang menurut sifat, unsur, atau kesebangunan.
  - Melakukan operasi hitung yang melibatkan keliling, luas, volume, dan satuan pengukuran.
  - Menaksir ukuran (misalnya: panjang, luas, volume) dari benda atau bangun geometri.
  - Mengaplikasikan konsep geometri dalam menentukan posisi, jarak, sudut, dan transformasi, dalam pemecahan masalah.
3. Peluang dan Statistika
  - Mengumpulkan, menyajikan, dan menafsirkan data.
  - Menentukan dan menafsirkan peluang suatu kejadian dan ketidakpastian.

4. Trigonometri

- Menggunakan perbandingan, fungsi, persamaan dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah.

5. Aljabar

- Melakukan operasi hitung dan manipulasi aljabar pada persamaan, pertidaksamaan, dan fungsi, yang meliputi: bentuk linear, dan suku banyak, eksponen dan logaritma, barisan dan deret, matriks, dan vektor dalam pemecahan masalah.

6. Kalkulus

- Menggunakan konsep limit laju perubahan fungsi (diferensial dan integral) dalam pemecahan masalah.

**7. Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Dasar dan Madrasah Ibtidaiyah**

Kemampuan yang dipilih dalam Standar Kompetensi ini dirancang sesuai dengan kemampuan dan kebutuhan siswa dengan memperhatikan perkembangan pendidikan matematika di dunia sekarang ini. Untuk mencapai kompetensi tersebut dipilih materi-materi matematika dengan memperhatikan struktur keilmuan, tingkat kedalaman materi, serta sifat esensial materi dan keterpakaiannya dalam kehidupan sehari-hari. Secara rinci, standar kompetensi tersebut adalah sebagai berikut.

a. Bilangan

- 1) Menggunakan bilangan dalam pemecahan masalah.
- 2) Menggunakan operasi hitung bilangan dalam pemecahan masalah.
- 3) Menggunakan konsep bilangan cacah dan pecahan dalam pemecahan masalah.
- 4) Menentukan sifat-sifat operasi hitung, faktor, kelipatan bilangan bulat dan pecahan serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- 5) Melakukan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

b. Pengukuran dan Geometri

- 1) Melakukan pengukuran, mengenal bangun datar dan bangun ruang, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah sehari-hari.
- 2) Melakukan pengukuran, menentukan unsur bangun datar dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.

- 3) Melakukan pengukuran keliling dan luas bangun datar dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- 4) Melakukan pengukuran, menentukan sifat dan unsur bangun ruang, menentukan kesimetrian bangun datar serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- 5) Mengenal sistem koordinat pada bidang datar.

c. Pengelolaan Data

Mengumpulkan, menyajikan, dan menafsirkan data.

## **8. Rambu-Rambu**

Rambu-rambu dalam pelaksanaan kurikulum adalah sebagai berikut:

1. Standar kompetensi ini merupakan acuan bagi guru di sekolah untuk menyusun silabus atau perencanaan pembelajaran.
2. Kemahiran matematika merupakan kecakapan matematika yang perlu dimiliki siswa yang pembelajarannya tidak dibelajarkan tersendiri tetapi diintegrasikan dalam materi matematika. Kemahiran matematika disajikan secara eksplisit dalam kurikulum ini agar menjadi perhatian dan pertimbangan bagi guru dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran dan penilaian hasil belajar siswa.
3. Kompetensi dasar yang tertuang dalam Standar Kompetensi ini merupakan kompetensi minimal yang dapat dikembangkan oleh sekolah.
4. Standar ini dirancang untuk melayani kelompok siswa. Dalam hal ini, guru perlu mengenal dan mengidentifikasi kelompok-kelompok tersebut.
5. Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran adalah:
  - a. Mengkondisikan siswa untuk menemukan kembali rumus, konsep, atau prinsip dalam matematika melalui bimbingan guru agar siswa terbiasa melakukan penyelidikan dan menemukan sesuatu.
  - b. Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika, yang mencakup masalah tertutup, mempunyai solusi tunggal, terbuka atau masalah dengan berbagai cara penyelesaian.
  - c. Beberapa keterampilan untuk meningkatkan kemampuan memecahkan masalah adalah:
    - memahami soal: memahami mengidentifikasi apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, diminta untuk dicari, atau dibuktikan.

- memilih pendekatan atau strategi pemecahan: misalkan menggambarkan masalah dalam bentuk diagram, memilih dan menggunakan pengetahuan aljabar yang diketahui dan konsep yang relevan untuk membentuk model atau kalimat matematika.
  - menyelesaikan model: melakukan operasi hitung secara benar dalam menerapkan strategi, untuk mendapatkan solusi dari masalah.
  - menafsirkan solusi: menerjemahkan hasil operasi hitung dari model atau kalimat matematika untuk menentukan jawaban dari masalah semula.
- d. Dalam setiap pembelajaran, guru hendaknya memperhatikan penguasaan materi prasyarat yang diperlukan.
- e. Dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika hendaknya dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (contextual problem). Dengan mengajukan masalah-masalah yang kontekstual, siswa secara bertahap, dibimbing untuk menguasai konsep-konsep matematika.
6. Guru perlu melakukan penilaian untuk mengetahui tingkat keberhasilan dan efisiensi suatu pembelajaran. Beberapa hal yang perlu diperhatikan adalah:
- a. Penilaian yang bersifat nasional mengacu pada standar kompetensi ini.
  - b. Beberapa kemampuan yang perlu diperhatikan dalam penilaian adalah:
    - Pemahaman konsep. Siswa mampu mendefinisikan konsep, mengidentifikasi dan memberi contoh atau bukan contoh dari konsep.
    - Prosedur. Siswa mampu mengenali prosedur atau proses menghitung yang benar dan tidak benar.
    - Komunikasi. Siswa mampu menyatakan dan menafsirkan gagasan matematika secara lisan, tertulis, atau mendemonstrasikan.
    - Penalaran. Siswa mampu memberikan alasan induktif dan deduktif sederhana.
    - Pemecahan masalah. Siswa mampu memahami masalah, memilih strategi penyelesaian, dan menyelesaikan masalah.
7. Sekolah dapat menggunakan teknologi seperti komputer, alat peraga, atau media lainnya untuk semakin meningkatkan efektifitas pembelajaran. Selain itu, perlu ada pembahasan bagaimana matematika banyak diterapkan dalam teknologi informasi baik sebagai perluasan pengetahuan siswa atau penerapan konsep matematika secara langsung pada pembelajaran, terutama untuk kelas-kelas tinggi.

## 9. Kemahiran Matematika

Kemahiran matematika mencakup kemampuan penalaran, komunikasi, pemecahan masalah, keterkaitan pengetahuan dan memiliki sikap menghargai kegunaan matematika. Indikator dari kemahiran tersebut untuk kelas VI adalah sebagai berikut:

Kemahiran Matematika	Indikator
Menjelaskan gagasan atau pernyataan matematika (termasuk peran definisi)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, dan, diagram.</li><li>• Menggunakan cara induktif dalam mengenal atau memprediksi suatu pola.</li><li>• Memberi contoh dan bukan contoh dari suatu konsep sesuai dengan definisi yang diberikan.</li><li>• Menentukan suatu konsep sesuai dengan sifat-sifat yang dimiliki.</li><li>• Mengidentifikasi sifat-sifat yang dimiliki konsep.</li></ul>
Memecahkan dan menafsirkan masalah soal cerita	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menyatakan soal cerita dengan bahasa sendiri atau menerjemahkan ke dalam model atau diagram.</li><li>• Mengidentifikasi informasi yang berkaitan dengan soal cerita (apa yang diketahui, apa yang dicari, pengetahuan atau model matematika yang diperlukan untuk memecahkan soal).</li><li>• Mengenal dan memberi alasan pada setiap langkah pemecahan masalah.</li><li>• Memecahkan soal cerita dengan berbagai cara.</li><li>• Menafsirkan hasil dari pemecahan soal cerita.</li></ul>
Menghargai matematika sebagai suatu yang berguna dan bermanfaat dalam kehidupan	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menunjukkan perhatian dan rasa ingin tahu (antusias) atau minat pada pelajaran matematika.</li><li>• Menunjukkan sikap gigih dan percaya diri dalam menyelesaikan masalah.</li></ul>

Kemahiran matematika tersebut diuraikan lebih lanjut pada setiap pembelajaran standar kompetensi berikut ini.

## Bilangan

### Standar Kompetensi

Melakukan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar	Hasil Belajar	Indikator	Materi Pokok
Melakukan operasi hitung bilangan dalam pemecahan soal	1. Menggunakan sifat-sifat operasi hitung	<ul style="list-style-type: none"> <li>Melakukan operasi hitung campuran bilangan bulat</li> <li>Menggunakan faktorisasi prima untuk menentukan FPB dan KPK beberapa bilangan sampai 3 bilangan</li> </ul>	Operasi hitung bilangan bulat
	2. Menentukan akar pangkat tiga suatu bilangan	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menentukan akar pangkat 3 pada bilangan kubik.</li> <li>Melakukan operasi hitung yang melibatkan bilangan berpangkat tiga.</li> </ul>	
Melakukan operasi hitung bilangan yang melibatkan pecahan dalam pemecahan soal	1. Melakukan operasi hitung yang melibatkan pecahan dalam pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mengubah suatu pecahan ke bentuk pecahan lain yang senilai.</li> <li>Menyederhanakan pecahan.</li> <li>Mengurutkan pecahan.</li> <li>Menentukan nilai pecahan dari suatu bilangan atau kuantitas tertentu (misal: berapakah <math>\frac{3}{5}</math> dari 10?)</li> </ul>	Operasi hitung pecahan
	2. Melakukan operasi hitung campuran	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menentukan hasil dari penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan</li> </ul>	

	yang melibatkan pecahan	pembagian berbagai bentuk pecahan. • Membulatkan pecahan desimal sampai dua angka di belakang koma. • <i>Memecahkan masalah yang berkaitan dengan perbandingan dan pecahan.</i>	
	3. Memecahkan masalah perbandingan dan skala	• Melakukan operasi hitung dengan menggunakan perbandingan	

## Geometri dan Pengukuran

Standar Kompetensi:

- Melakukan pengukuran untuk pemecahan masalah.
- Mengenal sistem koordinat pada bidang datar.

Kompetensi Dasar	Hasil Belajar	Indikator	Materi Pokok
Melakukan pengukuran dan menggunakannya dalam pemecahan masalah	Menggunakan operasi hitung melibatkan satuan dalam pemecahan masalah	• Menentukan hubungan antar satuan panjang, waktu, berat, luas, volume, kecepatan, debit • Melakukan operasi hitung yang melibatkan satuan pengukuran.	Pengukuran
	Meghitung keliling, luas,	• Menentukan rumus luas	



	dan volume suatu bangun	<p>berbagai bangun datar dari luas persegi panjang.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Menurunkan rumus volume berbagai bangun ruang dari volume balok.</li> <li>• Menerapkan rumus luas, volume, dan keliling bangun dalam pemecahan masalah</li> </ul>	
Menggunakan sistem koordinat dalam pemecahan soal	Membuat denah letak benda	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggambar letak benda (benda atau rumah di sekitar)</li> <li>• Menentukan letak benda atau tempat dari denah atau peta yang diberikan.</li> </ul>	Sistem koordinat

## Pengelolaan Data

Standar Kompetensi:

- Mengumpulkan, menyajikan, dan menafsirkan data.

Kompetensi Dasar	Hasil Belajar	Indikator	Materi Pokok
Membaca, mengumpulkan, dan menyajikan data	1. Mengumpulkan dan menyajikan data	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Membaca data yang disajikan dalam bentuk diagram garis, batang, lingkaran, meliputi nilai data dengan ukuran tertentu, data terbesar, data terkecil.</li> </ul>	Penyajian data
	2. Mengolah data	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengurutkan data</li> <li>• Menyajikan data dalam bentuk tabel, diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran</li> <li>• Menentukan rata-rata hitung dan modus dari suatu data</li> </ul>	

Pada pembelajaran matematika dikenal beberapa pendekatan, yaitu pendekatan induktif, deduktif, intuitif, dan pendekatan spiral. Pendekatan induktif adalah pembelajaran yang diawali dari hal-hal yang bersifat khusus (contoh-contoh) menuju yang bersifat umum (kesimpulan). Pendekatan deduktif adalah pendekatan yang berawal dari hal-hal yang bersifat umum (rumus) menuju hal-hal yang bersifat khusus (bukti-bukti dan contoh-contoh). Sedangkan pendekatan intuitif adalah pembelajaran yang didasarkan pada metode/teknik sedemikian pembelajaran tersebut secara intuisi dapat diterima oleh siswa dengan sepenuh keyakinannya.

Salah satu pendekatan dalam pembelajaran matematika adalah pendekatan spiral, yaitu pembelajaran konsep dimulai dari benda-benda konkret secara intuitif, kemudian pada tahap-tahap yang lebih tinggi

(sesuai dengan kemampuan siswa) konsep itu diajarkan lagi dalam bentuk pemahaman yang lebih abstrak dengan menggunakan notasi yang lebih umum dipakai dalam matematika (Ruseffendi, 1980). Demikian juga, prinsip-prinsip pengajaran berhitung yang melandasai bahan kajian dan petunjuk pembelajaran matematika adalah: mulai dari yang sederhana menuju yang kompleks, mulai dari yang mudah menuju yang sukar, mulai dari konkret ke yang abstrak, dan mulai dari lingkungan terdekat ke lingkungan yang lebih luas (S.E. Dirjen Dikdasmen No.2931/C/I/1993). Pendekatan spiral merupakan suatu prosedur pembahasan konsep yang dimulai dengan cara sederhana, dari konkret ke abstrak, dari cara intuitif ke analisa, dari eksplorasi (penyelidikan) ke penguasaan, dalam satu jangka waktu yang cukup lama, dalam selang-selang waktu yang terpisah, mulai dari tahap yang paling rendah hingga yang paling tinggi (Soedjana, 1985). Pokok bahasan operasi (pengurangan) bilangan cacah yang diajarkan secara berlanjut merupakan salah satu materi dasar yang harus dikuasai siswa agar dapat mempelajari materi yang lebih lanjut.

## **B. Kurikulum 2013**

Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional menyebutkan bahwa kurikulum adalah seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu. Berdasarkan pengertian tersebut, ada dua dimensi kurikulum, yang pertama adalah rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran, sedangkan yang kedua adalah cara yang digunakan untuk kegiatan pembelajaran. Kurikulum 2013 yang diberlakukan mulai tahun ajaran 2013/2014 memenuhi kedua dimensi tersebut.

Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan No. 67 Tahun 2013 tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Dasar / Madrasah Ibtidaiyah menjelaskan bahwa kurikulum 2013 dikembangkan berdasarkan faktor-faktor internal dan eksternal. Tantangan internal antara lain terkait dengan kondisi pendidikan dikaitkan dengan tuntutan pendidikan yang mengacu kepada 8 (delapan) Standar Nasional Pendidikan yang meliputi standar isi, standar proses, standar kompetensi lulusan, standar pendidik dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, standar pembiayaan, dan standar penilaian pendidikan. Sedangkan tantangan eksternal antara lain terkait dengan arus globalisasi dan berbagai isu yang terkait dengan masalah lingkungan hidup, kemajuan teknologi dan informasi, kebangkitan

industri kreatif dan budaya, dan perkembangan pendidikan di tingkat internasional.

Kurikulum 2013 dikembangkan dengan penyempurnaan pola pikir sebagai berikut:

- 1) pola pembelajaran yang berpusat pada guru menjadi pembelajaran berpusat pada peserta didik. Peserta didik harus memiliki pilihan-pilihan terhadap materi yang dipelajari untuk memiliki kompetensi yang sama;
- 2) pola pembelajaran satu arah (interaksi guru-peserta didik) menjadi pembelajaran interaktif (interaktif guru dan peserta didik, masyarakat, lingkungan alam, sumber/media lainnya);
- 3) pola pembelajaran terisolasi menjadi pembelajaran secara jejaring (peserta didik dapat menimba ilmu dari siapa saja dan dari mana saja yang dapat dihubungi serta diperoleh melalui internet);
- 4) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran aktif-mencari (pembelajaran siswa aktif mencari semakin diperkuat dengan model pembelajaran pendekatan sains);
- 5) pola belajar sendiri menjadi belajar kelompok (berbasis tim);
- 6) pola pembelajaran alat tunggal menjadi pembelajaran berbasis alat multimedia;
- 7) pola pembelajaran berbasis massal menjadi kebutuhan pelanggan (*users*) dengan memperkuat pengembangan potensi khusus yang dimiliki setiap peserta didik;
- 8) pola pembelajaran ilmu pengetahuan tunggal (*monodiscipline*) menjadi pembelajaran ilmu pengetahuan jamak (*multi-disciplines*); dan
- 9) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran kritis.

Pelaksanaan kurikulum selama ini telah menempatkan kurikulum sebagai daftar mata pelajaran. Pendekatan kurikulum 2013 untuk sekolah dasar/madrasah ibtidaiyah diubah sesuai dengan kurikulum satuan pendidikan. Oleh karena itu, dalam kurikulum 2013 dilakukan penguatan tata kelola sebagai berikut.

- 1) tata kerja guru yang bersifat individual diubah menjadi tata kerja yang bersifat kolaboratif;
- 2) penguatan manajemen sekolah melalui penguatan kemampuan manajemen kepala sekolah sebagai pimpinan kependidikan (*educational leader*); dan

- 3) penguatan sarana dan prasarana untuk kepentingan manajemen dan proses pembelajaran.

Sedangkan penguatan materi dilakukan dengan cara pendalaman dan perluasan materi yang relevan bagi peserta didik.

### 1. Karakteristik Kurikulum 2013

Kurikulum 2013 dirancang dengan karakteristik sebagai berikut.

- (1) mengembangkan keseimbangan antara pengembangan sikap spiritual dan sosial, rasa ingin tahu, kreativitas, kerja sama dengan kemampuan intelektual dan psikomotorik;
- (2) sekolah merupakan bagian dari masyarakat yang memberikan pengalaman belajar terencana, peserta didik menerapkan apa yang dipelajari di sekolah ke masyarakat dan memanfaatkan masyarakat sebagai sumber belajar;
- (3) mengembangkan sikap, pengetahuan, dan keterampilan serta menerapkannya dalam berbagai situasi di sekolah dan masyarakat;
- (4) memberi waktu yang cukup leluasa untuk mengembangkan berbagai sikap, pengetahuan, dan keterampilan;
- (5) kompetensi dinyatakan dalam bentuk kompetensi inti kelas yang dirinci lebih lanjut dalam kompetensi dasar matapelajaran;
- (6) kompetensi inti kelas menjadi unsur pengorganisasi (*organizing elements*) kompetensi dasar, dimana semua kompetensi dasar dan proses pembelajaran dikembangkan untuk mencapai kompetensi yang dinyatakan dalam kompetensi inti;
- (7) kompetensi dasar dikembangkan didasarkan pada prinsip akumulatif, saling memperkuat (*reinforced*) dan memperkaya (*enriched*) antar matapelajaran dan jenjang pendidikan (organisasi horizontal dan vertikal).

Kurikulum 2013 bertujuan untuk mempersiapkan manusia Indonesia agar memiliki kemampuan hidup sebagai pribadi dan warga negara yang beriman, produktif, kreatif, inovatif, dan afektif serta mampu berkontribusi pada kehidupan bermasyarakat, berbangsa, bernegara, dan peradaban dunia.

Landasan filosofis dalam pengembangan kurikulum menentukan kualitas peserta didik yang akan dicapai kurikulum, sumber dan isi dari kurikulum, proses pembelajaran, posisi peserta didik, penilaian hasil belajar, hubungan peserta didik dengan masyarakat dan lingkungan alam di sekitarnya.

Kurikulum 2013 dikembangkan dengan landasan filosofis yang memberikan dasar bagi pengembangan seluruh potensi peserta didik menjadi manusia Indonesia berkualitas yang tercantum dalam tujuan pendidikan nasional.

Kurikulum 2013 dikembangkan atas teori “pendidikan berdasarkan standar” (*standard-based education*) dan teori kurikulum berbasis kompetensi (*competency-based curriculum*). Pendidikan berdasarkan standar menetapkan adanya standar nasional sebagai kualitas minimal warganegara yang dirinci menjadi standar isi, standar proses, standar kompetensi lulusan, standar pendidik dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, standar pembiayaan, dan standar penilaian pendidikan. Kurikulum berbasis kompetensi dirancang untuk memberikan pengalaman belajar seluas-luasnya bagi peserta didik dalam mengembangkan kemampuan untuk bersikap, berpengetahuan, berketerampilan, dan bertindak. Kurikulum 2013 menganut: (1) pembelajaran yang dilakukan guru (*taught curriculum*) dalam bentuk proses yang dikembangkan berupa kegiatan pembelajaran di sekolah, kelas, dan masyarakat; dan (2) pengalaman belajar langsung peserta didik (*learned-curriculum*) sesuai dengan latar belakang, karakteristik, dan kemampuan awal peserta didik. Pengalaman belajar langsung individual peserta didik menjadi hasil belajar bagi dirinya, sedangkan hasil belajar seluruh peserta didik menjadi hasil kurikulum.

Adapun landasan yuridis kurikulum 2013 adalah: (1) Undang-Undang Dasar Negara Republik Indonesia Tahun 1945; (2) Undang-undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional; (3) Undang-undang Nomor 17 Tahun 2005 tentang Rencana Pembangunan Jangka Panjang Nasional, beserta segala ketentuan yang dituangkan Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional; dan (4) Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan sebagaimana telah diubah dengan Peraturan Pemerintah Nomor 32 Tahun 2013 tentang Perubahan Atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan.

## **2. Standar Kompetensi Lulusan (SKL)**

Dalam penjelasan Pasal 35 Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 disebutkan bahwa standar kompetensi lulusan merupakan kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan peserta didik yang harus dipenuhinya atau dicapainya dari suatu satuan pendidikan pada jenjang pendidikan dasar dan menengah.

Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan No. 54 Tahun 2013 tentang Standar Kompetensi Lulusan Pendidikan Dasar dan Menengah menjelaskan bahwa standar kompetensi lulusan adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan. Standar kompetensi lulusan (SKL) digunakan sebagai acuan utama pengembangan standar isi, standar proses, standar penilaian pendidikan, standar pendidik dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, dan standar pembiayaan. Standar kompetensi lulusan terdiri atas kriteria kualifikasi kemampuan peserta didik yang diharapkan dapat dicapai setelah menyelesaikan masa belajarnya di satuan pendidikan pada jenjang pendidikan dasar dan menengah.

Adapun standar kompetensi lulusan SD/MI/SDLB/Paket A, yakni memiliki sikap, pengetahuan, dan keterampilan sebagai berikut.

**Tabel 1. Daftar Standar Kompetensi Lulusan SD/MI/SDLB/Paket A**

<b>SD/MI/SDLB/Paket A</b>	
<b>Dimensi</b>	<b>Kualifikasi Kemampuan</b>
Sikap	Memiliki perilaku yang mencerminkan sikap orang beriman, berakhlak mulia, berilmu, percaya diri, dan bertanggung jawab dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam di lingkungan rumah, sekolah, dan tempat bermain.
Pengetahuan	Memiliki pengetahuan faktual dan konseptual berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, dan budaya dalam wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait fenomena dan kejadian di lingkungan rumah, sekolah, dan tempat bermain.
Keterampilan	Memiliki kemampuan pikir dan tindak yang produktif dan kreatif dalam ranah abstrak dan konkret sesuai dengan yang ditugaskan kepadanya.

### 3. Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD) Matematika SD

Kompetensi inti (KI) dirancang seiring dengan meningkatnya usia peserta didik pada kelas tertentu. Melalui kompetensi inti, integrasi vertikal berbagai kompetensi dasar pada kelas yang berbeda dapat dijaga. Rumusan kompetensi inti menggunakan notasi sebagai berikut.

1. Kompetensi inti-1 (KI-1) untuk kompetensi inti sikap spiritual;
2. Kompetensi inti-2 (KI-2) untuk kompetensi inti sikap sosial;
3. Kompetensi inti-3 (KI-3) untuk kompetensi inti pengetahuan; dan
4. Kompetensi inti-4 (KI-4) untuk kompetensi inti keterampilan.

Berdasarkan kompetensi inti disusun mata pelajaran dan alokasi waktu yang sesuai dengan karakteristik satuan pendidikan. Susunan mata pelajaran dan alokasi waktu untuk sekolah dasar/madrasah ibtidaiyah sebagaimana tabel berikut.

**Tabel 2. Daftar Mata Pelajaran Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah**

MATA PELAJARAN		ALOKASI WAKTU PER MINGGU					
		I	II	III	IV	V	VI
<b>Kelompok A</b>							
1	Pendidikan Agama dan Budi Pekerti	4	4	4	4	4	4
2	Pendidikan Pancasila dan Kewarganegaran	5	5	6	5	5	5
3	Bahasa Indonesia	8	9	10	7	7	7
4	Matematika	5	6	6	6	6	6
5	Ilmu Pengetahuan Alam	-	-	-	3	3	3
6	Ilmu Pengetahuan Sosial	-	-	-	3	3	3
<b>Kelompok B</b>							
1	Seni Budaya dan Prakarya	4	4	4	5	5	5
2	Pendidikan Jasmani, Olahraga, dan Kesehatan	4	4	4	4	4	4
<b>JUMLAH ALOKASI WAKTU PER MINGGU</b>		<b>30</b>	<b>32</b>	<b>34</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>36</b>



Beban belajar merupakan keseluruhan kegiatan yang harus diikuti peserta didik dalam satu minggu, satu semester, dan satu tahun pembelajaran.

1. Beban belajar di sekolah dasar/madrasah ibtidaiyah dinyatakan dalam jam pembelajaran per minggu.
  - a. Beban belajar satu minggu Kelas I adalah 30 jam pembelajaran.
  - b. Beban belajar satu minggu Kelas II adalah 32 jam pembelajaran.
  - c. Beban belajar satu minggu Kelas III adalah 34 jam pembelajaran.
  - d. Beban belajar satu minggu Kelas IV, V, dan VI adalah 36 jam pembelajaran.

Durasi setiap satu jam pembelajaran adalah 35 menit.

2. Beban belajar di Kelas I, II, III, IV, dan V dalam satu semester paling sedikit 18 minggu dan paling banyak 20 minggu.
3. Beban belajar di kelas VI pada semester ganjil paling sedikit 18 minggu dan paling banyak 20 minggu.
4. Beban belajar di kelas VI pada semester genap paling sedikit 14 minggu dan paling banyak 16 minggu.

Beban belajar dalam satu tahun pelajaran paling sedikit 36 minggu dan paling banyak 40 minggu.

Kompetensi dasar dirumuskan untuk mencapai kompetensi inti. Rumusan kompetensi dasar dikembangkan dengan memperhatikan karakteristik peserta didik, kemampuan awal, serta ciri dari suatu matapelajaran. Kompetensi dasar dibagi menjadi empat kelompok sesuai dengan pengelompokan kompetensi inti sebagai berikut.

1. Kelompok 1: kelompok kompetensi dasar sikap spiritual dalam rangka menjabarkan KI-1;
2. Kelompok 2: kelompok kompetensi dasar sikap sosial dalam rangka menjabarkan KI-2;
3. Kelompok 3: kelompok kompetensi dasar pengetahuan dalam rangka menjabarkan KI-3; dan
4. Kelompok 4: kelompok kompetensi dasar keterampilan dalam rangka menjabarkan KI-4.

Pengelompokan kompetensi inti (KI) dan kompetensi dasar (KD) dapat disajikan sebagai berikut.

**Tabel 3. Kompetensi Dasar Kelas I SD**

KOMPETENSI INTI	KOMPETENSI DASAR
1. Menerima dan menjalankan ajaran agama yang dianutnya.	
c. Memiliki perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, dan guru.	2.1 Menunjukkan perilaku patuh pada aturan dalam melakukan penjumlahan dan pengurangan sesuai prosedur / aturan dengan memperhatikan nilai tempat puluhan dan satuan. 2.2 Menunjukkan perilaku teliti dan peduli dengan menata benda-benda di sekitar ruang kelas berdasarkan dimensi (bangun datar, bangun ruang), beratnya, atau urutan kelompok terkecil sampai terbesar. 2.3 Menunjukkan perilaku tertib dan rapi saat berbaris berdasarkan urutan tinggi badan. 2.4 Menunjukkan perilaku disiplin tepat waktu dalam melakukan aktivitas di sekolah dengan memperhatikan tanda-tanda saat jam belajar dan jam istirahat.
d. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati [mendengar, melihat, membaca] dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah dan di sekolah.	3.1 Mengenal bilangan asli sampai 99 dengan menggunakan benda-benda yang ada di sekitar rumah, sekolah, atau tempat bermain. 3.2 Mengenal bangun datar dan bangun ruang menggunakan benda-benda yang ada di sekitar rumah, sekolah, atau tempat bermain. 3.3 Membandingkan dengan memperkirakan lama suatu aktivitas berlangsung menggunakan istilah sehari-hari (lebih lama, lebih singkat). 3.4 Membandingkan dengan memperkirakan berat suatu benda menggunakan istilah sehari-hari (lebih berat, lebih ringan). 3.5 Membandingkan dengan memperkirakan panjang suatu benda

	<p>menggunakan istilah sehari-hari (lebih panjang, lebih pendek).</p> <p>3.6 Mengenal dan memprediksi pola-pola bilangan sederhana menggunakan gambar-gambar/benda konkret.</p> <p>3.7 Menemukan bangun yang membentuk pola pengubinan sederhana.</p> <p>3.8 Menentukan pola dari sebarisan bangun datar sederhana menggunakan benda-benda yang ada di alam sekitar.</p> <p>3.9 Mengenal panjang, luas, massa, kapasitas, waktu, dan suhu.</p> <p>3.10 Menunjukkan pemahaman tentang besaran dengan menghitung maju sampai 100 dan mundur dari 20.</p> <p>3.11 Menentukan urutan berdasarkan panjang pendeknya benda, tinggi rendahnya tinggi badan, dan urutan kelompok berdasarkan jumlah anggotanya.</p> <p>3.12 Mengenal lambang bilangan dan mendeskripsikan kemunculan bilangan dengan bahasa yang sederhana.</p>
<p>5. Menyajikan pengetahuan faktual dalam bahasa yang jelas dan logis, dalam karya yang estetis, dalam gerakan yang mencerminkan anak sehat, dan dalam tindakan yang mencerminkan perilaku anak beriman dan berakhlak mulia.</p>	<p>5.1. Mengemukakan kembali dengan kalimat sendiri dan memecahkan masalah yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain serta memeriksa kebenarannya.</p> <p>5.2. Membentuk berbagai bangun datar dengan menggunakan papan berpaku atau media lainnya.</p> <p>5.3. Menyatakan suatu bilangan asli sebagai hasil penjumlahan atau pengurangan dua buah bilangan asli lainnya dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>5.4. Melakukan pengubinan dari bangun datar sederhana tertentu.</p> <p>5.5. Membentuk dan menggambar bangun baru dari bangun-bangun datar atau</p>

	<p>pola bangun datar yang sudah ada.</p> <p>5.6. Membaca dan mendeskripsikan data pokok yang ditampilkan pada grafik konkret dan piktograf.</p> <p>5.7. Mengumpulkan dan mengelola data pokok kategorikal dan menampilkan data menggunakan grafik konkret dan piktograf tanpa menggunakan urutan label pada sumbu horizontal.</p> <p>5.8. Mengurai sebuah bilangan asli sampai dengan 99 sebagai hasil penjumlahan atau pengurangan dua buah bilangan asli lainnya dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>5.9. Mengelompokkan teman sekelas berdasarkan tinggi badannya.</p> <p>5.10. Mendeskripsikan, mengembangkan, dan membuat pola yang berulang.</p> <p>5.11. Menggunakan benda konkret untuk menelusuri pecahan dan jumlah uang.</p>
--	---

**Tabel 4. Kompetensi Dasar Kelas II SD**

<b>KOMPETENSI INTI</b>	<b>KOMPETENSI DASAR</b>
1. Menerima dan menjalankan ajaran agama yang dianutnya.	
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, dan guru.	<p>2.1 Menunjukkan perilaku patuh, tertib dan mengikuti aturan dalam melakukan penjumlahan dan pengurangan sesuai secara efektif dengan memperhatikan nilai tempat ratusan, puluhan dan satuan.</p> <p>2.2 Menunjukkan perilaku peduli pada orang lain dengan cara mengelola penggunaan uang saku untuk kepentingan konsumsi, menabung dan beramal.</p> <p>2.3 Menunjukkan perilaku adil dalam membagikan sejumlah benda kepada beberapa orang dalam menerapkan konsep pembagian.</p> <p>2.4 Menunjukkan perilaku disiplin tepat waktu dalam melakukan suatu aktivitas di sekolah dengan memperhatikan alat ukur waktu.</p>

	<p>2.5 Menunjukkan perilaku rapi dan teratur dalam menggambar dan menata benda-benda sesuai dengan pola-pola perulangan geometri yang ditemui di dalam kelas, sekolah, atau lingkungan.</p> <p>2.6 Menunjukkan perilaku cermat dan jujur dalam mendata hasil pengukuran panjang atau berat suatu benda.</p>
<p>3. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati [mendengar, melihat, membaca] dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah dan di sekolah.</p>	<p>3.1 Mengenal bilangan asli sampai 500 dengan menggunakan blok dienes (kubus satuan), pengelompokan dan benda-benda di sekitar rumah, sekolah, atau tempat bermain.</p> <p>3.2 Mengenal operasi perkalian dan pembagian pada bilangan asli yang hasilnya kurang dari 100 melalui kegiatan eksplorasi menggunakan benda konkret.</p> <p>3.3 Mengenal nilai tukar antar pecahan uang.</p> <p>3.4 Mengetahui ukuran lama waktu di kehidupan sehari-hari di rumah, sekolah dan tempat bermain dengan menggunakan satuan waktu.</p> <p>3.5 Mengetahui ukuran panjang dan berat benda, jarak suatu tempat di kehidupan sehari-hari di rumah, sekolah dan tempat bermain menggunakan satuan tidak baku dan satuan baku.</p> <p>3.6 Menentukan nilai terkecil dan terbesar dari hasil pengukuran panjang atau berat yang disajikan dalam bentuk tabel sederhana.</p> <p>3.7 Menunjukkan pemahaman tentang konsep tentang kesamaan antara sepasang ekspresi, menggunakan benda konkret, simbol, dan penambahan dan pengurangan hingga 18.</p> <p>3.8 Mengidentifikasi unsur-unsur yang membentuk segi tiga, segi empat dan segi enam beraturan</p> <p>3.9 Mengenal bangun datar dan bangun ruang, serta memilahkannya dan mengelompokkan berdasarkan sifat geometrisnya.</p> <p>3.10 Mengenal ruas garis dan garis lurus.</p>

<p>4. Menyajikan pengetahuan faktual dalam bahasa yang jelas dan logis, dalam karya yang estetis, dalam gerakan yang mencerminkan anak sehat, dan dalam tindakan yang mencerminkan perilaku anak beriman dan berakhlak mulia.</p>	<p>4.1 Memecahkan masalah secara efektif dari masalah yang berkaitan dengan penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, waktu, panjang, berat benda dan uang terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain dan memeriksa kebenarannya.</p> <p>4.2 Mengurai unsur-unsur bangun ruang sederhana dari benda-benda di sekitar.</p> <p>4.3 Menggunakan strategi menaksir dalam melakukan perhitungan dan memecahkan masalah yang menggunakan satuan, puluhan, dan ratusan.</p> <p>4.4 Mengurai sebuah bilangan asli sampai dengan 500 sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian atau pembagian dua buah bilangan asli lainnya dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>4.5 Mendemostrasikan berbagai penukaran uang di depan kelas dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>4.6 Menceritakan lokasi objek yang berkaitan dan representasi objek pada sebuah peta.</p> <p>4.7 Merepresentasikan, mengembangkan, dan membuat pola yang berulang, serta menemukan pola dasar.</p> <p>4.8 Memprediksi pola-pola bilangan sederhana menggunakan bilangan-bilangan yang kurang dari 100.</p> <p>4.9 Mengumpulkan dan memilah data kategorial atau diskrit dan menampilkan data menggunakan grafik konkrit dan piktograf .</p> <p>4.10 Membaca dan mendeskripsikan data yang ditampilkan pada grafik konkrit dan piktograf.</p> <p>4.11 Membuat tabel sederhana hasil pengukuran panjang atau berat.</p>
---	--

**Tabel 5. Kompetensi Dasar Kelas III SD**

<b>KOMPETENSI INTI</b>	<b>KOMPETENSI DASAR</b>
1. Menerima dan menjalankan ajaran agama yang dianutnya.	
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, guru dan tangganganya.	2.1 Menunjukkan perilaku patuh, tertib dan mengikuti aturan dalam melakukan penjumlahan dan pengurangan, perkalian dan pembagian bilangan asli, bilangan bulat dan pecahan dengan memperhatikan nilai tempat ribuan, ratusan, puluhan dan satuan. 2.2 Menunjukkan perilaku teliti dan rapi dengan menata benda-benda di sekitar dengan cara melipat rapi dengan memperhatikan simetri lipatnya. 2.3 Menunjukkan perilaku adil dalam membagikan satu potong atau beberapa potong kue, buah dan sejenisnya kepada sejumlah orang dalam menerapkan konsep pecahan. 2.4 Menunjukkan perilaku disiplin dan tepat waktu datang ke sekolah dengan memperhatikan alat ukur waktu. 2.5 Menunjukkan perilaku cermat dan teliti dalam mentabulasi hasil pengukuran tinggi badan teman sekelas.
3. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati [mendengar, melihat, membaca] dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di	3.1 Memahami sifat-sifat operasi hitung bilangan asli melalui pengamatan pola penjumlahan dan perkalian. 3.2 Memahami letak bilangan pada garis bilangan. 3.3 Memahami konsep pecahan sederhana menggunakan benda-benda yang konkrit/gambar, serta menentukan nilai terkecil dan terbesar. 3.4 Menemukan sifat simetri bangun datar (melalui kegiatan menggunting dan melipat atau cara lainnya), simetri putar dan pencerminan menggunakan benda-benda konkret.

<p>rumah dan di sekolah.</p>	<p>3.5 Menemukan unsur dan sifat bangun datar sederhana berdasarkan pengamatan.</p> <p>3.6 Mengetahui perbandingan data menggunakan tabel, grafik batang, dan grafik kue serabi.</p> <p>3.7 Mengenal hubungan antar satuan waktu, antar satuan panjang, dan antar satuan berat yang biasa digunakan dalam kehidupan sehari-hari.</p> <p>3.8 Menentukan strategi pemecahan masalah dengan mengurangi, menambah, dan menukarkan sejumlah uang.</p> <p>3.9 Memahami keliling segitiga dan persegi panjang menggunakan benda konkrit (benang, tali, batang korek api, lidi dan berbagi benda yang dapat digunakan sebagai satu satuan luas).</p> <p>3.10 Mengenal dan membandingkan besar sudut bangun datar tanpa satuan baku.</p> <p>3.11 Menunjukkan pemahaman tentang konsep persamaan antara pasangan ekspresi, menggunakan penambahan dan pengurangan bilangan sampai dua angka.</p> <p>3.12 Mendeksripsikan hubungan antara dua bangun datar dan antara bangun ruang dan bangun datar.</p> <p>3.13 Mengenal pecahan dan bilangan desimal, serta dapat melakukan penambahan dan pengurangan pecahan berpenyebut sama.</p> <p>3.14 Memahami penghitungan waktu berdasarkan data sehari-hari.</p>
------------------------------	---



<p>4. Menyajikan pengetahuan faktual dalam bahasa yang jelas, sistematis dan logis, dalam karya yang estetis, dalam gerakan yang mencerminkan anak sehat, dan dalam tindakan yang mencerminkan perilaku anak beriman dan berakhlak mulia.</p>	<p>4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, bilangan bulat, waktu, panjang, berat benda dan uang terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain dan memeriksa kebenarannya serta menyatakan kalimat matematikanya dan mengemukakan dengan kalimat sendiri.</p> <p>4.2 Menunjukkan hasil rotasi dan pencerminan suatu bangun datar dengan menggunakan gambar.</p> <p>4.3 Menggambar berbagai bangun datar dengan keliling atau luas yang sama.</p> <p>4.4 Menaksir panjang, luas, dan berat suatu benda dan memilih satuan baku yang sesuai.</p> <p>4.5 Membentuk dan menggambar berbagai bangun datar yang diperoleh melalui kegiatan melipat dan menggunting atau cara lainnya.</p> <p>4.6 Mengumpulkan, mencatat, menata, dan menampilkan data menggunakan tabel dan grafik batang.</p> <p>4.7 Membuat tabel frekuensi sederhana berdasarkan tabulasi hasil pengukuran tinggi badan teman sekelas.</p> <p>4.8 Menyajikan pemecahan masalah yang terkait dengan penukaran nilai uang.</p> <p>4.9 Memperkirakan dan mengukur panjang, keliling, luas, kapasitas, massa, waktu, dan suhu menggunakan satuan baku dan tidak baku.</p> <p>4.10 Mendeskripsikan, mengembangkan, dan membuat pola dari berbagai pola numerik dan pola geometris.</p> <p>4.11 Membaca, mendeskripsikan, dan menginterpretasikan data pokok yang ditampilkan pada bagan dan grafik, termasuk grafik batang vertikal dan horizontal.</p> <p>4.12 Mengumpulkan dan menata data kategorikal atau diskrit dan</p>
---	--

	<p>menampilkan data menggunakan bagan dan grafik, termasuk grafik batang vertikal dan horisontal dengan label terurut sesuai dengan grafik batang horisontal.</p> <p>4.13 Mengurai sebuah bilangan bulat sebagai hasil penjumlahan atau pengurangan dua buah bilangan bulat lainnya dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>4.14 Membuat dan menggambar berbagai bangun datar dengan keliling atau luas yang telah ditentukan.</p> <p>4.15 Menghasilkan berbagai bangun datar yang diperoleh melalui kegiatan melipat dan menggunting atau cara lainnya.</p>
--	--

**Tabel 6. Kompetensi Dasar Kelas IV SD**

<b>KOMPETENSI INTI</b>	<b>KOMPETENSI DASAR</b>
1. Menerima, menjalankan, dan menghargai ajaran agama yang dianutnya.	
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, guru, dan tetangganya.	<p>2.1 Menunjukkan perilaku patuh, tertib dan mengikuti prosedur dalam melakukan operasi hitung campuran</p> <p>2.2 Menunjukkan perilaku cermat dan teliti dalam melakukan tabulasi pengukuran panjang daun-daun atau benda-benda lain menggunakan pembulatan (dinyatakan dalam cm terdekat</p> <p>2.3 Menunjukkan perilaku adil dalam membagi suatu benda kepada teman sekelompok dengan rata-rata jumlah yang sama</p> <p>2.4 Menunjukkan perilaku disiplin dan teratur dalam membuat dan mengikuti suatu jadwal kegiatan yang berulang dan efektif menggunakan prinsip KPK dalam kalender.</p>

	<p>2.5 Menjalankan tugas dengan penuh tanggungjawab menjaga kerapian dan kebersihan kelas berdasarkan jadwal berulang yang tepat menggunakan prinsip KPK dalam kalender (misal jadwal piket, pramuka dll).</p> <p>2.6 Menunjukkan perilaku peduli dengan cara memanfaatkan barang-barang bekas yang ada di sekitar rumah sekolah atau tempat bermain untuk membuat benda-benda berbentuk kubus dan balok bangun berdasarkan jaring-jaring bangun ruang yang ditemukan.</p>
<p>3. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>3.1 Mengenal konsep pecahan senilai dan melakukan operasi hitung pecahan menggunakan benda konkret/gambar.</p> <p>3.2 Menerapkan penaksiran dalam melakukan penjumlahan, perkalian, pengurangan dan pembagian untuk memperkirakan hasil perhitungan.</p> <p>3.3 Memahami aturan pembulatan dalam membaca hasil pengukuran dengan alat ukur.</p> <p>3.4 Memahami faktor dan kelipatan bilangan serta bilangan prima.</p> <p>3.5 Menemukan bangun segibanyak beraturan maupun tak beraturan yang membentuk pola pengubinan melalui pengamatan.</p> <p>3.6 Mengenal sudut siku-siku melalui pengamatan dan membandingkannya dengan sudut yang berbeda.</p> <p>3.7 Menentukan kelipatan persekutuan dua buah bilangan dan menentukan kelipatan persekutuan terkecil (KPK).</p> <p>3.8 Menentukan faktor persekutuan dua buah bilangan dan faktor persekutuan terbesar (FPB).</p> <p>3.9 Memahami luas segitiga, persegi panjang, dan persegi.</p> <p>3.10 Menentukan hubungan antara satuan dan atribut pengukuran termasuk luas dan keliling persegi panjang.</p>

	<p>3.11 Menunjukkan pemahaman persamaan antara sepasang ekspresi menggunakan penambahan, pengurangan, dan perkalian.</p> <p>3.12 Mengenal sifat dari garis paralel.</p> <p>3.13 Memahami pecahan senilai dan operasi hitung pecahan menggunakan benda kongkrit/gambar.</p> <p>3.14 Memahami penambahan dan pengurangan bilangan desimal.</p> <p>3.15 Menentukan nilai terkecil dan terbesar dari hasil pengukuran panjang atau berat berdasarkan pembulatan yang disajikan dalam bentuk tabel sederhana.</p> <p>3.16 Memahami pola penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan hal-hal yang konkrit dan garis bilangan.</p> <p>3.17 Memahami konsep bilangan negatif menggunakan hal-hal yang konkrit dan garis bilangan.</p>
<p>4. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>4.1 Mengemukakan kembali dengan kalimat sendiri, menyatakan kalimat matematika dan memecahkan masalah dengan efektif permasalahan yang berkaitan dengan KPK dan FPB, satuan kuantitas, desimal dan persen terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain serta memeriksa kebenarannya.</p> <p>4.2 Melakukan pengubinan menggunakan segibanyak beraturan tertentu.</p> <p>4.3 Menyatakan pecahan ke bentuk desimal dan persen.</p> <p>4.4 Mengurai dan menyusun kembali jaring-jaring bangun ruang sederhana.</p> <p>4.5 Membentuk jaring-jaring bangun ruang yang berbeda dengan jaring bangun ruang yang sudah ada.</p> <p>4.6 Membuat benda-benda berdasarkan jaring-jaring bangun ruang yang ditemukan dengan memanfaatkan barang-barang bekas yang ada di sekitar rumah sekolah atau tempat bermain.</p>

	<p>4.7 Menyatakan kesimpulan berdasarkan data tabel atau grafik.</p> <p>4.8 Membuat peta posisi suatu tempat/benda tanpa menggunakan skala dengan memperhatikan arah mata angin.</p> <p>4.9 Mengumpulkan dan menata data diskrit dan menampilkan data menggunakan bagan dan grafik termasuk grafik batang ganda, diagram garis, dan diagram lingkaran.</p> <p>4.10 Mengembangkan, dan membuat berbagai pola numerik dan geometris.</p> <p>4.11 Membuat prediksi yang berhubungan dengan pola dan menelusuri pola yang berulang dengan menggunakan pencerminan dan rotasi.</p> <p>4.12 Mengurai dan menyusun kembali jaring-jaring bangun ruang sederhana.</p> <p>4.13 Mengurai sebuah pecahan menjadi sebagai hasil penjumlahan atau pengurangan dua buah pecahan lainnya dengan berbagi kemungkinan jawaban.</p> <p>4.14 Menyajikan hasil pengukuran panjang atau berat berdasarkan pembulatan yang disajikan dalam bentuk tabel sederhana.</p> <p>4.15 Mengidentifikasi dan mendeskripsikan lokasi objek menggunakan peta grid dan melalui pencerminan.</p> <p>4.16 Merepresentasikan sudut lancip dan sudut tumpul dalam bangun datar.</p> <p>4.17 Menggabung sudut bagian dalam segitiga dan segi empat untuk menarik kesimpulan.</p>
--	---

**Tabel 7. Kompetensi Dasar Kelas V SD**

KOMPETENSI INTI	KOMPETENSI DASAR
<p>1. Menerima, menjalankan, dan menghargai ajaran agama yang dianutnya.</p>	
<p>2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, guru, dan tetangganya serta cinta tanah air.</p>	<p>2.1 Menunjukkan perilaku patuh, tertib dan mengikuti prosedur dalam mencari akar bilangan sederhana.</p> <p>2.2 Menghargai pendapat atau gagasan teman tentang usulan memecahkan masalah, penyajian data atau pekerjaan matematika lainnya.</p> <p>2.3 Menunjukkan perilaku adil dalam membuat pola pergeseran tempat duduk secara bergiliran dengan menggunakan gambar denah tempat duduk di kelas.</p> <p>2.4 Menunjukkan perilaku jujur, disiplin dan bertanggung jawab dalam melakukan pengumpulan data, pengolahan data, dan melaporkan hasil pengamatan.</p> <p>2.5 Menunjukkan perilaku jujur dalam melaporkan hasil pengamatan/melakukan percobaan menemukan hubungan keliling, luas dan diameter lingkaran dengan apa adanya.</p> <p>2.6 Menunjukkan perilaku disiplin tepat waktu dengan berdasar pada pengelolaan waktu untuk pergi ke tempat tertentu dengan mempertimbangkan kondisi lalu lintas, jarak, dan kecepatan.</p> <p>2.7 Menunjukkan perilaku cermat dalam mendata jarak dan waktu yang diperlukan oleh tiap teman sekelas dari rumah masing-masing ke sekolah.</p> <p>2.8 Menunjukkan perilaku teliti dan cermat dalam mengambil keputusan yang berkaitan dengan pengeluaran uang.</p>

<p>3. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>3.1 Mengenal konsep perpangkatan dan penarikan akar bilangan pangkat dua dan bilangan pangkat tiga sederhana.</p> <p>3.2 Memahami berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen) dan dapat mengubah bilangan pecahan menjadi bilangan desimal, serta melakukan perkailan dan pembagian.</p> <p>3.3 Mengenal konsep perbandingan dan skala.</p> <p>3.4 Mengenal dan menggambar denah letak benda dan sistem koordinat.</p> <p>3.5 Menentukan hubungan antar satuan kuantitas dalam kehidupan sehari-hari (rim, lusin, kodi).</p> <p>3.6 Memahami arti rata-rata, median dan modus dari sekumpulan data.</p> <p>3.7 Memilih prosedur pemecahan masalah dengan menganalisis hubungan antar simbol, informasi yang relevan, dan mengamati pola.</p> <p>3.8 Menemukan rumus keliling dan luas lingkaran melalui suatu percobaan.</p> <p>3.9 Memahami berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen) dan dapat mengubah bilangan pecahan menjadi bilangan decimal.</p> <p>3.10 Memahami konsep frekuensi relatif melalui percobaan dan tabel.</p>
<p>4. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>4.1 Mengemukakan kembali dengan kalimat sendiri, menyatakan kalimat matematika, dan memilih kalimat matematika yang tepat dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan konsep perbandingan, skala dan hubungan antar kuantitas yang terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain serta memeriksa kebenarannya.</p> <p>4.2 Mencatat jarak dan waktu tempuh berbagai benda yang bergerak ke dalam tabel untuk memahami konsep kecepatan sebagai hasil bagi antara</p>

	<p>jarak dan waktu dan menggunakannya dalam penyelesaian masalah.</p> <p>4.3 Mengumpulkan, menata, membandingkan, dan menyajikan data cacahan dan ukuran menggunakan tabel, grafik batang, piktogram, dan diagram lingkaran (grafik kue serabi).</p> <p>4.4 Melakukan percobaan dan melaporkan hasilnya untuk menemukan keliling dan luas lingkaran serta menemukan rumus keliling dan luas lingkaran.</p> <p>4.5 Menggunakan kubus satuan untuk menghitung volume berbagai bangun ruang sederhana.</p> <p>4.6 Membuat kuesioner/lembar isian sederhana untuk mendapatkan informasi tertentu.</p> <p>4.7 Menyatakan kesimpulan berdasarkan data tabel atau grafik.</p> <p>4.8 Menggambar denah sederhana menggunakan skala, mempertimbangkan jarak dan waktu dengan berbagai kemungkinan lintasan, serta menentukan letak objek berdasarkan arah mata angin.</p> <p>4.9 Mengukur besar sudut menggunakan busur derajat dan mengidentifikasi jenis sudutnya.</p> <p>4.10 Menyajikan hubungan ekspresi dalam koordinat dan grafik.</p> <p>4.11 Membentuk berbagai bangun ruang yang volumenya sudah ditentukan.</p> <p>4.12 Mengurai sebuah pecahan sebagai hasil penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dua buah pecahan yang dinyatakan dalam desimal dan persen dengan berbagai kemungkinan jawaban.</p> <p>4.13 Menentukan bilangan yang tidak diketahui dalam persamaan yang melibatkan penambahan, pengurangan, perkalian, atau pembagian dan satu atau dua angka.</p> <p>4.14 Menemukan luas permukaan dan</p>
--	---



	<p>volume dari heksahedron dan prisma segi banyak.</p> <p>4.15 Menentukan nilai simbol yang tidak diketahui dalam suatu persamaan.</p> <p>4.16 Menunjukkan kesetaraan menggunakan perkalian atau pembagian dengan jumlah nilai yang tidak diketahui pada kedua sisi.</p>
--	--

**Tabel 8. Kompetensi Dasar Kelas VI SD**

<b>KOMPETENSI INTI</b>	<b>KOMPETENSI DASAR</b>
1. Menerima, menjalankan, dan menghargai ajaran agama yang dianutnya.	
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, santun, peduli, dan percaya diri dalam berinteraksi dengan keluarga, teman, guru, dan tetangganya serta cinta tanah air.	<p>2.1 Menunjukkan perilaku patuh, tertib dan mengikuti prosedur dalam melakukan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan.</p> <p>2.2 Menghargai pendapat atau gagasan teman mengenai hasil kerjanya dan usulan memecahkan masalah, penyajian data atau pekerjaan matematika lainnya.</p> <p>2.3 Menunjukkan perilaku teliti dan cermat dalam mengumpulkan dan mengolah data pengamatan.</p> <p>2.4 Menunjukkan perilaku jujur, disiplin dan bertanggung jawab dalam melakukan pengumpulan data, pengolahan data, dan melaporkan hasil pengamatan.</p> <p>2.5 Mengisi secara jujur lembar isian data sederhana yang berkaitan dengan identitas diri, hasil mengukur/mencacah.</p> <p>2.6 Menunjukkan perilaku teliti dan rapi dalam mengukur dan melaporkan besar sudut yang ditemukan dalam kehidupan sehari-hari di rumah, sekolah dan tempat bermain.</p>

	<p>2.7 Menunjukkan perilaku jujur dalam melaporkan data yang diperoleh berdasarkan hasil survey.</p>
<p>3. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>3.1 Memahami operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen).</p> <p>3.2 Menentukan besar sudut yang ditemukan dalam kehidupan sehari-hari di rumah, sekolah dan tempat bermain dengan satuan tidak baku dan satuan derajat termasuk sudut antara arah mata angin dan sudut di antara dua jarum jam.</p> <p>3.3 Memahami cara menghitung nilai rata-rata, median, dan modus menggunakan statistik sederhana.</p> <p>3.4 Membandingkan tafsiran/arti rata-rata, median dan modus dari dua kumpulan data berbeda, tetapi sejenis.</p> <p>3.5 Menemukan peluang empirik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh berdasarkan beberapa jenis data saling terkait yang diolah menggunakan tabel dan grafik.</p> <p>3.6 Menentukan prosedur pemecahan masalah dengan menganalisis hubungan antar simbol, informasi yang relevan, dan mengamati pola.</p> <p>3.7 Mengenal unsur-unsur lingkaran.</p> <p>3.8 Mengenal diagonal ruang dan diagonal sisi dalam bangun ruang sederhana.</p> <p>3.9 Memilahkan poligon oleh garis simetri dan dengan simetri rotasi.</p> <p>3.10 Memahami dan melakukan operasi hitung yang melibatkan berbagai bentuk pecahan (pecahan biasa, campuran, desimal dan persen).</p> <p>3.11 Memahami kuesioner/lembar isian sederhana sebagai sarana yang akurat</p>

	<p>untuk mendapatkan informasi tertentu.</p> <p>3.12 Memahami perbandingan senilai dan perbandingan terbalik.</p> <p>3.13 Membandingkan dan memaknai tafsiran/arti rata-rata, median dan modus dari dua kumpulan data berbeda, tetapi sejenis.</p> <p>3.14 Memahami juring, kesamaan busur, prisma, silinder, piramida, dan kerucut untuk memecahkan masalah sederhana.</p>
<p>4. Memahami pengetahuan faktual dengan cara mengamati dan menanya berdasarkan rasa ingin tahu tentang dirinya, makhluk ciptaan Tuhan dan kegiatannya, dan benda-benda yang dijumpainya di rumah, di sekolah dan tempat bermain.</p>	<p>4.1 Mengemukakan kembali dengan kalimat sendiri, menentukan kalimat matematika yang sesuai dan solusi dari masalah yang berkaitan dengan operasi hitung, bangun ruang dan data yang terkait dengan aktivitas sehari-hari di rumah, sekolah, atau tempat bermain serta membuktikan kebenaran atau masuk akal nya jawaban.</p> <p>4.2 Membuat garis-garis dengan bantuan benang yang menghubungkan dua buah titik sudut dalam kubus atau balok dan menemukan bangun datar baru yang bisa dibentuk oleh benang-benang tersebut dan menggambarannya dalam bentuk sketsa.</p> <p>4.3 Membentuk/menggambar bangun datar gabungan sederhana serta menghitung luasnya.</p> <p>4.4 Membentuk/menggambar bangun ruang gabungan sederhana serta menghitung volumenya.</p> <p>4.5 Mengamati pola atau melakukan percobaan untuk menemukan jumlah sudut segi tiga dan segi empat.</p> <p>4.6 Menggunakan data statistik hasil pengamatan untuk menaksir peluang kejadian.</p> <p>4.7 Mengumpulkan data menggunakan kuesioner sederhana, mengolah, dan memaparkan data dalam bentuk tabel dan grafik yang sesuai.</p>

	<p>4.8 Menyatakan kesimpulan berdasarkan data hasil pengamatan yang diolah menggunakan statistik sederhana, tabel, dan grafik.</p> <p>4.9 Mengukur besar sudut yang ditemukan dalam kehidupan sehari-hari di rumah, sekolah dan tempat bermain dengan satuan derajat termasuk sudut antara arah mata angin dan sudut di antara dua jarum jam.</p> <p>4.10 Menghitung luas permukaan prisma dan silinder.</p> <p>4.11 Menggambar plotting titik-titik di kuadran pertama.</p> <p>4.12 Menggunakan juring, kesamaan busur, prisma, silinder, piramida, dan kerucut untuk memecahkan masalah sederhana.</p>
--	--

Pelaksanaan Kurikulum 2013 pada sekolah dasar/madrasah ibtidaiyah dilakukan melalui pembelajaran dengan pendekatan tematik-terpadu dari Kelas I sampai Kelas VI. Mata pelajaran pendidikan agama dan budi pekerti dikecualikan untuk tidak menggunakan pembelajaran tematik-terpadu.

Pembelajaran tematik terpadu merupakan pendekatan pembelajaran yang mengintegrasikan berbagai kompetensi dari berbagai mata pelajaran ke dalam berbagai tema seperti yang terdapat dalam tabel berikut ini.

**Tabel 9: Daftar Tema Setiap Kelas**

KELAS	TEMA
I	(1) Diri Sendiri, (2) Kegemaranku, (3) Kegiatanku, (4) Keluargaku, (5) Pengalamanku, (6) Lingkungan Bersih, Sehat, dan Asri, (7) Benda, Binatang, dan Tanaman di Sekitarku, (8) Peristiwa Alam.
II	(1) Hidup Rukun, (2) Bermain di Lingkunganku, (3) Tugasku Sehari-hari, (4) Aku dan Sekolahku, (5) Hidup Bersih dan Sehat, (6) Air, Bumi dan Matahari, (7) Merawat Hewan dan Tumbuhan, (8) Keselamatan di Rumah dan Perjalanan.
III	(1) Sayangi Hewan dan Tumbuhan di sekitar, (2) Pengalaman yang Mengesankan, (3) Mengenal Cuaca dan Musim, (4)

	Ringan Sama Dijinjing, Berat Sama Dipikul, (5) Mari Kita Bermain dan Berolahraga, (6) Indahnya Persahabatan, (7) Mari Kita Hemat Energi untuk Masa Depan, (8) Berperilaku Baik dalam Kehidupan Sehari-hari, (9) Menjaga Kelestarian Lingkungan.
IV	(1) Indahnya Kebersamaan, (2) Selalu Berhemat Energi, (3) Peduli terhadap Makhluk Hidup, (4) Berbagai Pekerjaan, (5) Menghargai Jasa Pahlawan, (6) Indahnya Negeriku, (7) Cita-citaku, (8) Daerah Tempat Tinggalku, (9) Makanan Sehat dan Bergizi.
V	(1) Bermain dengan Benda-benda di Sekitar, (2) Peristiwa dalam Kehidupan, (3) Hidup Rukun, (4) Sehat itu Penting, (5) Bangga sebagai Bangsa Indonesia.
VI	(1) Selamatkan Makhluk Hidup, (2) Persatuan dalam Perbedaan, (3) Tokoh dan Penemu, (4) Globalisasi, (5) Wirausaha, (6) Kesehatan Masyarakat.

Pendekatan yang digunakan untuk mengintegrasikan kompetensi dasar dari berbagai mata pelajaran, yaitu intradisipliner, interdisipliner, multidisipliner, dan transdisipliner.

Integrasi intradisipliner dilakukan dengan cara mengintegrasikan dimensi sikap, pengetahuan, dan keterampilan menjadi satu kesatuan yang utuh di setiap mata pelajaran.

Integrasi interdisipliner dilakukan dengan menggabungkan kompetensi-kompetensi dasar beberapa mata pelajaran agar terkait satu dengan yang lainnya, sehingga dapat saling memperkuat, menghindari terjadinya tumpang tindih, dan menjaga keselarasan pembelajaran.

Integrasi multidisipliner dilakukan tanpa menggabungkan kompetensi dasar tiap mata pelajaran sehingga tiap mata pelajaran masih memiliki kompetensi dasarnya sendiri.

Integrasi transdisipliner dilakukan dengan mengaitkan berbagai mata pelajaran yang ada dengan permasalahan-permasalahan yang dijumpai di sekitarnya sehingga pembelajaran menjadi kontekstual.

Tema merajut makna berbagai konsep dasar sehingga peserta didik tidak belajar konsep dasar secara parsial. Dengan demikian, pembelajarannya memberikan makna yang utuh kepada peserta didik seperti tercermin pada berbagai tema yang tersedia. Tematik terpadu disusun berdasarkan gabungan proses integrasi seperti dijelaskan di atas sehingga

berbeda dengan pengertian tematik seperti yang diperkenalkan pada kurikulum sebelumnya. Selain itu, pembelajaran tematik terpadu ini juga diperkaya dengan penempatan mata pelajaran Bahasa Indonesia di kelas I, II, dan III sebagai penghela mata pelajaran lain. Melalui perumusan kompetensi inti sebagai pengikat berbagai mata pelajaran dalam satu kelas dan tema sebagai pokok bahasannya, sehingga penempatan mata pelajaran Bahasa Indonesia sebagai penghela mata pelajaran lain menjadi sangat memungkinkan. Penguatan peran mata pelajaran Bahasa Indonesia dilakukan secara utuh melalui penggabungan kompetensi dasar mata pelajaran ilmu pengetahuan sosial dan ilmu pengetahuan alam ke dalam mata pelajaran Bahasa Indonesia. Kedua ilmu pengetahuan tersebut menyebabkan pelajaran Bahasa Indonesia menjadi kontekstual, sehingga pembelajaran Bahasa Indonesia menjadi lebih menarik.

Pendekatan sains seperti itu, terutama di kelas I, II, dan III menyebabkan semua mata pelajaran yang diajarkan akan diwarnai oleh mata pelajaran ilmu pengetahuan sosial dan ilmu pengetahuan alam. Untuk kemudahan pengorganisasiannya, kompetensi-kompetensi dasar kedua mata pelajaran ini diintegrasikan ke mata pelajaran lain (integrasi interdisipliner). Kompetensi dasar mata pelajaran ilmu pengetahuan alam diintegrasikan ke kompetensi dasar mata pelajaran Bahasa Indonesia dan kompetensi dasar mata pelajaran matematika. Kompetensi dasar mata pelajaran ilmu pengetahuan sosial diintegrasikan ke kompetensi dasar mata pelajaran Bahasa Indonesia, ke kompetensi dasar mata pelajaran pendidikan pancasila dan kewarganegaraan, dan ke kompetensi dasar mata pelajaran matematika. Sedangkan untuk kelas IV, V, dan VI, kompetensi dasar mata pelajaran Ilmu pengetahuan sosial dan ilmu pengetahuan alam masing-masing berdiri sendiri, sehingga pendekatan integrasinya adalah multidisipliner, walaupun pembelajarannya tetap menggunakan tematik terpadu.

Prinsip pengintegrasian interdisipliner untuk mata pelajaran ilmu pengetahuan alam dan ilmu pengetahuan sosial seperti diuraikan di atas dapat juga diterapkan dalam pengintegrasian muatan lokal.

### **C. Perbedaan Kurikulum 2006 dan Kurikulum 2013**

Kurikulum 2013 mulai diimplementasikan pada tahun pelajaran 2013/2014 pada sekolah-sekolah tertentu (terbatas). Kurikulum 2013 diluncurkan secara resmi pada tanggal 15 Juli 2013. Sesuatu yang baru tentu mempunyai perbedaan dengan yang lama. Begitu pula kurikulum 2013 mempunyai perbedaan dengan KTSP. Berikut ini adalah perbedaan kurikulum 2013 dan KTSP.

No	Kurikulum 2013	KTSP
1	SKL (Standar Kompetensi Lulusan) ditentukan terlebih dahulu, melalui PeRMEndikbud No 54 Tahun 2013. Setelah itu baru ditentukan Standar Isi, yang berbentuk Kerangka Dasar Kurikulum, yang dituangkan dalam PeRMEndikbud No 67, 68, 69, dan 70 Tahun 2013	Standar Isi ditentukan terlebih dahulu melalui PeRMEndiknas No 22 Tahun 2006. Setelah itu ditentukan SKL (Standar Kompetensi Lulusan) melalui PeRMEndiknas No 23 Tahun 2006
2	Aspek kompetensi lulusan ada keseimbangan soft skills dan hard skills yang meliputi aspek kompetensi sikap, keterampilan, dan pengetahuan	lebih menekankan pada aspek pengetahuan
3	di jenjang SD Tematik Terpadu untuk kelas I-VI	di jenjang SD Tematik Terpadu untuk kelas I-III
4	Jumlah jam pelajaran per minggu lebih banyak dan jumlah mata pelajaran lebih sedikit dibanding KTSP	Jumlah jam pelajaran lebih sedikit dan jumlah mata pelajaran lebih banyak dibanding Kurikulum 2013
5	Proses pembelajaran setiap tema di jenjang SD dan semua mata pelajaran di jenjang SMP/SMA/SMK dilakukan dengan pendekatan ilmiah (saintific approach), yaitu standar proses dalam pembelajaran terdiri dari Mengamati, Menanya, Mengolah, Menyajikan, Menyimpulkan, dan Mencipta.	Standar proses dalam pembelajaran terdiri dari Eksplorasi, Elaborasi, dan Konfirmasi
6	TIK (Teknologi Informasi dan Komunikasi) bukan sebagai mata pelajaran, melainkan sebagai media pembelajaran	TIK sebagai mata pelajaran
7	Standar penilaian menggunakan penilaian otentik, yaitu mengukur semua kompetensi sikap, keterampilan, dan pengetahuan berdasarkan proses dan hasil.	Penilaiannya lebih dominan pada aspek pengetahuan
8	Pramuka menjadi ekstrakurikuler wajib	Pramuka bukan ekstrakurikuler wajib
9	Pemintan (Penjurusan) mulai kelas X untuk jenjang SMA/MA	Penjurusan mulai kelas XI
10	BK lebih menekankan mengembangkan potensi siswa	BK lebih pada menyelesaikan masalah siswa

Itulah beberapa perbedaan Kurikulum 2013 dan KTSP. Walaupun kelihatannya terdapat perbedaan yang sangat jauh antara Kurikulum 2013 dan KTSP, namun sebenarnya terdapat kesamaan ESENSI Kurikulum 2013 dan KTSP. Misal pendekatan ilmiah (*Saintific Approach*) yang pada hakekatnya adalah pembelajaran berpusat pada siswa. Siswa mencari pengetahuan bukan menerima pengetahuan. Pendekatan ini mempunyai esensi yang sama dengan Pendekatan Keterampilan Proses (PKP). Masalah pendekatan sebenarnya bukan masalah kurikulum, tetapi masalah implementasi yang tidak jalan di kelas. Bisa jadi pendekatan ilmiah yang diperkenalkan di Kurikulum 2013 akan bernasib sama dengan pendekatan-pendekatan kurikulum terdahulu bila guru tidak paham dan tidak bisa menerapkannya dalam pembelajaran di kelas.

## **D. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)**

Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia No. 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah, menjelaskan pengertian standar proses adalah kriteria mengenai pelaksanaan pembelajaran pada satuan pendidikan untuk mencapai standar kompetensi lulusan. Standar proses dikembangkan mengacu pada standar kompetensi lulusan dan standar isi yang telah ditetapkan sesuai dengan ketentuan dalam Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan sebagaimana telah diubah dengan Peraturan Pemerintah Nomor 32 Tahun 2013 tentang Perubahan atas Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan. Proses pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Untuk itu, setiap satuan pendidikan melakukan perencanaan pembelajaran, pelaksanaan proses pembelajaran serta penilaian proses pembelajaran untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas ketercapaian kompetensi lulusan. Sesuai dengan standar kompetensi lulusan dan standar isi, prinsip pembelajaran yang digunakan:

1. dari peserta didik diberi tahu menuju peserta didik mencari tahu;
2. dari guru sebagai satu-satunya sumber belajar menjadi belajar berbasis aneka sumber belajar;
3. dari pendekatan tekstual menuju proses sebagai penguatan penggunaan pendekatan ilmiah;
4. dari pembelajaran berbasis konten menuju pembelajaran berbasis kompetensi;



5. dari pembelajaran parsial menuju pembelajaran terpadu;
6. dari pembelajaran yang menekankan jawaban tunggal menuju pembelajaran dengan jawaban yang kebenarannya multi dimensi;
7. dari pembelajaran verbalisme menuju keterampilan aplikatif;
8. peningkatan dan keseimbangan antara keterampilan fisikal (*hardskills*) dan keterampilan mental (*softskills*);
9. pembelajaran yang mengutamakan pembudayaan dan pemberdayaan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat;
10. pembelajaran yang menerapkan nilai-nilai dengan memberi keteladanan (*ing ngarso sung tulodo*), membangun kemauan (*ing madyo mangun karso*), dan mengembangkan kreativitas peserta didik dalam proses pembelajaran (*tut wuri handayani*);
11. pembelajaran yang berlangsung di rumah, di sekolah, dan di masyarakat;
12. pembelajaran yang menerapkan prinsip bahwa siapa saja adalah guru, siapa saja adalah siswa, dan di mana saja adalah kelas.
13. Pemanfaatan teknologi informasi dan komunikasi untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas pembelajaran; dan
14. Pengakuan atas perbedaan individual dan latar belakang budaya peserta didik.

Terkait dengan prinsip di atas, dikembangkan standar proses yang mencakup perencanaan proses pembelajaran, pelaksanaan proses pembelajaran, penilaian hasil pembelajaran, dan pengawasan proses pembelajaran.

Sesuai dengan standar kompetensi lulusan, sasaran pembelajaran mencakup pengembangan ranah sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang dielaborasi untuk setiap satuan pendidikan. Ketiga ranah kompetensi tersebut memiliki lintasan perolehan (proses psikologis) yang berbeda. Sikap diperoleh melalui aktivitas menerima, menjalankan, menghargai, menghayati, dan mengamalkan. Pengetahuan diperoleh melalui aktivitas mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta. Keterampilan diperoleh melalui aktivitas mengamati, menanya, mencoba, menalar, menyaji, dan mencipta. Karakteristik kompetensi beserta perbedaan lintasan perolehan turut serta mempengaruhi karakteristik standar proses. Untuk memperkuat pendekatan ilmiah (*scientific*), tematik terpadu (tematik antar mata pelajaran), dan tematik (dalam suatu mata pelajaran) perlu diterapkan pembelajaran berbasis penyingkapan/penelitian (*discovery/inquiry*)

*learning*). Untuk mendorong kemampuan peserta didik menghasilkan karya kontekstual, baik individual maupun kelompok, sangat disarankan menggunakan pendekatan pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah (*project based learning*). Rincian gradasi sikap, pengetahuan, dan keterampilan sebagai berikut.

<b>Sikap</b>	<b>Pengetahuan</b>	<b>Keterampilan</b>
Menerima	Mengingat	Mengamati
Menjalankan	Memahami	Menanya
Menghargai	Menerapkan	Mencoba
Menghayati	Menganalisis	Menalar
Mengamalkan	Mengevaluasi	Menyaji
--		Mencipta

Karakteristik proses pembelajaran disesuaikan dengan karakteristik kompetensi. Pembelajaran tematik terpadu di SD/MI/SDLB/Paket A disesuaikan dengan tingkat perkembangan peserta didik. Karakteristik proses pembelajaran disesuaikan dengan karakteristik kompetensi.

Perencanaan pembelajaran dirancang dalam bentuk silabus dan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) yang mengacu pada standar isi. Perencanaan pembelajaran meliputi penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran dan penyiapan media dan sumber belajar, perangkat penilaian pembelajaran, dan skenario pembelajaran. Penyusunan silabus dan RPP disesuaikan pendekatan pembelajaran yang digunakan.

Silabus merupakan acuan penyusunan kerangka pembelajaran untuk setiap bahan kajian mata pelajaran. Silabus paling sedikit memuat:

1. Identitas mata pelajaran (khusus SMP/MTs/SMPLB/Paket B dan SMA/MA/SMALB/ SMK/MAK/Paket C/ Paket C Kejuruan);
2. Identitas sekolah meliputi nama satuan pendidikan dan kelas;
3. Kompetensi inti, merupakan gambaran secara kategorial mengenai kompetensi dalam aspek sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang harus dipelajari peserta didik untuk suatu jenjang sekolah, kelas dan mata pelajaran;
4. Kompetensi dasar, merupakan kemampuan spesifik yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang terkait muatan atau mata pelajaran;

5. Tema (khusus SD/MI/SDLB/Paket A);
6. Materi Pokok, memuat fakta, konsep, prinsip, dan prosedur yang relevan, dan ditulis dalam bentuk butir-butir sesuai dengan rumusan indikator pencapaian kompetensi;
7. Pembelajaran, yaitu kegiatan yang dilakukan oleh pendidik dan peserta didik untuk mencapai kompetensi yang diharapkan;
8. Penilaian, merupakan proses pengumpulan dan pengolahan informasi untuk menentukan pencapaian hasil belajar peserta didik;
9. Alokasi waktu sesuai dengan jumlah jam pelajaran dalam struktur kurikulum untuk satu semester atau satu tahun; dan
10. Sumber belajar, dapat berupa buku, media cetak dan elektronik, alam sekitar atau sumber belajar lain yang relevan.

Silabus dikembangkan berdasarkan standar kompetensi lulusan dan standar isi untuk satuan pendidikan dasar dan menengah sesuai dengan pola pembelajaran pada setiap tahun ajaran tertentu. Silabus digunakan sebagai acuan dalam pengembangan rencana pelaksanaan pembelajaran.

Rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) adalah rencana kegiatan pembelajaran tatap muka untuk satu pertemuan atau lebih. RPP dikembangkan dari silabus untuk mengarahkan kegiatan pembelajaran peserta didik dalam upaya mencapai kompetensi dasar (KD). Setiap pendidik pada satuan pendidikan berkewajiban menyusun RPP secara lengkap dan sistematis agar pembelajaran berlangsung secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, efisien, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. RPP disusun berdasarkan KD atau subtema yang dilaksanakan dalam satu kali pertemuan atau lebih. Komponen RPP terdiri atas:

1. Identitas sekolah, yaitu nama satuan pendidikan;
2. Identitas mata pelajaran atau tema/subtema;
3. Kelas/semester;
4. Materi pokok;
5. Alokasi waktu ditentukan sesuai dengan keperluan untuk pencapaian KD dan beban belajar dengan mempertimbangkan jumlah jam pelajaran yang tersedia dalam silabus dan KD yang harus dicapai;

6. Tujuan pembelajaran yang dirumuskan berdasarkan KD, dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diamati dan diukur, yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan;
7. Kompetensi dasar dan indikator pencapaian kompetensi;
8. Materi pembelajaran, memuat fakta, konsep, prinsip, dan prosedur yang relevan, dan ditulis dalam bentuk butir-butir sesuai dengan rumusan indikator ketercapaian kompetensi;
9. Metode pembelajaran, digunakan oleh pendidik untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik mencapai KD yang disesuaikan dengan karakteristik peserta didik dan KD yang akan dicapai;
10. Media pembelajaran, berupa alat bantu proses pembelajaran untuk menyampaikan materi pelajaran;
11. Sumber belajar, dapat berupa buku, media cetak dan elektronik, alam sekitar, atau sumber belajar lain yang relevan;
12. Langkah-langkah pembelajaran dilakukan melalui tahapan pendahuluan, inti, dan penutup; dan
13. Penilaian hasil pembelajaran.

Dalam menyusun RPP hendaknya memperhatikan prinsip-prinsip sebagai berikut.

1. Perbedaan individual peserta didik antara lain kemampuan awal, tingkat intelektual, bakat, potensi, minat, motivasi belajar, kemampuan sosial, emosi, gaya belajar, kebutuhan khusus, kecepatan belajar, latar belakang budaya, norma, nilai, dan/atau lingkungan peserta didik;
2. Partisipasi aktif peserta didik;
3. Berpusat pada peserta didik untuk mendorong semangat belajar, motivasi, minat, kreativitas, inisiatif, inspirasi, inovasi dan kemandirian;
4. Pengembangan budaya membaca dan menulis yang dirancang untuk mengembangkan kegemaran membaca, pemahaman beragam bacaan, dan berekspresi dalam berbagai bentuk tulisan;
5. Pemberian umpan balik dan tindak lanjut RPP memuat rancangan program pemberian umpan balik positif, penguatan, pengayaan, dan remedi;
6. Penekanan pada keterkaitan dan keterpaduan antara KD, materi pembelajaran, kegiatan pembelajaran, indikator pencapaian kompetensi, penilaian, dan sumber belajar dalam satu keutuhan pengalaman belajar;

7. Mengakomodasi pembelajaran tematik-terpadu, keterpaduan lintas mata pelajaran, lintas aspek belajar, dan keragaman budaya;
8. Penerapan teknologi informasi dan komunikasi secara terintegrasi, sistematis, dan efektif sesuai dengan situasi dan kondisi.

## **E. Pelaksanaan Pembelajaran**

Setelah RPP disusun berdasarkan kompetensi inti, kompetensi dasar, indicator, dan tujuan pembelajaran, langkah selanjutnya adalah pelaksanaan pembelajaran di kelas. Pada pelaksanaan pembelajaran di kelas, diperlukan pengelolaan kelas dengan rambu-rambu sebagai berikut.

1. Guru menyesuaikan pengaturan tempat duduk peserta didik sesuai dengan tujuan dan karakteristik proses pembelajaran.
2. Volume dan intonasi suara guru dalam proses pembelajaran harus dapat didengar dengan baik oleh peserta didik.
3. Guru wajib menggunakan kata-kata santun, lugas dan mudah dimengerti oleh peserta didik.
4. Guru menyesuaikan materi pelajaran dengan kecepatan dan kemampuan belajar peserta didik.
5. Guru menciptakan ketertiban, kedisiplinan, kenyamanan, dan keselamatan dalam menyelenggarakan proses pembelajaran.
6. Guru memberikan penguatan dan umpan balik terhadap respons dan hasil belajar peserta didik selama proses pembelajaran berlangsung.
7. Guru mendorong dan menghargai peserta didik untuk bertanya dan mengemukakan pendapat.
8. Guru berpakaian sopan, bersih, dan rapi.
9. Pada tiap awal semester, guru menjelaskan kepada peserta didik silabus mata pelajaran; dan
10. Guru memulai dan mengakhiri proses pembelajaran sesuai dengan waktu yang dijadwalkan.

Pelaksanaan pembelajaran merupakan implementasi dari RPP, meliputi kegiatan pendahuluan, inti, dan penutup.

## 1. Kegiatan Pendahuluan

Dalam kegiatan pendahuluan, guru:

- a. menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran;
- b. memberi motivasi belajar siswa secara kontekstual sesuai manfaat dan aplikasi materi ajar dalam kehidupan sehari-hari, dengan memberikan contoh dan perbandingan lokal, nasional dan internasional;
- c. mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari;
- d. menjelaskan tujuan pembelajaran atau kompetensi dasar yang akan dicapai; dan
- e. menyampaikan cakupan materi dan penjelasan uraian kegiatan sesuai silabus.

## 2. Kegiatan Inti

Kegiatan inti menggunakan model pembelajaran, metode pembelajaran, media pembelajaran, dan sumber belajar yang disesuaikan dengan karakteristik peserta didik dan mata pelajaran. Pemilihan pendekatan tematik dan/atau tematik terpadu dan/atau saintifik dan/atau inkuiri dan penyingkapan (*discovery*) dan/atau pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah (*project based learning*) disesuaikan dengan karakteristik kompetensi dan jenjang pendidikan.

### a. Sikap

Sesuai dengan karakteristik sikap, salah satu alternatif yang dipilih adalah proses afeksi mulai dari menerima, menjalankan, menghargai, menghayati, hingga mengamalkan. Seluruh aktivitas pembelajaran berorientasi pada tahapan kompetensi yang mendorong siswa untuk melakukan aktivitas tersebut.

### b. Pengetahuan

Pengetahuan dimiliki melalui aktivitas mengetahui, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, hingga mencipta. Karakteristik aktivitas belajar dalam domain pengetahuan ini memiliki perbedaan dan kesamaan dengan aktivitas belajar dalam domain keterampilan. Untuk memperkuat pendekatan saintifik, tematik terpadu, dan tematik sangat disarankan untuk menerapkan belajar berbasis penyingkapan/penelitian (*discover / inquiry learning*). Untuk mendorong peserta didik menghasilkan karya

kreatif dan kontekstual, baik individual maupun kelompok, disarankan menggunakan pendekatan pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah (*project based learning*).

c. Keterampilan

Keterampilan diperoleh melalui kegiatan mengamati, menanya, mencoba, menalar, menyaji, dan mencipta. Seluruh isi materi (topik dan subtopik) mata pelajaran yang diturunkan dari keterampilan harus mendorong siswa untuk melakukan proses pengamatan hingga penciptaan. Untuk mewujudkan keterampilan tersebut perlu melakukan pembelajaran yang menerapkan modus belajar berbasis penyingkapan/penelitian (*discovery/inquiry learning*) dan pembelajaran yang menghasilkan karya berbasis pemecahan masalah (*project based learning*).

### 3. Kegiatan Penutup

Dalam kegiatan penutup, guru bersama siswa baik secara individual maupun kelompok melakukan refleksi untuk mengevaluasi:

- a. Seluruh rangkaian aktivitas pembelajaran dan hasil-hasil yang diperoleh untuk selanjutnya secara bersama menemukan manfaat langsung maupun tidak langsung dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung;
- b. Memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran;
- c. Melakukan kegiatan tindak lanjut dalam bentuk pemberian tugas, baik tugas individual maupun kelompok; dan
- d. Menginformasikan rencana kegiatan pembelajaran untuk pertemuan berikutnya.

## F. Penilaian Proses dan Hasil Pembelajaran

Penilaian proses pembelajaran menggunakan pendekatan penilaian otentik (*authentic assesment*) yang menilai kesiapan siswa, proses, dan hasil belajar secara utuh. Keterpaduan penilaian ketiga komponen tersebut akan menggambarkan kapasitas, gaya, dan perolehan belajar siswa atau bahkan mampu menghasilkan dampak instruksional (*instructional effect*) dan dampak pengiring (*nurturant effect*) dari pembelajaran.

Hasil penilaian otentik dapat digunakan oleh guru untuk merencanakan program perbaikan (*remedial*), pengayaan (*enrichment*), atau

pelayanan konseling. Selain itu, hasil penilaian otentik dapat digunakan sebagai bahan untuk memperbaiki proses pembelajaran sesuai dengan Standar Penilaian Pendidikan. Evaluasi proses pembelajaran dilakukan saat proses pembelajaran dengan menggunakan alat: angket, observasi, catatan anekdot, dan refleksi.

**Contoh: *Format Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Kurikulum 2006 (PeRMEndiknas No.41 Tahun 2007)***

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Sekolah : .....  
Mata Pelajaran/Tema : .....  
Kelas/Semester : .....  
Alokasi Waktu : .... x .... Menit ( ..... x Pertemuan)  
Tanggal Pelaksanaan : .....

A. STANDAR KOMPETENSI (SK):

.....  
(diambil dari SK Mata Pelajaran yang terdapat pada kurikulum).

B. KOMPETENSI DASAR (KD):

.....  
(diambil dari KD yang terdapat pada kurikulum).

C. INDIKATOR:

.....  
(diambil dari Indikator pada silabus mata pelajaran di SD).

D. TUJUAN PEMBELAJARAN:

.....

E. MATERI PEMBELAJARAN:

.....

F. MODEL, METODE DAN MEDIA PEMBELAJARAN:

1. Model Pembelajaran: .....
2. Metode Pembelajaran: .....
3. Media Pembelajaran: .....



**G. LANGKAH PEMBELAJARAN:**

1. Kegiatan Awal ( ..... Menit)

- Salam Pembuka:  
.....
- Berdoa:  
.....
- Mengabsen siswa (mengecek kehadiran siswa):  
.....
- Apersepsi :  
.....
- Acuan:  
.....

2. Kegiatan Inti ( ..... Menit)

- a. Eksplorasi:  
.....
- b. Elaborasi:  
.....
- c. Konfirmasi:  
.....

3. Kegiatan Akhir ( ..... menit)

- Tanya jawab tentang materi yang diajarkan.
- Menyimpulkan materi
- Memberi kesempatan pada siswa untuk mencatat hal-hal penting.
- Melaksanakan Evaluasi dan analisis berdasarkan SKBM.
- Menutup pelajaran

**H. SUMBER PEMBELAJARAN**

Sumber Bahan: ..... (ditulis dengan tata tulis ilmiah)

**I. PENILAIAN DAN TINDAK LANJUT:**

1. Penilaian:

a. Penilaian Proses/Unjuk Kerja/Penampilan:

No	Nama Siswa	Aspek yang dinilai			Skor Akhir	Ket.
		.....	.....	.....		
1						
2						
3						

Skor Kuantitatif ( angka skala 10)

b. Penilaian Hasil/Produk:

- Prosedur penilaian: .....
- Jenis Tes : .....
- Bentuk Tes : .....
- Instrumen, Kunci Jawaban, dan Teknik Penskoran:

No	Nama Siswa	Skor	Keterangan
1			
2			
3			

Skor Kuantitatif (angka skala 10)

2. Tindak Lanjut:

- Kegiatan Remidi dilaksanakan apabila nilai siswa kurang dari KKM = .....
- Kegiatan Pengayaan dilaksanakan apabila nilai siswa lebih dari KKM = .....
- Analisis Hasil dapat dilakukan pada waktu akhir pembelajaran atau setelah pembelajaran selesai dan pelaksanaan tindak lanjut dilaksanakan oleh praktikan.....

Mengetahui:

Kepala Sekolah,

....., .....

Guru,

.....  
NIP

.....  
NIP

LAMPIRAN-LAMPIRAN:

1. Pengembangan materi dan Media pembelajaran
2. Lembar Kerja Siswa (LKS) dan kuncinya (bila ada)
3. Instrumen Penilaian:

## **PENJELASAN KOMPONEN RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP) 2006**

### **A. STANDAR KOMPETENSI:**

(diambil dari Standar Kompetensi mata pelajaran pada kurikulum)

### **B. KOMPETENSI DASAR:**

(diambil dari Kompetensi Dasar yang terdapat pada kurikulum).

### **C. INDIKATOR:**

Indikator kompetensi adalah perilaku yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk menunjukkan ketercapaian kompetensi dasar tertentu yang menjadi acuan penilaian mata pelajaran. Indikator pencapaian kompetensi dirumuskan dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diamati dan diukur, yang mencakup pengetahuan, sikap, dan perilaku.

### **D. TUJUAN PEMBELAJARAN:**

Tujuan pembelajaran menggambarkan proses dan hasil belajar yang diharapkan dicapai oleh peserta didik sesuai dengan kompetensi dasar.

- Tujuan Pembelajaran dikembangkan oleh guru berdasarkan indikator yang ada.
- Satu indikator dapat dikembangkan menjadi beberapa rumusan Tujuan Pembelajaran.
- Rumusan Tujuan Pembelajaran mencakup komponen yang terdapat pada Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK), yaitu:
  - Mencakup komponen A. B, C, D (Audience, Behavior, Condition, Degree).
  - Menggunakan kata kerja operasional yang terukur/dapat dinilai/diamati.
  - Satu rumusan tujuan pembelajaran hanya memuat satu tingkah laku.
  - Rumusan tujuan pembelajaran disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran.

### **E. MATERI PEMBELAJARAN:**

#### **1. Pendekatan Tematik:**

- Mencantumkan jaringan pokok materi pembelajaran
- Menuliskan rangkuman materi pembelajaran sesuai dengan jaringan pokok materi pembelajaran.

#### **2. Pendekatan Mata Pelajaran: Berisi rangkuman materi pembelajaran yang akan diajarkan.**

Materi pembelajaran selengkapnya sesuai dengan buku sumber dilampirkan pada RPP.

#### F. METODE DAN MEDIA PEMBELAJARAN:

1. Model Pembelajaran : Tuliskan model pembelajaran inovatif yang akan diterapkan dalam pembelajaran (Misal: Quantum, CTL, Kooperatif, Struktural, PAKEM, RME, dll.)
2. Metode Pembelajaran:  
Tuliskan Metode yang ditulis adalah metode pembelajaran yang benar-benar digunakan dan sesuai dengan tujuan pembelajaran, misalnya:  
Metode ceramah bervariasi, Metode tanya jawab, Metode Diskusi, dll.
3. Media Pembelajaran:  
Tuliskan Media yang benar-benar digunakan untuk menunjang pencapaian tujuan pembelajaran.

#### G. LANGKAH PEMBELAJARAN:

1. Kegiatan Awal ( ..... Menit)
  - Salam Pembuka, Misal: “Selamat Pagi”, atau ”Assalamu’alaikum Wr.Wb”.
  - Berdoa, misalnya: “Sebelum pelajaran kita mulai mari kita berdoa bersama....”
  - Mengecek kehadiran siswa, misalnya: “Siapa yang hari ini tidak masuk?”.
  - Apersepsi (menghubungkan materi yang telah dimiliki siswa dengan materi/tujuan pembelajaran yang baru).
  - Acuan (informasi tentang kegiatan dan tujuan pembelajaran yang akan dicapai dalam satu pertemuan).
2. Kegiatan Inti ( ..... Menit)  
Kegiatan Inti harus memuat 3 (tiga ) komponen, yaitu:  
Eksplorasi, Elaborasi, dan Konfirmasi.
  - a. Eksplorasi:  
(Berikut ini contoh kegiatan yang termasuk Eksplorasi)
    1. Siswa bersama guru mencari contoh-contoh anyaman.
    2. Siswa bersama guru mengamati ciri tanaman monokotil dan dikotil di kebun sekolah.
    3. Siswa bersama guru berkunjung ke balai desa untuk memperoleh data monografi.
    4. Siswa bersama guru mengamati benda matematika yang ada di halaman sekolah.
    5. Siswa melakukan percobaan tentang ..... di .....

b. **Elaborasi:**

(Berikut ini contoh kegiatan yang termasuk Elaborasi)

1. Siswa bersama guru mengelompokkan jenis anyaman
2. Siswa bersama guru membuat macam/jenis anyaman
3. Siswa mengelompokkan jenis tanaman
4. Siswa mengelompokkan jenis data dari balai desa
5. Siswa mengklasifikasi jenis benda matematika
6. Siswa menyusun laporan/mempresentasikan hasil percobaan.

c. **Konfirmasi:**

(Berikut ini contoh kegiatan yang termasuk Konfirmasi)

1. Siswa bersama guru menentukan/menemukan pola anyaman
2. Siswa menyimpulkan ciri-ciri tanaman monokotil dan dikotil
3. Siswa menyimpulkan data dari balai desa
4. Siswa menemukan rumus keliling benda matematika
5. Siswa bersama guru menyimpulkan hasil percobaan

**Catatan:**

- Langkah-langkah kegiatan belajar sesuai dengan tujuan pembelajaran.
- Pada bagian ini penekanannya pada aktivitas siswa/berpusat pada siswa.
- Pemenggalan waktu berdasarkan jumlah kegiatan.
- Semua kegiatan yang akan dilaksanakan harus ditulis secara rinci dan runtut.
- Semua kegiatan yang akan dilaksanakan sesuai dengan Model Pembelajaran yang dipilih.

Pelaksanaan kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai KD yang dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Kegiatan inti menggunakan metode yang disesuaikan dengan karakteristik peserta didik dan mata pelajaran, yang dapat meliputi proses eksplorasi, elaborasi, dan konfirmasi. (PerMendiknas No. 41 Tahun 2007 tentang Standar Proses).

3. Kegiatan Akhir ( ..... menit)

- Siswa diberikan kesempatan untuk menanyakan hal yang belum jelas
- Siswa bersama guru menyimpulkan materi pelajaran
- Siswa mencatat hal-hal yang penting dari materi pelajaran
- Siswa melaksanakan evaluasi dan analisis hasil evaluasi berdasarkan KKM.
- Siswa bersama guru mengakhiri pelajaran dengan berdoa
- Siswa menjawab salam dari guru.

H. SUMBER PEMBELAJARAN:

(ditulis dengan tata tulis ilmiah) dengan urutan penulisan: Nama pengarang. Tahun terbit. Judul Buku. Kota Penerbit: Nama Penerbit. (halaman ....)

I. PENILAIAN DAN TINDAK LANJUT

1. Penilaian:

a. Penilaian Proses:

Penilaian Proses/Unjuk kerja/Penampilan: (aspek yang dinilai disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran).

No	Nama Siswa	Aspek yang dinilai			Skor Akhir	Ket.
		.....	.....	.....		
1	Ani	7,0	8,0	7,5	7,5	
2	Budi	7,5	7,0	7,0	7,2	

Skor Kuantitatif ( angka skala 10)

b. Penilaian Hasil/Produk: (tidak harus tes):

- Prosedur penilaian: (Tuliskan: Penilaian proses, dan atau Penilaian hasil)
- Jenis Tes : (Tuliskan: Tulis, Lisan, dan atau Perbuatan)
- Bentuk Tes: (Tuliskan: Objektif, dan atau Subjektif)
- Instrumen, Kunci Jawaban, dan Teknik Penskoran.

Daftar Skor Hasil:

No	Nama Siswa	Skor Akhir	Keterangan
1	Ani	8,0	
2	Budi	7,3	

Skor Kuantitatif (angka skala 10)

2. Tindak Lanjut: (Tuliskan kalimat)

- Kegiatan Remidi dilaksanakan apabila nilai siswa kurang dari KKM.
- Kegiatan Pengayaan dilaksanakan apabila nilai siswa  $\geq$  KKM.
- Analisis Hasil dapat dilakukan pada waktu akhir pembelajaran atau setelah pembelajaran selesai dan pelaksanaan tindak lanjut dilaksanakan.

**RANGKUMAN EKSPLORASI, ELABORASI, KONFIRMASI EKSPLORASI:**

- Melibatkan siswa mencari informasi.
- Menerapkan prinsip alam takambang jadi guru dan belajar dari aneka sumber;
- Menggunakan beragam pendekatan, media, dan sumber belajar lain
- Memfasilitasi terjadinya interaksi siswa-siswa, siswa-guru, lingkungan, dan sumber belajar lain
- Melibatkan siswa secara aktif dlm PBM; dan
- Memfasilitasi siswa melakukan percobaan di laboratorium, studio, atau lapangan.

**ELABORASI:**

- Membiasakan siswa membaca dan menulis yang beragam melalui tugas-tugas yang bermakna;
- Memfasilitasi siswa melalui pemberian tugas, diskusi, dll untuk memunculkan gagasan baru, lisan maupun tertulis;
- Memberi kesempatan untuk berpikir, menganalisis, menyelesaikan masalah, dan bertindak tanpa rasa takut;
- Memfasilitasi siswa dalam PBM kooperatif dan kolaboratif;
- Memfasilitasi siswa berkompetisi secara sehat untuk meningkatkan prestasi belajar;
- Memfasilitasi siswa membuat laporan eksplorasi secara lisan, tertulis, individual maupun kelompok;
- Memfasilitasi siswa untuk menyajikan kreasi; kerja individual maupun kelompok;
- Memfasilitasi siswa melakukan pameran, turnamen, festival, serta produk yang dihasilkan;
- Memfasilitasi siswa melakukan kegiatan yang menumbuhkan kebanggaan dan rasa percaya diri siswa.

### **KONFIRMASI:**

- Memberikan umpan balik, penguatan dalam bentuk lisan, tulisan, isyarat, maupun hadiah terhadap keberhasilan siswa,
- Memberikan konfirmasi terhadap hasil eksplorasi dan elaborasi siswa melalui berbagai sumber,
- Memfasilitasi siswa melakukan refleksi untuk memperoleh pengalaman belajar yang telah dilakukan,
- Memfasilitasi siswa untuk memperoleh pengalaman yang bermakna dalam mencapai kompetensi dasar:
  - Berfungsi sebagai narasumber, dan fasilitator dalam menjawab pertanyaan siswa yg menghadapi kesulitan, Membantu menyelesaikan masalah;
  - memberi acuan agar siswa dapat melakukan pengecekan hasil eksplorasi;
  - Memberi informasi untuk bereksplorasi lebih jauh;
  - Memberikan motivasi pada siswa yang kurang/belum berpartisipasi aktif.

### **KATA KERJA OPERASIONAL (KKO) – EKSPLORASI:**

- |                     |                   |
|---------------------|-------------------|
| • Mencari informasi | Mendaftar         |
| • Mengumpulkan      | Mengingat kembali |
| • Menanyakan        | Menyiapkan        |
| • Mengamati         | Mengelompokkan    |
| • Berkunjung        | Menanyakan        |
| • Mencatat          | Menghafalkan      |
| • Mendengarkan      | Memperhatikan     |
| • Mengurutkan       | Menirukan         |
| • Melihat           | Mengulangi, dll.  |

### **KATA KERJA OPERASIONAL (KKO) - ELABORASI:**

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| • Melaksanakan tugas | Menyusun laporan   |
| • Mendiskusikan      | Mempresentasikan   |
| • Menganalisis       | Menghubungkan      |
| • Menyelesaikan      | Membedakan         |
| • Menghitung         | Membandingkan      |
| • Mengerjakan        | Memamerkan         |
| • Bekerjasama        | Mempertunjukkan    |
| • Menentukan         | Melaporkan         |
| • Mengembangkan      | Meningkatkan, dll. |



**KATA KERJA OPERASIONAL (KKO) – KONFIRMASI:**

- Memberi Umpan balik      Memberi petunjuk
- Memperkuat                  Memotivasi
- Memberi hadiah            Menyimpulkan
- Mencocokkan               Menegaskan
- Membahas                    Membetulkan
- Merefleksi                    Mendorong
- Menjawab                    Menanggapi
- Membantu                     Merumuskan
- Memberi acuan               Mengklarifikasi, dll.

**DAFTAR KATA KERJA OPERASIONAL  
UNTUK MERUMUSKAN STANDAR KOMPETENSI (SK) DAN  
KOMPETENSI DASAR (KD)**

<b>Kata Kerja Operasional</b>	
<b>Standar kompetensi</b>	<b>Kompetensi Dasar</b>
Mendefinisikan '	Menunjukkan
Menerapkan	Membaca
Mengkoristruksikan	Menghitung
Mengidentifikasi	Menggambarkan
Mengenal	Melafalkan
Menyelesaikan	Mengucapkan
Menyusun	Membedakan
	Mengidentifikasi
	Menafsirkan
	Menerapkan
	Menceriterakan
	Menggunakan
	Menentukan
	Menyusun
	Menyimpulkan
	Mendemonstrasikan
	Menterjemahkan
	Merumuskan

	Menyelesaikan
	Menganalisis
	Mensintesis
	Mengevaluasi

Keterangan :

1. Satu kata kerja tertentu (misal mengidentifikasi) dapat dipakai pada Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar. Perbedaannya adalah pada Standar Kompetensi cakupannya lebih luas dari Kompetensi Dasar.
2. Satu butir Standar Kompetensi dapat diuraikan menjadi 3 sampai 6 butir atau lebih Kompetensi Dasar.
3. Satu butir Kompetensi Dasar nantinya harus dapat diuraikan menjadi minimal 2 butir indikator.
4. Pada Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar belum memuat indikator secara rinci.

#### DAFTAR KATA KERJA OPERSIONAL (RANAH KOGNITIF)

<b>PENGETAHUAN</b>	<b>PEMAHAMAN</b>	<b>PENERAPAN</b>
Mengutip	Menperkirakan	Menugaskan
Menyebutkan	Menjelaskan	Mengurutkan
Menjelaskan	Mengkategorikan	Menentukan
Menggambar	Mencirikan	Menerapkan
Membilang	Merinci	Menyesuaikan
Mengidentifikasi	Mengasosiasikan	Mengkalkulasi
Mendaftar	Membandingkan	Memodifikasi
Menunjukkan	Menghitung	Mengklasifikasi
Memberi label	Mengkontraskan	Menghitung
Memberi indek	Mengubah	Membangun
Memasangkan	Mempertahankan	Membiasakan
Menamai	Menguraikan	Mencegah
Menandai	Menjalin	Mengambarkan
Membaca	Membedakan	Menggunakan
Menyadari	Mendiskusikan	Menilai
Menghafal	Menggali	Melatih
Meniru	Mencontohkan	Menggali
Mencatat	Menerangkan	Mengemukakan

Mengulang	Mengemukakan	Mengadaptasi
Mereproduksi	Mempolakan	Menyelidiki
Meninjau	Mcmperluas	Mengoperasikan
Memilih	Menyimpulkan	Mempersoalkan
Menyatakan	Meramalkan	Mengkonsepkan
Mempelajari	Merangkum	Melaksanakan
Mentabulasi	Menjabarkan	Meramalkan
Memberi Kode		Memproduksi
Menulis		Memproses
		Mengaitkan
		Menyusun
		Mensimulasikan
		Memecahkan
		Melakukan
		Mentabulasi

<b>ANALISIS</b>	<b>SINTESIS</b>	<b>EVALUASI</b>
Menganalisis	Mengabstraksi	Membandingkan
Mengaudit	Mengatur	Menyimpulkan
Memecah	Menganimasi	Menilai
Menegaskan	Mengumpulkan	Mengarahkan
Mendeteksi	Mengkategorikan	Mengkritik
Mendiagnosis	Mengkode	Menimbang
Menyeleksi	Mengombinasikan	Memutuskan
Memerinci	Menyusun	Memisahkan
Menominasikan	Mengarang	Memprediksi
Mendiagramkan	Membangun	Memperjelas
Mengorelasikan	Menanggulangi	Menugaskan
Merasionalkan	Menghubungkan	Menafsirkan
Menguji	Menciptakan	Mempertahankan
Mencerahkan	Mengkreasikan	Merinci
Menjelajah	Mengoreksi	Mengukur
Membagangkan	Merancang	Merangkum
Menyimpulkan	Merencanakan	Membuktikan
Menemukan	Mendikte	Mendukung
Menelaah	Meningkatkan	Memvalidasi
Memaksimalkan	Memperjelas	Mengetes

Memcintahkan	Memfasilitasi	Memilih
Mengedit	Membentuk	Memproyeksi
Mengaitkan	Merumuskan	Menginternalisasikan
Memilih	Menggeneralisasi	
Mengukur	Menggabungkan	
Melatih	Memadukan	
Mentransfer	Membatasi	
	Mereparasi	
	Menampilkan	
	Menyiapkan	
	Memproduksi	
	Merangkum	
	Mengkonstruksi	

#### DAFTAR KATA KERJA OPERASIONAL (RANAH AFEKTIF)

MENERIMA	MENANGGAPI	MENILAI
Memilih	Menjawab	Mengasumsikan
Mempertanyakan	Membantu	Meyakini
Mengikuti	Mengajukan	Melengkapi
Memberi	Mengompromikan	Meyakinkan
Menganut	Menyenangi	Memprakarsai
Mematuhi	Menyambut	Mengimani
Meminati	Mendukung	Mengundang
	Menyetujui	Menggabungkan
	Menampilkan	Memperjelas
	Melaporkan	Mengusulkan
	Memilih	Menekankan
	Mengatakan	Menyumbang
	Memilah	
	Menolak	

<b>MENGELOLA</b>	<b>MENGHAYATI</b>
Menganut	Mengubah perilaku
Mengubah	Berbuat sesuai akhlak mulia
Menata	Mempengaruhi
Mengklasifikasikan	Mendengarkan
Mengombinasikan	Mengkualifikasi
Mempertahankan	Melayani
Membangun	Menunjukkan
Membentuk pendapat	Membuktikan
Memadukan	Memecahkan
Mengelola	
Menegosiasikan	
Merembuk	

### **DAFTAR KATA KERJA OPERASIONAL (RANAH PSIKOMOTOR)**

<b>PENIRUAN</b>	<b>MANIPULASI</b>	<b>ARTIKULASI</b>	<b>PENGALAMIAHAN</b>
Mengaktifkan	Mengoreksi	Mengalihkan	Mengalihkan
Menyesuaikan	Mendemonstrasikan	Menggantikan	Mempertajam
Menggabungkan	Merancang	Memutar	Membentuk
Melamar	Memilah	Mengirim	Memadankan
Mengatur	Melatih	Memindahkan	Menggunakan
Mengumpulkan	Memperbaiki	Mendorong	Memulai
Merimbang	Mengidentifikasi	Menarik	Menyetir
Memperkecil	Mengisi	Memproduksi	Menjeniskan
Membangun	Menempatkan	Mencampur	Menempel
Mengubah	Membuat	Mengoperasikan	Mensketsa
Membersihkan	Memanipulasi	Mengemas	Meloggarkan
Memosisikan	Mereparasi	Membungkus	Menimbang
Mengkonstruksikan	Mencampur		

**NILAI-NILAI  
DALAM PENDIDIKAN BUDAYA DAN KARAKTER BANGSA  
(PBKB)**

No	NILAI	DESKRIPSI
1	Religius	Sikap dan perilaku yang patuh dalam melaksanakan ajaran agama yang dianutnya, toleran terhadap pelaksanaan ibadah agama lain, dan hidup rukun dengan pemeluk agama lain.
2	Jujur	Perilaku yang didasarkan pada upaya menjadikan dirinya sebagai orang yang selalu dapat dipercaya dalam perkataan, tindakan, dan pekerjaan.
3	Toleransi	Sikap dan tindakan yang menghargai perbedaan agama, suku, etnis, pendapat, sikap, dan tindakan orang lain yang berbeda dari dirinya.
4	Disiplin	Tindakan yang menunjukkan perilaku tertib dan patuh pada berbagai ketentuan dan peraturan.
5	Kerja Keras	Perilaku yang menunjukkan upaya sungguh-sungguh dalam mengatasi berbagai hambatan belajar dan tugas, serta menyelesaikan tugas dengan sebaik-baiknya.
6	Kreatif	Berpikir dan melakukan sesuatu untuk menghasilkan cara atau hasil baru dari sesuatu yang telah dimiliki.
7	Mandiri	Sikap dan perilaku yang tidak mudah tergantung pada orang lain dalam menyelesaikan tugas-tugas.
8	Demokratis	Cara berfikir, bersikap, dan bertindak yang menilai sama hak dan kewajiban dirinya dan orang lain.
9	Rasa Ingin Tahu	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya untuk mengetahui lebih mendalam dan meluas dari sesuatu yang dipelajarinya, dilihat, dan

		didengar.
10	Semangat Kebangsaan	Cara berpikir, bertindak, dan berwawasan yang menempatkan kepentingan bangsa dan negara di atas kepentingan diri dan kelompoknya.
11	Cinta Tanah Air	Cara berfikir, bersikap, dan berbuat yang menunjukkan kesetiaan, kepedulian, dan penghargaan yang tinggi terhadap bahasa, lingkungan fisik, sosial, budaya, ekonomi, dan politik bangsa.
12	Menghargai Prestasi	Sikap dan tindakan yang mendorong dirinya untuk menghasilkan sesuatu yang berguna bagi masyarakat, dan mengakui, serta menghormati keberhasilan orang lain.
13	Bersahabat/ Komunikatif	Tindakan yang memperlihatkan rasa senang berbicara, bergaul, dan bekerja sama dengan orang lain.
14	Cinta Damai	Sikap, perkataan, dan tindakan yang menyebabkan orang lain merasa senang dan aman atas kehadiran dirinya.
15	Gemar Membaca	Kebiasaan menyediakan waktu untuk membaca berbagai bacaan yang memberikan kebajikan bagi dirinya.
16	Peduli Lingkungan	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya mencegah kerusakan pada lingkungan alam di sekitarnya, dan mengembangkan upaya-upaya untuk memperbaiki kerusakan alam yang sudah terjadi.
17	Peduli Sosial	Sikap dan tindakan yang selalu ingin memberi bantuan pada orang lain dan masyarakat yang membutuhkan.
18	Tanggung jawab	Sikap dan perilaku seseorang untuk melaksanakan tugas dan kewajibannya, yang seharusnya dia lakukan, terhadap diri sendiri, masyarakat, lingkungan (alam, sosial dan budaya), negara dan Tuhan Yang Maha Esa.

**Contoh Format RPP (Kurikulum 2013)**

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)**

Satuan Pendidikan : .....  
Kelas/Semester : .....  
Tema / Sub Tema : .....  
Pembelajaran ke : .....  
Alokasi Waktu : .....

**A. KOMPETENSI INTI:**

.....  
(diambil dari Kompetensi Inti pada PeRMEndikbud No 67/2013).

**B. KOMPETENSI DASAR:**

.....  
(diambil dari Kompetensi Dasar pada PeRMEndikbud No. 67/2013).

**C. INDIKATOR:**

.....  
(diambil dari Buku Guru Kurikulum 2013).

**D. TUJUAN PEMBELAJARAN:**

.....  
(dibuat oleh guru).

**E. MATERI PEMBELAJARAN:**

.....  
(rangkuman dari Materi/konten yang dibahas di Tema/Sub Tema)  
(Lihat PeRMEndikbud No 64/2013: Standar Isi)

**F. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN**

1. Pendekatan : .....
2. Model Pembelajaran : .....
3. Metode Pembelajaran : .....



### G. KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Salam Pembuka .....</li> <li>2. Berdoa .....</li> <li>3. Mengecek Kehadiran Siswa</li> <li>4. Apersepsi ....</li> <li>5. Orientasi/Acuan ..... dll.</li> </ol>	... Menit
Inti	Deskripsikan secara rinci dan runtut sesuai dengan indikator yang ingin dicapai pada masing-masing konten, dengan proses/langkah EEK dan Pendekatan <i>Scientific</i> secara simultan, dll.	... Menit
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tanya jawab tentang materi yang diajarkan.</li> <li>2. Menyimpulkan materi</li> <li>3. Memberi kesempatan pada siswa untuk mencatat hal-hal penting.</li> <li>4. Melaksanakan penilaian dan menganalisis hasil penilaian</li> <li>5. Melaksanakan refleksi dan tindak lanjut</li> <li>6. Berdoa mengakhiri pembelajaran</li> <li>7. Salam penutup pembelajaran, dll.</li> </ol>	... Menit

### H. MEDIA DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Media Pembelajaran : .....(Lihat Buku Guru dan siswa)

Sumber Bahan : .....(ditulis dengan tata tulis ilmiah)

### I. PENILAIAN DAN TINDAK LANJUT:

#### 1. Penilaian:

##### a. Penilaian Proses/Unjuk Kerja/Penampilan:

(disiapkan untuk masing-masing kegiatan selama pembelajaran)

**Daftar Penilaian Proses/Unjuk kerja/Penampilan**

No	Nama Siswa / Kelompok	Aspek yang dinilai			Skor Akhir	Keterangan
		.....	.....	.....		
1						
2						

Skor Kuantitatif /Kualitatif

**b. Penilaian Hasil/Produk:**

Prosedur penilaian : .....

Jenis Tes : .....

Bentuk Tes : .....

Instrumen, Kunci Jawaban, dan Teknik Penskoran  
(terlampir)

**Daftar Penilaian Hasil/Produk**

No	Nama Siswa	Skor	Keterangan
1			
2			
3			

Skor Kuantitatif /Kualitatif

**2. Tindak Lanjut:**

- o Kegiatan Remedi dilaksanakan apabila nilai siswa kurang dari KKM = .....
- o Kegiatan Pengayaan dilaksanakan apabila nilai siswa lebih dari KKM = .....
- o Analisis Hasil dilakukan pada waktu akhir pembelajaran atau setelah pembelajaran selesai.

....., .....

Mengetahui: Guru,

Kepala Sekolah,

.....

NIP NIP

**LAMPIRAN-LAMPIRAN:**

1. Pengembangan materi dan Media pembelajaran
2. Lembar Kerja Siswa (LKS) dan kuncinya (bila ada)
3. Instrumen Penilaian:

## **PENJELASAN KOMPONEN RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP) 2013**

### **A. KOMPETENSI INTI :**

(diambil dari Kompetensi Inti pada PeRMEndikbud No 67/2013).

### **B. KOMPETENSI DASAR :**

(diambil dari Kompetensi Dasar pada PeRMEndikbud No 67/2013).

### **C. INDIKATOR :**

Indikator kompetensi adalah perilaku yang dapat diukur dan/atau diobservasi untuk menunjukkan ketercapaian kompetensi dasar tertentu yang menjadi acuan penilaian mata pelajaran. Indikator pencapaian kompetensi dirumuskan dengan menggunakan kata kerja operasional yang dapat diamati dan diukur, yang mencakup pengetahuan, sikap, dan perilaku. (Diambil dari Buku Guru).

### **D. TUJUAN PEMBELAJARAN:**

Tujuan pembelajaran menggambarkan proses dan hasil belajar yang diharapkan dicapai oleh peserta didik sesuai dengan kompetensi dasar.

- Tujuan Pembelajaran dikembangkan oleh guru berdasarkan indikator yang ada.
- Satu indikator dapat dikembangkan menjadi beberapa rumusan Tujuan Pembelajaran.
- Rumusan Tujuan Pembelajaran mencakup komponen yang terdapat pada Tujuan Pembelajaran Khusus (TPK), yaitu:
  - Mencakup komponen A, B, C, D (*Audience, Behavior, Condition, Degree*).
  - Menggunakan kata kerja operasional yang terukur/dapat dinilai/diamati.
  - Satu rumusan tujuan pembelajaran hanya memuat satu tingkah laku.
  - Rumusan tujuan pembelajaran disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran. (Dibuat oleh Guru yang mencakup KI-3, KI-4, KI-2, KI-1)

### **E. MATERI PEMBELAJARAN:**

1. Mencantumkan jaringan pokok materi pembelajaran
2. Menuliskan rangkuman materi pembelajaran sesuai dengan jaringan pokok materi pembelajaran. (Lihat Buku Guru dan Buku Siswa)

### **F. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN:**

1. Pendekatan Pembelajaran : Ilmiah (*Scientific approach*)

2. Model Pembelajaran : Tematik terpadu (*Integrated Thematic Instruction*)
3. Metode Pembelajaran : Tuliskan Metode yang benar-benar digunakan untuk menunjang pencapaian tujuan pembelajaran.

**G. KEGIATAN PEMBELAJARAN:**

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Salam Pembuka .....</li> <li>• Berdo'a .....</li> <li>• Mengecek Kehadiran Siswa</li> <li>• Apersepsi ....</li> <li>• Orientasi/Acuan ..... dll.</li> </ul>	... Menit
Inti	Dideskripsikan secara rinci dan runtut sesuai dengan indikator yang ingin dicapai pada masing-masing konten, dengan proses/langkah EEK dan Pendekatan <i>Scientific</i> secara simultan	... Menit
Penutup	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tanya jawab tentang materi yang diajarkan.</li> <li>• Menyimpulkan materi</li> <li>• Memberi kesempatan pada siswa untuk mencatat hal-hal penting.</li> <li>• Melaksanakan penilaian dan menganalisis hasil penilaian</li> <li>• Melaksanakan refleksi dan tindak lanjut</li> <li>• Berdoa mengakhiri pembelajaran</li> <li>• Salam penutup pembelajaran</li> <li>• dll.</li> </ul>	... Menit

**Catatan:**

- Langkah-langkah kegiatan belajar sesuai dengan tujuan pembelajaran.
- Pada bagian ini penekanannya pada aktivitas siswa/berpusat pada siswa.
- Pemenggalan/pembagian waktu berdasarkan banyaknya kegiatan.
- Semua kegiatan yang akan dilaksanakan harus ditulis secara rinci dan runtut.

Pelaksanaan kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai KD yang dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan,

menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Kegiatan inti menggunakan metode yang disesuaikan dengan karakteristik peserta didik dan mata pelajaran, yang dapat meliputi proses eksplorasi, elaborasi, dan konfirmasi secara terintegrasi, serta siswa menunjukkan aktivitas dengan pendekatan *Scientific approach instruction*.

**H. MEDIA DAN SUMBER PEMBELAJARAN:**

1. Media Pembelajaran : ..... (Lihat Buku Guru dan Buku Siswa)
2. Sumber Pembelajaran :

Ditulis dengan tata tulis ilmiah, dengan urutan penulisan:

1. Nama pengarang. Tahun terbit. Judul Buku. Kota Penerbit: Nama Penerbit. (halaman ....)
2. Diusahakan menggunakan lebih dari satu sumber
3. Sumber pembelajaran dapat berupa buku, majalah, koran, internet, nara sumber langsung, atau buku sumber lainnya.

**I. PENILAIAN DAN TINDAK LANJUT**

1. Penilaian:

a. Penilaian Proses:

Penilaian Proses/Unjuk kerja/Penampilan: (aspek yang dinilai disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran).

Daftar Skor Proses:

No	Nama Siswa	Aspek yang dinilai			Skor Akhir	Ket.
		.....	.....	.....		

Skor kuantitatif atau kualitatif

Instrumen penilaian proses, rubrik, dan teknik penskoran (terlampir)

b. Penilaian Hasil/Produk: (tidak harus tes):

- 1) Prosedur penilaian: (Tuliskan: Penilaian awal, penilaian proses, atau penilaian akhir)
- 2) Jenis Tes : (Tuliskan: Tulis, Lisan, dan atau Perbuatan)
- 3) Bentuk Tes: (Tuliskan: Objektif, dan atau Subjektif )

- 4) Instrumen, Kunci Jawaban, Rubrik, dan Teknik Penskoran (terlampir).

Daftar Skor Hasil:

No	Nama Siswa	Skor Hasil	Keterangan

Skor Kuantitatif atau kualitatif

2. Tindak Lanjut: (Misalnya dengan menuliskan kalimat sebagai berikut)
- Kegiatan Remidi dilaksanakan apabila nilai siswa kurang dari KKM.
  - Kegiatan Pengayaan dilaksanakan apabila nilai siswa lebih dari atau sama dengan KKM= .....
  - Analisis Hasil dapat dilakukan pada waktu akhir pembelajaran atau setelah pembelajaran selesai.



# **BAB VI**

## **BILANGAN DAN LAMBANGNYA**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bilangan dan lambang bilangan serta terampil mengajarkan bilangan dan lambang bilangan pada siswa sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari Bab VI ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan.
2. Menjelaskan konsep lambang bilangan.
3. Menjelaskan konsep membilang.
4. Menjelaskan konsep nilai tempat.
5. Menjelaskan konsep bilangan kardinal.
6. Menjelaskan konsep bilangan ordinal.
7. Melaksanakan pembelajaran pengenalan bilangan dan lambangnya di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang (1) konsep bilangan, (2) konsep lambang bilangan, (3) konsep membilang, (4) konsep nilai tempat, (5) pengenalan bilangan dan lambangnya serta pembelajarannya di sekolah dasar.



## A. Konsep Bilangan

Bilangan (*number*) adalah suatu ide yang bersifat abstrak. Bilangan itu bukan simbol atau lambang dan bukan pula lambang bilangan. Bilangan itu adalah sesuatu yang bersifat abstrak yang memberi keterangan mengenai banyaknya anggota suatu himpunan.

Kita perhatikan himpunan  $A = \{a, b, c\}$  yang tiap anggotanya adalah huruf dari abjad latin, dan himpunan  $B = \{\text{Jawa, Bali, Lombok}\}$  yang tiap anggotanya adalah nama pulau di Indonesia. Anggota-anggota dari himpunan A dan B itu tidak sama: tidak sama jenisnya, berlainan bentuknya, berbeda besarnya. Jadi himpunan A dan B itu tidak sama.

Apabila anggota dari himpunan A dan anggota himpunan B diadakan pemasangan, misalnya seperti yang berikut:

$$\begin{array}{ccc} \{ a, & b, & c \} \\ | & | & | \\ \{ \text{Jawa,} & \text{Bali,} & \text{Lombok} \} \end{array}$$

maka terjadi korespondensi (pemasangan) satu-satu. Ini berarti banyaknya anggota kedua himpunan itu sama. Jadi ternyata masih ada sesuatu yang sama dari kedua himpunan itu, ialah banyaknya anggota. Banyaknya anggota ini dinyatakan dengan bilangan. Dikatakan bahwa banyaknya anggota himpunan A sama dengan banyaknya anggota himpunan B, demikian pula semua himpunan lain yang ekuivalen dengan A, bilangannya sama. Pada himpunan ini, bilangan tersebut dinamakan tiga.

Himpunan-himpunan lain dapat pula memiliki sifat kesamaan banyaknya anggota, yang berbeda dengan himpunan A dan B.

Misalnya himpunan-himpunan:

$$C = \{ \text{mangga, jambu, jeruk, durian} \}$$

$$D = \{ \text{gajah, kuda, sapi, kambing} \}$$

$$E = \{ \text{Andi, Budi, Citra, Danang} \}$$

Dengan pemasangan, akan terlihat bahwa himpunan-himpunan tersebut mempunyai anggota yang banyaknya sama (cobalah memasangkannya). Himpunan-himpunan itu dikatakan juga mempunyai bilangan yang sama. Bilangan dari himpunan-himpunan tersebut dinamakan empat. Bilangan himpunan-himpunan yang ekuivalen dengan himpunan C juga

empat. Jadi, bilangan itu adalah suatu idea, sesuatu yang abstrak, yang memberi keterangan tentang banyaknya anggota suatu himpunan dan juga himpunan-himpunan yang ekuivalen dengannya.

## B. Lambang Bilangan

Menurut sejarah perkembangan matematika, sejak zaman kuno telah menggunakan lambang untuk menyatakan konsep banyaknya anggota suatu himpunan. Mereka yang hidup di gua membuat gambar tiga rusa atau membuat tiga goresan pada batu dinding gua untuk menyatakan banyaknya rusa hasil buruan mereka. Selain itu, mereka juga menggunakan ongkokan batu (kerikil), tumpukan potongan kayu untuk menyatakan banyaknya sesuatu. Dari sejarah ini kita mengetahui bahwa banyak lambang yang dapat digunakan untuk menyatakan suatu bilangan tertentu.

Untuk dapat membedakan bilangan yang satu dari yang lainnya, maka bilangan-bilangan itu diberi nama dan lambang.

Misalnya : nama yang diberikan pada bilangan dari himpunan-himpunan yang anggotanya tunggal, dinamakan satu, dan lambangnya adalah 1. Nama bilangan dari himpunan  $\{*, *\}$  dan himpunan-himpunan yang ekuivalen dengannya, adalah dua dan lambangnya ialah 2. Nama-nama dan lambang-lambang dari bilangan-bilangan yang sudah kita kenal misalnya:

Himpunan	Nama Bilangan	Lambang Bilangan
$\{ \}$	Nol	0
$\{ * \}$	Satu	1
$\{ *, * \}$	Dua	2
$\{ *, *, * \}$	Tiga	3
$\{ *, *, *, * \}$	Empat	4
dan seterusnya	dan seterusnya	dan seterusnya

Orang dapat memberi nama yang berlainan untuk suatu bilangan, sesuai dengan bahasa yang dipergunakannya. Misalnya, bilangan satu, juga mempunyai nama siji (Jawa), hiji (Sunda), one (bahasa Inggris), wahid (bahasa Arab) dan lain-lainnya. Juga lambang suatu bilangan dapat bermacam-macam, misalnya untuk bilangan lima, lambang bilangannya dapat ditulis sebagai: 5 (Arab - Hindu), V (Romawi),  $\Delta$  (Arab), dan lain-lain.

Lambang-lambang untuk bilangan disebut lambang bilangan atau numeral. Ada lambang-lambang tertentu yang dipergunakan untuk menuliskan lambang-lambang yang lain. Misalnya, dalam penulisan lambang-lambang yang kita pergunakan, yaitu Arab-Hindu, terdapatlah lambang-lambang : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 yang dipergunakan untuk menuliskan lambang-lambang bilangan yang lain. Misalnya: bilangan delapan puluh tujuh ditulis 87 yaitu menggunakan lambang-lambang 8 dan 7.

Numeral atau lambang bilangan “tiga ratus sembilan” adalah: 309, yaitu menggunakan lambang 3, 0, 9. Lambang dasar 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 0 tersebut dinamakan angka. Demikian juga lambang-lambang I (satu), V (lima), X (sepuluh), L (lima puluh), C (seratus), D (lima ratus), M (seribu) dinamakan pula angka-angka romawi, sebab lambang-lambang tersebut dipergunakan untuk menulis numeral yang lainnya, misalnya bilangan: “empat ratus lima belas” ditulis: CDXV dengan menggunakan lambang-lambang: V, X, C, dan D.

Suatu bilangan sering pula diwakili oleh beberapa lambang, misalnya lambang bilangan sembilan dapat diwakili oleh lambang-lambang:  $5 + 4$ ;  $10 - 1$ ;  $3 \times 3$ ;  $54 : 6$ ; dan lain-lainnya. Lambang-lambang tersebut dinamakan lambang-lambang lain dari 9.

Kita hendaknya dapat membedakan antara lambang dan bilangannya, yaitu nama dan numeralnya, dan yang dilambangkan, yaitu bilangannya. Menyebut namanya atau menulis numeralnya, yang dimaksudkan adalah bilangannya, yaitu bilangan dari himpunan-himpunan yang anggotanya tunggal. Apabila lambang itu sendiri yang dimaksudkan, maka dipergunakan tanda " ". Misalnya "2" lebih besar dari pada "6". Disini yang dimaksudkan lambang-lambang itu sendiri dan bukan bilangan dua dan bilangan enam. Dengan mengacu pada kurikulum SD tahun 2013, maka untuk pengenalan konsep bilangan dan lambangnya terutama untuk SD kelas rendah tidak lagi menggunakan istilah dan notasi himpunan, tetapi dengan menggunakan benda-benda konkret tanpa mengatakan himpunan.

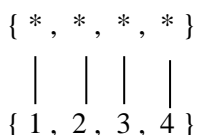
## **C. Membilang**

Menurut sejarah matematika, dalam masyarakat yang amat primitif pun telah mampu membilang. Setidak-tidaknya mereka mengetahui apabila anggota keluarga mereka, teman-teman, benda-benda yang dimiliki, atau binatang-binatang piaraan mereka itu bertambah atau berkurang. Akan tetapi, dalam masyarakat primitif terlihat bahwa pengertian mereka tentang berhitung masih sangat sederhana, mereka

hanya sekedar dapat membedakan satu, dua, tiga, ....., sepuluh, dan banyak. Misalnya dalam menghitung kambing yang mereka miliki cukup dengan menggunakan jari-jari tangan dengan melipat jari-jari mereka itu ke bawah. Perkembangan selanjutnya dari penggunaan jari atau benda-benda lain adalah dengan bentuk bunyi suara (bahasa), yaitu suatu kata dibandingkan dengan sekelompok objek.

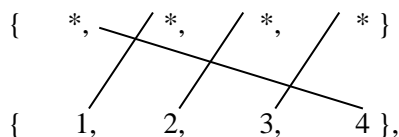
Andaikata kita membilang anggota-anggota himpunan berikut:  $\{ *, *, *, * \}$ , kita menunjuk anggota himpunan tersebut satu demi satu, misalnya dari kiri ke kanan, sambil menyebutkan bilangan-bilangan asli dalam urutan wajar mulai dari satu, yakni, satu, dua, tiga, empat. Bilangan asli yang disebutkan sambil menunjuk anggota yang terakhir adalah empat. Bilangan yang terakhir disebutkan dinamakan hasil pembilangan. Ia menunjukkan banyaknya anggota himpunan yang dibilang. Jadi banyaknya anggota himpunan tersebut tadi adalah empat.

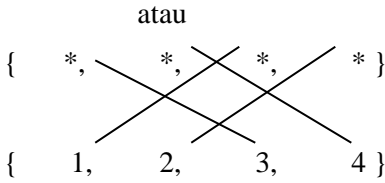
Bilangan-bilangan yang disebutkan pada waktu membilang tadi, yakni 1, 2, 3, dan 4 adalah anggot-anggota dari himpunan bilang  $\{ 1, 2, 3, 4 \}$ . Proses pembilangan ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Anggota terakhir dari himpunan bilangan tersebut adalah 4. Oleh karena itu, banyaknya anggota dari himpunan bilangan tersebut adalah 4 sehingga banyaknya anggota himpunan juga 4. Jadi, membilang anggota-anggota suatu himpunan sebenarnya adalah meletakkan korespondensi (pemasangan) satu-satu antara himpunan itu dengan suatu himpunan bilangan. Hasil membilanganya, yaitu bilangan terakhir yang disebutkan, menunjukkan banyaknya anggota himpunan tadi.

Apabila pemasangan kedua himpunan dalam contoh kita tadi dilakukan dengan cara lain, misalnya:





maka ternyata bahwa tetap ada korespondensi satu-satu antara kedua himpunan tersebut. Ini berarti bahwa bagaimanapun urutan anggota-anggota yang dibilang, hasil pembilangannya adalah tetap. Dengan kata lain: hasil pembilangan suatu himpunan tidak bergantung pada urutan anggota-anggota yang dibilang.

Membilang juga mempunyai arti mengucapkan jajaran bilangan asli, tanpa menghubungkannya dengan suatu himpunan. Misalnya: seorang yang tidak dapat tidur dinasehatkan untuk membilang sampai seratus. Mengucapkan baris bilangan asli 1, 2, 3, ... juga disebut membilang biasa. Di samping membilang biasa juga ada membilang loncat dua-dua, membilang loncat tiga-tiga, membilang loncat empat-empat dan seterusnya. Membilang loncat dua-dua ialah mengucapkan bilangan-bilangan 2, 4, 6, 8, ... . Membilang loncat tiga ialah mengucapkan bilangan-bilangan 3, 6, 9, 12, ... . Membilang loncat empat ialah mengucapkan bilangan-bilangan 4, 8, 12, 16, ..... dan seterusnya.

## D. Nilai Tempat

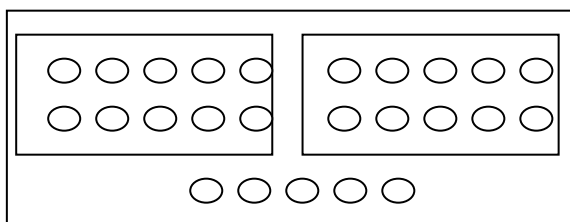
Penulisan bilangan dalam sistem nilai tempat (posisi) adalah penemuan bangsa India. Sistem ini berkembang ke tanah Arab sampai seorang ahli Matematika Arab di Istana Bagdad pada abad ke-9 yang bernama: Abu Abdullah Muhammad bin Musa Al Hawaritzmi menguraikan cara penulisan dan pelaksanaan pengerjaan hitung itu dalam bukunya. Kata Al Hawaritzmi sebetulnya adalah kota kelahirannya, namun oleh orang Eropa disangka namanya dan nama ini diabadikan dalam bahasa Latin dengan nama Algoritmus. Kata Algoritmus sekarang berarti suatu teknik untuk melakukan suatu perhitungan seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan sebagainya. Di Jawa, sistem posisi lebih dahulu dikenal dari pada di Eropa karena dibawa oleh orang India sendiri (seiring dengan masuknya agama Hindu).

Sistem bilangan yang kita gunakan sekarang yaitu dengan lambang dasar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 disebut sistem Hindu-Arab. Disebut demikian menurut sejarahnya sistem ini ditemukan oleh orang Hindu yang oleh orang Arab disempurnakan dan diperkenalkan ke Benua Eropa.

Sistem ini disebut pula sistem desimal karena menggunakan bilangan dasar sepuluh. Perkataan desimal berasal dari kata Latin "*decem*" yang artinya sepuluh.

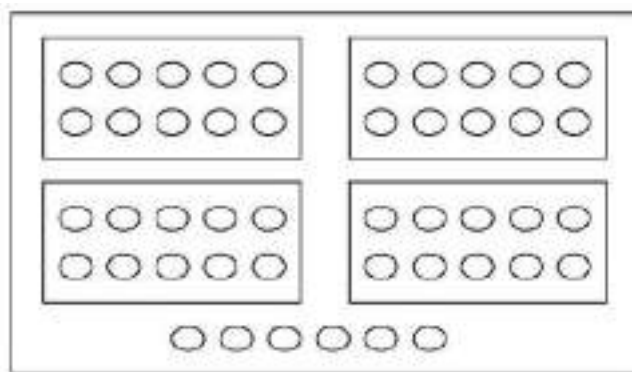
Perhatikan pernyataan berikut ini, "Banyaknya siswa kelas III ada 25 orang". Dalam pernyataan itu, lambang bilangan "25" ditulis dalam sistem desimal, karena dalam membilang banyaknya siswa kelas III itu, siswa-siswa tersebut dikelompokkan dalam kelompok-kelompok sepuluh orang.

Perhatikan gambar berikut ini.



Ada 2 kelompok sepuluh siswa dan 5 kelompok satuan siswa. Jadi banyaknya siswa ada :  $2 \times 10 + 5 = 25$  orang.

Untuk menulis lambang bilangan dalam sistem desimal diperlukan sepuluh buah angka, yaitu : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 0. Cara menulis lambang bilangan yang lebih dari sembilan, ditulis dengan menggunakan kombinasi dari angka-angka itu, misal 25, 146, dan sebagainya. Sekarang cobalah Anda perhatikan pernyataan berikut ini : "Di halaman itu ada 46 ekor kambing". Lambang bilangan 46 ditulis dalam sistem desimal, yaitu dengan cara membilang banyaknya kambing itu. Kambing-kambing itu dikelompokkan dalam kelompok-kelompok sepuluh kambing.



Ada 4 kelompok puluhan kambing dan 6 kelompok satuan kambing. Jadi banyaknya kambing ada  $4 \times 10 + 6 = 46$  kambing.

Dalam membilang banyaknya penduduk di kampung Anda, mungkin saja banyaknya kelompok puluhan penduduk itu lebih dari sepuluh buah, maka tiap 10 kelompok puluhan penduduk dapat dikelompokkan menjadi satu kelompok baru, yaitu kelompok ratusan penduduk. Jika misalnya penduduk di kampung anda terdiri dari 3 kelompok ratusan penduduk, 2 kelompok puluhan penduduk, dan 5 kelompok satuan penduduk, maka banyaknya penduduk ada:  $3 \times 100 + 2 \times 10 + 5 = 300 + 20 + 5 = 325$  orang.

Selanjutnya apakah artinya 647? Makna 647 ialah lambang bilangan yang menunjukkan adanya 6 kelompok ratusan, 4 kelompok puluhan, dan 7 kelompok satuan. Bentuk panjang dari 647 ialah  $6 \times 100 + 4 \times 10 + 7 = 600 + 40 + 7$ .

Bagaimanakah bentuk panjang dari 2465 ? Bentuk panjang dari 2465 ialah:  $2 \times 1000 + 4 \times 100 + 6 \times 10 + 5 = 2000 + 400 + 60 + 5$ . Lambang bilangan seperti 25, 46, 325, dan 2465 pada contoh-contoh di atas, disebut lambang bilangan dengan sistem nilai tempat atau sistem posisi, dengan basis sepuluh (desimal). Perhatikan bahwa lambang bilangan yang kita gunakan memiliki dua ciri, yaitu : (a) ciri nilai tempat, dan (b) ciri basis sepuluh.

Lambang bilangan dikatakan menggunakan sistem nilai tempat (posisi) karena nilai setiap angka dalam suatu lambang bilangan tergantung pada tempatnya (posisinya) dalam lambangnya. Perhatikan lambang 555. Ketiga angka itu sama, tetapi angka pertama (dari kanan) bernilai lima, angka kedua bernilai lima puluh, dan angka ketiga bernilai lima ratus. Jadi nilai angka bergantung pada tempatnya. Sistem nilai tempat mempunyai keunggulan sebagai berikut:

1. Singkat: Keunggulan sistem nilai tempat dibandingkan dengan sistem lain ialah singkatnya lambang yang menggunakan sistem nilai tempat.
2. Memungkinkan berbagai algoritma: Lambang bilangan bersistem nilai tempat memungkinkan berbagai algoritma yang sangat berfaedah, sedang lambang-lambang lain tidak. Yang dimaksud dengan algoritma ialah teknik melaksanakan pengerjaan hitung (seperti menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan dan sebagainya).

## **E. Bilangan Desimal (Basis 10) dan Nilai Tempat**

Sistem bilangan yang kita pakai disebut sistem “Hindu-Arab”. Menurut sejarah, lambang bilangan tersebut ditemukan oleh orang Hindu yang oleh orang Arab disempurnakan dan diperkenalkan ke benua Eropa. Sistem Hindu-Arab disebut juga sistem “desimal” karena bilangan

tersebut menggunakan dasar (basis) sepuluh. Desimal (kata Latin = *decem*) artinya sepuluh. Untuk menulis lambang bilangan dalam sistem desimal diperlukan 10 buah angka yaitu: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9.

Contoh lain :

Lambang bilangan “43” berarti ada 4 kelompok puluhan dan 3 kelompok satuan, sehingga berarti  $4 \times 10 + 3 = 40 + 3 = 43$

Sekarang perhatikan contoh berikut:

Misalkan penduduk di kampung Anda terdiri dari 3 kelompok ratusan penduduk, 2 kelompok puluhan penduduk, dan 5 kelompok satuan penduduk, maka banyaknya penduduk di kampung Anda adalah :

$$\begin{aligned} 3 \times 100 + 2 \times 10 + 5 &= 3 \times 10^2 + 2 \times 10 + 5 \\ &= 300 + 20 + 5 \\ &= 325 \text{ orang} \end{aligned}$$

Sekarang bagaimanakah bentuk panjang dari 2375 dan 245,76 ?

Jawab :

Bentuk panjang dari 2375 adalah :

$$\begin{aligned} 2375 &= 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 \\ &= 2000 + 300 + 70 + 5 \end{aligned}$$

Sedangkan bentuk panjang dari 245,76 adalah :

$$\begin{aligned} 245,76 &= 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} \\ &= 200 + 40 + 5 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100} \end{aligned}$$

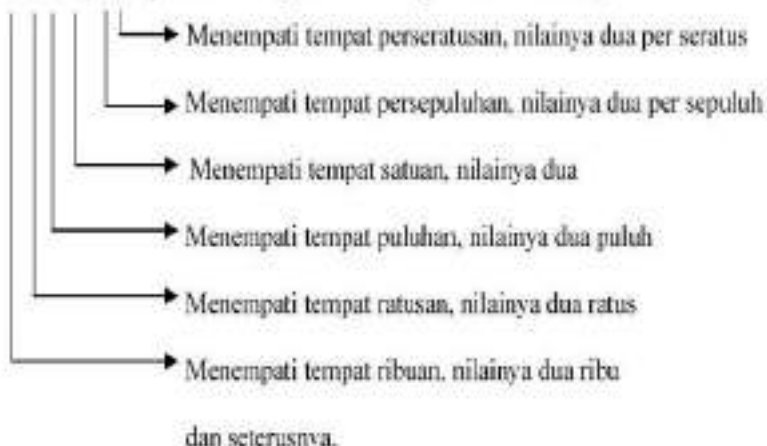
atau

$$= 200 + 40 + 5 + 0,7 + 0,06$$

Lambang bilangan seperti 25, 43, 325, 2375, dan 245,76 pada contoh di atas disebut lambang bilangan dengan sistem Nilai Tempat atau Sistem Posisi dengan basis sepuluh (desimal). Ciri lambang bilangan Hindu-Arab adalah: (1) menggunakan sistem nilai tempat, (2) menggunakan basis Sepuluh. Arti nilai tempat adalah Nilai suatu angka tergantung pada tempatnya.



Contoh : 2 2 2 2 , 2 2 ( keenam angka sama tetapi nilai berbeda )



Selain lambang bilangan yang kita gunakan (Hindu Arab), kita juga mengenal :

1. Lambang bilangan dengan basis sepuluh, tetapi tidak dengan sistem nilai tempat.

Contohnya : - Lambang bilangan Mesir  
- Lambang bilangan Romawi  
- Lambang bilangan Cina – Jepang, dan sebagainya

2. Lambang bilangan dengan sistem Nilai Tempat, tetapi dengan basis bukan sepuluh.

Contohnya : - Basis dua  
- Basis tiga  
- Basis empat, dan seterusnya

## F. Bilangan Romawi

Sistem numerasi Romawi ini sudah ada sejak tahun 260 SM. Akan tetapi, sistem Bilangan Romawi yang kita kenal sekarang ini belum lama dikembangkan. Sistem yang ada sekarang ini merupakan penyempurnaan dari sistem yang lama. Sistem numerasi Romawi ini menggunakan bilangan dasar 10. Lambang-lambang dasarnya adalah sebagai berikut.

I = 1	V = 5	X = 10	L = 50
C = 100	D = 500	M = 1000	

Lambang bilangan 1 sampai 10 tertulis sebagai berikut:

I	= 1	VI	= 6
II	= 2	VII	= 7
III	= 3	VIII	= 8
IV	= 4	IX	= 9
V	= 5	X	= 10

Pada sistem yang lama, bilangan 4 ditulis IIII dan 9 ditulis VIII. Terdapat beberapa kekurangan atau kelemahan sistem angka romawi, yakni : (1) tidak ada angka nol (0); (2) terlalu panjang untuk menyebut bilangan tertentu, sehingga kurang efisien; (3) terbatas untuk bilangan-bilangan kecil saja; (4) tidak menggunakan sistem nilai tempat; (5) tidak mengenal operasi hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian). Persamaannya dengan sistem numerasi hindu arab adalah sama-sama menggunakan basis sepuluh. Perbedaan dengan sistem numerasi hindu arab adalah sistem numerasi hindu arab menggunakan sistem nilai tempat, sedangkan sistem numerasi romawi tidak menggunakan sistem nilai tempat.

Untuk menuliskan suatu bilangan lain di luar lambang dasar, adalah dengan menggabungkan lambang-lambang dasar tersebut dengan aturan sebagai berikut.

1. Bila angka itu terdiri dari dua lambang dasar atau lebih, dengan lambang bilangan yang lebih tinggi tertulis di sebelah kiri, nilai bilangan itu sama dengan jumlah dari nilai lambang-lambang dasar dari bilangan itu.

$$\begin{aligned}\text{Contoh : DCXVI} &= 500 + 100 + 10 + 6 \\ &= 616\end{aligned}$$

2. Bila angka itu terdiri dari beberapa lambang dasar dan terdapat dua atau tiga buah lambang dasar yang sama, nilai bilangan itu sama dengan jumlah dari nilai lambang-lambang dasar dari bilangan itu.

$$\begin{aligned}\text{Contoh : DCCXXXVI} &= 500 + 200 + 30 + 6 \\ &= 736\end{aligned}$$

3. Bila terdapat suatu lambang dasar yang tertulis di sebelah kirinya, lambang dasar yang tingkatannya lebih tinggi, nilai bilangan itu sama dengan bilangan dengan lambang yang bernilai tinggi dikurangi dengan bilangan dengan lambang yang bernilai rendah.

$$\text{Contoh : XL} = 50 - 10 = 40$$

$$\text{CDXLIV} = 444$$

$$\text{CCDXL} = \text{tidak berarti}$$

Pada prinsip pengurangan, I hanya dapat mengurangi V dan X, X hanya dapat mengurangi L dan C, dan C hanya dapat mengurangi D dan M. Sedangkan V, L, dan D tidak dapat digunakan untuk mengurangi lambang yang lain.

4. Untuk menuliskan bilangan yang lebih besar dari seribu digunakan aturan sebagai berikut.
- Dengan membubuhkan sebuah garis di atas suatu lambang bilangan tertentu, untuk menunjukkan nilai bilangan itu sama dengan seribu kali nilai lambang bilangan tersebut.
  - Dengan membubuhkan dua buah garis di atas suatu lambang bilangan tertentu, untuk menunjukkan nilai bilangan itu sama dengan sejuta kali nilai lambang bilangan tersebut

$$\text{Contoh : } \overline{\text{XIV}} = 1000 \times 14 = 14.000$$

$$\overline{\overline{\text{XLIX}}} = 1.000.000 \times 49 = 49.000.000$$

49 tidak boleh ditulis IL, tetapi harus ditulis XLIX

495 tidak boleh ditulis VD, tetapi harus ditulis CDXCV

Mengubah lambang bilangan Hindu Arab ke lambang bilangan Romawi :

$$45 = \text{XLV}$$

$$76 = \text{LXXVI}$$

$$247 = \text{CCXLVII}$$

$$1234 = \text{MCCXXXIV}$$

$$2876 = \text{MMDCCCLXXVI}$$

$$679 = \text{DCLXXIX}$$








Mengubah lambang bilangan Romawi ke lambang bilangan Hindu Arab :

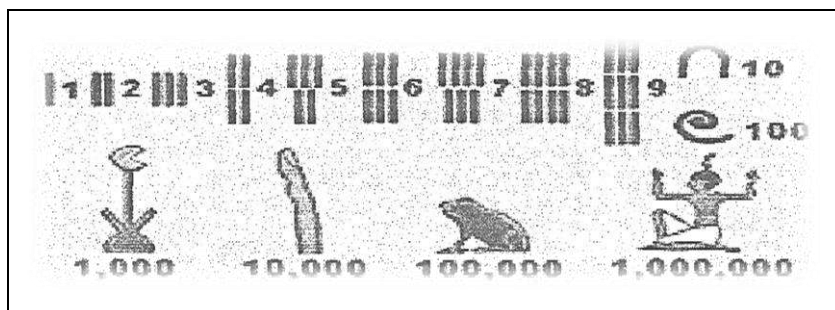
- XVI = 16
- XIX = 19
- CDXV = 415
- CDXLIV = 444
- MC = 1100
- MMXXII = 2032

### G. Beberapa Sistem Angka yang Lain

Sesuai dengan perkembangan peradaban manusia dalam memenuhi kebutuhannya, mereka perlu mencatat harta benda mereka, seperti banyaknya ternak, hasil pertanian, dan lain-lain, maka mereka perlu menuliskan bilangan-bilangan yang dipergunakan tersebut. Untuk itu, sampai sekarang kita telah mengenal beberapa macam sistem angka seperti sistem angka Hindu-Arab (yang kita pergunakan sekarang), Mesir Purba, Maya, Babylonia, Romawi, Cina, Arab, dan lain-lain.

#### 1. Angka Mesir Kuno (Hieroglyph – 2850 SM)

						
1	10	100	1000	10000	100000	$10^6$
Egyptian numeral hieroglyphs						

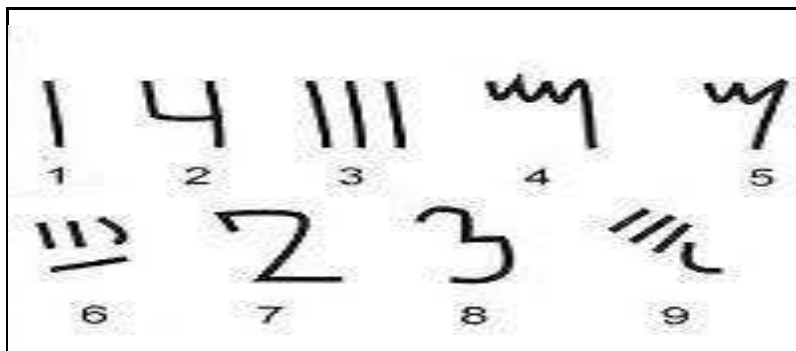


Satuan	I	II	III	IIII	V	VI	VII	VIII	IIIIII
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Puluhan	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ratusan	⊂	⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂	⊂⊂⊂
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Ribuan	↖	↗	↘	↙					
	1000	10000	100000						

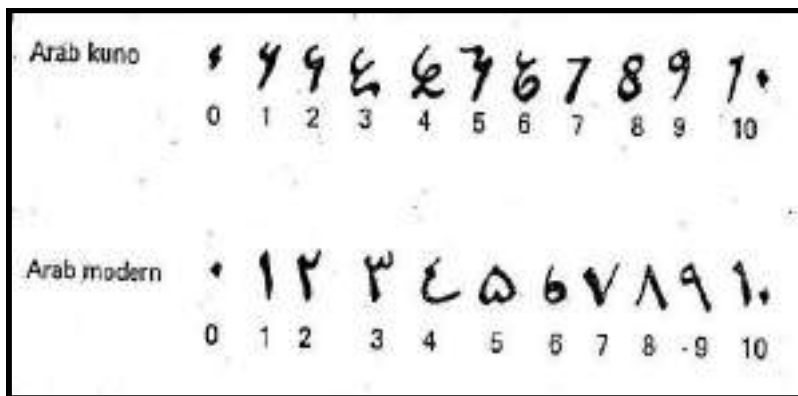
1	I	10	∩	100	⊂	1000	↖
2	II	20	∩∩	200	⊂⊂	2000	↖↖
3	III	30	∩∩∩	300	⊂⊂⊂	3000	↖↖↖
4	IIII	40	∩∩∩∩	400	⊂⊂⊂⊂	4000	↖↖↖↖
5	V	50	∩∩∩∩∩	500	⊂⊂⊂⊂⊂	5000	↖↖↖↖↖
6	VI	60	∩∩∩∩∩∩	600	⊂⊂⊂⊂⊂⊂	6000	↖↖↖↖↖↖
7	VII	70	∩∩∩∩∩∩∩	700	⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂	7000	↖↖↖↖↖↖↖
8	VIII	80	∩∩∩∩∩∩∩∩	800	⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂	8000	↖↖↖↖↖↖↖↖
9	IIIIII	90	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	900	⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂⊂	9000	↖↖↖↖↖↖↖↖↖
So, e.g. 1328 = ↖∩∩∩⊂⊂↖							

## 2. Mesir Purba Menengah

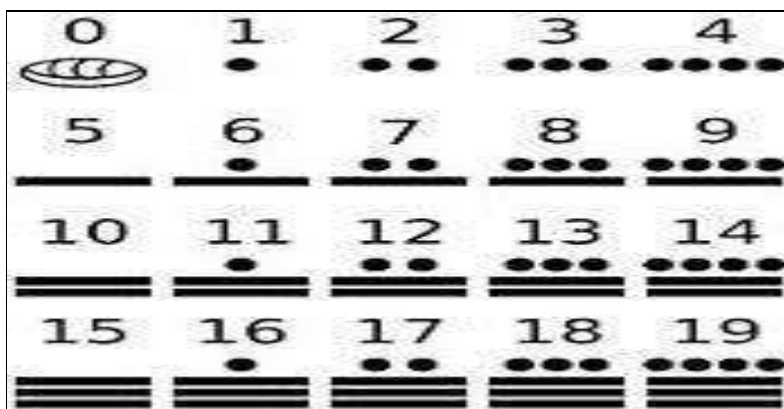
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Satuan	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
Puluhan	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
Ratusan	↖	↖↖	↖↖↖	↖↖↖↖	↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖↖↖
Ribuan	↖	↖↖	↖↖↖	↖↖↖↖	↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖↖	↖↖↖↖↖↖↖↖↖
10 ribuan	↖								
100000	↖								



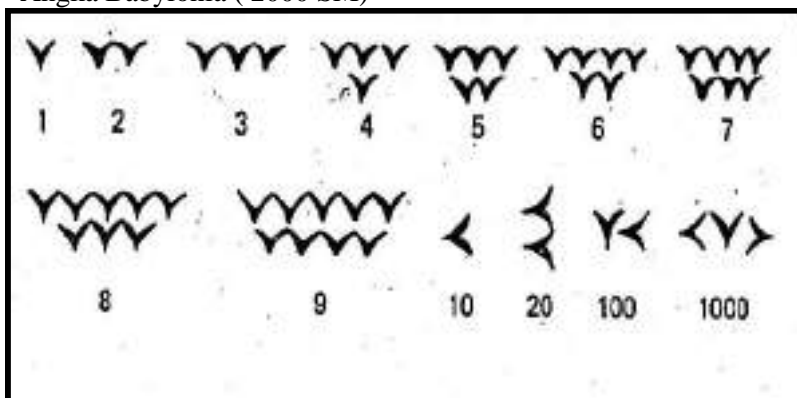
3. Arab Kuno



4. Angka Maya ( 2000 SM )



5. Angka Babylonia ( 2000 SM)



1	∩	11	<∩	21	<<∩	31	<<<∩	41	<<<∩	51	<<<∩
2	∩∩	12	<∩∩	22	<<∩∩	32	<<<∩∩	42	<<<∩∩	52	<<<∩∩
3	∩∩∩	13	<∩∩∩	23	<<∩∩∩	33	<<<∩∩∩	43	<<<∩∩∩	53	<<<∩∩∩
4	∩∩∩∩	14	<∩∩∩∩	24	<<∩∩∩∩	34	<<<∩∩∩∩	44	<<<∩∩∩∩	54	<<<∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	15	<∩∩∩∩∩	25	<<∩∩∩∩∩	35	<<<∩∩∩∩∩	45	<<<∩∩∩∩∩	55	<<<∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩∩	16	<∩∩∩∩∩∩	26	<<∩∩∩∩∩∩	36	<<<∩∩∩∩∩∩	46	<<<∩∩∩∩∩∩	56	<<<∩∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩∩	17	<∩∩∩∩∩∩∩	27	<<∩∩∩∩∩∩∩	37	<<<∩∩∩∩∩∩∩	47	<<<∩∩∩∩∩∩∩	57	<<<∩∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩∩∩	18	<∩∩∩∩∩∩∩∩	28	<<∩∩∩∩∩∩∩∩	38	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩	48	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩	58	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	19	<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	29	<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	39	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	49	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩	59	<<<∩∩∩∩∩∩∩∩∩
10	<	20	<<	30	<<<	40	<<<<	50	<<<<		

6. Angka Ibrani

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Satuan	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
Puluhan	י	כ	ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ
Ratusan	ק	ר	ש	ת	י	כ	ל	מ	נ

7. Angka Yunani Kuno

Satuan	A	B	Γ	Δ	E	[F]	Z	H	θ
Puluhan	I	K	Λ	M	N	Ξ	Ο	Π	[Q]
Ratusan	P	Σ	T	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	[S]
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

8. Angka Cina Kuno

Cina kuno	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000
Cina modern	一	二	三	四	五	六	七	八	九	百	千	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	100	1000	
Perniagaan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000

9. Angka Jepang

一	1	十	10	百	100
二	2	二十	20	二百	200
三	3	三十	30	三百	300
四	4	四十	40	四百	400
五	5	五十	50	五百	500
六	6	六十	60	六百	600
七	7	七十	70	七百	700
八	8	八十	80	八百	800
九	9	九十	90	九百	900



No.	Kanji	Hiragana	Romaji	English
0	零	ゼロ, れい	zero, rei	zero
1	一	いち	ichi	one
2	二	に	ni	two
3	三	さん	san	three
4	四	よん, し	yon, shi	four
5	五	ご	go	five
6	六	ろく	roku	six
7	七	なな, しち	nana, shichi	seven
8	八	はち	hachi	eight
9	九	く	ku	nine

10. Angka Korea

1 - 하나	60 - 예순
2 - 둘	70 - 일흔
3 - 셋	80 - 여든
4 - 넷	90 - 아흔
5 - 다섯	100 - 백
6 - 여섯	200 - 이백
7 - 일곱	300 - 삼백
8 - 여덟	1000 - 천
9 - 아홉	10.000 - 만
10 - 열	100.000 - 십만
11 - 열하나	1.000.000 - 백만
12 - 열둘	10.000.000 - 천만
13 - 열셋	100.000.000 - 억
20 - 스물	..... dot
30 - 서른	
40 - 마흔	
50 - 쉰	

### 11. Angka Romawi Kuno

SIMBOL	NILAI
I	1 (Satu) ( <i>unus</i> )
V	5 (Lima) ( <i>quinque</i> )
X	10 (sepuluh) ( <i>decem</i> )
L	50 (lima puluh) ( <i>quenqueginta</i> )
C	100 (satu ratus) ( <i>centum</i> )
D	500 (lima ratus) ( <i>quengenti</i> )
M	1000 (satu ribu) ( <i>mille</i> )

<b>I</b>	<b>V</b>	<b>X</b>	<b>L</b>	<b>C</b>	<b>M</b>				
1	5	10	50	100	1000				
<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>	<b>VII</b>	<b>VIII</b>	<b>IX</b>	<b>X</b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>X</b>	<b>XX</b>	<b>XXX</b>	<b>XL</b>	<b>L</b>	<b>LX</b>	<b>LXX</b>	<b>LXXX</b>	<b>XC</b>	<b>C</b>
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

### 12. Angka Sanskerta

<b> </b>	<b>  </b>	<b>   </b>	<b>    </b>	<b>     </b>	<b>      </b>	<b>       </b>	<b>       </b>	<b>       </b>	<b>       </b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

13. Angka India

१ 1. one	६ 6. satru	७ 7. sapta	१० 10. dasa	४० 40. caruarincat
२ 2. dua	९ 9. panca	८ 8. asta	२० 20. vimsati	५० 50. pancacati
३ 3. tri	८ 8. asy	९ 9. nava	३० 30. tricati	६० 60. sasti
७० 70. sapatati	१०० 100. catu	१०००० 100000. laksa	१००००००० 100000000. arbuda	
८० 80. ashi	१००० 1000. sahasra	१००००० 1000000. prayuta	१०००००००० maharuda (100000000)	
९० 90. narasi	१०००० 10000. ayata	१००००००० 100000000. koti	१०००००००००० khava (10000000000)	











14. Angka Hindu Arab ( 300 SM – 750 M, Angka 0 mulai 1500 M)

Brahmi	↓		—	=	≡	+	∞	∞	∞	∞	
Hindu	↓	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Arabic	↓	•	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Medieval	↓	0	I	2	3	4	5	6	7	8	9
Modern		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

15. Angka Jawa

ꦏꦩ	ꦥꦸ	ꦥꦸꦭ	ꦒ	ꦒ	ꦒ	ꦒ	ꦒ	ꦒ	ꦒ	ꦒ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	

16. Angka Bali

Nama	Pengetikan	Aks.Bali	Nama	Pengetikan	Aks.Bali
1	1		6	6	
2	2		7	7	
3	3		8	8	
4	4		9	9	
5	5		0	0	

17. Angka Batak

—	1		sada
==	2		dua
≡	3		tolu
△	4		opat
≡≡	5		lima
□	6		onon
7	7		pitu
	8		walu(oalu)
	9		sia
—◇	10		sampulu

18. Angka Mandarin

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
yī	èr	sān	sì	wǔ	liù	qī	bā	jiǔ	shí
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

19. Angka Negara-negara Lain

Eropah	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Arabia	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
Dewanagari	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Tibet	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩	༠
Kashmir	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
Benggali	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
Siam	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๐

ARAB BARAT	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ARAB TIMUR	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
PARSI	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
DEVANAGARI	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
GUJARATI	૦	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
GURMUKHI PUNJABI	੦	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯
ASAM & BENGALI	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
ORIYA	୦	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
TELUGU	౦	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯
KANNADA	೦	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯
MALAYALAM	൦	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯
TAMIL (GRANTHA)	௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯
TIBET	༠	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩
THAI	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙
KHMER	០	១	២	៣	៤	៥	៦	៧	៨	៩
LAO	໐	໑	໒	໓	໔	໕	໖	໗	໘	໙

Name	Symbol	Value	Name	Symbol	Value	Name	Symbol	Value
Alpha	$\alpha$ A	1	Iota	$\iota$ I	10	Rho	$\rho$ P	100
Beta	$\beta$ B	2	Kappa	$\kappa$ K	20	Sigma	$\sigma$ S	200
Gamma	$\gamma$ T	3	Lambda	$\lambda$ L	30	Tau	$\tau$ T	300
Delta	$\delta$ D	4	Mu	$\mu$ M	40	Upsilon	$\upsilon$ Y	400
Epsilon	$\epsilon$ E	5	Nu	$\nu$ N	50	Phi	$\phi$ F	500
Sigma	$\zeta$	6	Xi	$\xi$ E	60	Chi	$\chi$ X	600
Zeta	$\zeta$ Z	7	Omicron	$\omicron$ O	70	Psi	$\psi$ P	700
Eta	$\eta$ H	8	Pi	$\pi$ P	80	Omega	$\omega$ R	800
Theta	$\theta$ T	9	Rho	$\rho$ R	90	Sigma	$\sigma$ S	900

## **BAB VII**

### **BILANGAN ASLI**

#### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bilangan asli dan terampil mengajarkan bilangan asli di sekolah dasar.

#### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari Bab VII ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan asli.
2. Menjelaskan konsep penjumlahan bilangan asli.
3. Menjelaskan konsep pengurangan bilangan asli.
4. Menjelaskan konsep perkalian bilangan asli.
5. Menjelaskan konsep pembagian bilangan asli.
6. Menjelaskan sifat-sifat operasi hitung bilangan cacah.
7. Melaksanakan pembelajaran bilangan asli di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang bilangan asli, yaitu mencakup (1) konsep bilangan asli, (2) konsep penjumlahan bilangan asli, (3) konsep pengurangan bilangan asli, (4) konsep perkalian bilangan asli, (5) konsep pembagian bilangan asli, (6) sifat-sifat operasi hitung bilangan asli, beserta pembelajarannya di sekolah dasar.

## A. Sistem Bilangan Asli

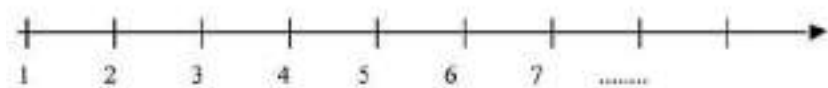
Bilangan yang mula-mula dikenal oleh manusia adalah bilangan bulat positif. Bilangan itulah yang digunakan manusia untuk membilang benda-benda di sekitar kita. Bilangan bulat positif ini disebut juga bilangan asli (natural number). Jika bilangan-bilangan itu disajikan secara sistematis dan dihimpun dalam suatu himpunan, terdapatlah suatu himpunan yang disebut himpunan bilangan asli dengan lambang A atau N. Jadi, himpunan bilangan asli dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$A = \{ \text{Bilangan Asli} \}$$

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

$$A = \{ x \mid x \text{ Bilangan Asli} \}$$

Bilangan asli juga dapat digambarkan pada sebuah garis bilangan sebagai berikut:



Mengenai bilangan asli ini, matematikawan Italia bernama Peano (1850 – 1932) mengemukakan postulat sebagai berikut:

1. Ada suatu bilangan asli 1 (satu)
2. Untuk setiap bilangan asli  $p$ , terdapat tepat satu bilangan asli lain yang disebut pengikut  $p$  dan ditulis  $p^+$ .
3. Tak ada bilangan asli yang memiliki 1 sebagai pengikut.
4. Jika  $p$  dan  $q$  dua bilangan asli sedemikian sehingga  $p^+ = q^+$ , maka  $p = q$ .
5. Postulat Induksi: Jika untuk sembarang  $K \subset A$  memenuhi sifat-sifat sebagai berikut:
  - a.  $1 \in K$
  - b. Jika  $p \in K$ , maka  $p^+ \in K$ , maka  $K$  adalah himpunan bilangan asli.

### *Sifat-Sifat Bilangan Asli:*

Jika  $a$  dan  $b$  bilangan asli, berlaku tepat satu dari relasi-relasi:  $a < b$ ,  $a = b$ , atau  $a > b$ . Relasi ini disebut sifat konektif dari anggota-anggota bilangan asli.

Sifat-sifat lain dari anggota-anggota bilangan asli adalah:

1. Sifat reflektif :  $a = a$  untuk setiap  $a \in A$ .
2. Sifat Simetri: : Jika  $a = b$ , maka  $b = a$  untuk setiap  $a, b \in A$ .
3. Sifat Transitif : Jika  $a < b$  dan  $b < c$ , maka  $a < c$   
Jika  $a = b$  dan  $b = c$ , maka  $a = c$   
Jika  $a > b$  dan  $b > c$ , maka  $a > c$ , untuk  $a, b, c \in A$

Dari himpunan bilangan asli ini kita dapat menyusun suatu sistem matematika, yaitu sistem bilangan asli. Sistem bilangan asli ini terdiri dari:

1. Himpunan  $A = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$
2. Operasi dasar penjumlahan “+” dan perkalian “x” .
3. Relasi ekuivalensi (kesetaraan)
4. Postulat-postulat: ketertutupan, komutasi, asosiasi, keidentikan, dan penyebaran.

## B. Operasi Penjumlahan Bilangan Asli

Definisi:

*Jika A dan B himpunan yang saling asing dengan  $n(A) = a$ , dan  $n(B) = b$ , dimana a dan b bilangan-bilangan asli, maka “  $a + b$  “ (dibaca a plus b, atau jumlah a dan b) adalah  $n(A \cup B)$  kita sebut c maka:  $a + b = c$ .*

a disebut bilangan yang ditambah, disingkat menjadi tertambah, b disebut penambah, c disebut jumlah.

**Sifat-sifat Penjumlahan pada Sistem Bilangan asli:**

1. Tertutup: Untuk setiap  $a$  dan  $b \in A$ , maka  $a + b \in A$ .
2. Hukum Komutatif: Untuk setiap  $a$  dan  $b \in A$ , maka  $a + b = b + a$
3. Hukum Asosiatif: Untuk setiap  $a$  dan  $b \in A$ , maka  $a + (b + c) = (a + b) + c$



### C. Operasi Pengurangan Bilangan Asli

Dari suatu penjumlahan yang diketahui jumlahnya dan salah satu sukunya, misalnya  $a + \dots = c$  atau  $\dots + b = c$ , maka pencarian suku yang belum diketahui itu adalah juga pengerjaan hitung yang disebut pengurangan. Kalimat  $a + \dots = c$ , juga ditulis  $c - a = \dots$ ,  $c$  disebut bilangan yang dikurangi, disingkat menjadi bilangan terkurangi,  $a$  disebut bilangan pengurang.

Bilangan yang dicari disebut selisih  $c$  dan  $a$  yang ditulis  $(c - a)$ . Jika  $(c - a)$  diisikan ke dalam kalimat terbuka di atas, terdapatlah rumus definisi  $a + (c - a) = c$ . Jadi, definisi pengurangan (selisih) adalah sebagai berikut.

**Definisi:**

*Selisih  $c$  dan  $a$  (ditulis  $c - a$ ) ialah bilangan yang jika ditambahkan kepada  $a$  menghasilkan  $c$ . Operasi pengurangan pada himpunan bilangan asli akan tertutup apabila dipenuhi pengurang < terkurangi.*

### D. Operasi Perkalian Bilangan Asli

**Definisi:**

*Perkalian dua bilangan  $a$  dan  $b$  yang dinyatakan dengan “ $a \times b$ ” ialah penjumlahan berganda/berulang yang mempunyai  $a$  suku dan tiap-tiap suku sama dengan  $b$ .*

$$\text{Jadi } a \times b = \underbrace{b + b + b + b + \dots + b}_{a \text{ suku}}$$

Jika  $a \times b$  disebut  $c$ , sehingga terdapat  $a \times b = c$ , maka:  $a$  disebut pengali,  $b$  disebut bilangan yang dikalikan/terkali, dan  $c$  disebut hasil kali. Bila dua himpunan  $A$  dan  $B$ , dimana  $A$  dengan  $a$  anggota dan  $B$  dengan  $b$  anggota kemudian kita bentuk  $A \times B$ , maka banyaknya anggota yang berupa pasangan terurut dalam  $A \times B$  disebut  $a \times b$ .

Sifat-sifat Perkalian pada Sistem Bilangan Asli:

- 1) Tertutup: Untuk setiap  $a$  dan  $b \in A$ , maka  $a \times b \in A$ .
- 2) Hukum komutatif: Untuk setiap  $a$  dan  $b \in A$ , maka  $a \times b = b \times a$ .
- 3) Hukum assosiatif: Untuk setiap  $a, b, c \in A$ , maka  $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

4) Hukum Identitas: Untuk setiap  $a \in A$ , maka  $1 \times a = a \times 1 = a$

5) Hukum Penyebaran perkalian terhadap penjumlahan:

Untuk setiap  $a, b$  dan  $c \in A$ , maka:

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) \text{ ----- (Penyebaran kiri)}$$

$$(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a) \text{ ----- (Penyebaran kanan)}$$

## E. Operasi Pembagian Bilangan Asli

Dari perkalian  $a \times b = c$ , bila diketahui salah satu faktor dan hasil kalinya, hal itu dapat dinyatakan dengan kalimat terbuka sebagai berikut:  $a \times \dots = c$  atau  $\dots \times b = c$ . Pengerjaan hitung untuk mencari sebuah faktor, jika faktor yang lain dan hasil kalinya diketahui disebut pembagian. Hasil kali yang diketahui disebut terbagi, dan faktor yang dicari disebut hasil bagi. Pembagian adalah kebalikan (invers) dari perkalian. Karena adanya sifat komutatif pada perkalian, tak ada perbedaan antara pengali dan terkalikan, sehingga hanya ada satu jenis pembagian saja. Dalam kalimat terbuka  $a \times \dots = c$ , faktor yang dicari yaitu hasil bagi  $c$  dengan  $a$  yang ditulis  $(c : a)$ . Jika  $(c : a)$  diisikan ke dalam kalimat terbuka di atas, terdapatlah definisi  $a \times (c : a) = c$ . Jadi definisi pembagian adalah sebagai berikut.

Definisi:

*$(c : a)$  adalah bilangan yang jika dikalikan dengan  $a$  menghasilkan  $c$ .*

*Berhubung dengan sifat komutatif, dapat kita tulis:  $(c : a) \times a = c$ .*

*Jika  $(c : a)$  kita sebut  $b$ , maka terdapat  $(c : a) = b$  dan  $a \times b = c$  atau  $b \times a = c$ , maka  $c : a = b$  sama artinya dengan  $a \times b = c$  atau  $b \times a = c$ .*

Dengan menambahkan unsur 0 pada himpunan bilangan asli, terbentuklah himpunan bilangan cacah yang dengan operasi biner  $+$  dan  $\times$  membentuk sistem bilangan cacah.



## **BAB VIII**

# **BILANGAN CACAH**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bilangan cacah dan terampil mengajarkan bilangan cacah di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

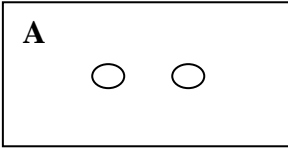
Setelah Anda mempelajari Bab VIII ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan cacah.
2. Menjelaskan konsep penjumlahan bilangan cacah.
3. Menjelaskan fakta dasar penjumlahan bilangan cacah.
4. Menjelaskan konsep pengurangan bilangan cacah.
5. Menjelaskan fakta dasar pengurangan bilangan cacah.
6. Menjelaskan konsep perkalian bilangan cacah.
7. Menjelaskan fakta dasar perkalian bilangan cacah.
8. Menjelaskan konsep pembagian bilangan cacah.
9. Menjelaskan fakta dasar pembagian bilangan cacah.
10. Menjelaskan sifat-sifat operasi hitung bilangan cacah.
11. Melaksanakan pembelajaran bilangan cacah di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang bilangan cacah yang mencakup: (1) konsep bilangan cacah, (2) konsep penjumlahan bilangan cacah, (3) fakta dasar penjumlahan bilangan cacah, (4) konsep pengurangan bilangan cacah, (5) fakta dasar pengurangan bilangan cacah, (6) konsep perkalian bilangan cacah, (7) fakta dasar perkalian bilangan cacah, (8) konsep pembagian bilangan cacah, (9) fakta dasar pembagian bilangan cacah, (10) sifat-sifat operasi hitung bilangan cacah, dan (11) pembelajaran bilangan cacah di sekolah dasar.

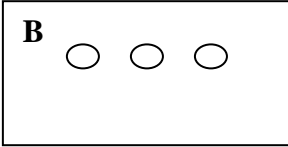
## A. Konsep Bilangan Cacah

Konsep bilangan cacah diajarkan dengan menggunakan pendekatan himpunan



Banyaknya anggota himpunan A adalah dua atau ditulis :

$$n(A) = 2$$



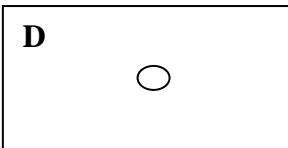
Banyaknya anggota himpunan B adalah tiga atau ditulis :

$$n(B) = 3$$



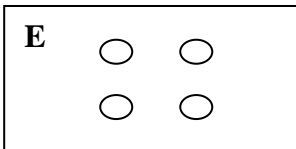
Banyaknya anggota himpunan C adalah kosong atau ditulis :

$$n(C) = 0$$



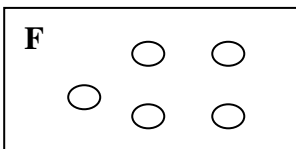
Banyaknya anggota himpunan D adalah satu atau ditulis :

$$n(D) = 1$$



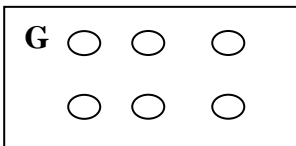
Banyaknya anggota himpunan E adalah empat atau ditulis :

$$n(E) = 4$$



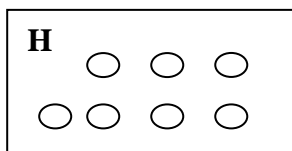
Banyaknya anggota himpunan F adalah lima atau ditulis :

$$n(F) = 5$$



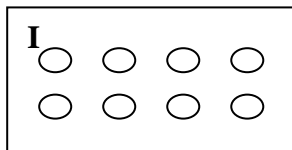
Banyaknya anggota himpunan G adalah enam atau ditulis :

$$n(G) = 6$$



Banyaknya anggota himpunan H adalah tujuh atau ditulis :

$$n(H) = 7$$



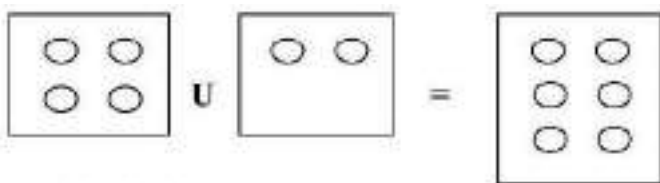
Banyaknya anggota himpunan I adalah delapan atau ditulis:

$$n(I) = 8$$

Bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..... dst, disebut bilangan cacah. Misalnya, diketahui bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 disebut bilangan Cacah yang kurang dari 10. Bilangan di atas dapat ditulis dalam bentuk himpunan menjadi:  $C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  atau  $C = \{ 1, 2, 3, \dots, 9 \}$ .

**Jenis-jenis Peragaan/Penyajian:**

1. Penyajian konkret: yaitu peragaan dengan benda aslinya  
 Contoh: Kita akan mengajarkan penjumlahan  $3 + 2 = \dots$  dengan menunjukkan tiga buah bola asli (benda nyata) kemudian ditambah dua buah bola asli (benda nyata), berapa jumlah bola sekarang?
2. Penyajian semi konkret: yaitu peragaan dengan gambar benda aslinya.  
 Contoh: Jika kita akan mengajarkan penjumlahan  $3 + 2 = \dots$ . Dengan menunjukkan gambar tiga buah bola, kemudian ditambah dua buah bola, sehingga hasilnya menjadi 5 buah bola.
3. Penyajian semi abstrak: Peragaan dengan menggunakan gambar benda yang abstrak.  
 Contoh: Misalnya kita akan mengajarkan operasi pengurangan dengan pendekatan himpunan, maka dapat kita ragakan sebagai berikut:



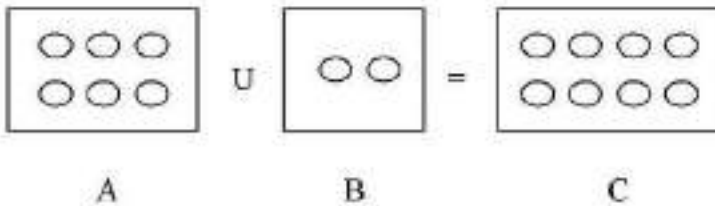
artinya  $4 + 2 = 6$

4. Peyajian abstrak : Peragaan dengan benda yang abstrak.

contoh: Untuk mengajarkan operasi penjumlahan pada bilangan Cacah yang kurang dari 10 misalnya, langsung kita tulis  $3 + 5 = \dots\dots\dots$

### B. Operasi Penjumlahan Bilangan Cacah

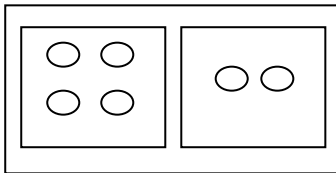
Konsep Jumlah: Misal jumlah anggota himpunan A adalah a yang ditulis  $n(A) = a$ , dan jumlah anggota himpunan B adalah b yang ditulis  $n(B) = b$ . Syaratnya  $A \cap B = \emptyset$  maka  $a + b$  adalah  $n(A \cup B)$ . Jika  $n(A \cup B) = c$  maka dapat ditulis  $a + b = c$ . c disebut hasil jumlah.



#### *Pendekatan dalam Mengajarkan Operasi Penjumlahan:*

1. Pendekatan Himpunan :

Contoh :

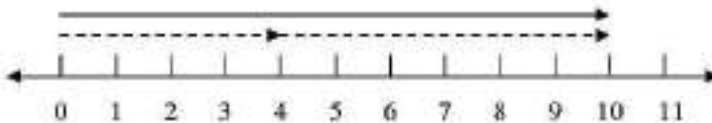


artinya :  $4 + 2 = 6$

2. Pendekatan Pengukuran :

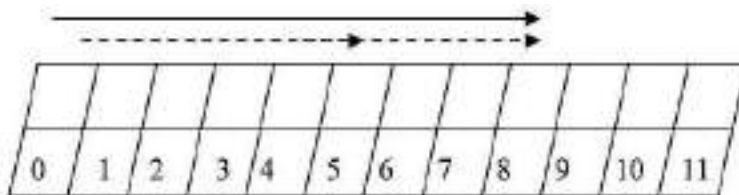
a. Dengan Garis Bilangan: Pada pendekatan ini yang dihitung bukan titik-titiknya tetapi jaraknya (skalanya).

Contoh:



Artinya :  $4 + 6 = 10$

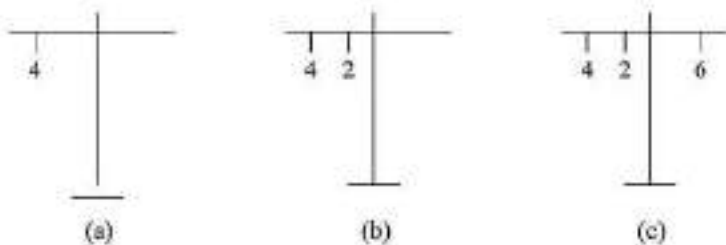
Dengan Tangga Bilangan :



Artinya :  $5 + 3 = 8$

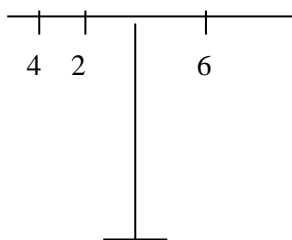
Model lain yang dapat digunakan pada pendekatan ini adalah: garis bilangan yang ditempel pada papan tulis/dinding dengan binatang yang melompat (misalnya katak.).

b. Timbangan Bilangan (Neraca Bilangan) :



Peragaan di atas menunjukkan operasi  $4 + 2 = 6$

Tetapi kalau kita langsung melihat gambar (c) tanpa mengetahui lebih dahulu gambar (a) dan (b) maka gambar (c) itu dapat diartikan :



dapat diartikan :

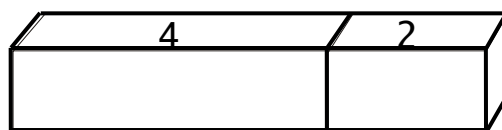
$$4 + 2 = 6$$

$$2 + 4 = 6$$

$$6 - 2 = 4$$

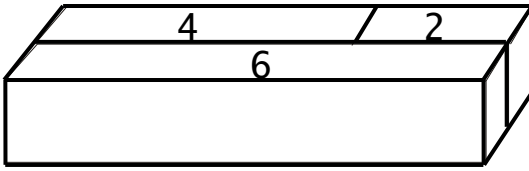
$$6 - 4 = 2$$

c. Dengan Batang Kisener ( *Cuisenaire Rods* ) :



(a)

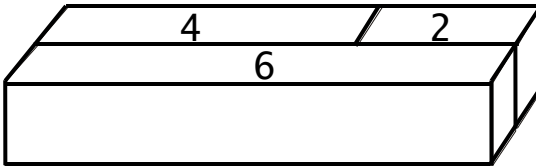




artinya  $4 + 2 = 6$

(b)

Jika kita hanya langsung melihat pada gambar (b) maka dapat kita artikan sebagai operasi sebagai berikut:



artinya  $4 + 2 = 6$

$$2 + 4 = 6$$

$$6 - 2 = 4$$

$$6 - 4 = 2$$

(b)

d. Dengan Kartu Nilai Tempat :

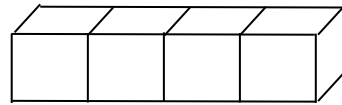
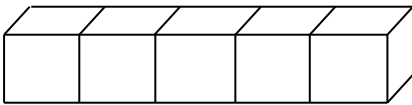


digabungkan

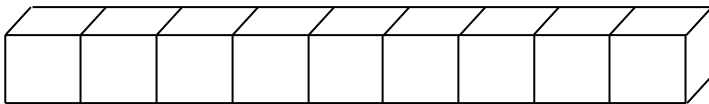


Artinya  $4 + 2 = 6$

e. Dengan Blok Dienes :



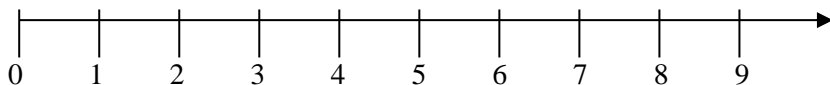
Digabungkan



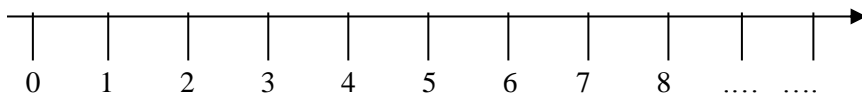
Artinya :  $5 + 4 = 9$

**Garis Bilangan, Pola Bilangan, dan Nilai Tempat**

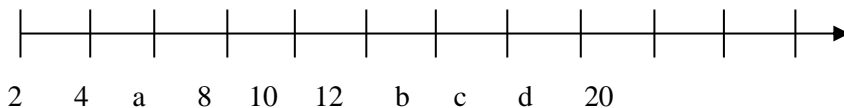
Bilangan cacah yang kurang dari 10 dapat ditulis:  $C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ . Jika disajikan dalam garis bilangan menjadi:



Adapun secara umum himpunan bilangan cacah dapat digambar pada garis bilangan sebagai berikut :



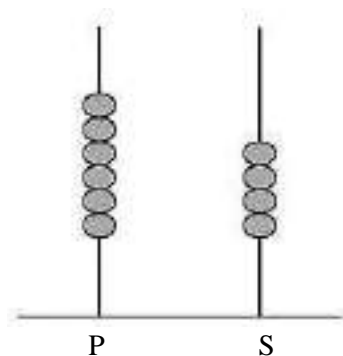
Letak angka 2 berada di sebelah kiri angka 5 pada garis bilangan, sehingga "2 lebih kecil dari 5" yang selanjutnya ditulis  $2 < 5$ . Begitu juga angka 5 berada di sebelah kanan angka 2, sehingga "5 lebih besar dari 2" yang selanjutnya ditulis  $5 > 2$  dan seterusnya. Untuk mempelajari pola bilangan, perhatikan garis bilangan berikut:



Anda tentu dapat menentukan nilai  $a$ ,  $b$ ,  $c$  dan  $d$ . Garis bilangan di atas menunjukkan pola bilangan cacah loncat dua yang dimulai dari 2. Untuk menjelaskan bilangan cacah yang lebih besar dari 10 dapat digunakan cara sebagai berikut:

1. Dengan Abacus Biji :

Memperlihatkan bilangan 64 ( enam puluh empat )



P = Puluhan

S = Satuan

Enam biji abacus puluhan disebut 6 puluhan ditulis 60.

Empat biji abacus satuan disebut 4 satuan ditulis 4

Bila ditulis secara singkat menjadi sebagai berikut berikut:

$6 \text{ puluhan} + 4 \text{ satuan} = 64 \text{ ( enam puluh empat )}$ .

2. Dengan Ikatan Lidi :

Memperlihatkan 24



2 ikatan lidi puluhan disebut  
dua puluh ditulis 20

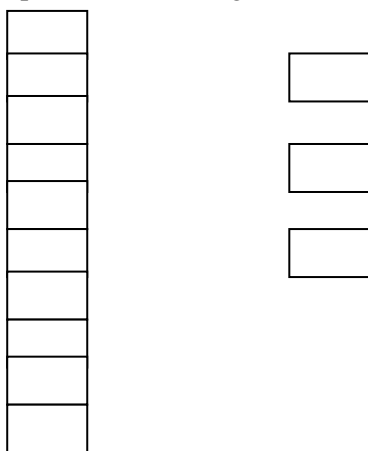
4 buah lidi satuan disebut  
4 satuan dan ditulis 4

Dari gambar di atas dapat ditulis :

2 puluhan + 4 satuan = 24 (dua puluh empat)

3. Dengan Kartu Nilai Tempat :

Memperlihatkan 13 ( tigabelas )



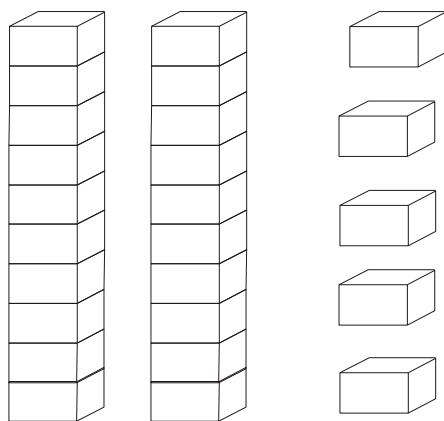
1 kartu puluhan  
berarti sepuluh  
ditulis 10

3 kartu satuan  
berarti 3 satuan  
ditulis 3

1 puluhan + 3 satuan = 13 ( tigabelas )

4. Dengan Blok Dienes :

Memperlihatkan 25

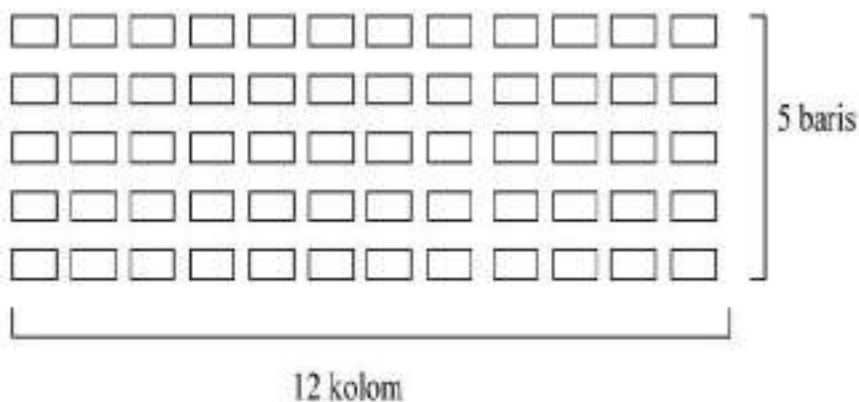


$$2 \text{ puluhan} + 5 \text{ satuan} = 25 \text{ ( duapuluh lima )}$$

Model konkret : Model penyajian yang penekanannya pada penggunaan alat peraga, baik benda konkret atau gambarnya.

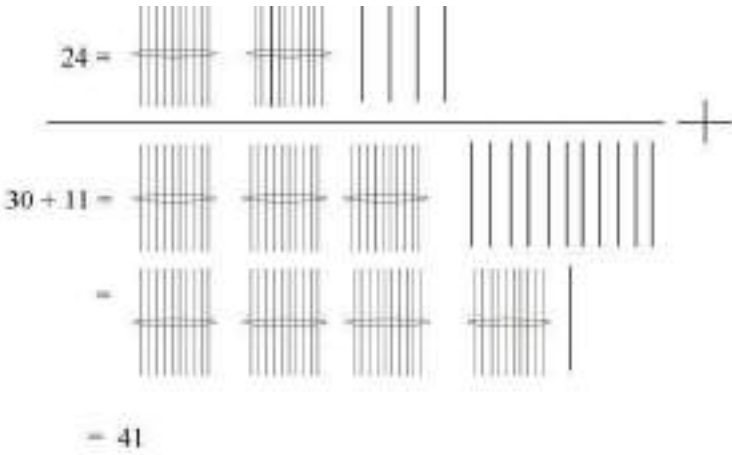
Model abstrak : Model penyajian yang penekanannya pada penggunaan lambang-lambang bilangan (lebih praktis).

Misal : memperlihatkan  $5 \times 12$



Misal : menentukan jumlah  $17 + 24 = \dots\dots\dots$

a. Dengan model konkret ( dengan lidi ):



b. Model Abstrak :

Cara menentukan hasil jumlah  $35 + 26$  dengan cara panjang :

$$35 = 30 + 5 \dots\dots \text{( bentuk panjang dari 35 )}$$

$$26 = 20 + 6 \dots\dots \text{( bentuk panjang dari 26 )}$$

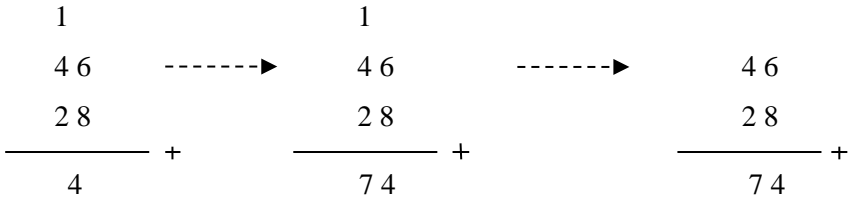
$$\begin{array}{r} 35 + 26 = 50 + 11 \dots\dots \text{( penjumlahan )} \\ + \end{array}$$

$$= 60 + 1 \dots\dots \text{(setelah dikelompokkan 1 puluhan dan 1 satuan dari 11)}$$

$$= 61$$

$$\text{Jadi } 35 + 26 = 61$$

Menentukan jumlah  $46 + 28$  dengan cara singkat :

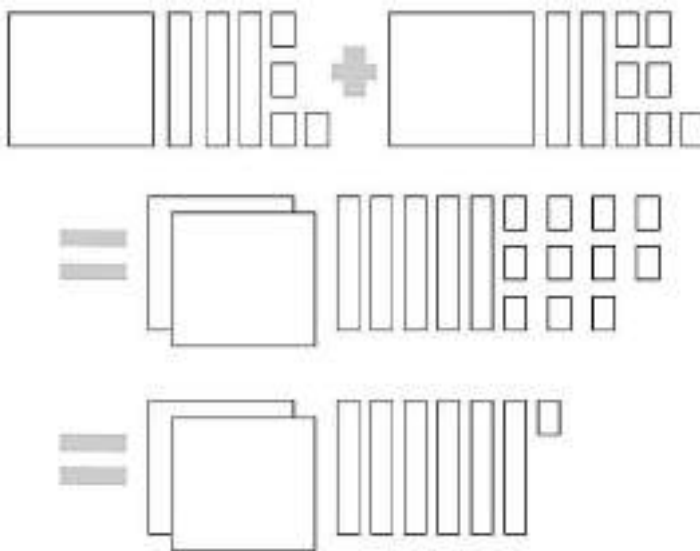


Menentukan jumlah bilangan cacah dengan model abstrak cara singkat sangat diperlukan pemahaman dan hafal *Fakta Dasar Penjumlahan*, yaitu penjumlahan dua bilangan cacah dari 0 sampai dengan 9 atau daftar penjumlahan dari 0 sampai dengan 9. Dengan demikian hafal fakta dasar penjumlahan sangat mutlak diperlukan dalam rangka memahami operasi penjumlahan. Adapun metode penyajian agar anak hafal fakta dasar penjumlahan sepenuhnya diserahkan kepada bapak dan ibu guru kelas yang setiap hari bertemu dengan siswanya. Misalnya dengan melatih di setiap ada waktu senggang, dengan drill, mencongak, cepat tepat dan sebagainya. Daftar fakta dasar penjumlahan dapat disajikan sebagai berikut:

$0 + 0 = 0$	$1 + 0 = 1$	$2 + 0 = 2$	$3 + 0 = 3$	$4 + 0 = 4$
$0 + 1 = 1$	$1 + 1 = 2$	$2 + 1 = 3$	$3 + 1 = 4$	$4 + 1 = 5$
$0 + 2 = 2$	$1 + 2 = 3$	$2 + 2 = 4$	$3 + 2 = 5$	$4 + 2 = 6$
$0 + 3 = 3$	$1 + 3 = 4$	$2 + 3 = 5$	$3 + 3 = 6$	$4 + 3 = 7$
$0 + 4 = 4$	$1 + 4 = 5$	$2 + 4 = 6$	$3 + 4 = 7$	$4 + 4 = 8$
$0 + 5 = 5$	$1 + 5 = 6$	$2 + 5 = 7$	$3 + 5 = 8$	$4 + 5 = 9$
$0 + 6 = 6$	$1 + 6 = 7$	$2 + 6 = 8$	$3 + 6 = 9$	$4 + 6 = 10$
$0 + 7 = 7$	$1 + 7 = 8$	$2 + 7 = 9$	$3 + 7 = 10$	$4 + 7 = 11$
$0 + 8 = 8$	$1 + 8 = 9$	$2 + 8 = 10$	$3 + 8 = 11$	$4 + 8 = 12$
$0 + 9 = 9$	$1 + 9 = 10$	$2 + 9 = 11$	$3 + 9 = 12$	$4 + 9 = 13$
$5 + 0 = 5$	$6 + 0 = 6$	$7 + 0 = 7$	$8 + 0 = 8$	$9 + 0 = 9$
$5 + 1 = 6$	$6 + 1 = 7$	$7 + 1 = 8$	$8 + 1 = 9$	$9 + 1 = 10$
$5 + 2 = 7$	$6 + 2 = 8$	$7 + 2 = 9$	$8 + 2 = 10$	$9 + 2 = 11$
$5 + 3 = 8$	$6 + 3 = 9$	$7 + 3 = 10$	$8 + 3 = 11$	$9 + 3 = 12$
$5 + 4 = 9$	$6 + 4 = 10$	$7 + 4 = 11$	$8 + 4 = 12$	$9 + 4 = 13$
$5 + 5 = 10$	$6 + 5 = 11$	$7 + 5 = 12$	$8 + 5 = 13$	$9 + 5 = 14$
$5 + 6 = 11$	$6 + 6 = 12$	$7 + 6 = 13$	$8 + 6 = 14$	$9 + 6 = 15$
$5 + 7 = 12$	$6 + 7 = 13$	$7 + 7 = 14$	$8 + 7 = 15$	$9 + 7 = 16$
$5 + 8 = 13$	$6 + 8 = 14$	$7 + 8 = 15$	$8 + 8 = 16$	$9 + 8 = 17$
$5 + 9 = 14$	$6 + 9 = 15$	$7 + 9 = 16$	$8 + 9 = 17$	$9 + 9 = 18$

Dari daftar di atas berarti ada 100 bentuk hafalan fakta dasar penjumlahan pada bilangan cacah.

Menunjukkan hasil jumlah  $134 + 127 = \dots$  dengan kartu nilai tempat :



Jadi  $134 + 127 = 261$

Cobalah anda peragakan soal di atas dengan Blok Dienes !

- Model Penjumlahan dengan cara Panjang :

Contoh :  $648 + 564 = \dots\dots\dots$

$648 = 600 + 40 + 8$

$564 = 500 + 60 + 4$

$648 + 564 = 1100 + 100 + 12$  +

$= 1100 + 100 + 10 + 2$

$= 1200 + 10 + 2$

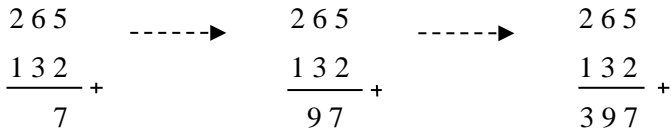
$= 1212$

Jadi  $648 + 564 = 1212$

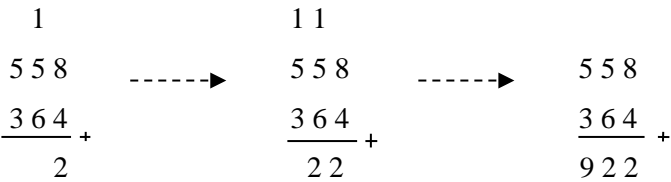
- Penjumlahan Dengan Cara Pendek :

Contoh:

1.  $265 + 132 = \dots\dots\dots$



2.  $558 + 364 = \dots\dots\dots$



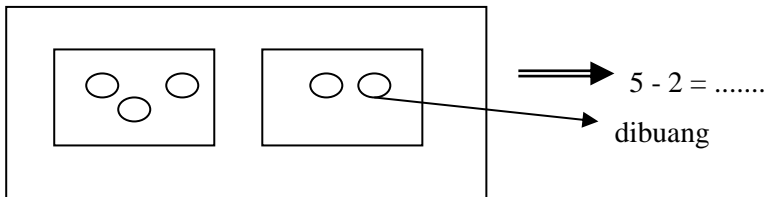
### C. Operasi Pengurangan Bilangan Cacah

Pada penjumlahan, misalnya  $5 + 3 = n$ , kita diminta mencari jumlahnya. 5 dan 3 masing-masing dinamakan *suku*. Sekarang perhatikan kalimat matematika  $n + 3 = 8$ . Operasi yang demikian yaitu mencari suku yang belum diketahui, sedangkan jumlahnya sudah diketahui. Mencari suku yang belum diketahui pada uraian di atas, pada pengurangan disebut mencari selisihnya. Jadi, kalimat  $n + 3 = 8$  atau  $3 + n = 8$ , sama artinya dengan kalimat:  $8 - 3 = n$ , dimana: 8 dinamakan bilangan yang dikurangi (terkurang), 3 dinamakan bilangan yang mengurangi (terkurang), dan  $n$  dinamakan bilangan hasil pengurangan (selisih).

1. Arti Pengurangan

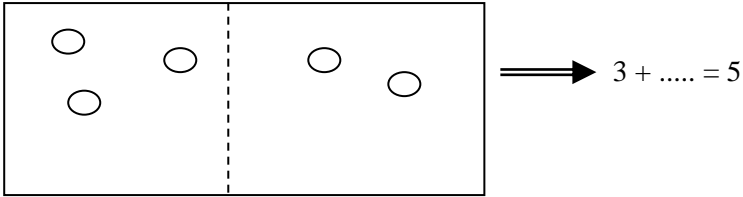
Arti pengurangan dapat dilihat dari tiga keadaan yaitu

a. *Membuang*

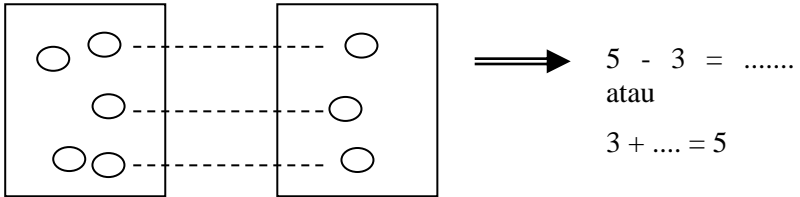




b. Mencari suku yang hilang :



c. Membandingkan :



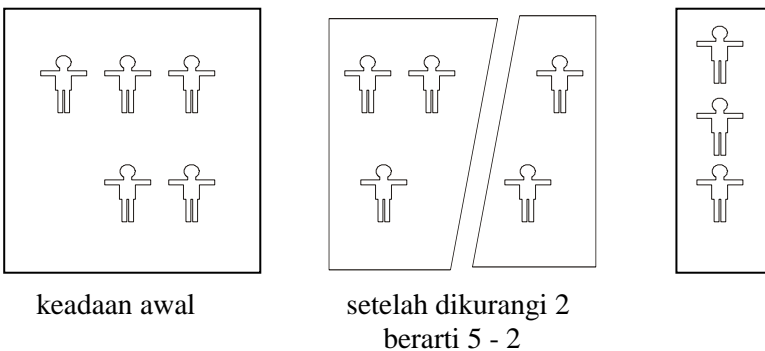
2. Model dan Pendekatan Mengajarkan Operasi Pengurangan:

Seperti halnya pada operasi penjumlahan, pada operasi pengurangan dapat disajikan dengan model konkret, semi konkret, semi abstrak dan abstrak. Adapun pendekatannya dapat menggunakan pendekatan himpunan, pendekatan hukum kekekalan panjang (pengukuran panjang), pengukuran berat, konsep kekekalan banyak. Hal ini disesuaikan dengan tahap berpikir siswa yang belajar. Contoh model penyajian: misalnya kita akan menjelaskan operasi pengurangan  $5 - 2 = \dots$  dapat kita gunakan alternatif pembeajarannya sebagai berikut :

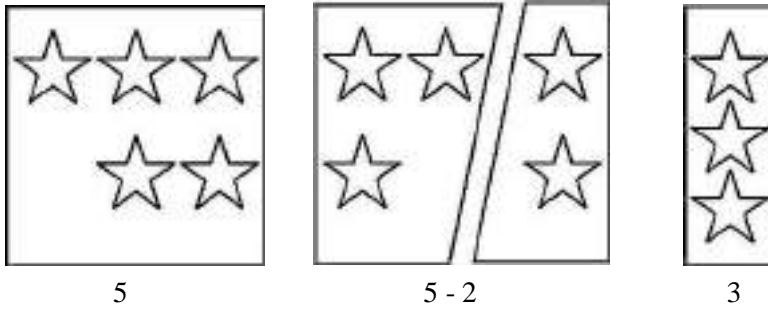
a. Model Konkret

Ibu mempunyai 5 ekor ayam, kemudian dijual sebanyak 2 ekor.  
Tinggal berapa ekor ayam Ibu ?

b. Model Semi Konkret



c. Model Semi Abstrak



d. Model Abstrak

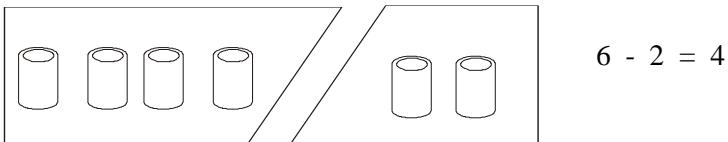
$$5 - 2 = \dots\dots\dots$$

3. Pendekatan/Peragaan Operasi Pengurangan:

Misalkan kita akan menjelaskan operasi pengurangan  $6 - 2 = \dots$

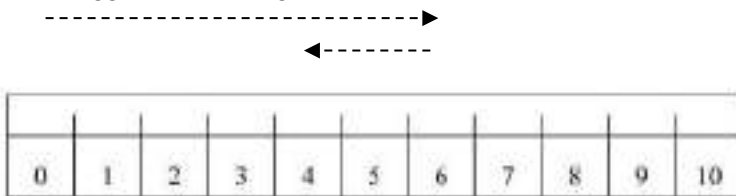
Hal ini dapat diperagakan dengan :

a. Dengan Himpunan



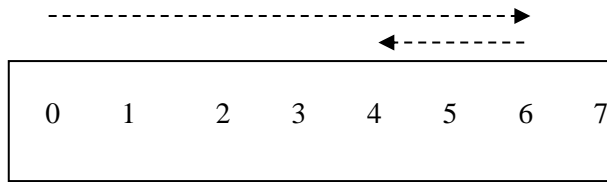
b. Dengan Pengukuran (Kekekalan Panjang)

1) Tangga Garis Bilangan



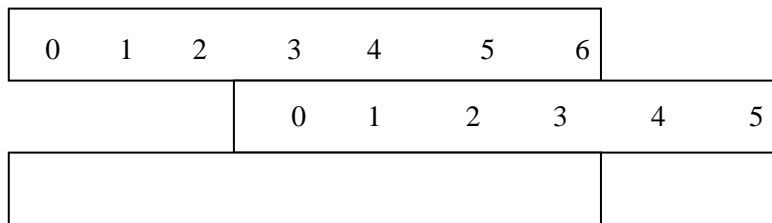
$$6 - 2 = 4$$

2) Pita Garis Bilangan



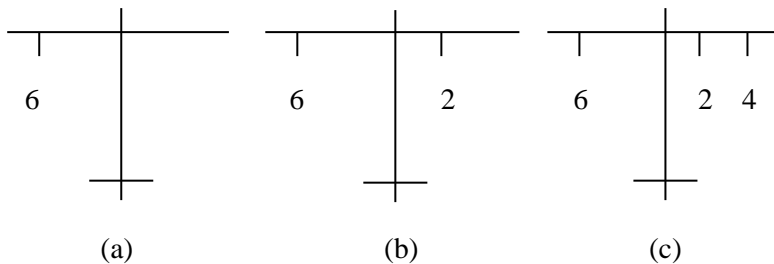
$$6 - 2 = 4$$

3) Mistar Hitung (Skala Biasa) :



$$6 - 2 = 4$$

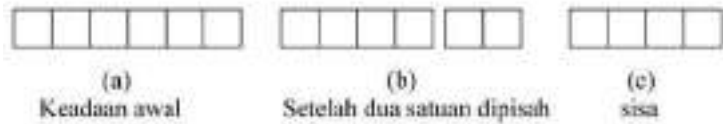
4) Neraca Bilangan ( Timbangan Bilangan )



*Catatan :*

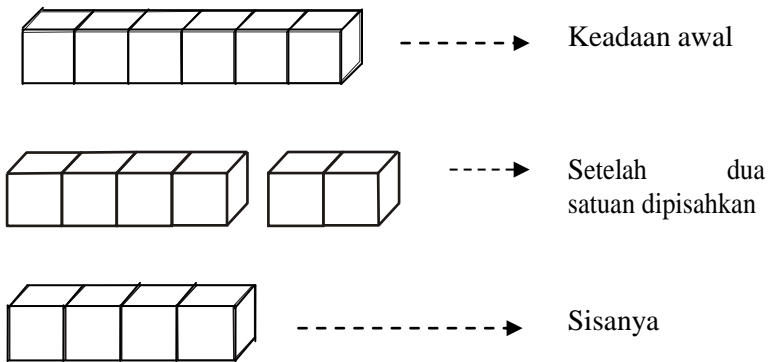
Bila kita memperagakan neraca bilangan seperti urutan di atas yaitu mulai dari a, b, ke c maka berarti peragaan tersebut untuk menjelaskan operasi pengurangan  $6 - 2 = 4$ . Tetapi apabila kita hanya langsung melihat pada peragaan c saja maka dapat berarti operasi  $6 - 2 = 4$ , atau  $6 - 4 = 2$ , atau  $2 + 4 = 6$ , atau  $4 + 2 = 6$ .

5) Dengan Kartu Nilai Tempat

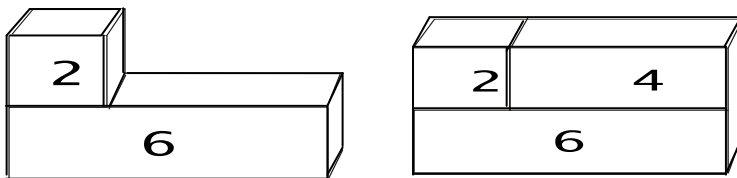


Peragaan ini (khususnya bilangan yang kurang dari 10) hampir sama dengan peragaan dengan pendekatan himpunan). Tetapi untuk bilangan yang lebih dari 10 menggunakan prinsip nilai tempat yaitu ada puluhan, ratusan, ribuan dan seterusnya.

6) Dengan Blok Dienes :



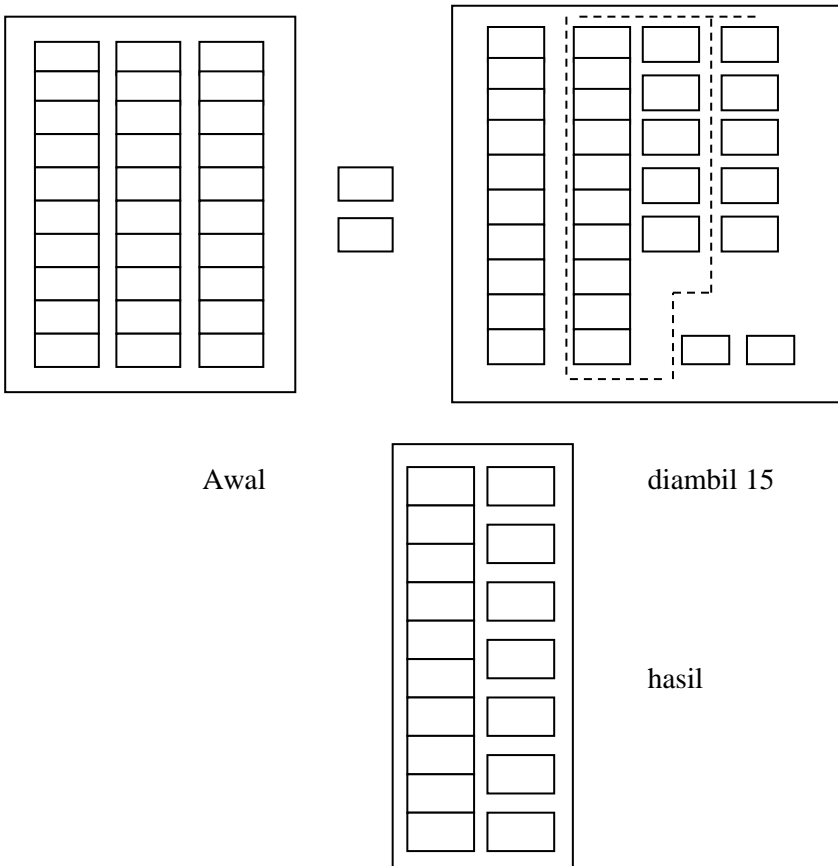
7) Dengan Batang Cuesenaire:



Artinya  $6 - 2 = 4$

Misalkan menentukan hasil  $32 - 15 = \dots\dots$

1. Dengan Model Konkret ( dengan Kartu Nilai Tempat ) :



2. Dengan Model Abstrak

\* Cara Panjang :

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 38 = 30 + 8 \\
 \quad 13 = 10 + 3 \quad \underline{\quad} \\
 38 - 13 = 20 + 5 \\
 \quad \quad = 25
 \end{array}$$

Jadi  $38 - 13 = 25$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 43 = 30 + 13 \\
 \quad 28 = 20 + 8 \quad \underline{\quad} \\
 43 - 28 = 10 + 5 \\
 \quad \quad = 15
 \end{array}$$

Jadi  $43 - 28 = 15$

\* Cara Singkat :

a)  $38$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \hline 25 \end{array}$$

b)  $43$

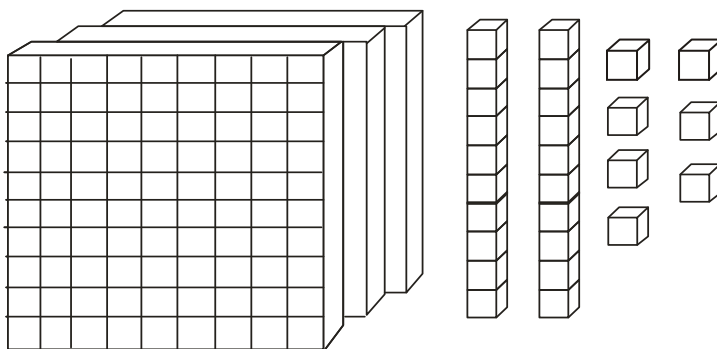
$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 15 \end{array}$$

Menentukan selisih (operasi pengurangan) bilangan cacah dengan model abstrak cara singkat sangat diperlukan pemahaman dan hafal *Fakta Dasar Pengurangan*, yaitu pengurangan dua bilangan cacah dimana bilangan berkurang 0 sampai dengan 18 dengan pengurang dan hasilnya dari 0 sampai dengan 9. Dengan demikian hafal fakta dasar pengurangan sangat mutlak diperlukan dalam rangka memahami operasi pengurangan. Adapun metode penyajian agar anak hafal fakta dasar penjumlahan sepenuhnya diserahkan kepada bapak dan ibu guru kelas yang setiap hari bertemu dengan siswanya. Misalnya dengan melatih di setiap ada waktu senggang, dengan drill, mecongak, cepat tepat dan sebagainya. Daftar fakta dasar pengurangan adalah sebagai berikut:

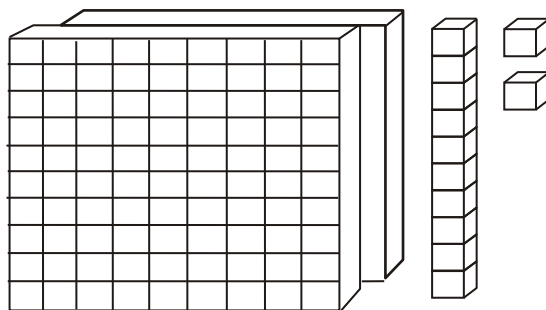
$0 - 0 = 0$	$1 - 0 = 1$	$2 - 0 = 2$	$3 - 0 = 3$	$4 - 0 = 4$
$1 - 1 = 0$	$2 - 1 = 1$	$3 - 1 = 2$	$4 - 1 = 3$	$5 - 1 = 4$
$2 - 2 = 0$	$3 - 2 = 1$	$4 - 2 = 2$	$5 - 2 = 3$	$6 - 2 = 4$
$3 - 3 = 0$	$4 - 3 = 1$	$5 - 3 = 2$	$6 - 3 = 3$	$7 - 3 = 4$
$4 - 4 = 0$	$5 - 4 = 1$	$6 - 4 = 2$	$7 - 4 = 3$	$8 - 4 = 4$
$5 - 5 = 0$	$6 - 5 = 1$	$7 - 5 = 2$	$8 - 5 = 3$	$9 - 5 = 4$
$6 - 6 = 0$	$7 - 6 = 1$	$8 - 6 = 2$	$9 - 6 = 3$	$10 - 6 = 4$
$7 - 7 = 0$	$8 - 7 = 1$	$9 - 7 = 2$	$10 - 7 = 3$	$11 - 7 = 4$
$8 - 8 = 0$	$9 - 8 = 1$	$10 - 8 = 2$	$11 - 8 = 3$	$12 - 8 = 4$
$9 - 9 = 0$	$10 - 9 = 1$	$11 - 9 = 2$	$12 - 9 = 3$	$13 - 9 = 4$
$5 - 0 = 5$	$6 - 0 = 6$	$7 - 0 = 7$	$8 - 0 = 8$	$9 - 0 = 9$
$6 - 1 = 5$	$7 - 1 = 6$	$8 - 1 = 7$	$9 - 1 = 8$	$10 - 1 = 9$
$7 - 2 = 5$	$8 - 2 = 6$	$9 - 2 = 7$	$10 - 2 = 8$	$11 - 2 = 9$
$8 - 3 = 5$	$9 - 3 = 6$	$10 - 3 = 7$	$11 - 3 = 8$	$12 - 3 = 9$
$9 - 4 = 5$	$10 - 4 = 6$	$11 - 4 = 7$	$12 - 4 = 8$	$13 - 4 = 9$

$10 - 5 = 5$	$11 - 5 = 6$	$12 - 5 = 7$	$13 - 5 = 8$	$14 - 5 = 9$
$11 - 6 = 5$	$12 - 6 = 6$	$13 - 6 = 7$	$14 - 6 = 8$	$15 - 6 = 9$
$12 - 7 = 5$	$13 - 7 = 6$	$14 - 7 = 7$	$15 - 7 = 8$	$16 - 7 = 9$
$13 - 8 = 5$	$14 - 8 = 6$	$15 - 8 = 7$	$16 - 8 = 8$	$17 - 8 = 9$
$14 - 9 = 5$	$15 - 9 = 6$	$16 - 9 = 7$	$17 - 9 = 8$	$18 - 9 = 9$

- **Menunjukkan Pengurangan 327 - 115 dengan Blok Dienes (Model Konkret)**



Blok Dienes awal      3 ratusan 2 puluhan 7 satuan



- Setelah diambil 1 ratusan, 3 puluhan dan 5 satuan
- Sisanya tinggal 2 ratusan, 1 puluhan dan 2 satuan

- **Model Pengurangan Cara Panjang :**

a.  $847 - 534 = \dots\dots$

$$847 = 800 + 40 + 7 \qquad 874 = 800 + 70 + 4$$

$$534 = 500 + 30 + 4 \qquad 539 = 500 + 30 + 9$$

$$\begin{array}{r} 847 - 534 = 300 + 10 + 3 \\ = 313 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 874 - 539 = 300 + 30 + 5 \\ = 335 \end{array}$$

- **Model Pengurangan Dengan Cara Singkat :**

a.  $847 - 534 = \dots\dots$

$$\begin{array}{r} 847 \\ 534 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 847 \\ 534 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 847 \\ 534 \\ \hline 313 \end{array}$$

b.  $974 - 538 = \dots\dots$

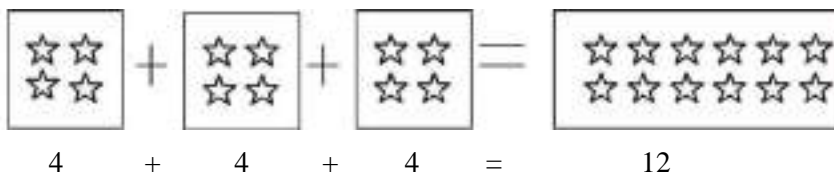
$$\begin{array}{r} 614 \\ 974 \\ 538 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 614 \\ 974 \\ 538 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 614 \\ 974 \\ 538 \\ \hline 436 \end{array}$$

**D. Operasi Perkalian Bilangan Cacah**

Dalam mengajarkan operasi perkalian dapat digunakan berbagai pendekatan antara lain: (a) pendekatan himpunan, (b) pendekatan pengukuran (hukum kekekalan panjang, berat, dan isi), (c) pendekatan kekekalan banyak.

**Contoh : Menentukan hasil  $3 \times 4 = \dots\dots$**

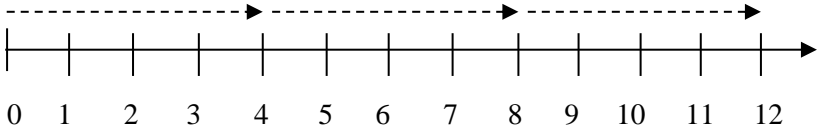
1. *Dengan Himpunan* : menguraikan arti perkalian dengan himpunan.



Jadi  $3 \times 4 = 12$

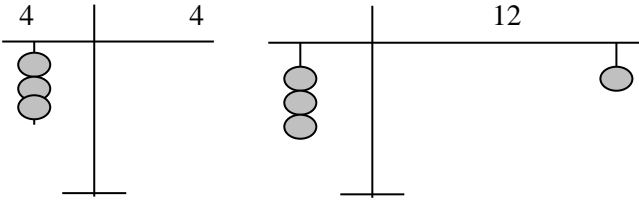


2. Dengan Garis Bilangan:



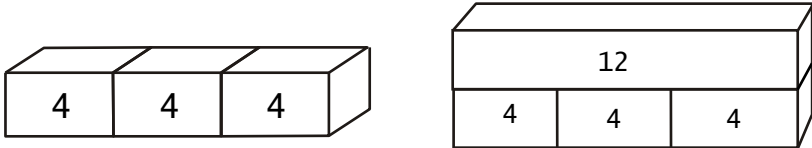
Jadi  $3 \times 4 = 12$

3. Dengan Neraca Bilangan



Jadi  $3 \times 4 = 12$

4. Dengan Batang Cuisenaire

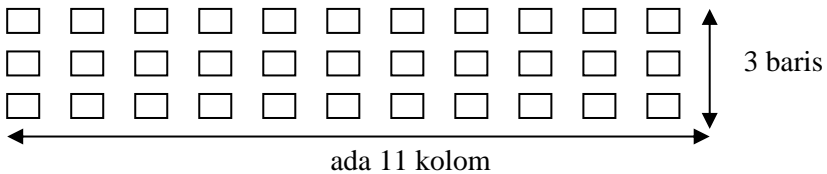


Jadi  $3 \times 4 = 12$

Di samping dengan cara peragaan di atas, perkalian juga dapat diperlihatkan dengan model konkret maupun abstrak :

Contoh : Menunjukkan hasil kali  $3 \times 15 = \dots\dots\dots$

1. Dengan Model Konkret



Jika dihitung semuanya ada 33 biji. Jadi  $3 \times 11 = 33$

## 2. Dengan Model Abstrak

\* Cara Panjang :

$$\begin{array}{r}
 3 = 0 + 3 \\
 \underline{15 = 10 + 5} \times \\
 3 \times 15 = 0 + 0 \\
 \phantom{3 \times 15 = } 30 + 15 \\
 \hline
 = 30 + 15 \\
 = 40 + 5 \\
 = 45
 \end{array}
 \quad \text{atau} \quad
 \begin{array}{r}
 3 = 3 \\
 \underline{15 = 10 + 5} \times \\
 3 \times 15 = 30 + 15 \\
 = 40 + 5 \\
 = 45
 \end{array}$$

Jadi  $3 \times 15 = 45$

\* Model Abstrak Cara Singkat :

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 3 \\
 \underline{15} \times \\
 5
 \end{array}
 \quad \dashrightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 3 \\
 \underline{15} \times \\
 45
 \end{array}$$

Sekarang bandingkan cara di atas yaitu  $3 \times 11$  dengan cara menentukan hasil dari perkalian  $11 \times 3$ , Silahkan Anda Coba!

Menentukan Hasil kali bilangan cacah dengan model abstrak cara singkat sangat diperlukan pemahaman dan hafal *Fakta Dasar Perkalian*, yaitu perkalian dua bilangan cacah dari 0 sampai dengan 9 atau daftar perkalian dari 0 sampai dengan 9. Dengan demikian hafal fakta dasar perkalian sangat mutlak diperlukan dalam rangka memahami operasi perkalian. Adapun metode penyajian agar anak hafal fakta dasar perkalian sepenuhnya diserahkan kepada bapak dan ibu guru kelas yang setiap hari bertemu dengan siswanya. Misalnya dengan melatih di setiap ada waktu senggang, dengan drill, mecongak, cepat tepat dan sebagainya.

Adapun alat peraga yang dapat membantu untuk menghafal fakta dasar operasi perkalian dan untuk menentukan hasil kali bilangan yang relatif besar adalah alat peraga "Tulang Napier" atau Batang Napier".

Pada fakta dasar operasi perkalian ini terdapat 100 bentuk perkalian yang harus dihafal anak. Akan tetapi, ada bentuk-bentuk yang sama tetapi susunan faktor-faktornya terbalik, dapat diupayakan untuk menyingkat

hafalan, yaitu dengan menggunakan hukum komutatif atau hukum pertukaran. Misalnya  $3 \times 4$  akan sama hasilnya dengan  $4 \times 3$ . Dengan demikian yang perlu dihafalkan cukup salah satu saja. Untuk itu akan mengurangi beban anak dalam menghafal fakta dasar operasi perkalian tersebut. Hal ini juga dapat diterapkan pada hafalan fakta dasar operasi penjumlahan di atas. Daftar fakta dasar perkalian adalah sebagai berikut:

$0 \times 0 = 0$	$0 \times 1 = 0$	$0 \times 2 = 0$	$0 \times 3 = 0$	$0 \times 4 = 0$
$1 \times 0 = 0$	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 3 = 3$	$1 \times 4 = 4$
$2 \times 0 = 0$	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 4 = 8$
$3 \times 0 = 0$	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 2 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 4 = 12$
$4 \times 0 = 0$	$4 \times 1 = 4$	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 3 = 12$	$4 \times 4 = 16$
$5 \times 0 = 0$	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 4 = 20$
$6 \times 0 = 0$	$6 \times 1 = 6$	$6 \times 2 = 12$	$6 \times 3 = 18$	$6 \times 4 = 24$
$7 \times 0 = 0$	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 2 = 14$	$7 \times 3 = 21$	$7 \times 4 = 28$
$8 \times 0 = 0$	$8 \times 1 = 8$	$8 \times 2 = 16$	$8 \times 3 = 24$	$8 \times 4 = 32$
$9 \times 0 = 0$	$9 \times 1 = 9$	$9 \times 2 = 18$	$9 \times 3 = 27$	$9 \times 4 = 36$
$0 \times 5 = 0$	$0 \times 6 = 0$	$0 \times 7 = 0$	$0 \times 8 = 0$	$0 \times 9 = 0$
$1 \times 5 = 5$	$1 \times 6 = 6$	$1 \times 7 = 7$	$1 \times 8 = 8$	$1 \times 9 = 9$
$2 \times 5 = 10$	$2 \times 6 = 12$	$2 \times 7 = 14$	$2 \times 8 = 16$	$2 \times 9 = 18$
$3 \times 5 = 15$	$3 \times 6 = 18$	$3 \times 7 = 21$	$3 \times 8 = 24$	$3 \times 9 = 27$
$4 \times 5 = 20$	$4 \times 6 = 24$	$4 \times 7 = 28$	$4 \times 8 = 32$	$4 \times 9 = 36$
$5 \times 5 = 25$	$5 \times 6 = 30$	$5 \times 7 = 35$	$5 \times 8 = 40$	$5 \times 9 = 45$
$6 \times 5 = 30$	$6 \times 6 = 36$	$6 \times 7 = 42$	$6 \times 8 = 48$	$6 \times 9 = 54$
$7 \times 5 = 35$	$7 \times 6 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$7 \times 8 = 56$	$7 \times 9 = 63$
$8 \times 5 = 40$	$8 \times 6 = 48$	$8 \times 7 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$8 \times 9 = 72$
$9 \times 5 = 45$	$9 \times 6 = 54$	$9 \times 7 = 63$	$9 \times 8 = 72$	$9 \times 9 = 81$

\* **Model Perkalian 69 x 14 dengan cara panjang**

$$\begin{array}{r}
 69 = 60 + 9 \\
 14 = 10 + 4 \\
 \hline
 69 \times 14 = 240 + 36 \\
 \phantom{69 \times 14 = } 600 + 90 \\
 \hline
 69 \times 14 = 840 + 126 \\
 = 800 + 40 + 100 + 20 + 6 \\
 = 900 + 60 + 6 \\
 = 966
 \end{array}$$

\* **Model Perkalian 69 x 14 dengan Cara Singkat**

a. 3                      3

$$\begin{array}{ccccccc}
 69 & \dashrightarrow & 69 & \dashrightarrow & 69 & \dashrightarrow & 69 \\
 \frac{14}{6} \times & & \frac{14}{276} \times & & \frac{14}{276} \times & & \frac{14}{276} \times \\
 & & & & 9 & & \frac{69}{966} +
 \end{array}$$

b. Contoh lain 834 x 376 = .....

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 834 \\
 \hline
 376 \times \\
 5004
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{r}
 22 \\
 834 \\
 \hline
 376 \times \\
 5004 \\
 5838
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{r}
 11 \\
 834 \\
 \hline
 376 \times \\
 5004 \\
 5838 \\
 \hline
 2502 \\
 313584 +
 \end{array}$$

\* **Model Perkalian  $47 \times 36 = \dots$**

Bila mengerti perkalian sebagai penjumlahan berulang :

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \underline{36} \times \\
 42 \quad \dots\dots 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 42 \text{ satuan} \\
 210 \quad \dots\dots 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21 \text{ puluhan} \\
 240 \quad \dots\dots 6 + 6 + 6 + 6 = 24 \text{ puluhan} \\
 1200 \quad \dots\dots 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \text{ ratusan} \\
 \hline
 1692 \quad +
 \end{array}$$

\* **Model Perkalian  $47 \times 36 = \dots$**

Bila memahami dan hafal fakta dasar perkalian, maka akan sangat membantu.

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \underline{36} \times \\
 42 \quad \dots\dots 7 \times 6 = 42 \\
 210 \quad \dots\dots 7 \times 30 = 210 \\
 240 \quad \dots\dots 40 \times 6 = 240 \\
 1200 \quad \dots\dots 40 \times 30 = 1200 \\
 \hline
 1692 \quad +
 \end{array}$$

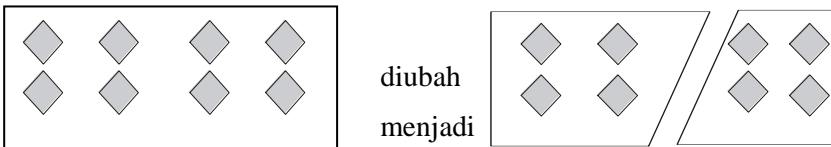
**E. Operasi Pembagian Bilangan Cacah**

Untuk menjelaskan operasi pembagian, perhatikan contoh berikut:

Contoh : Ada 8 buah kue harus dibagikan rata kepada 2 anak.

Setiap anak mendapat berapa buah kue?

Contoh di atas kalimat metematikanya  $8 : 2 = \dots\dots\dots$

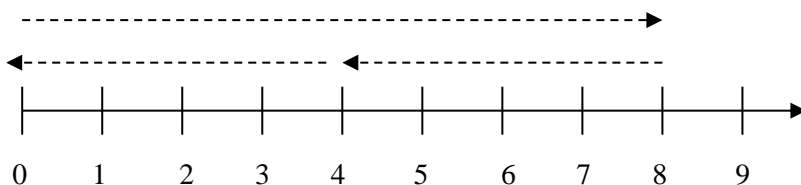


Jadi,  $8 : 2 = 4$

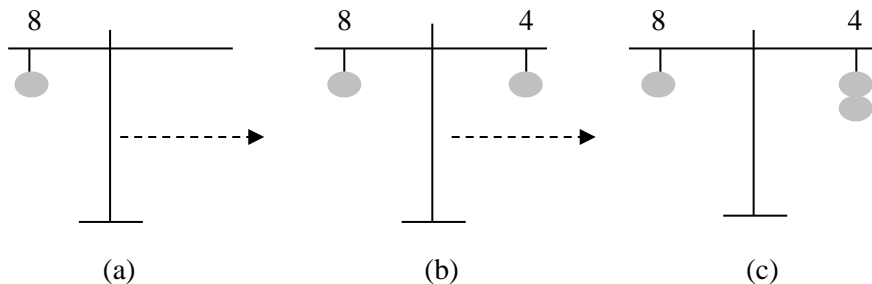
Pembagian dapat diartikan sebagai pengurangan berulang yaitu bilangan yang dibagi (terbagi) dikurangi berulang-ulang dengan bilangan yang membagi (pembagi) sampai habis (nol). Berapa kalikah proses pengurangan itu harus dilakukan agar sisanya habis?

$$\text{Contoh : } 8 : 4 = 8 - \underbrace{4 - 4}_{\substack{1 \quad 2}} = 0$$

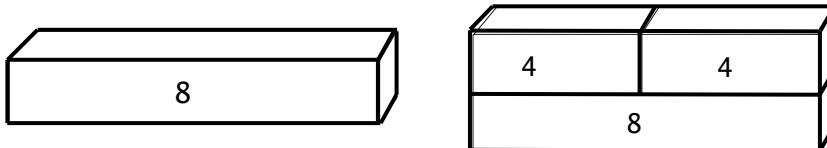
Karena ada dua kali proses pengurangan yang mengakibatkan sisanya nol (habis), berarti  $8 : 4 = 2$ . Jika ditunjukkan pada garis bilangan menjadi sebagai berikut.



Sekarang menunjukkan operasi  $8 : 4$  dengan Neraca Bilangan :



Jika kita memperhatikan urutan menjelaskan dari gambar (a), (b) dan (c), akan terlihat proses pembagian  $8 : 4 = 2$ . Akan tetapi, jika kita langsung menyajikan seperti gambar (c), dapat berarti:  $4 + 4 = 8$ ,  $8 - 4 = 4$ ,  $2 \times 4 = 8$ , atau  $8 : 4 = 2$ . Kemudian jika soal  $8 : 4 = \dots$  ditunjukkan dengan batang Cuisenaire akan terlihat sebagai berikut:



Jadi  $8 : 4 = 2$

Menunjukkan hasil pembagian dengan pengurangan berulang:

a.  $10 : 2 = \dots\dots$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \frac{2}{8} - \text{ ke 1} \\ \frac{2}{6} - \text{ ke 2} \\ \frac{2}{4} - \text{ ke 3} \\ \frac{2}{2} - \text{ ke 4} \\ \frac{2}{0} - \text{ ke 5} \end{array}$$

b.  $10 : 3 = \dots\dots\dots$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \frac{3}{7} - \text{ ke 1} \\ \frac{3}{4} - \text{ ke 2} \\ \frac{3}{1} - \text{ ke 3} \\ 1 \dots \text{ sisa} \end{array}$$

Jadi  $10 : 2 = 5$

Menunjukkan hasil bagi Dengan Cara Acak :

Contoh :  $72 : 6 = \dots\dots\dots$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)72} \\ \underline{60} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \hline 12 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 10 + 2 = 12 \\ 6 \overline{)72} \\ \underline{60} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 + 7 = 12 \\ 6 \overline{)72} \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 42 \phantom{0} \\ \underline{42} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

Jadi  $72 : 6 = 12$

Menunjukkan hasil bagi dengan cara Singkat:

Contoh :  $84 : 6 = \dots\dots\dots$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \overline{)84} \\ \underline{60} \\ 24 \end{array} \quad \text{-----} \rightarrow \quad \begin{array}{r} 14 \\ 6 \overline{)84} \\ \underline{60} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Jadi  $84 : 6 = 14$

Menentukan hasil bagi bilangan cacah dengan model abstrak cara singkat sangat diperlukan pemahaman dan hafal *Fakta Dasar Pembagian*, yaitu pembagian dua bilangan cacah yang habis dibagi dimana bilangan terbagi 0 sampai dengan 81, pembagi dan hasil baginya berupa bilangan Cacah dari 0 sampai dengan 9. Dengan demikian, kemampuan menghafal fakta dasar pembagian sangat mutlak diperlukan dalam rangka memahami operasi pembagian. Adapun metode penyajian agar anak hafal fakta dasar pembagian sepenuhnya diserahkan kepada bapak dan ibu guru kelas yang setiap hari bertemu dengan siswa. Misalnya dengan melatih disetiap ada waktu senggang, dengan drill, mecongak, cepat tepat dan sebagainya. Adapun fakta dasar pembagian itu sendiri adalah sebagai berikut :

$0 : 1 = 0$	$0 : 2 = 0$	$0 : 3 = 0$	$0 : 4 = 0$	$0 : 5 = 0$
$1 : 1 = 1$	$2 : 2 = 1$	$3 : 3 = 1$	$4 : 4 = 1$	$5 : 5 = 1$
$2 : 1 = 2$	$4 : 2 = 2$	$6 : 3 = 2$	$8 : 4 = 2$	$10 : 5 = 2$
$3 : 1 = 3$	$6 : 2 = 3$	$9 : 3 = 3$	$12 : 4 = 3$	$15 : 5 = 3$
$4 : 1 = 4$	$8 : 2 = 4$	$12 : 3 = 4$	$16 : 4 = 4$	$20 : 5 = 4$
$5 : 1 = 5$	$10 : 2 = 5$	$15 : 3 = 5$	$20 : 4 = 5$	$25 : 5 = 5$
$6 : 1 = 6$	$12 : 2 = 6$	$18 : 3 = 6$	$24 : 4 = 6$	$30 : 5 = 6$
$7 : 1 = 7$	$14 : 2 = 7$	$21 : 3 = 7$	$28 : 4 = 7$	$35 : 5 = 7$
$8 : 1 = 8$	$16 : 2 = 8$	$24 : 3 = 8$	$32 : 4 = 8$	$40 : 5 = 8$
$9 : 1 = 9$	$18 : 2 = 9$	$27 : 3 = 9$	$36 : 4 = 9$	$45 : 5 = 9$



$0 : 6 = 0$	$0 : 7 = 0$	$0 : 8 = 0$	$0 : 9 = 0$
$6 : 6 = 1$	$7 : 7 = 1$	$8 : 8 = 1$	$9 : 9 = 1$
$12 : 6 = 2$	$14 : 7 = 2$	$16 : 8 = 2$	$18 : 9 = 2$
$18 : 6 = 3$	$21 : 7 = 3$	$24 : 8 = 3$	$27 : 9 = 3$
$24 : 6 = 4$	$28 : 7 = 4$	$32 : 8 = 4$	$36 : 9 = 4$
$30 : 6 = 5$	$35 : 7 = 5$	$40 : 8 = 5$	$45 : 9 = 5$
$36 : 6 = 6$	$42 : 7 = 6$	$48 : 8 = 6$	$54 : 9 = 6$
$42 : 6 = 7$	$49 : 7 = 7$	$56 : 8 = 7$	$63 : 9 = 7$
$48 : 6 = 8$	$56 : 7 = 8$	$64 : 8 = 8$	$72 : 9 = 8$
$54 : 6 = 9$	$63 : 7 = 9$	$72 : 8 = 9$	$81 : 9 = 9$

Catatan :

$0 : 0 =$  Tak terhingga

$a : 0 =$  Tak terdefinisi,  $a$  sembarang bilangan tidak nol.

Hal ini perlu dijelaskan tersendiri. Cobalan Anda jelaskan!

Bila pada operasi perkalian sering dilakukan pengubahan dari satuan ke puluhan, dalam pembagian sering dilakukan pengubahan dari puluhan ke satuan, dari ratusan ke puluhan, dari ribuan ke ratusan dan seterusnya. Misalnya  $a$  dibagi dengan  $b$  dan hasilnya  $c$ , maka dapat ditulis  $a : b = c$  atau

$$b \overline{) a}^c$$

\* **Menunjukkan hasil  $325 : 13 = \dots$  Dengan cara acak (Sembarang):**

a. 
$$\begin{array}{r} 5 + 10 + 10 = 25 \\ 13 \overline{) 325} \\ \underline{65} \phantom{0} \\ 260 \phantom{0} \\ \underline{130} \phantom{0} \\ 130 \phantom{0} \\ \underline{130} \\ 0 \end{array}$$

b. 
$$\begin{array}{r} 13 + 10 + 2 = 25 \\ 13 \overline{) 325} \\ \underline{65} \phantom{0} \\ 156 \phantom{0} \\ \underline{130} \phantom{0} \\ 26 \phantom{0} \\ \underline{26} \\ 0 \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r}
 5 + 5 + 10 + 5 = 25 \\
 13 \overline{)325} \\
 \underline{65} \phantom{00} \\
 260 \phantom{00} \\
 \underline{65} \phantom{00} \\
 195 \phantom{00} \\
 \underline{130} \phantom{00} \\
 65 \phantom{00} \\
 \underline{65} \phantom{00} \\
 0
 \end{array}$$

d.

$$\begin{array}{r}
 20 + 5 = 25 \\
 13 \overline{)325} \\
 \underline{260} \phantom{00} \\
 65 \phantom{00} \\
 \underline{65} \phantom{00} \\
 0
 \end{array}$$

**\* Menunjukkan hasil  $325 : 13$  Dengan Cara Singkat :**

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 13 \overline{)325} \\
 \underline{26} \phantom{00} \\
 6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 13 \overline{)325} \\
 \underline{26} \phantom{00} \\
 65
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 25 \\
 13 \overline{)325} \\
 \underline{26} \phantom{00} \\
 65 \phantom{00} \\
 \underline{65} \phantom{00} \\
 0
 \end{array}$$

## F. Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Cacah

### 1. Sifat-sifat Operasi Penjumlahan

#### a. Sifat Tertutup:

Bila diambil sembarang dua bilangan cacah, maka bila dijumlahkan hasilnya merupakan bilangan cacah juga.

Contoh:  $3 + 4 = 7$     bilangan 3, 4 dan 7 merupakan bilangan cacah.

Secara Umum dapat ditulis :

$a + b = c$     -----►    a, b dan c merupakan bilangan cacah.

Perhatikan pada pengurangan berikut:

$4 - 3 = 1$     (tertutup karena 4, 3 dan 1 bilangan cacah)

$9 - 10 = -1$     (karena -1 bukan bilangan cacah)

Jadi tidak selamanya pada pengurangan bilangan cacah akan menghasilkan bilangan cacah. Dengan demikian operasi pengurangan pada bilangan cacah tidak berlaku sifat tertutup.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Jika  $4 + 3 = 3 + 4$ , demikian untuk sembarang bilangan cacah, maka dikatakan operasi penjumlahan bilangan cacah berlaku sifat Pertukaran (Komutatif).

Secara Umum: Jika a dan b bilangan cacah sembarang maka berlaku  $a + b = b + a$ .

c. Sifat pengelompokan (Asosiatif)

Jika  $3 + (4 + 5) = (3 + 4) + 5$  ka berlaku sifat Pengelompokan (Asosiatif).

Secara umum: Jika a, b dan c bilangan cacah sembarang, maka:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

d. Sifat Elemen identitas penjumlahan (sifat bilangan 0)

$$a + 0 = 0 + a = a$$

2. Sifat-sifat Operasi Perkalian

a. Sifat Tertutup

Jika a, b dan c bilangan cacah Sembarang, maka berlaku:  $a \times b = c$ .

Hal ini dikatakan sifat tertutup pada operasi perkalian.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif):

Jika a dan b bilangan cacah sembarang, berlaku:  $a \times b = b \times a$ .

Kebenaran sifat pertukaran (komutatif) dapat digunakan alat peraga.

c. *Sifat Pengelompokan:*

Untuk  $a$ ,  $b$  dan  $c$  bilangan cacah, maka berlaku :  
 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ .

Buktikan sifat tersebut dengan alat peraga !

d. *Sifat Penyebaran (Distributif)*

Untuk setiap bilangan cacah sembarang  $a$ ,  $b$  dan  $c$  berlaku:

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Untuk membuktikan sifat tersebut dapat digunakan cara sebagai berikut:

Contoh: Menunjukkan  $2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$

1) Dengan Batang Cuisenaire :

4	3	=	4	+	3
4	3		4		3
$2 \times (4 + 3)$			$(2 \times 4)$		$(2 \times 3)$

2) Dengan Luas Daerah :

<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>													=	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="background-color: black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>									+	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>						
$2 \times (4 + 3)$		$(2 \times 4)$		$(2 \times 3)$																										

e. *Sifat Bilangan 0 (nol) dan 1 (satu)*

Perhatikan fakta dasar penjumlahan dengan 0.

$$0 + 0 = 0 \quad 0 + 3 = 3 \quad 0 + 6 = 6 \quad 0 + 9 = 9$$

$$0 + 1 = 1 \quad 0 + 4 = 4 \quad 0 + 7 = 7$$

$$0 + 2 = 2 \quad 0 + 5 = 5 \quad 0 + 8 = 8$$

Dari contoh di atas ternyata jumlah suatu bilangan dengan nol adalah bilangan itu sendiri. Jadi jika  $a$  suatu bilangan, maka  $a + 0 = 0 + a = a$ .

Untuk selanjutnya 0 disebut juga unsur satuan (Identitas) operasi penjumlahan.

$$\text{Contoh : } 14 + 0 = 14 \quad 0 + 14 = 14$$

f. *Sifat Bilangan 0 dan 1 pada operasi perkalian:*

Perhatikan lagi fakta dasar operasi perkalian dengan 0.

$$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, \dots\dots\dots, 0 \times 9 = 0$$

Dari contoh di atas ternyata hasil kali dengan 0 adalah 0. Jadi jika a suatu bilangan, maka  $a \times 0 = 0 \times a = 0$  Sekarang perhatikan fakta dasar perkalian dengan 1.  $1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, \dots\dots 1 \times 9 = 9$ . Jelas bahwa hasil kali bilangan cacah dengan 1 adalah bilangan itu sendiri. Jadi jika a bilangan cacah maka  $a \times 1 = 1 \times a = a$ . Selanjutnya 1 disebut pula unsur Satuan (identitas) pada operasi perkalian.

# **BAB IX**

## **BILANGAN BULAT**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bilangan bulat dan terampil mengajarkan bilangan bulat di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari Bab IX ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan bulat.
2. Menjelaskan konsep penjumlahan bilangan bulat.
3. Menjelaskan konsep pengurangan bilangan bulat.
4. Menjelaskan konsep perkalian bilangan bulat.
5. Menjelaskan konsep pembagian bilangan bulat.
6. Menjelaskan sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat.
7. Melaksanakan pembelajaran bilangan bulat di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang bilangan bulat, yang mencakup: (1) konsep bilangan bulat, (2) konsep penjumlahan bilangan bulat, (3) konsep pengurangan bilangan bulat, (4) konsep perkalian bilangan bulat, (5) konsep pembagian bilangan bulat, (6) sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat, dan pembelajarannya di sekolah dasar.

## A. Pengertian, Jenis, dan Lawan Bilangan Bulat

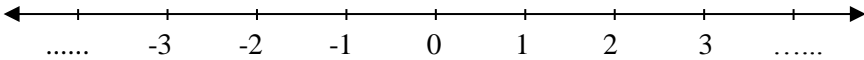
Bilangan Bulat merupakan gabungan antara bilangan asli dengan bilangan-bilangan negatifnya serta bilangan nol. Bilangan bulat juga dapat diartikan sebagai gabungan antara bilangan negatif dan bilangan cacah. Bilangan bulat anggotanya terdiri dari bilangan positif, bilangan negatif, dan bilangan nol.

Himpunan bilangan Asli =  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Himpunan bilangan Cacah =  $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Himpunan bilangan Bulat =  $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Bilangan bulat jika ditunjukkan pada garis bilangan menjadi sebagai berikut.



Jadi bilangan bulat itu terdiri dari bilangan bulat positif  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , bilangan nol  $\{0\}$ , dan bilangan bulat negatif  $\{-1, -2, -3, \dots\}$ .

Beberapa hal yang perlu diperhatikan pada bilangan bulat adalah:

1. Pengertian negatif satu (-1) harus dibedakan dengan pengertian tanda "-" pada operasi  $3 - 1$ . Pengertian -1 dibaca "*negatif 1*" adalah menunjukkan kedudukan bilangan -1 pada garis bilangan di sebelah kiri titik pangkal nol (0). Sedangkan pada  $3 - 1$ , tanda "-" berarti operasi, dibaca "*tiga dikurangi satu*".
2. Perhatikan garis bilangan pada bilangan bulat di atas. Terlihat bahwa 2 lawan bilangannya -2, sedangkan -1 lawan bilangannya 1, kemudian 4 lawan bilangannya -4, dan seterusnya. Dua bilangan dikatakan saling berlawanan apabila dua bilangan itu dijumlahkan menghasilkan 0.

## B. Operasi Penjumlahan Bilangan Bulat

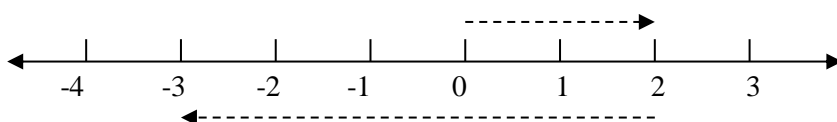
### 1. Penjumlahan Bilangan Bulat dengan Garis Bilangan

Tanda "+" pada kalimat matematika  $3 + 2 = \dots$  merupakan operasi tambah/penjumlahan. Sedangkan tanda "-" pada kalimat matematika  $4 - 6 = \dots$  merupakan operasi pengurangan/selisih.

Terdapat 4 kemungkinan bentuk pasangan operasi biner pada bilangan bulat, yaitu:

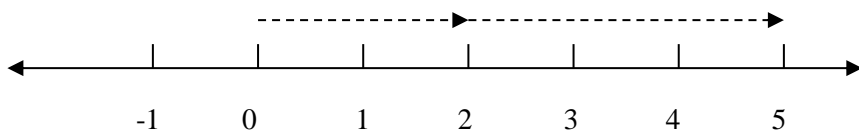
1. Bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif
2. Bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif
3. Bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif
4. Bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif.

Misalnya, untuk operasi  $2 + (-5)$  itu berarti menjumlahkan bilangan positif dua dengan negatif lima, sama artinya dengan bentuk  $(+2) + (-5)$ . Bila diperagakan pada garis bilangan menjadi:



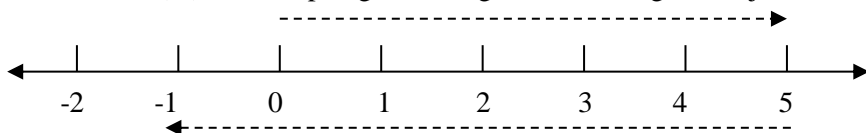
Jadi  $2 + (-5) = -3$

Contoh:  $2 + 3 = \dots$  diperagakan dengan garis bilangan menjadi:



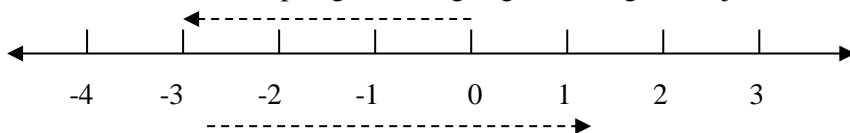
Jadi  $2 + 3 = 5$

Contoh:  $5 + (-6) = \dots$  diperagakan dengan baris bilangan menjadi:



Jadi  $5 + (-6) = -1$

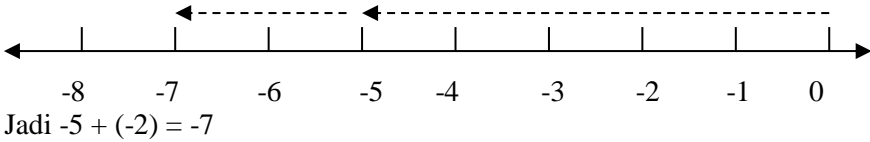
Contoh:  $-3 + 4 = \dots$  diperagakan dengan garis bilangan menjadi:



Jadi  $-3 + 4 = 1$



Contoh:  $-5 + (-2) = \dots$  diperagakan dengan garis bilangan menjadi:



#### 4. Penjumlahan Bilangan Bulat dengan Model

Penjumlahan pada bilangan bulat dapat diperagakan dengan gerakan suatu model, yaitu dengan gerakan maju atau mundur dari suatu model, misalnya menggunakan gerakan mobil dengan ketentuan sebagai berikut:

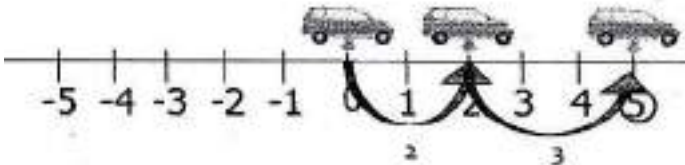
Contoh:  $a + b = c$ , dimana a, b, dan c bilangan bulat

- a. Model mula-mula menghadap ke kanan di titik 0.
- b. Jika a bilangan positif, model menghadap ke kanan dan maju sejauh a.
- c. Jika a bilangan negatif, model mundur (ke kiri) sejauh  $-a$ .
- d. Operasi penjumlahan, berarti gerakan model dilanjutkan.
- e. Jika b bilangan positif, model dilanjutkan bergerak maju (ke kanan) sejauh b.
- f. Jika b bilangan negatif, model dilanjutkan bergerak mundur (ke kiri) sejauh  $-b$ .
- g. c adalah tempat gerakan terakhir dari model, merupakan hasil penjumlahan.

Berikut ini adalah beberapa contoh penjumlahan bilangan bulat:

##### 1. Positif + Positif

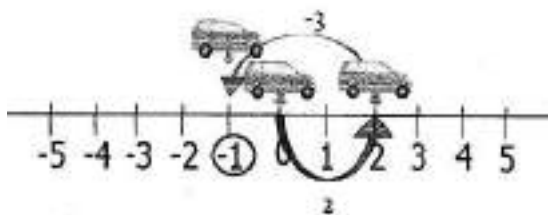
Hitung  $2 + 3 = \dots$



Jadi  $2 + 3 = 5$

### 2. Positif + Negatif

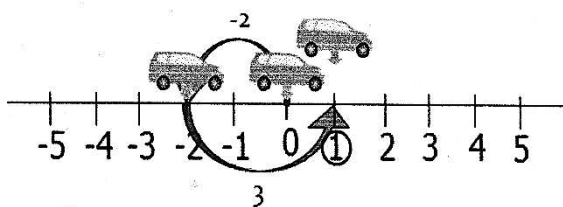
Hitung  $2 + (-3) = \dots$



Jadi  $2 + (-3) = -1$

### 3. Negatif + Positif

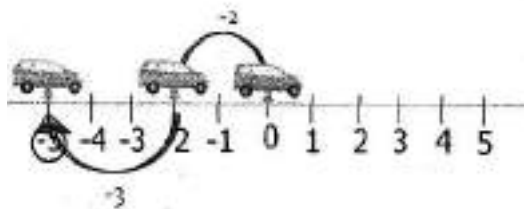
Hitung  $-2 + 3 = \dots$



Jadi  $-2 + 3 = 1$

### 4. Negatif + Negatif

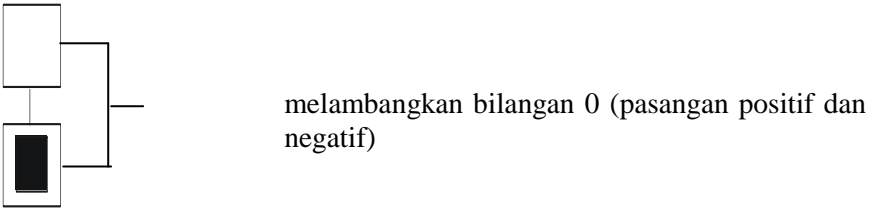
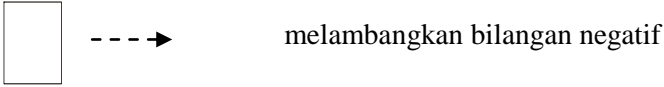
Hitung  $-2 + (-3) = \dots$



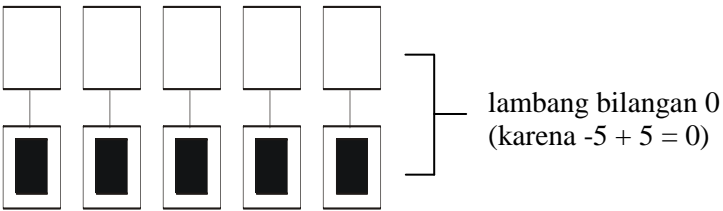
Jadi  $-2 + (-3) = -5$

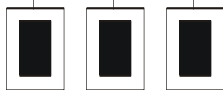
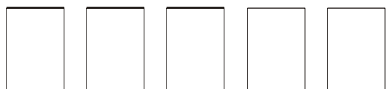
### 5. Penjumlahan Bilangan Bulat dengan “Muatan”

Selain garis bilangan, terdapat cara lain untuk menjelaskan konsep bilangan bulat, yaitu dengan menggunakan peragaan seperti berikut (sebut saja peragaan dengan “*Muatan*”).

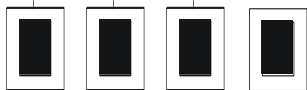
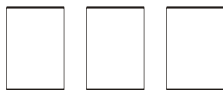


Contoh:





Melambangkan  $-2$  (negatif 2)



Melambangkan 1 (Positif 1)

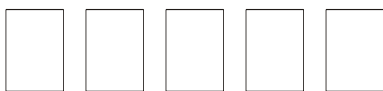
Contoh:  $2 + (-5) = \dots\dots\dots$

Jika soal tersebut diperagakan dengan Muatan, maka langkahnya adalah:

- a. Tunjukkan muatan positif sebanyak 2 buah,

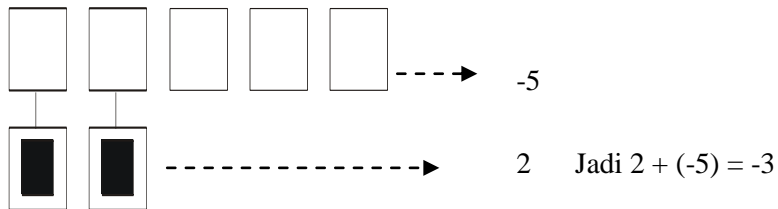


- b. Tambahkan muatan negatif sebanyak 5 buah,



- c. Pasangkan antara muatan positif dan muatan negatif yang ada.

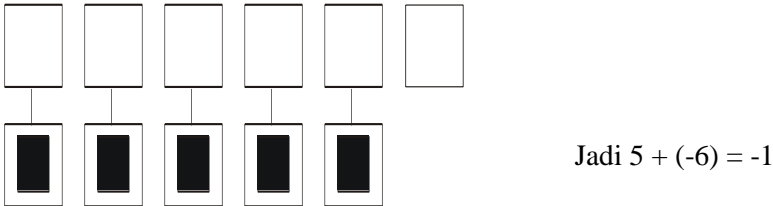
Untuk melihat hasilnya, perhatikan muatan yang tidak berpasangan (yaitu terdapat 3 buah muatan negatif)



Contoh:  $2 + 3 = \dots\dots\dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:



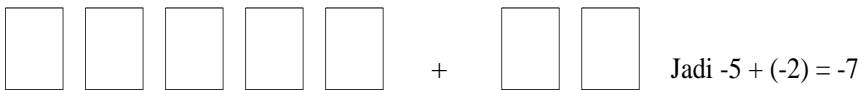
Contoh:  $5 + (-6) = \dots\dots\dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:



Contoh:  $-3 + 4 = \dots\dots\dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:



Contoh:  $-5 + (-2) = \dots\dots\dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:



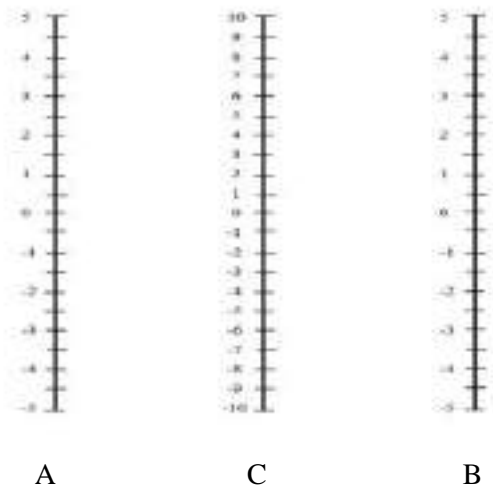
## 6. Penjumlahan Bilangan Bulat dengan Nomograf

Kata *nomograph*, yang berasal dari Yunani dan mempunyai arti aturan tertulis, dapat diterapkan dalam matematika pada sebuah teknik dengan grafik untuk menghitung dan untuk menyelesaikan persamaan tertentu. Nomograf juga dapat diartikan sebagai media pembelajaran yang terbentuk dari tiga buah garis bilangan yang diletakkan sejajar dengan sifat skala pada garis bilangan yang terletak di tengah-tengah besarnya sama dengan setengah kali skala pada garis bilangan yang mengapitnya (Riyadi, 2011:33).

Nomograf sejajar dengan skala dapat dibuat sendiri oleh siswa. Bagi siswa-siswa yang pandai dapat membuatnya pada kertas biasa dengan penggaris. Bagi siswa-siswa yang kurang pandai, akan lebih mudah membuatnya pada kertas grafik. Jenis Nomograf yang digunakan untuk operasi hitung bilangan bulat ada dua, yaitu Nomograf penjumlahan dan Nomograf pengurangan.

Untuk membuat Nomograf Penjumlahan, dapat digunakan langkah: (a) buatlah skala pada garis bilangan vertikal A dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan positif, serta di bawah 0 adalah bilangan negatif, (b) buatlah skala pada garis bilangan vertikal B dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan positif serta di bawah 0 adalah bilangan negatif, (c) buatlah skala pada garis bilangan vertikal C dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan positif serta di bawah 0 adalah bilangan negatif, Perhatikan Gambar di bawah ini.

### NOMOGRAF PENJUMLAHAN

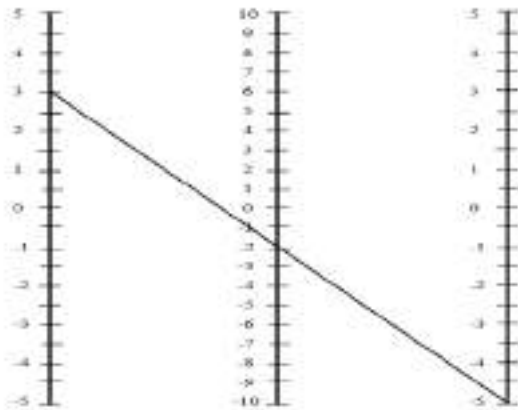


Contoh:  $3 + (-5) = \dots\dots\dots$

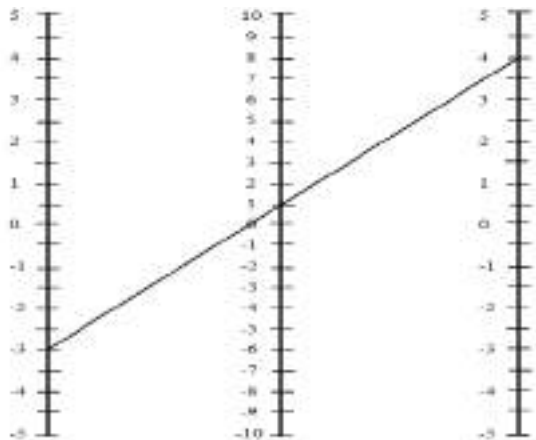
Langkah-langkah:

- Letakkan paku pada garis bilangan paling kiri pada posisi 3
- Letakkan paku pada garis bilangan paling kanan pada posisi (-5)
- Hubungkan paku pada angka 3 dan -5 dengan benang atau karet.

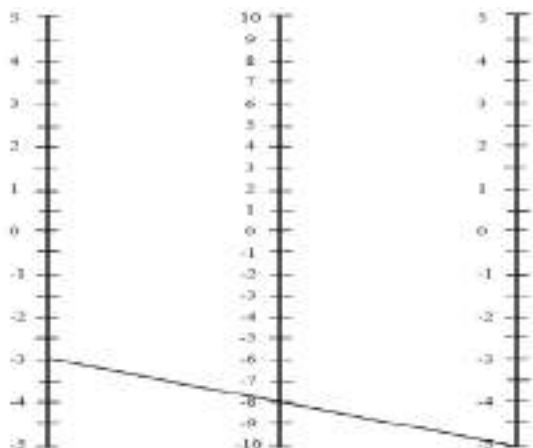
- d. Untuk melihat hasil penjumlahan, perhatikan bilangan pada garis bilangan yang terletak ditengah yang dilalui benang atau karet .
- e. Jadi  $3 + (-5) = -2$  (Perhatikan garis bilangan yang tengah)



Contoh :  $(-3) + 4 = 1$  (Perhatikan garis bilangan yang tengah)



Contoh:  $-3 + (-5) = -8$  (Perhatikan garis bilangan yang tengah)



Sifat-sifat Operasi penjumlahan bilangan bulat:

- sifat tertutup:  $a + b = c$ , dimana  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  adalah bilangan bulat
- sifat pertukaran (komutatif):  $a + b = b + a$
- sifat pengelompokan (asosiatif):  $a + (b + c) = (a + b) + c$
- sifat elemen identitas penjumlahan (sifat bilangan 0):  
 $a + 0 = 0 + a = a$
- Setiap bilangan bulat mempunyai sifat invers aditif (lawan):  
 $a$  lawannya  $-a$ , dan berlaku  $a + (-a) = 0$

Coba buktikan dengan menggunakan berbagai peragaan yang sesuai!

## C. Operasi Pengurangan Bilangan Bulat

### 1. Pengurangan Bilangan Bulat dengan Garis Bilangan

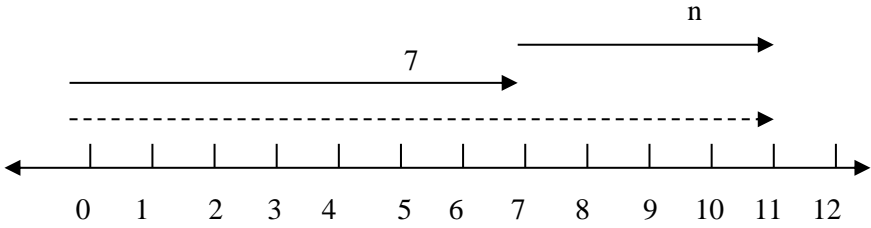
Perhatikan bentuk soal berikut:

- $7 + n = 11$
- $n + (-3) = -8$
- $4 + n = -6$

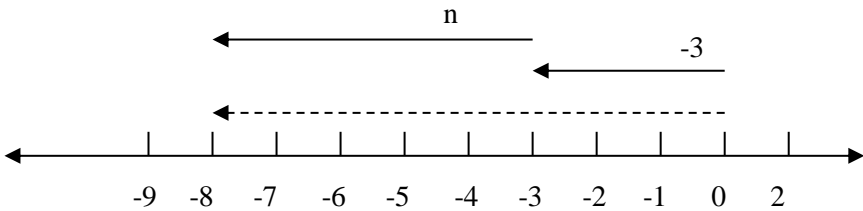
Soal tersebut berarti mencari suku pada penjumlahan. Bentuk-bentuk di atas dikatakan sebagai soal-soal pengurangan, karena untuk menentukan harga  $n$  harus melibatkan pemahaman konsep tentang pengurangan.



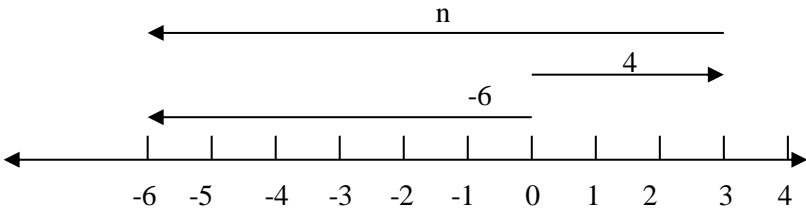
a.  $7 + n = 11$



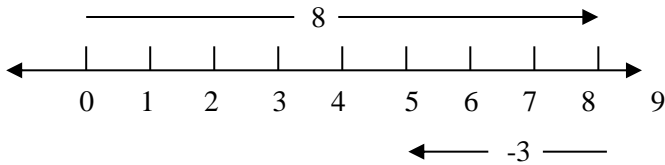
b.  $n + (-3) = -8$



c.  $4 + n = -6$



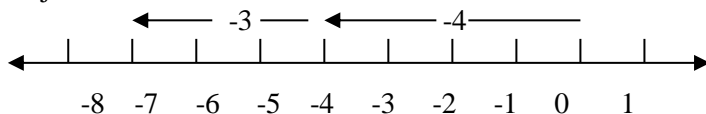
Contoh:  $8 - 3 = \dots$  diperagakan dengan garis bilangan menjadi:



Jadi  $8 - 3 = 5$

Contoh:  $5 - (-2) = \dots$  Bagaimana jika diperagakan dengan garis bilangan?

Contoh:  $(-4) - 3 = \dots$  diperagakan dengan garis bilangan menjadi:



Jadi  $(-4) - 3 = -7$

Contoh:  $-3 - (-5) = \dots$  Bagaimana jika diperagakan dengan garis bilangan?

## 2. Pengurangan Bilangan Bulat dengan Model

Pengurangan pada bilangan bulat juga dapat diperagakan dengan gerakan suatu model, yaitu dengan gerakan maju atau mundur dari suatu model, misalnya menggunakan gerakan sebuah mobil dengan ketentuan sebagai berikut:

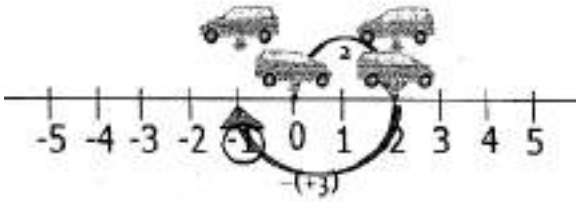
Misalnya:  $a - b = c$ , dimana  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan bulat

- Model mula-mula menghadap ke kanan di titik 0.
- Jika  $a$  bilangan positif, maka model menghadap ke kanan dan maju (ke kanan) sejauh  $a$ .
- Jika  $a$  bilangan negatif, maka model mundur (ke kiri) sejauh  $-a$ .
- Operasi pengurangan diartikan pada model dengan cara *berbalik* arah.
- Jika  $b$  bilangan positif, maka model dilanjutkan bergerak maju (setelah berbalik) sejauh  $b$ .
- Jika  $b$  bilangan negatif, maka model dilanjutkan bergerak mundur (setelah berbalik) sejauh  $-b$ .
- $c$  adalah tempat gerakan terakhir dari model, merupakan hasil pengurangan.

Berikut ini adalah beberapa contoh pengurangan bilangan bulat:

1. Positif - Positif

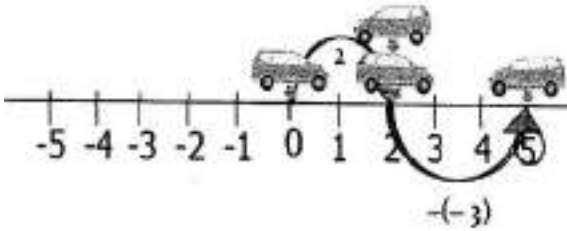
Hitung  $2 - 3 = \dots$



Jadi  $2 - 3 = -1$

2. Positif - Negatif

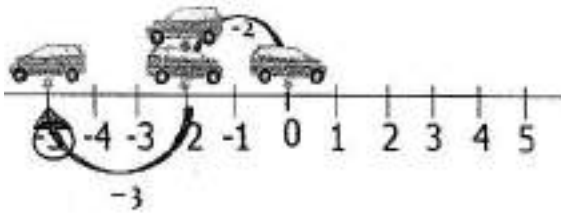
Hitung  $2 - (-3) = \dots$



Jadi  $2 - (-3) = 5$

3. Negatif - Positif

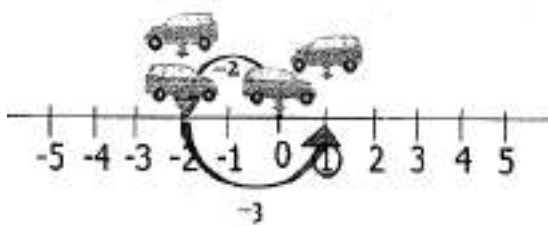
Hitung  $(-2) - 3 = \dots$



Jadi  $-2 - 3 = -5$

#### 4. Negatif - Negatif

Hitung  $(-2) - (-3) = \dots$



Jadi  $-2 - (-3) = 1$

### 3. Pengurangan Bilangan Bulat dengan Muatan

Operasi pengurangan dengan peragaan Muatan berarti “mengurangkan” atau “mengurangi” atau “mengambil”.

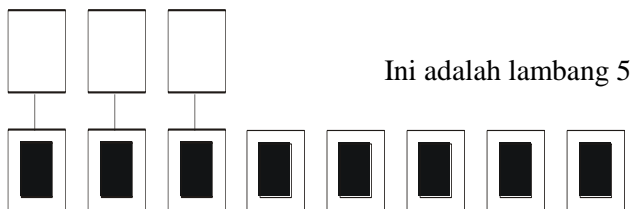
Contoh:  $8 - 3 = \dots$

Jika diperagakan dengan Muatan, maka langkahnya adalah:

- Tunjukkan muatan positif sebanyak 8 buah
- Kemudian dikurangi (diambil) muatan positif sebanyak 3 buah
- Sisanya merupakan hasil pengurangan tersebut.



Contoh:  $5 - (-2) = \dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:

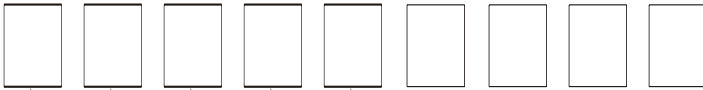


kemudian dikurangi (diambil) 2 buah muatan negatif (-2) menjadi

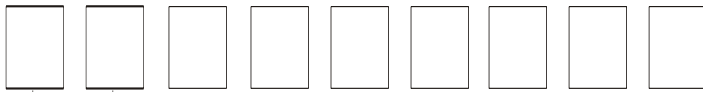


Jadi  $5 - (-2) = 7$

Contoh:  $(-4) - 3 = \dots\dots$  diperagakan dengan Muatan menjadi:

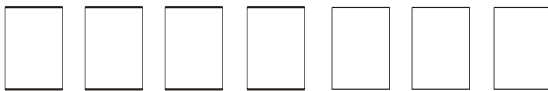


Menunjukkan  $-4$



Kemudian dikurangi (diambil) 3 buah positif  
Sisanya adalah  $-7$ . Jadi  $(-4) - 3 = -7$

Contoh:  $-3 - (-5) = \dots\dots$



Menunjukkan  $-3$



Kemudian dikurangi (diambil) 5 buah negatif,

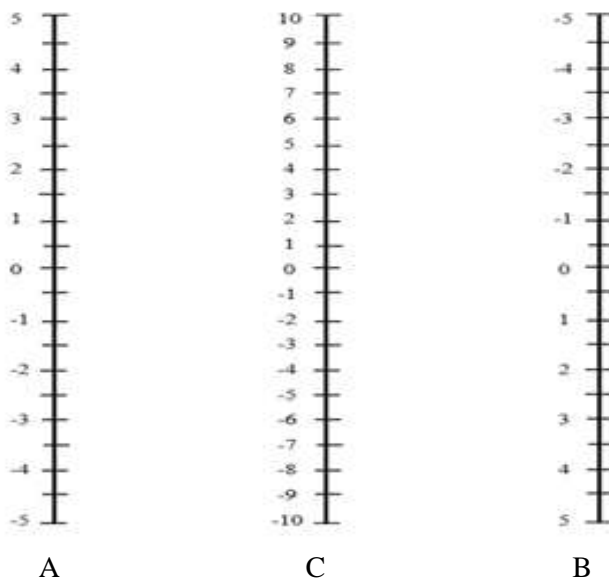


Maka sisanya adalah 2. Jadi  $-3 - (-5) = 2$

#### 4. Pengurangan Bilangan Bulat dengan Nomograf

Untuk membuat Nomograf Pengurangan menggunakan langkah: (a) buatlah skala pada garis bilangan vertikal A dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan positif, serta di bawah 0 adalah bilangan negatif, (b) buatlah skala pada garis bilangan vertikal B dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan negatif, serta di bawah 0 adalah bilangan positif, (c) buatlah skala pada garis bilangan C dengan skala 0 (di tengah) dan di atas 0 adalah bilangan positif, serta di bawah 0 adalah bilangan negatif. Perhatikan Gambar di bawah ini.

#### NOMOGRAF PENGURANGAN

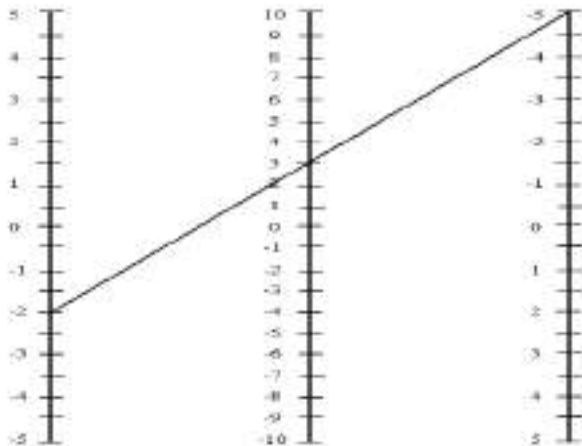


Contoh:  $-2 - (-5) = \dots\dots$

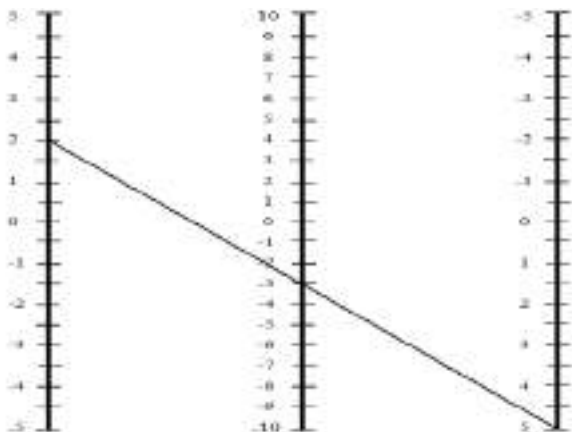
Langkah-Langkah:

- Letakkan paku pada garis bilangan paling kiri pada posisi (-2).
- Letakkan paku pada garis bilangan paling kanan pada posisi (-5).
- Hubungkan paku pada angka -2 dan -5 dengan benang atau karet.

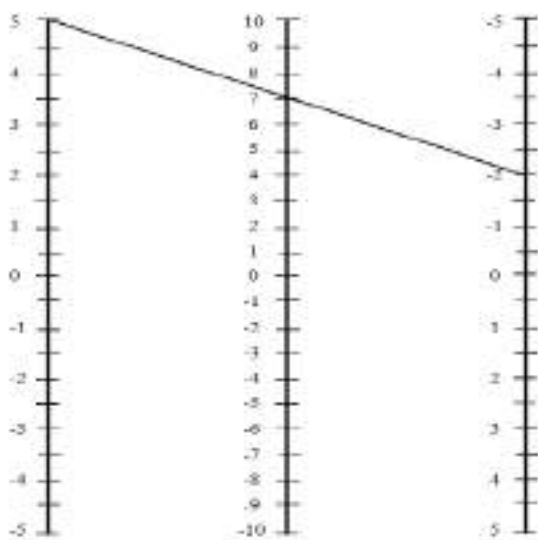
- d. Untuk melihat hasil pengurangan, perhatikan bilangan pada garis bilangan yang terletak ditengah yang melalui benang atau karet.
- e. Jadi  $(-2) - (-5) = 3$ .



Contoh:  $2 - 5 = -3$  (Perhatikan garis bilangan yang tengah)



Contoh:  $5 - (-2) = 7$  (Perhatikan garis bilangan yang tengah)



## D. Operasi Perkalian Bilangan Bulat

### 1. Perkalian Bilangan Bulat dengan Model

Perkalian pada bilangan bulat juga dapat diperagakan dengan gerakan suatu model, yaitu dengan gerakan maju atau mundur dari suatu model, misalnya menggunakan gerakan sebuah mobil dengan ketentuan sebagai berikut:

Misalnya:  $a \times b = c$ , dimana  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan bulat.

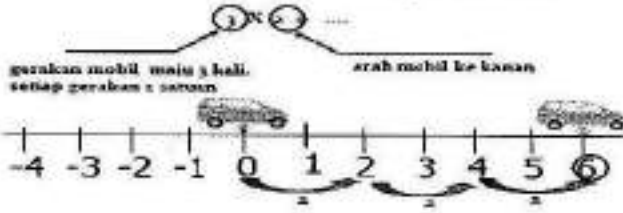
- Jika  $b$  bilangan positif, maka model menghadap ke kanan
- Jika  $b$  bilangan negatif, maka model menghadap ke kiri
- $a \times b$  artinya gerakan model maju (ke kanan)  $a$  kali, setiap gerakan sejauh 2 satuan.
- Jika  $a$  bilangan positif, maka gerakan model bergerak maju.
- Jika  $a$  bilangan negatif, maka gerakan model mundur.
- $c$  adalah tempat gerakan terakhir dari model, merupakan hasil perkalian.



Berikut ini adalah beberapa contoh perkalian bilangan bulat:

**1. Positif x Positif**

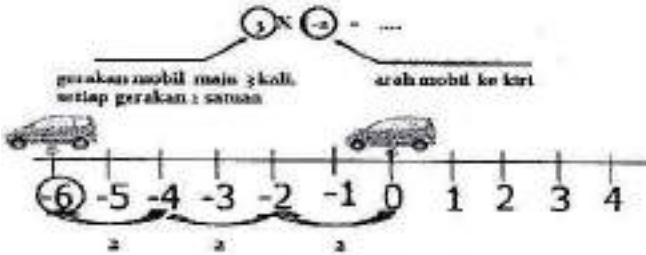
Hitung  $3 \times 2 = \dots$



Jadi  $3 \times 2 = 6$

**2. Positif x Negatif**

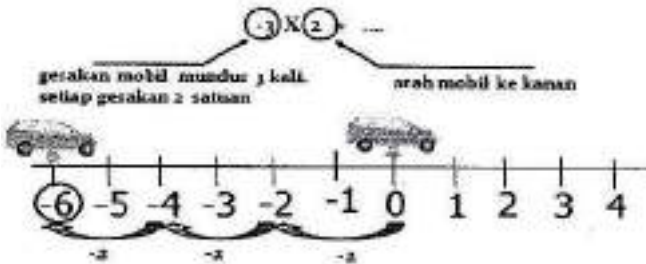
Hitung  $3 \times (-2) = \dots$



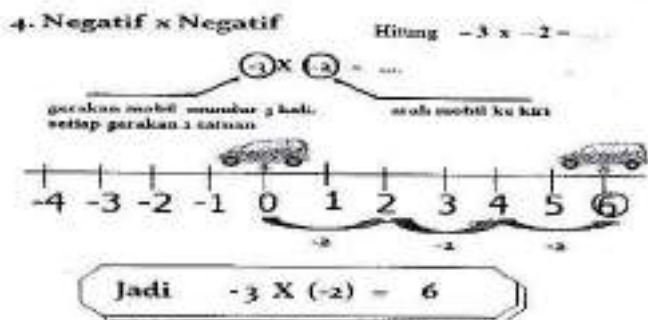
Jadi  $3 \times (-2) = -6$

**3. Negatif x Positif**

Hitung  $-3 \times 2 = \dots$



Jadi  $-3 \times 2 = -6$

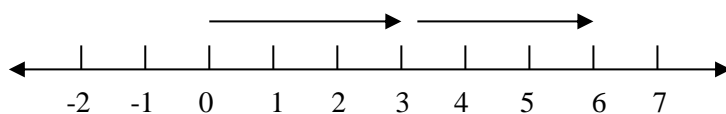


## 2. Perkalian Bilangan Bulat dengan Peragaan Garis Bilangan

Operasi perkalian pada hakikatnya merupakan operasi penjumlahan berulang. Dari kemungkinan-kemungkinan pasangan operasi perkalian bilangan bulat, cara menjelaskan pada siswa SD memerlukan cara yang berbeda dan tidak semua dapat dijelaskan dengan menggunakan garis bilangan. Berikut ini disajikan masing-masing kemungkinan pasangan operasi perkalian bilangan bulat.

### a. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif.

Contoh :  $2 \times 3$  artinya sama dengan  $3 + 3$ , dan dapat diperagakan dengan garis bilangan sebagai berikut.

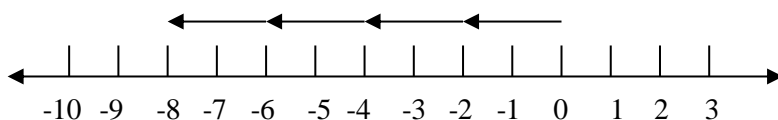


Jadi bilangan bulat positif  $\times$  bilangan bulat positif = bilangan bulat positif.

### b. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif

Contoh :  $4 \times (-2)$  artinya sama dengan  $(-2) + (-2) + (-2) + (-2)$ .

Bentuk ini dapat diperagakan sebagai berikut.



Dengan demikian  $4 \times (-2) = -8$

Kesimpulan: bilangan bulat positif  $\times$  bilangan bulat negatif = bilangan bulat negatif.

c. *Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif*

Untuk menjelaskan bentuk perkalian ini tidak dapat digunakan garis bilangan sebagai alat peragaan karena bentuk tersebut tidak dapat disajikan sebagai penjumlahan berulang. Untuk itu perlu digunakan pendekatan lain, yaitu pendekatan induktif seperti contoh berikut.

Makin ke bawah berkurang 1	$4 \times 4 = 16$ $3 \times 4 = 12$ $2 \times 4 = 8$ $1 \times 4 = 4$ $0 \times 4 = 0$ $-1 \times 4 = -4$ $-2 \times 4 = -8$ $-3 \times 4 = -12$ $\dots \times \dots = \dots$	Makin ke bawah bertambah 4
-------------------------------	---	-------------------------------

Berdasarkan daftar perkalian di atas, terlihat bahwa setiap pengali turun 1 hasilnya turun 4 dan seterusnya, sehingga membentuk pola yang selanjutnya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

- 1) *Bilangan bulat positif x bilangan bulat positif = Bilangan bulat positif.*
- 2) *Bilangan bulat negatif x bilangan bulat positif = Bilangan bulat negatif.*

Untuk menjelaskan bentuk perkalian ini juga digunakan pendekatan induktif, seperti contoh berikut.

Makin ke bawah berkurang 1	$4 \times -4 = -16$ $3 \times -4 = -12$ $2 \times -4 = -8$ $1 \times -4 = -4$ $0 \times -4 = 0$ $-1 \times -4 = 4$ $-2 \times -4 = 8$ $-3 \times -4 = 12$ $\dots \times \dots = \dots$	Makin ke bawah bertambah 4
-------------------------------	--	-------------------------------

Berdasarkan daftar perkalian di atas, terlihat bahwa setiap pengali turun 1 hasilnya turun 4 dan seterusnya, sehingga membentuk pola yang selanjutnya dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

- 1) *Bilangan bulat positif x bilangan bulat negatif = Bilangan bulat negatif.*
- 2) *Bilangan bulat negatif x bilangan bulat negatif = Bilangan bulat positif.*

### **Sifat Operasi perkalian bilangan bulat:**

1. Sifat tertutup:  $a \times b = c$ , dimana  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  adalah bilangan bulat.
2. Sifat pertukaran (komutatif):  $a \times b = b \times a$
3. Sifat pengelompokan (asosiatif):  $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
4. Sifat penyebaran (distributif) perkalian terhadap penjumlahan:  
Distributif kiri:  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$   
Distributif kanan:  $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$
5. Sifat bilangan nol:  $a \times 0 = 0 \times a = 0$
6. Sifat elemen identitas perkalian (bilangan 1):  $a \times 1 = 1 \times a = a$

Cobalah buktikan sifat-sifat operasi perkalian di atas dengan menggunakan berbagai peragaan yang sesuai.

## **E. Operasi Pembagian Bilangan Bulat**

Operasi pembagian pada bilangan bulat dapat dapat dijelaskan dengan: (1) pembagian sebagai perkalian yang salah satu faktornya belum diketahui, (2) pembagian sebagai pengurangan berulang, dan (3) pembagian diperagakan dengan model:

1. Mencari faktor yang belum diketahui:

Misalnya  $4 \times n = 20$  sama artinya  $20 : 4 = n$

Begitu juga yang melibatkan tanda negatif (-)

$$-6 : 3 = n \text{ artinya sama dengan } 3 \times n = -6$$

$$8 : -2 = n \text{ artinya sama dengan } -2 \times n = 8$$

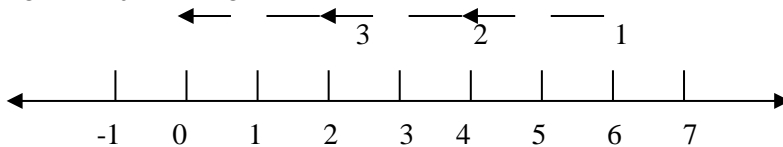
$$-8 : 4 = n \text{ artinya sama dengan } -4 \times n = -8$$

Dengan menggunakan konsep perkalian, hasil pembagian dapat diperoleh.

## 2. Pembagian sebagai Pengurangan Berulang

Misalnya  $6 : 2 = n$ . Ini berarti 6 dikurangi 2 secara terus menerus sehingga habis, yaitu  $6 - 2 - 2 - 2 = 0$ .

Karena terdapat 3 kali proses pengurangan, maka dikatakan bahwa  $6:2 = 3$ . Jika proses pengurangan berulang ditunjukkan dengan garis bilangan menjadi sebagai berikut.



Cara pengurangan berulang ini sulit untuk menjelaskan pembagian bilangan negatif dengan bilangan negatif. Untuk itu, dengan menggunakan konsep perkalian seperti cara a di atas, sehingga dapat diperoleh kesimpulan:

*Bilangan bulat positif : bilangan bulat positif = bilangan bulat positif*

*Bilangan bulat positif : bilangan bulat negatif = bilangan bulat negatif*

*Bilangan bulat negatif : bilangan bulat positif = bilangan bulat negatif*

*Bilangan bulat negatif : bilangan bulat negatif = bilangan bulat positif*

## 3. Pembagian Bilangan Bulat dengan Peragaan Model

Pembagian pada bilangan bulat juga dapat diperagakan dengan gerakan suatu model, yaitu dengan gerakan maju atau mundur dari suatu model, misalnya menggunakan gerakan sebuah mobil dengan ketentuan sebagai berikut:

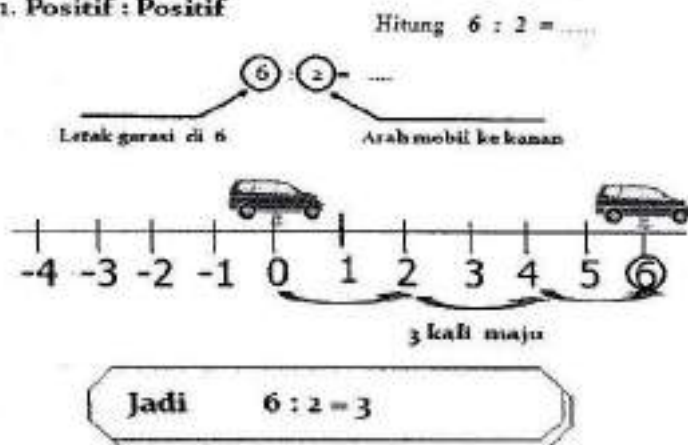
Misalnya:  $a : b = c$ , dimana a dan b bilangan bulat

- Mobil mulai-mula berawal dari titik 0.
- Jika a bilangan positif, a adalah letak garasi dari mobil berada di sebelah kanan 0 (arah positif).
- Jika a bilangan negatif, a adalah letak garasi dari mobil berada di sebelah kiri 0 (arah negatif).
- Jika b bilangan positif, gerakan arah mobil ke kanan.
- Jika b bilangan negatif, arah gerakan mobil ke kiri.
- $a : b$  artinya gerakan mobil dari 0 bergerak menuju ke garasi, setiap gerakan b satuan. Ada berapa kali gerakan sampai di garasi tersebut.

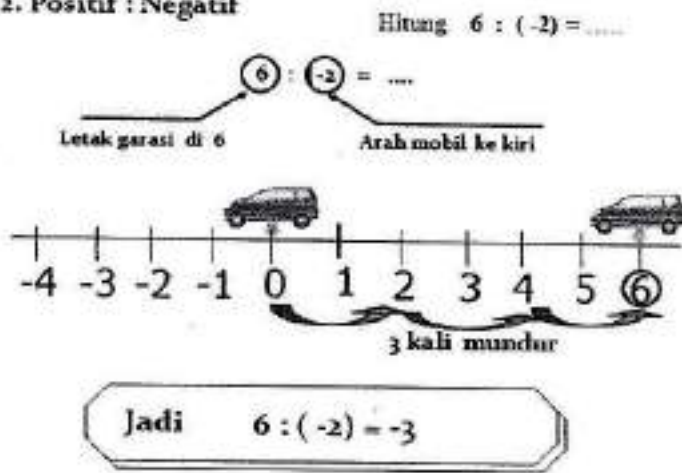
- g. c adalah banyaknya gerakan dari 0 menuju garasi. Jika gerakannya menuju garasi dengan cara mobil maju, harga c adalah positif.
- h. Jika gerakan mobil menuju garasi itu mundur, berarti harga c adalah negatif.
- i. c adalah hasil pembagian bilangan bulat.

Berikut ini adalah beberapa contoh pembagian bilangan bulat:

1. Positif : Positif



2. Positif : Negatif



**3. Negatif : Positif**

Hitung  $-6 : 2 = \dots$

Letak garasi di -6      Arah mobil ke kanan

3 kali mundur

Jadi  $-6 : 2 = -3$

**4. Negatif : Negatif**

Hitung  $-6 : -2 = \dots$

Letak garasi di -6      Arah mobil ke kiri

3 kali maju

Jadi  $-6 : -2 = 3$

### F. Operasi Campuran Bilangan Bulat

Pada operasi hitung campuran bilangan bulat, maka urutan pengerjaan operasi hitungnya menggunakan aturan (algoritma) sebagai berikut:

1. Tanda Kurung
2. Perpangkatan/Penarikan Akar
3. Perkalian/Pembagian
4. Penjumlahan/Pengurangan.

Apabila tanda operasi hitung yang setingkat muncul bersamaan, maka yang dikerjakan dulu adalah yang kiri (depan).

Cobalah jelaskan cara pengerjaan soal berikut ini dengan benar!

1.  $6 \times 6 : 6 \times 6 = \dots\dots\dots?$
2.  $4 : 4 \times 4 : 4 = \dots\dots\dots?$
3.  $8 - 8 \times 8 - 8 = \dots\dots\dots?$
4.  $5 \times 5 + 5 \times 5 = \dots\dots\dots?$
5.  $48 - 25 + 72 : 12 \times 3 = \dots\dots\dots?$
6.  $128 + 72 : 3 \times 4 + 15 = \dots\dots\dots?$
7.  $17 \times 162 + 83 \times 162 = \dots\dots\dots?$
8.  $521 \times 739 + 261 \times 521 = \dots\dots\dots?$
9.  $(182 \times 75) + (320 \times 125) + (75 \times 138) = \dots\dots\dots?$
10.  $(162 \times 75) + (300 \times 50) + (75 \times 138) = \dots\dots\dots?$





# **BAB X**

## **FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB) DAN KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK)**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan FPB dan KPK, serta terampil mengajarkan FPB dan KPK di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

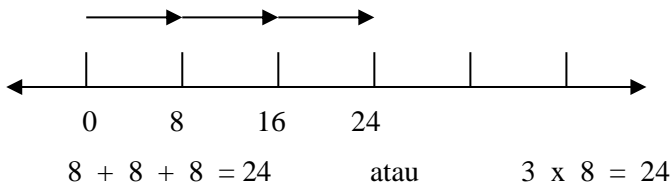
Setelah Anda mempelajari bab X ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan genap.
2. Menjelaskan konsep bilangan ganjil.
3. Menjelaskan konsep bilangan prima.
4. Menjelaskan konsep bilangan komposit.
5. Menjelaskan konsep pefaktoran.
6. Menjelaskan konsep faktor persekutuan terbesar dari dua bilangan.
7. Menjelaskan konsep kelipatan.
8. Menjelaskan konsep kelipatan persekutuan terkecil dari dua bilangan.
9. Menjelaskan konsep ciri habis dibagi.
10. Melaksanakan pembelajaran FPB dan KPK di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas tentang Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK), yang mencakup: (1) konsep bilangan genap, (2) konsep bilangan ganjil, (3) konsep bilangan prima, (4) konsep bilangan komposit, (5) konsep pemfaktoran, (6) konsep faktor persekutuan terbesar dari dua bilangan, (7) konsep kelipatan, (8) konsep kelipatan persekutuan terkecil dari dua bilangan, (9) konsep ciri habis dibagi, dan pembelajarannya di sekolah dasar.

### A. Hasil Kali dan Faktor

Perhatikan contoh berikut :



Karena pada perkalian berlaku sifat komutatif, maka:

$3 \times 8 = 8 \times 3 = 24$  dan dapat dinyatakan bahwa:

24 adalah kelipatan dari 3 sebab  $24 = 8 \times 3$  atau

24 adalah kelipatan dari 8 sebab  $24 = 3 \times 8$

Sekarang perhatikan contoh berikut :

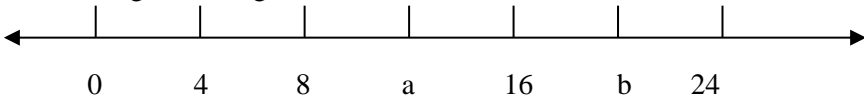
Kelipatan berapakah 8 ? Cobalah tentukan !

Hal ini dapat kita jawab dengan menulis :

$8 = 4 \times 2$	} atau	8	$8 = 2 \times 4$	1	2	4	8
$8 = 8 \times 1$			8	4	2	1	
$8 = 1 \times 8$							

Kesimpulan bahwa 8 adalah kelipatan 1, 2, 4, dan 8

Perhatikan garis bilangan berikut:



Garis bilangan di atas adalah garis bilangan kelipatan 4 atau bilangan loncat 4. Dengan demikian, bilangan  $a = 8 + 4 = 12$  dan  $b = 16 + 4 = 20$ .

Sekarang perhatikan perkalian berikut:

$$3 \times n = 12, \text{ tentukan harga } n !$$

Cara menentukan harga  $n$  adalah sebagai berikut:

1.  $3 \times n = 12$

$$\frac{1}{3} \times (3 \times n) = \frac{1}{3} \times 12 \quad \dots \quad \left( \text{kedua ruas dikalikan } \frac{1}{3} \right)$$
$$\left( \frac{1}{3} \times 3 \right) \times n = \frac{1}{3} \times 12 \quad \dots \quad \left( \text{ruas kiri diasosiatifkan} \right)$$
$$1 \times n = 4 \quad \dots \quad \left( \text{dijabarkan} \right)$$
$$n = 4 \quad \dots \quad \left( \text{sifat bilangan } 1 \right)$$

2.  $n \times 3 = 12$  Tentukan harga  $n$  !

Caranya adalah sebagai berikut :

$$n \times 3 = 12$$
$$(n \times 3) \times \frac{1}{3} = 12 \times \frac{1}{3} \quad \dots \quad \left( \text{kedua ruas dikalikan } \frac{1}{3} \right)$$
$$n \times \left( 3 \times \frac{1}{3} \right) = 12 \times \frac{1}{3} \quad \dots \quad \left( \text{ruas kiri diasosiatifkan} \right)$$
$$n \times 1 = 4 \quad \dots \quad \left( \text{dijabarkan} \right)$$
$$n = 4 \quad \dots \quad \left( \text{sifat bilangan } 1 \right)$$

Bilangan  $n$  dalam bentuk  $n \times 3 = 12$  disebut bilangan faktor yang belum diketahui. Dalam Matematika sekolah dasar banyak model soal yang disajikan untuk menentukan faktor yang belum diketahui misalnya:

(1).  $n \times 3 = 12$  ,  $n = \dots$

(2).  $3 \times \dots = 12$

(3).  $n : 4 = 8$

(4).  $8 : n$

(5).  $\dots : n = 8$

Contoh :

Tentukan harga  $n$  dari soal  $8 : n = 2$  !

Langkahnya sebagai berikut:

$$8 : n = 2$$

$$8 \times \frac{1}{n} = 2 \quad \dots \text{ (mengubah bentuk penulisan )}$$

$$\left( 8 \times \frac{1}{n} \right) \times n = 2 \times n \quad \dots \text{ (kedua ruas } \times n, n \text{ tak sama dg. } 0)$$

$$8 \times \left( \frac{1}{n} \times n \right) = 2 \times n \quad \dots \text{ (ruas kiri diasosiatifkan )}$$

$$8 \times 1 = 2 \times n \quad \dots \text{ (dijabarkan )}$$

$$8 = 2 \times n \quad \dots \text{ (sifat blangan 1 )}$$

$$\frac{1}{2} \times 8 = \frac{1}{2} \times (2 \times n) \quad \dots \text{ (kedua ruas } \times 1/2)$$

$$\frac{1}{2} \times 8 = \left( \frac{1}{2} \times 2 \right) \times n \quad \dots \text{ (ruas kanan diasosiatif)}$$

$$4 = 1 \times n \quad \dots \text{ (dijabarkan )}$$

$$4 = n \quad \dots \text{ ( sifat bilangan 1 )}$$

## B. Bilangan Prima dan Bilangan Komposit

Definisi bilangan prima:

*Suatu bilangan bulat positif  $p$  bila  $p = 1$  dan  $p$  tidak mempunyai faktor positif kecuali 1 dan  $p$ , maka  $p$  disebut bilangan prima.*

Definisi bilangan komposit:

*Suatu bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1 dan bukan prima disebut bilangan komposit (tersusun).*

Dari definisi di atas, maka bilangan-bilangan prima adalah : 2, 3, 5, 7, 11, .... dan seterusnya, dan bilangan-bilangan komposit adalah : 4, 6, 8, 10, 12, .... dan seterusnya. Bilangan 1 bukan bilangan prima maupun bukan bilangan komposit. Bilangan 1 disebut unit. Jadi bilangan bulat positif (bilangan asli) terbagi atas tiga himpunan yang saling lepas, yaitu himpunan bilangan prima, himpunan bilangan komposit dan himpunan unit.

Contoh :

Tentukan faktor dari 12 !

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ &= 2 \times 6 \\ &= 3 \times 4 \end{aligned}$$

Maka faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6 dan 12.

Bila ditulis dalam bentuk himpunan, faktor dari 12 adalah {1, 2, 3, 4, 6, 12}.

Cara lain :

12	12	6	4	2	1
	1	2	3	6	12

⇒ petak pempfaktoran

Dari tugas di atas, bilangan-bilangan berikut hanya mempunyai dua faktor yaitu bilangan itu sendiri dan 1. Bilangan yang dimaksud adalah bilangan : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, dan 29. Bila ditulis dalam bentuk himpunan menjadi {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29}. Bilangan-bilangan yang hanya mempunyai dua faktor yaitu dirinya sendiri dan 1 disebut Bilangan Prima. Bila himpunan bilangan Prima tidak dibatasi dapat ditulis dalam bentuk himpunan = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ... }

Contoh :

Tentukan bilangan prima antara 10 dan 20 !

Jawab : { 11, 13, 17, 19 }



**Eratosthenes** lahir di Kirene, Libya 276 SM, dan meninggal dunia di Alexandria, Mesir pada 194 SM. Pekerjaannya adalah Sarjana, pustakawan, penyair, dan penemu. Salah satu penemuannya adalah Bilangan Prima. Suatu cara yang dikemukakan oleh Eratosthenes (bangsa Yunani) untuk menentukan bilangan prima, yang dikenal dengan nama "**Saringan Eratosthenes**".

**Saringan Eratosthenes** adalah suatu cara untuk menemukan semua bilangan prima di antara 1 dan suatu angka  $n$ . Saringan ini ditemukan oleh Eratosthenes, seorang ilmuwan Yunani kuno. Cara ini merupakan cara paling sederhana dan paling cepat untuk menemukan bilangan prima, sebelum Saringan Atkin ditemukan pada tahun 2004. Saringan Atkin merupakan cara yang lebih cepat namun lebih rumit dibandingkan dengan Saringan Eratosthenes.

Contoh 1:

Kita akan menentukan bilangan prima kurang dari 30 dengan cara Eratosthenes. Caranya sebagai berikut :

1. Tulis bilangan 1 sampai dengan 30 secara berurutan (lihat gambar di bawah)
2. Coret bilangan 1 sebab 1 hanya mempunyai 1 faktor
3. Coret bilangan kelipatan 2 kecuali 2
4. Coret bilangan kelipatan 3 kecuali 3  
(bilangan yang sudah dicoret pada langkah sebelumnya tidak usah dicoret lagi).
5. Coret bilangan kelipatan 5 kecuali 5
6. Coret bilangan kelipatan 7 kecuali 7

Bilangan-bilangan yang tidak dicoret pada kegiatan di atas adalah bilangan prima yang kurang dari 30.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Jadi bilangan prima tersebut adalah : { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 }.

Contoh 2:

Kita akan menentukan bilangan prima kurang dari 120 dengan cara Eratosthenes. Caranya sebagai berikut:

1. Tulis bilangan 1 sampai dengan 120 secara berurutan (lihat gambar di bawah).
2. Coret bilangan 1 sebab 1 hanya mempunyai 1 faktor
3. Coret bilangan kelipatan 2 kecuali 2
4. Coret bilangan kelipatan 3 kecuali 3 (bilangan yang sudah dicoret pada langkah sebelumnya tidak usah dicoret lagi).
5. Coret bilangan kelipatan 5 kecuali 5
6. Coret bilangan kelipatan 7 kecuali 7
7. Coret bilangan kelipatan 11 kecuali 11, dst.

Dari langkah 1 – 7 di atas maka bilangan yang tidak tercoret adalah sebagai berikut (warna gelap):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

Jadi bilangan prima antara 1 – 120 adalah {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113}



Dengan cara yang sama, maka jika kita ingin menyelidiki menemukan bilangan prima antara 1 – 660 dapat dihasilkan bilangan prima seperti pada tabel di bawah ini.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59
61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107	109	113	127			
131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181	191					
193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257					
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331					
337	347	349	353	359	367	373	379	383	389	397	401					
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461	463	467					
479	487	491	499	503	509	521	523	541	547	557	563					
569	571	577	587	593	599	601	607	613	617	619	631					
641	643	647	653	659												

Contoh: a. Tentukan faktor dari 30.

b. Tentukan faktor prima dari 30 .

Jawab :

a. Faktor dari 30 = { 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 }

b. Faktor prima dari 30 adalah = { 2, 3, 5 }

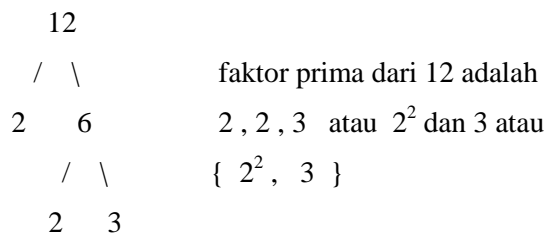
Cara lain menentukan faktor prima dari 30 adalah sebagai berikut:

30		30
/ \		/ \
2 15	atau	5 6
/ \		/ \
3 5		2 3

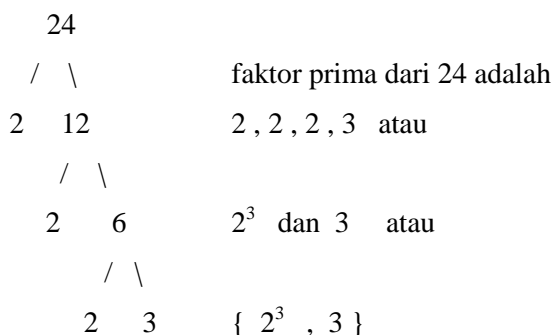
atau ..... ?

Jadi faktor prima dari 30 adalah { 2, 3, 5}. Cara di atas disebut Diagram Pohon. Hasil yang digunakan adalah bilangan-bilangan yang ada di ujung pohon.

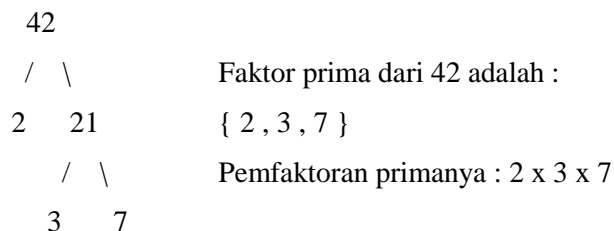
Contoh (1) Faktor prima dari 12



(2) Faktor prima dari 24



(3) Faktor prima dari 42



### C. Faktor Persekutuan Terbesar ( FPB )

$d$  merupakan faktor dari  $a$  jika dan hanya jika  $a = d \cdot x$

$d$  faktor dari  $a$  ditulis : " $d \mid a$ "

Dalil :

1. Bila  $a \mid b$  dan  $b \mid c$  , maka  $a \mid c$
2. Bila  $a \mid b$  dan  $a \mid c$  , maka  $a \mid (b + c)$
3. Bila  $a \mid b$  dan  $a \mid c$  , maka  $a \mid (b - c)$
4. Bila  $a \mid b$  dan  $a \mid (b + c)$  , maka  $a \mid c$
5. Bila  $a \mid b$  dan  $a \mid c$  , maka  $a \mid bc$

Definisi :

*Pembagi atau Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari dua bilangan bulat tidak nol  $a$  dan  $b$  adalah bilangan bulat positif terbesar  $d$  sehingga  $d \mid a$  dan  $d \mid b$ . Jadi FPB dari dua bilangan bulat adalah bilangan bulat positif terbesar yang membagi keduanya, biasanya dilambangkan dengan  $d = F(a,b)$  sehingga :*

$$F(a,b) = F(a) \cap F(b)$$

Cara Menentukan FPB:

Ada 4 cara untuk menentukan FPB yaitu :

1. Cara Himpunan Faktor
2. Cara Faktorisasi prima
3. Cara hasil bagi persekutuan
4. Cara Euclides

Contoh : Tentukan FPB dari 12 dan 18 !

1. Dengan Cara Himpunan Faktor :

$$\text{Faktor dari } 12 = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

$$\text{Faktor dari } 18 = \{ 1, 2, 3, 6, 9, 18 \}$$

$$F(a) \cap F(b) = \{ 1, 2, 3, \boxed{6} \}$$

$$\text{Maka } FPB(12, 18) = 6$$

2. Dengan Cara Faktorisasi Prima :

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 / \quad \backslash \\
 2 \quad 6 \\
 \quad / \quad \backslash \\
 \quad 2 \quad 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 18 \\
 / \quad \backslash \\
 2 \quad 9 \\
 \quad / \quad \backslash \\
 \quad 3 \quad 3
 \end{array}$$

Faktorisasi dari 12 =  $2^2 \times 3$

Faktorisasi dari 18 =  $2 \times 3^2$

Maka FPB (12, 18) =  $2 \times 3 = 6$

*FPB dari dua bilangan bulat positif adalah perkalian faktor-faktor persekutuan sebagai hasil dari memfaktorkannya menjadi faktor-faktor prima, diambil pangkat yang terkecil dari faktor dengan bilangan pokok yang sama.*

3. Dengan Cara Hasil Bagi Persekutuan :

Bilangan 12 :	Pembagi	1	2	3
	Hasil Bagi	12	6	4

Bilangan 18 :	Pembagi	1	2	3
	Hasil Bagi	18	9	6

Hasil bagi persekutuan = 6

Jadi FPB ( 12, 18 ) = 6

4. Dengan Cara Euclides :

$$a. \text{FPB} ( a, b ) = \text{FPB} ( b, a-b )$$

$$\begin{aligned} \text{FPB} ( 12, 18 ) &= \text{FPB} ( 12, 18-12) \\ &= \text{FPB} ( 12, 6) \\ &= \text{FPB} ( 6, 12-6) \\ &= \text{FPB} ( 6, 6) \\ &= \text{FPB} ( 6, 6-6) \\ &= \text{FPB} ( 6, 0) \\ &= \text{FPB} ( 6) \end{aligned}$$

Jadi FPB ( 12, 18 ) = 6

b. Cara Praktis :

Cara menentukan FPB ( 12,18 ) sebagai berikut :

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \\ 12 \overline{)18} \\ \underline{12} \phantom{0} \\ \boxed{6} \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \phantom{6} \overline{)12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \leftarrow$$

Jadi FPB ( 12, 18 ) = 6

**D. Kelipatan Persekutuan Terkecil ( KPK )**

Bila  $A = B \times C$  maka A merupakan kelipatan dari B, juga A merupakan kelipatan dari C. Apakah A merupakan kelipatan dari A dan 1? jawabannya adalah benar sebab  $A = 1 \times A$  atau  $A = A \times 1$ .

Contoh :

Tentukan himpunan kelipatan 3 yang lebih kecil dari 30.

Jawab:  $K(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$

Bilangan-bilangan di atas, disebut kelipatan 3 yang kurang dari 30, atau 9 bilangan kelipatan 3 yang pertama.

Secara umum : Himpunan kelipatan 3 adalah  $\{3, 6, 9, \dots\}$

Contoh :

Tentukan himpunan kelipatan dari 4

Jawab :  $K(4) = \{ 4, 8, 12, 14, 20, \dots \}$

Sekarang perhatikan kedua contoh di atas !

Jika  $A =$  Himpunan kelipatan 3 -----►  $\{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots \}$

$B =$  Himpunan kelipatan 4 -----►  $\{ 4, 8, 12, 14, 20, 24, \dots \}$

Maka  $A \cap B = \{ 12, 24, 36, 48, \dots \}$

Secara umum : Jika A dan B merupakan dua himpunan kelipatan dari dua bilangan yang berbeda, maka irisan antara A dan B ditulis  $A \cap B$  merupakan himpunan kelipatan Persekutuan dari A dan B.

Contoh :

1. Tentukan himpunan kelipatan persekutuan dari 3 dan 5 yang tidak lebih dari 45.
2. Tentukan himpunan kelipatan persekutuan dari 3 dan 5

Jawab :

misal :  $A = K(3) = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 \}$

$B = K(5) = \{ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 \}$

a)  $A \cap B = K(3, 5) = \{ 15, 30, 45 \}$

b)  $K(3,5) = \{ 15, 30, 45, 60, 75, \dots \}$

Dari contoh di atas ternyata anggota terkecil dari persekutuan kelipatan 3 dan 5 atau  $A \cap B$  adalah 15. Maka dikatakan bahwa 15 merupakan Kelipatan Persekutuan terkecil dari 3 dan 5, dan dapat ditulis:  $KPK(3, 5) = 15$

### **Cara Menentukan KPK:**

Ada 4 cara untuk menentukan KPK yaitu :

1. Cara Himpunan Kelipatan
2. Cara Faktorisasi Prima
3. Cara melalui FPB
4. Cara Pembagian dengan Bilangan Prima

Contoh :

Tentukan KPK dari 18 dan 30 !

Jawab :

1. Dengan Cara Himpunan Kelipatan :

$$K(18) = \{ 18, 36, 54, 72, \boxed{90}, 108, 126, 144, 162, \dots \}$$

$$K(30) = \{ 30, 60, \boxed{90}, 120, 150, 180, 210, \dots \}$$

$$KPK (18,30) = 90$$

2. Dengan Cara Faktorisasi Prima :

$$\begin{array}{r} 18 \\ / \quad \backslash \\ 2 \quad 9 \\ \quad / \quad \backslash \\ \quad 3 \quad 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ / \quad \backslash \\ 2 \quad 15 \\ \quad / \quad \backslash \\ \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

Faktorisasi : 18 =  $\boxed{2} \times \boxed{3^2}$   
30 =  $2 \times 3 \times \boxed{5}$   
KPK ( 18, 30 ) =  $2 \times 9 \times 5 = 90$

Kesimpulan:

*KPK dari A dan B adalah suatu bilangan yang diperoleh dari hasil kali faktor-faktor prima berbeda yang pangkatnya tertinggi dari A dan B .*

3. Dengan Cara Melalui FPB :

$$\text{Rumus KPK ( a , b )} = \frac{a \times b}{FPB(a,b)}$$

Rumus FPB untuk 2 bilangan

Dari contoh di atas dapat dicari sebagai berikut :

$$KPK (18,30) = \dots\dots\dots?$$

Karena FPB (18,30) = 6 , maka :

$$\text{KPK} ( 18,30 ) = \frac{18 \times 30}{6} = 90$$

4. Dengan Cara Pembagian Bilangan Prima :

$$\begin{array}{r|l} & 18 \quad 30 \\ 2 & \hline & 9 \quad 15 \\ 3 & \hline & 3 \quad 5 \end{array}$$

Jadi  $\text{KPK} ( 18,30 ) = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

**Cara Menentukan KPK dari Tiga Bilangan atau Lebih:**

Contoh (1) : Carilah KPK dari 8 , 12 ,18

Jawab :  $\text{KPK} (8,12) = 24$

$$\text{KPK} (12,18) = 36$$

Kemudian Kita cari  $\text{KPK} ( 24,36 ) = 72$

Maka  $\text{KPK} ( 8,12,18 ) = 72$

Contoh (2) : Carilah KPK dari 24 , 15 , 20 , 6

Jawab :

$$\begin{array}{r|l} & 24 \quad 15 \quad 20 \quad 6 \\ 2 & \hline & 12 \quad 15 \quad 10 \quad 3 \\ 3 & \hline & 4 \quad 5 \quad 10 \quad 1 \\ 5 & \hline & 4 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \\ 2 & \hline & 2 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

$\text{KPK} (24, 15, 20, 6) =$   
 $2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 120$

Jadi  $\text{KPK} ( 24,15,20,6 ) = 120$



## E. Ciri Habis Dibagi

Ketika kita akan mencari himpunan faktor suatu bilangan, atau harus menguraikan suatu bilangan menjadi faktor-faktor prima, maka kita harus mengetahui, apakah bilangan itu habis dibagi 2, 3, 5, 7, dan sebagainya. Misalnya kita ingin mengetahui apakah 358372 habis dibagi 4 atau tidak. Tentu saja, hal itu dapat kita ketahui dengan melakukan pembagian  $358372 : 4 = \dots$ . Jika pembagian tersebut dilakukan dengan cara konvensional, langkahnya adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{r} 89593 \\ 4 \overline{) 358372} \\ \underline{32} \phantom{00} \\ 38 \phantom{00} \\ \underline{36} \phantom{00} \\ 23 \phantom{00} \\ \underline{20} \phantom{00} \\ 37 \phantom{00} \\ \underline{36} \phantom{00} \\ 12 \phantom{00} \\ \underline{12} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

Cara demikian tentu terlampaui panjang dan menghabiskan waktu terlampaui banyak. Untuk itu, pada bagian ini akan disajikan cara-cara yang lebih singkat untuk memperoleh jawaban atas pertanyaan-pertanyaan semacam itu, dengan mendasarkan dalil-dalil sebagai berikut:

*Dalil I:*

*Jika  $a$  dan masing-masing habis dibagi  $p$ , maka  $a + b$  dan  $a - b$  habis dibagi  $p$ .*

Diketahui:  $a$  habis dibagi  $p$

$b$  habis dibagi  $p$

Buktikan:  $a + b$  habis dibagi  $p$

$a - b$  habis dibagi  $p$

Bukti:

a habis dibagi p berarti  $a = k \times p$

b habis dibagi p berarti  $b = m \times p$

maka:

$$a + b = k \times p + m \times p = (k + m) \times p$$

Jadi  $a + b$  habis dibagi p

$$a - b = k \times p - m \times p = (k - m) \times p$$

Jadi  $a - b$  habis dibagi p

*Dalil II:*

*Jika a habis dibagi p tetapi b tidak habis dibagi p, maka  $a + b$  dan  $a - b$  tidak habis dibagi p.*

Bukti Dalil II:

Diketahui: a habis dibagi p

b tidak habis dibagi p

Buktikan:  $a + b$  tidak habis dibagi p

$a - b$  tidak habis dibagi p

Bukti:

Mengingat yang harus dibuktikan terdapat dua kemungkinan, yaitu:

$a + b$  habis dibagi p, atau  $a + b$  tidak habis dibagi p.

Andaikan  $a + b$  habis dibagi p

Diketahui bahwa a habis dibagi p maka menurut dalil I:  $(a + b) + (-a)$  habis dibagi p. Jadi b habis dibagi p. Hal ini bertentangan dengan yang diketahui. Sehingga perandaian di atas adalah salah. Maka  $a + b$  tidak habis dibagi p.

Demikian juga untuk pembuktian  $a - b$  juga sama.

*Dalil III:*

*Apabila a habis dibagi b, dan b habis dibagi c, maka a habis dibagi c.*

Bukti Dalil III:

Diketahui: a habis dibagi b

b habis dibagi c

Buktikan: a habis dibagi c

Bukti:

a habis dibagi b berarti  $a = k \times b$

b habis dibagi c berarti  $b = m \times c$

Jadi  $a = k \times (m \times c)$

$$= (k \times m) \times c$$

Catatan: Nol habis dibagi oleh tiap-tiap bilangan asli.

### 1. Ciri Habis Dibagai 10, 100, 1000

*Suatu bilangan habis dibagi 10, apabila lambangnya berakhir dengan angka nol.*

*Suatu bilangan habis dibagi 100, apabila lambangnya berakhir dengan dua angka nol.*

*Suatu bilangan habis dibagi 1000, apabila lambangnya berakhir dengan tiga angka nol. Dan seterusnya.*

Contoh:

25730 sama dengan  $2573 \times 10$ . Jadi 25730 habis dibagi 10.

28976200 sama dengan  $289762 \times 100$ . Jadi 28976200 habis dibagi 100.

72518000 sama dengan  $71518 \times 1000$ . Jadi 72518000 habis dibagi 1000.

### 2. Ciri Habis Dibagi 2

Contoh 1

Apakah 4796 habis dibagi 2?

Jawaban

$$4796 = 4790 + 6$$

$$= 479 \times 10 + 6$$

Suku pertama ruas kanan, yaitu  $479 \times 10$ , habis dibagi 10. karena 10 habis dibagi 2, maka  $479 \times 10$  habis dibagi 2 (dalil III).

Suku kedua, yaitu 6, juga habis dibagi 2.

Maka menurut dalil I,  $4790 + 6$  habis dibagi 2.

Jadi 4796 habis dibagi 2.

## Contoh 2

Apakah 4793 habis dibagi 2 ?

Jawaban:

$$4793 = 4790 + 3$$

Suku pertama habis dibagi 3; suku kedua tidak.

Jadi jumlahnya tidak habis dibagi 2 (dalil II).

Jadi 4793 tidak habis dibagi 2.

Dari kedua contoh di atas diperoleh ciri habis dibagi 2 adalah: *Suatu bilangan habis dibagi dua apabila nilai angka terakhir dari lambangnya habis dibagi dua.*

Apabila angka yang nilainya habis dibagi dua itu dirinci, maka ciri di atas menjadi:

*Suatu bilangan habis dibagi dua apabila lambangnya berakhir dengan 0, 2, 4, 6 atau 8.*

### 3. Ciri Habis Dibagi 5

Ciri ini ditemukan dengan cara yang serupa dengan ciri habis dibagi 2, yaitu:

*Suatu bilangan habis dibagi 5 apabila angka terakhir lambangnya habis dibagi 5.*

Atau :

*Suatu bilangan habis dibagi 5 apabila lambangnya berakhir dengan angka 0 atau angka 5.*

### 4. Ciri Habis Dibagi 4

Contoh 1: Apakah 38152 habis dibagi 4 ?

Jawaban :

$$38152 = 38100 + 52.$$

38100 habis dibagi 100. karena 100 habis dibagi 4, maka 38100 habis dibagi 4.

Karena 52 juga habis dibagi 4, maka 38152 habis dibagi 4 (dalil I)

Contoh 2: Apakah 38126 habis dibagi 4 ?

$$38126 = 38100 + 26$$

38100 habis dibagi 4, tetapi 26 tidak.

Maka 38126 tidak habis dibagi 4 (dalil II)

Dari kedua contoh diatas diperoleh :

*Suatu bilangan habis dibagi 4, apabila bilangan yang ditunjukkan oleh kedua angka dari lambangnya habis dibagi 4.*

### 5. Ciri Habis Dibagi 25

Contoh 1: Apakah 38175 habis dibagi 25?

Jawaban untuk contoh 1 :

$$38175 = 38100 + 75$$

Selanjutnya jalan penyelidikan serupa dengan penyelidikan habis dibagi 4.

Contoh 2: Apakah 38165 habis dibagi 25?

Juga penyelidikan contoh 2, serupa dengan penyelidikan untuk habis dibagi 4.

Didapat :

Suatu bilangan habis dibagi 25 apabila kedua angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan yang habis dibagi 25. Boleh juga ciri tersebut dikatakan sebagai berikut: *Suatu bilangan habis dibagi 25, apabila lambangnya berakhir dengan 00, 25, 50, atau 75.*

Catatan : *Ciri habis dibagi 4 dan 25 tentu saja hanya berfaedah untuk bilangan yang lambangnya terdiri atas lebih dari 2 angka.*

### 6. Ciri Habis Dibagi 8

*Suatu bilangan habis dibagi 8, apabila 3 angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan habis dibagi 8.*

Penyelidikan serupa dengan penyelidikan untuk ciri habis dibagi 4.

### 7. Ciri Habis Dibagi 125

*Suatu bilangan habis dibagi 125 apabila tiga angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan yang habis dibagi 125.*

Catatan: Ciri habis dibagi 8 dan 125 hanya berguna untuk bilangan yang lambangnya terdiri atas lebih dari 3 angka.

### 8. Ciri Habis Dibagi 9

Contoh: Kita perhatikan sembarang bilangan 673458

$$\begin{array}{rcl}
 10 & = & 1 \cdot 9 + 1 \\
 100 & = & 11 \cdot 9 + 1 \\
 1000 & = & 111 \cdot 9 + 1 \\
 10000 & = & 1111 \cdot 9 + 1 \\
 100000 & = & 11111 \cdot 9 + 1 \\
 8 & = & 8 \\
 50 & = & 5 \cdot 9 + 5 \\
 4400 & = & 44 \cdot 9 + 4 \\
 3000 & = & 333 \cdot 9 + 3 \\
 70000 & = & 7777 \cdot 9 + 3 \\
 600000 & = & 66666 \cdot 9 + 6 \\
 \hline
 673458 & = & k \cdot 9 + (6 + 7 + 3 + 4 + 5 + 8)
 \end{array}$$

Jadi 673458 sama dengan kelipatan 9 ditambah dengan jumlah nilai angka-angkanya. Dengan cara yang sama dapat dibuktikan bahwa setiap bilangan yang lain juga memiliki sifat di atas. Maka terdapat dalil: Setiap bilangan sama dengan kelipatan sembilan ditambah dengan jumlah nilai angka-angkanya. Dari dalil itu, mengingat dalail I, dapat diturunkan ciri habis dibagi sembilan, yaitu: *Suatu bilangan habis dibagi sembilan apabila jumlah nilai angka-angkanya habis dibagi sembilan.*

### 9. Ciri Habis Dibagi 3

Karena setiap kelipatan 9 juga merupakan kelipatan tiga, maka terdapat dalil :

Setiap bilangan sama dengan kelipatan tiga ditambah jumlah nilai angka-angkanya. Dari dalil itu diturunkan ciri habis dibagi tiga adalah: *Suatu bilangan habis dibagi tiga, apabila jumlah angka-angkanya habis dibagi tiga.*

### 10. Ciri Habis Dibagi 11

Kita perhatikan lagi bilangan 673458

$$\begin{array}{rcl}
 1 & & 8 \\
 10 & = & 1 \cdot 11 - 1 \\
 100 & = & 9 \cdot 11 + 1 \\
 1000 & = & 91 \cdot 11 - 1 \\
 10000 & = & 909 \cdot 11 + 1 \\
 100000 & = & 9091 \cdot 11 - 1 \\
 8 & = & 8 \\
 50 & = & 5 \cdot 11 - 5 \\
 400 & = & 4 \cdot 9 \cdot 11 + 4 \\
 300 & = & 3 \cdot 91 \cdot 11 - 3 \\
 70000 & = & 7 \cdot 909 \cdot 11 + 7 \\
 600000 & = & 6 \cdot 9091 \cdot 11 - 6 \\
 \hline
 673458 & = & k \cdot 11 + (8 - 5 + 4 - 3 + 7 - 6) \\
 & = & k \cdot 11 + (8 + 4 + 7) - (5 + 3 + 6)
 \end{array}$$

Jadi 673458 sama dengan kelipatan 11 ditambah dengan jumlah nilai angka-angka yang nomor urutnya ganjil dikurangi dengan jumlah nilai angka-angka yang nomor urutnya genap. Karena hasil itu dapat dibuktikan dengan cara yang sama untuk tiap-tiap bilangan yang lain, maka terdapat dalil : Setiap bilangan sama dengan kelipatan 11 ditambah dengan jumlah dengan jumlah semua nilai angka yang bernomor urut ganjil dikurangi dengan jumlah nilai angka dengan nomor urut genap.

Catatan :

Nomor urut angka dimulai dari kanan. Dari dalil di atas diperoleh ciri habis dibagi 11. *Suatu bilangan habis dibagi 11, apabila selisih jumlah nilai semua angka dengan nomor urut ganjil dan jumlah semua nilai angka dengan nomor urut genap habis dibagi sebelas.*

Contoh 1 : Diselidiki 673458

$8 + 4 + 7 = 19$  ; jumlah nilai angka dengan nomor urut ganjil

$5 + 3 + 6 = \underline{14}$  ; jumlah nilai angka dengan nomor urut genap  
5

Karena 5 tidak dibagi 11, maka 673458 tidak habis dibagi 11.

Contoh 2: Diselidiki 537218

$8 + 2 + 3 = 15$

$1 + 7 + 5 = 15$

-----  
0

Karena 0 habis dibagi 11, maka 537218 habis dibagi 11.

Contoh 3: Diselidiki 917092

$2 + 0 + 1 = 3$

$9 + 7 + 9 = 25$

-----

22 (yang besar dikurangi yang kecil).

Karena 22 habis dibagi 11, maka 917092 habis dibagi 11.

### 11. Ciri Habis Dibagi 7, 11, dan 13

Ciri-ciri yang dibicarakan saat ini hanya berfaedah untuk menyelidiki bilangan-bilangan yang lambangnya terdiri atas lebih dari 3 angka.

Dalam ciri ini bilangan 1001 memegang peranan yang penting.

Pertama, perlu diperhatikan bahwa:

$$1001 = 7 \times 11 \times 13$$

Kedua, perlu pula diperhatikan bahwa hasil kali 1001 dengan bilangan yang lebih kecil dari 1000 sangat mudah ditulis. Seperti:

$$7 \times 1001 = 7007$$

$$23 \times 1001 = 23023$$

$$458 \times 1001 = 458458$$

7007, 23023, dan 458458 ini merupakan kelipatan 1001, dan karena itu juga kelipatan dari 7, 11, dan 13 yang sangat mudah ditulis.

Penggunaannya dijelaskan dengan beberapa contoh:

Contoh 1: Selidikilah 4513

Penyelidikan	4513
	4004
	-----
	509

Maka  $4513 = 44004 + 509$

4004 adalah kelipatan 1001, jadi juga kelipatan 7, 11, 13.

Jadi 4513 habis dibagi 7, apabila 509 habis dibagi 7.

4513 habis dibagi 11, apabila 509 habis dibagi 11.

4513 habis dibagi 13, apabila 509 habis dibagi 13.

Dalam praktiknya, yang ditulis bukannya 4004, melainkan hanya 4.

Demikian

	4513
	4
	-----
	509



Contoh 2: Diselidiki 67358

$$\begin{array}{r} 67358 \\ 67067 \\ \hline 291 \end{array}$$

Ini berarti  $67358 = 67067 + 291$

67067 habis dibagi 1001, jadi juga habis dibagi 7, 11, dan 13.

Jadi, menurut dalil 1:

67358 habis dibagi 7, apabila 291 habis dibagi 7.

67358 habis dibagi 11, apabila 291 habis dibagi 11.

67358 habis dibagi 13, apabila 291 habis dibagi 13.

Pelaksanaannya sebagai berikut :

$$\begin{array}{r} 67358 \\ 67 \\ \hline 291 \end{array}$$

Ciri Majemuk: Dalil yang dipergunakan adalah:

*Apabila  $n$  habis dibagi  $a$  dan habis dibagi  $b$ , sedangkan  $a$  dan  $b$  prima relatif, maka  $n$  habis dibagi  $a \times b$ .*

Apabila  $n$  habis dibagi  $a$  dan habis dibagi  $b$ , tetapi  $a$  dan  $b$  tidak prima relatif maka mungkin  $n$  habis dibagi  $a \times b$ , dan mungkin tidak.

Contoh 1:

60 habis dibagi 3 dan habis dibagi 4.

3 dan 4 prima relatif.

Maka 60 habis dibagi  $3 \times 4$

Contoh 2:

60 habis dibagi 4 dan habis dibagi 6.

4 dan 6 tidak prima relatif.

60 tidak habis dibagi  $4 \times 6$

Contoh 3:

120 habis dibagi 4 dan habis dibagi 6.

4 dan 6 tidak prima relatif.

120 habis dibagi  $4 \times 6$ .

Untuk menggunakan cara ini, suatu pembagi yang sedang diselidiki harus diuraikan menjadi dua faktor yang prima relatif.

Sebuah bilangan habis dibagi 6, apabila bilangan itu habis dibagi 2 dan habis dibagi 3.

### **Rangkuman:**

1. Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing habis dibagi  $p$ , maka  $a + b$  dan  $a - b$  habis dibagi  $p$ .
2. Jika  $a$  habis dibagi  $p$  tetapi  $b$  tidak habis dibagi  $p$ , maka  $a + b$  dan  $a - b$  tidak habis dibagi  $p$ .
3. Apabila  $a$  habis dibagi  $b$ , dan  $b$  habis dibagi  $c$ , maka  $a$  habis dibagi  $c$ .
4. Suatu bilangan habis dibagi 10, apabila lambangnya berakhir dengan angka nol.
5. Suatu bilangan habis dibagi 100, apabila lambangnya berakhir dengan dua angka nol.
6. Suatu bilangan habis dibagi 1000, apabila lambangnya berakhir dengan tiga angka nol.
7. Suatu bilangan habis dibagi dua apabila nilai angka terakhir dari lambangnya habis dibagi dua.
8. Suatu bilangan habis dibagi 5 apabila lambangnya berakhir dengan angka 0 atau angka 5.
9. Suatu bilangan habis dibagi 4, apabila bilangan yang ditunjukkan oleh kedua angka dari lambangnya habis dibagi 4.
10. Suatu bilangan habis dibagi 25 apabila kedua angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan yang habis dibagi 25.
11. Suatu bilangan habis dibagi 8, apabila 3 angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan habis dibagi 8.
12. Suatu bilangan habis dibagi 125 apabila tiga angka terakhir dari lambangnya menunjukkan bilangan yang habis dibagi 125.

13. Suatu bilangan habis dibagi 9, apabila jumlah nilai angka-angkanya habis dibagi 9.
14. Suatu bilangan habis dibagi 3, apabila jumlah angka-angkanya habis dibagi 3.
15. Suatu bilangan habis dibagi 11, apabila selisih jumlah nilai semua angka dengan nomor urut ganjil dan jumlah semua nilai angka dengan nomor urut genap habis dibagi 11.

# **BAB XI**

## **PECAHAN, PERBANDINGAN, DAN SKALA**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan pecahan, perbandingan, dan skala serta terampil mengajarkannya di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari Bab XI ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep pecahan.
2. Menjelaskan konsep penjumlahan pecahan.
3. Menjelaskan konsep pengurangan pecahan.
4. Menjelaskan konsep perkalian pecahan.
5. Menjelaskan konsep pembagian pecahan.
6. Menjelaskan sifat-sifat operasi hitung pecahan.
7. Menjelaskan konsep perbandingan.
8. Menjelaskan konsep skala.
9. Melaksanakan pembelajaran tentang pecahan di sekolah dasar.
10. Melaksanakan pembelajaran tentang perbandingan di sekolah dasar.
11. Melaksanakan pembelajaran skala di sekolah dasar.

Pada bab ini akan dibahas mengenai (1) pengertian pecahan, (2) macam pecahan, (3) nama pecahan, (4) pecahan desimal, (5) persen, (6) pecahan campuran, (7) pecahan senama, (8) menyederhanakan pecahan, (9) mengurutkan pecahan, (10) operasi hitung pecahan, (11) pembelajaran konsep pecahan di kelas rendah, (12) perbandingan, dan (13) skala.

## A. Pengertian Pecahan

Pengertian pecahan seringkali disalahartikan dengan pengertian bilangan rasional. Padahal sebenarnya pecahan sangat berbeda dengan bilangan rasional. Pecahan adalah bagian dari bilangan rasional. Berikut ini disajikan perbedaan antara bilangan rasional dan pecahan.

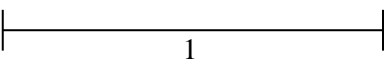
Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk  $\frac{a}{b}$  dimana  $a$  dan  $b$  bilangan bulat dan  $b$  tidak sama dengan 0.

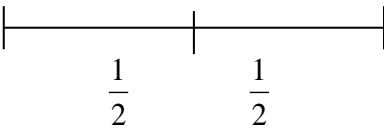
Pecahan adalah suatu bilangan yang dapat ditulis melalui pasangan terurut dari bilangan cacah  $\frac{a}{b}$ , dimana  $b \neq 0$ . Dalam notasi himpunan, himpunan pecahan adalah:  $F = \{ \frac{a}{b} \mid a \text{ dan } b \text{ adalah bilangan cacah, } b \neq 0 \}$ .

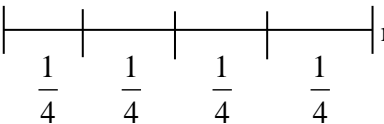
Pada pecahan  $\frac{a}{b}$ ,  $a$  disebut pembilang dan  $b$  disebut penyebut pecahan tersebut.


Peragaan Pecahan :


1. Pecahan didasarkan atas pembagian benda

a.  Menunjukkan satuan, berarti menunjukkan bilangan 1.

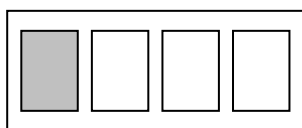
 menunjukkan pecahan setengah atau seperdua ( $\frac{1}{2}$ ).

 menunjukkan pecahan seperempat ( $\frac{1}{4}$ )

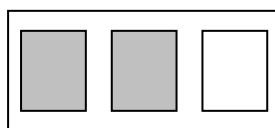
b.  daerah segiempat ini menunjukkan bilangan satu ( 1 ).

 daerah bayang-bayang menunjukkan pecahan sepertiga (  $\frac{1}{3}$  ).

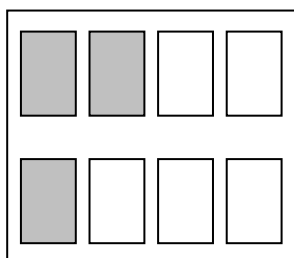
## 2. Pecahan didasarkan atas Himpunan Bagian



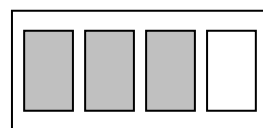
$$\frac{1}{4}$$



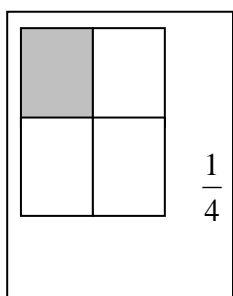
$$= \frac{2}{3}$$



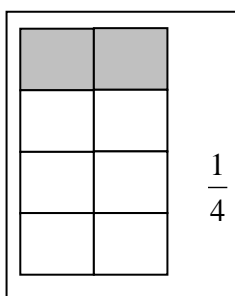
$$= \frac{3}{8}$$



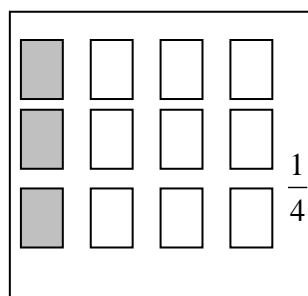
$$= \frac{3}{4}$$



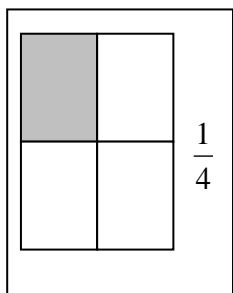
$$\frac{1}{4}$$



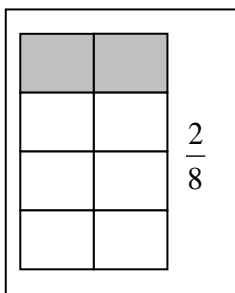
$$\frac{1}{4}$$



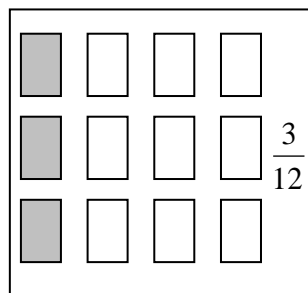
$$\frac{1}{4}$$



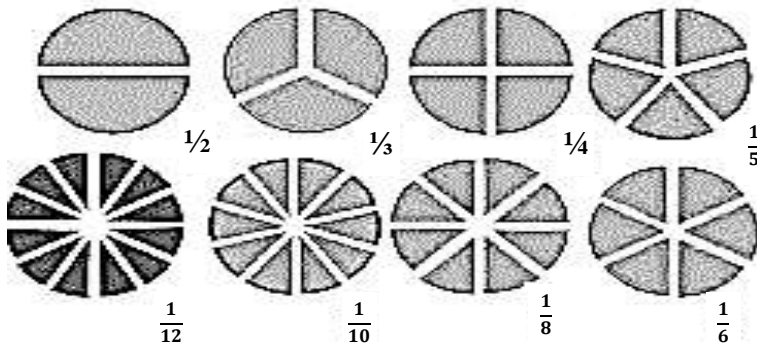
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{12}$$



Secara umum pecahan dilambangkan sebagai " $\frac{a}{b}$ " dengan a dan b bilangan-bilangan cacah dan  $b \neq 0$ . Bilangan a disebut pembilang dan bilangan b disebut penyebut.

## B. Macam-macam Pecahan

1. Pecahan sederhana, yaitu pecahan yang pembilang dan penyebut merupakan bilangan-bilangan bulat yang koprim. (FPB dari pembilang dan penyebut adalah 1).

Contoh:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{11}{15}$  dst.

2. Pecahan Murni, yaitu pecahan yang pembilangnya lebih kecil dari nilai mutlak penyebut.

Contoh:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{9}{10}$  dst.

3. Pecahan tidak murni, yaitu pecahan yang pembilangnya lebih besar dari penyebut.

Contoh:  $\frac{7}{5}$ ,  $\frac{12}{10}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{8}{7}$  dst.

4. Pecahan Mesir, yaitu pecahan dengan pembilang 1.

Contoh:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$  dst.

5. Pecahan campuran, yaitu suatu bilangan yang terbentuk atas bilangan cacah dan pecahan biasa.

Contoh:  $4\frac{1}{3}$ ,  $2\frac{2}{3}$ ,  $6\frac{4}{9}$  dst.

### C. Nama-nama Pecahan

1. Pecahan Biasa: yaitu pecahan dengan nama biasa

Contoh:  $\frac{1}{2}$  adalah nama biasa untuk seperdua/setengah.  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{3}{24}$  dan sebagainya.

2. Pecahan Campuran: yaitu pecahan yang terdiri dari bilangan cacah dan pecahan biasa.

Contoh:  $\frac{3}{2}$  adalah nama pecahan biasa  $\frac{3}{2}$  dapat ditulis dengan pecahan campuran, yaitu  $1\frac{1}{2}$ .

3. Pecahan Desimal: yaitu pecahan dengan nama desimal (ditulis dengan lambang bilangan desimal).

Contoh:  $\frac{1}{2}$  adalah nama pecahan biasa.

Nama pecahan biasa yang lain untuk  $\frac{1}{2}$  adalah  $\frac{5}{10}$

$$\frac{5}{10} = 5 \times \frac{1}{10} = 0,5$$

Jadi 0,5 adalah nama desimal dari setengah.

$\frac{3}{4}$  adalah nama pecahan biasa.

Nama pecahan biasa yang lain untuk  $\frac{3}{4}$  adalah  $\frac{75}{100}$ .

$$\frac{75}{100} = (7 \times \frac{1}{10}) + (5 \times \frac{1}{100}) \text{ dapat ditulis } 0,75.$$

Jadi 0,75 adalah nama desimal dari  $\frac{3}{4}$ .



4. Nama Persen: yaitu nama pecahan dengan penyebut 100. Nama persen (%) juga berarti perseratus dan dilambangkan dengan %

Contoh: Nama persen  $\frac{3}{4}$  adalah 75%

$$75\% \text{ berarti } 75 \times \frac{1}{100}$$

75% diucapkan "tujuh puluh lima persen"

$$1\% = \frac{1}{100}$$

$$100\% = \frac{100}{100} \text{ atau } 1.$$

5. Pecahan yang juga Bilangan Cacah: yaitu bilangan yang disajikan dalam bentuk pecahan tetapi sebenarnya merupakan bilangan Cacah.

Contoh:  $\frac{6}{3}$  sebenarnya adalah bilangan cacah, karena  $\frac{6}{3} = 2$

(2 adalah bilangan cacah).

Selanjutnya untuk pecahan desimal dan persen akan dibahas secara detail pada bagian berikut ini.

## D. Pecahan Desimal

Bilangan yang digunakan pada pecahan desimal adalah bilangan dengan basis 10 (desimal) dan dikaitkan dengan nilai tempat suatu lambang bilangan.

Perhatikan lambang 156, maka dapat diartikan :

1 memiliki nilai tempat 100

5 memiliki nilai tempat 10

6 memiliki nilai tempat 1

Sekarang perhatikan lambang 156,234. Tanda " , " disebut tanda Desimal. Jika nilai tempat diurutkan terdapat 100, 10, 1,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$  dan seterusnya. Jadi 156,234 berarti :

$$= 1 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 156 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1000}$$

$$\begin{aligned} &= 156 + \frac{200}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{4}{1000} \\ &= 156\frac{234}{1000} \end{aligned}$$

Contoh lain :

$$\begin{aligned} 1. \quad 3,456 &= 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000} \\ &= 3 + \frac{400}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{6}{1000} \\ &= 3\frac{456}{1000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 0,069 &= 0 + \frac{0}{10} + \frac{6}{100} + \frac{9}{1000} \\ &= 0 + \frac{0}{1000} + \frac{60}{1000} + \frac{9}{1000} \\ &= \frac{69}{1000} \end{aligned}$$

Mengubah Pecahan Biasa Menjadi Pecahan Desimal:

$$1. \quad \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$2. \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0,25$$

$$3. \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \times 125}{8 \times 125} = \frac{875}{1000} = 0,875$$

$$4. \quad \frac{6}{25} = \frac{6 \times 4}{25 \times 4} = \frac{24}{100} = 0,24$$

**Kegunaan Pecahan Desimal:**

1. Untuk memperluas sistem Numerasi

a.  $125\frac{1}{2} = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1 + \frac{1}{2}$  menjadi

$$125,5 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10}$$

b.  $72\frac{1}{8} = 7 \times 10 + 2 \times 1 + \frac{1}{8}$  menjadi

$$72,125 = 7 \times 10 + 2 \times 1 + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000}$$

2. Untuk mempermudah pengerjaan-pengerjaan hitung.

3. Adanya kalkulator, menggunakan notasi desimal.

**E. Persen**

Persen artinya perseratus = pecahan dengan penyebut seratus. Lambang persen adalah " % ".

Contoh :

Nama Biasa	Nama Persen	Ditulis
$\frac{37}{100}$	37 persen	37%
$\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$	40 persen	40%
$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$	75 persen	75%

Mengubah Persen Menjadi Pecahan Biasa dan Sebaliknya:

Contoh:

1.  $25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 : 25}{100 : 25} = \frac{1}{4}$

$$2. \quad 200\% = \frac{200}{100} = \frac{200 : 100}{100 : 100} = 2$$

$$3. \quad 12,5\% = \frac{12,5}{100} = \frac{12,5 : 12,5}{100 : 12,5} = \frac{1}{8}$$

$$4. \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{4}{100} = 4\%$$

$$5. \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$$

$$6. \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \times 16\frac{2}{3}}{6 \times 16\frac{2}{3}} = \frac{16\frac{2}{3}}{100} = 16\frac{2}{3}\%$$

Pengetahuan tentang persen akan digunakan untuk menyelesaikan soal cerita.

Contoh :

1. Buku Budi dan buku Adi masing-masing ada 4 buah dan 6 buah. Semuanya kemudian dikumpulkan menjadi satu. Berapa % buku Budi dan buku Adi dari keseluruhan buku tersebut.
2. Ida menyerahkan bukunya juga untuk dikumpulkan dengan buku kedua temannya tadi (soal No. 1 ). Buku Ida yang diserahkan adalah 15 buah. Berapa % dari jumlah seluruhnya buku masing-masing anak itu sekarang?

## F. Pecahan Campuran

Pecahan yang pembilangnya 1 disebut pecahan pokok atau pecahan satuan atau Pecahan Mesir. Sekarang perhatikan pecahan-pecahan berikut:

$$\begin{array}{l} \frac{3}{2} \text{ ialah } 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} \text{ ialah } 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} \\ \frac{9}{6} \text{ ialah } 1 + \frac{3}{6} = 1\frac{3}{6} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ \frac{5}{4} \\ \frac{9}{6} \end{array}} \right\} \text{ Pecahan Campuran}$$

Pecahan Campuran adalah: Pecahan yang terdiri dari sebagian bilangan Cacah dan sebagian bilangan pecahan.

Contoh :  $\frac{3}{2}$  mempunyai nama campuran  $1\frac{1}{2}$ .

$\frac{1}{4}$  tidak mempunyai nama campuran.

**Mengubah Pecahan Campuran menjadi Pecahan Biasa, Pecahan Campuran menjadi Persen, Pecahan Campuran menjadi Desimal dan Sebaliknya.**

$$1. 2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$2. 3\frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} = \frac{15}{5} + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$

$$3. 1\frac{20}{100} = \frac{120}{100} = 120\%$$

$$4. 2\frac{1}{4} = 2\frac{25}{100} = \frac{225}{100} = 225\%$$

$$5. 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5} = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1,2$$

$$6. 5\frac{3}{20} = \frac{103}{20} = \frac{103 \times 5}{20 \times 5} = \frac{515}{100} = 5,15$$

$$7. \frac{15}{12} = \frac{12}{12} + \frac{3}{12} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$8. \frac{16}{14} = \frac{14}{14} + \frac{2}{14} = 1 + \frac{1}{7} = 1\frac{1}{7}$$

$$9. 215\% = \frac{215}{100} = \frac{200}{100} + \frac{15}{100} = 2 + \frac{3}{20} = 2\frac{3}{20}$$

$$10. 4,12 = 4\frac{12}{100} = 4\frac{3}{25}$$

Lengkapilah daftar berikut ini :

Pecahan biasa	Nama campuran	Nama desimal	Nama persen
$\frac{2}{5}$	.....	.....	.....
.....	.....	.....	125%
.....	$2\frac{5}{8}$	.....	.....
.....	.....	12,5	.....
3	.....	.....	.....
.....	$37\frac{1}{2}$	.....	.....
.....	.....	.....	$62\frac{1}{2}\%$
$\frac{7}{8}$	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

## G. Pecahan Senama/Pecahan Ekuivalen

Pecahan senama = Pecahan Ekuivalen

= Nama-nama lain untuk pecahan

Pecahan senama dapat ditentukan dengan:

1. garis bilangan
2. luasan daerah
3. mengalikan/membagi pembilang dan penyebut semula dengan bilangan yang sama.

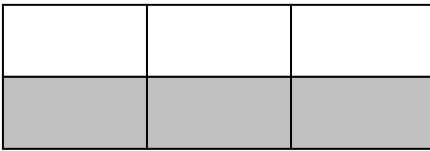
Nama lain untuk  $\frac{1}{2}$  ialah  $\frac{2}{4}$

Nama lain untuk  $\frac{3}{2}$  ialah  $\frac{6}{4}$  dan sebagainya.

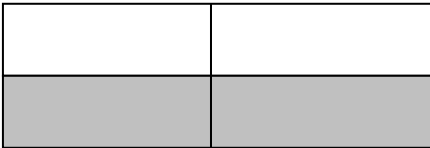
Menentukan Pecahan Senama dengan Luas Daerah :



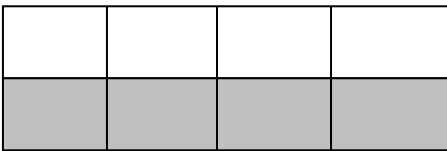
daerah bayang-bayang mewakili  $\frac{1}{2}$ .



daerah bayang-bayang  $\frac{1}{2} =$   
 $\frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{3}{6}$



daerah bayang-bayang mewakili  $\frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2}$  atau  $\frac{2}{4}$



daerah bayang-bayang  $\frac{1}{2} =$   
 $\frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{4 \times 1}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$

Lambang  $\frac{2 \times 1}{2 \times 2}$  atau  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3 \times 1}{3 \times 2}$  atau  $\frac{3}{6}$ ,  $\frac{4 \times 1}{4 \times 2}$  atau  $\frac{4}{8}$

dan seterusnya disebut Pecahan Senama/pecahan ekuivalen/nama-nama lain untuk pecahan untuk bilangan  $\frac{1}{2}$ .

Rumus Pecahan Senama :

$$\frac{a}{b} = \frac{c \times a}{c \times b} = \frac{a : d}{b : d}$$

Jadi dua pecahan yang ekuivalen adalah dua pecahan yang lambangnya berbeda tetapi mempunyai nilai pecahan yang sama. Adapun kegunaan mempelajari pecahan senama adalah: (a) untuk mengurutkan pecahan, dan (b) penjumlahan dan pengurangan pecahan.

## H. Menyederhanakan Pecahan dengan FPB

Dari pengalaman di atas, setelah dirumuskan bahwa sebuah pecahan akan tetap nilainya bila pembilang dan penyebut dikalikan dengan bilangan yang sama, maka sebuah pecahan juga akan tetap nilainya bila pembilang dan penyebut dibagi dengan bilangan yang sama. Dalam menyederhanakan pecahan, agar kita mendapat sebuah pecahan yang sederhana dalam sekali pembagian, haruslah pembagi itu adalah FPB dari pembilang dan penyebut.

Contoh:

Sederhanakan  $\frac{126}{153}$

Langkah mengerjakannya yaitu mencari dahulu FPB dari 126 dan 153 sebagai berikut :

$$\begin{array}{r} \phantom{126} \overline{)153} \\ \phantom{126} \underline{126} \\ \phantom{126} 27 \end{array}$$

FPB dari 126 dan 153 adalah 9

$$\begin{array}{r} \phantom{126} \overline{)126} \\ \phantom{126} \underline{108} \\ \phantom{126} 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{126} \overline{)27} \\ \phantom{126} \underline{18} \\ \phantom{126} 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{126} \overline{)18} \\ \phantom{126} \underline{18} \\ \phantom{126} 0 \end{array}$$

Jadi  $\frac{126}{153} = \frac{126 : 9}{153 : 9} = \frac{14}{17}$



## I. Mengurutkan Pecahan

Terdapat beberapa cara mengurutkan pecahan, yaitu:

1. Dengan menyamakan penyebutnya, dengan menggunakan pecahan senama
2. Dengan menggunakan titik pada garis bilangan yang mewakili pecahan tadi.
3. Dengan menggunakan perkalian silang.

Contoh : Bandingkan  $\frac{1}{4}$  dan  $\frac{2}{3}$  memakai ketiga cara !

**Cara 1 :**

$$\frac{1}{4} \text{ menjadi } \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \dots$$

$$\frac{2}{3} \text{ menjadi } \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots$$

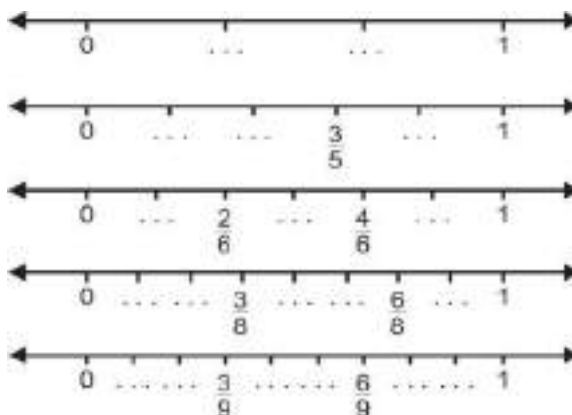
$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ senama dengan } \frac{3}{12} \\ \frac{2}{3} \text{ senama dengan } \frac{8}{12} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \frac{2}{3} \end{array}} \right\} \text{ penyebutnya sama yaitu 12}$$

Karena  $3 < 8$ , maka  $\frac{3}{12} < \frac{8}{12}$

Jadi  $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$ .

**Cara 2 :** Menggunakan titik pada garis bilangan.

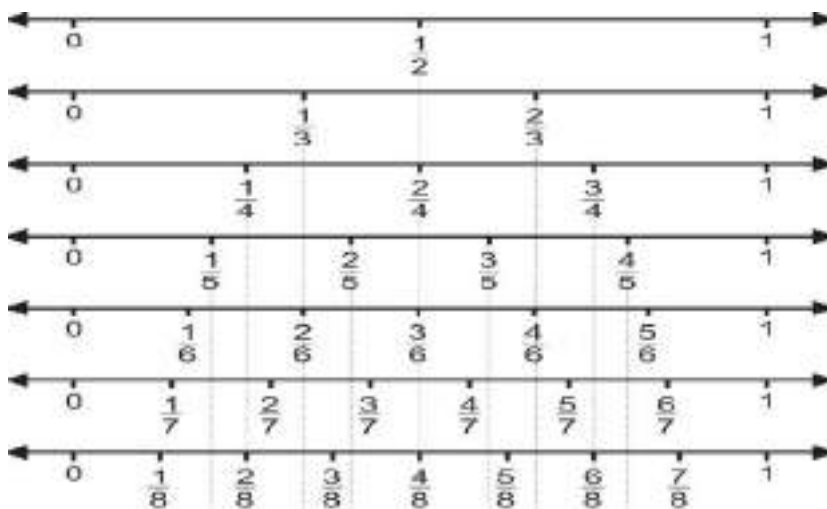
Menuliskan letak pecahan pada garis bilangan, misalnya melingkapi nilai pecahan pada garis bilangan berikut ini.



Tampak titik  $\frac{2}{6}$  terletak di sebelah kiri titik  $\frac{3}{5}$  artinya  $\frac{2}{6}$

lebih kecil daripada  $\frac{3}{5}$ . Jadi berarti  $\frac{2}{6} < \frac{3}{5}$

Untuk membandingkan berbagai harga pecahan dapat digunakan daftar pecahan yang ditunjukkan pada garis bilangan berikut ini!



**Cara 3:** Dengan menggunakan perkalian silang sebagai berikut. Misalkan membandingkan  $\frac{a}{b}$  dengan  $\frac{c}{d}$ , maka dapat dilakukan dengan cara  $a \times d$  dibandingkan dengan  $b \times c$ .

Dari contoh di atas dapat dilakukan:

$$\frac{1}{4} \dots \frac{2}{3}$$

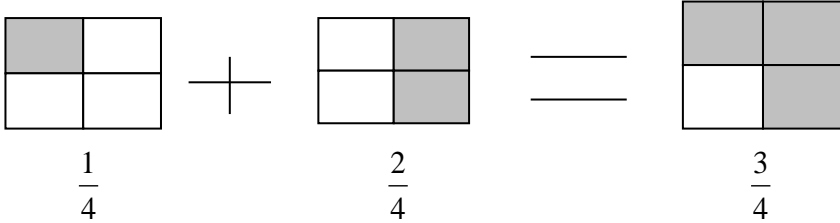
$$1 \times 3 \dots 4 \times 2 = 3 \dots 8$$

Jadi,  $3 < 8$ . Dengan demikian  $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$ .

## J. Operasi Penjumlahan Pecahan

### 1. Penjumlahan Pecahan dengan Penyebut Sama

Contoh :  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \dots\dots$



Jadi  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$

Menjumlahkan pecahan yang penyebutnya sama ialah dengan jalan penjumlahan pembilang-pembilangnya, kemudian membaginya dengan penyebutnya.

### 2. Penjumlahan Pecahan dengan Penyebut Berbeda

Untuk menjumlahkan pecahan yang penyebutnya berbeda, kita harus mencari nama-nama lain dari masing-masing pecahan tersebut sehingga didapat penyebut yang sama diantara keduanya, kemudian dijumlahkan pembilangnya dan dibagi dengan penyebutnya.

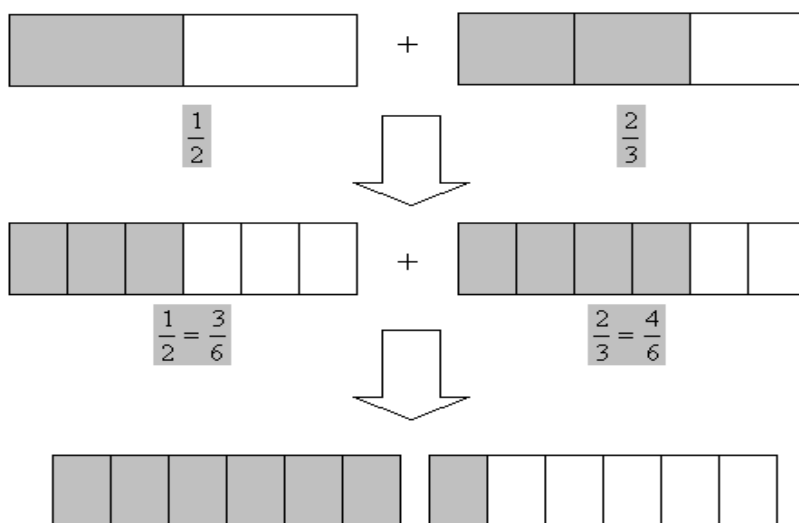
Contoh (1):  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

Nama-nama lain untuk  $\frac{1}{2}$  adalah  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$ ,  $\frac{4}{8}$ , .....

Nama-nama lain untuk  $\frac{2}{3}$  adalah  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{8}{12}$ , .....

Jadi  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$

Bentuk penjumlahan pecahan  $+ = \dots$  jika diperagakan akan terlihat seperti berikut ini.



Jadi  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$

Contoh (2):  $\frac{2}{4} + \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

Nama-nama lain  $\frac{2}{4}$  adalah  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{6}{12}$ ,  $\frac{8}{16}$ ,  $\frac{10}{20}$ , ...

Nama-nama lain  $\frac{3}{5}$  adalah  $\frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{15}{25}, \dots$

Sehingga  $\frac{2}{4} + \frac{3}{5} = \frac{10}{20} + \frac{12}{20} = \frac{22}{20}$

### 3. Penjumlahan Dua Pecahan Campuran

Menjumlahkan dua pecahan campuran ialah : jumlahkanlah bagian bilangan cacah dengan bagian bilangan cacah dan bagian pecahan dengan bagian pecahan.

Contoh:

$$\begin{aligned}(1) : 2 \frac{1}{5} + 3 \frac{2}{5} &= (2 + 3) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) \\ &= 5 + \frac{3}{5} \\ &= 5 \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) : 3 \frac{1}{4} + 4 \frac{2}{3} &= (3 + 4) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \\ &= 7 + \left(\frac{3}{12} + \frac{8}{12}\right) \\ &= 7 + \frac{11}{12} \\ &= 7 \frac{11}{12}\end{aligned}$$

#### b. Penjumlahan Dua Pecahan Persen

Menjumlahkan dua pecahan persen adalah menjumlahkan bilangan-bilangan persen yang ada.

Contoh

$$(1) : 6\% + 7\% = (6 + 7)\% = 13\%$$

$$(2) : 12\% + 9\% = (12 + 9)\% = 21\%$$

c. Penjumlahan Dua Pecahan Desimal

Contoh :

(1)  $2,43 + 3,56 = \dots\dots\dots$

Jawab :

$$\begin{aligned} 2,43 &= 2 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100} \\ 3,56 &= 3 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} \\ \hline &= 5 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} \\ &= 5,99 \end{aligned}$$

Jadi  $2,43 + 3,56 = 5,99$

(2)  $24,12 + 4,294 = \dots\dots\dots$

Jawab :

$$\begin{aligned} 24,12 &= 20 + 4 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} \\ 4,294 &= 4 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100} + \frac{4}{1000} \\ \hline &= 20 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{11}{100} + \frac{4}{1000} \\ &= 28 + \frac{3}{10} + \frac{10}{100} + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000} \\ &= 28 + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000} \\ &= 28 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000} \\ &= 28,414 \end{aligned}$$

Jadi  $24,1 + 4,294 = 28,414$

d. Sifat-sifat Operasi Penjumlahan Pecahan

Sifat-sifat operasi penjumlahan bilangan Pecahan sama dengan sifat-sifat operasi penjumlahan bilangan Cacah yaitu :

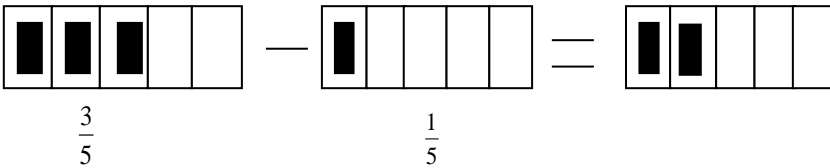
- a. Sifat Pertukaran (Komutatif)
- b. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)
- c. Mempunyai elemen Identitas (Satuan) penjumlahan

## K. Operasi Pengurangan Pecahan

1. Pengurangan Pecahan dengan Penyebut Sama

Contoh :

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \dots$$



$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

2. Pengurangan Pecahan dengan Penyebut Berbeda

Contoh:

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \dots :$$

Jawab:

$$\text{Nama lain } \frac{4}{5} = \frac{\boxed{8}}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}$$

$$\text{Nama lain } \frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{\boxed{5}}{10}, \frac{6}{12}$$

$$\text{Jadi } \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{8-5}{10} = \frac{3}{10}$$

Cobalah anda peragakan dengan garis Bilangan !

*Pengurangan Dua Pecahan Campuran*

Contoh :

$$\begin{aligned} (1) \quad 4 \frac{3}{5} - 2 \frac{1}{5} &= (4 - 2) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right) \\ &= 2 + \frac{2}{5} \\ &= 2 \frac{2}{5} \end{aligned}$$

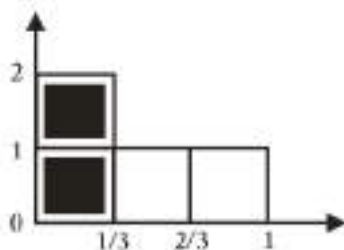
$$\begin{aligned} (2) \quad 6 \frac{2}{3} - 4 \frac{1}{2} &= (6 - 4) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \\ &= 2 + \left(\frac{4}{6} - \frac{3}{6}\right) \\ &= 2 + \frac{1}{6} \\ &= 2 \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 8 \frac{1}{5} - 4 \frac{3}{5} &= (7 - 4) + \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{5}\right) \\ &= 3 + \frac{3}{5} \\ &= 3 \frac{3}{5} \end{aligned}$$

## L. Operasi Perkalian Pecahan

### 1. Perkalian Bilangan Asli dengan Pecahan

a.



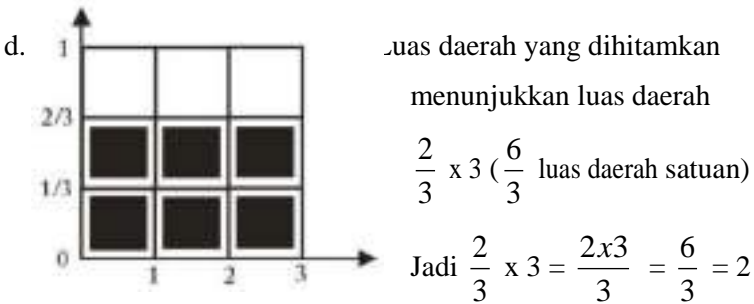
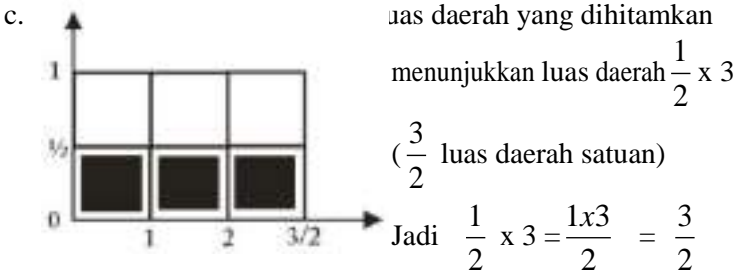
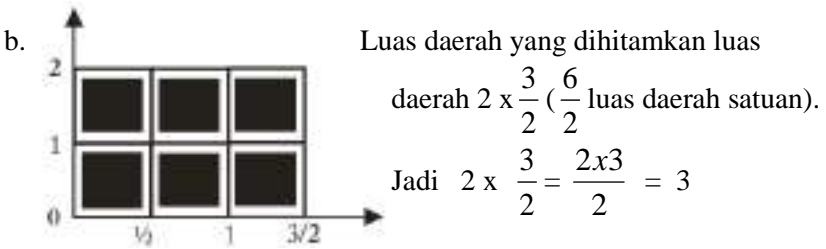
Luas daerah yang dihitamkan

menunjukkan luas daerah  $2 \times \frac{1}{3}$

$2 \times \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \text{ luas daerah satuan}\right)$

Jadi  $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3}$



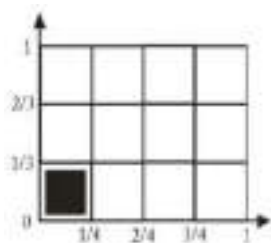


Soal di atas (a & b) juga dapat ditunjukkan dengan garis bilangan dengan penjumlahan berulang. Cobalah Anda peragakan !

Secara umum: Untuk setiap bilangan asli  $a$  dan bilangan pecahan  $\frac{b}{c}$  berlaku:

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

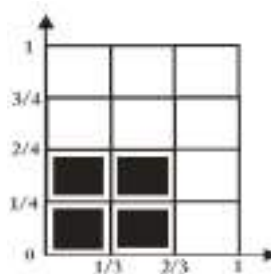
## 2. Perkalian Dua Pecahan Satuan



Luas daerah yang dihitamkan menunjukkan luas

$$\text{daerah } \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{12} \text{ luas daerah satuan}\right)$$

$$\text{Jadi } \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{12} = \frac{1}{12}$$



Luas daerah yang dihitamkan menunjukkan luas

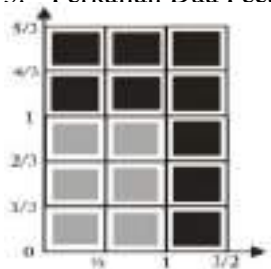
$$\text{daerah } \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{12} \text{ luas daerah satuan}\right)$$

$$\text{Jadi } \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{12} = \frac{4}{12}$$

Secara umum: Untuk sembarang bilangan pecahan  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  berlaku:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

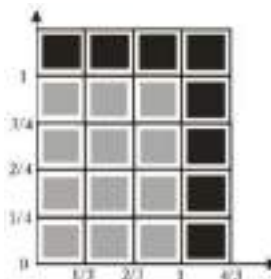
## 3. Perkalian Dua Pecahan Campuran



Luas daerah yang dihitamkan menunjukkan

$$\frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{15}{6} \text{ luas satuan}\right)$$

$$\text{Jadi } \frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{3 \times 2} = \frac{15}{6}$$



Luas daerah yang dihitamkan menunjukkan

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = \left(\frac{20}{12} \text{ luas satuan}\right)$$

$$\text{Jadi } \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{4 \times 3} = \frac{20}{12}$$

Secara umum dapat disimpulkan:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd} \text{ karena } a \text{ b/c} = \frac{c+b}{c} \text{ dan } d \text{ e/f} = \frac{f+e}{f}, \text{ maka :}$$

$$a \frac{b}{c} \times d \frac{e}{f} = \frac{ac+b}{c} \times \frac{df+e}{f}$$

#### 4. Sifat-sifat Operasi Perkalian Pecahan

a. Sifat Pertukaran ( Komutatif ) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

b. Sifat Pengelompokan ( Asosiatif ) :

$$\left( \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left( \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \right)$$

c. Sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan / pengurangan :

$$\frac{a}{b} \times \left( \frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \left( \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) + \left( \frac{a}{b} \times \frac{e}{f} \right)$$

$$\frac{a}{b} \times \left( \frac{c}{d} - \frac{e}{f} \right) = \left( \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) - \left( \frac{a}{b} \times \frac{e}{f} \right)$$

d. Sifat Bilangan 1 ( Sebagai elemen Identitas ) :

$$\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

e. Sifat kebalikan ( Invers ) :

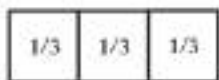
$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

f. Sifat tertutup

## M. Operasi Pembagian Pecahan

### 1. Pembagian Bilangan Asli dengan Pecahan

Cara 1:  $1 : \frac{1}{3} = \dots\dots\dots?$



Sehelai pita dianggap 1 satuan, ternyata dalam terdapat 3 pertigaan. Jadi  $1 : \frac{1}{3} = 3$

$1 : \frac{2}{3} = \dots\dots\dots?$



Ternyata dalam 1 satuan terdapat  $1 \frac{1}{2}$  atau  $\frac{3}{2}$  dua pertigaan. Jadi  $1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$

$4 : \frac{2}{3} = \dots\dots\dots?$



Ternyata dalam 1 satuan terdapat  $1 \frac{1}{2}$  atau  $\frac{3}{2}$ . Dengan demikian dalam 4 satuan kita dapatkan  $4 \times \frac{3}{2}$  dua pertigaan. Jadi  $4 : \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$

### Cara 2

Ingat bentuk  $a : \frac{b}{c} = \frac{a}{b/c}$

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a/b}{c/d}$

Contoh (1)  $3 : \frac{1}{2} = \frac{3}{1/2}$

(2)  $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2/3}{1/4}$

Berikut Pembagian bilangan asli dengan pecahan menggunakan sifat bilangan 1 pada perkalian:

$$\text{a. } 3 : \frac{1}{2} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} \times 1 = \frac{3}{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{2/1}$$

$$3 : \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2/1}{1} = 3 \times 2/1 = 6$$

$$\text{b. } 4 : \frac{2}{3} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = \frac{4}{\frac{2}{3}} \times 1 = \frac{4}{\frac{2}{3}} \times \frac{3}{3/2}$$

$$4 : \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3/2}{1} = 4 \times 3/2 = 6$$

*Kesimpulan* : Pembagian Bilangan Asli a dengan bilangan pecahan b/c berlaku :

$$a : \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b}$$

## 2. Pembagian Pecahan dengan Pecahan

Cara membagi pecahan dengan pecahan, sama seperti pembagian bilangan asli dengan pecahan. Secara umum bahwa Pembagian Pecahan a/b dengan pecahan c/d , berlaku :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Cobalah Buktikan rumus di atas!

$$\text{Contoh : (1) } \frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} \\ = \frac{5 \times 3}{7 \times 2} = \frac{15}{14}$$

$$\text{(2) } \frac{4}{9} : \frac{3}{5} = \frac{4}{9} \times \frac{5}{3} \\ = \frac{4 \times 5}{9 \times 3} = \frac{20}{27}$$

## N. Pembelajaran Konsep Pecahan di Kelas Rendah

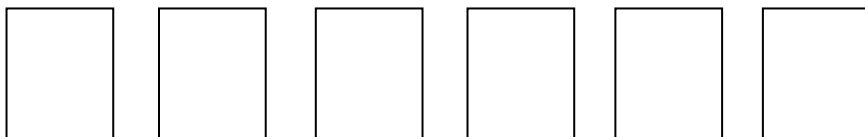
Di awal pembelajaran konsep bilangan pecah di kelas 2 (cawu 3) dan kelas 3, diperlukan alat-alat peraga yang tepat dan sesuai dengan kondisi anak. Alat-alat peraga tersebut dapat berupa gambar bangun-bangun datar, bangun-bangun datar dari karton yang telah dipotong-potong menjadi bagian yang lebih kecil dan saling kongruen atau bilah dari bambu atau kayu pipih (triplek) yang diberi warna per bagian. Alat-alat peraga di atas sangat berguna untuk memperluas pemahaman siswa terhadap bilangan pecahan.

Contoh:

Dengan kertas grafik (berpetak) dan gunting, siswa dapat diajak membuat bangun persegi panjang atau persegi, kemudian guru memerintahkan kepada siswanya untuk menggunting menjadi daerah yang menyatakan  $\frac{1}{2}$  atau  $\frac{1}{3}$  atau  $\frac{1}{4}$  atau pecahan lain sesuai dengan tingkatan pemahaman anak.

Contoh:

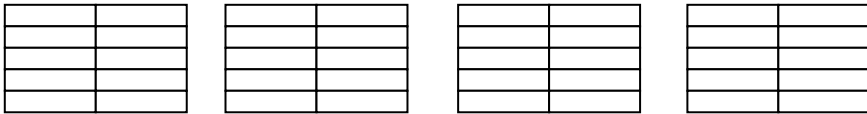
Siswa disuruh menggambar bangun berbentuk lingkaran, persegi dan persegi panjang (masing-masing menyatakan satu). Kemudian siswa disuruh membuat garis yang membagi bangun-bangun di atas menjadi dua yang sama luasnya (sama besar) dalam berbagai cara. Misal untuk bentuk persegi menjadi sebagai berikut:



Setiap bagian diberi label  $\frac{1}{2}$ .

Siswa harus menentukan dalam berapa cara mereka dapat membentuk sebuah daerah persegi menjadi dua sama besar. Cara di atas dapat diteruskan untuk membentuk daerah tertentu menjadi bagian  $\frac{1}{3}$

dan  $\frac{2}{3}$  atau pecahan-pecahan yang lain. Contoh: murid disuruh menggambar daerah yang dibagi-bagi menjadi bagian-bagian yang kongruen. Mereka disuruh menghitami (mengarsir) sejumlah tertentu bagian seperti pada gambar berikut:



Dengan memandang ke seluruh bagian sebagai satu, mereka menggunakan pecahan untuk memberi nama bagian yang diarsir (diarsir). Kemudian siswa menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut untuk setiap daerah. Misalnya: " Menjadi berapa bagian yang kongruen daerah itu dipisah-pisahkan ? "

" Berapa bagiankah yang diarsir? "

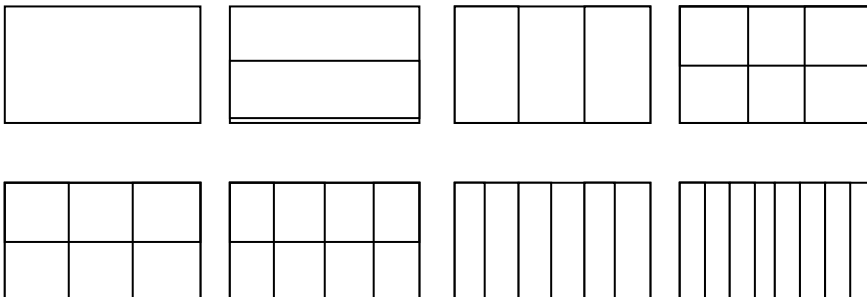
" Apa nama pecahan bagi daerah yang diarsir? "

" Apa nama pecahan bagi daerah yang tidak diarsir? "

Contoh:

Untuk menemukan nama-nama bagi pecahan yang sama dapat dilakukan pembelajaran sebagai berikut :

1. Kepada siswa dibagikan kertas yang bergambar seperti di bawah ini:



2. Siswa disuruh menggunting daerah-daerah persegi panjang dan bagian-bagiannya. Dengan menempatkan guntingan daerah yang sesuai satu di atas lainnya, mereka mengisi titik-titik berikut ini sehingga pernyataan matematikanya menjadi benar.

$$\frac{1}{2} = \frac{\dots}{8}; \quad \frac{1}{3} = \frac{\dots}{6}; \quad \frac{2}{3} = \frac{\dots}{12}; \quad \frac{1}{1} = \frac{\dots}{12}$$

Catatan:

- Gambar peragaan di atas juga dapat digunakan untuk memahami penyederhanaan pecahan.
- Dari peragaan di atas, seterusnya anak diajak untuk menemukan rumus/pola yang menyatakan bahwa sebuah pecahan akan tetap nilainya jika pembilang dan penyebut dikalikan dengan bilangan yang sama.
- Penggunaan alat-alat peraga hanya untuk awal memahami konsep. Jika siswa telah paham benar, maka penggunaan alat peraga sudah dapat ditinggalkan (tidak diperlukan lagi).

## O. Perbandingan

Pecahan  $a/b$  dapat ditulis dengan perbandingan  $a : b$  misalnya  $1/2$  dapat ditulis sebagai perbandingan  $1 : 2$ . Menyederhanakan  $a/b$  ialah memperkecil pembilang (a) dan penyebut (b) sampai sekecil mungkin tanpa mengubah nilainya.

contoh :  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  sehingga  $2 : 4 = 1 : 2$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ sehingga } 4 : 6 = 2 : 3$$

Bentuk perbandingan  $a : b = c : d$  biasa disebut perbandingan seharga dan a, b, c, d disebut suku-suku perbandingan seharga itu.

Contoh :

- (1) Bila diketahui  $A : B = 2 : 5$  dan  $A + B = 28$ , maka :

$$A = \frac{2}{2+5} \times 28 = 8 \quad \text{dan} \quad B = \frac{5}{2+5} \times 28 = 20$$

- (2) Bila diketahui  $A : B = 4 : 7$  dan  $A - B = 30$ , maka:

$$A = \frac{4}{7-4} \times 30 = 40 \quad \text{dan} \quad B = \frac{7}{7-4} \times 30 = 70$$

Konsep perbandingan akan digunakan untuk memecahkan soal cerita, seperti berikut:

- (3) Hasan dan Ali akan membagi uang sebesar Rp.200,00. Hasan dan Ali akan mendapat bagian perbandingan  $3 : 5$ . Hitunglah bagian masing-masing !



Jawab : Bila Hasan dimisalkan A dan Ali dimisalkan B maka:

$$A : B = 3 : 5 \text{ dan } A + B = 200. \text{ Jadi } A = \frac{3}{3+5} \times 200 = 75 \text{ dan}$$

$$B = \frac{3}{3+5} \times 200 = 125$$

## P. Skala

Istilah skala sering dijumpai pada peta atau gambar. Misalnya pada peta atau gambar tertulis "Skala 1:100.000. Ini berarti setiap 1 cm dalam peta mewakili 1 km pada ukuran yang sebenarnya.

$$1 : 100000 = 1 \text{ cm}/1 \text{ km} \quad (1 \text{ km} = 100000 \text{ cm})$$

Contoh (1):

Jika jarak kota A ke kota B dalam peta 10 cm, berapakah jarak yang sesungguhnya? (skala 1:100000)

$$\begin{aligned} \text{Jawab: Jarak sesungguhnya} &= 100000 \times \text{jarak pada peta} \\ &= 100000 \times 10 \text{ cm} \\ &= 1000000 \text{ cm} = 10 \text{ km} \end{aligned}$$

Contoh (2):

Buatlah jarak kota B ke kota C di dalam peta, bila jarak yang sesungguhnya 50 km! (skala 1:100000)

$$\begin{aligned} \text{Jawab: Jarak pada Peta} &= 1/100000 \times \text{jarak sesungguhnya} \\ &= 1/100000 \times 50 \text{ km} \\ &= 1/100000 \times 5000000 \text{ cm} \\ &= 50 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Selain pada peta, skala juga sering digunakan pada rencana pembuatan bangunan, daerah, dan sebagainya.

## **BAB XII**

# **BILANGAN RASIONAL**

### **Kompetensi:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bilangan rasional dan terampil mengajarkan bilangan rasional di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari Bab XII ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bilangan Rasional.
2. Menjelaskan konsep penjumlahan bilangan Rasional.
3. Menjelaskan konsep pengurangan bilangan Rasional.
4. Menjelaskan konsep perkalian bilangan Rasional.
5. Menjelaskan konsep pembagian bilangan Rasional.
6. Menjelaskan sifat-sifat operasi hitung bilangan Rasional.
7. Menjelaskan konsep bilangan real.
8. Menjelaskan konsep akar kuadrat.
9. Menjelaskan konsep pangkat rasional.
10. Menjelaskan konsep bentuk baku.
11. Melaksanakan pembelajaran bilangan Rasional.

Pada bab ini akan dibahas mengenai: (1) pengertian bilangan rasional, (2) penjumlahan bilangan rasional, (3) pengurangan bilangan rasional, (4) perkalian bilangan bilangan rasional, (5) pembagian bilangan rasional, (6) urutan bilangan rasional, (7) bilangan real, (8) akar kuadrat, (9) pangkat rasional, (10) bentuk baku.

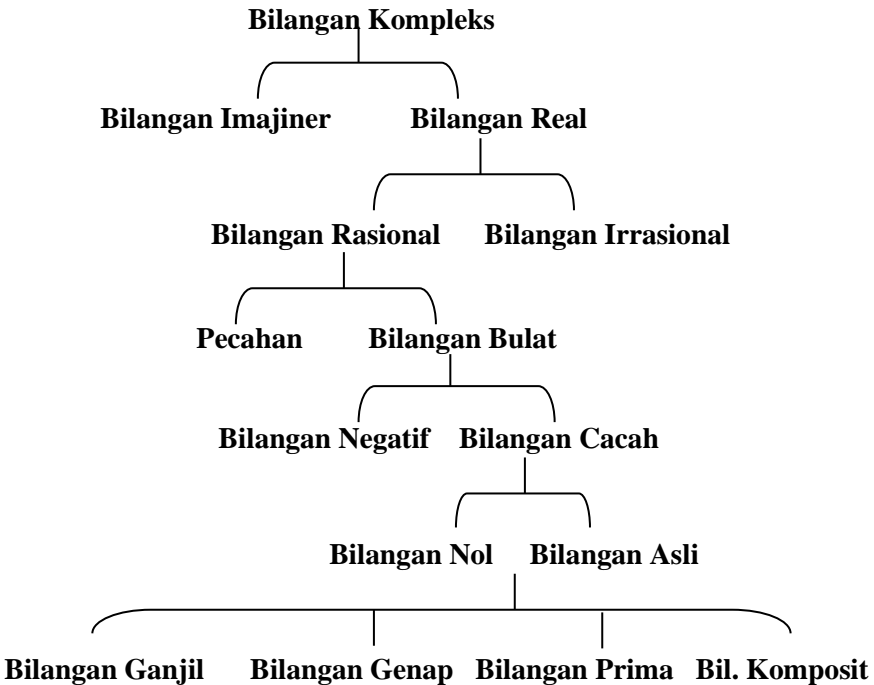
## A. Pengertian Bilangan Rasional

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat disajikan dalam bentuk  $a/b$ , di mana  $a$  dan  $b$  bilangan bulat, dan  $b$  tidak sama dengan 0. Dengan demikian, setiap pecahan merupakan bilangan rasional, tetapi sebaliknya, tidak setiap bilangan rasional berupa pecahan. Dengan kata lain, semua pecahan merupakan bagian dari bilangan rasional. Dengan notasi himpunan, bilangan rasional dapat disajikan sebagai berikut.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ dan } b \text{ bilangan Bulat, } b \neq 0 \right\}$$

Contoh :  $-3$ ,  $\frac{-5}{4}$ ,  $1$ ,  $0$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $4$ ,  $0$ ,  $2$ ,  $5\frac{1}{2}$ ,  $-8\frac{1}{4}$ ,  $4^2$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{100}$ , dan lain-lain.

Hubungan antar jenis bilangan secara lengkap dapat digambarkan pada struktur bilangan seperti berikut.



Definisi Kesamaan Bilangan Rasional:

Diketahui  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan Rasional. Maka  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $ad = bc$ . Kesamaan bilangan rasional digunakan untuk menentukan nama-nama lain bilangan rasional: (1) menyederhanakan bilangan rasional, dan (2) menyamakan penyebut untuk operasi penjumlahan, pengurangan, dan membandingkan bilangan-bilangan rasional. Sebagai suatu pecahan, setiap bilangan rasional mempunyai tak terhingga bentuk penyajian.

Contoh:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots = \frac{-1}{-2} = \frac{-2}{-4} = \frac{-3}{-6} = \dots$$

Dengan cara yang sama, bilangan  $\frac{-2}{3}$  dapat disajikan dalam bentuk penyajian:

$$\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = \frac{4}{-6} = \frac{-4}{6} = \frac{-6}{9} = \frac{6}{-9} = \dots$$

Suatu bilangan rasional  $\frac{a}{b}$  dikatakan sebagai bentuk yang sederhana jika  $a$  dan  $b$  tidak mempunyai faktor-faktor prima yang sama dan  $b$  adalah positif.

Contoh:

$$\frac{2}{3}, \frac{-5}{7}, \text{ dan } \frac{-3}{10} \text{ adalah bentuk sederhana. Adapun } \frac{5}{-7}, \frac{4}{6}, \text{ dan}$$

$$\frac{-3}{81} \text{ adalah bukan bentuk yang sederhana karena:}$$

$-7$  dalam  $\frac{5}{-7}$  bukan bilangan positif

$$\frac{4}{6} \text{ dapat disederhanakan lagi menjadi } \frac{2}{3}$$

$$\frac{-3}{81} \text{ dapat disederhanakan lagi menjadi } \frac{-1}{27}.$$

Berdasarkan penggunaan definisi kesamaan bilangan rasional, dapat ditunjukkan teorema bilangan rasional sebagai berikut.

Diketahui  $\frac{a}{b}$  sembarang bilangan rasional dan  $n$  sembarang bilangan bulat bukan nol, maka  $\frac{a}{b} = \frac{an}{bn} = \frac{na}{nb}$ .

Contoh: Tunjukkan bahwa pasangan bilangan berikut adalah sama.

a)  $\frac{5}{-7}, \frac{-5}{7}$                       b)  $\frac{-20}{-12}, \frac{5}{3}$                       c)  $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$

Jawab: a)  $\frac{5}{-7} = \frac{-5}{7}$  karena  $5 \cdot 7 = (-7)(-5)$

b)  $\frac{-20}{-12} = \frac{(-4)5}{(-4)3} = \frac{5}{3}$

c)  $\frac{16}{-30} = \frac{-8}{15}$  karena  $16 \cdot 15 = 240$  dan  $(-30)(-8) = 240$ .

## B. Operasi Penjumlahan Bilangan Rasional

Penjumlahan bilangan rasional didefinisikan sebagai pengembangan dari penjumlahan pecahan.

Definisi : Diketahui  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan rasional,

$$\text{maka } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(ad + bc)}{bd}$$

Definisi di atas mencakup juga bentuk penjumlahan:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a + c)}{b}$$

Contoh: a)  $\frac{3}{7} + \frac{-5}{7} = \frac{\{3 + (-5)\}}{7} = \frac{-2}{7}$

b)  $\frac{-2}{5} + \frac{0}{5} = \{-2 + 0\}/5 = \frac{-2 + 0}{5} = \frac{-2}{5}$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{-2}{5} + \frac{4}{-7} &= \frac{\{(-2)(-7)\} + 5 \cdot 4}{5(-7)} \\ &= (14 + 20) / -35 = \frac{(14 + 20)}{-35} \\ &= \frac{34}{-35} \end{aligned}$$

**Teorema:**

Diketahui  $\frac{a}{b}$  sembarang bilangan rasional, maka:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

**Sifat-sifat Penjumlahan Bilangan Rasional:**

Diketahui  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  sembarang bilangan rasional.

1. Sifat tertutup:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \text{ akan selalu menghasilkan bilangan rasional}$$

2. Sifat Komutatif (Pertukaran):

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

3. Sifat Asosistif (Pengelompokan)

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

4. Sifat identitas penjumlahan:

$$\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b} = 0 + \frac{a}{b} \quad \left(0 = \frac{0}{m}, m \neq 0\right)$$

### 5. Sifat invers penjumlahan:

Untuk setiap bilangan rasional  $\frac{a}{b}$  maka ada suatu bilangan rasional  $-\frac{a}{b}$  sehingga:

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0 = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b}$$

### ***Teorema lain bilangan rasional:***

Diketahui  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  sembarang bilangan rasional,

1. Jika  $\frac{a}{b} + \frac{e}{f} = \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$  maka  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2.  $-\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}$

## **C. Operasi Pengurangan Bilangan Rasional**

Berdasarkan arti pengurangan sebagai invers penjumlahan untuk setiap bilangan rasional, pengurangan dapat didefinisikan sebagai pengembangan dari pengurangan bilangan bulat.

Definisi:

Diketahui  $a/b$  dan  $c/d$  sembarang bilangan rasional, maka :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

Definisi pengurangan juga dapat dikembangkan dari pengurangan pecahan:

1. Penyebut sama:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} - \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) \\ &= \frac{(a + (-c))}{d} \\ &= \frac{(a - c)}{d} \end{aligned}$$

Jadi pengurangan bilangan rasional dengan penyebut sama dapat dicari dengan cara seperti pengurangan pecahan dengan penyebut sama.

2. Penyebut tidak sama:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} - \frac{bc}{bd} = \frac{(ad - bc)}{bd}$$

Contoh:

$$a) \frac{3}{10} - \frac{4}{5} = \frac{3}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{8}{27} - \left(\frac{-1}{12}\right) &= \frac{32}{108} - \left(\frac{-9}{108}\right) \\ &= \frac{32}{108} + \left\{-\left(\frac{-9}{108}\right)\right\} \\ &= \frac{32+9}{108} \\ &= \frac{41}{108} \end{aligned}$$

## D. Operasi Perkalian Bilangan Rasional

Perkalian bilangan rasional didefinisikan sebagai pengembangan dari perkalian pecahan.

Definisi:

Diketahui  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan Rasional, maka  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Jelaskan cara menentukan harga n dari soal berikut ini

$$(1) n = \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{1}{2}$$

$$(5) n = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$(2) n = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$(6) n = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{7}\right)$$

$$(3) 2\frac{1}{4} \times -3\frac{2}{3} = n$$

$$(7) -3\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{4} = n$$

$$(4) 4\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = n$$

$$(8) -5\frac{1}{4} \times -2\frac{1}{3} = n$$



bentuk-bentuk soal tersebut di atas harus diubah menjadi bentuk pecahan biasa.

Cobalah soal di atas Anda kerjakan sesuai petunjuk yang ada !

**Sifat-sifat Perkalian Bilangan Rasional:**

Diketahui  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$  dan  $\frac{e}{f}$  sembarang bilangan rasional

1. Sifat Tertutup

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ selalu merupakan bilangan rasional.}$$

2. Sifat Komutatif (pertukaran)

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

3. Sifat Asosiatif (pengelompokan)

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$$

4. Sifat Identitas Perkalian

$$\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b} = 1 \times \frac{a}{b} \quad \left(1 = \frac{m}{m}, \text{ dan } m \neq 0\right)$$

5. Sifat Invers Perkalian

Untuk setiap bilangan rasional  $\frac{a}{b}$  bukan nol tentu ada sebuah

bilangan  $\frac{b}{a}$  sehingga  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ .

6. Sifat Distributif Perkalian terhadap Penjumlahan (penyebaran)

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$$

Contoh:

$$\begin{aligned} \text{(a). } \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{7} &= \frac{2}{3} \left( \frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left( \frac{7}{7} \right) \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b). } -\frac{3}{5} \left( \frac{13}{37} \times \frac{10}{3} \right) &= \left( \frac{13}{37} \times \frac{10}{3} \right) \left( -\frac{3}{5} \right) \\ &= \frac{13}{37} \left( \frac{10}{3} \times -\frac{3}{5} \right) \\ &= -\frac{26}{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c). } \frac{4}{5} \times \frac{7}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} &= \frac{4}{5} \times \frac{7}{8} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{4}{5} \left( \frac{7}{8} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{5}{8} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

## E. Operasi Pembagian Bilangan Rasional

Pembagian bilangan rasional dikembangkan dari pembagian pecahan.

Definisi:

Diketahui  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan rasional, di mana  $\frac{c}{d}$  bukan nol, maka:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Teorema:

Ada tiga metode pembagian bilangan rasional,

Diketahui  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan rasional di mana  $\frac{c}{d}$  bukan nol, maka:

$$(1). \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$(2). \frac{a}{b} : \frac{c}{b} = \frac{a}{c}$$

$$(3). \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a : c}{b : d}$$

Contoh:

$$(1). \frac{12}{-25} : \frac{4}{5} = \frac{(12 : 4)}{(-25 : 5)} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5} \text{ (metode 3)}$$

$$(2). \frac{13}{17} : -\frac{4}{9} = \frac{13}{17} \times -\frac{9}{4} = -\frac{117}{68} \text{ (metode 1)}$$

$$(3). -\frac{18}{23} : -\frac{6}{23} = \frac{-18}{-6} = 3 \text{ (metode 2)}$$

## F. Urutan Bilangan Rasional

Ada tiga cara untuk mengurutkan bilangan rasional seperti halnya mengurutkan pecahan.

### 1. Pendekatan Garis Bilangan

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  (atau  $\frac{c}{d} > \frac{a}{b}$ ) jika dan hanya jika  $\frac{a}{b}$  berada di sebelah kiri dari  $\frac{c}{d}$  pada garis bilangan rasional.

Contoh (1):

Tentukan urutan bilangan  $-\frac{3}{7}$  dan  $\frac{5}{2}$ .

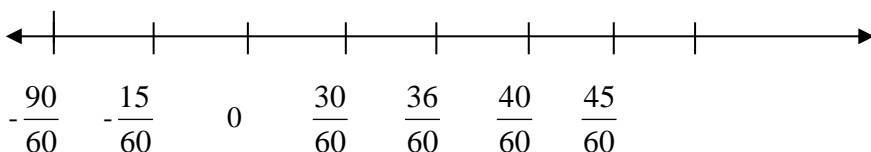
Jawab :

Dengan menggunakan garis bilangan, semua bilangan negatif berada di sebelah kiri bilangan positif. Jadi  $-\frac{3}{7} < \frac{5}{2}$

Contoh (2):

Urutkan bilangan:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $-1\frac{1}{2}$  dan  $\frac{3}{4}$ .

Untuk mengurutkan bilangan tersebut harus kita cari pecahan yang senama dengan bilangan-bilangan tersebut dengan cara menyamakan penyebutnya yaitu : 60 sehingga menjadi :  $\frac{30}{60}$ ,  $\frac{40}{60}$ ,  $-\frac{15}{60}$ ,  $\frac{36}{60}$ ,  $-\frac{90}{60}$  dan  $\frac{45}{60}$ . Selanjutnya, diurutkan pada garis bilangan:



Untuk membandingkan/mengurutkan dua pecahan  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{p}{q}$  kita harus mengganti nama pecahan itu dengan nama-nama pecahan yang penyebutnya sama; kemudian, lakukan perbandingan atau dengan cara mengurutkan pembilang-pembilangnya. Dengan demikian, bila pembilang-pembilang tadi sama, kedua pecahan tersebut memiliki besaran yang sama.

## 2. Pendekatan Penyebut positif yang Sama

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{b} \text{ jika dan hanya jika } a < c \text{ dan } b > 0.$$

Contoh: Tentukan urutan bilangan  $-\frac{7}{13}$  dan  $-\frac{2}{13}$

Jawab: Karena  $-7 < -2$  maka  $-\frac{7}{13} < -\frac{2}{13}$

### 3. Pendekatan Penjumlahan

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika ada sebuah bilangan rasional positif  $\frac{p}{q}$

sedemikian sehingga  $\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Dengan kata lain, pendekatan penjumlahan adalah  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $\frac{c}{d} - \frac{a}{b}$  adalah positif.

Contoh : Tentukan urutan bilangan  $-\frac{5}{7}$  dan  $-\frac{3}{4}$ .

Jawab :  $-\frac{5}{7} - (-\frac{3}{4}) = -\frac{5}{7} + \frac{3}{4} = -\frac{20}{28} + \frac{21}{28}$   
 $= \frac{1}{28}$  adalah bilangan positif.

Jadi  $-\frac{3}{4} < -\frac{5}{7}$  (dengan pendekatan penjumlahan)

Kemudian jika dicari dengan menggunakan pendekatan penyebut positif yang sama, maka diperoleh:

$$-\frac{5}{7} = -\frac{20}{28} \quad \text{dan} \quad -\frac{3}{4} = -\frac{21}{28}$$

Karena  $-21 < -20$ , maka  $-\frac{3}{4} < -\frac{5}{7}$ .

*Teorema:* Sifat Perkalian Silang dari Pertidaksamaan

Diketahui  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  sembarang bilangan rasional, di mana  $b > 0$

dan  $d > 0$ , maka  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $ad < bc$ .

### Sifat-Sifat Urutan Bilangan Rasional

Diketahui  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$  dan  $\frac{e}{f}$  sembarang bilangan rasional

1. Sifat Transitif Kurang Dari

jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  dan  $\frac{c}{d} < \frac{e}{f}$  maka  $\frac{a}{b} < \frac{e}{f}$

2. Sifat Kurang Dari dan Penjumlahan

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  maka  $\frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$

3. Sifat Kurang Dari dan Perkalian dengan Bilangan Positif.

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  dan  $\frac{e}{f} > 0$ , maka  $\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$

4. Sifat Kurang Dari dan Perkalian dengan Bilangan Negatif.

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  dan  $\frac{e}{f} < 0$ , maka  $\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$

5. Sifat Kepadatan (Densitas)

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  maka ada sebuah bilangan Rasional  $\frac{e}{f}$  sedemikian

sehingga  $\frac{a}{b} < \frac{e}{f} < \frac{c}{d}$ .

## G. Bilangan Real

Definisi: Himpunan bilangan-bilangan *real* (R) adalah himpunan semua bilangan yang dapat disajikan dalam bentuk desimal tak terbatas.

Jadi, bilangan *real* mencakup semua bilangan rasional (seperti bilangan desimal berulang tak terbatas, bilangan positif, bilangan negatif, atau nol) dan bilangan irrasional. Himpunan bilangan irrasional adalah himpunan bilangan-bilangan yang mempunyai bentuk desimal tak berulang tak terbatas.

Contoh Bilangan Irrasional:

$\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$  dan sebagainya

0,020020002.....

1,41413.....

5,1614937564519.....

log 2

harga  $\pi = 3,14.....$

Sekarang telah ditemukan harga  $\pi$  sesungguhnya sampai dengan 1000 desimal sebagai berikut:

$\pi = 3,$  14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41897 16939  
93751 05820 97494 45923 07816 40628 62088 99862 80348  
25342 11706 79821 48086 51328 23066 47093 84460 95505  
82231 72535 94081 28481 11745 02841 02701 83852 11055  
59644 62294 89549 30381 96442 88109 75665 93344 61284  
75648 23378 67831 65271 20190 91456 48566 92346 03486  
10454 32664 82133 93607 26024 91412 73724 58700 66063  
15588 17488 15209 20962 82925 40917 15264 36789 25903  
60011 33053 05488 20466 52138 46951 94151 16094 33057  
27036 57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051 18548  
07446 23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381 83011  
94812 98336 73362 44065 66430 86021 39494 63952 24737  
19070 21798 60943 70277 05392 17176 29317 67523 84674  
81846 76694 05132 00056 81271 45263 56082 77857 71342  
75778 96091 73637 17872 14684 40901 22495 34301 46549  
58537 10507 92279 68925 89235 42018 85611 21290 21960  
86403 44181 59813 62977 47713 09960 51870 72113 49999  
99837 29780 48851 05973 17328 16096 31859 50244 59455  
34690 83026 42522 30825 33446 85035 26193 11881 71010  
00313 78387 52886 58753 32083 81420 61717 76691 47303  
59825 34904 28755 46873 11595 62863 88235 37875 93751  
95778 18577 80532 17122 22680 66130 01927 87661 11959  
09216 42019 89 .....

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa tidak setiap bilangan desimal tak terbatas merupakan bilangan Irrasional. Misalnya bilangan 4,394394394..... merupakan bilangan Rasional (bukan Irrasional) karena bilangan 4,394394394.... dapat ditunjukkan sebagai bilangan Rasional, yaitu bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk  $a/b$  dimana  $a$  dan  $b$  bilangan bulat, dan  $b$  tidak sama dengan 0. Kecuali itu, mengingat bilangan tersebut adalah bilangan desimal berulang (yang berulang angka 394) maka ini sebagai suatu indikator bahwa bilangan tersebut adalah bilangan rasional. Adapun misalnya bilangan 5,123984... adalah bilangan irrasional, karena bilangan tersebut berupa bilangan desimal tak berulang dan tak terbatas (sesuai dengan batasan bilangan Irrasional). Ada kalanya

suatu pecahan bila dinyatakan dalam bentuk desimal tak ada batas akhirnya dan angkanya selalu sama. Misal bilangan desimal  $0,555\dots$ . Bentuk desimal demikian disebut desimal berulang. Untuk mengubah pecahan desimal berulang menjadi bentuk rasional biasa dilakukan dengan langkah sebagai berikut.

Contoh:

- (1) Tunjukkan bahwa  $0,323232\dots$  adalah bilangan rasional.

Misalkan  $0,323232\dots = x$

$$\begin{array}{r} 100x = 32,323232\dots \\ x = 0,323232\dots \\ \hline 99x = 32 \\ x = \frac{32}{99} \end{array}$$

Jadi  $0,323232\dots = \frac{32}{99}$  (Bilangan Rasional)

- (2) Tunjukkan bahwa  $5,4333\dots$  adalah bilangan rasional.

Misalkan  $5,4333\dots = x$

$$\begin{array}{r} 100x = 543,333\dots \\ 10x = 54,333\dots \\ \hline 90x = 489 \\ x = \frac{489}{90} = 5\frac{39}{90} = 5\frac{13}{30} \text{ (bilangan rasional)} \end{array}$$

- (3) Tunjukkan bahwa  $0,33333\dots$  adalah bilangan rasional.

Misalkan  $0,33333\dots = x$

$$\begin{array}{r} 10x = 3,33333\dots \\ x = 0,33333\dots \\ \hline 9x = 3 \\ x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ Jadi } 0,33333\dots = \frac{1}{3} \text{ (rasional)} \end{array}$$

$$\text{Jadi } 5,4333\dots = 5 + 0,4333\dots = 5 + \frac{13}{90} = 5\frac{13}{90}$$

### Sifat-sifat Operasi Bilangan Real

Pada operasi penjumlahan berlaku sifat: (1) tertutup, (2) komutatif, (3) asosiatif, (4) identitas, (5) invers. Sedangkan pada operasi perkalian



berlaku sifat: (1) tertutup, (2) komutatif, (3) asosiatif, (4) distributive perkalian terhadap penjumlahan, (5) identitas, (6) invers. Cobalah jelaskan sifat-sifat di atas dengan memberikan contohnya!

### Sifat-sifat Urutan bilangan Real

1. Sifat Transitif Kurang Dari
2. Sifat Kurang Dari dan Penjumlahan
3. Sifat Kurang Dari dan Perkalian dengan Bilangan Positif
4. Sifat Kurang Dari dan Perkalian dengan Bilangan Negatif
5. Sifat Kepadatan

Jelaskan sifat-sifat di atas!

## H. Akar Kuadrat

Jika  $(-3)^2$  dan  $3^2$  sama dengan 9, maka -3 dan 3 itu disebut akar kuadrat dari 9. Simbol  $\sqrt{\phantom{x}}$  menyajikan akar kuadrat non negatif, disebut Prinsip Akar Kuadrat. Contoh:  $\sqrt{4} = 2$ ,  $\sqrt{25} = 5$ ,  $\sqrt{144} = 12$ . Kita juga memberi contoh  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , dan  $\sqrt{17}$ . Bilangan-bilangan tersebut adalah tidak rasional karena mempunyai bentuk desimal tak berulang tak terbatas.

### Definisi Akar Kuadrat

Diketahui  $a$  adalah sebuah bilangan *real*, maka akar kuadrat dari  $a$  ditulis  $\sqrt{a}$  didefinisikan sebagai:  $\sqrt{a} = b$  di mana  $b^2 = a$  dan  $b \geq 0$ .

Menarik akar suatu bilangan pada prinsipnya adalah mencari kebalikan dari bilangan yang dipangkatnya. Lambang  $\sqrt[x]{p}$  dengan  $p$  bilangan yang ditarik akarnya dan  $x$  pangkat dari akar, dan dibaca “akar pangkat  $x$  dari  $p$ ”.

Contoh 1.  $2^3 = 8 \longrightarrow \sqrt[3]{8} = 2$  Karena  $2 \times 2 \times 2 = 8$

atau :  $\sqrt[3]{8}$  artinya sama dengan  $2 \times 2 \times 2 = 8$

Jadi  $\sqrt[3]{8} = 2$

Contoh 2 :  $\sqrt[2]{625} = \dots$  bilangan berapa jika dipangkatkan 2 hasilnya 625 ?

Jadi  $\sqrt[2]{625}$  lazim ditulis  $\sqrt{625}$  saja

Jika  $(2)^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ , maka 2 disebut akar pangkat 3 dari 8. Karena bilangan pokoknya terdapat dua kemungkinan, yaitu bilangan positif atau negatif, definisi berikut ini disajikan dalam dua bagian, yaitu:

### Definisi Akar Pangkat n

Diketahui a suatu bilangan Real dan n suatu bilangan bulat positif:

1. Jika  $a \geq 0$ , maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$  dan  $b \geq 0$ .
2. Jika  $a < 0$  dan n adalah ganjil, maka  $\sqrt[n]{a} = b$  jika dan hanya jika  $b^n = a$ .

Contoh:  $\sqrt[4]{81} = b$ , jika dan hanya jika  $b^4 = 81$ .

Karena  $3^4 = 81$ , maka  $b = 3$

$\sqrt[5]{-32} = n$ , jika dan hanya jika  $n^5 = -32$ .

Karena  $-2^5 = -32$ , maka  $n = -2$ .

### Akar Senama dan Akar Sejenis

Yang dimaksud dengan akar senama ialah akar yang memiliki pangkat sama. Misalnya:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a} \times \sqrt{b}, \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$$

Adapun yang dimaksud dengan akar sejenis adalah bilangan yang diakar sama. Misalnya:

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}, \sqrt{a} \times b\sqrt{a}$$

### Sifat-sifat Akar:

1. Sifat distributif penarikan akar terhadap perkalian:

$$\sqrt[n]{(a \times b)} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

2. Sifat distributif penarikan akar terhadap pembagian:

$$\sqrt[n]{(a : b)} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a^b} = a^{b:n} \text{ dengan } b \text{ habis dibagi } n$$

3.  $\sqrt[n]{a^b} = \sqrt[n:b]{a}$  dengan n habis dibagi b.
4.  $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[p]{a} = \sqrt[n \times p]{a}$
5.  $(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$
6.  $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n:q]{a^{p:q}} = \sqrt[n/q]{a^{p/q}}$
7.  $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n \times q]{a^{p \times q}}$
8. Bilangan 0 dalam penarikan akar  $\sqrt[n]{0} = 0$  di mana  $n \neq 0$ .

Contoh-contoh Pengerjaan Akar:

1.  $\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
2.  $\sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{(4 \times 2)}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} \times \sqrt{2} = \frac{2}{3\sqrt{2}}$
3.  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2} : \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
4.  $\sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{\frac{(9 \times 5)}{(5 \times 5)}} = \sqrt{\frac{(9 \times 5)}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} \times \sqrt{5} = \frac{3}{5\sqrt{5}}$

*Penjumlahan:*

Yang dapat dijumlahkan hanyalah akar-akar yang senama dan sejenis.

Contoh:  $2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (2 + 5)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{12} + 5\sqrt{3} &= 2\sqrt{(2^2 \times 3)} + 5\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

*Pengurangan:*

Yang dapat dikurangkan adalah akar-akar yang senama dan sejenis.

Contoh:  $4\sqrt{175} - 2\sqrt{12} = (4\sqrt{5^2 \times 3}) - (2\sqrt{2^2 \times 3})$

$$\begin{aligned} &= 20\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

*Perkalian:*

Contoh:  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{10}$$

$$\sqrt{2}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 2\sqrt{6} - \sqrt{10}$$

*Pembagian:*

Contoh:  $\sqrt{2} : \sqrt{3} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{6}$$

## I. Penarikan Akar Kuadrat (Akar Pangkat Dua)

Jika diketahui  $X^2 = 25$ , maka langkah mencari nilai X yang memenuhi adalah penarikan akar yakni  $x = \sqrt{25} = \pm 5$ . Dari rumus  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + (2a + b)b$ . Penjabaran rumus inilah yang digunakan untuk menemukan algoritma penarikan akar pangkat dua.

*Cara (1):*

Contoh:

$$\begin{aligned} \sqrt{625} &= \sqrt{400 + 225} = \sqrt{20^2 + (2 \times 20 + 5)5} = \sqrt{(20 + 5)^2} \\ &= \sqrt{25^2} = 25 \end{aligned}$$

Secara algoritma penarikan akar dikerjakan sebagai berikut :

(1)  $\sqrt{625} = 20 + 5 = 25$

$$20^2 = \frac{400}{225}$$

$$(2 \times 20 + 5)5 = \frac{225}{0}$$

$$(2) \quad \sqrt{1725} = 40 + 1 + 0,5 + \dots$$

$$40^2 = \frac{1600}{125}$$

$$\sqrt{1725} = 41,5\dots$$

$$(2 \times 40 + 1) 1 = \frac{81}{4400}$$

$$(2 \times 41 + 5) 5 = \frac{4125}{275}$$

**Cara (2):**

Contoh (1)  $\sqrt{5} = \dots\dots\dots$

$$\sqrt{5} = 2,236\dots\dots$$

$$\begin{array}{r}
 2 \times 2 = 4 \\
 \text{-----} \\
 = 100 \\
 42 \times 2 = 84 \\
 \text{-----} \\
 1600 \\
 443 \times 3 = 1329 \\
 \text{-----} \\
 27100 \\
 4466 \times 6 = 26796 \\
 \text{-----} \\
 30400 \dots\dots\dots \text{ dan seterusnya}
 \end{array}$$

Contoh (2):  $\sqrt{625} = \dots\dots\dots$

$$\sqrt{625} = 25$$

$$\begin{array}{r}
 2 \times 2 = 4 \\
 \text{-----} \\
 225 \\
 45 \times 5 = 225 \\
 \text{-----} \\
 0
 \end{array}$$

**Cara (3): Dengan Pengurangan bilangan ganjil secara berurutan**

(a)  $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$

1	.....	bilangan ganjil pertama (1)
-----		
15		
3	.....	bilangan ganjil kedua (3)
-----		
12		
5	.....	bilangan ganjil ketiga (5)
-----		
7		
7	.....	bilangan ganjil keempat (7)
-----		
0		

Karena terdapat empat kali pengurangan bilangan ganjil, dan sisanya 0, hasil dari  $\sqrt{16} = 4$

(b)  $\sqrt{5} = \dots\dots\dots$

1	.....	bilangan ganjil (1)
-----		
4		
3	.....	bilangan ganjil (3)
-----		
1		

Karena ada dua kali proses pengurangan bilangan ganjil, (hasilnya 2) dan sisa 1 dari 5, jadi hasil dari  $\sqrt{5} = 2\frac{1}{5}$  atau = 2,2.

**J. Penarikan Akar Pangkat Tiga**

Jika diketahui  $x^3 = 64$ , langkah mencari harga x yang memenuhi adalah penarikan akar pangkat tiga, yakni:

$x = \sqrt[3]{64} = 4.$

Dari rumus  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$   
 $= a^3 + 3ab (a + b) + b^3$   
 $= a^3 + 3a(a + b) + b^2)b.$

Hasil akhir penjabaran inilah yang digunakan untuk menemukan algoritma penarikan akar pangkat tiga.

Contoh:

$$\begin{aligned} \sqrt{2197} &= 10 + 3 = 13 \\ 10^3 &= 1000 \\ &\quad \underline{1197} \\ (3 \times 10 (10 + \boxed{3}) + \boxed{3}^2) \boxed{3} &= 1197 \\ &\quad \underline{\phantom{1197}} \\ &\quad \phantom{1197} 0 \end{aligned}$$

**Catatan:**

- Bilangan yang diberi tanda lingkaran, semula diberi tanda ...
- Untuk mengisinya harus dicobakan dahulu untuk bilangan berapa yang hasil seluruhnya kurang dari 1197. Bila dicobakan lagi bilangan yang satu lebihnya dari yang pertama tadi ternyata hasil seluruhnya lebih dari 1197, maka bilangan yang tepat diisikan pada tanda ... adalah bilangan yang pertama tadi.

Contoh:

$$\begin{aligned} \sqrt{1860867} &= 100 + 20 + 3 = 123 \\ 100^3 &= \frac{1000000}{860867} \\ (3 \times 100 (100 + \boxed{20}) + \boxed{20}^2) \boxed{20} &= \frac{728000}{132867} \\ (3 \times 120 (120 + \boxed{3}) + \boxed{3}^2) \boxed{3} &= \frac{132867}{0} \end{aligned}$$

Contoh:

$$\begin{aligned} \sqrt{9597} &= 20 + 1 + 0,2 + 0,05 = 21,25 \\ 20^3 &= \frac{8000}{1597} \\ (3 \times 20 (20 + \boxed{1}) + \boxed{1}^2) \boxed{1} &= \frac{1261}{336000} \\ (3 \times 210 (210 + \boxed{2}) + \boxed{2}^2) \boxed{2} &= \frac{267128}{68872000} \\ (3 \times 2120 (2120 + \boxed{5}) + \boxed{5}^2) \boxed{5} &= \frac{67575125}{296875 \text{ dst.....}} \end{aligned}$$

### Cara Lain Penarikan Akar Pangkat Tiga

Bagaimana cara menentukan harga akar pangkat tiga dari:

$$\sqrt[3]{8} = ?$$

$$\sqrt[3]{64} = ?$$

$$\sqrt[3]{343} = ?$$

$$\sqrt[3]{1000} = ?$$

$$\sqrt[3]{389.017} = ?$$

Sekarang Perhatikan contoh soal di bawah ini.

$$\sqrt[3]{8} = ?$$

$$\sqrt[3]{1000} = ?$$

Caranya adalah sebagai berikut:

$$\sqrt[3]{8} = ?$$

$$\sqrt[3]{1000} = ?$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2 \text{ -----} \\ 4 \\ 2 \text{ -----} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 2 \text{ -----} \\ 500 \\ 2 \text{ -----} \\ 250 \\ 2 \text{ -----} \\ 125 \\ 5 \text{ -----} \\ 25 \\ 5 \text{ -----} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{8} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} \\ &= \sqrt[3]{2^3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1000} &= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= \sqrt[3]{2^3 \times 5^3} \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$



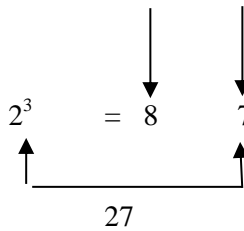
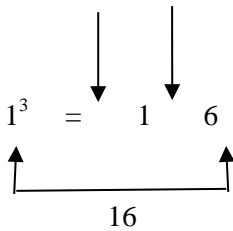
Selanjutnya harus dihafalkan bilangan kubik di bawah 1000.

$1^3 = 1$	=====→	1 --- 1
$2^3 = 8$	=====→	2 --- 8
$3^3 = 27$	=====→	3 --- 7
$4^3 = 64$	=====→	4 --- 4
$5^3 = 125$	=====→	5 --- 5
$6^3 = 216$	=====→	6 --- 6
$7^3 = 343$	=====→	7 --- 3
$8^3 = 512$	=====→	8 --- 2
$9^3 = 729$	=====→	9 --- 9
$10^3 = 1000$	=====→	10 --- 0

Contoh: Tentukan harga akar pangkat tiga dari bilangan di bawah ini

(1)  $\sqrt[3]{4.096} = \dots\dots\dots$

(2)  $\sqrt[3]{19.683} = \dots\dots\dots$

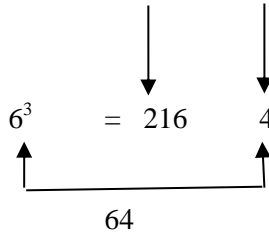
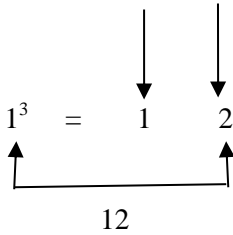


Jadi  $\sqrt[3]{4.096} = 16$

Jadi  $\sqrt[3]{19.683} = 27$

(3)  $\sqrt[3]{1.728} = \dots\dots\dots$

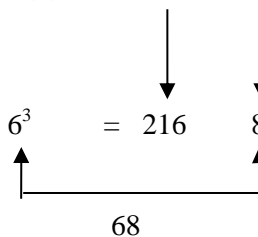
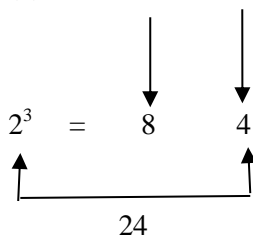
(4)  $\sqrt[3]{262.144} = \dots\dots\dots$



Jadi  $\sqrt[3]{1.728} = 12$

Jadi  $\sqrt[3]{262.144} = 64$

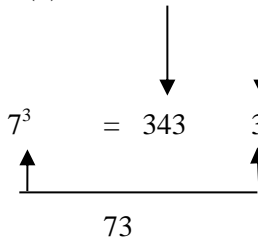
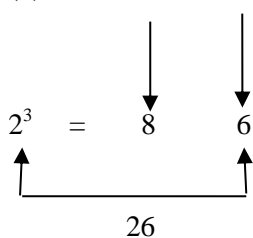
(5)  $\sqrt[3]{13.824} = \dots\dots\dots$  (6)  $\sqrt[3]{314.432} = \dots\dots\dots$



Jadi  $\sqrt[3]{13.824} = 24$

Jadi  $\sqrt[3]{314.432} = 68$

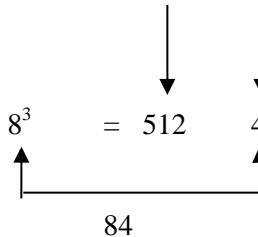
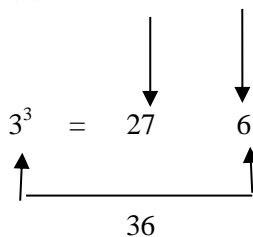
(7)  $\sqrt[3]{17.576} = \dots\dots\dots$  (8)  $\sqrt[3]{389.017} = \dots\dots\dots$



Jadi  $\sqrt[3]{17.576} = 26$

Jadi  $\sqrt[3]{389.017} = 73$

(9)  $\sqrt[3]{46.656} = \dots\dots\dots$  (10)  $\sqrt[3]{592.704} = \dots\dots\dots$



Jadi  $\sqrt[3]{46.656} = 36$

Jadi  $\sqrt[3]{592.704} = 84$

Sekarang, Anda coba kerjakan soal berikut ini.

1.  $\sqrt[3]{103.823} = \dots\dots\dots$
2.  $\sqrt[3]{79.507} = \dots\dots\dots$
3.  $\sqrt[3]{636.056} = \dots\dots\dots$
4.  $\sqrt[3]{941.192} = \dots\dots\dots$

### K. Pangkat Rasional (Eksponen Rasional)

Sekarang kita telah mengenal bilangan *real*, dan selanjutnya akan kita kembangkan pembelajaran kita tentang “pangkat”, yaitu pangkat rasional. Untuk langkah pada tahap awal akan kita bicarakan tentang pangkat cacah.

*Definisi Pangkat Cacah*

***Diketahui a sebuah bilangan Real. Jika m adalah sebuah bilangan Cacah bukan 0, maka:  $a^m = a \times a \times a \dots \times a$  (m faktor dari a).***

Di sini didefinisikan bahwa  $a^0 = 1$  (Jelaskan untuk pembuktiannya!)

Contoh:  $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$   
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$   
 $8^0 = 1 \quad 1574^0 = 1$

Pola-pola selanjutnya akan mengembangkan definisi di atas ke dalam pangkat bulat. Untuk itu perhatikan pola berikut ini.

$a^3 = a \times a \times a$	}	Perubahan hasilnya karena selalu dibagi dengan a
$a^2 = a \times a$		
$a^1 = a$		
$a^0 = 1$		
$a^{-1} = \frac{1}{a}$		
$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$		
$a^{-3} = \frac{1}{a^3}$		

*Definisi Pangkat Negatif*

**Diketahui  $a$  sembarang bilangan Real dan  $n$  bilangan bulat positif, Maka:**

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Contoh:  $7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}$

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$\pi^{-2} = \frac{1}{\pi^2}$$

$$(\sqrt{3})^{-4} = \frac{1}{(\sqrt{3})^4}$$

*Definisi Pangkat Pecahan Unit:*

**Diketahui  $a$  sembarang bilangan Real dan  $n$  sembarang bilangan Bulat Positif, maka:**

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \text{dimana } n \text{ adalah sembarang bilangan bila } a \geq 0 \text{ dan } n \text{ harus ganjil bila } a < 0.$$

Contoh:

$$(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$$

*Definisi Pangkat Rasional:*

**Diketahui  $a$  suatu bilangan real bukan negatif, dan  $\frac{m}{n}$  adalah sebuah bilangan rasional yang berbentuk paling sederhana, maka:**

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}.$$

Contoh:  $9^{\frac{3}{2}} = (9^{\frac{1}{2}})^3 = 3^3 = 27$

$$16^{\frac{5}{4}} = (16^{\frac{1}{4}})^5 = 2^5 = 32$$

$$125^{-\frac{4}{3}} = (125^{\frac{1}{3}})^{-4} = 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}$$

Yang dimaksud dengan pangkat senama adalah bilangan berpangkat yang pangkatnya sama.

Contoh:  $5^3$ ,  $7^3$ ,  $2^3$ , .....

Adapun yang dimaksud dengan pangkat sejenis adalah bilangan berpangkat yang faktor-faktornya (bilangan pokoknya) sama.

Contoh:  $5^2$ ,  $5^4$ ,  $5^6$ , .....

**Sifat-sifat Pangkat Rasional:**

1. Sifat distributif perpangkatan terhadap perkalian:

$$(a \times b)^c = a^c \times b^c$$

$$\begin{aligned} \text{Contoh: } (2 \times 3)^3 &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

2.  $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$\begin{aligned} \text{Contoh: } (b^5)^3 &= b^5 \times b^5 \times b^5 \\ &= b^{3 \times 5} \\ &= b^{15} \end{aligned}$$

3.  $a^m : a^n = a^{m-n}$  dengan catatan  $m > n$ .

$$\text{Contoh: } b^6 : b^2 = b^{6-2} = b^4$$

Perhatikan:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ sama artinya dengan } a^{m-n} \times a^n = a^m.$$

4. Sifat distributif perpangkatan terhadap pembagian:

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

$$\begin{aligned} \text{Contoh: } (a : b)^3 &= (a : b) \times (a : b) \times (a : b) \\ &= a \times a \times a : b \times b \times b \\ &= a^3 : b^3 \end{aligned}$$

5. Bilangan positif yang dipangkatkan, hasilnya Positif.

$$\text{Contoh: } 5^2 = 25 \text{ (positif)}$$

Bilangan negatif yang dipangkatkan, hasilnya ada dua kemungkinan, yaitu:

- a. Bila pangkatnya genap, hasilnya positif.

$$\text{Contoh: } (-n)^4 = (-n) \times (-n) \times (-n) \times (-n) = n^4$$

- b. Bila pangkatnya ganjil, hasilnya negatif.

$$\begin{aligned} \text{Contoh: } (-y)^3 &= -y \times -y \times -y \\ &= -y^3. \end{aligned}$$

## L. Bentuk Baku

Suatu bilangan besar atau bilangan kecil dalam bentuk baku adalah suatu bilangan yang dinyatakan dengan bilangan-bilangan yang lebih dari atau sama dengan satu tetapi kurang dari sepuluh dan dikalikan dengan suatu pangkat dari sepuluh, dan dapat dituliskan dalam bentuk:

$$a \times 10^n \text{ dengan } 1 \leq a < 10 \text{ dan } n \text{ bilangan Bulat}$$

### 1. Bentuk Baku Bilangan Kecil:

$\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{1}{10000}$ , ..... adalah bilangan positif kecil.

$$\text{Bentuk Baku } \frac{1}{10} \text{ adalah } \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$$

$$\frac{1}{100} \text{ adalah } \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$\frac{1}{1000} \text{ adalah } \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$\frac{1}{10000} \text{ adalah } \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

Jadi Bentuk umum pembakuan bilangan kecil adalah:  $a \times 10^{-n}$   
dimana  $1 \leq a < 10$  dan  $-n$  bilangan bulat negatif.

### 2. Bentuk Baku Bilangan Besar:

$$1 = 10^0$$

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^2$$

$$1000 = 10^3$$

$$10000 = 10^4$$

$$15.000 = 15 \times 1000 = 15 \times 10^3 = 1,5 \times 10^4$$

Jadi bentuk umum pembakuan bilangan besar adalah:  $a \times 10^n$   
dimana  $1 \leq a < 10$  dan  $n$  bilangan bulat positif.



## **BAB XIII**

# **BANGUN DATAR**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bangun datar terampil mengajarkan di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab XIII ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep Sudut.
2. Menjelaskan konsep Sinar, garis, ruas garis.
3. Menjelaskan konsep Bangun datar dan jenis-jenisnya.
4. Menjelaskan konsep Daerah bangun datar.
5. Menjelaskan konsep Keliling bangun datar.
6. Menjelaskan konsep luas daerah bangun datar.
7. Mengajarkan konsep Sudut.
8. Mengajarkan konsep Sinar, garis, ruas garis.
9. Mengajarkan konsep Bangun datar dan jenis-jenisnya.
10. Mengajarkan konsep Daerah bangun datar.
11. Mengajarkan konsep Keliling bangun datar.
12. Mengajarkan konsep luas daerah bangun datar.
13. Melaksanakan pembelajaran tentang Bangun datar.

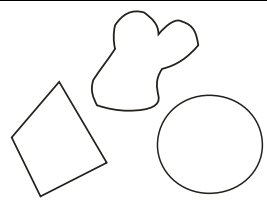
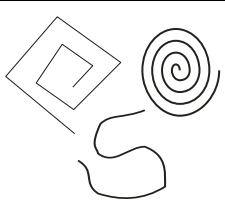
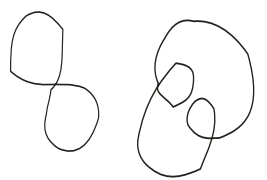
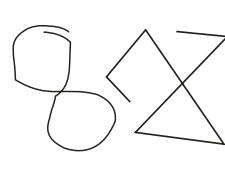


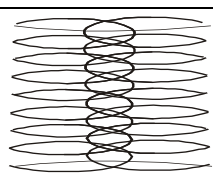
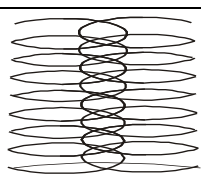
Pada bab ini akan dibahas: (1) kurva; (2) garis, ruas garis, sinar, dan sudut; (3) persegi panjang; (4) persegi; (5) segitiga; (6) jajar genjang; (7) belah ketupat; (8) layang-layang; (9) trapesium; dan (10) lingkaran; (11) cara melukis segi banyak; (12) simetri lipat dan simetri putar; (13) pengubinan; (14) bidang koordinat.



## B. Kurva

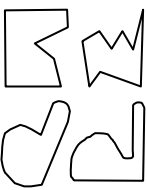
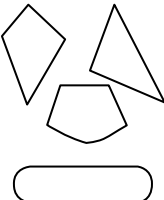
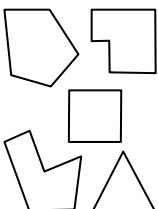

Sebelum membicarakan segi banyak, perlu kiranya dipahami terlebih dahulu tentang konsep kurva. Bayangkan seutas benang yang terletak pada permukaan meja yang diatur letaknya dalam berbagai bentuk. Gambaran ini merupakan peragaan suatu konsep kurva datar (*plane curve*). Himpunan titik-titik pada suatu bidang yang dapat dijiplak dengan tidak mengangkat pensil disebut kurva datar. Bila kita mempunyai sebatang kawat kecil kemudian meremasnya sehingga jika diletakkan pada permukaan meja tidak semua permukaan kawat tadi tidak menempel pada permukaan meja. Gambaran ini merupakan peragaan suatu konsep kurva ruang. Dengan demikian, jenis kurva dapat dijelaskan melalui tabel berikut ini.


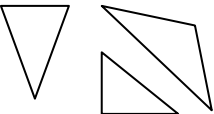
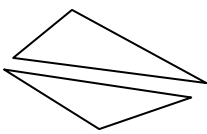
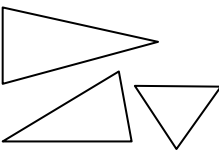
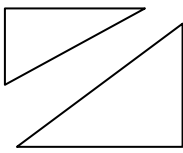
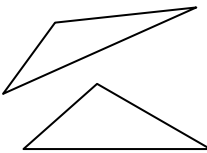
Contoh masing-masing jenis kurva di atas adalah:

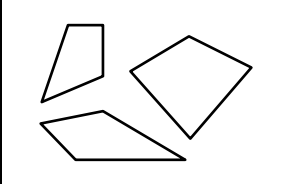
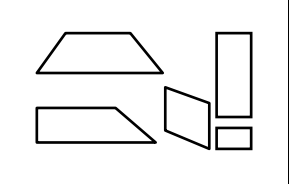
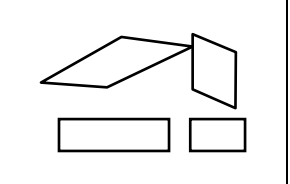
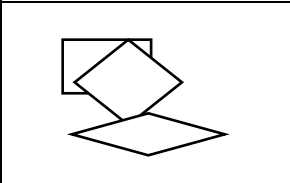
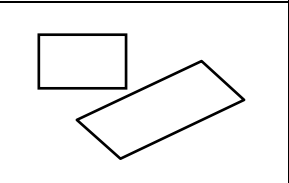
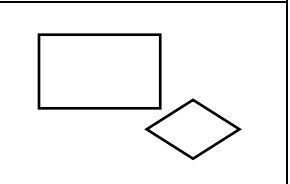
No.	Jenis Kurva	Tertutup	Tidak Tertutup
1	<b>Kurva datar</b> a. Sederhana		
	b. Tidak Sederhana		
2	<b>Kurva ruang</b> a. Sederhana		
	b. Tidak Sederhana		

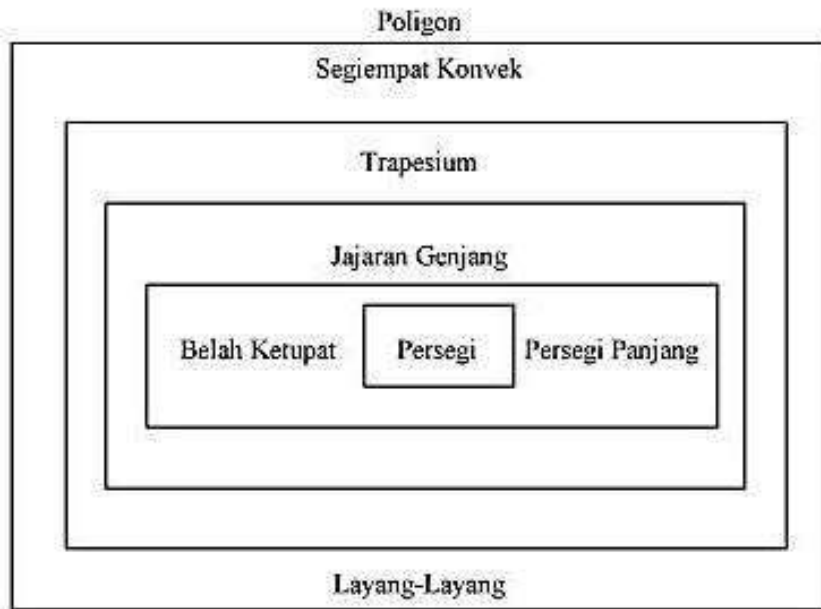
Poligon yang semua sudut dan semua sisinya kongruen disebut poligon beraturan. Salah satu sifat poligon beraturan ialah bahwa semua titik sudutnya terletak pada satu lingkaran dan lingkaran ini disebut lingkaran luar poligon beraturan itu; sudut yang titik sudutnya titik pusat lingkaran dan kaki-kakinya melalui titik sudut yang berdekatan disebut sudut pusat poligon. Sudut pusat poligon beraturan bersisi  $n$  adalah  $\frac{360}{n}$ . Misalnya, segitiga sama sisi adalah poligon beraturan bersisi tiga, dan bujur sangkar (persegi) adalah poligon beraturan bersisi empat, masing-masing mempunyai sudut pusat  $120^{\circ}$  dan  $90^{\circ}$ .

Berdasarkan pembicaraan poligon di atas, berikut ini disajikan rangkuman tentang klasifikasi dari poligon.

KURVA TERTUTUP SEDERHANA			
			
Konkaf	Konvek	Poligon	Kurva Tertutup Sederhana

SEGITIGA		
		
Samasisi	Samakaki	Sembarang
		
Lancip	Siku-siku	Tumpul

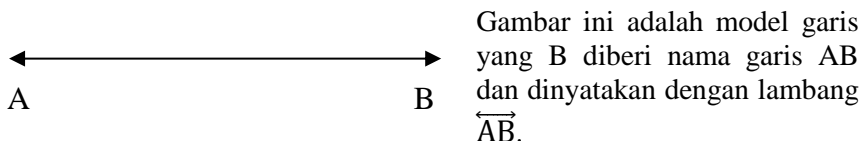
SEGIEMPAT KONVEK		
		
Tak ada sisi sejajar	Trapesium	Jajaran Genjang
		
Belah Ketupat	Persegi Panjang	Persegi



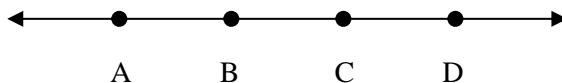
Gambar 1. Hubungan Poligon (Segi empat)

### C. Garis, Ruas Garis, Sinar, dan Sudut

Sebelum membicarakan tentang sudut, terlebih dahulu perlu dipahami konsep garis, ruas garis, dan sinar. Kalau kita menyatakan suatu "Garis", sebenarnya kita membicarakan sesuatu yang abstrak. Karena itu, untuk menunjukkan suatu garis diperlukan suatu model seperti contoh berikut.



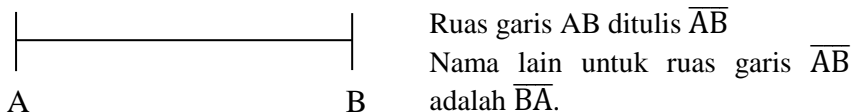
Di samping itu, jika kita menyebut garis, di dalamnya terkandung pengertian garis lurus. Sekarang perhatikan gambar di bawah ini!



Berapa buah garis yang tampak pada gambar di atas? Jawabnya: hanya satu. Tetapi, satu garis mungkin mempunyai banyak nama. Dari gambar di atas nama-nama garis yang dapat ditulis adalah:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BA}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CA}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{DA}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CB}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{DB}$ ,  $\overline{CD}$ , dan  $\overline{DC}$ . Ada setiap pasang titik yang terletak pada garis itu boleh dipakai untuk menamai garis. Adapun sifat-sifat garis adalah:

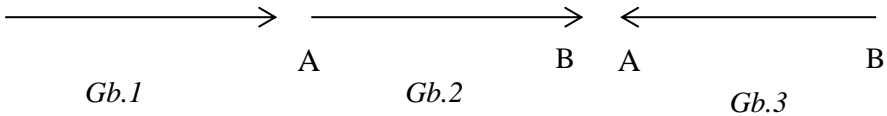
1. Jika diketahui dua titik sembarang dalam ruang, maka melalui kedua titik itu dapat dibuat tepat satu garis saja.
2. Suatu garis dapat diperpanjang secara tak terbatas ke kedua arahannya.
3. Suatu garis mungkin mempunyai banyak nama.

Ruas garis adalah garis yang dibatasi oleh dua buah titik. Melalui dua titik yang telah ditentukan hanya dapat dibuat satu ruas garis saja. Kalau dua titik yang ditentukan itu diberi nama titik A dan titik B, ruas garisnya dinamakan ruas garis AB.



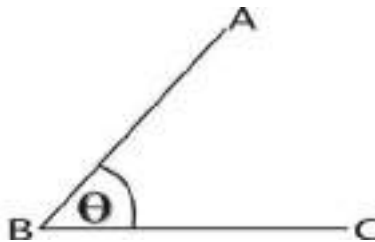
Ruas garis AB dan ruas garis BA sama saja, sebab himpunan titik-titik pada ruas garis AB juga himpunan titik-titik BA.

Sinar (dalam arti geometri) adalah suatu ruas garis yang bermula dari satu titik pangkal memanjang tak terbatas ke suatu arah. Walaupun sinar terbentuk dari ruas garis, kita tidak boleh menyebutnya "ruas garis". Tetapi, cukup dengan "sinar" saja.



Gb. 1 membentuk sinar dimulai dari salah satu titik dari ruas garis. Pada Gb.2 sinar dimulai dari titik A sampai melampaui titik B memanjang tak terbatas. Sinar ini dinamakan "sinar AB", lambangnya AB. Kalau titik pangkalnya B, seperti terlihat pada Gb.3, sinar itu dinamakan sinar BA, ditulis BA. Sinar AB tidak sama dengan sinar BA, sebab: (1) titik pangkalnya berbeda, (2) arahnya tidak sama.

Sudut ialah bangun bersisi dua dan sisi-sisinya bersekutu pada salah satu ujungnya. Sisi-sisi sudut terbentuk dari beberapa ruas garis. Sudut dapat juga didefinisikan sebagai sepasang sinar yang bersekutu pangkalnya. Titik persekutuannya disebut titik sudut. Sisi sudut disebut juga kaki sudut.



Cara memberi nama sudut adalah huruf di titik, sudut di tengah. Misalnya, sudut ABC atau sudut CBA; B berada di titik sudut. Sudut dilambangkan dengan " $\angle$ ", misalnya  $\angle B$ . Selain itu, nama sudut juga dapat menggunakan huruf yang ada di titik sudut saja, misalnya  $\angle B$ , atau dengan menggunakan nama sudut  $\theta$ .

Besar suatu sudut adalah besar daerah sudut itu. Untuk mengukur daerah sudut digunakan satuan sudut. Dalam Matematika dikenal tiga macam satuan sudut, yaitu: (1) derajat, (2) radian, dan (3) sentesimal. Satuan derajat disebut juga "satuan sudut sexagesimal", yaitu keliling lingkaran dibagi 360 bagian yang sama. Tiap bagian disebut "1 derajat".

Dengan demikian, satu putaran penuh = 360 derajat. Simbol yang menyatakan derajat adalah (...<sup>0</sup>), 360 derajat ditulis 360<sup>0</sup>. Setiap derajat dibagi dalam 60 menit dan setiap menit dibagi lagi dalam 60 detik. Simbol menit adalah (...') dan simbol detik adalah (..."), misalnya 15 menit ditulis 15', 20 detik ditulis 20". 1<sup>0</sup> = 60' = 3600".

Satu Radian sama dengan besarnya sudut pusat lingkaran yang dibatasi oleh busur lingkaran yang panjangnya sama dengan jari-jari. Panjang busur suatu lingkaran = 2 x  $\pi$  x r. 2 $\pi$  x r disebut 2 $\pi$  radian. Karena 2 $\pi$  radian = 360<sup>0</sup>, maka  $\pi$  radian = 180 $\pi$ .

$$1 \text{ radian} = \frac{180^0}{\pi} = \frac{180^0}{3,1415919} \dots = 57^0 17' 45''.$$

$$30^0 = \left(\frac{30}{180}\right) \times 3,14 \text{ radian} = 0,52 \text{ radian}$$

$$45^0 = \left(\frac{45}{180}\right) \times 3,14 \text{ radian} = 0,785 \text{ radian}$$

Satuan sudut sentesimal adalah satuan yang membagi keliling lingkaran menjadi 400 bagian yang sama. Tiap bagian disebut "grade". Grade (disingkat gr), dibagi lagi menjadi "centigrade" (disingkat cgr), dan "centcentigrade" (disingkat ccgr).

$$1 \text{ gr} = 100 \text{ cgr}$$

$$1 \text{ cgr} = 100 \text{ ccgr}$$

Cara penulisan: 40 grade 25 centigrade 60 centcentigrade adalah:

40 gr 25 cgr 60 ccgr.

$$90^0 = 100 \text{ gr} = \frac{1}{2} \text{ radian}$$

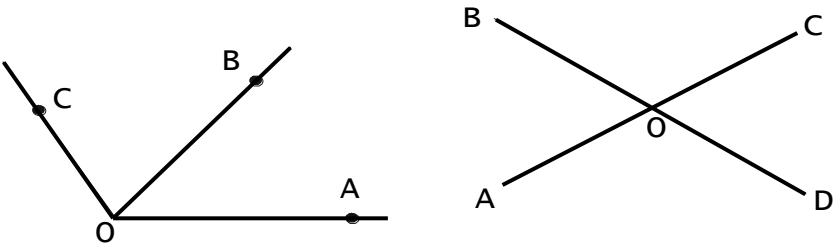
$$1 \text{ gr} = 54' = (54 \text{ menit})$$

$$1 \text{ radian} = 57^0 17' 45'' = 63 \text{ gr } 66 \text{ cgr } 19,8 \text{ ccgr.}$$

Berdasarkan ukurannya, sudut dikelompokkan:

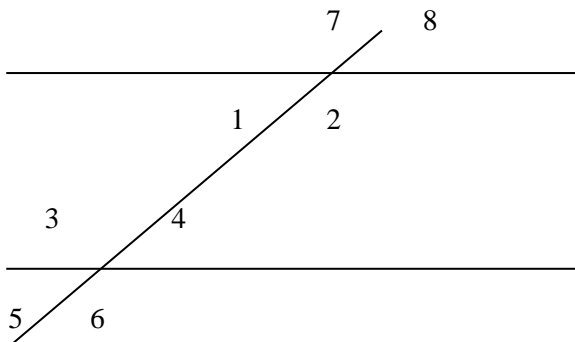
1. Sudut siku-siku adalah sudut yang mempunyai ukuran  $90^{\circ}$ .
2. Sudut lurus adalah sudut yang mempunyai ukuran  $180^{\circ}$ .
3. Sudut lancip adalah sudut yang mempunyai ukuran antara  $0^{\circ}$  dan  $90^{\circ}$ .
4. Sudut tumpul adalah sudut yang mempunyai ukuran antara  $90^{\circ}$  dan  $180^{\circ}$ .
5. Dua sudut saling berpelurus (bersuplemen) jika jumlah ukuran-ukurannya  $180^{\circ}$  dan saling berpenyiku (berkomplemen) jika jumlah ukuran-ukurannya  $90^{\circ}$ .

Sudut-sudut dikatakan kongruen hanya jika ukurannya sama. Jika dua sudut terletak pada satu bidang, titik sudutnya sama, salah satu kakinya berimpit, dan terletak di antara dua kaki yang lain, dikatakan dua sudut itu bersisian. Sedangkan jika dua sudut mempunyai titik sudut yang sama dan kaki-kaki sudut yang satu merupakan lawan dari kaki sudut yang lain dikatakan dua sudut bertolak belakang.



$\angle AOB$  dan  $\angle BOC$  bersisian  $\angle AOB$  dan  $\angle COD$  bertolak belakang

Sekarang perhatikan gambar di bawah ini:



Jika suatu garis memotong dua garis yang sebidang di titik yang berlainan, ketiga garis itu akan membentuk 8 buah sudut seperti gambar di atas.

1. Sudut dalam: sudut 1, 2, 3, 4
2. Sudut luar: sudut 5, 6, 7, 8
3. Pasangan sudut dalam berseberangan: sudut 1 dengan 4, sudut 2 dengan 3.
4. Pasangan sudut luar berseberangan: sudut 5 dengan 8, sudut 6 dengan 7.
5. Pasangan sudut sehadap: sudut 6 dengan 2, sudut 4 dengan 8, sudut 5 dengan 1, sudut 3 dengan 7.

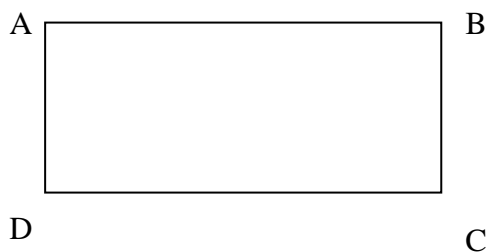
Ada dua sifat penting tentang hubungan antara sudut-sudut yang terbentuk jika suatu garis memotong dua garis yang sejajar.

1. Jika dua garis  $l$  dan  $m$  sejajar dipotong oleh garis ketiga  $n$ , maka pasangan sudut dalam berseberangan yang terbentuk adalah kongruen.
2. Jika dua garis  $l$  dan  $m$  yang sebidang dipotong oleh garis ketiga  $n$ , sedemikian hingga pasangan sudut-dalam berseberangan kongruen, maka garis  $l$  sejajar dengan  $m$ .

Selanjutnya akan dibahas tentang segi banyak (poligon). Untuk membahas segi banyak akan dimulai dengan persegi panjang, mengapa?

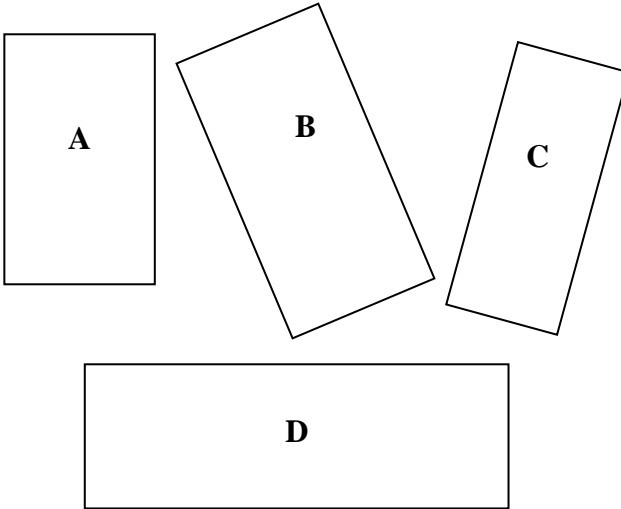
## D. Persegi Panjang

Persegi panjang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar dan sama panjang serta membentuk sudut siku-siku. Bangun datar seperti gambar di bawah ini disebut persegi panjang ABCD.





Gambar di bawah ini adalah contoh persegi panjang dengan berbagai posisi. Gambar A, B, C, dan D semuanya adalah persegi panjang.

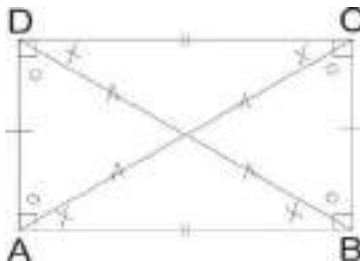


Persegi panjang adalah segi empat yang mempunyai sifat-sifat tertentu. Sifat penting dari persegi panjang adalah:

1. Setiap sisi yang berhadapan dari persegi panjang adalah sama panjang.
2. Setiap sudutnya siku-siku.
3. Persegi panjang mempunyai dua buah diagonal yang berpotongan di satu titik, dan titik tersebut membagi dua diagonal menjadi dua sama panjang.
4. Persegi panjang mempunyai dua sumbu simetri, dua simetri lipat, dan dua simetri putar.

### Unsur-unsur Persegi panjang

Perhatikan gambar di bawah ini.



Persegi panjang adalah bangun datar segiempat. Di sini unsur-unsur persegi panjang adalah sebagai berikut :

1. Sisi yaitu ruas garis yang membatasi bidang. Pada gambar di atas yaitu sisi AB, sisi BC, sisi CD, dan sisi DA merupakan sisi persegi panjang ABCD. Jadi, persegi panjang memiliki 4 sisi.
2. Sudut yaitu bangun bersisi dua dan sisi-sisinya bersekutu pada salah satu ujungnya. Sudut terbentuk dari dua sinar yang bertemu pangkalnya. Pada gambar diatas sudut persegi panjang yaitu sudut ABC, sudut BCD, sudut CDA dan sudut DAB. Jadi, persegi panjang mempunyai 4 sudut siku-siku.
3. Diagonal yaitu garis yang menghubungkan satu sudut persegi panjang ke sudut yang berhadapan. Pada gambar di atas diagonal persegi panjang yaitu diagonal AC dan diagonal BD. Jadi persegi panjang memiliki 2 diagonal bidang.

Keliling bangun datar adalah jumlah panjang sisi-sisi suatu bangun datar. Pengukuran keliling pada awalnya dilakukan dengan cara merentangkan seutas tali/benang yang dihipitkan dengan panjang sisi-sisi bangun datar, kemudian menjumlahkannya. Selanjutnya, pengukuran keliling dapat dilakukan tanpa pengukuran secara langsung, tetapi dengan menggunakan rumus, jika panjang sisi-sisi pada bangun datar tersebut telah diketahui.

Perhatikan gambar di bawah ini!



Gb.(a)



Gb.(b)

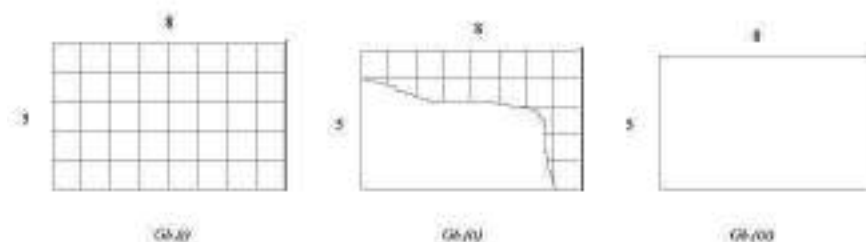
Gambar (a) merupakan bangun persegi panjang, yaitu berupa kerangka/kurva tertutup sederhana, sehingga bangun tersebut hanya memiliki keliling saja, tetapi tidak memiliki luasan. Sedangkan gambar (b) merupakan daerah persegi panjang, daerah tersebut adalah yang memiliki luasan. Keliling persegi panjang berarti jumlah panjang sisi-sisi yang terdapat pada persegi panjang. Dengan demikian, dari gambar di samping ini, dapat ditentukan bahwa keliling persegi panjang =  $AB + BC + CD + DA$ . Jadi  $K = 2(p + l)$

Proses menemukan rumus-rumus luas daerah bangun datar ini dapat digunakan sebagai usaha peningkatan pemahaman siswa tentang konsep

luas daerah bangun datar. Kecuali itu, proses ini sekaligus sebagai usaha guru untuk mengembangkan kemampuan berpikir siswa sesuai tingkat perkembangannya, yaitu berpikir intuitif. Mengingat langkah yang akan digunakan untuk menemukan atau membuktikan rumus-rumus luas daerah bangun datar, berikut ini digunakan pendekatan intuitif. Pendekatan intuitif sebenarnya kurang sesuai dengan hakikat matematika itu sendiri. Hakikat matematika adalah berpikir deduktif, sehingga pembuktian yang dilakukan dalam matematika sebenarnya harus menggunakan pendekatan deduktif. Tetapi karena pendekatan deduktif tersebut belum sesuai dengan tingkat perkembangan siswa SD, guru SD perlu mencari jalan keluar agar dapat menjelaskan matematika sesuai dengan tingkat perkembangan siswanya. Dengan pendekatan yang sesuai dengan tingkat perkembangan siswa, materi yang dijelaskan oleh guru diharapkan lebih mudah dipahami siswa.

Sebagaimana telah dijelaskan pada bagian terdahulu bahwa untuk pengukuran luas daerah digunakan satuan luas. Konsep tersebut menjadi dasar dalam menemukan rumus luas daerah persegi panjang maupun luas daerah bangun datar yang lain. Perlu diingat, bangun datar yang memiliki luas adalah daerahnya, bukan bangun datarnya itu sendiri. Dengan demikian, yang memiliki luas adalah daerah persegi panjang, dan bukan bangun persegi panjangnya itu sendiri.

Perhatikan gambar berikut ini!



Pada langkah awal menemukan rumus luas daerah persegi panjang, siswa diminta untuk menghitung secara langsung banyaknya satuan luas yang menutup daerah persegi panjang seperti pada Gb.(i). Perlu diingatkan pula tentang unsur-unsur persegi panjang, yaitu panjang dan lebar. Selanjutnya, secara bertahap siswa dibimbing untuk mencari hubungan antara banyaknya satuan panjang dan banyaknya satuan lebar, sehingga dapat ditentukan luasnya (Gb.ii). Misalnya, dengan mengajukan pertanyaan, berapakah banyaknya satuan pada "panjang" persegi

panjang? Berapakah banyaknya satuan pada "lebar" persegi panjang? Berapakah luas daerah persegi panjang itu?

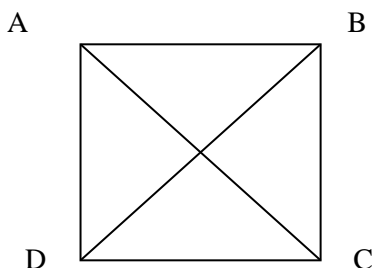
Dengan bimbingan guru (Gb.iii), siswa akhirnya dapat menemukan rumus luas daerah persegi panjang, yakni:  $L = p \times l$

$$L = p \times l$$

Rumus luas daerah persegi panjang inilah yang akan digunakan sebagai dasar untuk menemukan rumus luas daerah bangun datar yang lain. Untuk itu, pemahaman rumus luas daerah persegi panjang sangatlah penting dan perlu mendapat penekanan.

## E. Persegi

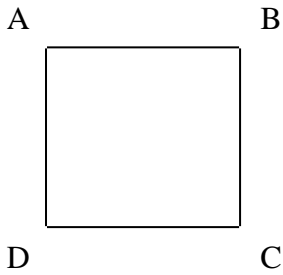
Persegi (bujur sangkar) adalah persegi panjang yang keempat sisinya sama panjang. Berikut ini adalah gambar persegi ABCD.



Sifat-sifat persegi adalah:

1. Ada 4 cara memasangkan persegi.
2. Semua sisinya sama panjang.
3. Diagonalnya membagi persegi menjadi dua sama besar.
4. Diagonal persegi sama panjang dan saling membagi sama panjang.
5. Diagonalnya saling berpotongan dan membentuk sudut siku-siku.
6. Persegi mempunyai 4 sumbu simetri, mempunyai 4 simetri lipat, mempunyai 4 simetri putar.

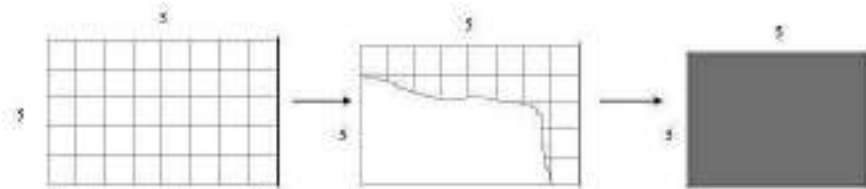
Keliling persegi adalah jumlah panjang sisi-sisi yang terdapat pada persegi.



Karena semua sisi pada persegi memiliki panjang yang sama, keliling persegi, yaitu:  $K = 4 \times$  panjang sisi  
 $K = 4 \times AB$

Karena semua sisi pada persegi memiliki panjang yang sama, keliling persegi, yaitu:  $K = 4 \times$  panjang sisi, atau  $K = 4 \times AB$ .

Untuk menemukan rumus luas daerah persegi, cara yang digunakan hampir sama dengan menemukan rumus luas daerah persegi panjang. Yang perlu ditegaskan guru adalah persegi sebenarnya juga termasuk persegi panjang, tetapi memiliki ciri khusus, yaitu semua sisinya sama panjang. Untuk itu, unsur-unsur yang ada pada persegi tidak lagi menggunakan istilah panjang dan lebar, tetapi disebut sisi.



Untuk menemukan rumus luas daerah persegi dapat diturunkan dari rumus luas daerah persegi panjang, yaitu:

$$L = p \times l$$

Karena unsur-unsur pada persegi panjang = lebar, yang selanjutnya disebut sisi (disingkat S), rumus di atas menjadi:

$$\begin{aligned} L &= p \times l \\ &= p \times p, \text{ atau} \\ &= l \times l, \text{ atau} \end{aligned}$$

$$L = S \times S$$

## F. Segitiga

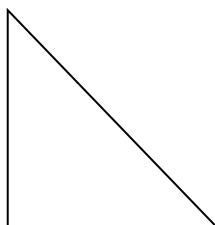
Segitiga adalah bangun datar yang mempunyai sifat:

1. tiga sisi, ujung sisi saling bertemu dan membentuk tiga buah sudut,
2. tiga buah sudut, jumlah ketiga sudutnya  $180^0$ ,
3. mempunyai tiga buah titik sudut.

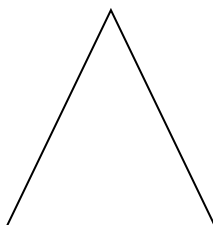
Terdapat beberapa jenis segitiga yang diberi nama khusus, yaitu:

Ditinjau dari sudutnya, disebut:

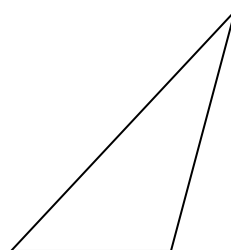
1. Segitiga siku-siku, jika mempunyai satu sudut siku-siku,
2. Segitiga lancip, jika ketiga sudutnya lancip,
3. Segitiga tumpul, jika mempunyai satu sudut tumpul.



*Segitiga siku-siku*



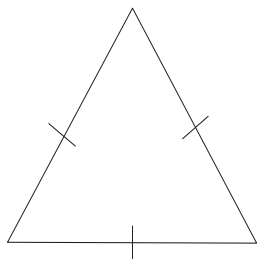
*Segitiga lancip*



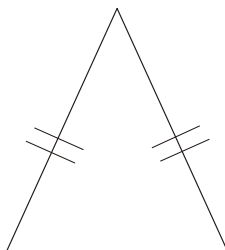
*Segitiga tumpul*

Ditinjau dari sisinya, disebut:

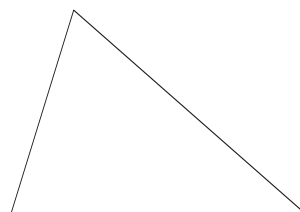
1. Segitiga sama sisi, jika mempunyai 3 sisi yang kongruen
2. Segitiga sama kaki, jika mempunyai 2 sisi yang kongruen
3. Segitiga sembarang, jika ketiga sisinya tidak kongruen.



*Segitiga sama sisi*

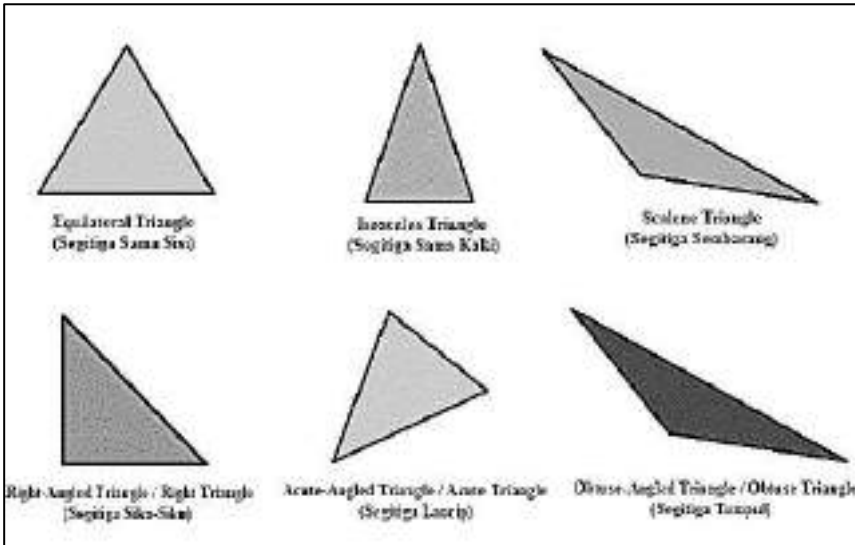


*Segitiga sama kaki*



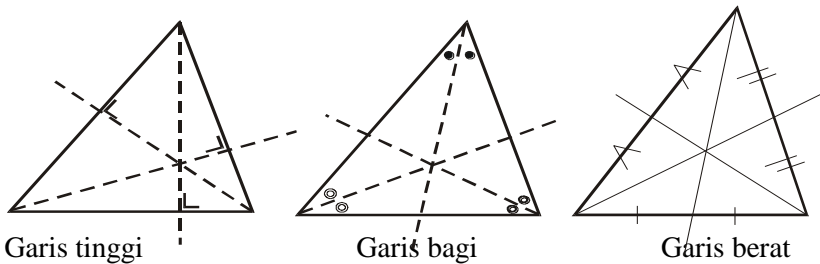
*Segitiga sembarang*

Berikut ini adalah gambar daerah segitiga sama sisi, daerah segitiga sama kaki, daerah segitiga sembarang, daerah segitiga siku-siku, daerah segitiga lancip, dan daerah segitiga tumpul.



Pada pembicaraan segitiga terdapat beberapa komponen yang perlu dipahami, yaitu garis tinggi, garis bagi, dan garis berat.

Garis tinggi adalah garis yang menghubungkan titik sudut segitiga dan tegak lurus dengan sisi di depan sudut itu (alas). Garis bagi adalah garis yang membagi sudut segitiga menjadi dua sama besar. Sedangkan garis berat adalah garis yang menghubungkan titik sudut dan membagi sisi di depannya menjadi dua sama panjang.

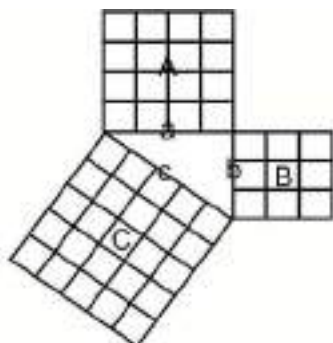


## Teorema Pythagoras

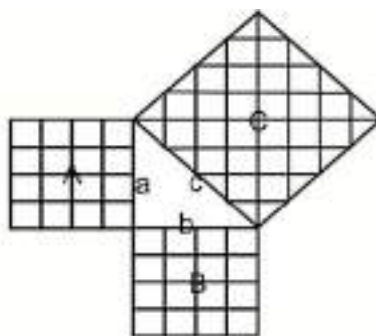


Pythagoras lahir di pulau Samos, Yunani selatan sekitar abad ke-6 Sebelum Masehi (580 - 475 SM). Pythagoras adalah anak Mnesarchus, seorang pedagang yang berasal dari Tyre. Pada usia 18 tahun dia bertemu dengan Thales. Thales, seorang kakek tua, mengenalkan matematika kepada Pythagoras lewat muridnya yang bernama Anaximander.

Theorema Pythagoras memainkan peran yang sangat signifikan dalam berbagai bidang yang berkaitan dengan matematika. Misalnya, untuk membentuk dasar trigonometri dan bentuk aritmatika, dimana bentuk ini menggabungkan geometri dan aljabar. Teorema ini adalah sebuah hubungan dalam Geometri Euclides di antara tiga sisi dari segi tiga siku-siku. Hal ini menyatakan bahwa “Jumlah dari persegi yang dibentuk dari panjang dua sisi siku-sikunya akan sama dengan jumlah persegi yang dibentuk dari panjang hipotenusanya”. Ia dikenal karena dalilnya, yang disebut *teorema pythagoras*. *Teorema* ini menerangkan bahwa dalam suatu segitiga siku-siku, kuadrat sisi miring (*hypotenusa*) sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi lainnya. Perhatikan gambar berikut!



Gb.(i)



Gb.(ii)

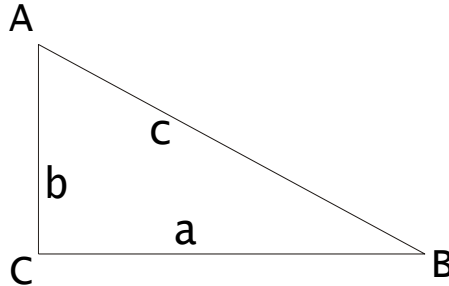
Pada gambar (i) dan (ii), yaitu berupa segitiga dengan panjang sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ . Dari segitiga tersebut, dibuat tiga buah persegi dengan sisi masing-masing adalah  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

Luas daerah persegi  $C =$  luas daerah  $A +$  luas daerah  $B$ .

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Jadi, dari gambar (i) dan (ii) disimpulkan bahwa suatu segitiga siku-siku dengan panjang sis-sisi penyikunya adalah  $a$  dan  $b$ , dan panjang sisi miringnya (*hypotenusa*) adalah  $c$ , maka  $c^2 = a^2 + b^2$ .



Orang-orang Mesir zaman dahulu telah mengetahui bahwa suatu segitiga yang panjang sisi-sisinya 3, 4, dan 5 satuan adalah suatu segitiga siku-siku, walaupun mungkin mereka belum dapat membuktikannya. Kenyataan ini digunakan mereka sebagai dasar pengukuran dan penyelidikan. Pasangan sisi-sisi 3, 4, dan 5 yang membentuk segitiga siku-siku disebut *triple pythagoras*. Kita dapat menyusun banyak sekali *triple-triple* lainnya, di antaranya sebagai berikut:

5, 12, 13 dan kelipatannya

8, 15, 17 dan kelipatannya

7, 24, 25 dan kelipatannya

9, 40, 41 dan kelipatannya

11, 60, 61 dan kelipatannya

Untuk membuktikan bahwa pasangan-pasangan itu merupakan tripel dan membentuk segitiga siku-siku, digunakan *teorema pythagoras* sebagai berikut.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Misalnya,

$$c = x^2 + y^2$$
$$a = x^2 - y^2$$
$$b = 2xy$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$$

Ruas kiri:

$$(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2 y^2 + y^4$$

Ruas kanan:

$$(x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$$

$$= x^4 - 2x^2 y^2 + y^2 + 4x^2 y^2$$

$$= x^4 + 2x^2 y^2 + y^2$$

Ternyata,  $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2 = x^4 + 2x^2 y^2 + y^4$

Kita periksa:

Jika x dan y diganti dengan berbagai pasangan bilangan akan diperoleh sebagai berikut.

x	y	$x^2 + y^2$	$x^2 - y^2$	$2xy$	<i>Tripel Pythagoras</i>
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$	3, 4, 5
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$	$3^2 - 2^2 = 5$	$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$	5, 12, 13
4	3	$4^2 + 3^2 = 25$	$4^2 - 3^2 = 7$	$2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$	7, 24, 25
...	...	...	...	...	...

### 1. Segitiga-Segitiga Sama dan Sebangun (Kongruen)

Dua bangun dikatakan kongruen (sama dan sebangun) kalau bentuk kedua bangun itu sebangun dan besarnya sama. Dua segitiga dikatakan sama dan sebangun (kongruen) jika dan hanya jika kedua segitiga itu mempunyai unsur-unsur (bagian-bagian) yang sesuai (sama). Misalnya, pada translasi (pergeseran) suatu bangun, bentuk semula selalu kongruen dengan bentuk ke dua. Begitu pula pada pencerminan, setiap pencerminan menggambarkan sepasang bentuk yang kongruen. Simbol sama dan sebangun adalah ( $\equiv$ ) atau ( $=$ ).

Sifat-sifat segitiga kongruen:

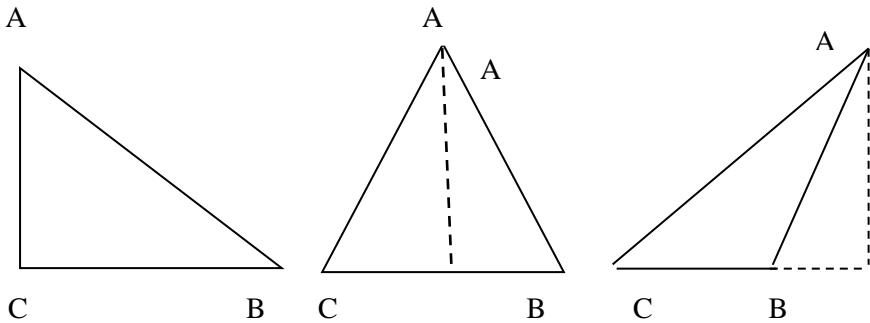
a. Sifat refleksif	:	Untuk sembarang segitiga ABC, segitiga ABC $\equiv$ segitiga ABC.
b. Sifat simetris	:	Jika segitiga ABC $\equiv$ segitiga DEF, segitiga DEF $\equiv$ segitiga ABC.
c. Sifat transitif	:	Jika segitiga ABC $\equiv$ segitiga DEF, dan segitiga DEF $\equiv$ segitiga PQR, segitiga ABC $\equiv$ segitiga PQR.

## 2. Postulat Segitiga-Segitiga Kongruen:

Untuk membuktikan bahwa dua segitiga itu kongruen, terdapat beberapa cara untuk menyelidiki, yaitu dengan postulat berikut ini.

- Postulat sisi, sudut, sisi ( S, Sd, S )  
Jika dua buah segitiga mempunyai dua sisi dan sebuah sudut yang diapit oleh kedua sisi itu sama besar, kedua segitiga itu kongruen.
- Postulat sudut, sisi, sudut ( Sd, S, Sd):
- Jika dua segitiga mempunyai dua buah sudut sama besar dan sebuah sisi yang memuat kedua sudut itu sama panjang, kedua segitiga itu kongruen.
- Postulat sisi, sisi, sisi ( S, S, S )  
Jika dua buah segitiga mempunyai sisi yang yang bersesuaian sama panjang, kedua segitiga itu kongruen.

Keliling segitiga adalah jumlah panjang sisi-sisi pada segitiga.



Dari gambar di atas dapat ditentukan Keliling Segitiga, yaitu  $K = AB + BC + CA$

### 3. Luas Daerah Segitiga Siku-Siku

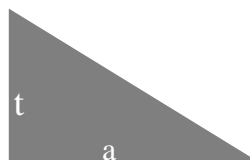
Untuk menemukan rumus luas daerah segitiga siku-siku juga diturunkan dari rumus luas daerah persegi panjang. Mengingat segitiga siku-siku adalah separuh/setengah dari persegi panjang. Adapun unsur-unsur yang ada pada segitiga adalah alas ( $a$ ) dan tinggi ( $t$ ). Perhatikan gambar berikut ini.



Gb.(i)



Gb.(ii)



Gb.(iii)

Gb.(i) adalah persegi panjang terbentuk dari dua segitiga siku-siku yang kongruen dimana sisi miringnya saling berimpit.

Gb.(ii) adalah dua segitiga siku-siku kongruen diregangkan sisi miringnya yang berimpit.

Gb.(iii) adalah sebuah segitiga siku-siku yang diperoleh dari setengah daerah persegi panjang. Dengan demikian, luas daerah segitiga siku-siku adalah setengah luas daerah persegi panjang. Untuk itu rumus luas daerah segitiga siku-siku dapat diperoleh dari:

$$\text{Luas daerah persegi panjang } L = p \times l$$

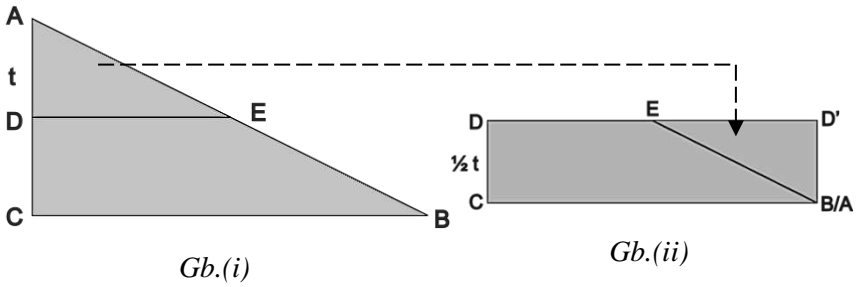
$$\text{Luas daerah segitiga } L = \frac{1}{2} \times p \times l$$

Karena unsur yang ada pada segitiga adalah alas ( $a$ ) dan tinggi ( $t$ ), didapat rumus luas daerah segitiga adalah:

$$L = \frac{1}{2} \times p \times l$$

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t$$

Ada cara lain yang dapat digunakan untuk menemukan rumus luas daerah segitiga siku-siku, yaitu dengan menggunakan pendekatan intuitif. Rumus dasar yang digunakan adalah rumus luas daerah persegi panjang, dan langkahnya adalah sebagai berikut.



Gb.(i) adalah segitiga siku-siku dipotong sejajar BC pada setengah tingginya,  $AD = CD$ , sehingga akan terbentuk dua potongan, yaitu daerah BCDE dan daerah AED. Pada Gb.(ii), potongan daerah AED dirangkai dengan daerah BCDE sehingga membentuk persegi panjang BCDD'. Dengan demikian, luas daerah ABC = luas daerah BCDD'.

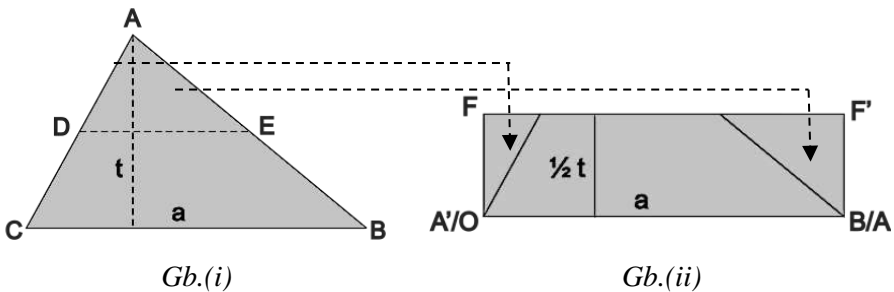
$$L = p \times l$$

$$L = a \times \left(\frac{1}{2} \times t\right)$$

$$L = a \times \frac{1}{2} t \quad \text{atau}$$

$$L = \frac{1}{2} a \times t$$

#### 4. Luas Daerah Segitiga Lancip



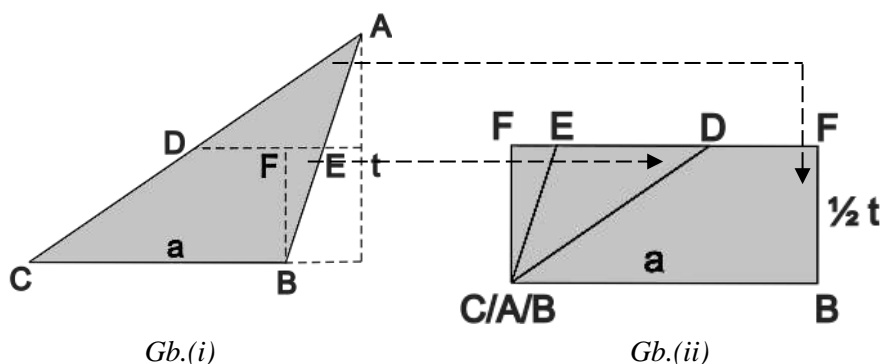
Pada Gb.(i), segitiga ABC dipotong setengah tingginya dan sejajar dengan alasnya. Kemudian, dipotong juga pada AF, sehingga membentuk tiga potongan, yaitu AEF, AFD, dan BCDE.

Pada Gb.(ii), potongan AFD, sisi AD dihimpitkan dengan sisi CD, dan pada potongan AEF, sisi AE dihimpitkan pada sisi BE sehingga membentuk daerah persegi panjang BCDD'.

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah segitiga ABC (Gb.i)} &= \text{luas BCFF}' \\ &= p \times l \\ &= a \times \frac{1}{2} \times t \end{aligned}$$

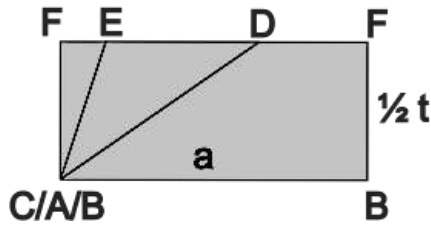
$$L = a \times \frac{1}{2} \times t$$

## 2. Luas Daerah Segitiga Tumpul



Pada Gb.(i) Segitiga tumpul ABC dengan tinggi  $t$  dan alas  $a$ , dipotong tepat setengah tingginya, yaitu pada garis  $DE$  sejajar alas ( $BC$ ), kemudian dipotong lagi sepanjang garis  $BF$  (sejajar garis tinggi) sehingga membentuk tiga potongan, yaitu daerah  $BCDF$ ,  $AED$ , dan  $FEB$ .

Pada Gb. (ii) potongan-potongan dari Gb.(i) dirangkaikan. Dari potongan  $AED$ , sisi  $AD$  dihimpitkan dengan sisi  $CD$  dari potongan  $BCDF$ . Kemudian dari potongan  $FEB$ , sisi  $EB$  dihimpitkan dengan sisi  $AE$  pada potongan  $AED$ , maka terbentuklah daerah persegi panjang  $BCF'F$  seperti pada Gb.(ii) dengan panjang  $a$  dan lebar  $\frac{1}{2} t$ . Dari gambar di atas terlihat bahwa luas daerah segitiga  $ABC$  (dengan alas  $a$  dan tinggi  $t$ ) sama luasnya dengan daerah persegi panjang (dengan panjang  $a$  dan lebar  $\frac{1}{2} t$ ).



Luas daerah segitiga ABC = Luas daerah persegi panjang BCF'F

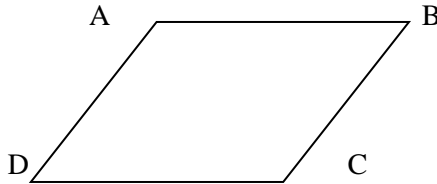
$$L = p \times l$$

$$L = a \times \frac{1}{2} t \text{ atau}$$

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t$$

### G. Jajar Genjang

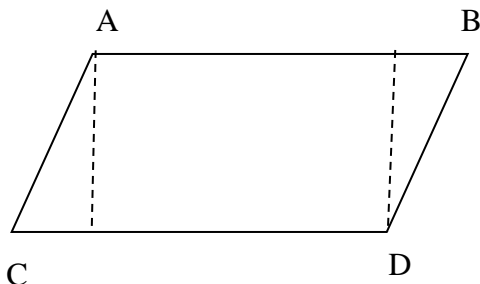
Jajar genjang adalah segi empat yang mempunyai kedua pasang sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang. Berikut ini contoh gambar jajar genjang ABCD.



Sifat-sifat jajar genjang adalah:

1. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar.
2. Sudut-sudut yang berhadapan sama besar.
3. Mempunyai dua diagonal yang berpotongan di satu titik dan saling membagi dua sama panjang,
4. Tidak memiliki simetri lipat.
5. Memiliki dua simetri putar.

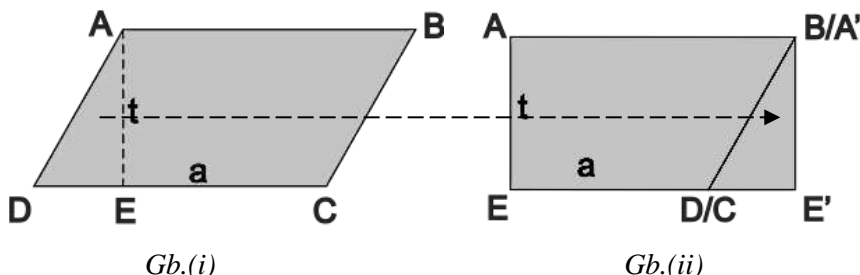
Keliling jajar genjang adalah jumlah panjang sisi-sisi pada jajar genjang.



Dari gambar di samping, dapat ditentukan keliling jajar genjang, yaitu:  
 $K = AB + BC + CD + DA$ , karena  $AB = CD$  dan  $BC = DA$ ,  $K = 2 \times (AB + BC)$ .

Rumus luas daerah Jajar genjang dapat dicari dengan cara menurunkan dari rumus luas daerah persegi panjang. Unsur-unsur yang terdapat pada jajar genjang adalah alas ( $a$ ) dan tinggi ( $t$ ).

Perhatikan gambar berikut ini.



Pada Gb. (i) terlihat Jajar genjang ABCD dengan alas  $a$  dan tinggi  $t$ . Kemudian dipotong pada garis tingginya ( $AE$ ) sehingga menjadi dua potongan, yaitu daerah AED dan daerah ABCE.

Pada Gb. (ii), sisi  $AD$  dari potongan daerah AED dihimpitkan dengan sisi  $BC$  dari daerah ABCE sehingga membentuk daerah persegi panjang ABE'E.

Luas daerah ABCD (Gb.i) = Luas daerah ABE'E (Gb.ii)

$$= p \times l$$

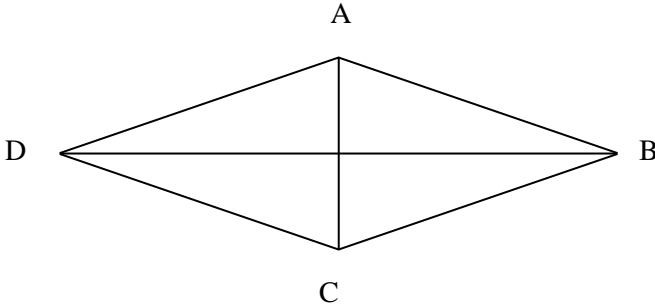
Karena unsur "panjang" berupa alas ( $a$ ) dan unsur "lebar" berupa tinggi ( $t$ ), luas daerah jajar genjang adalah:

$$L = a \times t$$



## H. Belah Ketupat

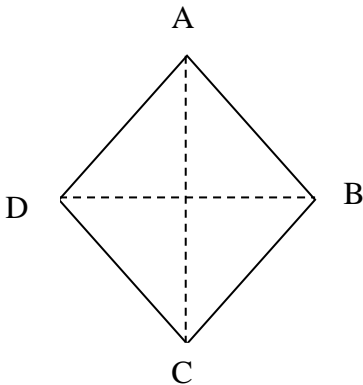
Belah ketupat adalah jajaran genjang yang mempunyai dua sisi yang berdekatan kongruen (mempunyai dua sisi yang berdekatan kongruen mengakibatkan semua sisinya kongruen).



Sifat-sifat belah ketupat adalah:

1. Semua sisinya sama panjang.
2. Sudut-sudut yang berhadapan sama besar.
3. Mempunyai dua sumbu simetri.
4. Diagonal-diagonalnya merupakan sumbu simetri, saling membagi dua sama panjang dan saling tegak lurus.

Keliling belah ketupat adalah jumlah sisi-sisi pada belah ketupat.



Dari gambar di samping dapat ditentukan keliling layang-layang, yaitu:

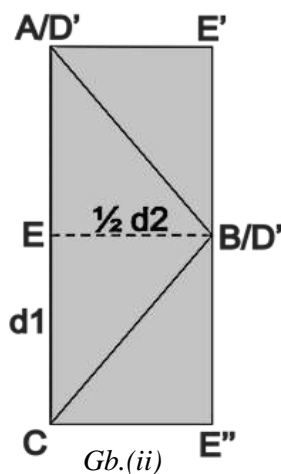
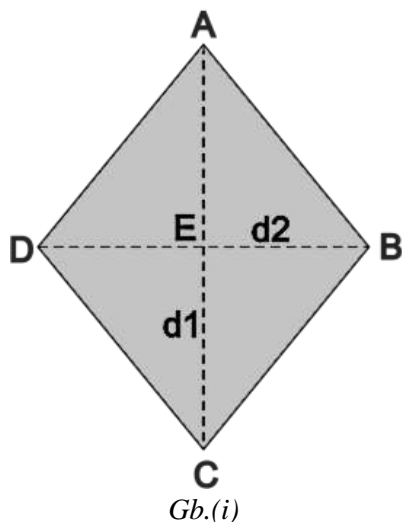
$K = AB + BC + CD + DA$  karena  $AB = BC = CD = DA$ ,

maka:

$$K = 4 \times AB$$

Untuk menemukan rumus luas daerah belah ketupat, caranya sama dengan menemukan rumus luas daerah layang-layang. Hanya perlu diingat sifat dari belah ketupat di antaranya adalah semua sisinya sama panjang. Ini berakibat bahwa diagonalnya akan saling berpotongan tegak lurus dan membagi diagonal-diagonal tersebut menjadi dua sama panjang.

Perhatikan gambar berikut ini!



Pada Gb. (i) merupakan belah ketupat ABCD dengan diagonal panjang ( $d_1$ ) = AC, dan diagonal pendek ( $d_2$ ) = BD. Kemudian dipotong pada garis AC dan selanjutnya dipotong pada garis DE sehingga menjadi tiga potongan, yaitu daerah ABC, daerah CDE, dan daerah AED.

Pada Gb. (ii) dari daerah potongan CDE, sisi CD dihimpitkan pada sisi BC dari daerah ABC. Kemudian dari daerah potongan AED, sisi AD dihimpitkan dengan sisi AB pada daerah ABC. Oleh karena itu, terbentuk daerah baru, yaitu AE'DC, dengan panjang  $d_1$  dan lebar  $\frac{1}{2}d_2$ .

Luas daerah belah ketupat ABCD (Gb. i) = luas daerah persegi panjang AE'DC (Gb. ii).

Jadi, Luas daerah belah ketupat adalah:

$$L = p \times l$$

$$= \text{diagonal panjang} \times \frac{1}{2} \text{ diagonal pendek.}$$

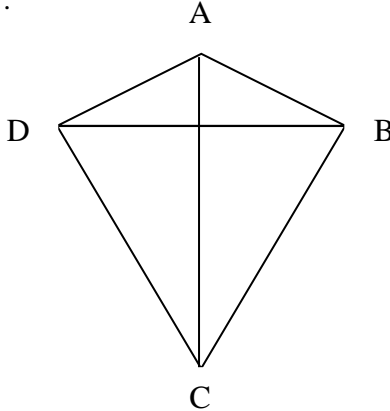
$$L = d_1 \times \frac{1}{2} d_2, \text{ atau}$$

$$= \frac{d_1 \times d_2}{2}, \text{ atau}$$

$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

## I. Layang-Layang

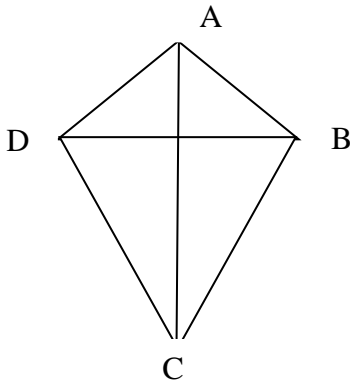
Layang-layang adalah segi empat yang dua sisinya yang berdekatan sama panjang, sedangkan kedua sisi yang lainnya juga sama panjang.



Sifat layang-layang adalah:

1. Kedua diagonal berpotongan di satu titik dan membentuk sudut siku-siku
2. Salah satu diagonal dibagi dua sama panjang oleh diagonal yang lain.

Keliling layang-layang adalah jumlah sisi-sisi pada layang-layang.



Dari gambar di samping, dapat ditentukan keliling layang-layang, yaitu:

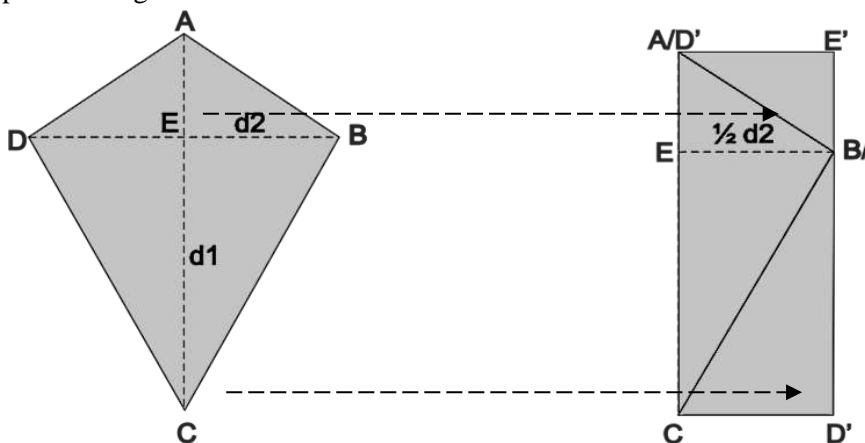
$$K = AB + BC + CD + DA$$

Karena  $AB = DA$  dan  $BC = CD$ , maka:

$$K = 2 \times (AB + BC)$$

Untuk menemukan rumus luas daerah layang-layang, diperoleh dari turunan rumus luas daerah persegi panjang.

Perlu diingat bahwa unsur-unsur yang ada pada layang-layang adalah diagonal panjang ( $d_1$ ) dan diagonal pendek ( $d_2$ ). Untuk itu, perhatikan gambar berikut ini.



Gb.(i)

Gb.(ii)

Pada Gb.(i) merupakan layang-layang ABCD dengan diagonal panjang ( $d_1$ ) = AC, dan diagonal pendek ( $d_2$ ) = BD. Kemudian dipotong pada garis AC dan selanjutnya dipotong pada garis DE sehingga menjadi tiga potongan, yaitu daerah ABC, daerah CDE, dan daerah AED.

Pada Gb.(ii) dari daerah potongan CDE, sisi CD dihimpitkan pada sisi BC dari daerah ABC. Kemudian dari daerah potongan AED, sisi AD dihimpitkan dengan sisi AB pada daerah ABC. Oleh karena itu, terbentuk daerah baru, yaitu AE'DC, dengan panjang  $d_1$  dan lebar  $\frac{1}{2} d_2$ . Luas daerah layang-layang ABCD (Gb.i) = luas daerah persegi panjang AE'DC (Gb.ii). Jadi, luas daerah layang-layang adalah:

$$L = p \times l$$

$$= \text{diagonal panjang} \times \frac{1}{2} \text{diagonal pendek.}$$

$$L = d_1 \times \frac{1}{2} d_2, \text{ atau}$$

$$= \frac{d_1 \times d_2}{2}, \text{ atau}$$

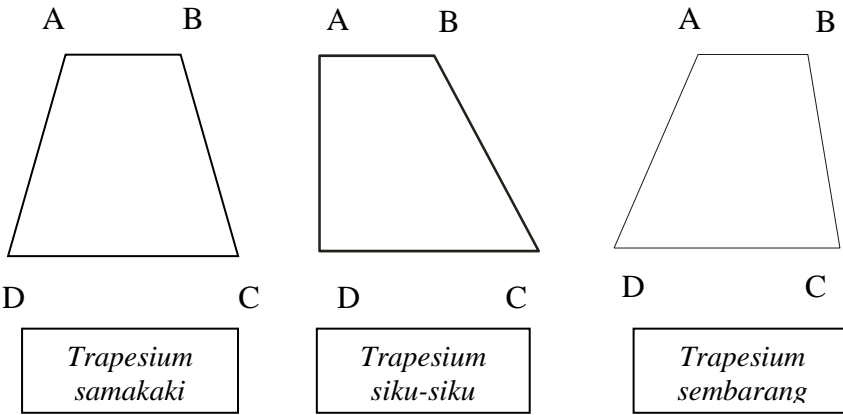
$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

## J. Trapezium

Trapezium adalah segi empat yang mempunyai tepat satu pasang sisi yang berhadapan sejajar.

Pada umumnya terdapat tiga macam trapezium, yaitu:

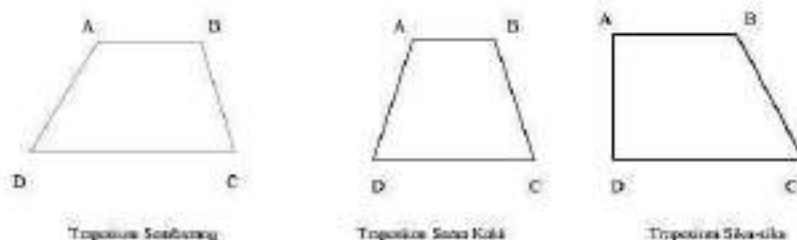
1. Trapezium sembarang: trapezium yang kedua sisi yang tidak sejajar tidak sama panjang.
2. Trapezium sama kaki: trapezium yang kedua sisi yang tidak sejajar sama panjang.
3. Trapezium siku-siku: trapezium yang salah satu sudutnya siku-siku.



Lengkapilah hubungan sifat-sifat segi empat berikut ini! (dengan memberikan tanda x)!

Sifat	Persegi Panjang	Persegi	Belah Kempat	Jajar Genjang	Layang-Layang	Trapezium
Semua sisi kongruen		x	x			
Semua sudut kongruen	x	x				
Kedua pasang sisi kongruen	x	x	x	x		
Kedua pasang sisi sejajar						
Sisi berdekatan siku-siku						
Diagonal saling tegak lurus						
Mempunyai simetri lipat						
Mempunyai simetri putar						

Keliling trapesium adalah jumlah sisi-sisi yang ada pada trapesium.

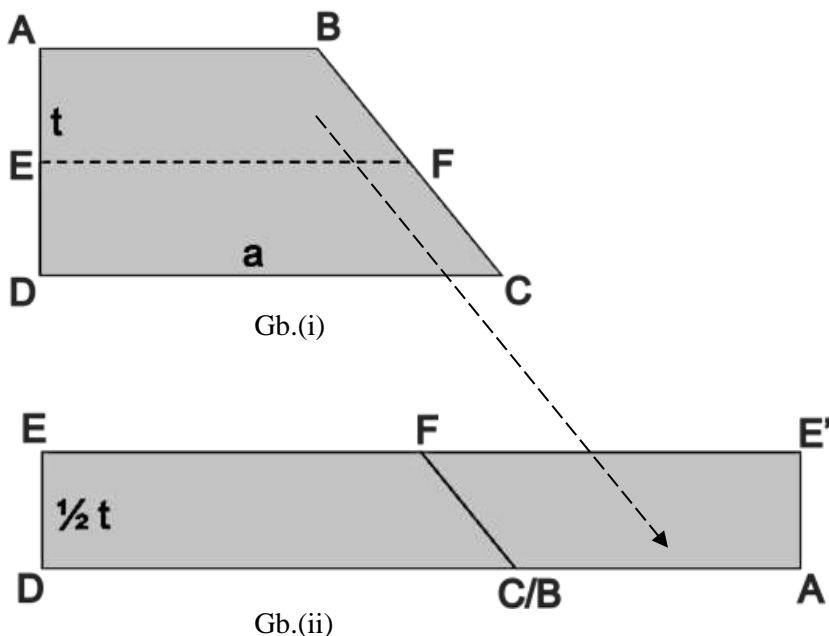


Dari gambar di atas dapat ditentukan Keliling Trapezium, yaitu:

$$K = AB + BC + CD + DA$$

Unsur-unsur yang ada pada trapesium di antaranya adalah dua sisi yang saling sejajar (sepasang sisi sejajar) dan tinggi trapesium tersebut. Adapun cara menemukan rumus luas daerah trapesium adalah dengan cara menurunkan dari rumus luas daerah persegi panjang. Tetapi, karena ada tiga jenis trapesium, yaitu trapesium siku-siku, trapesium sama kaki, dan trapesium sembarang, berikut ini disajikan ketiga gambar jenis trapesium tersebut.

### 1. Luas Daerah Trapezium Siku-Siku



Pada Gb.(i) daerah trapesium ABCD dengan tinggi  $t$  dan panjang garis sejajar masing-masing  $a$  dan  $b$ , kemudian dipotong setengah tingginya (pada garis EF) sehingga menjadi dua potongan daerah, yaitu daerah ABFE dan EFCD.

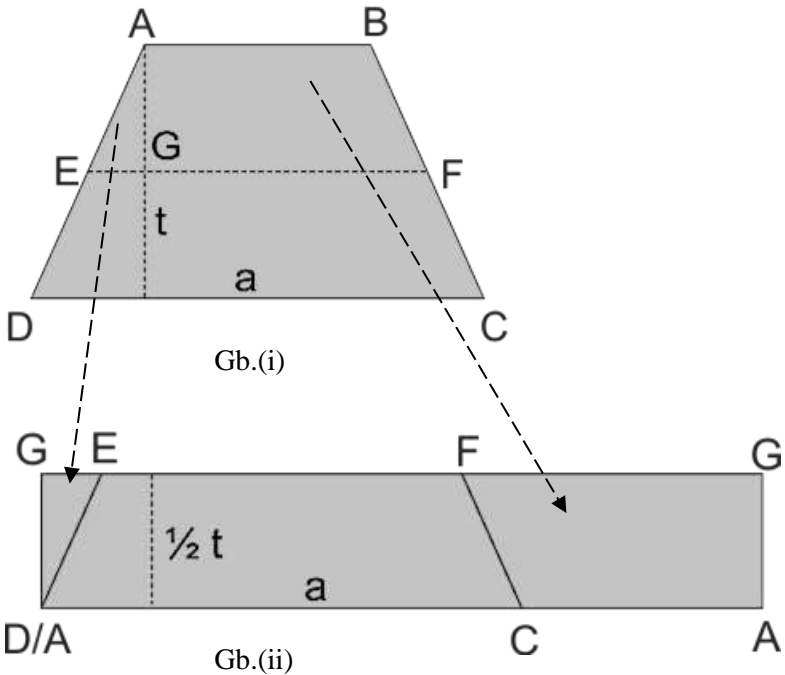
Pada Gb.(ii) potongan-potongan dari Gb.(i) dirangkaikan, yaitu sisi BF daerah ABFE dihimpitkan dengan sisi FC daerah EFCD, terbentuklah daerah persegi panjang EE'AD, dengan panjang  $a+b$  dan lebar  $\frac{1}{2}t$ .

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah ABCD (Gb.i)} &= \text{Luas daerah EE'AD (Gb.ii)} \\ &= p \times l \\ &= (a + b) \times \frac{1}{2} t \end{aligned}$$

Karena  $a$  dan  $b$  adalah sepasang garis sejajar pada trapesium, maka luas daerah trapesium adalah:

$$L = \text{Jumlah garis sejajar} \times \frac{1}{2} \text{ tinggi}$$

## 2. Luas Daerah Trapesium Sama Kaki



Pada Gb.(i) trapesium ABCD dengan tinggi  $t$  dan panjang garis-garis sejajar masing-masing  $a$  dan  $b$ , dipotong pada setengah tingginya pada garis EF. Selanjutnya, dipotong lagi pada garis AG sehingga terbentuk tiga potong daerah, yaitu, EFCD, ABFG, dan AGE.

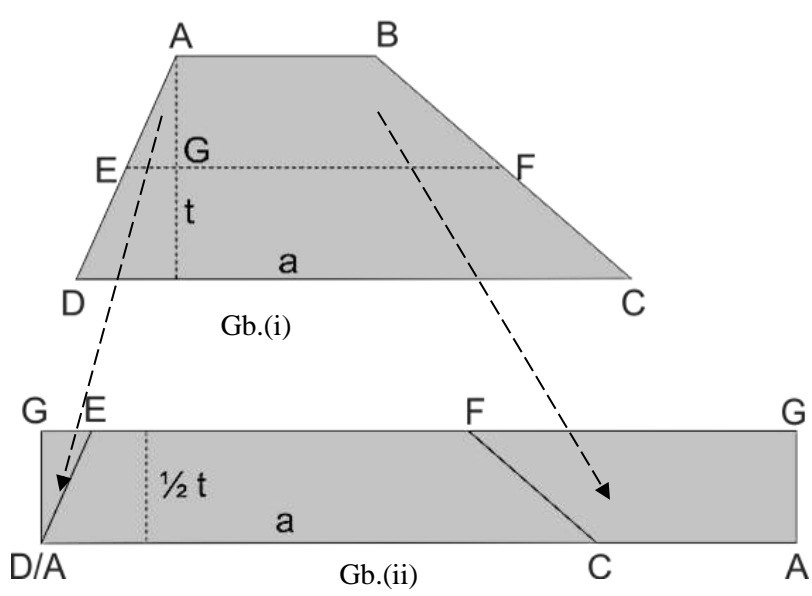
Pada Gb.(ii) potongan-potongan dari Gb.(i) dirangkaikan. Sisi BF daerah ABFG dihimpitkan dengan sisi FC daerah EFCD, dan sisi AE daerah AGE dihimpitkan dengan sisi DE daerah EFCD, terbentuklah daerah persegi panjang GEAD dengan panjang  $a+b$  dan lebar  $\frac{1}{2}t$ .

$$\begin{aligned} \text{Luas daerah trapesium ABCD} &= \text{Luas daerah GEAD (Gb.ii)} \\ &= p \times l \\ &= (a + b) \times \frac{1}{2}t \end{aligned}$$

Karena  $a$  dan  $b$  adalah sepasang garis sejajar pada trapesium, maka luas daerah trapesium adalah:

$$L = \text{Jumlah garis sejajar} \times \frac{1}{2} \text{ tinggi}$$

### 3. Luas Daerah Trapesium Sembarang





Pada Gb.(i) trapesium ABCD dengan tinggi  $t$  dan panjang garis-sejajar masing-masing  $a$  dan  $b$ , dipotong pada setengah tingginya pada garis EF. Selanjutnya dipotong lagi pada garis AG sehingga terbentuk tiga potong daerah yaitu, EFCD, ABFG, dan AGE. Pada Gb.(ii) potongan-potongan dari Gb.(i) dirangkaikan. Sisi BF daerah ABFG dihipitkan dengan sisi FC daerah EFCD, dan sisi AE daerah AGE dihipitkan dengan sisi DE daerah EFCD, maka terbentuklah daerah persegi panjang GEAD dengan panjang  $a + b$  dan lebar  $\frac{1}{2} t$ .

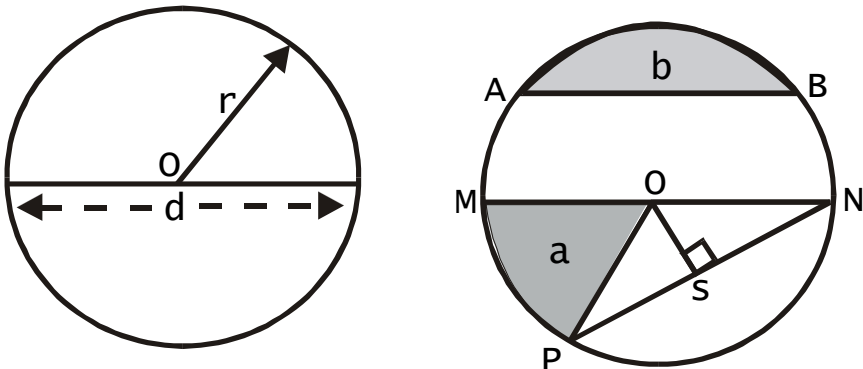
$$\begin{aligned} \text{Luas daerah trapesium ABCD} &= \text{Luas daerah GEAD (Gb.ii)} \\ &= p \times l \\ &= (a + b) \times \frac{1}{2} t \end{aligned}$$

Karena  $a$  dan  $b$  adalah sepasang garis sejajar pada trapesium, maka luas daerah trapesium adalah:

$$L = \text{Jumlah garis sejajar} \times \frac{1}{2} \text{ tinggi}$$

### K. Lingkaran

Lingkaran adalah kurva tertutup sederhana yang khusus. Tiap-tiap titik pada lingkaran itu mempunyai jarak yang sama dari suatu titik yang disebut pusat lingkaran. Jarak titik pada lingkaran dengan pusat disebut jari-jari atau radius lingkaran. Garis tengah lingkaran disebut diameter. Panjang diameter = 2 kali jari-jari. Panjang lingkaran disebut keliling lingkaran. Jari-jari (radius) biasanya dilambangkan dengan huruf "r". Perhatikan gambar berikut ini!



Gambar 2. Lingkaran dan Bagian-bagiannya

### **Bagian-bagian lingkaran**

Ruas garis yang menghubungkan dua titik pada suatu lingkaran disebut tali busur (lihat ruas garis AB, MN, NP). Tali busur yang melalui pusat lingkaran disebut garis tengah atau diameter. Dengan demikian, setiap garis tengah juga merupakan tali busur. Tetapi, tidak setiap tali busur merupakan garis tengah. Tali busur yang tidak melalui pusat lingkaran selalu lebih kecil dari garis tengah.

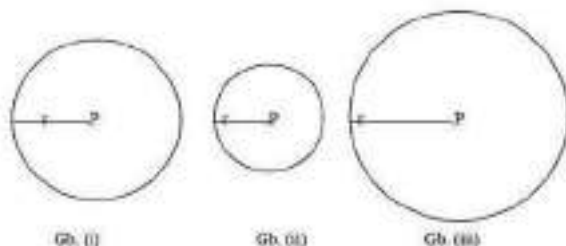
Pada gambar di atas, O adalah pusat lingkaran. Garis lengkung dari A ke B disebut busur kecil. Garis lengkung dari M ke N (menurut arah putaran jarum jam) disebut busur besar. Daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur disebut juring (lihat daerah a).

Daerah yang dibatasi oleh sebuah tali busur dan busur disebut tembereng (lihat daerah b). Ruas garis OS adalah garis yang ditarik dari O tegak lurus pada tali busur PN disebut apotema.

Sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari dengan titik pusat lingkaran sebagai titik persekutuan disebut sudut pusat (lihat sudut MOP, sudut PON, sudut MON). Sedangkan, sudut yang dibentuk oleh dua ruas garis yang titik persekutuannya berada di lingkaran disebut sudut keliling (lihat sudut MNP, sudut PAN). Besar sudut keliling sama dengan setengah sudut pusat di depannya (lihat: besar sudut PAN =  $\frac{1}{2}$  sudut PON). Sudut keliling pada setengah lingkaran =  $90^0$  (lihat: besar sudut MPN =  $90^0$ ).

Keliling lingkaran adalah panjang garis lengkung (kurva tertutup sederhana) yang membentuk lingkaran. Cara mengukur keliling lingkaran adalah dengan meletakkan seutas tali/benang tepat berimpit dengan kurva yang membentuk lingkaran, kemudian merentangnya dan mengukurnya. Jika menghendaki menghitung keliling lingkaran dengan menggunakan rumus, dapat dilakukan langkah sebagai berikut.

Buatlah bermacam-macam lingkaran, kemudian lengkapilah tabel di bawah ini.



Jenis Lingkaran	Panjang Jari-jari (r)	Panjang Diameter (d)	Keliling Lingkaran (K)	K : d

Dari tabel di atas akan diperoleh hasil pembagian keliling dibagi diameter (K:d) selalu sama, yaitu  $\pi$  3,14. Harga inilah yang selanjutnya disebut  $\pi$  ( $\pi = \pm 3,14$ ).

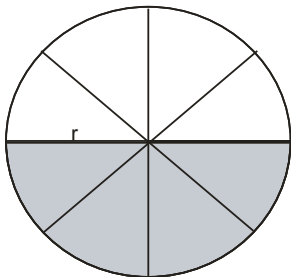
Jadi, dapat dituliskan bahwa:

$$K : d = \pi \rightarrow K = \pi \times d$$

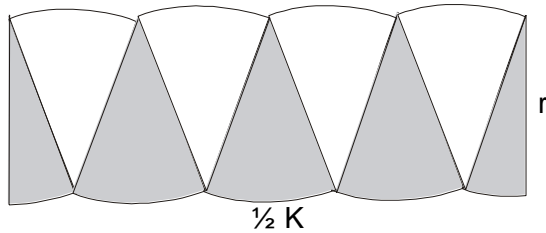
Karena diameter (d) = 2 x jari-jari, maka:

$$K = 2 \times \pi \times r.$$

Untuk menentukan rumus luas daerah lingkaran, perlu diingat unsur-unsur yang ada pada lingkaran, misalnya jari-jari, diameter, keliling, dan harga  $\pi$ . Luas daerah lingkaran dapat dicari dengan cara memotong daerah lingkaran membentuk juring-juring. Kemudian potongan juring-juring tersebut disusun secara bersilangan sehingga mendekati bentuk persegi panjang. Perhatikan gambar berikut ini.



Gb.(i)



Gb.(ii)

Pada Gb.(i), sebuah daerah lingkaran dengan jari-jari  $r$  dipotong-potong melalui garis tengahnya sehingga membentuk juring-juring menjadi 8 potongan. Kemudian salah satu potongan juring tersebut dibagi dua sama besar sehingga membentuk juring yang lebih kecil. Dengan demikian, terdapat 9 potongan juring. Perlu diingat bahwa keliling lingkaran tersebut =  $2\pi r$ . Pada Gb.(ii), Potongan-potongan juring dari Gb.(i) disusun secara bersilangan sehingga mendekati bentuk persegi panjang. Makin kecil potongan-potongan juring, makin mendekati persegi panjang. Persegi panjang yang terbentuk itu mempunyai panjang « keliling lingkaran, dan lebarnya sama dengan jari-jari lingkaran. Dengan demikian, luas daerah lingkaran (Gb.i) sama dengan luas daerah persegi panjang (Gb.ii).

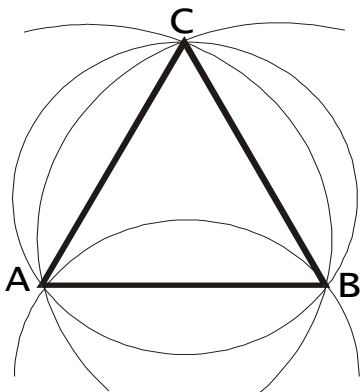
$$\begin{aligned}
 \text{Jadi, Luas daerah lingkaran} &= p \times l \\
 &= \frac{1}{2} \text{ Keliling lingkaran} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r \\
 L &= \pi r \times r
 \end{aligned}$$

$$L = \pi r^2$$

Berikut ini akan disajikan cara melukis segi banyak (poligon) beraturan, yaitu segitiga sama sisi, segi empat sama sisi (persegi), segi lima sama sisi, segi enam sama sisi, segi tujuh sama sisi, segi delapan sama sisi, dan segi sembilan sama sisi.

## L. Cara Melukis Segi Banyak (Polygon)

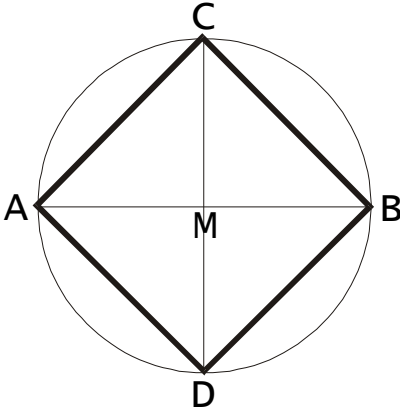
### 1. Cara melukis segitiga sama sisi



- ▶ Buat lingkaran dengan pusat O dan jari-jari R.
- ▶ Buat busur lingkaran dengan jari-jari R pada titik sembarang di lingkaran yang telah dibuat, hingga memotong lingkaran itu di A dan B.

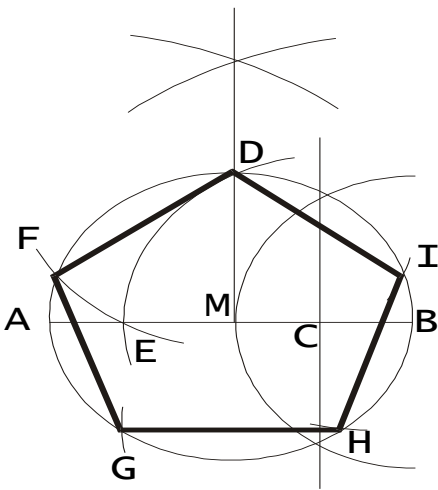
- ▶ Buat busur lingkaran dengan jari-jari = AB dan titik A atau B sebagai pusatnya hingga diperoleh titik C sebagai titik potong antara busur itu dengan lingkaran yang telah dibuat.
- ▶ Oleh karena itu, diperoleh segitiga ABC sama sisi.

**2. Cara melukis segi empat beraturan (persegi)**



- ▶ Buatlah lingkaran dengan jari-jari R dengan pusat M.
- ▶ Buatlah dua diagonal yang saling tegak lurus sehingga memotong lingkaran di titik A, B, C, dan D.
- ▶ Hubungkan titik-titik A, B, C, dan D didapat c dan D, akan diperoleh sebuah persegi.

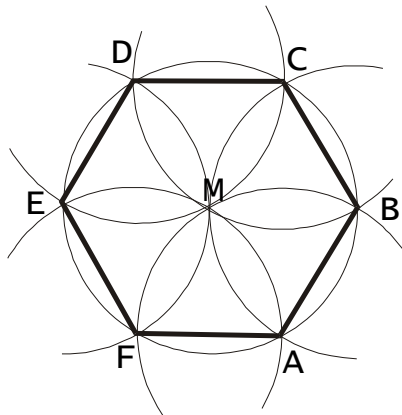
**3. Cara melukis segi lima beraturan**



- ▶ Buatlah lingkaran dengan jari-jari R dan pusat M.
- ▶ Tarik garis tengah AB dan bagi dua sama panjang; kemudian, jari-jari MB dibagi juga sama panjang, didapat titik C.
- ▶ Buat garis melalui M  $\perp$  AB sehingga memotong lingkaran di D.
- ▶ Tarik garis CD dan buat busur lingkaran pada titik C dengan jari-jari = CD sehingga memotong garis tengah AB di E.
- ▶
- ▶ Buat busur lingkaran pada titik D dengan jari-jari DE sehingga memotong lingkaran di F.

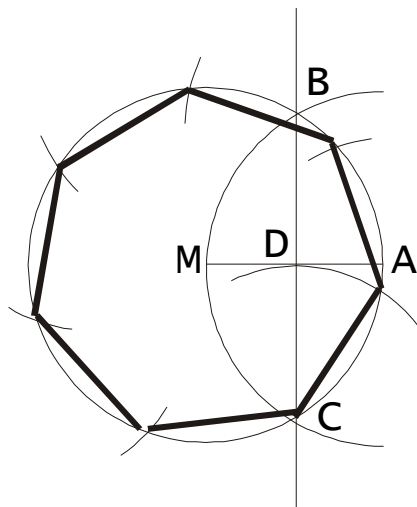
- ▶ Oleh karena itu,  $DF =$  sisi dari segilima beraturan dalam lingkaran; selanjutnya didapat segi lima beraturan  $DFGHI$ .

#### 4. Cara melukis segi enam beraturan:



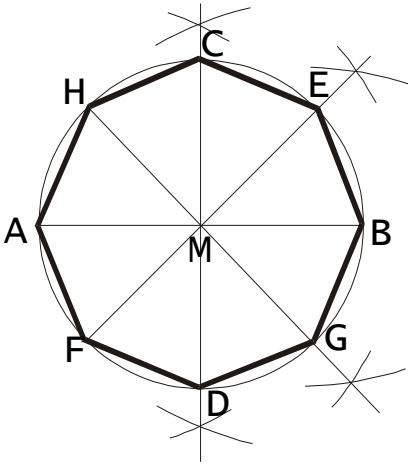
- ▶ Buat lingkaran dengan jari-jari  $R$  dan pusat  $M$ .
- ▶ Ukurkan pada lingkaran itu jari-jari lingkarannya, di dapat titik-titik  $A$  sampai  $F$  (panjang sisi segienam beraturan = panjang jari-jari lingkarannya).
- ▶ Oleh karena itu, segi enam beraturan  $ABCDEF$  didapat.

#### 5. Cara melukis segi tujuh beraturan



- ▶ Buat lingkaran dengan jari-jari  $R$  dan pusat  $M$ .
- ▶ Tarik jari-jari  $MA$  dan buat busur lingkaran dari titik  $A$  dengan jari-jari  $AM$  sehingga memotong lingkaran yang telah dibuat di  $B$  dan  $C$
- ▶ Garis  $BC$  memotong garis  $MA$  di  $D$ .
- ▶ Buat busur lingkaran dari  $C$  dengan jari-jari =  $CD$  sehingga memotong lingkaran di  $E$ .
- ▶ Garis  $CE$  merupakan sisi segitujuh yang dicari.

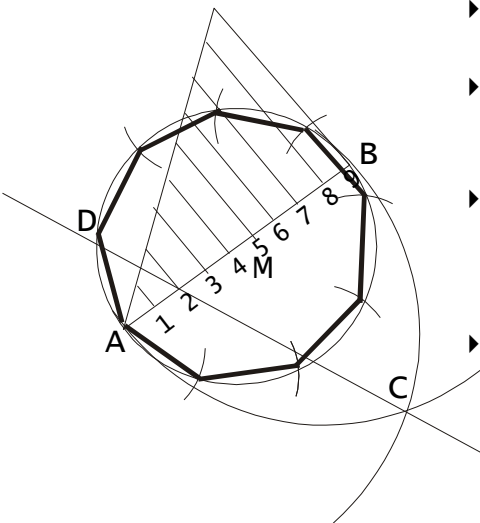
**6. Cara melukis segi delapan beraturan:**



- ▶ Buat lingkaran dengan jari-jari R dan pusat M.
- ▶ Tarik garis tengah AB dan CD tegak lurus sesamanya.

- ▶ Bagi dua sama besar sudut CMB dan BMD sehingga didapat garis bagi yang memotong lingkaran di E, F, G, dan H.
- ▶ Oleh karena itu, didapat segi delapan beraturan AFDGBECH.

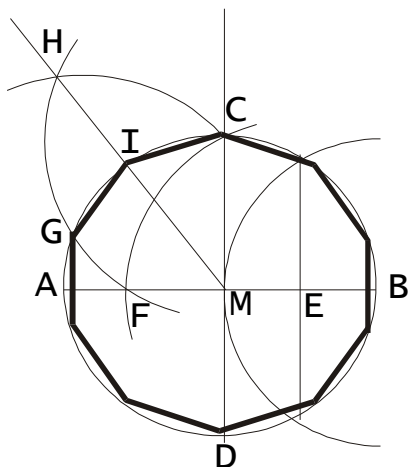
**7. Cara melukis segi n beraturan dalam lingkaran (Untuk contoh diambil segi 9 beraturan):**



- ▶ Buatlah lingkaran dengan jari-jari R dan pusat M.
- ▶ Buatlah garis tengah AB dan bagi AB menjadi n bagian yang sama.
- ▶ Buatlah busur lingkaran dengan jari-jari = AB pada titik A dan B, keduanya berpotongan di C.
- ▶ Tarik garis dari titik C ke titik nomor 2 dari bagian n, garis memotong lingkaran di D.

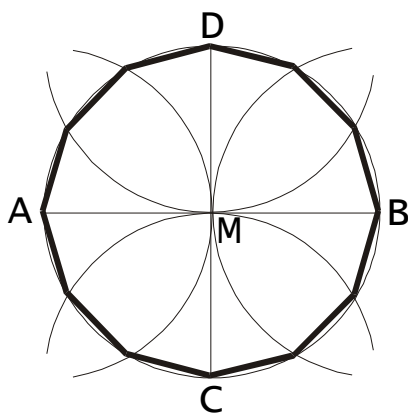
- ▶ Oleh karena itu, AD adalah sisi segi n yang dicari.

### 8. Melukis segi 10 beraturan dalam lingkaran:



- ▶ Buatlah lingkaran dengan jari-jari R dan pusat M.
- ▶ Buatlah garis tengah AB dan CD saling tegak lurus.
- ▶ Tentukan titik E di tengah-tengah MB.
- ▶ Buatlah busur lingkaran dari titik E dengan jari-jari EC, sehingga memotong garis tengah AB di F.
- ▶ Buatlah busur lingkaran dari titik C dengan jari-jari CF sehingga memotong lingkaran di G.
- ▶ Pindahkan busur dengan jari-jari CF itu pada titik G sehingga memotong busur terdahulu di H.
- ▶ Tarik garis dari H ke titik pusat M sehingga memotong lingkaran di I, maka garis GI dan IC adalah sisi-sisi dari segi 10 yang dicari.

### 9. Melukis segi 12 beraturan dalam lingkaran:

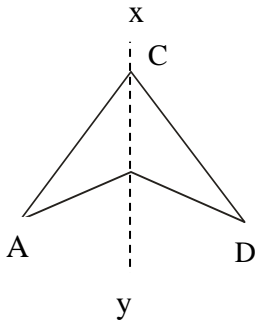


- ▶ Buatlah lingkaran dengan jari-jari R dan pusat M.
- ▶ Buatlah garis tengah lingkaran AB dan CD saling tegak lurus
- ▶ Buatlah busur lingkaran dengan jari-jari sama dengan jari-jari lingkaran yang diketahui pada titik-titik A, B, C, dan D.
- ▶ Busur-busur itu memotong lingkaran yang titik potongnya merupakan titik-titik sudut segi 12 beraturan.



## L. Simetri Lipat dan Simetri Putar

Untuk membahas sumbu simetri dan pusat simetri, maka tidak terlepas dari pembahasan simetri lipat dan simetri putar. Simetri lipat adalah suatu keadaan bangun geometri (bangun datar) bila dilipat menurut suatu garis tertentu bangun tersebut akan saling menutup dengan tepat. Garis yang merupakan lipatan atau menjadi cermin disebut sumbu simetri. Simetri lipat disebut juga simetri balik, simetri garis, simetri sumbu, atau simetri cermin.



Gambar di atas adalah bangun yang simetris. Jika bangun itu dilipat sepanjang garis xy, akibatnya:

- titik A berimpit dengan titik B.
- AC berimpit dengan BC
- AD berimpit dengan BD

Gerak lipat sepanjang garis xy itu adalah suatu simetri dari bangun ABCD. Simetri seperti itu dinamakan simetri lipat bangun ABCD. Garis xy disebut sumbu simetri lipat. Dapat juga dikatakan: “bila bangun ABCD dibalik menurut garis xy, maka”:

- A       $\longrightarrow$       B (baca: A pindah ke B)
- AC      $\longrightarrow$       BC
- AD      $\longrightarrow$       DB dan sebaliknya B  $\rightarrow$  A, BC  $\rightarrow$  AC, dan
- DB      $\longrightarrow$       AD.

Banyaknya simetri lipat suatu bangun antara lain diperlihatkan oleh tabel berikut.

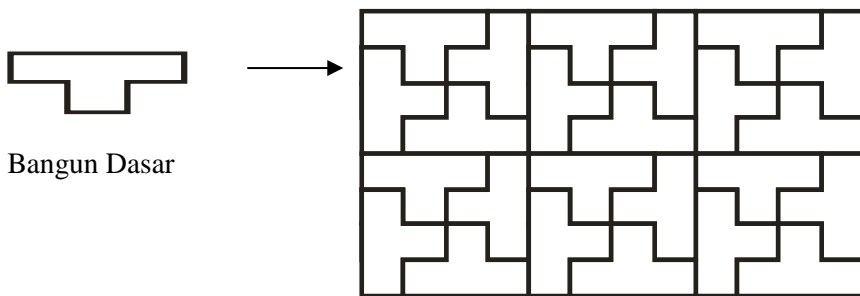
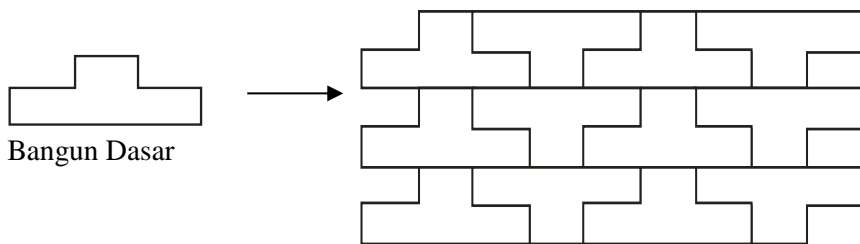
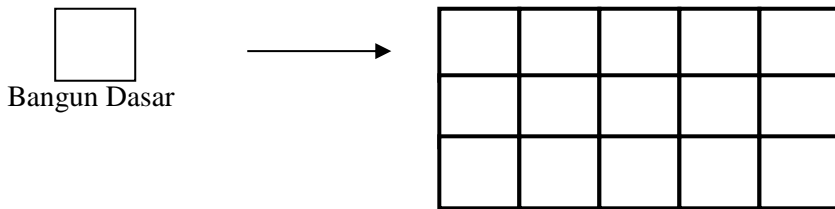
Bangun Datar	Banyak Simetri Lipat
Jajar genjang	0
Segitiga sama kaki	1
Persegi panjang	2
Segitiga sama sisi	3
Persegi	4
Segi-5 beraturan	5
.....	....
Lingkaran	Tak berhingga

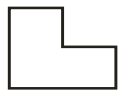
Simetri putar adalah suatu keadaan bangun geometri, bagaimana ia dapat menempati bingkainya dengan cara diputar (dengan pemutaran mulai dari nol putaran sampai kurang dari satu putaran). Setiap bangun geometri mempunyai paling sedikit satu simetri putar karena setiap bangun geometri dapat menempati bingkainya dengan tidak diputar atau diputar dengan nol putaran. Pada proses memutar akan melibatkan pusat putaran yang kemudian disebut pusat simetri, atau titik tetap, atau invarian. Banyaknya simetri putar (ordo simetri putar/tingkat simetri putar) suatu bangun datar, antara lain tampak pada tabel berikut.

Jenis Bangun Datar	Banyak Simetri Putar
Segitiga sama kaki	1
Persegi panjang	2
Segitiga sama sisi	3
Persegi	4
Segi-5 beraturan	5
Segi-6 beraturan	6
....	....
Lingkaran	Tak berhingga

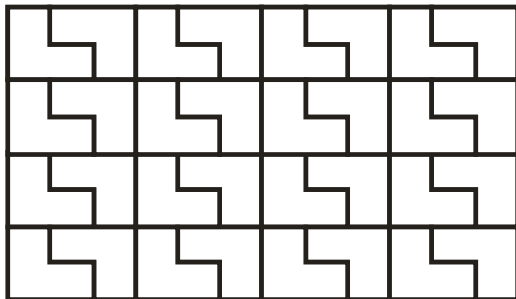
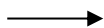
## M. Pengubinan

Pengubinan adalah pemasangan atau penutupan bangun datar dengan bangun datar lain, pemasangannya dilakukan secara tepat sehingga tidak terdapat tumpang tindih antara bangun yang satu dengan yang lain. Bangun-bangun datar yang dipasang adalah bangun-bangun yang kongruen (sama dan sebangun). Bentuk bangun yang dijadikan dasar untuk pemasangan disebut bangun dasar atau pola. Bangun dasar dapat digolongkan menjadi bangun dasar sederhana dan bangun dasar tidak sederhana. Contoh bangun dasar sederhana misalnya bangun dasar yang sisi-sisinya berupa garis lurus. Bangun dasar tidak sederhana misalnya bangun dasar yang sisinya merupakan campuran antara garis lurus dan lengkung. Berikut ini disajikan contoh pengubinan.

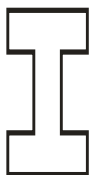
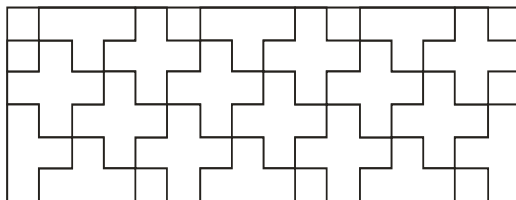




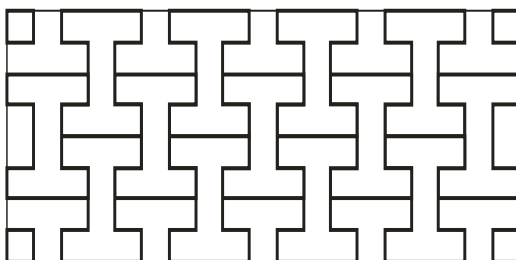
Bangun Dasar



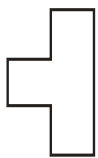
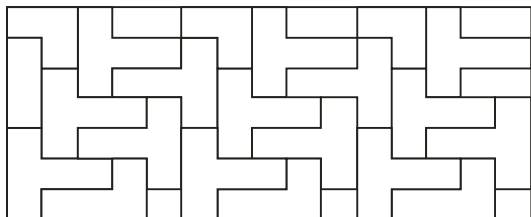
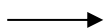
Bangun Dasar



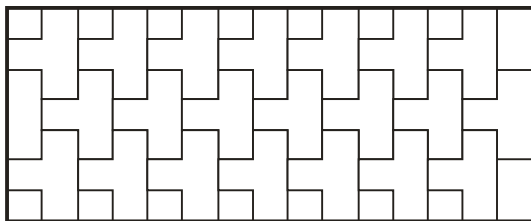
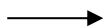
Bangun Dasar



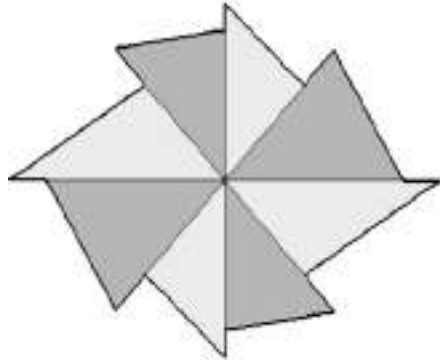
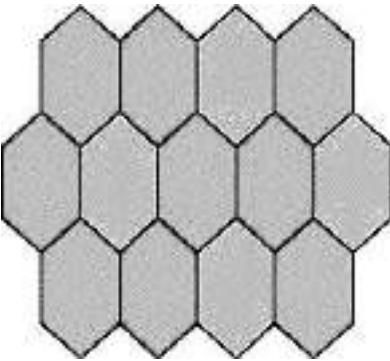
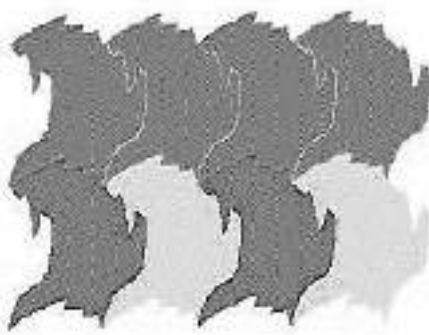
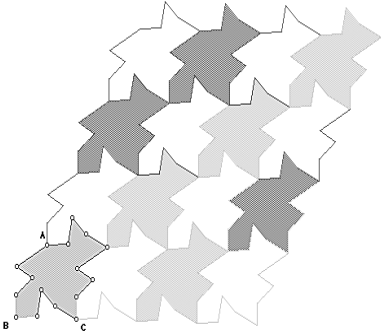
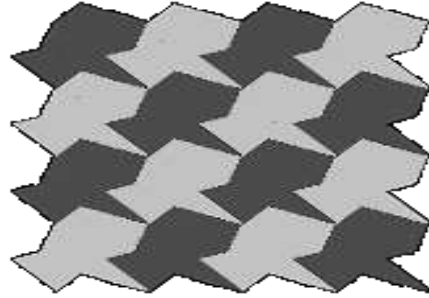
Bangun Dasar

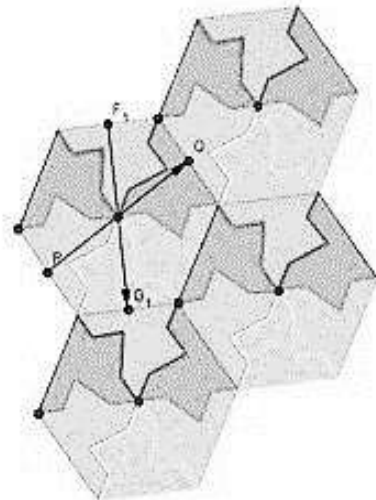
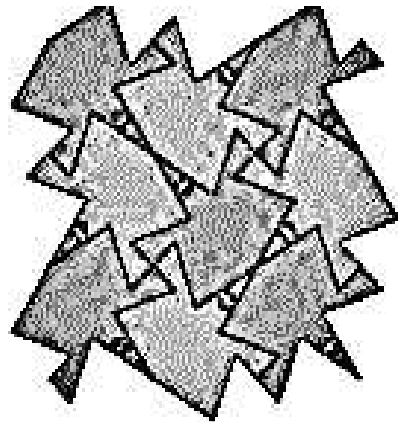
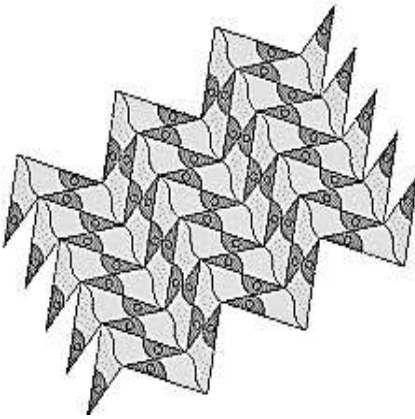
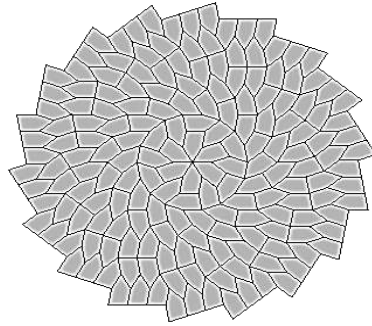
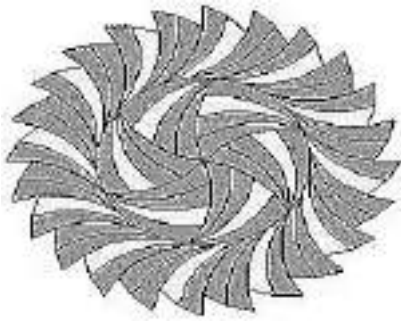


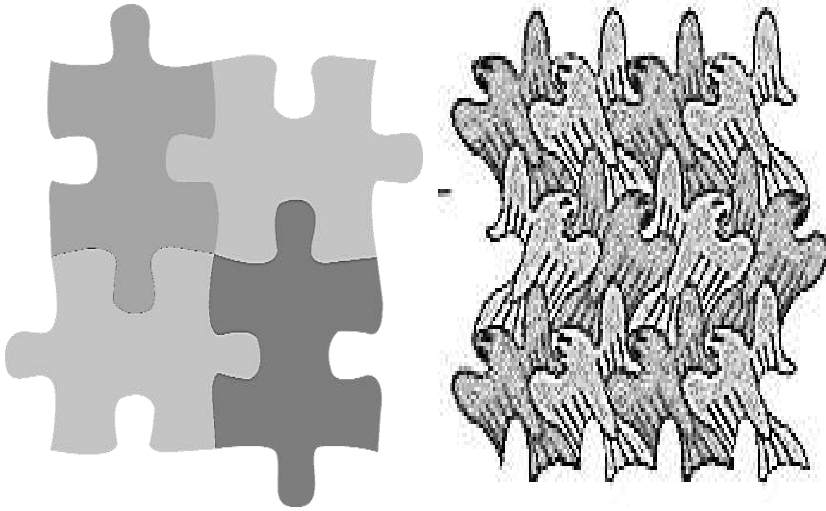
Bangun Dasar



Contoh Pengubinan yang lain:

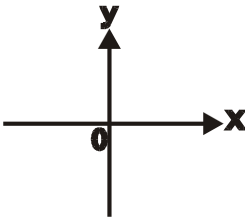






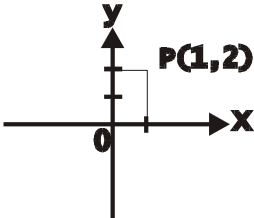
## N. Bidang Koordinat

Koordinat terdiri dari absis dan ordinat. Absis diwakili oleh titik-titik di sumbu  $x$ , dan ordinat diwakili oleh titik-titik di sumbu  $y$ .



Kedua sumbu itu saling tegak lurus dan berpotongan di titik  $O$ . Titik  $O$  disebut titik pusat atau titik awal atau titik pangkal. Bidang yang berada di sekitar kedua sumbu itu disebut bidang koordinat.

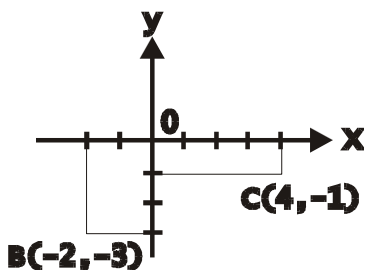
Setiap titik pada bidang koordinat dapat dinyatakan dengan  $P(x,y)$ , di mana  $x$  = absis titik  $P$  dan  $y$  = ordinat titik  $P$ . Misalnya,  $x = 1$  dan  $y = 2$ , maka diperoleh  $P(1,2)$ . Letak titik  $P(1,2)$  pada bidang koordinat tampak pada gambar di bawah ini.



absis titik  $P = 1$ , berarti 1 satuan di sumbu  $x$ , dan ordinat  $P = 2$ , adalah 2 satuan di sumbu  $y$ .  $P(1,2)$  dibaca "Koordinat  $P$  satu, dua".

Menuliskan koordinat suatu titik selalu dituliskan absisnya dahulu, baru ordinatnya. Titik-titik di kanan  $O$  pada sumbu  $x$  mewakili bilangan-

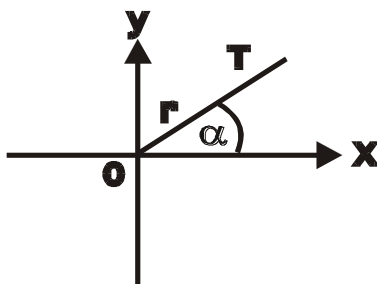
bilangan positif dan di kiri O mewakili bilangan-bilangan negatif. Titik-titik di atas O pada sumbu y mewakili bilangan-bilangan positif, dan di bawah O mewakili bilangan-bilangan negatif.



Contoh:

Titik  $B(-2,-3)$  dan titik  $C(4,-1)$  digambarkan seperti tampak pada gambar di sebelah ini. Dalam bidang koordinat, letak suatu titik ditentukan oleh pasangan koordinatnya.

Sumbu-sumbu x dan y disebut juga sumbu-sumbu *cartesius*. Koordinatnya disebut koordinat *cartesius*. *Cartesius* berasal dari nama ahli matematika Perancis. Dedcrates yang telah menemukan sistem koordinat tersebut. Kecuali sistem koordinat *cartesius* di atas, terdapat juga sistem koordinat yang lain, yaitu koordinat kutub (koordinat polar). Pada sistem ini, untuk menentukan suatu tempat kedudukan pada bidang koordinat menggunakan dua unsur, yaitu: jari-jari lingkaran ( $r$ ) dan sudut yang dibentuk oleh jari-jari tersebut.



Di titik T pada lingkaran O ditarik garis yang menghubungkan titik itu dengan pusat O. Pusat O disebut juga "kutub". Jarak OT selalu dinyatakan dengan  $r$ , dan  $r$  nilainya selalu positif. Besar sudut TOX diukur dari sumbu X ke arah yang berlawanan dengan jarum jam. Letak titik T ditentukan oleh koordinat  $r$  dan sudut TOX. Kalau sudut TOX diberi nama dengan  $\alpha$  (*alpha*), koordinat titik T adalah  $r$  dan  $\alpha$ , ditulis:  $T(r, \alpha)$ . Karena besar sudut dinyatakan dengan derajat, maka letak titik T itu dapat pula ditulis:  $T(r, a^0)$ ,  $a^0 =$  besar sudut  $\alpha$ .





## **BAB XIV**

# **BANGUN RUANG**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan bangun ruang terampil mengajarkan di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab XIV ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep bangun ruang dan jenisnya.
2. Menjelaskan unsur bangun ruang.
3. Menjelaskan konsep luas permukaan bangun ruang
4. Menjelaskan konsep volume bangun ruang.
5. Mengajarkan konsep bangun ruang dan jenisnya.
6. Mengajarkan unsur bangun ruang.
7. Mengajarkan luas permukaan bangun ruang.
8. Mengajarkan volume bangun ruang.

Pada bab ini akan dibahas tentang: (1) bangun ruang, (2) balok, (3) kubus, (4) prisma, (5) tabung, (6) limas, (7) kerucut, (8) bola, (9) dan bidang banyak beraturan.

Jika suatu bangun tidak seluruhnya terletak dalam bidang, bangun itu disebut bangun ruang. Sebuah batu bata kita bungkus dengan kertas. Kemudian, keluarkan batunya tanpa merusak pembungkusnya. Pembungkus itu merupakan contoh suatu bangun ruang. Bangun ruang dibentuk oleh daerah segi banyak yang disebut sisi. Bangun ruang disebut juga bangun berdimensi tiga karena mengandung tiga unsur, yaitu panjang, lebar, dan tinggi. Ada bermacam-macam bangun ruang, di antaranya balok, kubus, prisma, tabung, limas, kerucut, bidang banyak, bola dan lain-lain. Bangun ruang yang semua permukaannya datar disebut poliheder (polihedron).

## A. Balok

Balok adalah suatu bangun ruang. Nama lain untuk balok adalah: prisma siku-siku, kotak, atau kuboid. Cirinya, (a) merupakan bangun ruang yang tertutup, (b) terbentuk dari enam daerah empat persegi panjang, masing-masing daerah itu disebut sisi, (c) bagian-bagiannya adalah: titik sudut, sisi, rusuk (d) pada balok terdapat 3 kelompok rusuk-rusuk yang sejajar. Tiap kelompok terdiri dari 4 rusuk. Berdasarkan letaknya, rusuk-rusuk ini dibagi dalam dua kelompok, yaitu rusuk-rusuk yang terletak pada posisi horizontal dan rusuk-rusuk yang terletak pada posisi vertikal, (e) sisi balok dikelompokkan ke dalam sisi-sisi yang letaknya horizontal dan sisi-sisi yang letaknya vertikal, (f) balok mempunyai diagonal ruang. Banyaknya diagonal ruang pada balok adalah 4. Kecuali itu, balok juga mempunyai bidang diagonal. Banyaknya bidang diagonal pada balok ada 6, (g) volume balok dirumuskan sebagai:  $p \times l \times t$ .

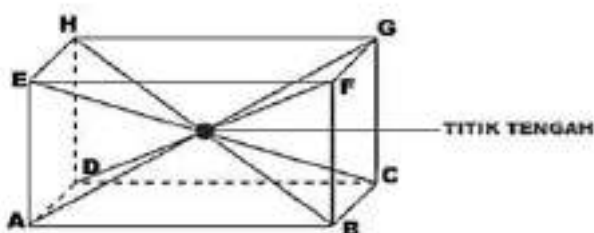
Perhatikan gambar sebuah balok berikut ini:



Pada balok ABCD.EFGH terdapat 12 rusuk yang sama panjang yaitu :

- Rusuk Alas : AB, BC, CD, AD
- Rusuk Tegak : AE, BF, CG, DH
- Rusuk Atas : EF, FG, GH, EH

Balok dibatasi oleh 6 buah bidang atau sisi berbentuk persegi panjang, sisi-sisi yang berhadapan sejajar dan kongruen. Penyebutan atau penamaan sisi balok dengan menggunakan notasi empat huruf kapital secara siklis atau melingkar. Sisi alas = ABCD, Sisi atas = EFGH, Sisi depan = ABFE, Sisi belakang = CDHG, Sisi kiri = ADHE, Sisi kanan = BCGF. Sisi ABCD = EFGH, sisi ABFE = CDHG, sisi ADHE = BCGF



Diagonal sisi atau bidang suatu balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan pada sebuah sisi. Terdapat 12 buah diagonal sisi balok yaitu :

Panjang diagonal sisi  $AC = BD = EG = HF$

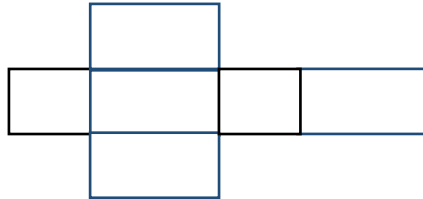
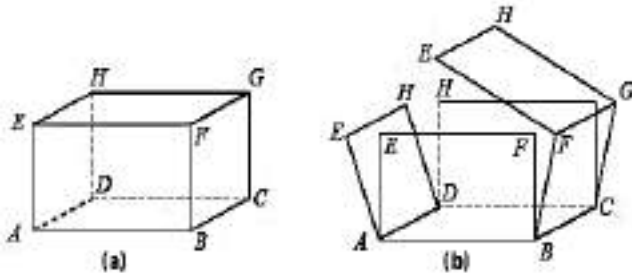
Panjang diagonal sisi  $AF = BE = CH = DG$

Panjang diagonal sisi  $AH = DE = BG = CF$

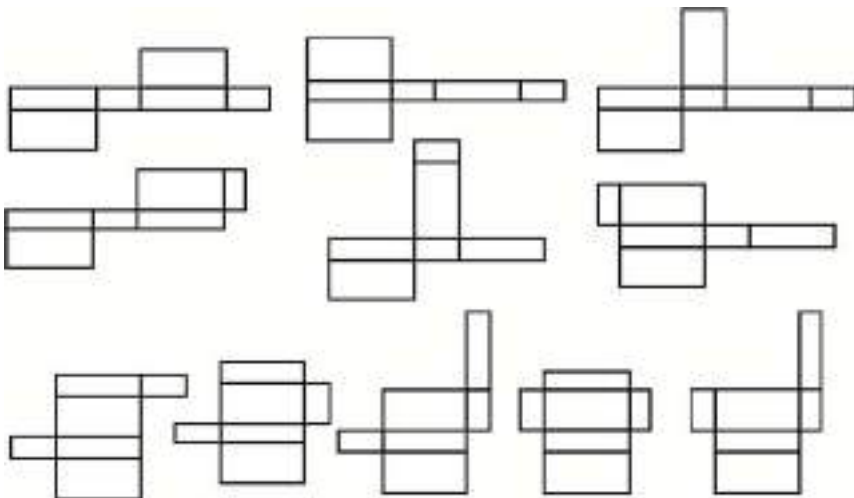
Diagonal ruang sebuah balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut berhadapan dalam balok. Diagonal ruang balok saling berpotongan di tengah-tengah dan membagi dua diagonal ruang sama panjang. Pada balok dibawah, panjang diagonal ruang  $AG = BH = CE = AF$ .

Bidang diagonal balok adalah bidang yang melalui dua buah rusuk yang berhadapan. Bidang diagonal balok membagi balok menjadi dua bagian yang sama besar. Balok memiliki 6 buah bidang diagonal, yaitu :  $ACGE$ ,  $BDHF$ ,  $ABGH$ ,  $CDEF$ ,  $ADGF$ ,  $BCHE$ . Bidang diagonal  $ACGE = BDHF$ ,  $ABGH = CDEF$ ,  $ADGF = BCHE$

Jaring-jaring balok diperoleh dengan cara membuka balok tersebut sehingga terlihat seluruh permukaan balok. Atau dengan cara mengiris beberapa rusuk balok, kemudian merebakkannya sehingga akan terjadi atau membentuk bangun datar.



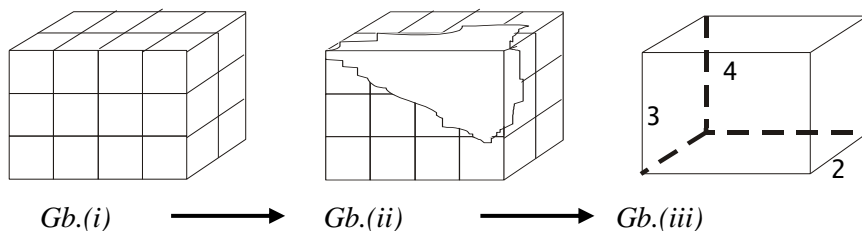
Jaring-jaring balok tersusun atas rangkaian enam buah persegi panjang. Rangkaian terdiri atas pasang persegi panjang yang setiap pasangannya memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Terdapat berbagai macam bentuk jaring-jaring balok, seperti gambar berikut ini.



Penemuan rumus-rumus volume bangun ruang dilakukan secara bertahap, yaitu mulai dengan pengukuran volume dengan menggunakan kubus satuan, kemudian secara bertahap dikembangkan dengan tanpa menggunakan kubus satuan. Hal yang perlu diingat lagi dalam

menemukan rumus volume bangun ruang adalah unsur-unsur bangun ruang itu sendiri. Untuk itu penemuan rumus volume bangun ruang dimulai dari bentuk bangun ruang yang sering ditemui siswa dalam kehidupan sehari-hari, kemudian dilanjutkan ke bangun ruang yang lain.

Untuk menemukan rumus volume balok, perlu dilakukan secara bertahap, yaitu mulai dari yang sederhana (konkret) ke yang lebih kompleks (abstrak). Perhatikan gambar berikut ini.



Gb.(i) adalah cara yang perlu dilakukan guru untuk membantu siswa menemukan volume balok dengan cara menghitung secara langsung banyaknya kubus satuan yang menyusun balok tersebut. Siswa dapat menemukan volume balok dengan cara menghitung secara langsung banyaknya kubus satuan yang tersusun pada suatu balok. Langkah ini perlu dilakukan sebanyak mungkin dan diberikan secara bervariasi tentang susunan kubus kecil. Untuk itu, pada kegiatan ini diperlukan alat peraga yang mendukung, yaitu kubus satuan atau kubus unit atau blok dienes.

Gb.(ii) menunjukkan langkah berikutnya, yaitu siswa tidak lagi menghitung banyaknya kubus satuan secara langsung, tetapi diarahkan untuk menentukan banyaknya kubus kecil yang membentuk unsur-unsur balok, misalnya panjang balok terdiri dari 4 kubus satuan, lebar balok terdiri 2 kubus satuan, dan tinggi balok terbentuk dari 3 kubus satuan. Kemudian, siswa diminta untuk menentukan volume balok tersebut. Kegiatan ini perlu dilakukan secara bervariasi.

Gb.(iii), siswa diminta menentukan volume balok jika hanya diketahui bilangan pada masing-masing unsur balok. Dengan demikian, langkah ini merupakan langkah untuk membantu siswa menemukan sendiri rumus volume balok. Jika perlu, guru membimbing untuk menghubungkan bilangan-bilangan yang diketahui pada unsur balok dengan volume balok yang ditemukan.

Untuk mendorong keaktifan siswa, guru dapat menyediakan lembar kerja (LK) seperti berikut.

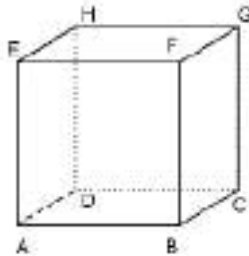
No.	Kubus Satuan yang menyusun Panjang balok	Kubus Satuan yang menyusun Lebar balok	Kubus Satuan yang menyusun Tinggi balok	Volume balok
1	.....	.....	.....	.....
2	.....	.....	.....	.....
3	.....	.....	.....	.....
...				
...				
...	p	l	t	... x ... x ...

Berdasarkan lembar kerja di atas, siswa dengan bimbingan guru dapat menemukan rumus volume balok, yakni:

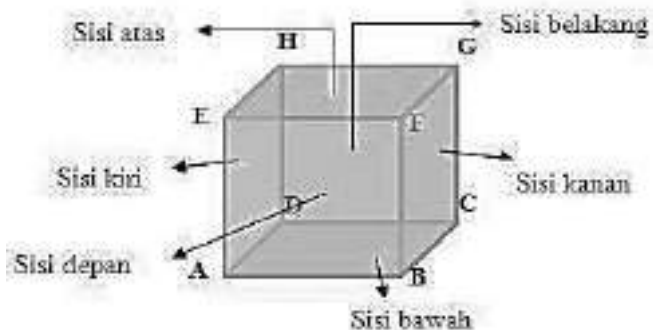
$$\text{Volume Balok} = p \times l \times t$$

## B. Kubus

Kubus adalah prisma siku-siku khusus. Semua sisinya dibatasi oleh persegi. Kubus juga disebut *hexaeder/heksahedron* (bidang enam beraturan).



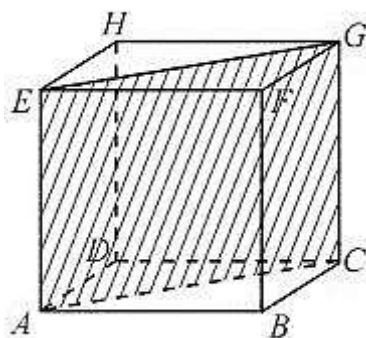
Kubus di atas diberi nama kubus ABCD.EFGH bidang-bidang pada kubus ABCD.EFGH adalah bidang ABCD atau bidang alas, bidang EFGH atau bidang atas/tutup, bidang BCGF (kanan), bidang ABFE (depan), dan bidang DCGH (belakang). Ke enam bidang tersebut adalah bidang persegi yang membatasi suatu kubus.



Bidang/sisi kubus adalah daerah yang membatasi bagian luar dengan bagian dalam dari suatu bangun ruang. Terdapat 6 sisi kongruen yang berbentuk persegi yang akan membatasi kubus.

Pada bidang ABCD disebut alas, bidang EFGH disebut atas/tutup, bidang ADHE bidang sebelah kiri, bidang BCGF merupakan bidang sebelah kanan, bidang ABFE merupakan bidang depan, dan bidang DCGH merupakan bidang belakang.

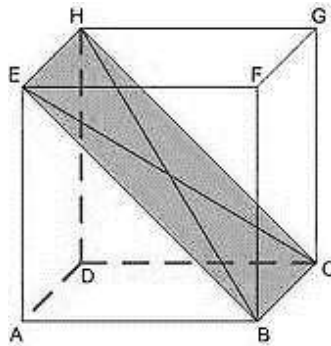
Dalam bangun kubus terdapat 12 rusuk kubus yang sama panjang. Rusuk alas yaitu AB, BC, CD, AD. Rusuk tegak yaitu AE, BF, CG, DH. Sedangkan rusuk atas yaitu EF, FG, GH, EH. Sedangkan titik sudut merupakan perpotongan tiga buah rusuk.





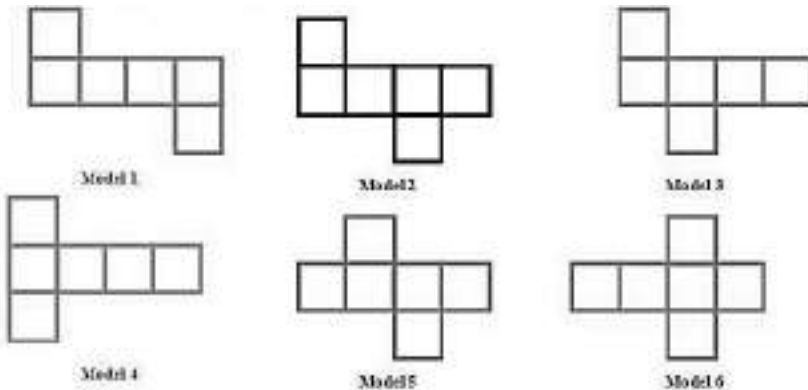
Perhatikan gambar kubus di atas, titik E dan G dihubungkan, maka akan diperoleh garis EG. Begitu juga ketika garis A dan H dihubungkan maka akan diperoleh garis AH. Garis EG dan AH itulah yang dinamakan dengan diagonal bidang, yaitu garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang saling berhadapan dalam satu bidang. Panjang diagonal bidang  $AC = BD = EG = HF = AF = BE = CH = DG = AH = DE = BG = CF$

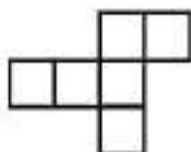
Pada gambar kubus di atas titik E dan C dihubungkan maka akan memperoleh garis EC yang disebut dengan diagonal ruang. Jadi diagonal ruang adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang saling berhadapan tak sebidang. Panjang diagonal ruang  $AG = BH = CE = DF$ . Terdapat 4 buah diagonal ruang pada sebuah kubus dengan panjang yang sama.



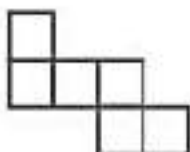
Pada gambar kubus di atas, pada bidang BCHE membagi kubus ABCD.EFGH menjadi dua bagian yang sama. Bidang BCHE merupakan bidang diagonal yang membagi kubus menjadi dua bagian. Terdapat 6 buah bidang diagonal yaitu ACGE, BDHF, ABGH, CDEF, ADGF, BCHE

Jaring-jaring kubus dapat disajikan pada gambar sebagai berikut.

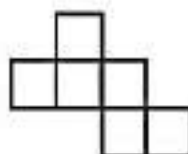




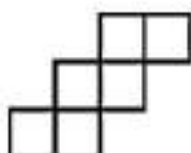
Model 7



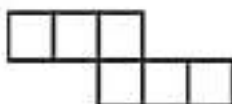
Model 8



Model 9



Model 10

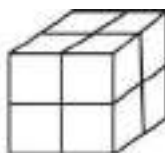


Model 11

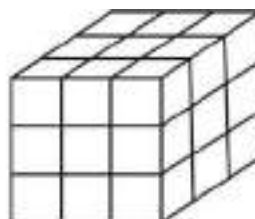
Untuk menemukan rumus volume kubus, langkah yang perlu dilakukan adalah sama dengan langkah menemukan rumus volume balok. Hanya pada kegiatan ini perlu ditekankan sifat khusus kubus, yaitu panjang, lebar, dan tinggi pada kubus selalu sama, dan unsur-unsur tersebut disebut sisi kubus (sering disingkat S). Untuk itu, perlu diberikan bermacam-macam kubus yang terbentuk dari kubus satuan, misalnya seperti gambar berikut.



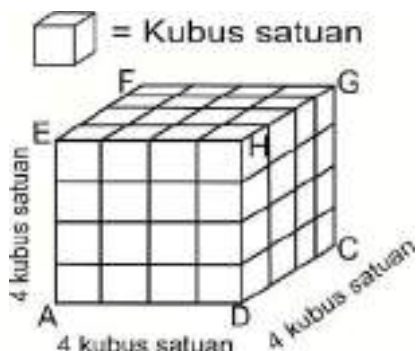
Gb.(i)



Gb.(ii)



Gb.(iii)



Untuk membantuk keaktifan siswa, guru dapat menyediakan lembar kerja sebagai berikut ini.

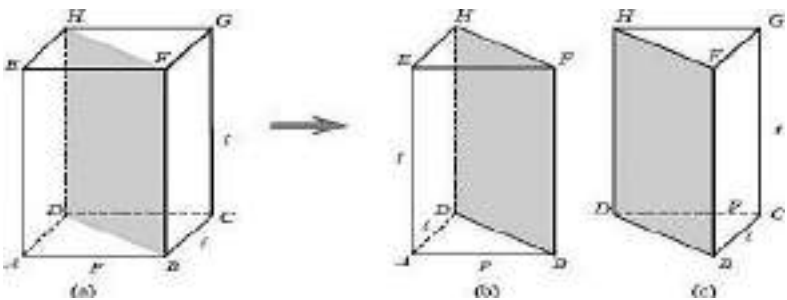
No.	Banyaknya kubus satuan yang terdapat di SISI kubus	Volume Kubus
1	1	.....
2	2	.....
3	3	.....
4	.	.....
.	.	.....
.	.	.....
n	S	.....

Berdasarkan lembar kerja di atas, siswa dengan bimbingan guru dapat menemukan rumus volume kubus adalah:

$$\text{Volume Kubus} = S \times S \times S$$

### C. Prisma

Prisma adalah termasuk bangun ruang. Ada bermacam-macam bentuk prisma, di antaranya: prisma segitiga, prisma segi empat, prisma segi lima, dst. Yang paling banyak dijumpai adalah prisma yang sisi-sisinya berbentuk persegi panjang. Prisma yang demikian disebut prisma siku-siku. Kecuali itu, ada prisma yang sisi-sisinya berbentuk jajargenjang, disebut *parallelepipedum*. Sisi pada prisma adalah bagian bidang yang dibatasi oleh rusuk-rusuk.



Pada gambar di atas, balok ABCD.EFGH dipotong atau diiris oleh bidang vertikal seperti pada gambar di atas, akibatnya balok ABCD.EFGH itu

terbelah menjadi dua benda ruang. Bagian pertama adalah benda ruang ABD.EFH dan bagian kedua adalah benda ruang BCD.FGH. Benda ruang tersebut masing-masing disebut **prisma**.

Dengan mengamati benda ruang ABD.EFH atau benda ruang BCD.FGH suatu prisma dapat didefinisikan sebagai: bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang yang sejajar (bidang alas dan bidang atas) dan oleh bidang-bidang lain (bidang-bidang sisi) yang saling berpotongan menurut rusuk-rusuk yang sejajar.

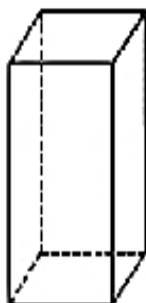
Nama bangun ruang prisma ditentukan oleh bentuk alasnya, contohnya, suatu bangun prisma yang alasnya berbentuk segitiga maka dinamakan prisma segitiga, prisma yang alasnya berbentuk segiempat maka dinamakan prisma segiempat, prisma yang alasnya berbentuk segi-lima maka dinamakan prisma segi-lima, dan seterusnya.

### Macam-macam Prisma



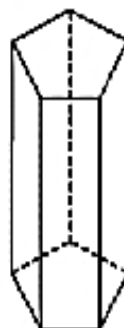
(a)

Prisma tegak segitiga



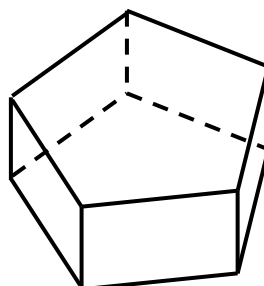
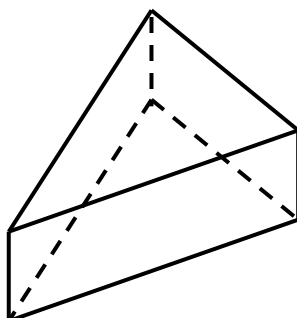
(b)

Prisma tegak segi empat atau balok

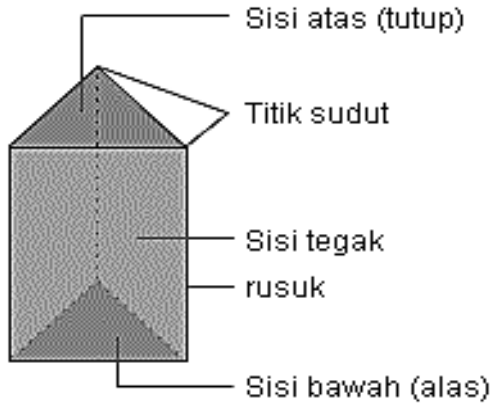


(c)

Prisma tegak segi lima



**Unsur-unsur Prisma**

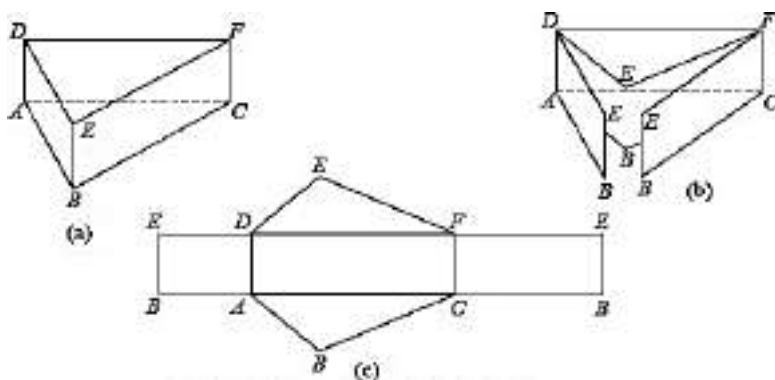


Untuk menemukan banyaknya sisi, rusuk, titik sudut, diagonal sisi, diagonal ruang, dan bidang diagonal prisma segi  $n$ , dapat dilihat pada tabel berikut ini:

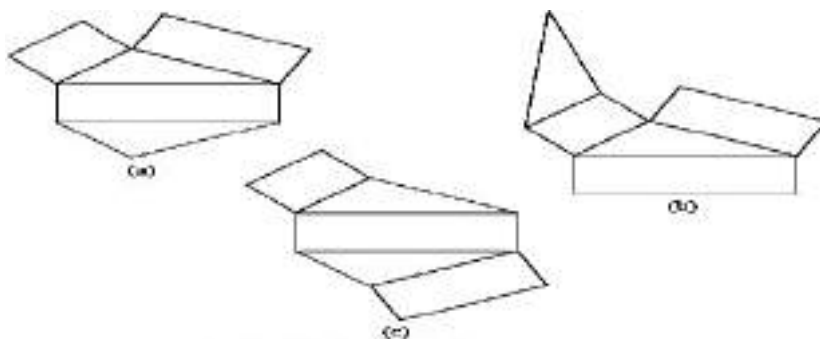
No	Nama Bangun Ruang	Sisi	Rusuk	Titik Sudut	Dia-gonal Sisi	Dia-gonal Ruang	Bidang Diagonal
1.	Prisma Segitiga	5	9	6	6	-	-
2.	Prisma Segiempat	6	12	8	12	4	2
3.	Prisma Segilima	7	15	10	20	10	5
4.	Prisma Segienam	8	18	12	30	18	9
5.	Prisma Segitujuh	9	21	14	42	28	14
	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6	Prisma Segi- $n$	$(n+2)$	$(3n)$	$(2n)$	$n(n-1)$	$n(n-3)$	$\frac{n(n-3)}{2}$

## Jaring-Jaring Prisma

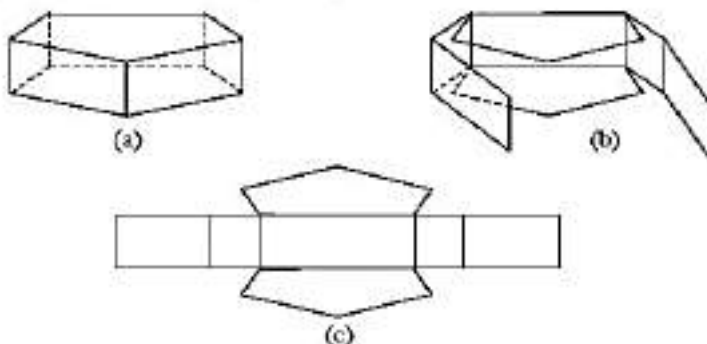
### Jaring-Jaring Prisma Segitiga



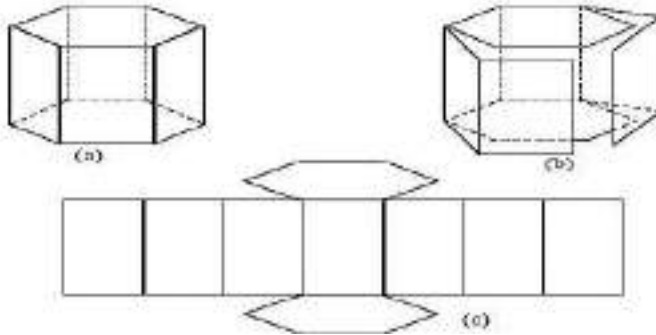
Berikut merupakan contoh jaring-jaring prisma segitiga yang lainnya.



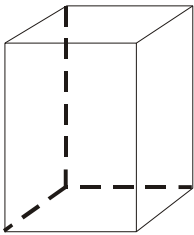
### Jaring-Jaring Prisma Segilima



### Jaring-Jaring Prisma Segienam

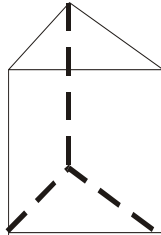


Untuk menemukan rumus volume prisma dapat dilakukan dengan cara menurunkan dari rumus volume balok. Tetapi, perlu diingat bahwa terdapat bermacam-macam prisma, misalnya prisma segi empat, prisma segitiga, prisma segi lima dan sebagainya. Nama prisma disesuaikan dengan bentuk alasnya. Prisma yang dibicarakan di bagian ini hanyalah prisma tegak, perhatikan gambar berikut ini!



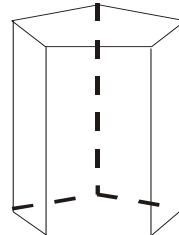
Gb.(i)

Prisma Tegak Segi Empat



Gb.(ii)

Prisma Tegak Segitiga



Gb.(iii)

Prisma Tegak Segi Lima

Pada Gb.(i) adalah prisma tegak segi empat (alasnya dapat berupa persegi panjang, persegi, jajaran genjang, layang-layang, belah ketupat, trapesium, atau segiempat yang lain). Misalnya, alas prisma tersebut berupa persegi panjang, untuk mendapatkan rumus volume prisma tersebut sama dengan menemukan rumus volume Balok.

$$\begin{aligned} \text{Volume Prisma} &= \text{Volume Balok} \\ &= p \times l \times t \end{aligned}$$

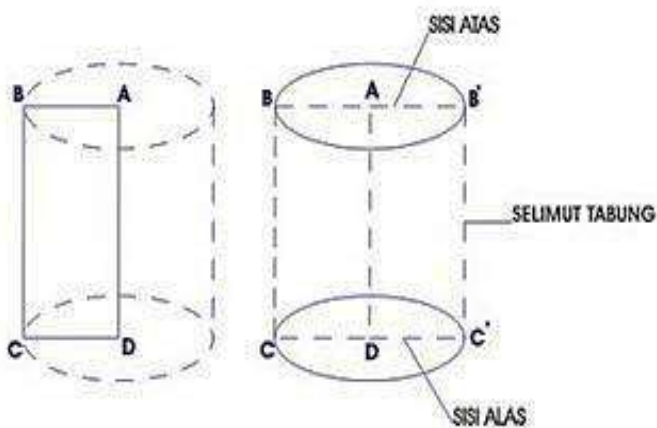
Karena alas prisma bermacam-macam bentuknya, maka dari rumus volume prisma di atas dapat dikembangkan bahwa  $p \times l$  merupakan luas alas prisma tersebut, sehingga secara umum rumus volume prisma adalah:

$$\text{Volume Prisma} = \text{Luas Alas} \times \text{tinggi}$$

## D. Tabung (Silinder)

Tabung adalah himpunan semua garis  $p$  yang sejajar dengan sebuah garis  $s$  dan mempunyai jarak yang tetap  $r$  terhadap  $s$ . Dalam hubungan ini  $s$  disebut sumbu bidang tabung,  $p$  disebut garis pelukis dan  $r$  adalah jari-jari bidang tabung. Tabung juga dapat dipikirkan sebagai sebuah prisma beraturan yang banyaknya sisi digandakan terus menerus sehingga menjadi tak terhingga banyaknya. Tabung juga dapat diartikan sebagai bangun ruang yang dibatasi oleh dua lingkaran yang sejajar yang sama (bentuk dan ukurannya sama) dan sebuah selimut tabung.

### Unsur-unsur Tabung

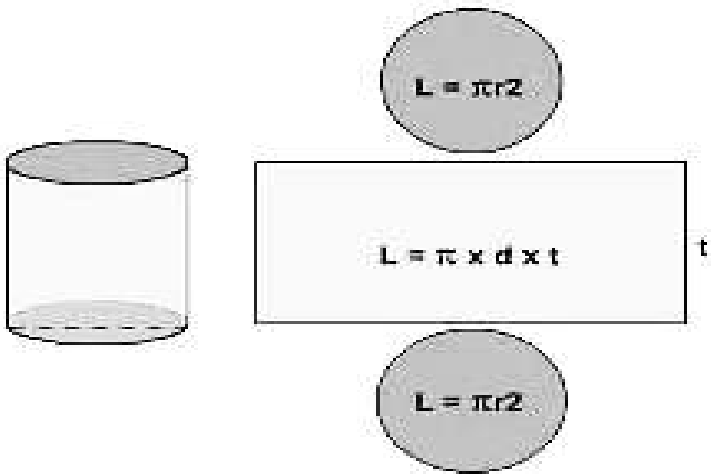


1. Ada dua sisi, yaitu sisi alas dan sisi atas yang sama bentuk dan ukuran serta sejajar, masing-masing berbentuk lingkaran yang berpusat di A dan D.

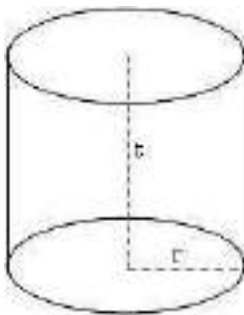


2. Jarak alas dan tutup disebut tinggi tabung. Tinggi tabung dinotasikan dengan  $t$ .
3. Jari-jari lingkaran dari alas dan tutup tabung adalah  $CD$  dan  $AB$ , sedangkan diameternya  $BB' = 2AB$ . Jari-jari tabung dinotasikan dengan  $r$ , sedangkan diameter tabung dinotasikan dengan  $d$ .
4. Selimut tabung merupakan bidang lengkung.

**Jarung-jaring Tabung:**



Tabung atau silinder sebenarnya juga termasuk prisma segi banyak. Karena banyaknya segi tak terhingga, maka selanjutnya disebut lingkaran. Untuk itu, tabung merupakan prisma yang alas dan tutupnya berupa lingkaran. Untuk menemukan rumus volume tabung, dapat diturunkan dari rumus volume prisma, yaitu alasnya berupa lingkaran.



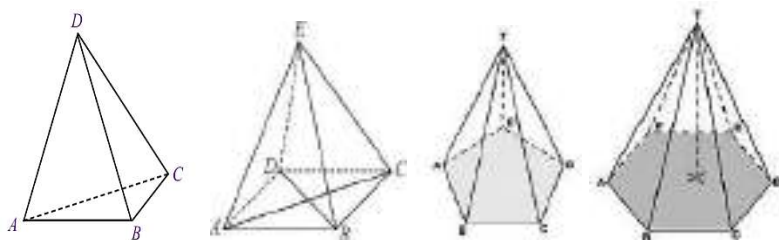
Gambar di atas menunjukkan sebuah tabung (prisma dengan alas berupa lingkaran) dengan jari-jari  $r$  dan tinggi  $t$ , volume prisma = luas alas  $\times$  tinggi. Karena tabung merupakan prisma dengan alas berupa lingkaran, maka rumus volume di atas dapat diturunkan menjadi:

$$\text{Volume Tabung} = \pi r^2 t$$

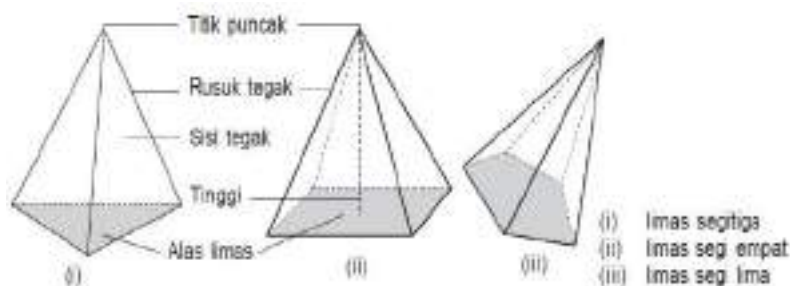
## E. Limas

Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah bangun datar sebagai alas dan bidang sisi-sisi tegak berupa segitiga yang bertemu pada satu titik disebut titik puncak limas. Limas juga dapat diartikan sebagai bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah segi- $n$  dan beberapa segitiga yang alasnya berimpit dengan segi- $n$  tersebut dan bertemu pada satu titik di luar bidang alas yang disebut titik puncak.

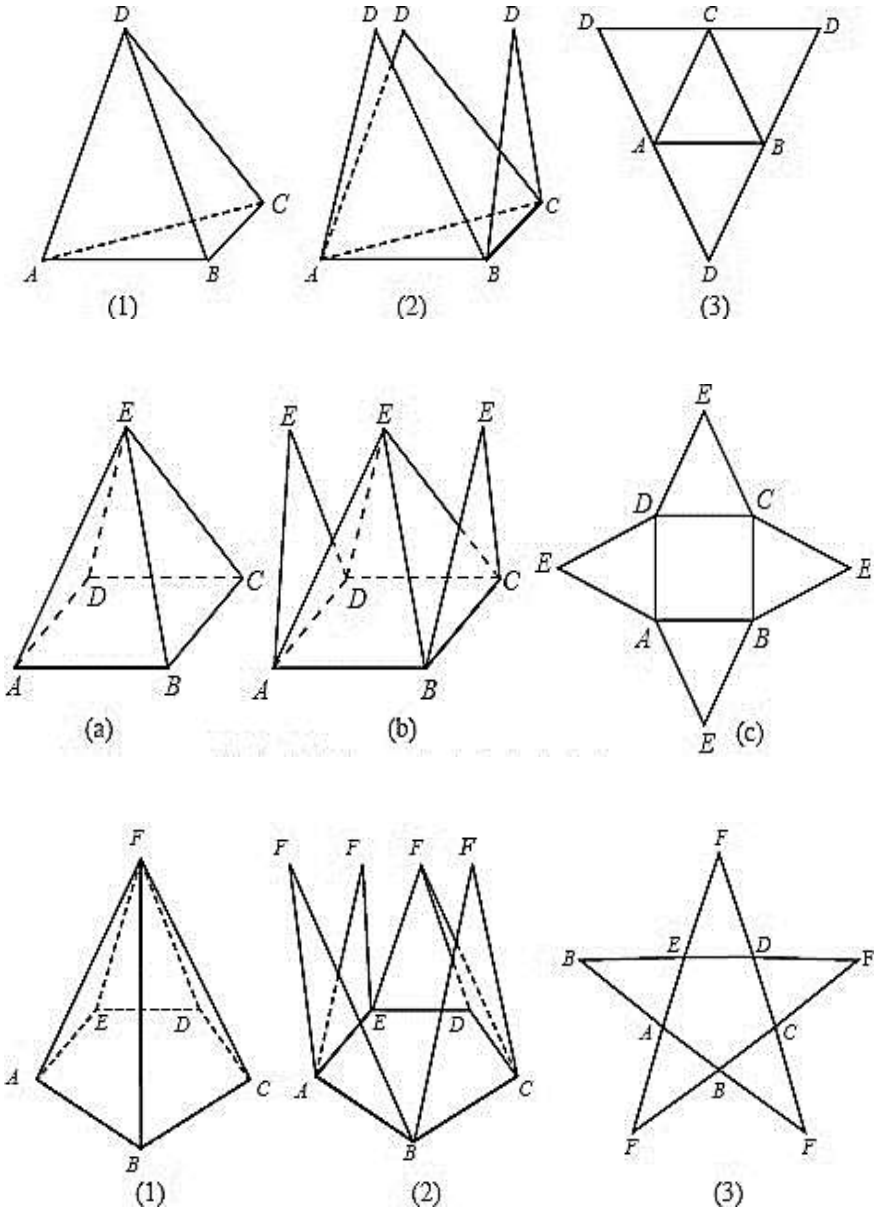
Limas juga termasuk bangun ruang. Nama suatu limas ditentukan oleh bentuk alasnya. Kalau alasnya berbentuk segitiga, maka limas tersebut disebut limas segitiga. Jika alasnya berbentuk segi empat, maka limas tersebut dinamakan limas segi empat, dan seterusnya.



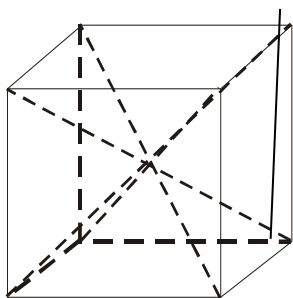
### Unsur-unsur Limas



### Jaring-jaring Limas

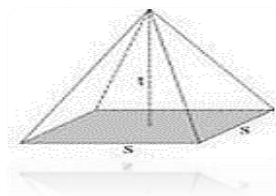


Untuk menemukan rumus volume limas dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dengan menggunakan kubus, dan percobaan secara langsung dengan membandingkan isi limas dan isi balok atau kubus. Perhatikan gambar berikut ini!



Gb.(i)

Kubus dibagi menjadi 6 limas yang sama



Gb (ii)

Limas 1/6 Kubus

Dari Gb.(i) dapat ditunjukkan bahwa sebuah kubus dengan sisi  $S$  dapat dibentuk menjadi 6 limas segi empat yang sama dengan alas berupa persegi dengan sisi  $S$  dan tinggi limas tersebut  $\frac{1}{2}$  tinggi kubus. Dari Gb.(i) dan Gb (ii) dapat dicari isi limas, yaitu:

$$\begin{aligned} \text{Volume 6 Limas} &= \text{Volume Kubus} \\ &= S \times S \times S \end{aligned}$$

Karena  $S \times S$  sebenarnya adalah luas alas, dan tinggi limas adalah  $\frac{1}{2}$  tinggi kubus ( $S = 2t$  limas), maka rumus di atas dapat dikembangkan menjadi:

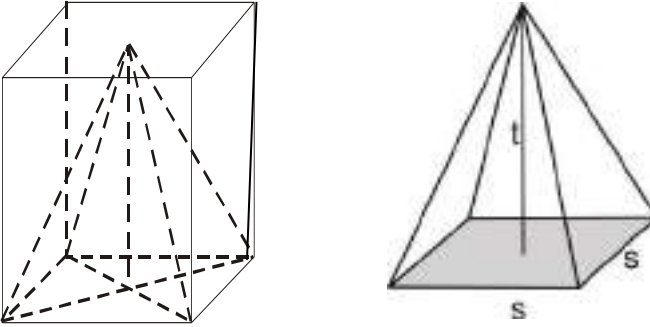
$$\begin{aligned} \text{Volume 6 Limas} &= \text{Volume Kubus} \\ &= S \times S \times S \\ &= \text{Luas alas} \times 2t \\ &= 2 \times \text{Luas alas} \times \text{Tinggi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume 1 Limas} &= \frac{2 \times \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi}}{6} \\ &= \frac{1}{3} \times \text{Luas alas} \times \text{Tinggi} \end{aligned}$$

Jadi, rumus volume limas secara umum dapat diperoleh:

$\text{Volume Limas} = \frac{1}{3} \text{ Luas Alas} \times \text{Tinggi}$
--

Sekarang, perhatikan gambar (iii) di bawah ini.



Gb.(iii)

*Balok dan Limas untuk percobaan*

Pada Gb.(iii) terlihat sebuah Prisma segiempat (alasnya berupa persegi) dengan sisi  $S$  dan tinggi prisma  $t$ , dan sebuah limas segi empat dengan alas berupa persegi (sama dengan alas prisma) dengan sisi  $S$  dan tinggi limas sama dengan tinggi prisma, yaitu  $t$ . Selanjutnya, limas tersebut digunakan sebagai takaran (satuan ukur) untuk memenuhi isi prisma tersebut. Benda yang digunakan untuk mengisi prisma dapat digunakan air, pasir, serbuk atau lainnya. Ternyata volume prisma tersebut adalah tiga kali volume limas. Dengan percobaan ini dapat ditemukan rumus volume limas sebagai berikut.

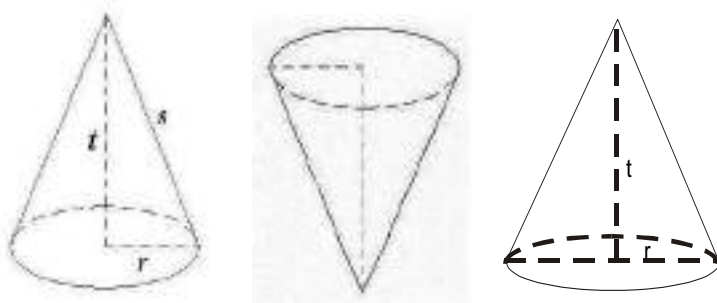
$$\begin{aligned} \text{Volume 3 limas} &= \text{Volume Prisma} \\ &= \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} \\ \text{Volume 1 limas} &= \frac{(\text{Luas Alas} \times \text{Tinggi})}{3}, \text{ atau} \\ &= \frac{1}{3} \times \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi} \end{aligned}$$

Jadi, secara umum Volume Limas dapat dirumuskan:

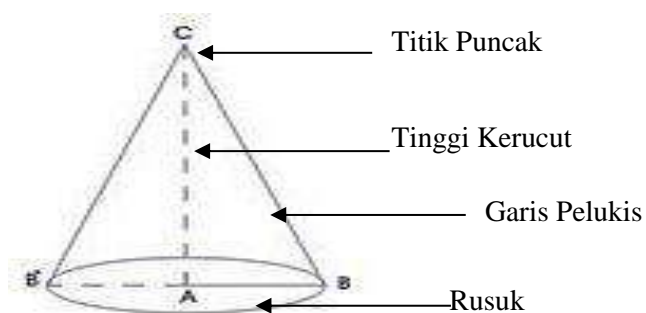
$$\text{Volume Limas} = \frac{1}{3} \text{ Luas Alas} \times \text{Tinggi}$$

## F. Kerucut

Kerucut sebenarnya juga termasuk limas yang alasnya berupa lingkaran, sehingga rumus volume kerucut dapat diturunkan dari rumus volume limas. Kerucut juga dapat dibentuk dari sebuah segitiga siku-siku yang diputar, sisi siku-sikunya sebagai pusat putaran.



### Unsur-unsur Kerucut

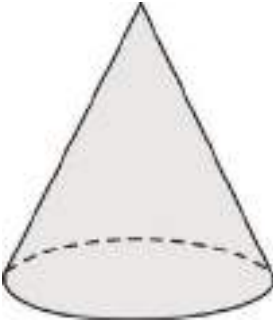


Unsur-unsur kerucut adalah sebagai berikut.

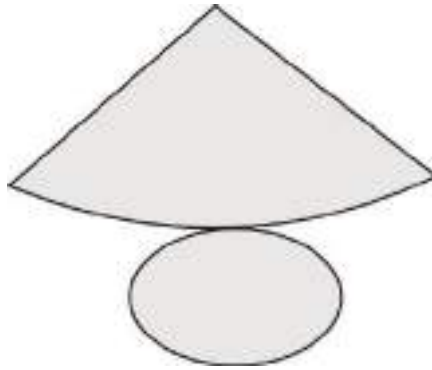
1. Kerucut memiliki dua sisi, yaitu: sisi alas berbentuk lingkaran, dan sisi selimut.
2. Kerucut memiliki 1 buah rusuk berbentuk lingkaran.
3. AC disebut tinggi kerucut.
4. Jari-jari lingkaran alas yaitu AB dan diameternya  $BB' = 2AB$ .
5. Sisi miring BC disebut apotema atau garis pelukis.

### Jaring-jaring Kerucut

Jika sebuah kerucut seperti Gb. (i) dibuka maka akan berubah bentuknya menjadi jaring-jaring kerucut seperti Gb. (ii) berikut ini.



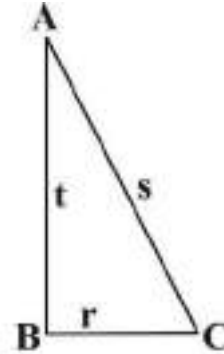
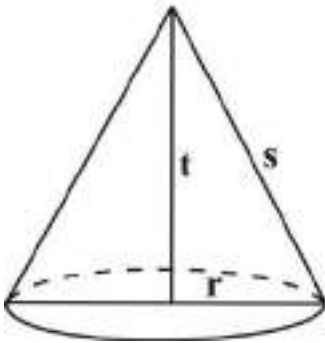
Gb. (i) Kerucut



Gb. (ii) Jaring-jaring Kerucut

### Panjang Garis Pelukis Kerucut

Cermati gambar berikut ini.



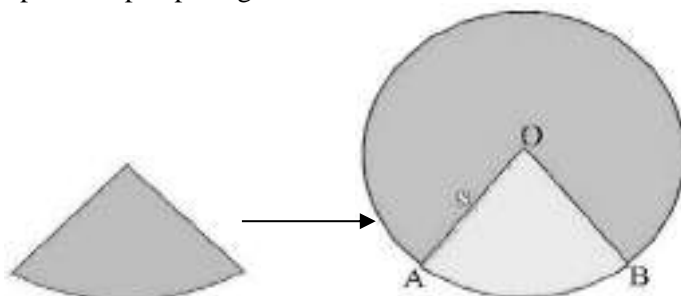
$\triangle ABC$  merupakan segitiga siku-siku di B sehingga berlaku teorema Pythagoras.  $s$  adalah sisi miring dari  $\triangle ABC$ , sehingga diperoleh :

$$s^2 = r^2 + t^2$$
$$\Leftrightarrow s = \sqrt{r^2 + t^2}$$

Jadi, panjang garis pelukis,  $s = \sqrt{r^2 + t^2}$

### Cara Menentukan Luas Selimut Kerucut

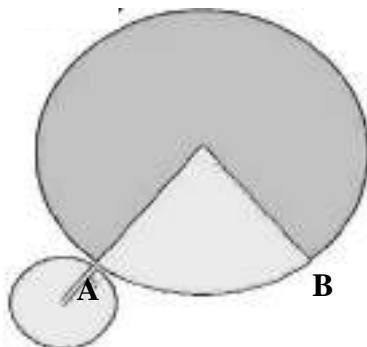
Berdasarkan jaring-jaring kerucut yang terdapat pada bagian C, kita ketahui bahwa selimut kerucut merupakan juring lingkaran yang berjari-jari  $s$ . Seperti tampak pada gambar berikut ini:



Juring AOB (selimut kerucut) merupakan bagian dari lingkaran yang titik pusatnya O. Sehingga berlaku hubungan.

$$\frac{\text{Panjang } \widehat{AB}}{K_{\odot}} = \frac{L_{\text{Juring AOB}}}{L_{\odot}}$$

Perhatikan gambar berikut ini.



Apabila kita putar/gelindingkan sisi alas menurut lintasan busur AB, kita dapatkan bahwa sisi alas berputar 1 kali. Hal ini berarti panjang busur AB = 1 kali putar sisi alas = Keliling alas. Sehingga diperoleh:

$$\text{Panjang } \widehat{AB} = K_{\text{alas}} = 2\pi r$$

$$K_{\odot} = 2\pi s$$

$$L_{\odot} = \pi s^2$$



Maka :

$$\frac{\text{Panjang } \widehat{AB}}{K_{\odot}} = \frac{L.\text{Juring } AOB}{L_{\odot}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi r}{2\pi s} = \frac{L.\text{Juring } AOB}{\pi s^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{r}{s} = \frac{L.\text{Juring } AOB}{\pi s^2}$$

$$\Leftrightarrow s.L.\text{juring } AOB = r.\pi s^2$$

$$\Leftrightarrow L.\text{juring } AOB = \frac{\pi r s^2}{s}$$

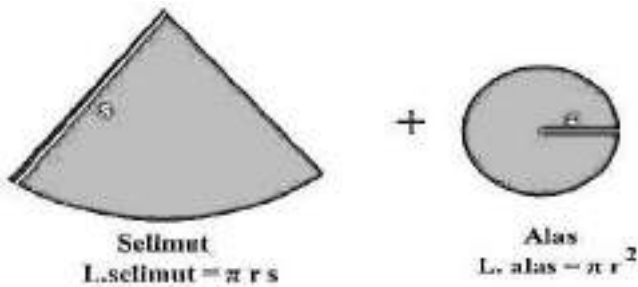
$$\Leftrightarrow L.\text{juring } AOB = \pi r s$$

Karena  $L.\text{Juring } AOB = L.\text{Selimut kerucut}$

Jadi Luas, Selimut Kerucut  $L_s = \pi r s$

### Luas Permukaan Kerucut

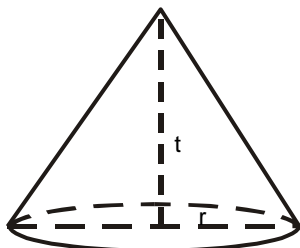
Berdasarkan jari-jari kerucut yang terdapat pada bagian C, diketahui bahwa kerucut terdiri dari dua buah sisi yakni sisi alas yang berupa lingkaran dan sisi selimut yang berupa juring lingkaran, maka luas permukaan kerucut adalah jumlah dari Luas selimut dan luas alas.



$$\begin{aligned} L.\text{permukaan} &= L.\text{selimut} + L.\text{alas} \\ &= \pi r s + \pi r^2 \\ &= \pi r s + \pi r.r \\ &= \pi r(s + r) \\ &= \pi r(r + s) \end{aligned}$$

Jadi, Luas permukaan kerucut adalah :  $L = \pi r(r + s)$

Kerucut sebenarnya juga termasuk limas segi banyak. Karena banyaknya segi pada alas limas tak terhingga maka terbentuklah lingkaran sehingga menjadi kerucut. Untuk itu cara menemukan volume kerucut dapat diturunkan dari rumus volume limas.



$$\begin{aligned}\text{Volume Kerucut} &= \text{Volume Limas (dengan alas lingkaran)} \\ &= \frac{1}{3} \times \text{Luas Alas} \times \text{Tinggi}\end{aligned}$$

Karena alas kerucut berupa lingkaran dan tingginya  $t$ , maka diperoleh:

$$\text{Volume Kerucut} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$$

Cara lain menemukan rumus volume Kerucut.

Perhatikan percobaan seperti pada gambar (i) dan (ii) berikut ini.



Gb. (i)



Gb. (ii)

Cara lain yang dapat dilakukan untuk menemukan rumus volume kerucut adalah dengan percobaan seperti percobaan pada limas. Caranya adalah menyiapkan sebuah tabung dengan jari-jari  $r$  dan tinggi  $t$ . Selanjutnya, menyiapkan sebuah kerucut dengan jari-jari alas  $r$  dan tinggi  $t$  (sama dengan  $r$  dan  $t$  pada tabung) seperti Gb. (i). Kemudian, dilakukan percobaan dengan cara mengisi tabung menggunakan air, pasir, serbuk, atau yang lain, dengan menggunakan takaran (satuan ukur) kerucut tadi sampai penuh. Kemudian, mencatat hasil pengukuran/pengisian tabung tersebut. Ada berapa kali volume kerucut untuk memenuhi volume tabung tadi. Ternyata tabung akan penuh jika diisi 3 kali volume kerucut (Gb. ii). Sehingga rumus volume kerucut dapat dicari sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\text{Volume 3 kerucut} &= \text{Volume Tabung} \\ &= \pi r^2 \times t\end{aligned}$$

$$\text{Volume 1 kerucut} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$$

## G. Bola

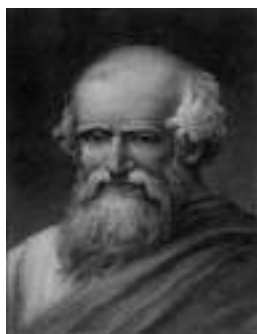
Bola dapat dibentuk dengan cara memutar bangun setengah lingkaran yang diputar pada garis tengahnya. Permukaan bola atau kulit bola disebut juga bidang bola. Ruas garis yang melalui pusat bola dan berakhir pada bidang bola disebut "garis tengah" bola. Dua titik yang terletak pada ujung garis tengah disebut dua titik yang diametral. Bagian-bagian bola di antaranya: (a) juring bola, yaitu bangun yang dibatasi oleh bagian bidang bola dan berbentuk kerucut yang titik puncaknya berimpit dengan titik pusat bola, (b) tembereng bola, yaitu bagian bola yang dipotong secara lurus, (c) keratan bola, yaitu bagian bola yang dibatasi oleh dua bidang sejajar pada bola, (d) cincin bola, yaitu bagian bola yang dipotong dengan menggunakan kerucut terpancung sampai menembus kulit bola tersebut.



### Unsur-unsur Bola

1. Bola merupakan bangun ruang berbentuk setengah lingkaran diputar mengelilingi garis tengahnya.
2. Bola mempunyai 1 sisi dan 1 titik pusat.
3. Sisi bola disebut dinding bola.
4. Bola tidak mempunyai titik sudut dan rusuk.
5. Jarak dinding ke titik pusat bola disebut jari-jari.
6. Jarak dinding ke dinding dan melewati titik pusat disebut diameter.

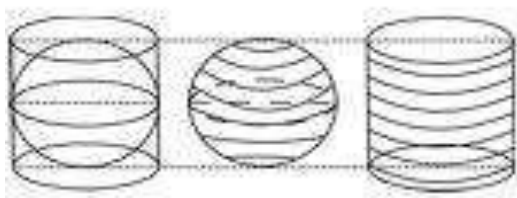
### Luas Permukaan Bola



**Archimedes** (287-212 SM) lahir dikota Sirakusa di Pulau Sisilia, sebelah selatan Italia, pada tahun 287 SM. Ia belajar di kota Alexandria, Mesir. Kemudian ia kembali ke Mesir. Ayahnya ahli bintang, Namanya Phidias. Archimedes adalah ilmuwan terbesar sebelum Newton. Ia adalah ahli matematika Yunani (terutama geometri), ahli fisika (terutama mekanika, statika dan hidrostatika), ahli optika, ahli astronomi, pengarang dan penemu.

Archimedes telah mendapat julukan Bapak IPA Eksperimental, ia menemukan rumus permukaan bola. Hal ini tertuang dalam karyanya yang berjudul “*On Sphres And Cylinders*“. Archimedes menyatakan dalil yakni “*Sembarang tabung yang alasnya kongruen dengan lingkaran terbesar pada bola dan tingginya sama dengan diameter bola, luas permukaan tabung itu sama dengan satu setengah kali luas permukaan bola*”.

Penjelasan dalil itu merupakan perbandingan luas permukaan bola dengan luas permukaan/sisi (termasuk sisi alas dan atas tabung terkecil yang memuatnya adalah 2 : 3

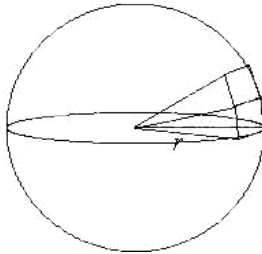


Untuk menentukan luas sisi bola dapat dilakukan percobaan dengan menggunakan sebuah bola, tabung, dan seutas tali. Perhatikan Gambar di

atas, terdapat dua jenis bangun ruang sisi lengkung yaitu tabung dan bola. Tinggi tabung dan diameter tabung sama dengan diameter bola. Pada bola dililitkan seutas tali hingga menutup seluruh permukaan bola. kemudian tali tersebut dililitkan pada selimut tabung dan ternyata tali tersebut tepat melilit pada selimut tabung. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa luas sisi bola sama dengan luas selimut tabung.

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan bola} &= \text{luas selimut tabung} \\ &= 2\pi r t \\ &= 2\pi r \times 2r, \text{ dimana } 2r = \text{diameter} \\ \text{Luas Permukaan bola} &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Cara menentukan Luas Permukaan Bola dengan menganggap bola tersusun dari potongan limas sebanyak  $n$ . Bayangkan sebuah bola dengan jari-jari ( $r$ ) tersusun dari potongan-potongan berbentuk limas sebanyak  $n \rightarrow \infty$ . Semua limas mempunyai tinggi  $r$  dan mempunyai titik puncak di titik pusat bola perhatikan gambar di bawah!



Jadi permukaan bola tersusun dari alas-alas limas. Misalkan luas permukaan bola yang tersusun oleh alas limas dari yang pertama sampai ke- $n$  adalah  $L_1, L_2, \dots, L_n$  maka luas permukaan bola adalah penjumlahan semua luas alas limas  $LB = L_1 + L_2 + \dots + L_n$ .

Karena bola tersusun dari potongan-potongan limas maka volume bola adalah hasil penjumlahan semua volume limas.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}rL_1 + \frac{1}{3}rL_2 + \dots + \frac{1}{3}rL_n \\ V &= \frac{1}{3}r(L_1 + L_2 + \dots + L_n) \\ V &= \frac{1}{3}rLB \end{aligned}$$

Telah kita ketahui bahas bahwa volume bola adalah  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}rLB \quad \text{maka} \quad 4\pi r^2 = LB$$

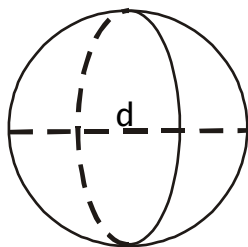
Jadi, kita mendapatkan rumus permukaan bola  $4\pi r^2$ .

## Volume Bola

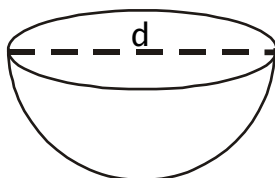
Untuk menemukan rumus volume Bola dapat dilakukan dengan cara percobaan. Alat yang diperlukan adalah:

- (1) Bola dengan diameter  $d$  atau dengan jari-jari  $r$  ( $d= 2r$ ).
- (2) Tabung dengan jari-jari alas  $r$  dan tingginya  $d$ . (tinggi tabung dan jari-jari tabung = tinggi dan jari-jari bola).

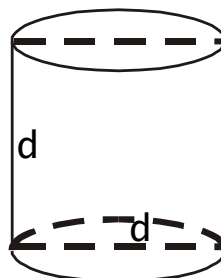
Perhatikan gambar berikut ini.



Gb.(i)  
Bola



Gb.(ii)  
Setengah Bola



Gb.(iii)  
Tabung

Gb.(i) adalah sebuah bola yang akan dipecah menjadi dua sama besar (tepat pada diameternya). Ukuran bola tersebut mempunyai jari-jari  $r$ .

Gb.(ii) adalah hasil irisan bola dari Gb.(i). Dengan demikian diameternya sama dengan diameter bola pada Gb.(i). Irisan bola (setengah bola) ini akan digunakan sebagai takaran (satuan ukur) untuk memenuhi volume tabung yang akan disediakan.

Gb.(iii) adalah sebuah tabung dengan diameter dan tingginya sama dengan diameter bola. Tabung ini akan digunakan untuk tempat isian setengah bola yang telah disediakan. Benda yang digunakan untuk mengisi tabung adalah air, pasir, serbuk, atau yang lain.

Dalam melakukan percobaan perlu diajukan beberapa pertanyaan/perintah yang menuntun, misalnya:

- (1) Untuk memenuhi tabung diperlukan berapa kali volume setengah bola?
- (2) Berapakah volume setengah bola jika dibandingkan dengan volume tabung?
- (3) Tentukan rumus volume satu bola!

Setelah percobaan maka akan diperoleh data sebagai berikut.

$$\text{Volume Tabung} = 3 \times \text{volume setengah bola}$$

$$\text{Jadi, Volume setengah bola} = \frac{1}{3} \text{ volume Tabung}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 t$$

Karena tinggi tabung adalah 2 kali tinggi setengah bola ( $t = 2r$ ), maka:

$$\text{Volume setengah Bola} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 2r \text{ setengah bola}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 2r$$

$$= \frac{2}{3} \times \pi r^3$$

$$\text{Jadi, Volume 1 Bola} = 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

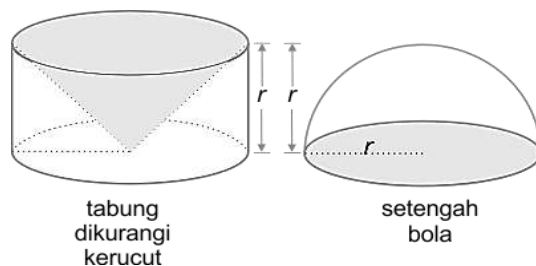
Dengan demikian, rumus umum Volume Bola adalah:

$$\text{Volume Bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

### Cara lain Menemukan Volume Bola

Rumus volume bola dapat dibuktikan dengan beberapa cara. Pada kesempatan kali ini akan dibahas mengenai bagaimana cara menemukan rumus volume suatu bola dengan menggunakan suatu konsep yang dinamakan Prinsip Cavalieri. Prinsip Cavalieri menyatakan bahwa “*Jika dua bangun ruang memiliki luas bidang irisan yang sama jika diiris pada ketinggian yang sama, maka kedua bangun ruang tersebut memiliki volume yang sama*”.

Pembuktian rumus volume bola dengan Prinsip Cavalieri, perhatikan gambar berikut ini:



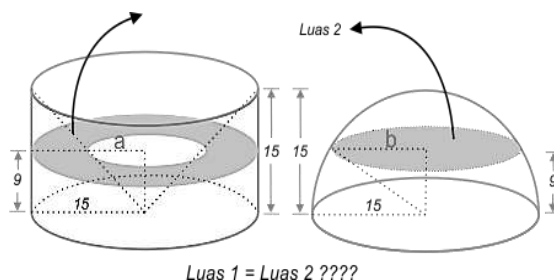
**Keterangan:**

**Gambar Kiri :** gambar tabung dengan tinggi  $r$  dan jari-jari  $r$  yang dipotong oleh kerucut dengan tinggi  $r$  dan jari-jari  $r$

**Gambar Kanan :** setengah bola dengan jari-jari  $r$

Kita akan membuktikan jika volume dari silinder yang telah dipotong dengan kerucut apakah sama dengan volume setengah bola yang ada di kiri. Kita akan coba membuktikan rumus volume tabung  $\frac{4}{3}\pi r^3$ . Untuk membuktikan apakah volume kedua benda ruang di atas sama kita memakai dalil Cavalieri di atas.

Pertama, kita coba memotong masing-masing bangun ruang pada tinggi yang sama untuk mendapatkan dua bidang iris. Misal kita ambil 9 cm, maka



**Penjelasan:**

- Luas 1 = Luas Lingkaran Besar ( $r=15$ ) – Luas Lingkaran Kecil ( $r=a$ ) karena tinggi silinder dan jari-jari silinder sama, maka antar tinggi silinder, jari-jari, bidang miring irisan kerucut membentuk segitiga sama kaki, jadi dengan prinsip kesebangunan maka didapat nilai  $a = 9$ .

$$\text{Luas 1} = \pi(15^2) - \pi(9^2) = \pi(225 - 81) = 144\pi$$



- Luas 2 = Luas Lingkaran dengan jari-jari b  
b dapat dicari dengan phytagoras,

$$b^2 + 9^2 = 15^2$$

$$b^2 = 225 - 81$$

$$b^2 = 144$$

$$b = 12$$

Jadi dapat ditarik kesimpulan bahwa:

$$\text{Luas 2} = \pi(12^2) = 144\pi$$

Volume Setengah Bola = Volume Silinder – Volume Kerucut

Volume Bola = 2 (Volume Silinder – Volume Kerucut)

$$\text{Volume Bola} = 2 \left( \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi r^3 \right)$$

$$\text{Volume Bola} = 2 \cdot \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume Bola} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ (rumus volume bola)}$$

### Menemukan volume bola menggunakan pendekatan volume Tabung

Pada pembahasan sebelumnya kita menentukan rumus volume bola dengan menggunakan prinsip Cavalieri, sekarang kita akan menemukan volume bola dengan menggunakan bangun ruang sisi lengkung lainnya, yaitu tabung. Seperti kita ketahui, rumus volume tabung sama dengan rumus volume prisma, yaitu luas alas dikalikan tinggi. Karena tabung memiliki alas yang berbentuk lingkaran, maka rumus volumenya adalah  $\pi r^2 t$ . Bagaimana menggunakan rumus volume tabung ini untuk menentukan rumus volume bola. Perhatikan ilustrasi berikut!



Dari ilustrasi tersebut dapat diperhatikan bahwa, untuk mengisi air hingga penuh ke dalam tabung yang memiliki jari-jari sama dengan jari-jari bola dan tingginya dua kali jari-jari bola, diperlukan tiga kali pengisian oleh setengah bola. Pernyataan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$V_{\text{tabung}} = 3 \times V_{\frac{1}{2} \text{ bola}}$$

$$\pi r^2 \cdot 2r = 3 \times V_{\frac{1}{2} \text{ bola}}$$

$$V_{\frac{1}{2} \text{ bola}} = \frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3}$$

$$V_{\frac{1}{2} \text{ bola}} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{bola}} = 2 \cdot \frac{2}{3} \pi r^3$$

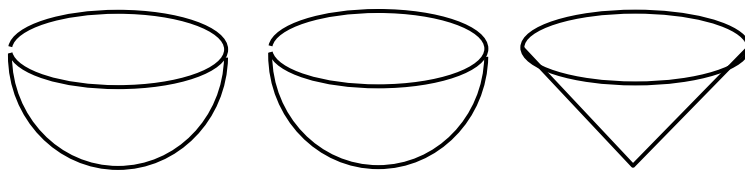
$$\text{Jadi, Volume Bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

### Menemukan volume bola menggunakan pendekatan volume Kerucut

Langkahnya adalah sebagai berikut:

Disediakan bola dan kerucut dengan ketentuan seperti di bawah ini.

Tinggi  $\frac{1}{2}$  bola = tinggi kerucut =  $\frac{1}{2}$  diameter (d) = jari-jari bola (r)



1. Bola dibagi menjadi 2 bagian yang sama besar sehingga ada 2 buah setengah bola
2. Tengahan bola yang ada 2 diukur menggunakan takaran kerucut dengan diameter yang sama.
3. Ukurlah volum bola yang telah dibagi menjadi 2 dengan takaran kerucut.
4. Isi masing – masing penampang bola dengan air yang ada di dalam kerucut.

5. Ternyata 1 buah penampang  $\frac{1}{2}$  bola dapat diisi 2 kali air yang ada di dalam kerucut.
6. Berarti, 2 buah penampang  $\frac{1}{2}$  bola atau 1 bola dapat diisi 4 kali air yang ada di dalam kerucut.

Dengan melihat pembuktian tersebut, maka :

$$\text{Volum kerucut} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 t$$

$$\text{Volum } \frac{1}{2} \text{ bola} = 2 \times \text{Volum kerucut}$$

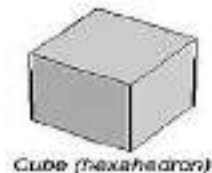
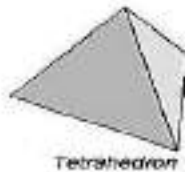
$$\text{Volum 1 bola} = 4 \times \text{Volum kerucut}$$

$$\begin{aligned} \text{Volum Bola} &= 4 \times \frac{1}{3} \times \pi r^2 t \\ &= \frac{4}{3} \pi r^2 t \end{aligned}$$

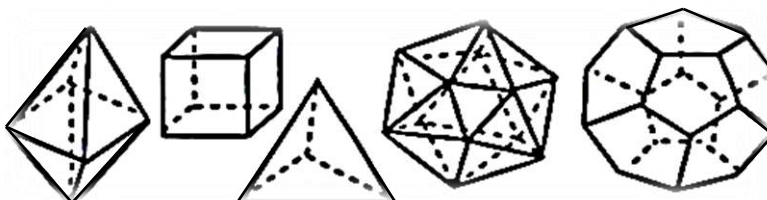
$$\text{Volum Bola} = \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ dengan } \pi = \frac{22}{7} = 3,14$$

## H. Bidang Banyak Beraturan (*Polyhedron*)

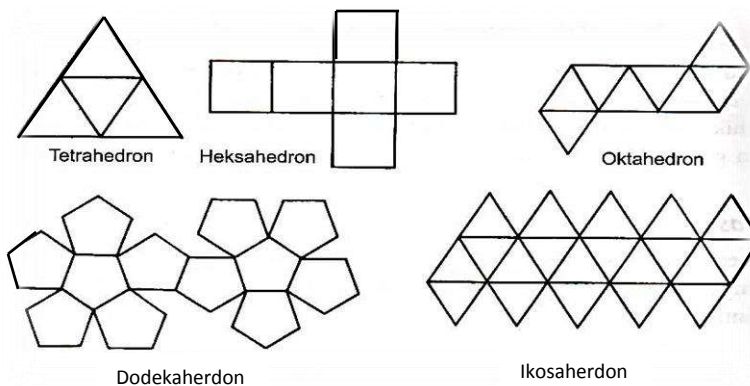
Bidang banyak adalah benda ruang yang dibatasi oleh benda bersegi banyak. Sedangkan Bidang banyak beraturan adalah benda yang bersegi banyak beraturan yang sama dan sebangun dan yang pada setiap titik sudutnya bertemu sisi yang sama banyak. Yang termasuk bidang banyak adalah kubus, balok, limas, prisma, kerucut, tabung. Yang termasuk bidang banyak beraturan adalah: (a) bidang empat beraturan (*tetrahedron*), (b) bidang enam beraturan (*hexahedron*), (c) bidang delapan beraturan (*octahedron*), (d) bidang duabelas beraturan (*dodecahedron*), dan (e) bidang duapuluh beraturan (*icosahedron*).



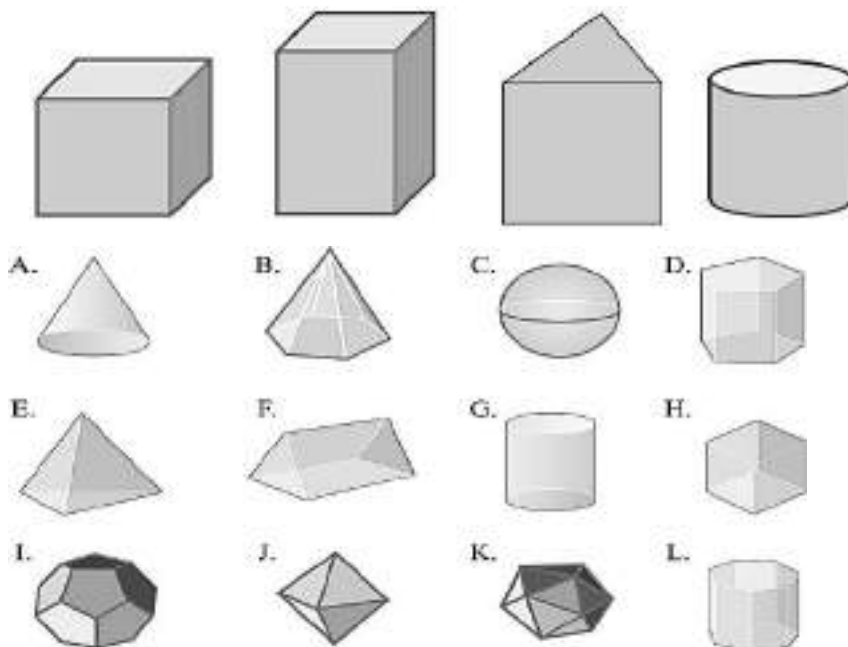
### Kerangka Bidang Banyak Beraturan

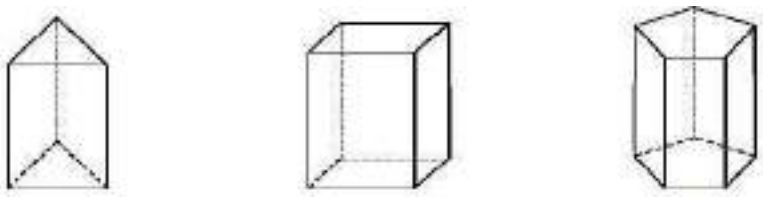
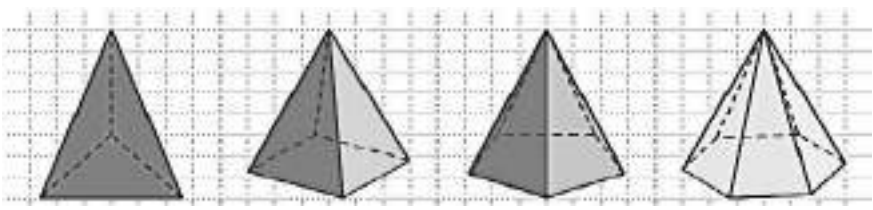
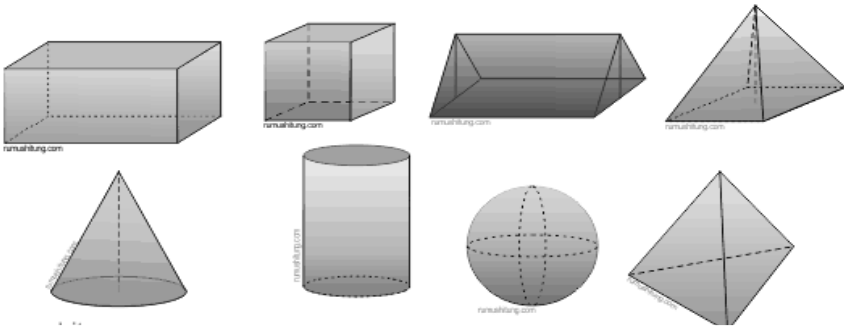
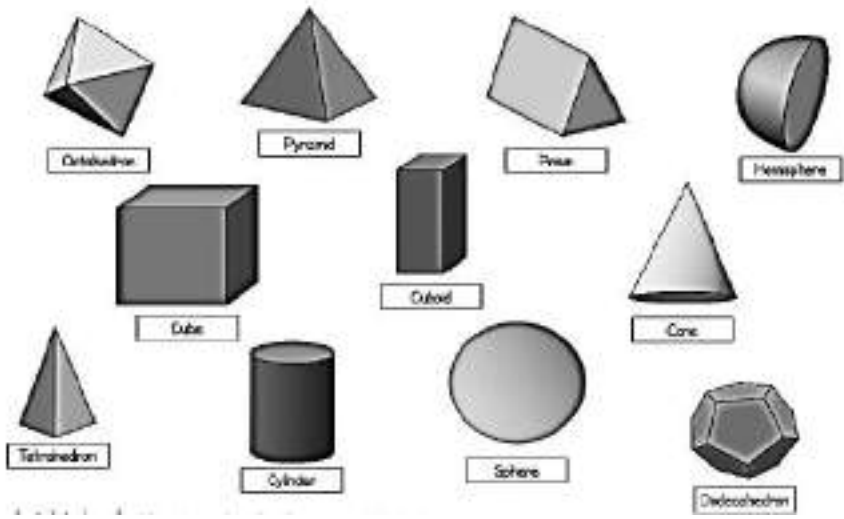


### Jaring-jaring Bidang Banyak Beraturan



### Contoh Bidang banyak yang lain:





Lengkapilah tabel berikut ini!

<i>Nama Bangun</i>	<i>Banyak sisi (S)</i>	<i>Banyak Titik Sudut (T)</i>	<i>Banyak Rusuk (R)</i>
Balok	6	8	12
Kubus	.....	.....	.....
Prisma segitiga	.....	.....	.....
Prisma segi empat	.....	.....	.....
Prisma segi lima	.....	.....	.....
Prisma segi enam	.....	.....	.....
Prisma segi tujuh	.....	.....	.....
Tabung	.....	.....	.....
Limas segitiga	.....	.....	.....
Limas segi empat	.....	.....	.....
Limas segi lima	.....	.....	.....
Limas segi enam	.....	.....	.....
Limas segi tujuh	.....	.....	.....
Kerucut	.....	.....	.....
Bidang 4 beraturan	.....	.....	.....
Bidang 6 beraturan	.....	.....	.....
Bidang 8 beraturan	.....	.....	.....
Bidang 12 beraturan	.....	.....	.....
Bidang 20 beraturan	.....	.....	.....
Bola	.....	.....	.....

Perhatikan banyaknya sisi, titik sudut, dan rusuk pada bangun ruang yang sisinya berupa bidang datar!

Bagaimana hubungan antara banyaknya sisi, banyaknya titik sudut, dan banyaknya rusuk pada bangun ruang tersebut ?

Kesimpulan apa yang dapat Anda peroleh ?

Berikut ini disajikan rangkuman tentang bidang banyak beraturan dan sisi-sisi yang menyusunnya.

Bentuk sisi	Banyak sisi	Nama Bidang Banyak Beraturan
Segitiga samasisi	4	Bidang 4 beraturan ( <i>tetrahedron</i> )
	8	Bidang 8 beraturan ( <i>octahedron</i> )
	20	Bidang 20 beraturan ( <i>icosahedron</i> )
Persegi	6	Bidang 6 beraturan ( <i>hexahedron</i> )
Segi lima beraturan	12	Bidang 12 beraturan ( <i>dodecahedron</i> )

## **BAB XV**

# **PENGUKURAN**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan pengukuran terampil mengajarkan di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah Anda mempelajari bab XV ini, diharapkan dapat:

1. Menjelaskan konsep pengukuran
2. Menjelaskan jenis pengukuran
3. Menjelaskan konsep satuan ukuran
4. Mengajarkan konsep pengukuran
5. Mengajarkan jenis pengukuran
6. Mengajarkan Satuan ukuran
7. Mengajarkan pengukuran dan permasalahannya.

Pada bab ini akan dibahas tentang: (1) pengertian pengukuran, (2) pengukuran panjang, (3) pengukuran luas, (4) pengukuran volume, (5) pengukuran berat, (6) pengukuran temperature/suhu, (7) satuan ukuran internasional.

### **A. Pengertian Pengukuran**

Mengukur berarti membandingkan suatu besaran dengan suatu satuan ukur. Mengukur panjang berarti kita membandingkan panjang suatu benda yang akan kita ukur dengan satuan ukuran panjang sebagai patokan. Dengan demikian, pada proses pengukuran diperlukan (a) bilangan sebagai ukuran, yang disebut bilangan ukuran; dan (b) bangun



satuan, yang disebut satuan ukuran. Bilangan ukuran saja tidak cukup untuk memberikan keterangan tentang panjang suatu benda. Ia harus dilengkapi dengan satuan ukuran. Hal yang perlu dipahami dalam pengukuran adalah hasil pengukuran merupakan pendekatan saja, sehingga tidak berlaku mutlak.

Di dalam kehidupan sehari-hari kita mengenal bermacam-macam ukuran di antaranya ukuran panjang, ukuran luas, ukuran isi dan kapasitas, ukuran massa atau bobot, ukuran sudut, dan sebagainya. Masing-masing ukuran itu memiliki beberapa satuan ukuran sendiri. Misalnya, ukuran panjang mempunyai satuan: meter, desimeter, sentimeter, milimeter, kilometer, hektometer, dekameter.

Dahulu kita mengenal ukuran dengan satuan ukuran yang sederhana, antara lain menggunakan bagian dari tubuh kita sebagai satuannya. Misalnya, sehasta, sejengkal, sedepa, sekaki, selangkah untuk ukuran panjang. Dikenal pula satuan-satuan segenggam, secangkir, sebatok, setakar, sekeranjang, dan sebagainya untuk ukuran isi. Satuan-satuan seperti itu dinamakan satuan-satuan asli (satuan tidak standar / satuan tidak baku). Sedepa bagi orang berbadan besar tentu saja tidak sama dengan sedepa bagi orang yang berbadan pendek. Perbedaan-perbedaan itu sering menimbulkan kesulitan dan kesalahpahaman, terutama dalam perdagangan. Untuk menghindarkan hal ini, orang mulai memikirkan perlunya membuat satuan ukuran yang sama bagi setiap orang di setiap negara. Oleh karena itu, diciptakanlah satuan baku/satuan standar yang berlaku di seluruh dunia, di antaranya:

- (1) Sejak tahun 1960 digunakan cahaya *isotop krypton* -86 berwarna jingga untuk menetapkan satuan ukuran panjang baku. Panjang satu meter ditetapkan sama dengan: 1.650.763,73 kali panjang gelombang cahaya *krypton*. Inilah yang disebut dengan meter standar (meter baku).
- (2) Untuk satuan massa (bobot) dipakai kilogram baku. 1 kilogram baku sama dengan 1 liter air murni yang suhunya  $40^{\circ}$  *celcius*.
- (3) Sejak tahun 1967 untuk satuan waktu dipergunakan getaran atom tertentu sebagai berikut: satu detik = waktu yang diperlukan atom *caesium* -133 untuk melakukan getaran sebanyak 9.192.631.770 kali.

Sistem satuan yang merupakan kesepakatan di antara negara-negara di dunia dinamakan sistem satuan internasional, disingkat "SI". Menurut SI, satuan-satuan itu terdiri dari 3 macam satuan, yaitu (1) satuan dasar, (2) satuan tambahan, dan (3) satuan turunan.

## 1. Satuan Dasar

Terdapat 7 macam satuan dasar, yaitu:

- Meter, untuk satuan panjang, simbolnya "m".
- Kilogram, untuk satuan massa, simbolnya "kg".
- Detik, untuk satuan waktu, simbolnya "s".
- Ampere, untuk satuan arus listrik, simbolnya "A".
- Kelvin, untuk satuan suhu termo dinamika, simbolnya "K".
- Mole, untuk jumlah substansi, simbolnya "mol".
- Candela, untuk satuan intensitas cahaya, simbolnya "cd".

## 2. Satuan Tambahan

Ada 2 macam satuan tambahan, yaitu:

- Radian, simbolnya "rad" digunakan sebagai satuan sudut bidang datar.  
  
1 radian = besar suatu bidang antara dua jari-jari lingkaran, panjang busur di hadapan sudut itu sama dengan panjang jari-jarinya.
- Steradian, simbolnya "st" untuk satuan sudut ruang.  
  
1 steradian = besar sudut ruang yang puncaknya berada di pusat bola, membentuk juring yang luasnya sama dengan kuadrat jari-jari bola.

## 3. Satuan Turunan

Satuan turunan diturunkan dari satuan dasar

Ukuran	Nama Satuan	Lambang/Symbol
Luas	Meter persegi	$m^2$
Isi	Meterkubik	$m^3$
Kecepatan	Meter per detik	$ms^{-1}$ atau $m / s$
Percepatan	Meter per detik kuadrat	$ms^{-2}$ atau $m / s^2$
Massa Jenis	Kilogram per meterkubik	$kg/m^3$
Frekuensi	Hertz	$1/s$ atau Hz

Gaya	Newton	N atau $\text{kgm/s}^2$
Tekanan	Pascal	Pa atau $\text{kg/(ms}^2)$
Daya, medan energi	Watt	W
Muatan listrik	Coulomb	C atau sA
Tegangan listrik	Volt	V atau $\text{m}^2\text{kg/s}^3\text{A}$
Tekanan listrik	Ohm	V/A atau $\text{m}^2\text{kg/s}^3\text{A}^2$

## B. Pengukuran Panjang

Mengukur panjang berarti membandingkan suatu panjang benda dengan satuan ukuran panjang. Satuan ukuran panjang terdiri atas satuan tidak baku dan satuan baku. Pada tahap awal pembelajaran pengukuran panjang dapat digunakan satuan tidak baku, misalnya dengan menggunakan satuan ukuran berupa pensil, seutas tali, sepotong kawat, sepotong lidi, dan sebagainya.

Contoh:

A ————— B

C ————— D

Suatu tali yang panjangnya CD akan diukur dengan menggunakan satuan ukuran

panjang berupa kawat AB

Ada berapa kali AB panjang tali CD?

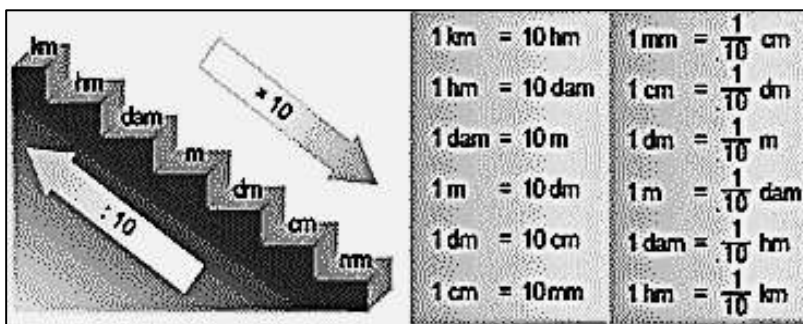
Contoh lain pengukuran panjang tidak baku adalah: jengkal tangan, depa, langkah kaki dan sebagainya, seperti pada gambar di bawah ini.



Setelah dikenalkan dengan berbagai satuan ukuran panjang tidak baku, dapat dilanjutkan dengan mengenalkan dan menggunakan satuan ukuran panjang yang baku. Misalnya, untuk mengukur panjang CD digunakan satuan sentimeter (cm). Ada berapa sentimeter panjang CD itu?

Adapun satuan standar ukuran panjang adalah:

Kilometer	(km)		
Hektometer	(hm)	= 0,1 km	
Dekameter	(dam)	= 0,01 km	
Meter	(m)	= 0,001 km	
Desimeter	(dm)	= 0,1 m	= 0,0001 km
Sentimeter	(cm)	= 0,01 m	= 0,00001 km
Milimeter	(mm)	= 0,001 m	= 0,000001 km.



Satuan panjang yang lain adalah sebagai berikut:

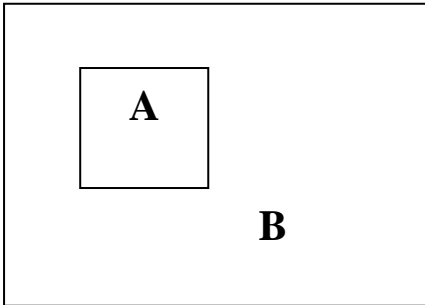
1 inchi	= 2,54 cm		
1 cm	= 0,394 inchi		
1 foot	= 30,5 cm		
1 m	= 39,37 inchi	= 3,28 foot	
1 mil	= 5280 foot	= 1,61 km	
1 km	= 0,621 mil		
1 mil laut (US)	= 1,15 mil	= 6076 foot	= 1,852 km
1 fermi	= 1femtometer (fm) = $10^{-15}$ m		
1 Angstrom	= $10^{-10}$ m		
1 tahun cahaya	= $9,46 \times 10^{15}$ m		
1 parsec	= 3,26 tahun cahaya = $3,09 \times 10^{16}$ m		

Sebutan	Singkatan	Nilai	Contoh
Giga	G	$10^9$	1 gigameter (Gm) = $1 \times 10^9$ m
Mega	M	$10^6$	1 megameter (Mm) = $1 \times 10^6$ m
Kilo	k	$10^3$	1 kilometer (km) = $1 \times 10^3$ m
Deci	d	$10^{-1}$	1 decimeter (dm) = 0.1 m
Centi	c	$10^{-2}$	1 centimeter (cm) = 0.01 m
Milli	m	$10^{-3}$	1 millimeter (mm) = 0.001 m
Micro	$\mu^4$	$10^{-6}$	1 micrometer ( $\mu$ m) = $1 \times 10^{-6}$ m
Nano	n	$10^{-9}$	1 nanometer (nm) = $1 \times 10^{-9}$ m
Pico	p	$10^{-12}$	1 picometer (pm) = $1 \times 10^{-12}$ m
Femto	f	$10^{-15}$	1 femtometer (fm) = $1 \times 10^{-15}$ m

### C. Pengukuran Luas

Mengukur luas berarti membandingkan luas suatu daerah dengan satuan ukuran luas. Satuan ukuran luas terdiri atas satuan tidak baku dan satuan baku. Pada tahap awal pembelajaran pengukuran luas dapat digunakan satuan tidak baku, misalnya dengan menggunakan satuan ukuran berupa buku tulis, sehelai kertas, selembaar daun, dan sebagainya.

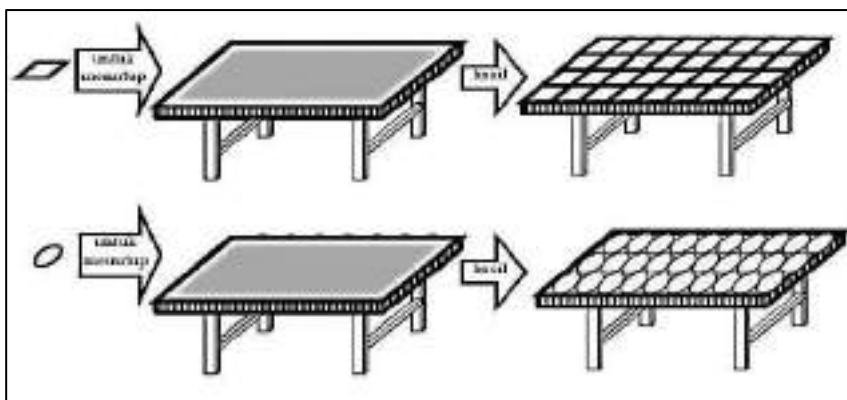
Contoh:



Luas daerah B akan diukur dengan menggunakan satuan ukuran luas A. Ada berapa kali luas A daerah B itu?

Dengan berbagai latihan pengukuran menggunakan satuan luas tidak baku, maka siswa akan memahami konsep pengukuran luas dengan baik.

Contoh lain pengukuran luas daerah dengan satuan tidak baku adalah sebagai berikut.

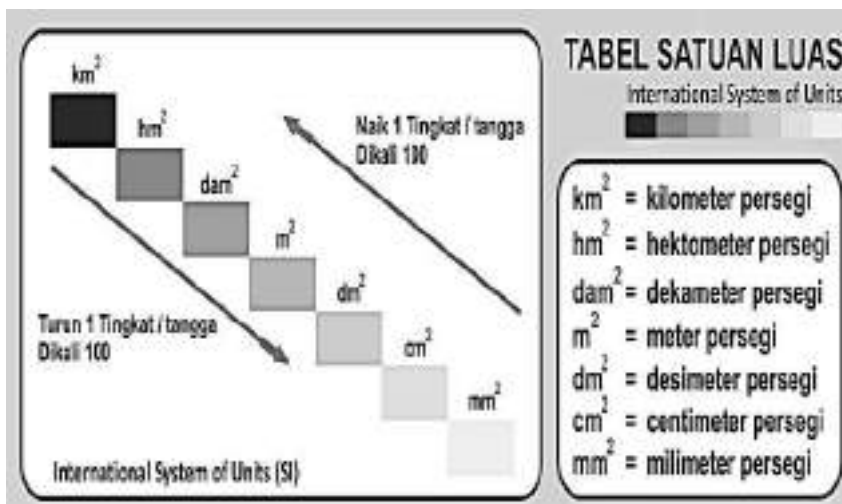


Tahap selanjutnya adalah mengenalkan dan menggunakan satuan ukuran luas baku untuk digunakan mengukur luas suatu daerah. Misalnya, dengan menggunakan satuan  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ , dan sebagainya.

Adapun satuan standar ukuran luas adalah:

kilometer persegi atau kilometer bujursangkar ( $\text{km}^2$ )

- $\text{km}^2$  = 100 hektometer persegi ( $\text{hm}^2$ )
- $\text{hm}^2$  = 100 dekameter persegi ( $\text{dam}^2$ )
- $\text{dam}^2$  = 100 meter persegi ( $\text{m}^2$ )
- $\text{m}^2$  = 100 desimeter persegi ( $\text{dm}^2$ )
- $\text{dm}^2$  = 100 sentimeter persegi ( $\text{cm}^2$ )
- $\text{cm}^2$  = 100 milimeter persegi ( $\text{mm}^2$ )



Selain itu juga dikenal:

Hektare atau Hektar, disingkat ha.

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2$$

Are, disingkat a.

$$1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

Centi are, disingkat ca.

$$1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2$$

## D. Pengukuran Volume (Isi)

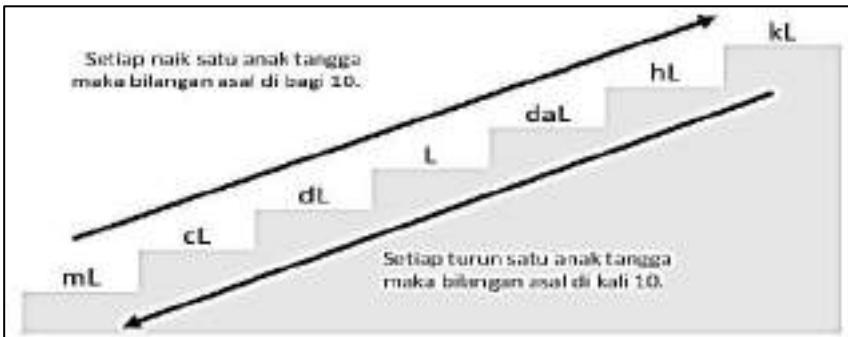
Mengukur volume berarti membandingkan volume suatu benda dengan satuan ukuran volume. Satuan ukuran volume terdiri atas satuan tidak baku dan satuan baku. Pada tahap awal pembelajaran pengukuran volume dapat digunakan satuan tidak baku, misalnya dengan menggunakan satuan ukuran berupa gelas, kaleng, plastik, dan sebagainya.

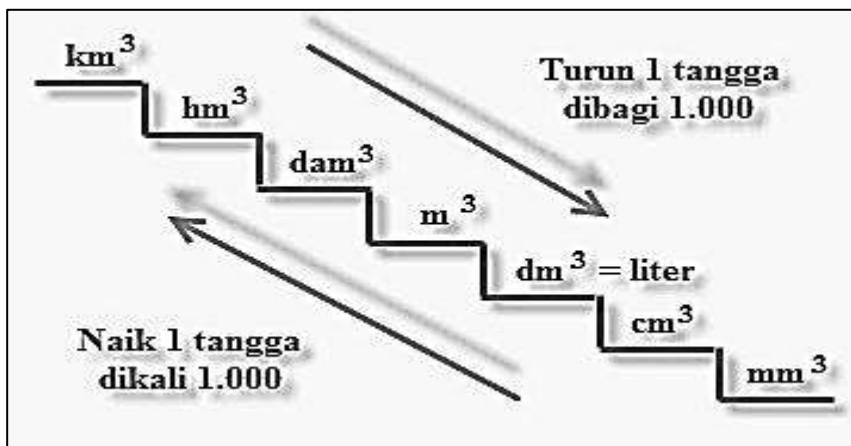
Contoh:

*Suatu ember berisi air penuh, kemudian akan diukur dengan menggunakan satuan ukuran gelas. Ada berapa gelas satu ember air itu?*

Selanjutnya, juga dapat digunakan satuan ukuran volume yang lain, misalnya dengan menggunakan kaleng tempat cat, kantong plastik, dan lain-lain.

Setelah kegiatan pengukuran volume dengan menggunakan satuan ukuran tidak baku, dapat dilanjutkan dengan mengenalkan dan menggunakan satuan baku untuk volume. Misalnya, dalam seember air tadi ada berapa liter?





Adapun satuan standar volume adalah meter kubik, disingkat  $m^3$ .

$$m^3 = 1000 \text{ desimeter kubik (dm}^3\text{)} = 35,31 \text{ ft}^3$$

$$dm^3 = 1000 \text{ sentimeter kubik (cm}^3\text{)}$$

$$cm^3 = 1000 \text{ milimeter kubik (mm}^3\text{)}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

$$1 \text{ liter (l)} = 10 \text{ desiliter (dl)}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ sentiliter (cl)}$$

Sentimeter kubik ( $cm^3$ ) sering disingkat dengan cc.

$$\text{Hektoliter (hl)} = 10 \text{ dekaliter (dal)}$$

$$1 \text{ dal} = 10 \text{ liter}$$

Selain itu dikenal pula:

$$\text{Gallon Amerika} = 3,7853 \text{ liter} = 231 \text{ inchi}^3$$

$$\text{Gallon Inggris} = 4,546 \text{ liter}$$

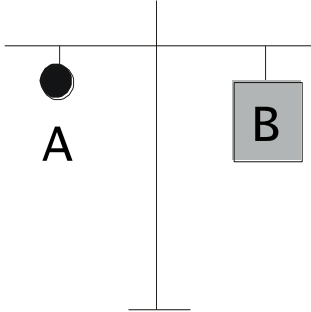
$$\text{Barrel} = 3 \frac{1}{2} \text{ gallon.}$$



## E. Pengukuran Berat

Mengukur berat berarti membandingkan berat suatu benda dengan satuan ukuran berat. Satuan ukuran berat terdiri atas satuan tidak baku dan satuan baku. Pada tahap awal pembelajaran pengukuran berat dapat digunakan satuan tidak baku, misalnya dengan menggunakan satuan ukuran berupa batu, kerikil, pensil, dan sebagainya.

Contoh:

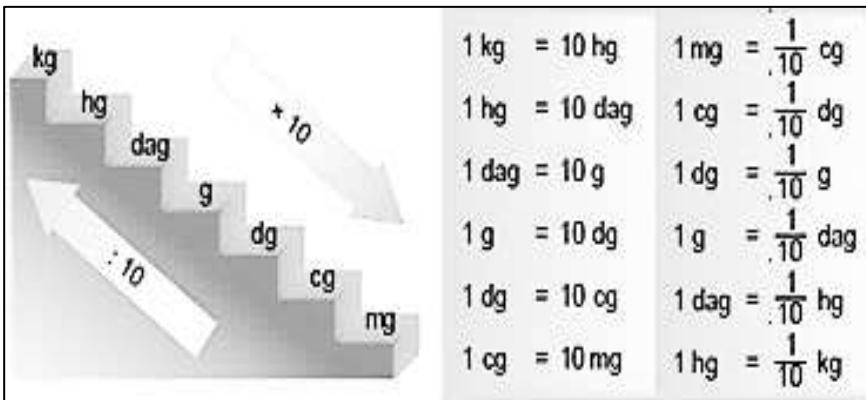


Sebuah benda B akan ditimbang dengan menggunakan anak timbangan A. Diperlukan berapa anak timbangan A agar beratnya setimbang dengan B?

Ini berarti bahwa berat B itu ada berapa kali berat A?

Dengan berbagai latihan pengukuran berat dengan menggunakan satuan tidak baku, diharapkan anak akan memahami konsep pengukuran berat. Selanjutnya, dikenalkan dan digunakan satuan baku untuk mengukur berat. Misalnya, berapa kilogram berat benda B itu?

Pada kesempatan ini juga perlu diberikan kegiatan latihan membuktikan satuan ukuran berat secara langsung (dengan praktik), misalnya 1 kilogram itu sama dengan 10 ons. Adapun satuan standar ukuran berat adalah:





Kilogram	(kg)	
Hektogram	(hg)	= 0,1 kg
Dekagram	(dag)	= 0,01 kg
Gram	(g)	= 0,001 kg
Desigram	(dg)	= 0,1 g = 0,0001 kg
Sentigram	(cg)	= 0,01 g
Miligram	(mg)	= 0,001 g
Ton		= 1000 kg = 10 kuintal
Kuintal		= 100 kg
Pon		= 500 g = $\frac{1}{2}$ kg
Ons		= 0,1 kg.

1 kg	= 2 pon
1 pon	= 5 ons
1 hg	= 1 ons
1 kg	= 10 ons
1 ons	= 100 gram

## F. Pengukuran Waktu

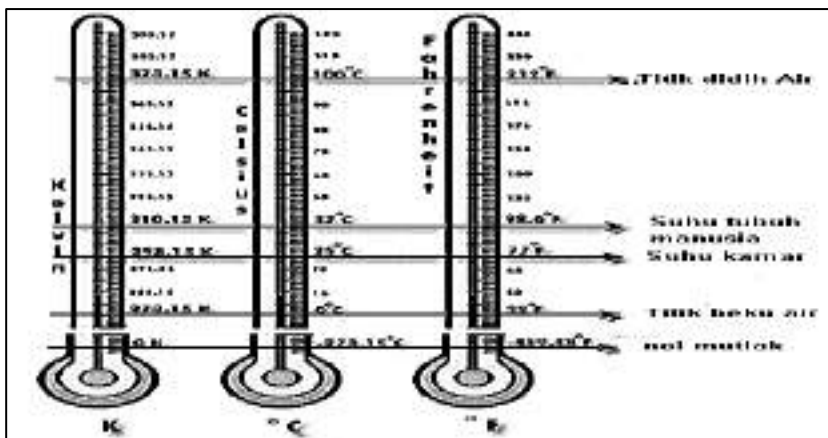
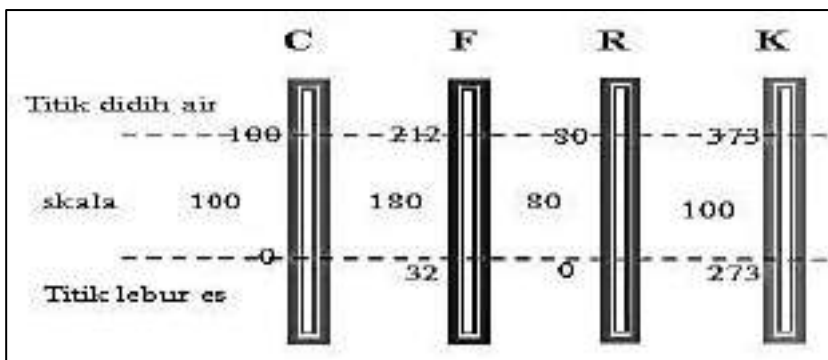
Satuan waktu adalah satuan yang digunakan untuk membandingkan lamanya suatu kejadian berlangsung. Satuan waktu di antaranya adalah:

1 abad	= 100 tahun
1 dekade	= 1 dasawarsa = 10 tahun
1 windu	= 8 tahun
1 tahun	= 12 bulan
1 bulan	= 30 atau 31 hari
1 minggu	= 7 hari
1 hari	= 24 jam
1 jam	= 60 menit
1 menit	= 60 detik.

## G. Pengukuran Temperatur / Suhu

Di dalam sistem metrik, temperatur diukur dengan menggunakan derajat *celsius*. Skala *celsius* diambil dari nama seorang ahli astronomi Swedia yang bernama Anders Celsius (1742). Skala ini didasarkan pada "centigrade". Ada dua petunjuk temperatur yang digunakan, yaitu titik beku air ( $0^{\circ}\text{C}$ ) dan titik didih air ( $100^{\circ}\text{C}$ ). Satuan derajat *celsius* ditulis dengan "C".

Selain *celsius* sebagai satuan tempertur, juga dikenal satuan *fahrenheit*. Berbeda dengan *celsius*, *fahrenheit* mendasarkan dua patokan dalam menentukan skala, yaitu titik didih ( $212^{\circ}$ ) dan titik beku ( $32^{\circ}$ ). Satuan derajat *fahrenheit* ditulis dengan "F". Perbandingan skala *celsius* dengan *fahrenheit* disajikan sebagai berikut.



Jika  $100^{\circ}$  celsius sama dengan  $180^{\circ}$  fahrenheit ( $212 - 32$ ), dapat dikatakan bahwa setiap  $1^{\circ}$  C =  $1,8^{\circ}$  F.

1. Mengubah dari satuan *celsius* menjadi *fahrenheit* digunakan rumus:

$$F = 1,8 \times C + 32$$

Contoh:

$0^{\circ}$ C	=	$32^{\circ}$ F	(titik beku)
$1^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 1 + 32$	= $33,8^{\circ}$ F
$20^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 20 + 32$	= $68^{\circ}$ F (suhu kamar)
$30^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 30 + 32$	= $86^{\circ}$ F (musim panas)
$37^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 37 + 32$	= $98,6^{\circ}$ F (suhu badan)
$100^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 100 + 32$	= $212^{\circ}$ F (titik didih)
$175^{\circ}$ C	=	$1,8 \times 175 + 32$	= $347^{\circ}$ F (titik muai)

2. Mengubah satuan *fahrenheit* menjadi *celsius* digunakan rumus:

$$C = \frac{(F - 32)}{1,8}$$

Contoh:

$32^{\circ}$ F	=	$\frac{(32 - 32)}{1,8}$	=	$0^{\circ}$ C
$212^{\circ}$ F	=	$\frac{(212 - 32)}{1,8}$	=	$100^{\circ}$ C
$100^{\circ}$ F	=	$\frac{(100 - 32)}{1,8}$	=	$37,8^{\circ}$ C
$30^{\circ}$ F	=	$\frac{(30 - 32)}{1,8}$	=	$-1,1^{\circ}$ C

Suhu	$C = (F - 32).5/9$	F ke C
Celsius (C)	$F = (9/5.C) + 32$	C ke F
Fahrenheit (F)	$C = K - 273,15$	K ke C
Kelvin (K)	$K = C + 273,15$	C ke K
	$K = 5/9.(F - 32) + 273,15$	F ke K
	$F = 9/5.(K - 273,15) + 32$	K ke F

## H. Satuan Ukuran Listrik

BESARAN LISTRIK	SATUAN	ALAT UKUR
Tegangan	volt	Voltmeter
Tahanan	ohm	Ohmmeter
Arus	ampere	Amperemeter
Daya	watt	Wattmeter
Energi	wattjam (kwh)	kWhmeter
Frekuensi	hertz	Frekuensimeter
Induktansi	henry	Induktansimeter
Kapasitansi	farad	Kapasitansimeter

## I. Satuan Ukur Internasional

Dalam satuan-satuan ukur, kita mengenal sistem metrik yang disebut juga sebagai sistem desimal. Dalam sistem pengukuran dikenal dua macam sistem, yaitu sistem metrik dan sistem Inggris (*English system*). Di antara kedua sistem ini yang paling banyak digunakan adalah sistem metrik (*metric system*). Hampir seluruh negara di dunia ini menggunakan sistem metrik. Pengukuran-pengukuran dari kedua sistem itu dapat disajikan dalam tabel berikut.

SISTEM METRIK	SISTEM INGGRIS
1. Satuan Ukuran Panjang mm = 0,001 m cm = 0,01 m dm = 0,1 m meter (m)  dam = 10 m hm = 100 m km = 1000 m	Inch Foot = 12 inches Yard = 36 inches = 3 feet Rod = 16 ½ feet = 5 ½ yards Furlong = 660 feet = 220 yards = 40 rods Mile = 5280 feet = 1760 yards = 320 rods = 8 furlongs
2. Satuan Luas mm <sup>2</sup> = 0,00000 m <sup>2</sup>  cm <sup>2</sup> = 0,0001 m <sup>2</sup> dm <sup>2</sup> = 0,01 m <sup>2</sup>	Square inch (sq.in) Square foot (sq.ft) = 144 sq.in Square yard (sq.yd) = 1296 sq.in = 9 sq.ft

<p>meter persegi (<math>m^2</math>)</p> <p><math>dam^2 = 100 m^2</math>  <math>hm^2 = 10000 m^2</math>  <math>km^2 = 1000000 m^2</math>  are (a) = <math>dam^2</math></p> <p>ha = <math>hm^2</math></p>	<p>Square rod (sq.rd) = <math>272 \frac{1}{4}</math> sq.ft  = <math>30 \frac{1}{4}</math> sq.yd</p> <p>Acre = <math>43560</math> sq.ft  = <math>4840</math> sq.yd  = <math>160</math> sq.rd</p> <p>Square mile (sq.mil)  = <math>27878400</math> sq.ft  = <math>3097600</math> sq.yd  = <math>102400</math> sq.rd  = <math>640</math> acres</p>
<p>3. Satuan Isi</p> <p><math>mm^3 = 0,000000001 m^3</math>  <math>cm^3 = 0,000001 m^3</math>  <math>dm^3 = 0,0001 m^3</math></p> <p>meter kubik (<math>m^3</math>)</p>	<p>Cubic inch (cu.in)  Cubic foot (cu.ft) = <math>1728</math> cu.in  Cubic yard (cu.yd) = <math>46656</math> cu.in  = <math>27</math> cu.ft</p> <p>Cord (cd) = <math>128</math> cu.ft</p>
<p>4. Bobot aatau Massa</p> <p>mg = <math>0,001</math> gram (g)  cg = <math>0,01</math> gram  dg = <math>0,1</math> gram  gram (g)  dag = <math>10</math> gram  hg = <math>100</math> gram  kg = <math>1000</math> gram  Ton = <math>1000</math> kg</p>	<p>Dalam sistem Inggris ada 3 macam pengukuran bobot, yaitu:</p> <p>a. Avoirdupois weight  b. Troy weight  c. Apothecaries weight</p> <p>Avoirdupois weight (avdp):  grain  Dram (dr avdp) = <math>273438</math> gram  Ounce (oz avdp) = <math>16</math> drams  = <math>437,5</math> grains  Pound (lb avdp) = <math>7000</math> grains  = <math>256</math> drams  = <math>16</math> ounces  Hundredweight (cwt) = <math>100</math> pounds  Ton = <math>2000</math> pounds  Troy weight:  Grain  Pennyweight (dwt) = <math>24</math> grains  ounce (oz.t) = <math>480</math> grains  = <math>20</math> dwt  Pound (lb.t) = <math>5760</math> grains  = <math>240</math> dwt  = <math>12</math> ounces</p> <p>Apothecaries weight:  Grain</p>

	Scruple = 20 grains Dram = 60 grains = 3 scruples Ounce = 480 grains = 24 scruples = 8 drams Pound (lb.sp) = 5760 grains = 288 scruples = 96 drams = 12 ounce
5. Sistem mata uang yang dipergunakan oleh semua negara di dunia sekarang ini sudah memakai sistem matrik. Misalnya: Indonesia = Rupiah (Rp) a 100 sen Amerika Serikat = Dollar (US \$) a 100 cent Belanda = Gulden (f) a 100 cent Hongkong = Dollar (HK.\$) a 100 cent Inggris = Pound Sterling (£) a 100 pence Malaysia = Ringgit (R) a 100 sen Jepang = Yen (Y) a 100 sen India = Rupee (R) a 100 pies	

**DAFTAR NAMA MATA UANG NEGARA-NEGARA DI DUNIA**

NO	SING-KAT-AN	MATA UANG	1 IDR	in IDR
			<b>Rp 1</b>	<b>Dalam Rp</b>
<b>AMERIKA UTARA</b>				
1	USD	Dollar Amerika	8.0E-5	12500
2	CAD	Dolar Kanada	0.0001	10000
3	MXN	Peso Meksiko	0.00115	869.56522
<b>AMERIKA SELATAN</b>				
4	ARS	Peso Argentina	0.00068	1470.58824
5	BOB	Bolivia Bolivia	0.00056	1785.71429
6	BRL	Real Brazil	0.00024	4166.66667
7	CLP	Peso Chili	0.04699	21.28112
8	COP	Peso Kolombia	0.19367	5.16342
9	FKP	Pulau Falkland	5.0E-5	20000



		Pound		
10	GYD	Guyana Dollar	0.01586	63.0517
11	VEB	Venezuela Bolivar	0.48431	2.06479
12	VEF	Venezuela Bolivar	0.00048	2083.33333
<b>AMERIKA TENGAH</b>				
13	CRC	Kosta Rika usus besar	0.04103	24.37241
14	HNL	Honduras Lempira	0.00167	598.8024
15	HTG	Haiti Gourde	0.00368	271.73913
16	JMD	Jamaika Dolar	0.00883	113.25028
17	KYD	Cayman Islands Dollar	6.0E-5	16666.6667
18	NIO	Nikaragua Oro	0.00206	485.43689
19	PYG	Paraguay Guaran	0.37277	2.68262
20	XCD	Dolar Karibia Timur	0.00021	4761.90476
<b>EROPA</b>				
21	ADP	Andorra Peseta	0.0118	84.74576
22	ALL	Albania Lek	0.00985	101.52284
23	ATS	Schilling Austria	0.00098	1020.40816
24	BAM	Bosnia Herzegovina Marka	0.00014	7142.85714
25	BEF	Belgia Franc	0.00286	349.65035
26	BGN	Lev Bulgaria	0.13802	7.24533
27	CHF	Franc Swiss	7.0E-5	14285.71429
28	CZK	Koruna Ceko	0.00194	515.46392
29	DEM	Mark Jerman	0.00014	7142.85714
30	DKK	Kroner Denmark	0.00053	1886.79245
31	EEK	Kroon Estonia	0.00111	900.9009
32	ESP	Peseta Spanyol	0.0118	84.74576
33	EUR	EURO	7.0E-5	14285.71429
34	FIM	Markka Finlandia	0.00042	2380.95238
35	FRF	Frank Prancis	0.00047	2127.65957
36	GBP	British Pound	5.0E-5	20000
37	GRD	Yunani dram	0.02417	41.3736
38	HRK	Kuna Kroasia	0.00054	1851.85185
39	HUF	Forint Hungaria	0.02107	47.46084
40	IEP	Pound Irlandia	6.0E-5	16666.66667
41	ISK	Krona Islandia	0.01045	95.69378
42	ITL	Lira Italia	0.13735	7.28067
43	LTL	Lithuania Litas	0.00025	4000

44	LUF	Luksemburg Franc	0.00286	349.65035
45	LVL	Latvian Lats	5.0E-5	20000
46	MDL	Moldova leu	0.00136	735.29412
47	MTL	Lira Malta	3.0E-5	33333.33333
48	NLG	Guilder Belanda	0.00016	6250
49	NOK	Kroner Norwegia	0.00061	1639.34426
50	PLN	NewZloty Polandia	0.00029	3448.27586
51	PTE	Escudo Portugal	0.01422	70.32349
52	RON	Leu Rumania Baru	0.00031	3225.80645
53	RUB	Rubel Rusia	0.00416	240.38462
54	SEK	Kronor Swedia	0.00066	1515.15152
55	TRY	Lira Turki Baru	0.0002	5000
56	UAH	Ukraina Hryvnia	0.00181	552.48619
57	YUM	Dinar Yugoslavia	0.00014	7142.85714
<b>ASIA</b>				
58	BND	Brunei Dollar	0.0001	10000
59	BTN	Bhutan Ngultrum	0.00481	207.90021
60	BYR	Belarusia rubel	1.11625	0.89586
61	CNY	Cina RMB	0.00047	2127.65957
62	GEL	Georgia Lari	0.00017	5882.35294
63	HKD	Dolar Hong Kong	0.0006	1666.66667
64	IDR	Indonesia Rupiah	1	1
65	INR	Rupee India	0.00479	208.76827
66	JPY	Yen Jepang	0.00924	108.22511
67	KRW	Won Korea Selatan	0.08381	11.93175
68	KZT	Tenge Kazakhstan	0.01428	70.02801
69	LKR	Sri Lanka Rupee	0.01022	97.84736
70	MMK	Myanmar Kyat	0.08062	12.40387
71	MNT	Mongolia Tugrik	0.15237	6.56297
72	MOP	Makau Pataca	0.00061	1639.34426
73	MVR	Maldives Rufiyaa	0.00116	862.06897
74	MYR	Ringgit Malaysia	0.00028	3571.42857
75	NPR	Nepal Rupee	0.00766	130.5483
76	NTD	Taiwan Dollar	0.00239	418.41004
77	PGK	Papua New Guinea Kina	0.0002	5000
78	PHP	Peso Filipina	0.00342	292.39766
79	PKR	Rupee Pakistan	0.00784	127.55102
80	SGD	Dolar Singapura	0.0001	10000
81	THB	Baht Thailand	0.0025	400
82	TJR	Tajikistan rubel	0.04446	22.49213

83	TJS	Tajikistan rubel	0.00044	2272.72727
84	TMT	Turkmenistan Manat	0.00027	3703.7037
85	UZS	Uzbekistan Sum	0.19157	5.22002
86	VND	Dong Vietnam	1.66276	0.60141
<b>OCEANIA</b>				
87	AUD	Dolar Australia	0.0001	10000
88	NZD	Dolar New Zealand	0.0001	10000
89	XPF	Pasifik Keuangan Masyarakat	0.00846	118.20331
<b>TIMUR TENGAH</b>				
90	AED	Uni Emirat Arab	0.00028	3571.42857
91	BHD	Bahrain Dinar	3.0E-5	33333.33333
92	CYP	Pound Siprus	4.0E-5	25000
93	ILS	Israel New Shekel	0.0003	3333.33333
94	IRR	Iran Rial	2.16505	0.46188
95	JOD	Dinar Yordania	5.0E-5	20000
96	KWD	Dinar Kuwait	2.0E-5	50000
97	LBP	Lebanon Pound	0.11631	8.59771
98	OMR	Omani Rial	3.0E-5	33333.3333
99	QAR	Qatar Rial	0.00028	3571.42857
100	SAR	Real Saudi	0.00029	3448.27586
101	SYP	Pound Suriah	0.0166	60.24096
102	YER	Yaman Rial	0.01654	60.45949
<b>AFRIKA</b>				
103	AOA	Angola Kwanza	0.00836	119.61722
104	BIF	Burundi Franc	0.12128	8.24538
105	CVE	Cape Verdean Escudo	0.00718	139.27577
106	DJF	Djibouti Franc	0.01375	72.72727
107	EGP	Pound Mesir	0.00059	1694.91525
108	GMD	Gambia Dalasi	0.00331	302.1148
109	KES	Kenya Shilling	0.00711	140.64698
110	KMF	Comoros Franc	0.0349	28.6533
111	LYD	Dinar Libya	0.00011	9090.90909
112	MAD	Maroko Dirham	0.00076	1315.78947
113	MGA	Madagaskar Franc	0.22573	4.43007
114	NAD	Namibia Dollar	0.00091	1098.9011
115	NGN	Naira Nigeria	0.01533	65.23157
116	RWF	Rwanda Franc	0.05404	18.50481

117	SDG	Sudan Pound	0.00046	2173.91304
118	SZL	Swaziland Lilangeni	0.00093	1075.26882
119	TND	Dinar Tunisia	0.00015	6666.66667
120	UGX	Uganda Shilling	0.22921	4.36281
121	XAF	Afrika Tengah CFA Franc	0.04653	21.49151
122	XOF	Afrika Barat CFA Franc	0.04427	22.58866
123	ZAR	Rand Afrika Selatan	0.00091	1098.9011
124	ZMK	Zambia Kwacha	0.5303	1.88573

**Satuan Ukuran Internasional lainnya:**

<b>Volume</b>			
1 liter (L)	= 1000 mL	= 1000 cm <sup>3</sup>	= 1,0 x 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>
	= 1,057 quart (US)	= 54,6 inchi <sup>3</sup>	
1 gallon (US)	= 231 inchi <sup>3</sup>	= 3,78 L	
1 m <sup>3</sup>	= 35,31 ft <sup>3</sup>		
<b>Kelajuan</b>			
1 mil/jam	= 1,47 foot/s	= 1,609 km/jam	= 0,447 m/s
1 km/jam	= 0,278 m/s	= 0,621 mil/jam	
1 foot/s	= 0,305 m/s	= 0,682 mil/jam	
1 knot	= 1,151 mil/jam	= 0,5144 m/s	
<b>Massa</b>			
1 satuan massa atom (u)	= 1,6505 x 10 <sup>-27</sup> kg		
1 kg	= 0,0585 slug		
1 Ton	= 1000 kg		

When You Know	Multiply By	To Find
inches	25.4	millimeters
	2.54	centimeters
feet	30.48	centimeters
yards	0.91	meters
miles	1.61	kilometers
teaspoons	4.93	milliliters
tablespoons	14.79	milliliters
fluid ounces	29.57	milliliters
cups	0.24	liters
pints	0.47	liters
quarts	0.95	liters
gallons	3.79	liters
cubic feet	0.028	cubic meters
cubic yards	0.76	cubic meters
ounces	28.35	grams
pounds	0.45	kilograms
short tons (2,000 lbs)	0.91	metric tons
square inches	6.45	square centimeters
square feet	0.09	square meters
square yards	0.84	square meters
square miles	2.60	square kilometers
acres	0.40	hectares

To Convert from U.S. Units, to SI Units, Multiply by	U.S. Unit	SI Unit	To Convert from SI Units to U.S. Units, Multiply by
25.4	in.	mm	0.03937
0.3048	ft	m	3.281
645.2	in. <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	$1.550 \times 10^{-3}$
$16.39 \times 10^3$	in <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	$61.02 \times 10^{-4}$
$416.2 \times 10^3$	in. <sup>4</sup>	mm <sup>4</sup>	$2.403 \times 10^{-6}$
0.09290	ft <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	10.76
0.02832	ft <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	35.31
0.4536	lb (mass)	kg	2.205
4.448	lb (force)	N	0.2248
4.448	kip (force)	kN	0.2248
1.356	ft-lb (moment)	N-m	0.7376
1.356	kip-ft (moment)	kN-m	0.7376
16.0185	lb/ft <sup>3</sup> (density)	kg/m <sup>3</sup>	0.06243
14.59	lb/ft (load)	N/m	0.06853
14.59	kip/ft (load)	kN/m	0.06853
6.895	psi (stress)	kPa	0.1450
6.895	ksi (stress)	MPa	0.1450
0.04788	psf (load or pressure)	kPa	20.93
47.88	ksf (load or pressure)	kPa	0.02093
$0.566 \times ({}^{\circ}\text{F} - 32)$	${}^{\circ}\text{F}$	${}^{\circ}\text{C}$	$(1.8 \times {}^{\circ}\text{C}) + 32$

### DAFTAR KONVERSI SATUAN

o **PANJANG**

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$$

$$1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ mile} = 5280 \text{ ft} = 1760 \text{ yd} = 1,609 \text{ km}$$

$$1 \text{ km} = 3281 \text{ ft} = 1093,6 \text{ yd} = 0,6214$$

o **LUAS**

$$1 \text{ in}^2 = 6,452 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ in}^2 = 1550 \text{ in}^2 = 10,76 \text{ ft}^2 = 1,196 \text{ yd}^2$$

o **VOLUME**

$$1 \text{ ft}^3 = 7,481 \text{ US gallon} = 28,32 \text{ liter}$$

$$1 \text{ in}^3 = 16,39 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ US gallon} = 3,785 \text{ liter}$$

$$1 \text{ liter} = 0,03531 \text{ ft}^3 = 61,02 \text{ in}^3 = 0,2642 \text{ US gallon}$$

o **KECEPATAN**

$$1 \text{ ft/s} = 30,48 \text{ cm/s}$$

$$1 \text{ m/s} = 3,281 \text{ ft/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ mile/h} = 1467 \text{ ft/s} = 1,609 \text{ km/h} = 0,8684 \text{ knot}$$

$$1 \text{ km/h} = 0,278 \text{ m/s} = 0,621 \text{ mil/h}$$

o **PERCEPATAN**

$$1 \text{ ft/s}^2 = 0,3048 \text{ m/s}^2$$

o **MASSA BERAT**

$$1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg} = 7000 \text{ grains}$$

$$1 \text{ kg} = 2,205 \text{ lb}$$

o **MASSA JENIS**

$$1 \text{ lb/ft}^3 = 16,02 \text{ kg/m}^3$$

$$1 \text{ gr/cm}^3 = 62,43 \text{ lb/ft}^3$$

o **GAYA**

$$1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg} (=0,4536 \text{ kp}) = 4,448 \text{ N (newton)}$$

$$1 \text{ kp (kilopond)} = 2,205 \text{ lb} = 9,807 \text{ N (newton)}$$

o **TEKANAN**

$$1 \text{ psi} (=1 \text{ lb/in}^2) = 0,07031 \text{ kg/cm}^2 = 51,71 \text{ mm Hg pada } 0^\circ \text{ C}$$

$$1 \text{ kg/cm}^2 = 14,22 \text{ psi} = 735,6 \text{ mm Hg pada } 0^\circ \text{ C} = 0,9807 \text{ bar}$$

$$1 \text{ atm (standart)} = 14,7 \text{ psi} = 1,033 \text{ kg/cm}^2 = 760 \text{ mm Hg pada } 0^\circ \text{ C}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ Pa} = 1,0197 \text{ kg/cm}^2 = 14,50 \text{ psi}$$



## **BAB XVI**

# **PENGELOLAAN DATA**

### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan pengelolaan data dan terampil mengajarkan di sekolah dasar.

### **Pengalaman Belajar:**

Setelah mempelajari bab XVI Anda dapat:

1. menyebutkan cara mengumpulkan data
2. menyusun data
3. membulatkan bilangan sampai besaran tertentu
4. mentabulasi kumpulan data
5. menentukan nilai tertinggi/terendah dari kumpulan data
6. menyusun daftar
7. membuat diagram
8. membuat grafik
9. menghitung nilai Rata-rata, Median, dan Modus.



## A. Pengertian Statistika

Statistika atau statistik merupakan salah satu cabang matematika yang mempelajari tentang pengelolaan data, yaitu meliputi mencatat dan menyusun data secara teratur, kemudian disajikan dalam bentuk angka-angka, diagram atau gambar-gambar. Berbicara tentang pengertian statistik, Nar Herrhyanto (2008: 1.2) menyatakan bahwa kata statistik dapat diartikan sebagai kumpulan angka-angka mengenai suatu masalah, sehingga dapat memberikan gambaran mengenai masalah tersebut. Biasanya kumpulan data tersebut sudah disusun dalam bentuk tabel. Misalnya statistik jumlah siswa dalam suatu sekolah selama sepuluh tahun terakhir. Statistik juga dapat diartikan sebagai suatu ukuran yang dihitung dari sekumpulan data dan merupakan wakil dari data itu. Misalnya rata-rata berat badan dari siswa SD adalah 20 kg. Kecuali itu, statistik juga dapat diartikan sebagai ilmu pengetahuan atau metode ilmiah dan sering disebut statistika, yaitu metode ilmiah yang mempelajari pengumpulan, pengaturan, perhitungan, penggambaran dan penganalisaan data, serta penarikan kesimpulan yang valid berdasarkan penganalisaan yang dilakukan dan pembuatan keputusan yang rasional.

Berdasarkan fungsinya, statistik dibagi menjadi dua bagian, yaitu statistika deskriptif (statistika deduktif) dan statistika inferensial (statistika induktif). Statistika deskriptif adalah statistika yang hanya menggambarkan dan menganalisis kelompok data yang diberikan tanpa penarikan kesimpulan mengenai kelompok data yang lebih besar. Sedangkan statistika inferensial adalah statistika yang menyangkut kesimpulan yang valid.

## B. Pengumpulan Data

Data merupakan keterangan-keterangan yang digunakan untuk memecahkan suatu masalah. Jenis data dapat ditinjau dari beberapa sudut pandang, yaitu:

### 1. Jenis Data menurut Sifatnya:

- a. Data kualitatif, yaitu data yang berbentuk kategori atau atribut.

Contoh: Harga beras mengalami kenaikan  
Sebagian kursi kelas IV rusak.

- b. Data kuantitatif, yaitu data yang berbentuk bilangan.

Data kuantitatif terdiri dari dua jenis, yaitu:

- (1) Data diskrit, yaitu data yang diperoleh dengan cara menghitung atau membilang.

Contoh: Banyaknya guru di sekolah A adalah 12 orang.

Jumlah siswa di desa B adalah 530 orang.

(2) Data kontinu, yaitu data yang diperoleh dengan cara mengukur.

Contoh: Panjang meja itu 180 cm.

Jarak dari kota A ke kota B adalah 45 km

Berat badan Edo adalah 25 kg.

## **2. Jenis Data menurut Cara Memperolehnya:**

(a) Data primer, yaitu data yang dikumpulkan dan diolah sendiri oleh suatu organisasi serta diperoleh langsung dari objeknya.

Contoh: Seorang guru ingin mendapat data nilai ulangan matematika dengan cara memberikan ulangan secara langsung pada siswanya.

(b) Data sekunder, yaitu data yang diperoleh dalam bentuk sudah jadi, sudah dikumpulkan dan diolah oleh pihak lain, biasanya data itu dicatat dalam laporan/publikasi.

Contoh: Seorang guru ingin memperoleh data sekolah dengan cara mengambil dan mencatat data tersebut dari dokumen/arsip laporan bulanan sekolah.

Pada kegiatan pengumpulan data, terdapat beberapa cara untuk mengumpulkan data, yaitu:

1. Dokumentasi/data jadi: Data yang dikumpulkan oleh orang lain atau data yang diberikan oleh orang lain, sehingga data tersebut tinggal digunakan/dimanfaatkan.
2. Wawancara: Mengumpulkan data dengan cara bertanya-jawab/dialog/wawancara yang dilakukan secara langsung kepada objek atau kepada orang yang mengetahui persoalan objek.
3. Dengan Kuesioner: Mengumpulkan data dengan kuesioner artinya menyuruh objek untuk mengisi jawaban-jawaban pertanyaan/ Pernyataan pada daftar-daftar pertanyaan/ Pernyataan yang diberikan.
4. Percobaan/eksperimen: Percobaan atau eksperimen merupakan kegiatan pengumpulan data secara langsung terhadap suatu objek.
5. Tes: Mengumpulkan data dengan cara memberikan soal-soal/pertanyaan, kemudian dikoreksi.
6. Observasi/Pengamatan: Mengumpulkan data dengan cara mengamati, mencatat secara langsung dari sumber data.

### C. Penyajian Data

Agar kita mengetahui dengan mudah mengenai berbagai hal dari sekelompok data, data tersebut dapat disusun terurut dari yang terkecil hingga yang terbesar menjadi sebuah daftar atau diagram. Jadi fungsi daftar atau diagram adalah untuk mempermudah membaca data. Untuk menyusun suatu data ke dalam daftar frekuensi kita harus melakukan penurusan (tabulasi/telli) lebih dahulu sehingga frekuensinya dengan mudah diperoleh. Frekuensi adalah "keseringan" atau "banyaknya" data yang muncul/diperoleh.

Contoh:

Perhatian data nilai Matematika kelas V SDN Makmur Jaya sebagai berikut:

45 40 65 75 85 50 60 70 65 60 60 75 90 50  
85 60 55 75 65 45 65 60 75 70 70 85 60 80  
90 55 65 95 45 55 75 65 65 60 70 65

Data tersebut dapat disajikan dalam daftar yang memuat kolom nilai, kolom turus, dan kolom banyak (frekuensi) turus. Bilangan banyak turus tiap nilai dituliskan pada kolom frekuensi.

Membuat daftar sebaiknya dilakukan pada kertas berkotak (kertas cm atau kertas setengah cm). Cara penurusan (tabulasi) yang dilakukan seorang diri harus lebih berhati-hati daripada penurusan yang dilakukan berdua. Jika dilakukan sendiri, sesudah kerangka daftar yang diperlukan dibuat dan nilai dari yang terkecil (= 40 ) diurutkan sampai yang terbesar (= 95) dituliskan di kolom nilai, hendaknya dikerjakan sebagai berikut:

Garisbawahi nilai 45 lalu bubuhkan sebuah turus pada baris nilai 45 di kolom turus. Lalu garisbawahi nilai 40 dan bubuhkan turusnya pada baris nilai itu di kolom turus. Kemudian nilai 65 mendapat giliran seperti itu juga. Demikian seterusnya secara urut tiap nilai digarisbawahi dan diikuti dengan mencantumkan turusnya masing-masing pada baris-baris bersangkutan hingga semua nilai mendapat giliran satu kali.

Data di atas dapat disajikan dalam bentuk daftar (Distribusi frekuensi) sebagai berikut.

Nilai	Turus/Coretan/Telli	Banyaknya Turus (frekuensi)
40	/	1
45	///	3
50	//	2
55	///	3
60	//// //	7
65	//// //	8
70	////	4
75	////	5
80	/	1
85	///	3
90	//	2
95	/	1
Jumlah		40

Dari daftar di atas dapat dengan mudah diketahui bahwa:

- Nilai terendah adalah 40
- Nilai tertinggi adalah 95
- Ada 8 orang yang memperoleh nilai 65
- Yang memperoleh nilai kurang dari 60 adalah:  $1 + 3 + 2 + 3 = 9$  orang

dari daftar di atas dapat pula memperoleh keterangan:

- Berapa orang yang memperoleh nilai 60 atau lebih?
- Nilai berapa yang didapat paling banyak siswa?
- Berapa beda nilai tertinggi dan terendah?

Data yang diperoleh dari hasil membilang/mencacah disebut data Diskrit dan merupakan bilangan-bilangan bulat atau bilangan cacah. Sedangkan data yang diperoleh dari hasil pengukuran disebut data Kontinu. Jika data yang diperoleh berupa bilangan “pecahan”, maka perlu dilakukan pembulatan. Cara pembulatan bilangan, berdasarkan ilmu statistika, terutama tentang dasar-dasar analisis data, Nar Herrhyanto (2008: 1.13) menyatakan sebagai berikut:

1. Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan kurang dari 5, maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya tetap (tidak berubah).

2. Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan lebih dari 5 atau angka 5 diikuti oleh angka-angka bukan 0 semua, maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya bertambah satu.
3. Jika angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan sama dengan 5 atau angka 5 diikuti angka-angka 0 semua, maka angka terkanan dari angka yang mendahuluinya tetap jika angka tersebut genap, dan bertambah 1 jika angka tersebut ganjil.

Dari pernyataan di atas, maka dapat juga diterjemahkan sebagai berikut:

- Jika angka yang dibulatkan lebih dari 5, maka bilangan tersebut dibulatkan ke atas (bertambah 1).
- Jika angka yang dibulatkan kurang dari 5, maka bilangan tersebut dihilangkan (tidak bertambah).
- Jika angka yang dibulatkan sama dengan 5, maka harus dilihat bilangan di depannya (sebelah kirinya). Jika bilangan yang di depan (sebelah kirinya) angka yang dibulatkan adalah genap, maka pembulatannya dihilangkan (tidak bertambah). Jika bilangan yang di depan (sebelah kirinya) yang dibulatkan adalah ganjil, maka pembulatannya ke atas (bertambah 1).

Contoh (1) Bulatkan sampai satuan terdekat:

- 36,8    dibulatkan menjadi 37
- 48,5    dibulatkan menjadi 48
- 43,5    dibulatkan menjadi 44
- 27,3    dibulatkan menjadi 27
- 12,594 dibulatkan menjadi 13
- 2, 949 dibulatkan menjadi 3, dan sebagainya.

Contoh (2) Bulatkan sampai satu tempat desimal:

- 7,62    dibulatkan menjadi    7,6
- 10,27    dibulatkan menjadi    10,3
- 5,35    dibulatkan menjadi    5,4
- 8,25    dibulatkan menjadi    8,2
- 7,57    dibulatkan menjadi    7,6 dan sebagainya

Contoh (3) Bulatkan sampai 2 angka di belakang koma!

36,8	dibulatkan menjadi	36,80
12,594	dibulatkan menjadi	12,59
12,599	dibulatkan menjadi	12,60
12,235	dibulatkan menjadi	12,24
12,245	dibulatkan menjadi	12,24
7,127	dibulatkan menjadi	7,13 dan sebagainya.

Dalam pembulatan, banyaknya angka di belakang koma disesuaikan dengan permintaan.

Untuk mengajarkan cara penyajian data menjadi daftar frekuensi hendaknya ditempuh secara bertahap, yaitu: (1) diajarkan cara mengurutkan data mulai dari yang terkecil sampai yang terbesar, (2) mengajarkan cara penurusan (tabulasi), dan tahap (3) mengajarkan penyajian data menjadi daftar frekuensi.

Contoh:

Data hasil Ulangan Matematika kelas V SDN “Maju Jaya” diperoleh skor sebagai berikut:

60	55	55	45	60	65	55	45
65	60	60	50	70	65	55	65
60	70	65	75	60	75	80	75
70	75	65	50	70	75	55	50
75	80	80	75	65	60	50	70

Dari data di atas dapat diajarkan sebagai berikut:

(1) Tahap pertama: mengurutkan data dari terkecil sampai terbesar.

Siswa secara perseorangan atau kelompok diminta untuk mengurutkan menjadi skor terurut dari yang terkecil hingga yang terbesar, sehingga data di atas menjadi:

45	45	50	50	50	50	55	55
55	55	55	60	60	60	60	60
60	60	65	65	65	65	65	65
65	70	70	70	70	70	75	75
75	75	75	75	75	80	80	80

(2) Tahap kedua: penurusan (tabulasi):

Tugas ini dapat dilaksanakan oleh seorang siswa atau dapat juga dilaksanakan secara kelompok. Misalnya dilaksanakan oleh kelompok (2 siswa), siswa pertama mencari skor terkecil (=45), memberikan tanda padanya, lalu menyebutkannya. Siswa kedua menuliskan bilangan itu. Sesudah siswa pertama menyebutkan bilangan pertama sambil menunjuknya dan siswa kedua membubuhkan turusnya di belakang bilangan bersangkutan, selanjutnya siswa pertama menyebutkan bilangan kedua sambil menunjuknya dan dibuat turusnya oleh siswa kedua di belakang bilangan itu. Demikian seterusnya sehingga susunan data di atas menjadi:

45: //  
 50: ////  
 55: /////  
 60: ///// //  
 65: ///// //  
 70: /////  
 75: ///// //  
 80: ///

(3) Tahap ketiga: menyajikan data menjadi daftar frekuensi:

Dari hasil kerja pada tahap kedua di atas, selanjutnya dibuat daftar frekuensi dan memasukkan hasil kerja pada tahap kedua ke daftar frekuensi yang disiapkan. Hasilnya adalah sebagai berikut:

Skor Matematika	Turus	Frekuensi
45	//	2
50	////	4
55	/////	5
60	///// //	7
65	///// //	7
70	/////	5
75	///// //	7
80	///	3
Jumlah		40

Agar data yang terkumpul mudah dibaca maka perlu disusun dan disajikan. Terdapat beberapa cara penyajian data, yaitu dengan: diagram batang, diagram gambar/piktogram, diagram lingkaran, diagram garis, diagram peta (kartogram).

### a. Diagram Batang

Diagram batang dapat berupa diagram batang tegak (vertikal) atau diagram batang datar (horisontal). Skala pada sumbu datar dan skala pada sumbu tegaknya dapat sama atau berbeda, tergantung dari keperluan. Kadang-kadang harus dilakukan pemutusan atau pematahan sumbu jika gambar yang dibuat tidak akan dapat dimuat. Panjang batang-batangnya harus disesuaikan dengan skala bilangan-bilangan yang tertera pada sumbu yang bersangkutan. Agar mudah menggambar dan membaca diagram batang sebaiknya digunakan sepasang segitiga. Kertas yang dipakai hendaknya kertas mm atau kertas berkotak. Diagram batang terdiri dari balok-balok yang lebarnya sama dan dilengkapi dengan skala sehingga tampak jelas.

Contoh:

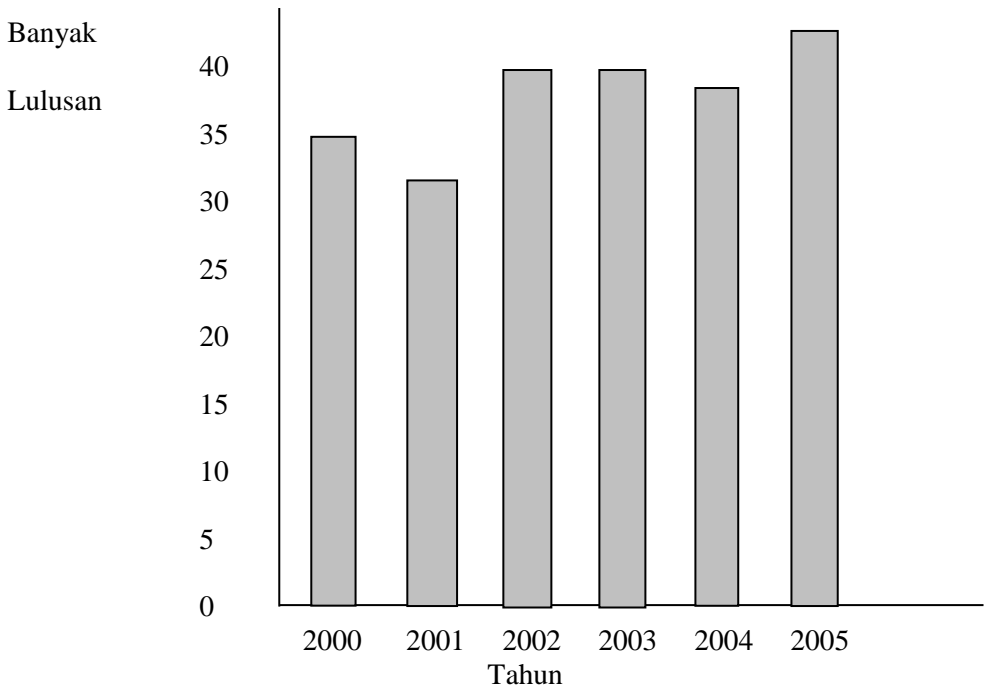
Data lulusan SDN Maju Jaya dari tahun 2000 sampai 2005 adalah sebagai berikut:

Tahun Lulus	Banyaknya lulusan
2000	35
2001	32
2002	40
2003	40
2004	38
2005	42

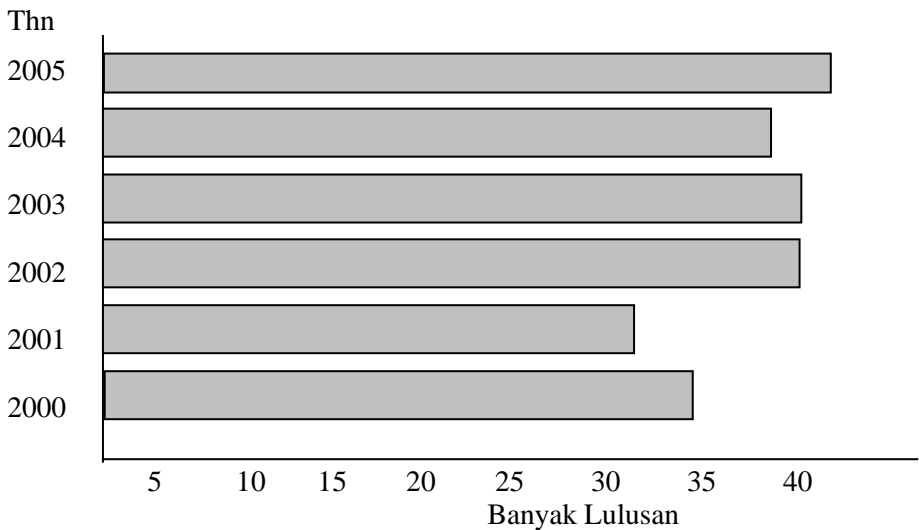


Data di atas dapat disajikan dalam bentuk Diagram Batang sebagai berikut.

1) Diagram Batang Tegak



2) Diagram Batang Datar



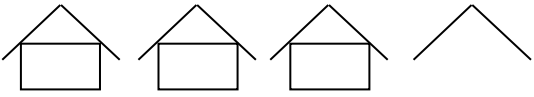
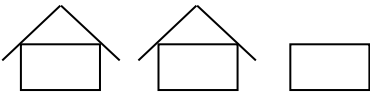
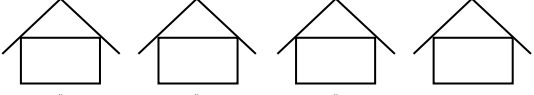
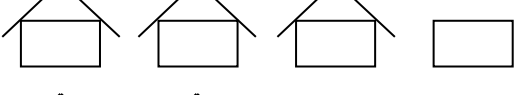
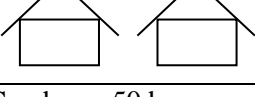
## b. Diagram Gambar/Piktogram/Diagram Lambang

Diagram gambar/piktogram/diagram lambang merupakan cara yang paling sederhana dan jelas untuk menyajikan data tertentu, sehingga lebih cocok untuk menyatakan perbandingan dan ukuran suatu data. Di bawah diagram tersebut atau di tempat lainnya harus diterangkan bahwa sebuah gambar (lambang) itu menyatakan sekian banyak benda itu. Bagian dari sebuah gambar (lambang) benda menyatakan sekian buah benda itu.

Contoh: Data banyaknya bangunan di Desa Taman Sari

Nama Dusun	Banyaknya Bangunan
Anggrek	170
Bugenfil	130
Cempaka	200
Dahlia	182
Mawar	100

Diagram Gambar/Piktogram/Diagram Lambang

Nama Dusun	Banyaknya Bangunan
Anggrek	
Bugenfil	
Cempaka	
Dahlia	
Mawar	

Keterangan: 1 Gambar = 50 bangunan

### c. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran dibuat pada sebuah lingkaran yang dibagi menjadi juring-juring lingkaran dengan luas atau besar sudut pusat sebanding dengan data.

Untuk dapat menggambar diagram lingkaran dengan baik diperlukan pemahaman tentang sudut. Adapun alat yang diperlukan adalah jangka dan busur derajat.

Untuk menggambarkan diagram lingkaran harus dilakukan dahulu perhitungan-perhitungannya. Tiap bagiannya harus dibandingkan dengan keseluruhannya. Akan didapat pecahan yang menyatakan seperberapa keseluruhan tiap bagiannya. Pecahan-pecahan ini menentukan ukuran sudut pusat tiap bagian yang berbentuk juring-juring lingkaran. Ukuran sudutnya didapat dengan  $360^\circ$ . Kemudian gunakan busur derajat untuk membuat diagram lingkarannya.

Bagian-bagian dari diagram lingkaran dapat dinyatakan pula dengan persen. Besar persentase tiap bagian didapat dengan jalan mengalikan pecahannya dengan 100%. Bagian-bagian diagram lingkaran dilengkapi dengan nama-nama bagiannya beserta bilangannya. Bilangan yang dicantumkan dapat berupa bilangan pecahannya, bilangan derajatnya, atau bilangan persennya.

Contoh:

Data Pengeluaran Bulan Desember Rumah Tangga Bapak Rudi adalah sebagai berikut:

Jenis Pengeluaran	Rp (dalam ribuan)
Makan	100
Uang Sekolah	31,25
Transport	25
Tabungan	31,25
Lain-lain	62,50
Jumlah	250

Dari tabel di atas selanjutnya ditentukan perbandingan besarnya sudut pusat yang akan membentuk juring.

Makan =  $(100/250) \times 360^\circ = 144^\circ$

Uang Sekolah =  $(31,25/250) \times 360^\circ = 45^\circ$

Transport =  $(25/250) \times 360^\circ = 36^\circ$

Tabungan =  $(31,25/250) \times 360^\circ = 45^\circ$

Lain-lain =  $(62,50/250) \times 360^\circ = 90^\circ$

Dari data di atas jika dicari persentase masing-masing pengeluaran adalah:

Makan =  $(100/250) = 2/5 = 40\%$

Uang Sekolah =  $(31,25/250) = 1/8 = 12,5\%$

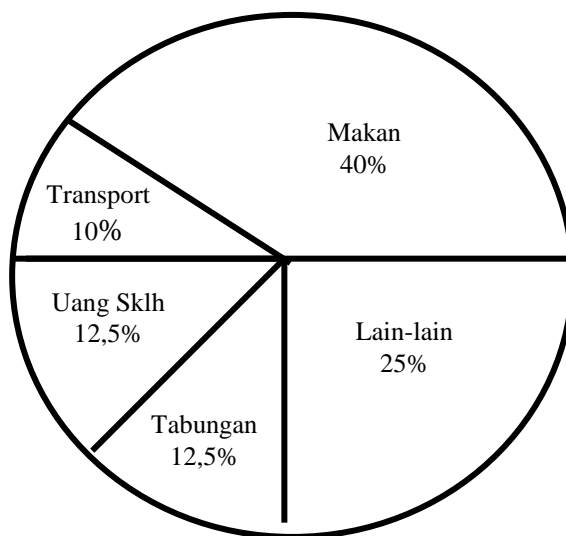
Transport =  $(25/250) = 1/10 = 10\%$

Tabungan =  $(31,25/250) = 1/8 = 12,5\%$

Lain-lain =  $(62,50/250) = 1/4 = 25\%$

Pengeluaran	Ribuan Rp.	Bagian	%	Sudut Pusat (derajat)
Makan	100	2/5	40	144
Uang sekolah	31,25	1/8	12,5	45
Transport	25	1/10	10	36
Tabungan	31,25	1/8	12,5	45
Lain-lain	62,50	1/4	25	90
Jumlah	250	1	100	360

Gambar Diagram Lingkaran:



#### d. Diagram Garis dan Grafik Garis

Jika suatu data diperoleh sepanjang suatu jangka waktu secara berurutan (data kontinu), maka data tersebut dapat dilukiskan secara Grafik Garis (sering disalahartikan dengan Diagram Garis). Pola atau kecenderungan lebih mudah dapat dilihat pada Grafik Garis, tetapi kita harus berhati-hati dalam menarik garis antara titik-titik. Perkiraan garis antara titik-titik tersebut disebut Interpolasi. Sedangkan perkiraan pada perpanjangan garis ke kanan untuk keperluan ramalan disebut Ekstrapolasi. Perlu diketahui perbedaan antara Diagram dan Grafik. Diagram adalah alat penyajian data yang bersifat Diskrit (terpisah). Sedangkan Grafik adalah penyajian data yang bersifat Kontinu (berkelanjutan).

Diagram garis berkaitan dengan bidang koordinat Cartesius yang menyatakan tiap titik padanya dengan pasangan bilangan yang disebut absis dan ordinat. Diagram ini merupakan garis patah yang terjadi dari ruas-ruas garis. Tiap ruas garis itu menghubungkan dua titik keadaan pada suatu saat berurutan. Diagram garis dipakai untuk melihat laju pertumbuhan dalam suatu jangka waktu. Misalnya untuk mengetahui pertumbuhan berat badan anak dari waktu ke waktu, keadaan suhu seorang pasien, pertumbuhan penduduk, perkembangan produksi pertanian, dan sejenisnya. Ruas garis yang datar menyatakan terjadinya perubahan pada dua saat pengamatan, ruas garis yang naik menyatakan terjadinya perubahan (peningkatan), dan ruas garis yang turun menyatakan terjadinya pengurangan (penurunan).

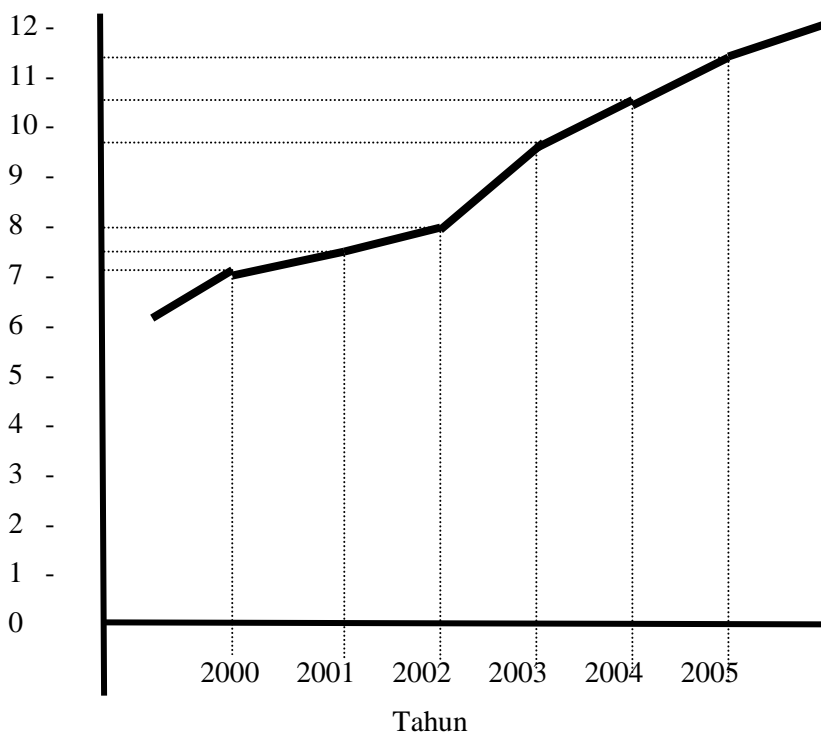
Contoh:

Banyaknya Penduduk di Kota A dari Th. 2000-2005 adalah sebagai berikut:

Tahun	Banyaknya Penduduk (dalam Jutaan)
2000	7
2001	7,5
2002	8,1
2003	9,8
2004	10,7
2005	11,3

Data di atas dapat ditunjukkan dengan Grafik Garis sebagai berikut.

Banyak Penduduk (Juta)



#### e) Diagram Peta/Kartogram

Diagram Peta atau Kartogram digunakan untuk menyajikan data dengan cara menggunakan peta suatu daerah/wilayah. dari bagian-bagian peta yang berupa daerah sesuai dengan data yang diketahui. Misalnya suatu daerah penghasilan utamanya adalah jagung, maka diberi arsiran dengan warna tertentu. Begitu juga daerah lain yang memiliki penghasilan utamanya lain, diberi arsiran warna lain, dan seterusnya.

### D. Rerata (Rataan), Median, Modus

Rerata (Mean) dalam Statistika termasuk Ukuran Gejala Pusat (Tendensi sentral). Selain rerata yang termasuk ukuran gejala pusat adalah Median (nilai tengah) dan Modus (data yang paling sering muncul).

**(a). Rerata (Rataan/Mean)**

Nilai rerata merupakan wakil ukuran kelompok data tersebut. Nilai rerata dihitung dengan cara membagi jumlah semua data oleh banyak data tersebut.

$$\text{Rerata} = \frac{\text{Jumlah semua ukuran}}{\text{Banyaknya ukuran}}$$

Contoh:

Hitunglah rerata dari nilai Matematika 15 siswa sebagai berikut.

6, 8, 9, 5, 6, 7, 6, 7, 8, 6, 4, 5, 9, 4, 6

$$\begin{aligned} \text{Rerata} &= \frac{6+8+9+5+6+7+6+7+8+6+4+5+9+4+6}{15} \\ &= \frac{95}{15} = 6,33 \end{aligned}$$

Jika data yang dikumpulkan banyak maka dapat digunakan daftar frekuensi agar mudah dicari reratanya. Misalnya dari data di atas juga dapat dicari reratanya dengan menggunakan daftar distribusi frekuensi sebagai berikut.

Nilai (x)	Turus	Frekuensi (f)	f.x
4	//	2	8
5	///	3	15
6	////	4	26
7	//	2	14
8	//	2	16
9	//	2	18
Jumlah		15	95

$$\begin{aligned}\text{Rerata} &= \frac{2 \times 4 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 2 \times 7 + 2 \times 8 + 2 \times 9}{15} \\ &= \frac{95}{15} = 6,33\end{aligned}$$

### (b). Median

Median adalah nilai tengah suatu data setelah data tersebut diurutkan dari yang terkecil ke terbesar atau sebaliknya.

Contoh:(1) Tentukan Median dari data berikut.

4, 9, 7, 5, 6, 6, 7, 5, 8, 6, 7, 9, 5.

Untuk menentukan Median, data diurutkan menjadi

4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 9

Karena banyaknya data 13 maka mediannya adalah data pada urutan ke tujuh, yaitu 6.

Contoh (2): Tentukan Median dari data:

$$\begin{aligned}&6, 6, 7, 8, 9, 9, 10, 10 \\ \text{Median} &= \frac{8 + 9}{2} = 8,5\end{aligned}$$

### (c). Modus

Modus adalah data yang paling sering muncul

Contoh: Data: 2, 4, 6, 5, 4, 3, 4, 6, 7, 6, 6

Modusnya adalah 6

Contoh: Data: 4, 7, 8, 2, 6, 1, 5, 9

Modusnya tidak ada

Contoh: Data: 6, 6, 7, 5, 7, 6, 7, 8, 5.

Modusnya adalah 6 dan 7.



**Tugas:**

(1). Dari hasil ulangan Matematika di kelas V

diperoleh skor sebagai berikut.

45, 55, 60, 45, 50, 55, 60, 75, 70, 75,

50, 65, 60, 75, 65, 60, 70, 70, 75, 80,

80, 75, 70, 65, 60, 75, 55, 75, 70, 80,

45, 55, 50, 65, 70, 70, 65, 65, 75, 90,

Tentukan:

a). Gambar dalam bentuk Diagram Lingkaran

b). Rerata, median, dan modusnya!

## **BAB XVII**

### **PELUANG**

#### **Kompetensi Dasar:**

Menguasai substansi dasar keilmuan tentang Peluang dan terampil mengajarkan di sekolah dasar

#### **Pengalaman Belajar:**

Setelah mempelajari Bab XVII ini, Anda dapat:

1. menjelaskan pengertian peluang (nilai kemungkinan),
2. menjelaskan pengertian kejadian atau peristiwa,
3. menjelaskan pengertian ruang sampel,
4. menentukan besarnya peluang muncul angka atau gambar pada pengetosan sebuah mata uang logam,
5. menentukan besarnya peluang muncul mata tertentu dalam pelemparan dadu,
6. menghitung besarnya peluang terambilnya tutup botol tertentu dalam pengambilan sebuah tutup botol secara acak (sembarang),
7. menghitung besarnya peluang terambilnya kartu tertentu dalam pengambilan sebuah kartu dari seperangkat kartu Bridge,
8. menentukan frekuensi relatif munculnya angka atau gambar dari suatu percobaan pengetosan sebuah mata uang logam,
9. menentukan batas-batas peluang suatu kejadian,
10. menentukan besar peluang munculnya suatu kejadian,
11. menjelaskan komplemen suatu kejadian,
12. menentukan hubungan antara peluang suatu kejadian A dengan peluang suatu kejadian bukan A,
13. menjelaskan pengertian frekuensi harapan dari suatu hasil,
14. menghitung frekuensi harapan dari suatu hasil dalam suatu percobaan,
15. menentukan ruang sampel dari suatu percobaan.

## A. Pengertian Peluang

Seorang wasit yang memimpin suatu pertandingan sepak bola, sebelum pertandingan dimulai biasanya memberikan kesempatan kepada kapten dari kedua kesebelasan untuk pemilihan tempat. Wasit ingin bertindak seadil-adilnya dalam mengambil keputusan untuk memilih tempat lebih dahulu. Wasit mengambil sebuah uang logam, kemudian memanggil kapten masing-masing kesebelasan untuk memilih salah satu permukaan mata uang logam yaitu “angka” atau “gambar”, kemudian dilakukan pengetosan (melempar) mata uang logam. Kapten kesebelasan yang pilihannya sama dengan permukaan mata uang logam yang nampak (muncul), itulah yang memilih tempat duluan.



Dari pelemparan mata uang logam yang dilakukan wasit, apakah Anda mengetahui apakah yang akan muncul dari mata uang itu? Permukaan “angka” ataukah “gambar”? tentu tidak akan mengetahui dengan pasti mana yang pasti tampak.

Dalam suatu pertandingan tenis meja antara regu Sekolah Dasar A dan regu Sekolah Dasar B, regu manakah yang pasti menang? Tentu kita tidak tahu secara pasti regu mana yang akan menang.

Kegiatan yang dilakukan secara berulang-ulang dengan menggunakan kondisi yang sama, kemudian dicatat dan dipelajari hasilnya, dinamakan eksperimen (percobaan).

## B. Frekuensi Relatif

Perhatikan percobaan 1: Melempar/mengetos mata uang logam seperti berikut.

Ambillah sebuah mata uang logam, kemudian lemparkan (ditos). Ada berapa kemungkinan permukaan yang akan nampak? Tentu ada dua kemungkinan yang nampak, yaitu permukaan “angka” atau permukaan “gambar”.

Dari sebuah mata uang logam tadi kemudian dilempar (ditos) sebanyak 10 kali. Catatlah, berapa kalikah gambar yang muncul (nampak)? Ulangi pelemparan mata uang logam tersebut berturut-turut sebanyak 20 kali, 30 kali, 40 kali, dan 50 kali. Kemudian catatlah banyaknya gambar yang muncul pada daftar berikut:

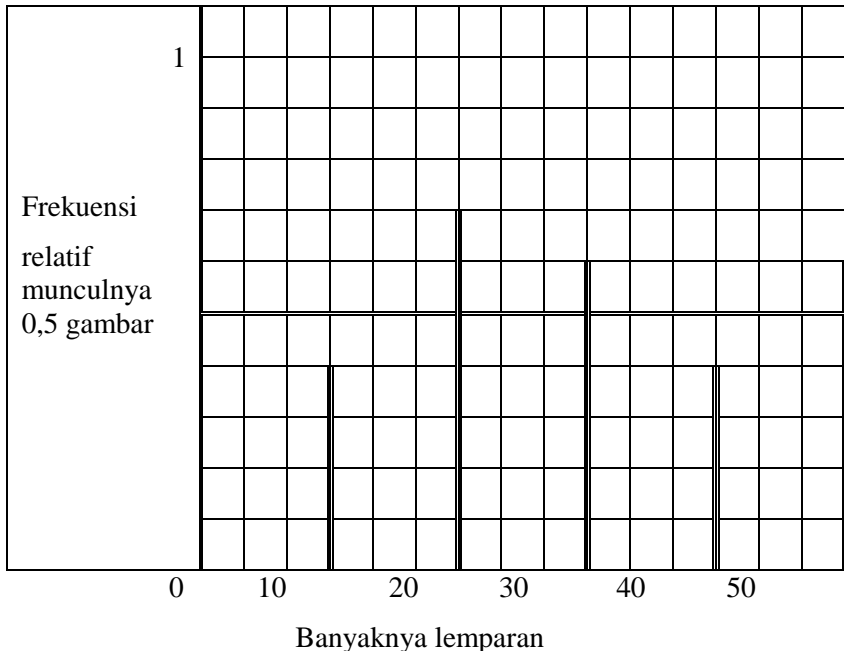
Banyaknya Pelemparan	10	20	30	40	50
Banyaknya Gambar yang muncul					

Apa yang dapat Anda simpulkan dari hasil percobaan tentang pelemparan sebuah mata uang logam itu?

Untuk memperoleh gambaran dalam mengambil kesimpulan dari percobaan tadi, gunakan frekuensi relatif munculnya gambar, yaitu:

$$\text{Frekuensi Relatif munculnya gambar} = \frac{\text{Banyaknya gambar yang muncul}}{\text{Banyaknya lemparan}}$$

Dengan memperhatikan nilai-nilai frekuensi relatif munculnya gambar yang terdapat pada daftar di atas, gambarlah diagram frekuensi relatif munculnya gambar itu pada kertas berpetak seperti tampak pada gambar di bawah ini.



Dari gambar di atas tampak bahwa frekuensi relatif munculnya gambar akan berkisar di sekitar garis mendatar yang ditebalkan, yaitu di sekitar 0,5.

Makin banyak percobaan (eksperimen) pelemparan sebuah mata uang logam dilakukan, frekuensi relatif munculnya gambar akan makin mendekati 0,5.

**Percobaan 2: Menggulingkan dadu.**

Ambillah sebuah dadu yang berbentuk kubus, tiap-tiap sisi diberi mata 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Kemudian dilempar/digulingkan. Ada berapa kemungkinan permukaan (sisi) mata dadu yang nampak di atas? Tentu ada 6 kemungkinan. Permukaan (sisi) yang nampak itu mungkin 1, 2, 3, 4, 5, atau 6.

Dari sebuah dadu yang Anda siapkan, cobalah melemparkan sebanyak 10 kali, 20 kali, 30 kali, 40 kali, dan 50 kali. Catatlah

banyaknya sisi (muka) bermata 5 yang nampak (muncul) pada daftar berikut. Kemudian gambarlah diagram frekuensi relatif munculnya mata dadu bermata 5 pada kertas berpetak berikut ini.

Banyaknya lemparan	10	20	30	40	50
Banyaknya sisi (muka) dadu bermata 5 yang muncul					
Frekuensi relatif munculnya mata 5					

Dari hasil percobaan pelemparan dadu yang telah dilakukan, apakah frekuensi relatif munculnya muka (sisi) dadu bermata 5 akan berkisar di sekitar  $1/6$  ?. Jawabannya adalah ya, frekuensi relatif munculnya muka dadu bermata 5 akan berkisar di sekitar  $1/6$ .

Dari kedua contoh percobaan tersebut, maka dapat diambil kesimpulan bahwa:

Bila banyaknya lemparan bertambah, maka frekuensi relatifnya akan mendekati suatu nilai tertentu. Nilai itu disebut Nilai Kemungkinan atau Peluang.

Dari keterangan di atas dapat dikatakan bahwa:

*Nilai kemungkinan atau Peluang suatu hasil dari suatu percobaan adalah bilangan yang didekati oleh frekuensi relatifnya, apabila percobaan itu dilakukan banyak sekali.*

*Dalam percobaan pelemparan sebuah mata uang logam, sesuatu yang mungkin terjadi ialah munculnya angka atau munculnya gambar. Munculnya permukaan angka atau munculnya permukaan gambar dalam pelemparan sebuah mata uang logam dinamakan peristiwa atau kejadian. Dengan demikian Peristiwa atau kejadian adalah sesuatu yang terjadi dalam suatu percobaan. Kumpulan peristiwa yang mungkin terjadi (muncul) dari suatu percobaan dinamakan Ruang Sampel. Peristiwa-peristiwa dari suatu ruang sampel*

Dalam pelemparan sebuah dadu, peristiwa yang mungkin terjadi adalah munculnya muka dadu bermata 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Jadi anggota ruang sampelnya ada 6. Munculnya muka dadu bermata 5 dinamakan peristiwa atau kejadian munculnya muka dadu bermata 5. Dikatakan bahwa sisi dengan mata 5 mempunyai “ 1 dari 6 kemungkinan”.

Nilai kemungkinan (peluang) muka dadu bermata 5 di atas dinyatakan dengan pecahan  $\frac{1}{6}$ .

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa: Bila kejadian-kejadian mempunyai kesempatan (peluang) yang sama untuk terjadi, maka:

$$\text{Peluang munculnya suatu kejadian A} = \frac{\text{Banyaknya kejadian A}}{\text{Banyaknya kejadian yang mungkin terjadi}}$$

### **Peluang suatu kejadian A ditulis $P(A)$ .**

Contoh 1:

Berapakan nilai kemungkinan (peluang) munculnya “angka” pada pelemparan sebuah mata uang logam?

Jawab:

Mata uang logam itu akan jatuh dengan permukaan “angka” atau “gambar” yang di atas. Dikatakan bahwa permukaan “angka” itu mempunyai “1 dari 2 kemungkinan”. Nilai kemungkinan (peluang) permukaan angka di atas dinyatakan dengan pecahan  $\frac{1}{2}$ . Dapat ditulis  $P(\text{angka}) = \frac{1}{2}$ .

Berapakah nilai kemungkinan (peluang) munculnya muka (sisi) dadu bermata 3 pada pelemparan sebuah dadu?

Jawab:

Dadu itu akan jatuh dengan salah satu di antara enam mata dadunya (enam sisinya). Dikatakan bahwa sisi dengan mata 3 mempunyai “1 dari 6 kemungkinan” untuk di atas. Nilai kemungkinan (peluang) muka bermata 3 di atas dinyatakan dengan pecahan  $\frac{1}{6}$ . Dapat ditulis  $P(\text{muka bermata 3}) = \frac{1}{6}$ .

Contoh 2:

Dalam sebuah kotak terdapat 4 buah kelereng berwarna merah dan 6 kelereng berwarna putih. Setiap kelereng ukurannya sama. Kemudian diambil sebuah kelereng dengan mata tertutup.

a) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya kelereng berwarna merah?

b) Berapakan nilai kemungkinan terambilnya kelereng berwarna putih?

Jawab:

Banyak kelereng seluruhnya dalam kotak adalah  $5 + 6 = 11$  buah.

- a) Karena 5 buah kelereng berwarna merah, maka dikatakan bahwa mempunyai “ 5 dari 11 kemungkinan” untuk mengambil sebuah kelereng berwarna merah. Nilai kemungkinan (peluang) untuk mengambil sebuah kelereng berwarna merah adalah  $5/11$ . Dapat ditulis  $P(\text{merah}) = 5/11$ .
- b) Karena 6 buah kelereng berwarna putih, maka dikatakan bahwa mempunyai “ 6 dari 11 kemungkinan” untuk mengambil sebuah kelereng berwarna putih. Nilai kemungkinan (peluang) untuk mengambil sebuah kelereng berwarna putih adalah  $6/11$ . Dapat ditulis  $P(\text{putih}) = 6/11$ .

Contoh 3:

Suatu kotak berisi 20 tutup botol. Tiap-tiap tutup botol ukurannya sama. 7 buah tutup botol bertuliskan A, 5 buah tutup botol bertuliskan B, dan 8 tutup botol bertuliskan C. Guncang-guncangkan kotak itu. Ambillah sebuah tutup botol secara acak (sembarang).

- a) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan A?
- b) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan B?
- c) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan C?

Jawab:

Jadi ada 20 kemungkinan hasil.

- a) Karena 7 buah tutup botol bertuliskan A, maka dikatakan bahwa ada 7 dari 20 kemungkinan untuk mengambil sebuah tutup botol bertuliskan A. Nilai kemungkinan (peluang) mengambil sebuah tutup botol yang bertuliskan A adalah  $7/20$ . Atau ditulis (tutup botol bertuliskan A) =  $7/20$ .
- b) Karena 5 buah tutup botol bertuliskan B, maka dikatakan bahwa ada 5 dari 20 kemungkinan untuk mengambil sebuah tutup botol bertuliskan B. Nilai kemungkinan (peluang) mengambil sebuah tutup botol yang bertuliskan B adalah  $5/20$ . Atau ditulis (tutup botol bertuliskan B) =  $5/20$ .



- c) Karena 8 buah tutup botol bertuliskan C, maka dikatakan bahwa ada 8 dari 20 kemungkinan untuk mengambil sebuah tutup botol bertuliskan C. Nilai kemungkinan (peluang) mengambil sebuah tutup botol yang bertuliskan C adalah  $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ . Atau ditulis (tutup botol bertuliskan C) =  $\frac{2}{5}$ .

Contoh 4:

Ambillah sebuah kartu dari sekumpulan kartu yang bernomor 1, 2, ..... 10

- a) Ada berapakah anggota ruang sampelnya?
- b) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor ganjil?
- c) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor genap?
- d) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor prima?

Jawab:

- a) Jumlah kartu itu ada 10 buah. Jadi ada 10 kemungkinan hasil. Karena ada 10 kemungkinan hasil, maka anggota ruang sampelnya ada 10.
- b) Kartu yang bernomor ganjil adalah: 1, 3, 5, 7, dan 9. Banyak kartu yang bernomor ganjil ada 5 buah. Dikatakan mempunyai “5 dari 10 kemungkinan untuk terambil satu kartu yang bernomor ganjil. Peluang terambilnya kartu yang bernomor ganjil adalah  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ . Atau ditulis  $P(\text{ganjil}) = \frac{1}{2}$ .
- c) Kartu yang bernomor genap adalah: 2, 4, 6, 8, dan 10. Banyak kartu yang bernomor ganjil ada 5 buah. Dikatakan mempunyai “5 dari 10 kemungkinan untuk terambil satu kartu yang bernomor genap. Peluang terambilnya kartu yang bernomor genap adalah  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ . Atau ditulis  $P(\text{genap}) = \frac{1}{2}$ .
- d) Kartu yang bernomor prima adalah: 2, 3, 5, dan 7. Banyak kartu yang bernomor ganjil ada 4 buah. Dikatakan mempunyai “4 dari 10 kemungkinan untuk terambil satu kartu yang bernomor prima. Peluang terambilnya kartu yang bernomor prima adalah  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$  Atau ditulis  $P(\text{prima}) = \frac{2}{5}$ .

### Soal-soal Latihan:

- 1) a. Berapakah nilai kemungkinan (peluang) munculnya “gambar” pada pelemparan sebuah mata uang logam?

- b. Berapakah nilai kemungkinan (peluang) munculnya muka (sisi) dadu bermata 4 pada pelemparan sebuah dadu?
- 2) Dalam sebuah kotak terdapat 7 buah kelereng berwarna merah dan 9 kelereng berwarna putih. Setiap kelereng ukurannya sama. Kemudian diambil sebuah kelereng dengan mata tertutup.
- a) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya kelereng berwarna merah?
- b) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya kelereng berwarna putih?
- 3) Suatu kotak berisi 35 tutup botol. Tiap-tiap tutup botol ukurannya sama. 17 buah tutup botol bertuliskan A, 13 buah tutup botol bertuliskan B, dan 5 tutup botol bertuliskan C. Guncang-guncangkan kotak itu. Ambillah sebuah tutup botol secara acak (sembarang).
- a) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan A?
- b) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan B?
- c) Berapakah nilai kemungkinan terambilnya tutup botol yang bertuliskan C?
- 4) Ambillah sebuah kartu dari sekumpulan kartu yang bernomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..... 20.
- a) Ada berapakah anggota ruang sampelnya?
- b) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor ganjil?
- c) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor genap?
- d) Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor prima?
- 5) Pada seperangkat kartu Bridge terdapat 52 buah kartu yang terdiri dari 13 buah kartu jantung, 13 buah kartu daun, 13 kartu skop, dan 13 kartu diamond. Kelompok kartu-kartu itu masing-masing bernama A (As), K (King), Q (Queen), J (Jack), 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, dan 2. Seperangkat kartu bridge itu dikocok, kemudian diambil sebuah kartu secara acak.
- Berapakah peluang terambilnya sebuah kartu:
- a) King
- b) Daun
- c) 9 atau 10
- d) Diamond atau Skop?

### C. Batas-batas Peluang

Untuk mengetahui dan memahami batas-batas peluang, perhatikan suatu percobaan melempar sebuah dadu yang bermata 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Berapakah peluang bahwa yang nampak itu:

- mata 3 ?
- mata genap?
- mata prima yang tidak genap?
- mata 9 ?
- salah satu dari mata 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 ?

***Gambarlah peluang dari pertanyaan-pertanyaan di atas, sekarang cocokkanlah jawabannya dengan jawaban berikut ini:***

- $P(\text{mata } 3) = 1/6$ .
- $P(\text{mata genap}) = 3/6 = 1/2$
- $P(\text{mata prima yang tidak genap}) = 2/6 = 1/3$
- $P(\text{mata } 9) = 0/6 = 0$
- $P(\text{mata } 1, 2, 3, 4, 5, \text{ atau } 6) = 6/6 = 1$

Berdasarkan hasil perhitungan peluang di atas maka batas-batas peluang adalah:

$0 \leq P \leq 1$ . Suatu kejadian yang nilai kemungkinannya (peluangnya) nol artinya kejadian itu *tidak mungkin terjadi* atau *mustahil terjadi*. Seperti pada pelemparan sebuah dadu, keluarnya (munculnya) mata 9 tidak mungkin terjadi, karena dadu yang dilemparkan tidak mempunyai mata 9.

Peluang suatu kejadian adalah 1 artinya kejadian itu *selalu terjadi* atau *pasti terjadi*. Misalnya pada pelemparan sebuah dadu yang bermata 1, 2, 3, 4, 5, dan 6, maka peristiwa (kejadian) munculnya salah satu mata 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 selalu akan terjadi atau pasti terjadi.

Dalam pelemparan sebuah dadu, peristiwa yang mungkin terjadi ialah munculnya salah satu mata 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Jadi dalam pelemparan sebuah dadu peluang munculnya mata 3 adalah  $P(3) = 1/6$ . Peluang munculnya mata bukan 3 adalah  $P(\text{bukan } 3) = 5/6$ , karena mata yang bukan 3 adalah 1, 2, 4, 5, 6 (ada 5) maka  $P(\text{bukan } 3) = 5/6$ .

Yang dimaksud dengan *komplemen dari suatu kejadian A* adalah suatu kejadian bukan A atau bukan kejadian A. Selanjutnya dirumuskan peluang kejadian bukan A adalah:

$$P(\text{bukan } A) = 1 - P(A)$$

Contoh 1:

1. Lemparkan sebuah dadu!

- Berapakah peluang munculnya mata 5?
- Berapakah peluang munculnya bukan mata 5?
- Bagaimana hubungan antara P (mata 5) dan P (bukan mata 5)?

Jawab:

- $P(\text{mata } 5) = 1/6$
- $P(\text{bukan mata } 5) = 5/6$
- $P(\text{mata } 5) + P(\text{bukan mata } 5) = 1/6 + 5/6 = 1$

2. Pada suatu daerah, diketahui bahwa peluang seorang anak terjangkiti penyakit Demam Berdarah adalah 0,27. Berapakah peluang seorang anak tidak terjangkiti penyakit Demam Berdarah?

Jawab:

$$P(\text{anak dijangkiti penyakit Demam Berdarah}) = 0,27$$

$$P(\text{anak tidak terjangkiti penyakit Demam Berdarah}) = 1 - 0,27 = 0,73.$$

Contoh 2:

Dua buah mata uang logam dilempar bersama-sama sekaligus.

- Berapakah peluang munculnya “angka” kembar (angka dan angka)?
- Berapakah peluang munculnya “angka dan gambar”?

Jawab:

Untuk menjawab soal di atas perlu dibuatkan tabel pelemparan dua mata uang logam sekaligus seperti berikut ini:

Mata Uang II Mata Uang I	Angka (A)	Gambar (G)
Angka (A)	(A,A)	(A,G)
Gambar (G)	(G,A)	(G,G)

$$P(\text{angka dan angka}) = 1/6$$

$$P(\text{bukan angka semua}) = 2/4 = 1/2.$$

Contoh 3:

Dua buah dadu (warna merah dan putih) dilemparkan bersama-sama sekaligus.

Berapakah peluang munculnya jumlah kedua mata dadu itu:

- bukan 5 ?
- lebih kecil dari 7 ?

Jawab:

Untuk menjawab soal di atas, terlebih dahulu dibuat daftar semua pasangan yang mungkin terjadi dari pelemparan dua buah dadu itu seperti berikut ini:

		Dadu warna putih					
		1	2	3	4	5	6
Dadu warna merah	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Kejadian (peristiwa) yang mungkin terjadi pada pelemparan dua buah dadu secara bersamaan ada 36. Dikatakan bahwa anggota ruang sampelnya ada 36.

a. Dari daftar di atas tampak bahwa peluang munculnya jumlah kedua mata dadu

itu 5 adalah  $P(\text{jumlah } 5) = 4/36$ , maka:

$$P(\text{jumlah bukan } 5) = 1 - P(\text{jumlah } 5)$$

$$P(\text{jumlah bukan } 5) = 1 - 4/36$$

$$= 32/36$$

$$= 8/9$$

- b. Dari daftar di atas tampak bahwa peluang munculnya jumlah kedua mata dadu yang lebih kecil dari 7 adalah:

Pasangan dua dadu yang jumlahnya kurang dari 7 ada sebanyak 15

Jadi  $P(\text{jumlah kurang dari } 7) = 15/36 = 5/12$

Atau dapat dicari dengan cara berikut:

$$P(\text{jumlah mata} \geq 7) = 21/36$$

$$P(\text{jumlah mata} < 7) = 1 - 21/36 = 15/36$$

## D. Frekuensi Harapan

Pada pelemparan sebuah mata uang logam maka peluang munculnya angka dan peluang munculnya gambar adalah sama yaitu  $\frac{1}{2}$ . Makin banyak pelemparan dilakukan, maka banyaknya angka dan banyaknya gambar yang muncul makin mendekati jumlah yang sama. Bila kita telah mengetahui peluang dari suatu percobaan, maka kita dapat memperkirakan atau mengharapkan banyaknya hasil percobaan yang akan terjadi. Misalkan dalam melemparkan sebuah mata uang logam 400 kali, maka kita akan heran bila yang misalnya banyak gambar yang muncul itu 6 kali, dan banyak angka yang muncul itu 394 kali. Akan tetapi kita dapat menerima bila misalnya banyak gambar yang muncul itu 208 kali dan banyak angka yang muncul itu 192 kali. Meskipun sebenarnya dari 400 kali percobaan itu diperkirakan (diharapkan) akan muncul 200 kali gambar dan 200 kali angka.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa dalam sejumlah percobaan, "*Frekuensi harapan dari suatu hasil sama dengan peluang dari hasil tersebut dikalikan dengan banyaknya percobaan*".

Contoh:

1. Dalam percobaan melemparkan sebuah dadu, berapakah kita harapkan munculnya mata dadu 4, bila pelemparan itu dilakukan:
  - a. 180 kali
  - b. 300 kali

Jawab:

Peluang munculnya mata dadu 4 pada pelemparan sebuah dadu adalah  $P(4) = 1/6$ ., maka:

- a. Pada pelemparan 180 kali, munculnya mata dadu 4 diharapkan sebanyak:

$$1/6 \times 180 = 30 \text{ kali.}$$

- b. Pada pelemparan 300 kali, munculnya mata dadu 4 diharapkan sebanyak:

$$1/6 \times 300 = 50 \text{ kali.}$$

2. Dua buah mata uang logam dilempar bersama-sama.
- Ada berapakah anggota ruang sampelnya? Tuliskan anggota ruang sampel tersebut dalam suatu himpunan.
  - Berapa kalikah dua angka akan muncul, bila kedua mata uang logam itu dilemparkan 260 kali?
  - Berapa kalikah sebuah gambar dan sebuah angka akan muncul, bila pelemparan mata uang logam itu dilakukan 180 kali?

Jawab:

- Hasil yang mungkin terjadi dari pelemparan dua buah mata uang logam secara bersama-sama adalah ada 4 anggota ruang sampel, yaitu:  $\{(A,A), (A,G), (G,A), (G,G)\}$ .
- Dalam pelemparan dua buah mata uang logam, peluang muncul dua angka, yaitu  $P(A,A) = 1/4$ . Jadi dari 260 kali pelemparan, diharapkan akan muncul dua angka sebanyak  $= 1/4 \times 260 = 65$  kali.
- Dalam pelemparan dua buah mata uang logam, peluang muncul sebuah gambar dan sebuah angka, yaitu  $P(G \text{ dan } A) = 2/4 = 1/2$ . Jadi dari 180 kali pelemparan, diharapkan akan muncul sebuah gambar dan sebuah angka sebanyak  $= 1/2 \times 180 = 90$  kali.

### Soal Latihan:

- Misalnya diketahui bahwa peluang seorang siswa tidak akan naik kelas dalam suatu tahun adalah 0,15. Bila ada 400 orang siswa yang mengikuti tes kenaikan kelas, berapakah diharapkan jumlah siswa yang akan naik kelas?
- Dalam sebuah kota terdapat 16 buah kelereng hitam dan 9 kelereng merah. Sebuah kelereng diambil secara acak, kemudian dimasukkan dalam kotak tadi. Berapa kalikah harapan banyaknya kelereng hitam akan terambil, bila pengambilan itu dilakukan sebanyak 300 kali?

3. Satu set kartu Bridge lengkap dikocok dan satu kartu diambil secara acak. Kartu itu dikembalikan lagi, kemudian percobaan diteruskan sampai 450 kali.
  - a. Berapa kalikah kita harapkan kartu Q (Queen) atau kartu bernomor 7 akan terambil?
  - b. Berapa kalikah kita harapkan kartu diamond akan terambil?
4. Pada pengetosan tiga buah mata uang logam sekaligus sebanyak 1500 kali, berapakah frekuensi harapan dari munculnya dua buah gambar dan sebuah angka?
5. Dua buah dadu dilemparkan secara bersamaan sebanyak 1860 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah lebih besar dari 5 ?





## DAFTAR PUSTAKA

- Akbar, Sutawijaya. 1997. *Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika*, Makalah Seminar Rasional Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan Matematika dalam Era Globalisasi. PPS IKIP Malang.
- Asyhar, R. (2011). *Kreatif Mengembangkan Media Pembelajaran*. Jakarta: Gaung Persada Press.
- Burger, William F. & Musser, Garry L.. 1991. *Mathematics for Elementary Teachers*. Ontario: Macmillan.
- Clemens, Stanley R; O'Daffer, Phares G.; Cooney, Thomas J. 1984. *Geometry With Application and Probling Solving*. USA: Addison-Wesley Publishing Company.
- D'Augustine, C. & Smith., Jr. C.W.. 1992. *Teaching Elementary School Mathematics*. New York: Harper Collins.
- Daitin Tarigan, 2006. *Pembelajaran Matematika Realistik*. Jakarta: Dirjen Dikti.
- Dolk, Maarten. 2006. *Realistik Mathematics Education*. Makalah Kuliah Umum di Program Pasca Sarjana Universitas Sriwijaya Palembang, Tanggal 29 Juli 2006
- Darhim, dkk. 1991. *Pendidikan Matematika 2*. Jakarta: Depdikbud.
- Endang Poerwanti, dkk. 2008. *Asesmen Pembelajaran SD*. Jakarta: Dirjen Dikti
- GreveRMEijer. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Nederlands: Fruedental institute.
- Herman Hudoyo. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta : P2LPTK
- Heuvel, M. Van den; Panhuizen. 1996. *Assesment and Realistic Mathematics Education*. Nederlands: Fruedental institute.
- Karso, dkk. 2004. *Pendidikan Matematika I*. Jakarta: Univeritas Terbuka
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. 1994. *Guiding Children's Learning of Mathematics*. New York: Macmillan.

Nar Herrhyanto & H.M. Akib Hamid. 2008. *Statistika Dasar*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.

*PeRMEndikbud No. 54 Tahun 2013 tentang Standar Kompetensi Lulusan*

*PeRMEndikbud No. 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses*

*PeRMEndikbud No. 66 Tahun 2013 tentang Standar Penilaian.*

*PeRMEndikbud No. 67 Tahun 2013 tentang Kerangka dasar dan struktur Kurikulum*

Musser, Gary L.; Burger, William F. 1991. *Mathematics for Elementary Teachers, Contemporary Approach (Second Edition)*. New York: Macmillan Publishing Company.

Negoro, ST.; Harahap, B. 1984. *Ensiklopedi Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Padmono, Y. 2011. *Media Pembelajaran*. Surakarta: FKIP UNS.

Prihatin, E. 2008. *Guru sebagai Fasilitator*. Bandung: Karsa Mandiri Persada.

Sanaky, H.A.H. (2013). *Media Pembelajaran Interaktif-Inovatif*. Yogyakarta: Kaukaba Dipantara.

Sobel, Max A.; Maletsky, Evan M. 1975. *Teaching Mathematics: A Sourcebook of Aids, Activities, and Strategies*. N.J: Prentice-Hall, Inc.

Soewardi. 1984. *Melukis Bentuk Geometri*. Jakarta: PT Gramedia.

Sutarto Hadi, 2005. *Pendidikan Matematika Realistik*. Banjarmasin : Penerbit Tulip

Van de Walle, John A. 1994. *Elementary School Mathematics*. New York: Longman Publishing Group.

Wirasto. 1982. *Matematika SD untuk Orang Tua Murid dan Guru*. Jakarta: PT.Indira.

## RIWAYAT HIDUP PENULIS



Wahyudi lahir di Pati, pada tanggal 10 Desember 1962. Anak pertama dari dua bersaudara, pasangan dari ayah bernama Suwardi dan ibu bernama Susinah. Isteri bernama Sri Utami, dan dikaruniai tiga orang anak, yaitu (1) Aditya Rizki Yudiantika, (2) Arif Wahyu Wirawan, dan (3) Akhlis Ilham Pascaputra. Menamatkan Sekolah Dasar Negeri Sukolilo I - Pati pada tahun 1975, Sekolah Menengah Pertama Pemda di Sukolilo – Pati tahun 1979 dan Sekolah Menengah Atas Negeri 2 di Grobogan pada tahun 1982. Pada tahun 1982 melanjutkan studi di Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FPMIPA) Jurusan Pendidikan Matematika IKIP Negeri Semarang, lulus pada tahun 1986. Pada tahun 1993 mendapat kesempatan mengikuti seleksi Calon Dosen Kewiraan yang dilaksanakan oleh Dirjen Dikti Depdikbud dan Dephankam Republik Indonesia di Lemhannas Jakarta, dan telah lulus, sehingga diberikan hak sebagai dosen mata kuliah Kewiraan (Pendidikan Kewarganegaraan). Pada tahun 1995 mendapat kesempatan dari Dirjen Dikti untuk studi lanjut S2 pada Program Pascasarjana IKIP Negeri Malang Jurusan Pendidikan Matematika SD dan lulus pada tahun 1997.

Pengalaman mengajar di Sekolah Pendidikan Guru (SPG) Negeri Kebumen tahun 1988 – 1990. Sejak tanggal 1 Juli 1991 dengan adanya proses alih fungsi, kemudian menjadi staf pengajar di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) jenjang Diploma II (D2) FKIP Universitas Sebelas Maret. Kemudian dari jenjang D2 menjadi jenjang Strata 1 (S1) Program Studi PGSD FKIP Universitas Sebelas Maret pada tahun 2006. Pada tahun 2012 mendapatkan tanda kehormatan “Satyalancana Karya Satya XX tahun” dari Presiden Republik Indonesia. Hingga saat ini, selain sebagai dosen pengampu mata kuliah Matematika, juga sebagai dosen pengampu mata kuliah Pendidikan Kewarganegaraan pada Program Studi PGSD FKIP UNS, menempati jabatan akademik Lektor Kepala dengan pangkat Pembina Utama Muda, golongan ruang IV-c.

Karya ilmiah dan hasil penelitian di antaranya: (1) Kesalahan Hitung Pengurangan Bilangan Cacah bagi Siswa Kelas III Sekolah Dasar (2002), (2) Pembelajaran Pengurangan Bilangan Cacah Berdasarkan Pola dan Sebab Kesalahan Siswa Kelas III Sekolah Dasar (2008), (3) Pembelajaran Bilangan Bulat dengan Menggunakan Alat Peraga "Muatan" pada Siswa Kelas V Sekolah Dasar (2008), (4) Pendampingan Penyusunan RPP Berdasarkan PerMEndiknas Nomor 41 Tahun 2007 pada Guru SD (2011), (5) Pendampingan Pembuatan Media dan Pemanfaatan Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) untuk Pembelajaran di Sekolah Dasar (2012). Pengembangan Model Pembelajaran *Realistic Mathematics Education (RME)* dalam peningkatan Pembelajaran Matematika SD 2 bagi Mahasiswa Prodi PGSD FKIP UNS Kampus Kebumen (2014 - 2015). Sedangkan buku yang pernah ditulis adalah (1) Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar (2008), (2) Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar 2 (untuk Guru dan Calon Guru SD) (2013), (3) Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar 1 (untuk Guru dan Calon Guru SD) (2014).



# **PANDUAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR**

**(Untuk Guru dan Calon Guru SD)**

Buku ini digunakan sebagai buku ajar mata kuliah Pendidikan Matematika SD yang disajikan pada mahasiswa Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD) pada semester III dengan bobot 3 SKS dan semester IV dengan bobot 3 SKS. Oleh karena itu, mahasiswa diharapkan dapat mempelajarinya dengan sistem belajar mandiri, dan selanjutnya berlatih secara mandiri mempraktikkan keterampilan mengajar sesuai dengan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. Buku ini terdiri dari 17 bab yang membahas tentang pembelajaran matematika di Sekolah Dasar. Pada bab 1 dibahas tentang Teori Belajar yang melandasi pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar. Bab 2 dibahas tentang Strategi, Pendekatan, dan Metode Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar. Bab 3 dibahas tentang Media Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar. Bab 4 dibahas tentang Asesmen Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar. Bab 5 dibahas tentang Kurikulum Matematika Sekolah Dasar. Bab 6 dibahas tentang Bilangan dan Lambangnya. Bab 7 dibahas tentang Bilangan Asli. Bab 8 dibahas tentang Bilangan Cacah. Bab 9 dibahas tentang Bilangan Bulat. Bab 10 dibahas tentang FPB dan KPK. Bab 11 dibahas tentang Pecahan, Perbandingan, dan Skala. Bab 12 dibahas tentang Bilangan Rasional. Bab 13 dibahas tentang Bangun Datar. Bab 14 dibahas tentang Bangun Ruang. Bab 15 dibahas tentang Pengukuran. Bab 16 dibahas tentang Pengelolaan Data. Bab 17 dibahas tentang Peluang.