DASAR-DASAR FUZZY LOGIC

MODUL KULIAH

SUDRADJAT

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
BANDUNG
2008

KATAPENGANTAR

Modul kuliah ini disusun sebagai pelengkap buku text kuliah tentang Logika Fuzzy, yang diberikan untuk mahasiswa program studi Matematika di tingkat sarjana. Mengingat materi Logika Fuzzy memerlukan pengatahuan dasar mengenai himpunan fuzzy maka modul kuliah ini disusun dengan urutan pertama pemahaman tentang konsep himpunan fuzzy, kemudian pemahaman tentang logika fuzzy dan terakhir penggunaan himpunaan fuzzy pada pemograman linier dan sekaligus pemahaman tentang pemodelan.

Pada bagian awal, akan dibahas tentang himpunan crisp, himpunan fuzzy yang merupakan dasar-dasar dari operasi logika fuzzy . Contoh-contoh himpunan crisp, fungsi keanggotaan dan konsep possibilistik.

Bagian kedua, akan dibahas Fuzzy logic, sejarah perkembangan fuzzy logic, himpunan crisp dan fuzzy dan Validasi dan konsistensi pada fuzzy logic.

Bagian akhir, akan dibahas fuzzy pemograman linier, Interactive fuzzy pemograman linier, Algoritma Interactive pemograman linier fuzzy dan dasar-dasar pemodelan matematika.

Modul ini disusun untuk pertama kali, mudah-mudahan modul ini dapat memberikan arahan dalam mempelajari logika fuzzy khususnya bagi para mahasiswa dan diharapkan ada masukan-masukan untuk perbaikan sehingga pada akhirnya modul ini bisa diterbitan dalam bentuk buku.

Bandung, Agustus 2008
Penulis

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

Himpunan fuzzy mempunyai peranan yang penting dalam perkembangan matematika khususnya dalam matematika himpunan. Matematkawan German George Cantor (1845-1918) adalah orang yang pertama kali secara formal mempelajari konsep tentang himpunan, Jantzen [7]. Teori himpunan selalu dipelajari dan di terapkan sepanjang masa, bahkan sampai saat ini matematikawan selalu mengembangkan tentang bahsa matematika (teori himpunan). Banyak penelitian-penelitian yang menggunakan teori himpunan fuzzy dan saat ini banyak literature-litelatur tentang himpunan fuzzy, misalnya yang berkaitan dengan teknik control, *fuzzy logic* dan relasi fuzzy.

Ide himpunan fuzzy (*fuzzy set*) di awali dari matematika dan teori system dari L.A Zadeh [35], pada tahun 1965. jika diterjemahkan, "fuzzy" artinya tidak jelas/buram, tidak pasti. Himpunan fuzzy adalah cabang dari matematika yang tertua, yang mempelajari proses bilang random: teori probailitas, statistik matematik, teori informasi dan lainnya. Penyelesaian masalah dengan himpunan fuzzy lebih mudah dari pada dengan mengunakan teori probabilitas (konsep pengukuran).

Fuzzy Logic dapat dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika modern dan metodis baru ditemukan pada tahun 1965, padahal sebenarnya konsep tentang fuzzy logic itu sendiri sudah ada sejak lama.

Salah satu contoh penggunaan fuzzy logic pada proses input-output dalam bentuk grafis seperti pada Gamar 1.1, Kusumadewi [10].

Beberapa alasan digunakannya *fuzzy logia* : (Kusumadewi [10], Sudradjat [29] Yan, Ryan dan Power [34]), adalah

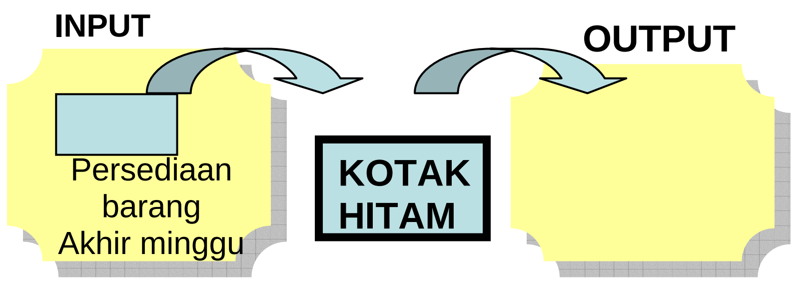
1. Konsep fuzzy logic mudah dimengerti.
2. Fuzzy logic sangat fleksibel.
3. Fuzzy logic memiliki toleansi terhadap data yang kurang tepat, Popescu, Suradjat dan Ghica [15, 16]

4. Fuzzy logic mampu memodelkan fungsi nonlinier yang kompleks.
5. Fuzzy logic didasari pada ahasa alami .

Fuzzy Logic saat ini banyak diterapkan dalam berbagai bidang, Jantzen [7], diantaranya:

- Fuzzy rule Based Systems
- Fuzzy Nonliner Simulations
- Fuzzy Decision Making
- Fuzzy Classification
- Fuzzy Pattern ecognition
- Fuzzy Control Systems

Sebagai contoh perhatikan proses input-output seperti pada gambar 1.1



Gambar 1.1 Poses input out-put

Modul ini terdiri dari 6 bab, yaitu Bab 1 Pendahuluan, Bab 2, Himpunan crisp yang terdisi dari konsep dasar dan terminologi himpunan fuzzy, Bab 3, Pengertian fuzzy, fungsi keanggotaan, teori possibilistik, trapezoidal bilangan fuzzy, Bab 4 membahas tentang fuzzi logic, sejarah perkembangan fuzzy logic, validasi dan konsistensi pada fuzzy logic, Bab 5 membahas tentang, pemograman linier fuzzy, interaktif pemograman linier fuzzy, algoritma interaktif pemograman linier fuzzy, dan Bab 6 membahas tantang dasar-dasar pemodelan dan klasifikasi model.

BAB II

HIMPUNAN CRISP

2.1 Pendahuluan

Jika x adalah anggota atau elemen dari himpunan *A*, kita tulis $x \in A$, dan jika x adalah bukan anggota atau elemen dari himpunan *A*, kita tulis $x \notin A$.

Himpunan A dengan anggota $a_1,...,a_n$ dinotasikan $A = \{a_1,...,a_A\}$, himpunan B yang memenuhi property $P_1,...,P_n$ ditulis $B = \{b | b \; properties \; P_1,...,P_n\}$, dimana symbol $|$ menotasikan sedemikian sehingga.

Penting dan sering digunakan pada vector space Euclidean R^n , n real numbers. Himpunan A pada R^n dikatakan convex jika, untuk setiap titik $r = (r_1 | i \in \mathrm{N}_n)$ dan $s = (s_i | i \in \mathrm{N}_n)$ pada A dan setiap bilangan real λ antara 0 dan 1, exclusive, titik $t = (\lambda r_i + (1-\lambda)s_i | i \in \mathrm{N}_n)$ juga dalam A, dengan kata lain himpunan A pada R^n adalah convex jika, untuk setiap titik r dan s pada A, semua titik terletak pada segmen garis terkoneksi r dan s juga pada A.

2.2 Properti dari operasi himpunan crisp

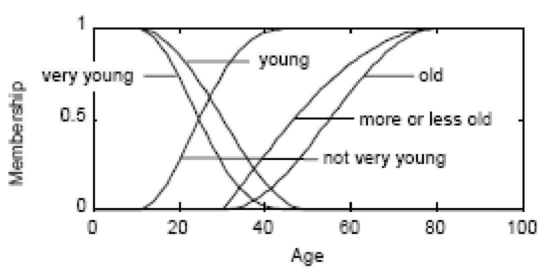
Involution	$\overline{\overline{A}} = A$
Comutativity	$A \cup B) = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Associativity	$(A \cup B) \cup C) = A \cup (B \cup C)$ $A \cap (B \cap C) = A \cap (B \cap C)$
Distributivity	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Idempotence	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$

Absorption	$A \cup (\overline{A} \cap B) = A$ $A \cap (\overline{A} \cup B) = A$
Absorption of component	$A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$ $A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$
Absorption by X and ϕ	$A \cup X = X$ $A \cap \phi = \phi$
Identity	$A \cup \phi = A$ $A \cap X = A$
Law of contradiction	$A \cap \overline{A} = \phi$
Law of excluded middle	$A \cup \overline{A} = X$
DeMorgan's laws	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

2.3 Konsep dasar dan terminology himpunan fuzzy

Pada bagian ini akan dikemukakan tentang konsep dasar dan terminology dari himpunan fuzzy. Elemen-elemen dari himpunan fuzzy diambil dari himpunan universal dari sistem nyata secara luas atau secara terbtas. Universal memuat semua elemen, sebagai contoh, Jatzen [7]

a. Himpunan universal hádala manusia yang tergolong usia muda yang berjumlah antara 0 dan 100, dan di refresentasikan pada gambar 2.1
b. Himpunan $x \geq 10$ dikatakan universal dari semua pengukuran positif.



Gambar 2.1 Pengelompokan usia yang dibagi berdasarkan muda dan tua

Banyak pengembangan dan generalisasi dari konsep dasar dari himpunan crisp. Sebagai ilustrasi Klir dan Folger [9] dari beberapa konsep, kita berikan derajat membership dari elemen-elemen himpunan universal kedalam empat himpunan fuzzy yang berbeda seperti terlihat pada table 2.1 dan secara grafik terlihat pada Grafik 2.1.

Himpunan universal X dari umur yang dikelompokan sebagai berikut:

$X = \{5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$ dan fuzzy set di definisikan berdasarkan anak-anak, dewasa, muda, dan tua adalah 4 elemen dari himpunan kuasa (power set) dari semua possible fuzzy subsets dari X.

Support dari himpunan fuzzy A pada himpunan universal X adalah himpunan crisp yang memuat semua elemen-elemen dari X dan derajat membership pada A tidak nol. Support himpunan fuzzy pada X dinyatakan dengan fungsi

$$Supp : F(X) \to F(X), \tag{2.1}$$

dimana

$$Supp\ A = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\}. \tag{2.2}$$

Dari Tabel 2.1, support fuzzy set Muda adalah crisp set

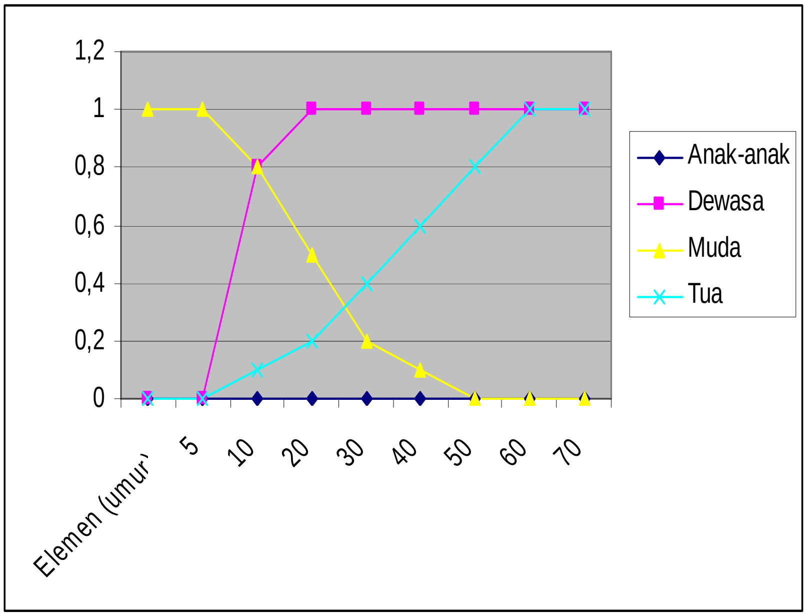
Supp(Muda) = {5, 10, 20, 30, 40, 50}

Notasi khusus yang kadang-kadang digunakan untuk mendefinisikan himpunan fuzzy dengan finite support. Asumsikan bahwa x_i adalah elemen dari support himpunan fuzzy A dan μ_i adalah derajat membership pada A. Maka A dapat ditulis:

$$A = \frac{\mu_1}{x_1} + \frac{\mu_2}{x_2} + \cdots + \frac{\mu_n}{x_n}. \tag{2.3}$$

Tabel 2.1 Elemen-elemen universal

Elemen (umur)	Anak-anak	Dewasa	Muda	Tua
5	0	0	1	0
10	0	0	1	0
20	0	0.8	0.8	0.1
30	0	1	0.5	0.2
40	0	1	0.2	0.4
50	0	1	0.1	0.6
60	0	1	0	0.8
70	0	1	0	1
80	0	1	0	1



Gafik 2.1 Fungsi keanggotaan

Untuk kasus dimana himpunan fuzzy A didefinisikan dalam himpunan universal yang terbatas dan terhitung, dapat di tulis:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_i}{x_i} \tag{2.4}$$

Sama halnya, jika X pada interval dari bilangan riil, himpunan fuzzy A ditulis dalam bentuk:

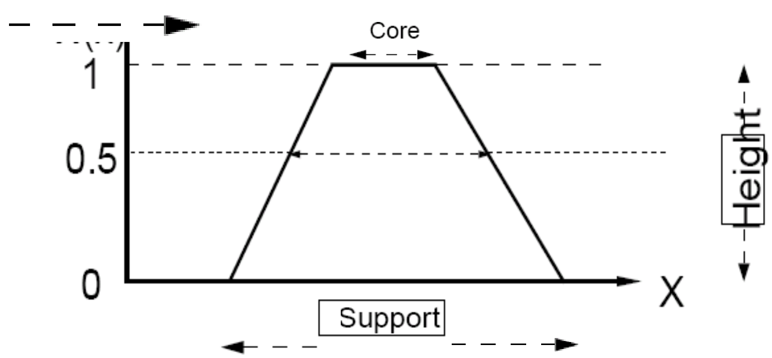
$$A = \int_x \mu_A(x) / x \, . \tag{2.5}$$

Definisi 2.1 Klir dan Folger [9] *Height of fuzzy set adalah elemen-elemen dari suatu himpunan fuzzy yang mencapai derajat membership terbesar.*

Definisi 2.2 Klir dan Folger [9] *Himpunan fuzzy disebut dinormalisasi (normalized) dimana elemen-elemen merupakan kemungkinan maksimum dari derajat keanggotaan.*

Jika range derajat membership merupakan interval tertutup antara 0 dan 1, maka salah satu elemen dari derajat membership 1 yang termuat pada normalisasi, sedangkan *height* dari himpunan fuzzy adalah 1. Sebagai contoh perhatikan Table 2.1 tiga himpunan fuzzy dewasa, muda dan tua, Gambar 2.2 dan 2.3, adalah semuanya dinormalisasi, dan *heinght* adalah sama dengan 1.

Himpunan fuzzy A adalah normal jika $Height\ (A) = Max_x A(x) = 1$, seperti terlihat pada bambar berikut:



Gambar 2.4 Bentuk trapezoidal

Definisi 2.3 Klir dan Folger[9] *α -cuts dari himpunan fuzzy A adalah himpunan crisp A_α yang memuat semua elemen dari himpunan universal X yang mempunyai derajat membership pada A leih besar atau sama terhadap nilai α . Dideefinisikan:*

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} . \tag{2.6}$$

Definisi 2.4 Klir dan Folger [9] *Untuk $\mu \in F(X)$ dan $\alpha \in [0,1]$. Maka himpunan $[\mu]_\alpha = \{x \in X \mid \mu(x) \geq \alpha\}$ disebut α -cut atau himpunan α -level dari μ .*

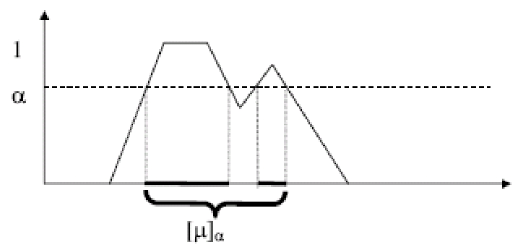
Sebagai ilustrasi, perhatikan Tabel 2.1., untuk $\alpha = 0.2$

Muda $_{0.2}$ ={5, 10, 20, 30, 40}

Dengan cara yang sama bisa di cari untuk $\alpha = 0.8$ dan $\alpha = 0.1$

Contoh dari himpunan fuzzy seprti pada gambar 2.

Berikan $\mu \in F(X), \alpha \in [0,1], \beta \in (0,1)$.



Teorema 2.1 Negoiță [14]

Berikan $\mu \in F(X), \alpha \in [0,1], \beta \in (0,1)$.

a. $[\mu]_0 = X$

b. $\alpha < \beta \Rightarrow [\mu]_\alpha \supseteq [\mu]_\beta$

c. $\bigcap_{\alpha:\alpha<\beta} [\mu]_\alpha = [\mu]_\beta$ *untuk semua* $\beta \in [0,1]$.

Teorema 2.2 Negoiță [14]

Ambil $\mu \in F(X)$, maka $\mu(t) = \sup_{\alpha=[0,1]} \{\alpha \wedge I_{\mu_\alpha}(t)\}$ untuk semua $\mu \in F(X)$.

Definisi 2.4 Klirr dan Folger [9] X *adalah ruang vektor. Himpunan fuzzy* $\mu(X)$ *adalah fuzzy konveks jika semua* $\alpha - cuts$ *adalah himpunan konveks.*

Definisi 2.5 Negoiță [14] *Suatu himpunan fuzzy adalah convex jika dan hanya jika setiap* α *-cuts adalah himpunan convex. Suatu fuzzy set A adalah convex jika dan hanya jika*

$$\mu_A(\lambda r + (1-\lambda r)s) \geq \min[\mu_A(r), \mu_A(s)],\ r, s \in \mathrm{R}^n \text{ dan } \lambda \in [0,1] \quad (2.7)$$

Teorema 2.3 Negoiță [14] μ *adalah fuzzy konveks*

$$\Leftrightarrow \underset{x_1, x_2 \in X}{\forall} \underset{\lambda \in [0,1]}{\forall} : \mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \mu(x_1) \wedge \mu(x_2). \quad (2.8)$$

Definisi 2.6 Klir dan Folger [9] *Skalar cardinality dari himpunan fuzzy* A *pada himpunan universal terbatas* X *adalah jumlah dari derajat keanggotaan dari semua elemen* X *di* A*, ditulis*

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x) . \quad (2.9)$$

Scalar cardinality pada himpunan fuzzy s"Tua "dari Table 2.1 di atas adalah

$$|Tua| = 0 + 0 + 0.1 + 0.2 + 0.4 + 0.6 + 0.8 + 1 + 1 = 4.1$$

Scalar cardinality pada fuzzy set anak-anak adalah 0.

Bentuk lain dari cardinality adalah fuzzy cardinality $|\overline{A}|$ adalah fuzzy set (fuzzy number) didefinisikan dalam N dimana fungsi keanggotaan adalah

$$\mu_{|\overline{A}|}(A_\alpha) = \alpha . \quad (2.10)$$

Untuk semua α dalam level set dari *A*.

$$|\widetilde{T}ua| = \frac{0.1}{7} + \frac{0.2}{6} + \frac{0.4}{5} + \frac{0.6}{4} + \frac{0.8}{3} + \frac{1}{2} + 1 = 1.17$$

Definisi 2.7 Klirr dan Folger [9] *Jika derajat membership pada setiap elemen dari himpunan universal X pada fuzzy set* A *adalah lebih kecil atau sama dengan derajat membership pada fuzzy set* B*, maka A disebut subset dari B jika dan hanya jika* $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$*, untuk setiap* $x \in X$*, maka* $A \subseteq B$.

Himpunan fuzzy *tua* pada Tabel 2.1 adalah himpunan bagian dari *dewasa* karena untuk setiap elemen ada di dalam himpunan universal

$$\mu_{tua}(x) \le \mu_{dewasa}(x) . \quad (2.11)$$

Definisi 2.8 Klir dan Folger [9] *Himpunan fuzzy* A *dikatakan sama dengan himpunan fuzzy* B $\mu_A(x) = \mu_B(x)$, $\forall\ x \in X$*, dan ditulis* $A = B$.

Jelasnya, jika $A = B$, maka $A \subseteq B$ dan $A \supseteq B$. Jika $\mu_A(x) \ne \mu_B(x)$, $\forall\ x \in X$, dan ditulis

$$A \ne B .$$

Definisi 2.9 Klir dan Folger [9] *Himpunan fuzzy* A *dikatakan proper subset dari himpxunan fuzzy* B *dimana A adalah subset dari B dan dua himpunan adalah tidak sama, maka* $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$, $\forall\ x \in X$*, dan* $\mu_A(x) < \mu_B(x)$, $\forall\ x \in X$ *dan dinotasikan* $A \subset B$ *jika dan hanya jika* $A \subseteq B$ *dan* $A \ne B$.

Definisi 2.10 Klir dan Folger [9] *Range derajat keanggotaan dalam interval tertutup antara* 0 *dan* 1, disebut *complemen dari himpunan fuzzy yang bersesuaian dengan himpunan universal* X *di notasikan* $\overline{A}$ *dan didefinisikan*

$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall \in X.$$

Himpunan fuzzy *tidak tua* dari Tabel 2.1 adalah

$$\text{"tidak tua"} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{0.9}{20} + \frac{0.8}{30} + \frac{0.6}{40} + \frac{0.4}{50} + \frac{0.2}{60}$$

Definisi 2.11 Klir dan Folger [9] A *dan* B *adalah dua himpunan bagian dari himpunan fuzzy* $A \cup B$.

$$muda \cup tua = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{0.8}{20} + \frac{0.5}{30} + \frac{0.4}{40} + \frac{0.6}{50} + \frac{0.8}{60} + \frac{1}{70} + \frac{1}{80}$$

Definisi 2.12 Klir dan Folger [9] *Irisan dari dua himpunan fuzzy* A *dan* B *adalah himpunan* $A \cap B$ *sedemikian hingga*

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)], \ \forall \in X. \tag{2.11}$$

$$muda \cap tua = \frac{0.1}{20} + \frac{0.2}{30} + \frac{0.2}{40} + \frac{0.1}{50}.$$

Definisi 2.13 Klir dan Folger [9] *Jika fungsi f memetakan titik-titik pada himpunan X pada titik-titik pada himpunan Y dan suatu himpunan fuzzy* $A \in P(X)$*, dimana*

$$A = \frac{\mu_1}{x_1} + \frac{\mu_2}{x_2} + \cdots + \frac{\mu_n}{x_n}, \tag{2.12}$$

exstension principle states :

$$\begin{aligned} f(A) &= f\left(\frac{\mu_1}{x_1} + \frac{\mu_2}{x_2} + \cdots + \frac{\mu_n}{x_n}\right) \\ &= \frac{\mu_1}{f(x_1)} + \frac{\mu_2}{f(x_2)} + \cdots + \frac{\mu_n}{f(x_n)}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Definisi 2.14 *Himpunan fuzzy* A *adalah koleksi pasangan berurutan*

$$A = \{(x, \mu(x))\}$$

Item x *dalam universal dan* $\mu(x)$ *derajat keanggotaan dari* A. *Pasangan berurutan tunggal* $(x, \mu(x))$ *disebut singleton fuzzy; dalam bentuk vektor*

$$a = (\mu(x_1), \mu(x_2), \cdots, \mu(x_n)) \qquad (2.14).$$

Perlu diperhatikan bahwa setiap posisi $i\ (1,2,\cdots,n)$ *berkorespondensi terhadap n titik-titik pada universal*.

BAB III

HIMPUNAN FUZZY

3.1 Pengertian himpunan fuzzy

Himpunan fuzzy pertama kali dikembangkan pada tahun 1965 oleh Zadeh [47], teori himpunan fuzzy telah banyak dikembangkan dan di aplikasikan dalam berbagai masalah real. Konsep himpunan fuzzy yang dikembangkan oleh Zadeh [35]

Definiția 3.1 Boading [3] Perhatikan *X adalah himpunan universal. Maka himpunan bagian fuzzy A dari X didefinisikan dengan fungsi keanggotaan (membership function)*

$$\mu_A : \quad X \to [0,1] \tag{3.1}$$

dimana setiap elemen $x \in X$ *dan bilangan real* $\mu_A(x)$ *pada interval* [0,1], dimana nilai $\mu_A(x)$ *menunjukan tingkat keanggotaan (membership) dari x pada A.*

Himpunan fuzzy dari A didefinisikan:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \tag{3.2}$$

Definisi ini dapat digeneralisasikan jika interval tertutup [0,1] adalah diganti dengan elemen maksimum atau minimum.

Perhatikan $A, B \subset X$ dua himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaannya $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$. Katakan bahwa *A* adalah himpunan bagian dari *B*, notasikan $A \subset B$, jika dan hanya jika

$$\mu_A(x) \le \mu_B(x), \forall\ x \in X \tag{3.3}$$

Dari definisi diperoleh bahwa *A* adalah sama dengan *B*, dinotasikan *A* = *B*, jika dan hanya jika

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall\ x \in X \tag{3.4}$$

Komplemen $\overline{A}$ dari himpunan fuzzy fuzzy *A* didefinisikan

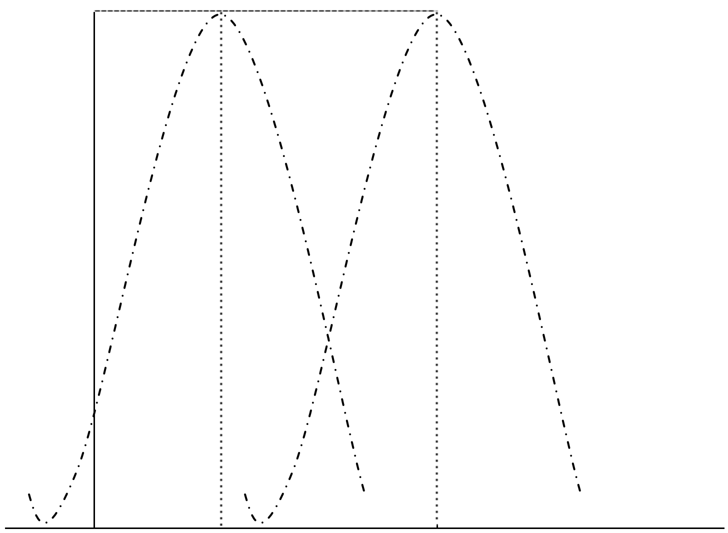
$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall\ x \in X \tag{3.5}$$

Gabungan dua himpunan fuzzy *A* dan *B* adalah himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaannya

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x),\ \forall x \in X \qquad (3.6)$$

Dan fungsi keanggotaan dari irisan dua himpunan fuzzy *A* dan *B adalah*

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x),\ \forall x \in X \qquad (3.7)$$



Gambar 3.1 : Irisan dan Gabungan dua himpunan fuzzy

Definisi 3.2 Boading Liu[3] *Himpunan elemen-elemen dari himpunan fuzzy A yang paling kecil dari tingkat keanggotaan* α *, disebut* α *-level set, dinotasikan*

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \ge \alpha\}.$$

Secara khusus, kita sebut *fuzzy number*(*fuzzy quantity*) suatu fuzzy subset $\widetilde{a}$ dari riil r dengan fungsi keanggotaan $\mu_{\widetilde{a}} : \mathrm{r} \to [0,1]$. Ambil $\widetilde{a}$ dan $\widetilde{b}$ dua bilangan fuzzy dengan fungsi keanggotaan berturut-turut $\mu_{\widetilde{a}}$ dan $\mu_{\widetilde{b}}$.

3.2. Fungsi keanggotaan

Terdapat dua definisi fungsi keanggotaan (membership fuction) untuk himpunan fuzzy: Numerical dan functional.

numerical definisikan penrnyataan tingkat dari fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy dinyatakan dengan vector bilangan

tion expresses the degree of membership function of a fuzzy set as a vector of numbers whose dimension depends on the level of discretization., i.e the number of discrete elements in the universe.

Functional didefinisikan dengan menentukan fungsi keanggotaan dari himpunan fuzzy dalam pernyataan analitik yang menyatakan tingkat keanggotaan untuk setiap elemen yang ditentukan pada himpunan universal **of discourse to be calculated**.

Standar atau 'shapes' dari fungsi keanggotaan adalah kesepakatan yang digunakan untuk dasar himpunan fuzzy pada universal U dari bilangan riil.Fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah :(a) S-function, (b) π -function , (c) triangular form (d) trapezoid form and (e) exponential form, Klir dan Folger [9]

Fungsi S:

$$S(u;a;b;c) = \begin{cases} 0 & for \quad u < a \\ 2[(u-a)/(c-a)]^2 & for \quad a \le u \le b \\ 1 - 2[(u-c)/(c-a)]^2 & for \quad b \le u \le c \\ 1 & for \quad u > c \end{cases}$$

Fungsi π

$$\pi(u;b;c) = \begin{cases} S(u, c-b, c-b/2, c) & for \quad u \le c \\ 1 - S(u; c, c+b/2, c+b) & for \quad c \ge c \end{cases}$$

Fungsi segitiga

$$T(u;a;b;c)=\begin{cases} 0 & for \quad u<a \\ (u-a)/(b-a) & for \quad a\le u\le b \\ (c-u)/(c-b) & for \quad b\le u\le c \\ 0 & for \quad u>c \end{cases}$$

3.3. Teori possibilistik

Fungsi keanggotaan fuzyy adalah berbeda dengan distribusi probabilitas statistik. Sebagai ilustrasi berikut yang disebut egg-eating example, Jantzen [7], Tanaka, Guo dan Türksen [31] (Zadeh in Zimmermann [35]) Berikut pernyataan "*Hans makan X telor untuk sarapan pagi*", dimana $X \in U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Akan diperlihatkan asosiasi distribusi probabilitas p dengan observasi "Hans makan sarapan pagi " untuk 100 hari,

$$U=[1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8]$$

$$p=[0.1 \;\; 0.8 \quad 0.1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Himpunan fuzzy mengekspresikan derajat dari kasus dengan pernyataan bahwa Hans dapat makan X telor disebut distribusi possibilistik π:

$$U=[1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8]$$

$$p=[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0.8 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.2]$$

Dimana possibilistik untuk $X=3$ adalah 1, dan probalilitas adalah hanya 1.

Dasar dari konsep dan teknik dari teori *possibility* dikemukakan oleh Zadeh [36], possibility dari *a* lebih kecil atau sama dengan *b* didefinisikan sebagai berikut: Dubois dan Prade [3],

$$Pos(\tilde{a}\le\tilde{b})=\sup\{\min(\mu_{\tilde{a}}(x),\mu_{\tilde{b}}(y)) \mid x,y\in \mathrm{r}, x\le y\}, \qquad (3.9)$$

dimana *Pos* adalah posibility. Dengan kata lain bahwa posibilistik $\tilde{a}\le\tilde{b}$ adalah lebih besar dimana terdapat lebih kecil dari nilai $x,y\in$ r sedemikian sehingga $x\le y$, dan nilai dari $\tilde{a}$ dan $\tilde{b}$ berkorespondensi dengan *x* dan *y*. Dengan cara yang sama untuk, posibilistik $\tilde{a}<\tilde{b}$ didefinisikan

$$Pos(\widetilde{a} < \widetilde{b}) = \sup\{\min(\mu_{\widetilde{a}}(x), \mu_{\widetilde{b}}(y)) \mid x, y \in r, x < y\}), \tag{3.10}$$

Posibilistik $\widetilde{a} = \widetilde{b}$ didefinisikan

$$\text{Pos}(\widetilde{a} = \widetilde{b}) = \sup\{\min(\mu_{\widetilde{a}}(x), \mu_{\widetilde{b}}(x)) \mid x \in r), \tag{3.11}$$

Dalam kenyataanya, ketika $\widetilde{b}$ adalah suatu bilangan crisp (invariable) *b,* didapat

$$\begin{cases} Pos\{\widetilde{a} \le b\} = \sup\{\mu_{\widetilde{a}}(x) \mid x \in \mathrm{R}, x \le b\} \\ Pos\{\widetilde{a} < b\} = \sup\{\mu_{\widetilde{a}}(x) \mid x \in \mathrm{R}, x < b\} \\ Pos(\widetilde{a} = b\} = \mu_{\widetilde{a}}(b) \end{cases} \tag{3.12}$$

Untuk $f : \mathrm{R} \times \mathrm{R} \to r$ suatu operasi dengan bilangan biner dari himpunan fuzzy. Jika dinotasikan bilangan fuzzy $\widetilde{a}, \widetilde{b}$ bilangan $\widetilde{c} = f(\widetilde{a}, \widetilde{b})$, maka fungsi keanggotaan $\mu_{\widetilde{c}}$ dapat diurunkan dari fungsi keanggoaan $\mu_{\widetilde{a}}$ dan $\mu_{\widetilde{b}}$ dengan

$$\mu_{\widetilde{c}}(z) = \sup\{\min(\mu_{\widetilde{a}}(x), \mu_{\widetilde{b}}(y)) \mid x, y \in \mathrm{R}, z = f(x, y)\} \tag{3.13}$$

Untuk suatu $z \in \mathrm{R}$. Jadi, posibilistik bahwa bilangan fuzzy $\widetilde{c} = f(\widetilde{a}, \widetilde{b})$ mempunyai nilai $z \in \mathrm{R}$ adalah lebih besar dari kombinasi kemungkinan dari bilangan riil *x,y* sedemikian $z = f(x,y)$, dimana nilai $\widetilde{a}$ dan $\widetilde{b}$ berturut-turut x dan y.

Secara umum, ambil $f : \mathrm{R}^n \to r$ suatu fungsi dengan nilai riil pada ruang euclidian *n*-dimensi. Jika untuk bilangan fuzzy $\widetilde{a}_1, \widetilde{a}_2, ..., \widetilde{a}_n$ berikan bilangan fuzzy $\widetilde{c} = f(\widetilde{a}_1, \widetilde{a}_2, ..., \widetilde{a}_n)$, maka fungsi keanggotaan $\mu_{\widetilde{c}}$ adalah diurunkan dari fungsi keanggotaan $\mu_{\widetilde{a}_1}, \mu_{\widetilde{a}_2}, ..., \mu_{\widetilde{a}_n}$ sebagai berikut:

$$\mu_{\widetilde{c}}(z) = \sup\left\{ \min_{1 \le x \le n} \mu_{\widetilde{a}_i}(x_i) \middle| \begin{array}{l} x_i \in r, i = 1, 2, ..., n \\ z = f(x_1, x_2, ..., x_n) \end{array} \right\}. \tag{3.14}$$

Jadi posibilistik $f(\widetilde{a}_1, \widetilde{a}_2, ..., \widetilde{a}_n) \le b$ didefinisikan

$$Pos\{ f(\widetilde{a}_1, \widetilde{a}_2, ..., \widetilde{a}_n) \le b \} = \sup\{ \mu_{\widetilde{c}}(z) \mid z \in r, z \le b \} \tag{3.15}$$

dimana fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{c}}$ didefinisikan pada (2.14). Dengan kata lain, posibilistik $f(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) \leq b$ diberikan

$$\text{Pos}\{\, f(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) \leq b \,\} = \sup\left\{ \min_{1 \leq x \leq n} \mu_{\tilde{a}_i}(x_i) \;\middle|\; \begin{array}{l} x_i \in \mathbb{R} \;, i = 1,2,...,n \\ f(x_1, x_2, ..., x_n) \leq b \end{array} \right\}. \quad (3.16)$$

Secara umum, asumsikan bahwa $f_j : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ adalah fungsi dengan nilai riil pada ruang euclidian *n*- dimensi, *j = 1,2,…,m.* Maka posibilistik suatu sistem pertidaksamaan

$$f_j(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) \leq b_j, \quad j = 1,2,3,...,m \qquad (3.17)$$

dimana $b_j, \quad j = 1,2,3,...,m$ adalah bilangan *crisp* (*crispnumber*), didefinisikan:

$$\begin{aligned} &Pos\{f_j(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) \leq b \,, j = 1,2,...,m\} = \\ &= \sup_{x_1, x_2, ... x_n} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \mu_{\tilde{a}_i}(x_i) \middle| \; f_j(x_1, x_2, ..., x_n) \leq b_j, \; j = 1,2,..,m \right\} \end{aligned} \qquad (3.18)$$

Pengertian dari sistem pertidaksamaan adalah banyak kemungkinan $(x_1, x_2, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$ untuk sistem pertidaksamaan dan nilai dari $\tilde{a}_i$ yang berasosiasi dengan $x_i, i = 1,2,...,n$.

Dengan cara yang sama diperoleh,

$$\begin{aligned} &Pos\{f_j(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) \leq b \,, j = 1,2,...,m\} = \\ &= \sup_{x_1, x_2, ..., x_n} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \mu_{\tilde{a}_i}(x_i) \middle| \; f_j(x_1, x_2, ..., x_n) < b_j, \; j = 1,2,...,m \right\} \end{aligned} \qquad (3.19)$$

dan

$$\begin{aligned} &Pos\{f_j(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_n) = b \,, \; j = 1,2,...,m\} = \\ &= \sup_{x_1, x_2, ..., x_n} \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} \mu_{\tilde{a}_i}(x_i) \middle| \; f_j(x_1, x_2, ..., x_n) = b_j, \; j = 1,2,...,m \right\} \end{aligned} \qquad (3.20)$$

Juga dengan cara yang sama bentuk dari gabungan peridaksamaan dan bersamaan.

3.4 Trapezoidal bilangan fuzzy

Sebagai ilustrasi diberikan dengan *number fuzzy trapezoidale*, yang mana ditentukan *quantities* fuzzy dengan *quadruple* (r_1, r_2, r_3, r_4) dari *crisp number* sedenikian sehingga $r_1 < r_2 \le r_3 < r_4$, dan *membership function*:

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x - r_1}{r_2 - r_1}, & r_1 \le x \le r_2 \\ 1, & r_2 \le x \le r_3 \\ \dfrac{x - r_4}{r_3 - r_4}, & r_3 \le x \le r_4 \\ 0, & altfel \end{cases} \tag{3.21}$$

Kita katakan bahwa *fuzzy trapezoidal* adalah suatu bilangan *fuzzy triunghiular number* jika $r_2 = r_3$, dinotasikan dengan triple (r_1, r_2, r_4). Ambil dua bilangan fuzzy trapezoidal $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ dan $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, ditunjukan pada gambar 3.2
Jika $r_2 \le b_3$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} Pos\ \{\tilde{r} \le \tilde{b}\} &= \sup\ \{\min\{\ \mu_{\tilde{r}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\} \mid x \le y\} \\ &\ge \min\{\ \mu_{\tilde{r}}(r_2), \mu_{\tilde{b}}(b_3)\ \} \\ &= \min\ \{1,1\} = 1, \end{aligned}$$

Dengan implikasi $pos\{\tilde{r} \le \tilde{b}\} = 1$. Jika $r_2 \ge b_3$ şi $r_1 \le b_4$ maka supremum adalah titik δ_x yang merupakan hasil irisan dari dua *membership function*. Perhitungannya dapat dilakukan dengan menggunakan:

$$Pos\{\tilde{r} \le \tilde{b}\} = \delta = \frac{b_4 - r_1}{(b_4 - b_3) + (r_2 - r_1)}$$

dan

$$\delta_x = r_1 + (r_2 - r_1)\delta$$

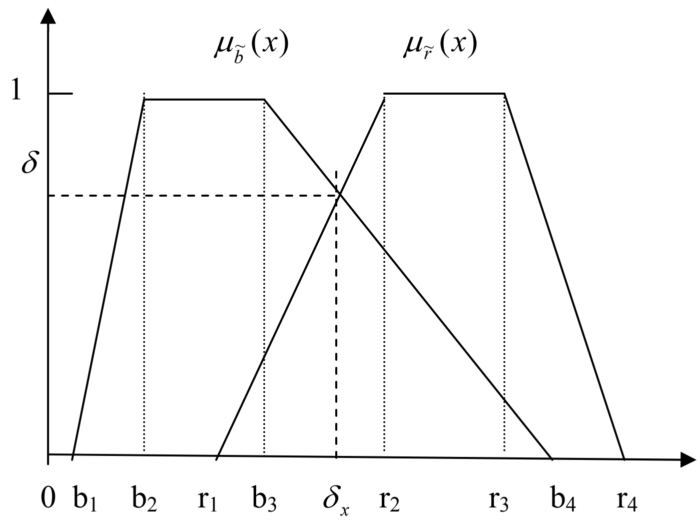


Figura 3.2: dua bilangan fuzzy trapezoidal $\tilde{r}$ şi $\tilde{b}$.

Jika $r_1 > b_4$, maka untuk suatu $x < y$, salah sau dari persamaan dapat diperoleh

$$\mu_{\tilde{r}}(x) = 0,\ \ \mu_{\tilde{b}}(y) = 0$$

Jadi diberikan $Pos\left\{\tilde{r} \le \tilde{b}\right\} = 0$. Kita peroleh

$$Pos\left\{\tilde{r} \le \tilde{b}\right\} = \begin{cases} 1, & r_2 \le b_3 \\ \delta, & r_2 \ge b_3, r_1 \le b_4 \\ 0, & r_1 \ge b_4 \end{cases} \tag{3.22}$$

Secara khususl, untuk $\tilde{b}$ adalah bilangan crisp 0, kitaperoleh

$$Pos\left\{\tilde{r} \le 0\right\} = \begin{cases} 1, & r_2 \le 0 \\ \delta, & r_1 \le 0 \le r_2 \\ 0, & r_1 \ge 0 \end{cases} \tag{3.23}$$

dimana

$$\delta = \frac{r_1}{r_1 - r_2} \tag{3.24}$$

Dari uraian di atas dapat dibuktikan lema berikut.

Lema 2.1 Sudradjat [25, 26, 27, 28] *Berikan bilangan fuzzy trapezoidal* $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$. *Maka untuk confidence level* α *dengan* $0 \le \alpha \le 1$, $Pos\{\tilde{r} \le 0\} \ge \alpha$ *jika dan hanya jika* $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$.

Bukti. Jika $Pos\{\tilde{r} \le 0\} \ge \alpha$, maka $r_2 \le 0$ atau $\dfrac{r_1}{(r_1 - r_2)} \ge \alpha$. Jika $r_2 \le 0$, maka $r_1 < r_2 \le 0$ sedemikian sehigga $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$. Jika $\dfrac{r_1}{(r_1 - r_2)} \ge \alpha$, maka $r_1 \le \alpha(r_1 - r_2)$ karena $r_1 < r_2$. Dari diperoleh $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$.

Jika $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$, dapat di uraikan dalam dua kasus.
Untuk $r_2 \le 0$, diperoleh $Pos\{\tilde{r} \le 0\} = 1$, mengkibatkan $Pos\{\tilde{r} \le 0\} \ge \alpha$.

Untuk $r_2 > 0$ diperoleh $r_1 - r_2 < 0$ sehingga $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$ atau $\dfrac{r_1}{(r_1 - r_2)} \ge \alpha$, dengan kata lain, $Pos\{\tilde{r} \le 0\} \ge \alpha$. Lema terbukti. ■

Dari operasi biner (2.13), kita peroleh jumlah dari trapezoidal fuzzy number $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ şi $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$, adalah

$$\mu_{\tilde{a}+\tilde{b}}(z) = \sup\left\{ \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\} \middle| \ z = x + y \right\}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{z-(a_1+b_1)}{(a_2+b_2)-(a_1+b_1)}, & a_1+b_1 \le z \le a_2+b_2 \\ 1, & a_2+b_2 \le z \le a_3+b_3 \\ \dfrac{z-(a_4+b_4)}{(a_3+b3_2)-(a_4+b_4)}, & a_3+b_3 \le z \le a_4+b_4 \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

Jika, jumlah dua trapezoidale fuzzy numbers adalah sama dengan trapezoidal fuzzy numbers, dan

$$\widetilde{a} + \widetilde{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)\,. \tag{3.25}$$

Perkalian trapezoidal fuzzy numbers dengan skalar λ. adalah

$$\mu_{\lambda.\widetilde{a}}(z) = \sup\left\{ \mu_{\widetilde{a}}(x) \middle|\, z = \lambda x \right\}$$

menghasilkan

$$\lambda.\widetilde{a} = \begin{cases} (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3, \lambda a_4), & \lambda \geq 0 \\ (\lambda a_4, \lambda a_3, \lambda a_2, \lambda a_1), & \lambda < 0 \end{cases} \tag{3.26}$$

Perkalian trapezoidal fuzzy numbers dengan suatu skalar adalah satu trapezoidal fuzzy numbers. Jumlah trapezoidal fuzzy numbers adalah sama dengan trapezoidal fuzzy. Sebagai contoh, asumsikan bahwa $\widetilde{a}_i$ adalah trapezoidale fuzzy numbers $(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4})$, dan λ_i adalah bilangan skalar yang bersesuaian untuk $i = 1,2,...,n$. Definisikan

$$\lambda_i^+ = \begin{cases} \lambda_i, & dac\breve{a} \quad \lambda_i \geq 0 \\ 0, & altfel, \end{cases} \qquad \lambda_i^- = \begin{cases} 0, & dac\breve{a} \quad \lambda_i \geq 0 \\ -\lambda_i, & altfel, \end{cases}$$

untuk $i = 1,2,...,n$, makai λ_i^+ dan λ_i^- adalah semuanya nonnegatif dan memenuhi $\lambda_i = \lambda_i^+ - \lambda_i^-$. Jumlah dan perkalian *trapezoidal fuzzy numbers*, diperoleh

$$\widetilde{a} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i.\widetilde{a}_i = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i^+ a_{i1} - \lambda_i^- a_{i4}) \\ \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i^+ a_{i2} - \lambda_i^- a_{i3}) \\ \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i^+ a_{i3} - \lambda_i^- a_{i2}) \\ \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i^+ a_{i4} - \lambda_i^- a_{i1}) \end{pmatrix}^T$$

LEMMA 3.2 Sudradjat [25] *Asumsikan bahwa bilangan fuzzy trapezoidal* $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$. Maka untuk suatu *confidence level* α *yang diberikan,* $0 \le \alpha \le 1$, $Pos(\tilde{r} \le 0) \ge \alpha$ *jika dan hanya jikaf* $(1-\alpha)r_1 + \alpha r_2 \le 0$.

Himpunan level λ dari bilangan fuzzy $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah crisp subset dari R dan dinotasikan $[\tilde{r}]^{\lambda} = \{x | \mu(x) \ge \lambda, x \in R\}$, dengan mengacu pada Carlsson dkk. [4], diperoleh

$$[\tilde{r}]^{\lambda} = \{x | \mu(x) \ge \lambda, x \in R\} = [r_1 + \lambda(r_2 - r_1), r_4 - \lambda(r_4 - r_3)].$$

Berikan $[\tilde{r}]^{\lambda} = [a_1(\lambda), a_2(\lambda)]$, nilai rata-rata crisp possibilistik dari $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah

$$\tilde{E}(\tilde{r}) = \int_0^1 \lambda(a_1(\lambda) + a_2(\lambda))d\lambda,$$

dimana $\tilde{E}$ *menotasikan fuzzy mean operator.*

Dapat dilihat bahwa jika $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3, r_4)$ adalah trapezoidal fuzzy number maka

(3.8) $\tilde{E}(\tilde{r}) = \int_0^1 \lambda(r_1 + \lambda(r_2 - r_1) + r_4 - \lambda(r_4 - r_3))d\lambda = \dfrac{r_2 + r_3}{3} + \dfrac{r_1 + r_4}{6}$. Buktikan !

BAB IV

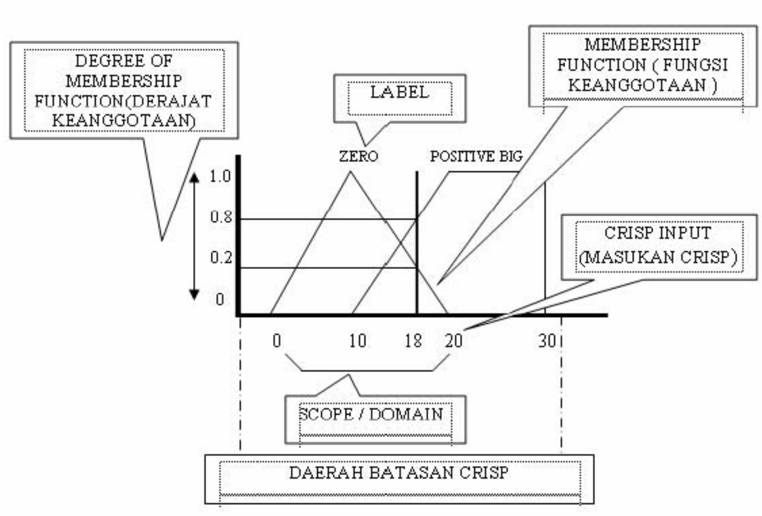
FUZZY LOGIC

4. 1. Fuzzy Logic

Profesor Lotfi A. Zadeh [35] adalah guru besar pada *University of California* yang merupakan pencetus sekaligus yang memasarkan ide tentang cara mekanisme pengolahan atau manajemen ketidakpastian yang kemudian dikenal dengan logika *fuzzy*. Dalam penyajiannya vaiabel-variabel yang akan digunakan harus cukup menggambarkan ke-*fuzzy*-an tetapi di lain pihak persamaan-persamaan yang dihasilkan dari variable-variabel itu haruslah cukup sederhana sehingga komputasinya menjadi cukup mudah. Karena itu Profesor Lotfi A Zadeh kemudian memperoleh ide untuk menyajikannya dengan menentukan "derajat keanggotaan" (*membership function*) dari masing-masing variabelnya.

Fungsi keanggotaan (*membership function*), Sudradjat [25] adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik input data kedalam nilai keanggotaanya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1.

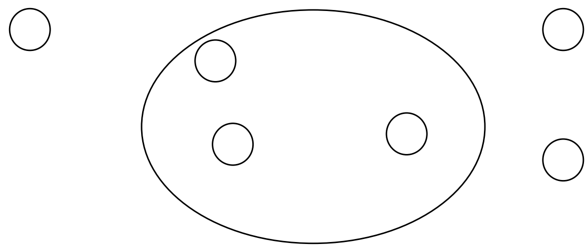
- **Derajat Keanggotaan *(membership function)*** adalah : derajat dimana nilai *crisp* dengan fungsi keanggotaan (dari 0 sampai 1), juga mengacu sebagai tingkat keanggotaan, nilai kebenaran, atau masukan *fuzzy*.
- **Label** adalah nama deskriptif yang digunakan untuk mengidentifikasikan sebuah fungsi keanggotaan.
- **Fungsi Keanggotaan** adalah mendefinisikan *fuzzy set* dengan memetakkan masukan *crisp* dari domainnya ke derajat keanggotaan.



Gambar 4.1 Konsep dasar logika *fuzzy*

- **Masukan *Crisp*** adalah masukan yang tegas dan tertentu.
- **Lingkup/*Domain*** adalah lebar fungsi keanggotaan. Jangkauan konsep, biasanya bilangan, tempat dimana fungsi keanggotaan dipetakkan.
- **Daerah Batasan Crisp** adalah jangkauan seluruh nilai yang dapat diaplikasikan pada variabel sistem.

Pada teknik digital, Dubois dan Prade [5], dikenal dua macam logika yaitu 0 dan 1 serta tiga operasi dasar yaitu *NOT*, *AND* dan *OR*. Logika semacam ini disebut dengan *crisp logic*. Logika ini sering dipergunakan untuk mengelompokan sesuatu himpunan. Sebagai contoh, akan dikelompokkan beberapa macam hewan, yaitu ‘hiu’, ‘kakap’, ‘pari’, ‘kucing’, ‘kambing’, ‘ayam’ ke dalam himpunan ikan. Sangat jelas bahwa hiu, kakap dan pari adalah anggota himpunan ikan sedangkan kucing, kambing, ayam adalah bukan anggotanya, seperti ditunjukan pada ***Gambar*** 4.2.



Gambar **4.2**. Pengelompokan beberapa hewan ke himpunan ikan

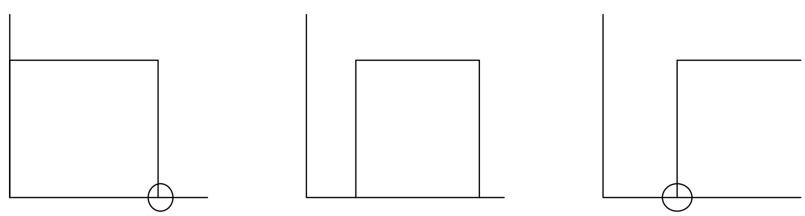
Namun kadang kala ditemui pengelompokan yang tidak mudah. Misalkan variabel umur dibagi menjadi tiga kategori, yaitu :

Muda : umur < 35 tahun

Parobaya : $35 \leq$ umur ≤ 55 tahun

Tua : umur > 55 tahun

Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan muda, parobaya dan tua dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 4.3 Pengelompokan umur ke himpunan kategori usia *crisp logic*

Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa :

- Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan muda (μ_{muda} [34] = 1)
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan tidak muda (μ_{muda} [35] = 0)

kucing

- Apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan tidak muda (μ_{muda} [35th – 1 hr] = 0)
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan parobaya ($\mu_{parobaya}$ [35] = 0)
- Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan tidak parobaya ($\mu_{parobaya}$ [34] = 0)
- Apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan tidak parobaya ($\mu_{parobaya}$ [35th – 1 hr] = 0)

Dari sini bisa dikatakan bahwa pemakaian himpunan *crisp* untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan. Himpunan *fuzzy* digunakan untuk mengantisipasi hal tersebut.

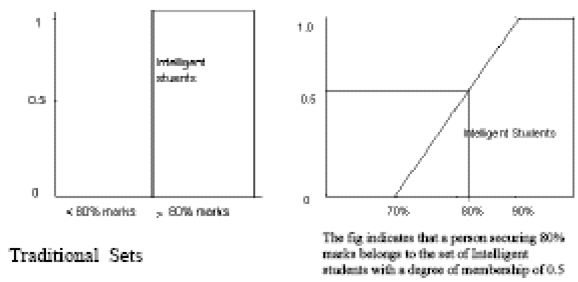
4.2 Sejarah perkembangan fuzzy logic

Fuzzy logic adalah cabang dari matematika dengan bantuan computer memodelkan dunia nyata seperti yang dilakukan manusia. Fuuzy logic meformulasikan masalah memnjadi lebih mudah, mempunyai pesisi yan tinggi, dan solusi yang akurat. Fuzzy logic menggunakn dasar pendekatan hukum-hukum untuk mengontrol system dengan bantuan model matematika.
Pada Boolean Logic setiap petrnyataan benaru atau salah, seaai contoh pernyataan dengan 1 atau 0. Jelasnya himpunan fuzzy memiliki fleksibilitan keanggotaan yang diperlukan untuk keanggotaan pada suatu himpunan. Setiap kejadian dari tingkat dan alasan yang jelas adalah menunjukan kasus terbatan pada pendekatan yang benar. Karena itu dapat disimpulkan bahwa Boolean Logic adalah subset dar I Fuzzy Logic.

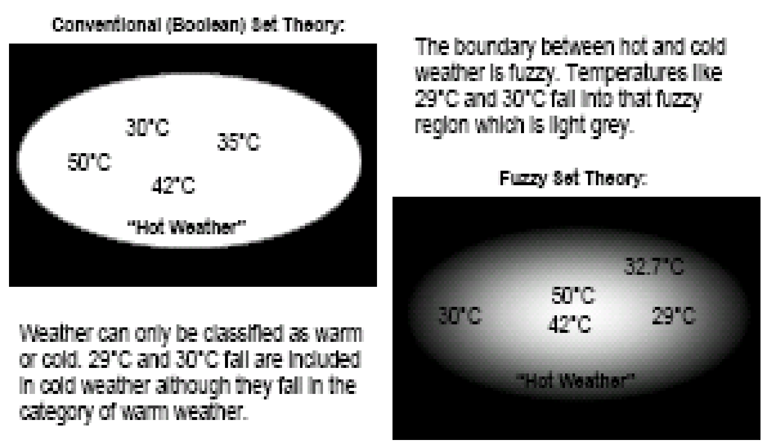
Sejarah perkembangan *fuzzy logic* sebagai berikut: [37]

- 1965 Paper pertama “Fuzzy Logic” oleh Prof. Lotfi Zadeh, Faculty in Electrical Engineering, U.C. Berkeley, sets the foundation stone for the “fuzzy Set Theory”
- 1970 Fuzzy Logic applied in conrol Engineering.
- 1975 Japan makes an entry
- 1980 Empirical Verification of Fuzzy Logic in Europe Broad Application of Fuzzy Logic in Japan.

- 1990 Broard Application of Fuzzy Logic in Europe and Japan
- 1995 U.S increases interest and research in Fuzzy Logic.
- 2000 Fuzzy Logic becomes a Standard Technology and is widely applied in Business and Finance.



Gambar 4.4. a Fuzzy logic dan Bolen Logic



Gambar 4.4. b Fuzzy logic dan Bolen Logic

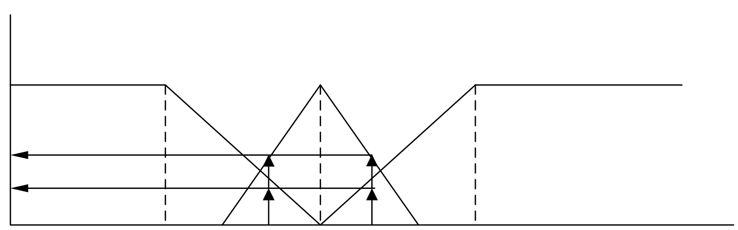
Teori himpunan fuzzy merupakan kerangka matematis yang digunakan untuk mempesentasikan ketidakpastian, ketidakjelasan, kekurangan informasi dan kebenaran parsial, Tettamanzi .

4. 3 Crisp Set dan Fuzzy

Himpunan *Crisp* (*Crisp Set*) A didefinisikan oleh item-item yang ada pada himpunan itu. Jika $a \in A$, maka nilai yang berhubungan dengan a adalah 1. Namun, jika $a \notin A$, maka nilai yang berhubungan dengan a adalah 0. Notasi $A = \{x | P(x)\}$ menunjukkan bahwa A berisi item x dengan $P(x)$ benar. Jika X_A merupakan fungsi karakteristik A dan properti P, dapat dikatakan bahwa $P(x)$ benar, jika dan hanya jika $X_A(x) = 1$.

Himpunan *fuzzy* (*fuzzy set*) didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval [0,1]. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu item tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah.

Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan berbeda, Muda dan Parobaya, Parobaya dan Tua. Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada nilai keanggotaannya. Gambar 4.4 menunjukkan himpunan *fuzzy* untuk variabel umur.



Gambar4.5 Grafik pengelompokan umur ke himpunan kategori usia dengan logika *fuzzy*

Pada Gambar 4.5 dapat dilihat bahwa :

- Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan muda dengan μ_{muda} [40] = 0,25; namun umur tersebut juga termasuk dalam himpunan parobaya dengan $\mu_{parobaya}$ [40] = 0,5.
- Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan tua dengan μ_{tua} [50] = 0,25, namun umur tersebut juga termasuk dalam himpunan parobaya dengan $\mu_{parobaya}$ [50] = 0,5.

Pada himpunan *crisp*, nilai keanggotaannya hanya ada dua kemungkinan, yaitu antara 0 atau 1, sedangkan pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaannya pada rentang antara 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A[x] = 0$, berarti x tidak menjadi anggota himpunan A, juga apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_A[x] = 1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A.

Istilah *fuzzy logic* memiliki berbagai arti. Salah satu arti *fuzzy logic* adalah perluasan *crisp logic*, sehingga dapat mempunyai nilai antara 0 sampai 1. Pertanyaan yang akan timbul adalah, bagaimana dengan operasi NOT, AND dan OR-nya? Ada banyak solusi untuk masalah tersebut. Salah satunya adalah:

- operasi NOT x diperluas menjadi 1 - $\mu_{x,}$
- *x* OR *y* diperluas menjadi max($\mu_{x,}\mu_y$)
- *x* AND *y* diperluas menjadi min($\mu_{x,}\mu_y$).

Dengan cara ini, operasi dasar untuk *crisp logic* tetap sama. Sebagai contoh :

- NOT 1 = 1 – 1 = 0
- 1 OR 0 = max (1,0) = 1
- 1 AND 0 = min (1,0) = 0,

dan ini diperluas untuk logika *fuzzy*. Sebagai contoh :

- NOT 0,7 = 1 – 0,7 = 0,3
- 0,3 OR 0,1 = max (0,3, 0,1)
- 0,8 AND 0,4 = min (0,8, 0,4) = 0,4.

4.4 Validasi dan konsistensi pada fuzzy logic

Notasikan $V_1, V_2, \cdots, V_n$ variabel logic.Dalam fuzzy logic diasumsikan bahwa variabel V_i dengan nilai dalam interval $[0,1]$.

Definisi 4.1 Negoiță [14]

a. *Suatu variabel V_i adalah formula fuzzy;*

b. *Jika A adalah formula fuzzy, maka $\overline{A}$ (negasi) adalah formula fuzzy;*

c. *Jika A, A' adalah formulafuzzy, maka $A \cdot A'$ (conjunsi) dan $A \vee A'$ (disjunsi) adalah formula fuzzy.*

Definisi 4.2 Negoiță [14] B*erikan $F(A)$ adalah nilai logica untuk formula fuzzy A. Asumsikan bahwa memenuhi axioma berikut:*

a. $A = V_i \Rightarrow F(A) = F(V_i)$;

b. $F(A \cdot A') = \min(F(A), F(A'))$;

c. $F(A \vee A') = \max(F(A), F(A'))$;

d. $F(\overline{A}) = 1 - F(A)$;

Contoh:

$F(V_1, \overline{V}_2, \cdots, \overline{V}_n) = \min(F(V_1), 1 - F(V_2), \cdots, 1 - F(V_n))$

Definisi 4.3 Negoiță [14] *Suatu formula fuzzy A disebut valid (konsisten), jika*

$F(A) \geq \frac{1}{2}\left(F(A) \leq \frac{1}{2}\right)$ *untuk semua tanda dari kemungkinan variabel dari A.*

Suatu formula fuzzy A disebut nonvalid (konsisten) jika tidak (inkonsisten).

Definisi 4.4 Negoiță [14] *Suatu formula A dikatakan bentuk normal konjungsi, jika*

$$A = P_1, P_2, \cdots, P_n,\ n \geq 1, \text{ dimana } P_j \text{ adalah proposisi fuzzy.}$$

Suatu formula A dikatakan bentuk normal disjungsi, jika

$$A = \Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \cdots \vee \Phi_n,\ n \geq 1, \text{ dimana } \quad \text{ adalah } \textit{fuzzy logic}.$$

Teorema 4.1 Negoiță [14] *Suatu proposisi* P *dalam fuzzy logic adalah valid, jika dan hanya jika* P *memuat pasangan dari variabel* $(V_i, \overline{V}_i)$.

Bukti. Jika P memuat pasangan komplemenpariabel $(V_i, \overline{V}_i)$, dari definisi P dapat ditulis

$$P = L_1 \vee L_2 \vee \cdots \vee L_n,$$

dimana L_j literary,akibatnya $L_j = V_j$ atau $L_j = \overline{V}_j$. Hitung

$$F(P) = \max_{1 \le k \le m}\{F(L_k)\} \ge \max(F(V_i), F(\overline{V}_i)).$$

Jika $F(V_i) \ge \frac{1}{2}$, sehingga $F(P) \ge \frac{1}{2}$. Jika $F(V_i) \ge \frac{1}{2}$, maka dari Definisi 4.2 $F(\overline{V}_i) \ge \frac{1}{2}$, dan untukkasus $F(P) \ge \frac{1}{2}$, maka P adalah valid.

Sebaliknya, jika P adalah valid, asumsikan melalui absurd, bahwa P tidak memuat pasangan $(V_i, \overline{V}_i)$. Maka asumsikan suatu tanda untuk $F(V_k), k = 1,2, \cdots, n$, oleh karena itu $F(V_i) \ge \frac{1}{2}$.

Sedemikian sehingga $F(P) \ge \frac{1}{2}$. Kontradiksi bahwa , dan teorema terbukti. ■

Teorema 4.2 Negoiță Negoiță [14]

F dalam logika adalah tidak konsisten jika dan hanya jika F memuat pasangan berurutan variabel $(V_i, \overline{V}_i)$.

Bukti Dengan cara yang sama pembuktian dapat dilakukan sama seperti pada Teorema 4.1.■

Cololar 1 Negoiță [14] *Suatu formula fuzzy* $A = P_1 \cdot P_2 \cdot \cdots \cdot P_n$ *dalam bentuk normalkonjungsi* ($A = \Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \cdots \vee \Phi_n$ *dalam bentuk norma disjungsi) adalah valid (inconsisten), jika dan hanya jika semua* $\{P_j\}_{j=1}^{n}$ *adalah valid* $\{\Phi_j\}_{j=1}^{n}$ *adalah tidak konsisten*).

Bukti Kondisi jika $\{P_j\}_{j=1}^{n}$ adalah valid (dalam fuzzy logic), maka $F(P) \geq \frac{1}{2}$ untuk semua tanda yang mungkin. Dari Definisi 4 ., kita peroleh

$$F(A) = \min_{1 \leq l \leq n}\{F(P_j)\} \geq \frac{1}{2}$$

dan dengan demikian A adalah valid.

Kebalikannya, jika $F(A) \geq \frac{1}{2}$, maka

$$1 \leq j \leq n, F(P_j) \geq F(A) \geq \frac{1}{2}$$

dan dengan demikian $\{P_j\}_{j=1}^{n}$ adalah valid.■

Teorema 4.3 Negoiță [14] Suatu formula A adalah fuzzy valid(fuzzy inconsisten) jika dan hanya jika A hádala valid (inconsisten).

BAB V

PEMOGAMAN LINIERR FUZZY

5. 1. Pemograman linier fuzzy

Pemrograman linier adalah suatu cara untuk menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum) dari suatu fungsi linier dibawah kendala-kendala tertentu yang dinyatakan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linier. Fungsi linier yang dicari nilai optimumnya itu disebut ***fungsi objektif*** atau ***fungsi tujuan***.

Bentuk umum masalah *pemrograman linier* dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &maksimum(\qquad mum): \quad z = cx \\ &dengan\ kendala: \qquad ax \le b \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad x \ge 0, \end{aligned} \tag{5.1}$$

dimana $x = (x_1, \cdots, x_n)^T$ adalah vektor variabel, $c = (c_1, \cdots, c_n)^T$ adalah vektor biaya, $A = (a_{ij})$ adalah matriks kendala berukuran $m \times n$ dan $b = (b_1, \cdots, b_m)^T$ adalah vektor ruas kanan. Himpunan semua vektor $x \in \Re^n$ yang memenuhi semua kendala disebut himpunan layak. Bentuk umum tersebut juga dapat disajikan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &maksimum(\qquad mum): \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &dengan\ kendala: \qquad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n} \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad x_j \ge 0,\ j = \overline{1,n}. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Dalam banyak aplikasi, fungsi objektif maupun kendala-kendalanya seringkali tidak dapat dinyatakan dengan formula yang tegas tetapi kabur. Oleh karena itu *pemrograman linier* (tegas) dikembangkan menjadi pemrograman linier kabur atau *fuzzy linear programming*, dengan bentuk umum adalah sebagi berikut :

Fuzzy pemograman linier, dikemukakan oleh Bellman dan Zadeh [2], adalah pengembangan dari pemograman linier (*PL*) dengan fungsi objectif dan kendala dinyatakan dengan himpunan fuzzy sets.

Definisikan masalah *LP* dengan crisp dari kendala fuzzy, dan crisp atau objektif fuzzy adalah:

$$\begin{aligned} &\max \widetilde{Z} = c^T X, \\ \text{Kendala: } &\sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq \widetilde{b}_i,\ i = \overline{1, p} \\ &X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.3}$$

dimana sumber daya fuzzy resources $\widetilde{b}_i, \forall i$ sama dengan fungsi kenggotaan (*membership function*). Model pertidaksamaan kendala fuzzy:

$$\begin{aligned} &\max \widetilde{Z} = c^T X, \\ \textit{subject to } &\sum_{j=1}^{m} \widetilde{a}_{ij} X_j \leq \widetilde{b}_i,\ i = \overline{1, p} \\ &X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.4}$$

bentuk (5.3) and (5.4) adalah merbeda dalam beberapa hal, untuk mengatasi hal tersebut dapat menggunakan beberapa pendekatan dibawah pre-assumsi dari fungsi keanggotaan dari fuzzy sumber yang tersedia dan fuzzy pertidaksamaan kendala.

Perbedaan antara crisp dan kendala fuzzy adalah dalam kasus crisp kendala pengambil keputusan dapat mendeferensialkan secara strip antara feasibel dan ketidak feasibelan; dalam kasus kendala fuzzy yang mengandung tinkat dari kefeasibelan dalam suatu interval ,Werners [33].

Beberapa pendekatan pada model-model pemograman linier fuzzy (*Fuzzy Linear Programming, FLP*), Sudradjat [25] dan Tanaka [32].

Pendekatan pertama: Sumber dapat ditentukan secara pasti, masalah *LP* tradisional:

$$\begin{aligned} &\max Z = c^T X, \\ \textit{subject to } &\sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq \widetilde{b}_i,\ \forall i \\ &X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.5}$$

dimana c, a_{ij} dan $b_i, \forall i$ adalah dierikan secara tepat. Solusi optimal (5.5) adalah unik.

Pendekatan kedua Chanas and Verdegay [pada 25]: Pengambil keputusan mengharapkan dapat membuat suatu analisis postoptimization. Jadi masalah pemograman parametric dapat difomulasikan:

$$\begin{aligned} & \max Z = c^T X, \\ \textit{kendala} \quad & \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq \tilde{b} + \theta\, p_i,\ \theta \in [0,1], \\ & X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.6}$$

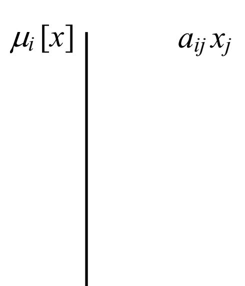
dimana c, a_{ij}, b_i dan $p_i, \forall i$ adalah dierikan secara tepat dan θ adalah suatu parameter, $p_i, \forall i$ adalah toleransi maximum yang selalu positif. Solusi $Z^*(\theta)$ dari (5.6) adalah fungsi dari θ. Ini adalah untuk suatu θ dapat ditentukan solusi optimal.

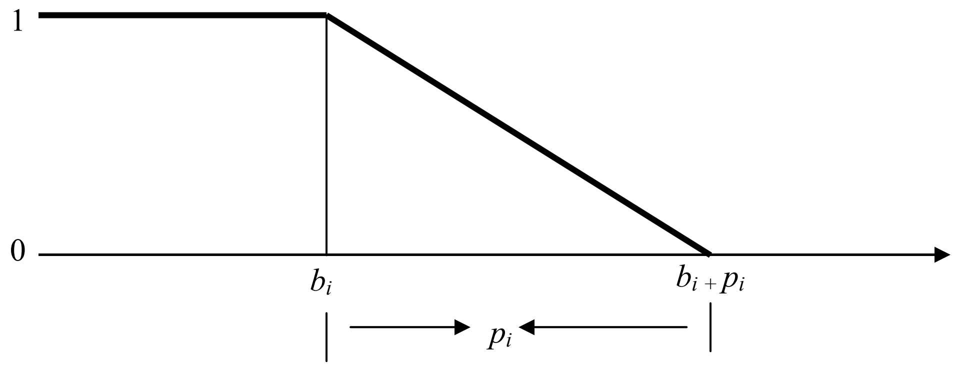
Dengan kata lain, sumberdaya harus dalam bentuk fuzzy. Maka masalah LP dengan sumberdaya fuzzy menjadi:

$$\begin{aligned} & \max Z = c^T X, \\ \textit{subject to} \quad & \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq \tilde{b}_i,\ \forall i \\ & X \geq 0. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Hal ini mungkin untuk menentukan toleransi maksimum p_i dari sumber daya fuzzy $b_i, \forall i$. Kemudian dapat di bentuk fungsi keangotaan μ_i diasumsikan linier untuk suatu kendala fuzzy, seperti diawah ini:

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_i, \\ 1 - \dfrac{\sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j - b_i}{p_i} & \text{if } b_i \leq \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_i + p_i, \\ 0 & \text{if } \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j > b_i + p_i. \end{cases} \tag{5.8}$$





***Gambar* 5.1** Fungsi keanggotaan

Dari Gambar 5.1 dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai domain akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai λ-cut dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - t$, dengan :

$b_i + tp_i$ = ruas kanan batasan ke- i

Dengan demikian akan diperoleh bentuk linier programming baru sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &maksimumkan: \quad \lambda \\ &dengan \quad kendala: \lambda p_i + a_{ij}x \le b_i + p_i, \quad i = \overline{0,m} \\ &\qquad\qquad\qquad x \ge 0 \end{aligned}$$

Chanas dan Verdegay, menyatakan bahwa (5.7) and (5.8), juga ekivalen dengan (5.5), suatu *LP* parametric dimana $c, a_{ij}, dan\ p_i, \forall i$ adalah diberikan, dengan menggunakan konsep λ-level cut.

Untuk suatu λ-level cut pada himpunan kendala fuzzy (5.7) menjadi masalah *LP*. Jadi,

$$\begin{aligned} &\max Z = c^T X, \\ kendala\ &X \in X_\lambda, \\ &X_\lambda = \{X | \mu_i \ge \lambda, \forall i, and\ X \ge 0, \lambda \in [0,1]. \end{aligned} \tag{5.9}$$

and equivalent to:

$$\max \widetilde{Z} = c^T X,$$

$$kendala \ \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \le b_i + (1-\lambda) p_i, \forall i, \qquad (5.10)$$

$$\lambda \in [0,1] \text{ and } X \ge 0,$$

dimana $c, a_{ij}, b_i, dan\ p_i, \forall i$ adalah diberikan dengan tepat. berikutnya, Jika Himpunan $\lambda = 1 - \theta$, maka persamaan (5.10) akan sama dengan (5.6). Maka tabel solusi diperlihatkan kepada pengambil keputusan untuk menentukan kecukupan solusi. $Z^*(\theta)$, $\theta \in [0,1]$ adalah solusi fuzzy yang sesuai dengan pendekatan Verdegay's approach [ ].

Pendekatan ketiga (Weners's approach [33]): Pengambil keputusan menyelesaikan masalah *FLP* dengan fungsi objectif fuzzy dan kendala fuzzy, dengan b_0, adalah tidak diketahui. Perhatikan model:

$$\max \widetilde{Z} = c^T X,$$

$$kendala \ \sum_{j=1}^{m} \widetilde{a}_{ij} X_j \le b_i, \forall i, \qquad (5.11)$$

$$X \ge 0,$$

ekivalen dengan:

$$\max \widetilde{Z} = c^T X,$$

$$kendala \ \sum_{j=1}^{n} \widetilde{a}_{ij} X_j \le b_i + \theta\ p_i, \forall i, \qquad (5.12)$$

$$\lambda \in [0,1] \text{ and } X \ge 0,$$

dimana $c, a_{ij}, b_i, dan\ p_i, \forall i$ diketahui, tetapi goal dari fungsi objectif fuzzy adalah tidak diketahui.

Penyelesaian (5.12) denan mengunakan pendekatan Werners's [33], pertama definisikan Z^0 dan Z^1 seperti di bawah ini:

$$Z^0 = \inf(\max_{X \in \mathrm{X}} c^T X) = Z^*(\theta = 0), \qquad (5.13)$$

$$Z^1 = \sup((\max_{X \in \mathrm{X}} c^T X) = Z^*(\theta = 1) \qquad (5.14)$$

dimana $\mathsf{X} = \{X | \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i + \theta\, p_i, \forall i, \theta \in [0,1], \text{and } X \geq 0\}$.

Fungsi keanggotaan Werners's μ_0 dari fungsi objektif fuzzy, adalah:

$$\mu_0 = \begin{cases} 1 & \text{if } c^T X > Z^1, \\ 1 - \dfrac{Z^1 - c^T X}{Z^1 - Z^0} & \text{if } Z^0 \leq c^T X \leq Z^1, \\ 0 & \text{if } c^T X < Z^0. \end{cases} \tag{5.15}$$

Fungsi keanggotaan $\mu_i, \forall i$, dari kendala fuzzy adalah didefinisikan pada (5.8). Dengan menggunakan *min-operator* dari Bellman dan Zadeh [2], dapat ditentukan ruang keputusan *D* yang didefinisikan dengan fungsi keangotaan μ_D dimana,

$$\mu_D = \min(\mu_0, \dots, \mu_p) \,. \tag{5.16}$$

Ini merupakan pemilihan keputusan yang tepat dimana μ_D adalah maksimum solusi optimal dari (5.11). Maka dari itu (5.11) ekivalen dengan:

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &\mu_0 \geq \lambda, \\ &\mu_i \geq \lambda, \\ &\lambda, \mu_0 \text{ and } \mu_i \in [0,1], \forall i \\ &X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.17}$$

dimana $c, a_{ij}, b_i, dan\ p_i, \forall i$ adalah diketahui, dan $\lambda = \mu_D = \min(\mu_0, \dots, \mu_m)$.

Ambil $\lambda = 1 - \theta$. Maka masalah pada (5.17) ekivalen dengan:

$$\begin{aligned} &\max \theta \\ &\qquad c^T X \geq Z^1 - \theta(Z^1 - Z^0), \\ &kendala \quad (a_{ij} X)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall i, \\ &\qquad \theta \in [0,1] \text{ and } X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.18}$$

dimana $c, a_{ij}, b_i, dan\ p_i, \forall i$ adalah diketahui dan θ adalah bagian dari $(Z^1 - Z^0)$ untuk kendala pertama dan bagian toleransi maksimum yan lainnya. Solusi ini adalah merupakan sulusi optimal unik.

Pendekatan keempat (Zimmermann's approach [36]): Pengambil keputusan menginginkan penyelesaian masalah *FLP* dengan fungsi objectif dan kendala fuzzy, dimana goal b_0 dari fungsi objektif fuzzy dan untuk toleansi minimum adalah diketehui. Hal ini,

$$\begin{aligned} & \max \tilde{Z} = c^T X, \\ kendala \ & \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} X_j \leq b_i + \theta \ p_i, \forall i, \\ & X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.19}$$

dimana c, a_{ij}, b_0, p_0, b_i dan $p_i, \forall i$ adalah diketahui. Masalah yang diberikan pada (5.19) adalah ekivalen dengan:

Tentukan X,

$$\begin{aligned} & \max \tilde{Z} = c^T X, \\ kendala \ & \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_i + \theta \ p_i, \forall i, \\ & X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.20}$$

dengan fungsi keanggotaan dari kendala fuzzy yang diberikan sebelumnya pada (5.10) dan fungsi keanggotaan dari fungsi objectif fuzzy μ_0 seperti dibawah ini:

$$\mu_0 = \begin{cases} 1 & \text{if } c^T X > b_0, \\ 1 - \dfrac{b_0 - c^T X}{Z^1 - Z^0} & \text{if } b_0 - p_0 \leq c^T X \leq b_0, \\ 0 & \text{if } c^T X < b_0 - p_0. \end{cases} \tag{5.21}$$

Jadi dengan menggunakan konsep maksimum, (5.18) adalah ekivalen dengan:

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \mu_0 \text{ and } \mu_i \geq \lambda, \forall i, \\ kendala \ & \lambda, \mu_0 \text{ and } \mu_i \in [0,1], \forall i \\ & X \geq 0, \end{aligned} \tag{5.22}$$

dimana c, a_{ij}, b_0, p_0, b_i dan $p_i, \forall i$ adalah diketahu,. berikan $\lambda = 1 - \theta$. Maka (5.17) akan ekivalen dengan:

$$
\begin{aligned}
& \max \theta, \\
& c^T X_i \geq b_0 + \theta\, p_0, \\
kendala\ & \sum_{j=1}^{m} a_{ij} X_j \leq b_i + \theta\, p_i, \forall i, \qquad (5.23) \\
& \theta \in [0,1] \text{ and } X \geq 0,
\end{aligned}
$$

dimana c, a_{ij}, b_0, p_0, b_i dan $p_i, \forall i$ adalah diketahui dan θ adalah suatu bagian dari toleransi maksimum. Solusi optimal (5.23) adalah unik.

Pada saat fungsi objektif fuzzy diasumsikan, pendekatan Zimmermann [36] dan Werner's [33] adalah mengasumsikan pentingnya performance pada fungsi objektif,

$$f(X) = F(c^T X) \in [0,1].$$

Maka, pada semua kasus, jika $Z^*(\theta), \theta \in [0,1]$, adalah solusi fuzzy pada masalah, yang berkorespondensi solusi untuk setiap fungsi objekctif fuzzy (performance function associated to Zimmermann's or Werner's approach) yang dipertimbangkan.

Pendekatan kelima: Pengambil keputusan menyelesaikan masalah *FLP* dengan fungsi objektif fuzzy dan kendala fuzzy, dengan hanya goal b_0 dari fungsi objektif fuzzy adalah diketahui, tetapi toleransi p_0 tidak diketahui. Pehatikan,

$$
\begin{aligned}
& \max \widetilde{Z} = \widetilde{\max}\, c^T X, \\
kendala\ & \sum_{j=1}^{n} \widetilde{a}_{ij} X_j \leq b_i, \forall i, \qquad (5.24) \\
& X \geq 0,
\end{aligned}
$$

dimana $c, a_{ij}, b_0,, b_i$ dan $p_i, \forall i$ adalah diketahui, tetepi p_0 tidak diketahui. Dengan p_0 tidak diketahui, dapat diketahui bahwa p_0 akan berada dalam diantara 0 dan $b_0 - Z^0$. Untuk suatu $p_0 \in [0, b_0 - Z^0]$, didapatkan fungsi keanggotaan dari fungsi objektif fuzzy pada (5.21). Karena sistem mempunyai produktivitas yang tinggi nilai fungsi objektif akan besar maka Z^0 at $\theta = 0$, ini bukan berarti memberikan derajat positif dari keanggotaan untuk yang lebih kecil dai Z^0.

Perbedaan masalah ini dengan pendekatan Zimmermann's adalah bahwa pada masalah ini tidak diberi nilai awal p_0. Sedangkan pada pendekatan Zimmermann's nilai awal p_0, $p_0 \in [0, b_0 - Z^0]$ diberikan.

Pengambil keputusan memilih kembali p_0 dari semua solusi untuk himpunan yang memuat p_0. Pada masalah Zimmermann, pengambil keputusan memilih kembali p_0 adalah tepat, karena solusi yang dipeoleh merupakan solusi optimal (5.24).

5. 2 Interactive pemograman linier fuzzy

Proses pengambilan keputusan akan lebih baik apabila dijabarkan dan diselesaikan dengan mengunakan teori himpunan fuzzy, bahkan lebih baik dari teori "*precise approaches*". Namun para pengambil keputusan harus memiliki pemahaman yang baik tentang aturan-aturan teori himpunan fuzzy oleh karena itu proses "*interactive*" antara "*decision maker*" dan "*decision process*" cukup baik untuk menyelesaikan masalah yang sedang dihadapi . Dan hal itu benar-benar merupakan teknik "*fuzzy linear programming*" Gasimov[6], Rommelfanger [18] dan Saad [19].

Selanjutnya konsep "*problems oriented*" adalah merupakan konsep yang sangat penting dalam menyelesaikan masalah nyata.

Dalam mengaplikasikan teori himpunan fuzzy,"*user dependent (interactive)*" dan masalah yang dihadapi, konsep "*oriented*", "*flexibility*" dan "*robustness*" dengan teknik pemograman linier akan memberi hasil yang lebih baik. Pada pendekatan *Interactive Fuzzy Linier Programming* (*IFLP*) Sakawa [21], Sakawa dan Yana [22] dan Sudradjat [25]dengan pengintegrasian simetris Zimmermann's [36], Werner's [33], Verdegay's dan Chanas's *FLP* [pada 12] dirancang dan diperbaharui untuk sistem pendukung keputusan dalam menyelesaikan "*specific domain*" dari sistem *Linear Programming* (*LP*), Lai dan Hwang [11]. Lai dan Hwang menganjurkan "*expert decision support system*" akan memberikan solusi yang bervariasi untuk banyak kasus yang rumit.

Sebuah sistem menghasilkan "*fuzzy-efficient*" dengan solusi yang sangat baik dan fuzzy juga menghasilkan solusi yang efisien. Hal ini bisa jadi bahan pertimbangan bagi para pembuat keputusan dan sangat mudah melakukan modifikasi. Pada akhirnya seorang pengambil keputusan dapat melakukan perubahan akan "*membership function*" dari sebuah sistem, Werner, [33].

Sebuah aplikasi *Fuzzy Linear Programming* dapat menyelesaikan suatu masalah dengan cara yang *interactive* Lai dan Hwang [11]. Pada langkah awal, model fuzzy di modelkan dengan sebuah informasi yang didapat, dimana seorang pembuat keputusan dapat menyediakan informasi tersebut tanpa tambahan biaya yang mahal. Sebaiknya memahami terlebih dahulu "*compromise soluti*on" bahwa seorang pengambil keputusan bisa merasakan bahwa infromasi berikutnya bisa diperoleh dan bisa dipertimbangkan untuk menghasilkan suatu keputusan dengan membandingkan secara hati-hati akan keuntungan dan biaya yang digunakan. Dalam hal ini langkah-langkah "*compromise solution*" juga dapat menghasilkan keputusan yang baik. Prosedur yang baik menawarkan sesuatu batasan yang pasti dan informasi memproses komponen yang relevan dan oleh karena itu biaya informasi akan bisa ditekan, Rommenfanger [18].

Elemen yang sangat penting yang bisa mempengaruhi solusi akan masalah *Fuzzy Linear Programming* adalah ke *fuzzy*-an parameter yang akan digunakan dalam sebuah model. Bagaimana parameter ini dalam "*fuzzy geometry*" merupakan *point* yang sangat penting. Karena keberhasilan sebuah solusi tergantung pada keberhasilan akan sebuah model dari sebuah sistem.

Selain itu, "*interactive concept*" memberikan proses pembelajaran tentang sebuah sistem dan membuat kekebasan psikologi bagi pembuat keputusan. Selain itu memberi jalan solusi yang baik. Faktor yang baik dalam sebuah sistem dan *design* sistem yang "*high-productivity*", bahkan optimalisasi diberikan oleh sistem.

Sebuah sistem *Interactive Fuzzy Linear Programming* dapat memberi "*integration-oriented*", penyesuaian dan pembelajaran dengan mempertimbangkan semua hal yang tidak mungkin dari sebuah domain dari permasalahan sebuah *Linear Programming* dengan integrasi dengan logika IF – THEN.

Metode *Interactive Fuzzy Linear Programming* sudah dipelajari sejak tahun 1980. Penelitinya adalah Baptistella dan Ollero, Fabian, Cibiobanu, dan Stoica,Ollero, Aracil dan Camacho, Sea, dan Sakawa [21, 22], Slowinski [23], Werner dan Zimmermann. Zimmermann menerangkan beberapa teori umum tentang metode pemodelan dari "*decison support system*", dan sistem cerdas pada lingkungan *fuzzy*. Lainnya mengembangkan "*interactive approaches*" untuk menyelesaikan masalah “*Multiple Criteria Decision Making (MCDM*)”, Lai and Hwang [11].

Adapun tujuan dari sebuah solusi akan sebuah model adalah sebagai berikut, banyak variasi model yang dapat dipelajari dari sebuah model *Linear Programming*. Namun “*studies*” dari Zimmermann, Chanas, Werners, dan Vedegay sangat efisien untuk menyelesaikan model Linier Programming dengan menggunakan “*decision support*” untuk menyelesaikan masalah nyata.

5.3. Algoritma Interactive pemograman linier fuzzy

Langkah-langkah Algoritma Interactive Fuzzy Linier Programming adalah sebagai berikut, Lai dan Hwang [11], dan Sudradjat [25]

Langkah 1

Selesaikan masalah pemograman linier klasik dengan metode simplex.

Sebuah solusi optimal yang unik dengan “*corresponding consumed resorces*” diberikan kepada para pembuat keputusan.

Langkah 2

Lakukan solusi ini untuk meyakinkan “*Decision mak*er”?, pertimbangkan kasus dibawah ini :

1. Jika solusi meyakinkan, cetak hasilnya.
2. Jika resource i, untuk beberapa i adalah “*idle*” lalu direduksi terhadap b_i, kembali ke langkah 1.
3. jika nilai dari *resource* yang ada tidak cukup tepat dan beberapa nilai toleransi yang dihasilkan masih memungkinkan maka lakukan analisis parametik, dan lakukan langkah 3.

Langkah 3

Selesaikan permasalahan pemograman linier parametrik. Lalu hasilnya disimpan pada sebuah tabel. Pada saat bersamaan selidiki persamaan berikut :

$$Z^0 = Z^*(\theta = 0) \text{ dan } Z^1 = Z^*(\theta = 1).$$

Langkah 4

Lakukan solusi yang mungkin kemudian simpan pada sebuah tabel untuk menghasilkan keputusan.

Pertimbangkan kemungkinan kondisi dibawah ini :

1 . Jika solusi yang diberikan baik maka cetak hasilnya.
2 . Jika *resource* i, untuk beberapa i apabila nilai yang dihasilkan tidak memuaskan makan tukar dengan p_i, lalu kembali ke langkah 3.
3 . Jika nilai objektif masuk akal maka terima sebagai salah satu solusi dan lanjutkan ke langkah 5.

Langkah 5

Setelah mempertimbangkan hasil pada tabel, keputusan dapat ditentukan yaitu b_0 sebagai hasil dan nilai toleransi p_0 untuk menyelesaikan masalah "*simetris Fuzzy Linear Programming".*

Jika hasil keputusan tidak sesuai dengan goal dari sebuah nilai "*objektive fuzzy"* lakukan langkah 6, jika b_0 diberikan maka langsung lakukan langkah 8.

Langkah 6

Penyelesaian masalah (5.17) disarankan menggunakan solusi Werner's.

Langkah 7

Apabila Solusi (5.18) memuaskan, pertimbangkan kemungkinan kondisi dibawah ini :

1 . Jika solusi yang diberikan memuaskan maka cetak hasilnya.
2 . Jika user sudah mendapatkan nilai tujuannya maka nyatakan b_0 sebagai hasil dan lanjutkan ke langkah 8.
3 . Jika resource *i*, untuk beberapa nilai i adalah "*idle*" maka kurangi p_0 (dan ganti p_i) lalu kembali ke langkah 1.
4 . Jika jika i dapat ditoleransi, untuk beberapa nilai i tidak dapat diterima maka ganti dengan p_i dan kembali ke langkah 3.

Langkah 8

nilai p_0 sangat menentukan untuk menghasilkan sebuah keputusan, jika seorang pengambil keputusan ingin lebih menspesifikasi nilai dari p_0, maka harus disediakan sebuah tabel lalu lanjutkan ke langkah 9 , jika nilai p_0 tidak tersedia maka langsung ke langkah 11.

Langkah 9

Selesaikan masalah (5.23) dengan menggunakan metode Zimmermann's.

Langkah 10

Apakah solusi (5.23) Memuaskan ?

1 . Jika memuaskan maka cetak hasilnya.

2 . Jika user ternyata mendapatkan hasil yang lebih baik (dan dalam batas toleransi nya) maka berikan nilai b_0 sebagai goal (dan p_0) dan kembali ke langkah 8.

3 . Jika resource i , untuk beberapa nilai i adalah "*idle*" maka lakukan iterasi pada b_i (dan ganti p_i dan kembali ke langkah 1.

4 . Jika nilai i dapat ditoleransi, untuk beberapa nilai i tidak dapat diterima maka ganti dengan p_i dan kembali ke langkah 3.

Langkah 11

Selesaikan masalah terakhir. Lalu panggil langkah 9 untuk menyelesaikan masalah (5.23) untuk set p_0s . Lalu solusi disimpan pada sebuah tabel.

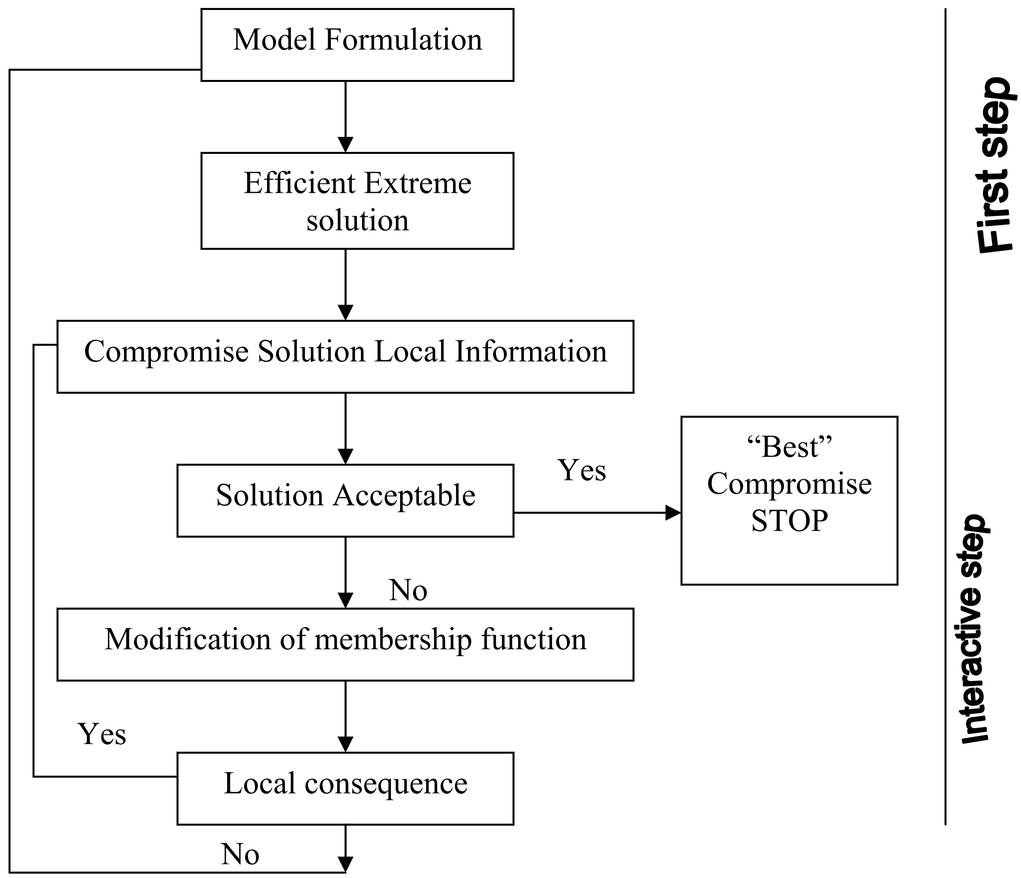
Langkah 12

Apakah solusi yang dihasilkan sudah memuaskan? Jika ya, cetak nilai solusi dan akhiri solution prosecedure, sebaliknya lanjutkan ke langkah 13.

Langkah 13

bertanya kepada "*decision maker*" untuk menyaring nilai p_0 , lalu kembali ke langkah 1, sangat beralasan untuk menanyakan decision maker p_0 pada tahap ini, karena terdapat ide yang baik untuk nilai p_0 terlihat pada gambar 5.1.

Untuk mengimplementasikan *IFLP*, hanya membutuhkan "*two solution-finding techniques*", metode simplex dan metode parametik. Oleh karena itu *IFLP* akan sangat mudah dibuat pemrograman dalam sebuah PC.



Gambar 5.2 Flow char Decision Support system ,Werner's [33]

BAB VI

DASAR-DASAR PEMODELAN

Matematika adalah bahasa yang melambangkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin disampaikan, Halim [1]. Simbol-simbol matematika bersifat "artifisial" yang baru memiliki arti setelah sebuah makna diberikan kepadanya. Tanpa itu, maka matematika hanya merupakan kumpulan simbol dan rumus yang kering akan makna.

Bahasa matematika adalah bahasa yang berusaha untuk menghilangkan sifat kabur, majemuk, dan emosional dari bahasa verbal. Lambang-lambang dari matematika dibuat secara artifisial dan individual yang merupakan perjanjian yang berlaku khusus suatu permalahan yang sedang dikaji. Kelebihan lain matematika dipandang sebagai bahasa adalah matematika mengembangkan bahasa numerik yang memungkinkan untuk melakukan pengukuran secara kuantitatif, Halim [1]. Jika menggunakan bahasa verbal, maka hanya dapat mengatakan bahwa Si A lebih cantik dari Si B. Apabila ingin mengetahui seberapa eksaknya derajat kecantikannya maka dengan bahasa verbal tidak dapat berbuat apa-apa. Terkait dengan kasus ini maka harus berpaling ke bahasa matematika, yakni dengan menggunakan bantuan **logika *fuzzy*** sehingga dapat diketahui berapa derajat kecantikan seseorang. Bahasa verbal hanya mampu mengemukakan pernyataan yang bersifat kualitatif. Sedangkan matematika memiliki sifat kuantitatif, yakni dapat memberikan jawaban yang lebih bersifat eksak yang memungkinkan penyelesaian masalah secara lebih cepat dan cermat.

Matematika memungkinkan suatu ilmu atau permasalahan dapat mengalami perkembangan dari tahap kualitatif ke kuantitatif. Perkembangan ini merupakan suatu hal yang imperatif bila menghendaki daya prediksi dan kontrol yang lebih tepat dan cermat dari suatu ilmu. Beberapa disiplin keilmuan, terutama ilmu-ilmu sosial, agak mengalami kesukaran dalam perkembangan yang bersumber pada problem teknis dan pengukuran. Pada dasarnya matematika diperlukan oleh semua disiplin keilmuan untuk meningkatkan daya prediksi dan kontrol dari ilmu tersebut.

Pemodelan matematika merupakan akibat dari penyelesaian permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari yang diselesaikan menggunakan matematika. Masalah nyata dalam kehidupan biasanya timbul dalam bentuk gejala-gejala yang belum jelas hakikatnya, masih harus membuang faktor-faktor yang tidak/kurang relevan, mencari data-data dan informasi tambahan, lalu menemukan hakikat masalah sebenarnya. Langkah ini dinamakan sebagai mengidentifikasi masalah. Langkah selanjutnya setelah mengidentifikasi masalah, maka melalui beberapa pendefinisian diadakan penerjemahan masalah ke bahasa lambang, yaitu matematika. Penerjemahan ini disebut pemodelan matematika. Setelah model matematika jadi, maka dicari alat yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya. Pemodelan inilah yang menjadi kunci dalam penerapan matematika. Memodelkan masalah ke dalam bahasa matematika berarti menirukan atau mewakili objek yang bermasalah dengan relasi-relasi matematis. Istilah faktor dalam masalah menjadi peubah atau variabel dalam matematika. Pada hakikatnya, kerja pemodelan tidak lain adalah abstraksi dari masalah nyata menjadi masalah/ model matematika

6.1 Konsep dasar sistem

Definisi 6.1 (Sudradjat [30]) *Kumpulan dari elemen yang saling berhubungan satu sama lain untuk mencapai suatu tujuan.*

Konsep dasar sistem pertama kali dikembangkan oleh Von Bertalanffy sekitar tahun 1940. Sebuah system dapat diuraikan dengan mensepesifikasikan:

1. elemen-elemen
2. lingkungan
3. struktur intern
4. struktur ekstern

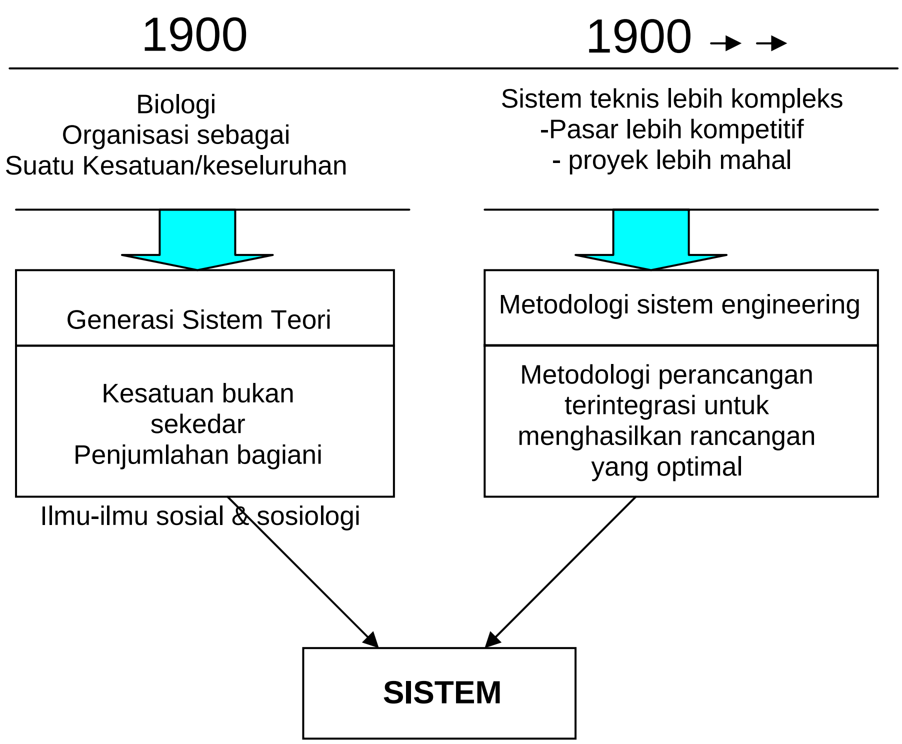
Setiap elemen terdiri dari sejumlah subsistem, sedangkan subsistem terdiri dari sub-subsistem.

6.1.1 Sifat dasar system

- sistem terdiri dari elemen-elemen yang membentuk suatu kesatuan system,
- adanya tujuan dan saling ketergantungan,

- adanya interaksi antar elemen,
- mengandung mekanisme transformasi,
- memiliki lingkungan (lingkungan substansial, elemen lingkungan yang terbatas yang menjadi menjadi perhatian dalam bahasan.

6.1.2 Perkembangan kesisteman



Gambar 6.1 Perkembangan kesisteman

6.2 Pemodelan Matematika

Dewasa ini, realita dan dinamika perkembangan yang terjadi dalam masyarakat semakin cepat dan rumit. Keadaan tersebut merupakan hambatan tetapi sekaligus juga merupakan tantangan bagi seorang pengambil keputusan. Oleh karena itu, untuk mendapatkan keputusan yang terbaik, seorang pengambil keputusan dapat secara cermat menguasai kompleksitas itu dan mengembangkan alternative pemecahannya, salah satu yang dapat dilakukan ialah dengan pendekatan analisis kuantitatif.

Untuk menganalisis permasalahan diperlukan kemampuan pemahaman secara sistematik. Pada umumnya suatu sistem terdiri dari berbagai macam elemen yang sangat kompleks, sehingga untuk analisis perlu disederhanakan dengan jalan menuangkannya ke dalam suatu bentuk fungsi matematika atau bentuk abstraksi lain yang disebut **Model**.

Model mempunyai dua ciri, yaitu sifat representasi dan abstraksi. Sifat representasi dicerminkan oleh suatu pemetaan dari karakteristik sistem nyata yang akan dipelajari. Disebut abstraksi karena dalam model terjadi transformasi karakteristik dan kompleksitas keadaan yang kongkrit ke dalam abstraksi dengan menggunakan symbol-simbol matematik. Pembuatan model bertujuan untuk mendeskripsikan atau menjelaskan sekumpulan fakta dan selanjutnya menggunakan model tersebut sebagai alat konfirmasi.

Beberapa definisi dari model:

1. *Model adalah penggambaran dari suatu masalah secara kuantitatif.*
2. *Handy A. Taha,model merupakan representasi dari suatu sistem nyata.*
3. *Untuk memperlihatkan pengaruh faktor secara signifikan.*

Tujuan dari model adalah meragakan yang ideal dari sistem yang bersangkutan, yang mencakup hubungan fungsional diantara komponen-komponennya.

Contoh model perilaku "Kurt Lewin" $B = f(P, E)$.

Pembuatan model sebenarnya merupakan seni untuk mengatur keseimbangan dari dua tuntunan yang bertentangan, yaitu model dituntut agar model dibuat sesederhana mungkin agar pemecahan yang diharapkan mudah diperoleh, model mudah untuk dikendalikan dan mudah untuk dikomunikasikan, sedangkan di pihak lain dikehendaki agar model mengandung sebanyak mungkin sifat-sifat dari sistem yang dipelajari dengan maksud agar supaya model tadi menghasilkan pemecahan yang mendekati keadaan yang sebenarnya.

6.2.1 Keuntungan dari pemodelan

Beberapa keuntungan dari pemodelan matematika adalah:

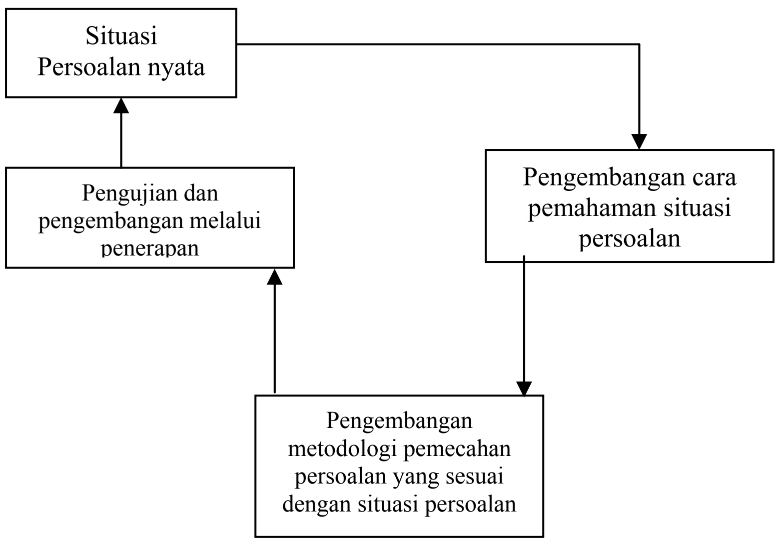
Pertama, dengan model dapat dilakukan analisis dan percobaan dalam situasi yang kompleks dengan mengubah-ubah nilai atau bentuk relasi antar variabel yang tidak mungkin dilakukan pada sistem nyata.

Kedua, model memberikan penghematan dalam mendeskripsikan suatu keadaan nyata.

Ketiga, penggunaan model dapat menghemat waktu, biaya, tenaga dan sumber daya berharga lainnya dalam analisis permasalahan.

Keempat, model dapat menfokuskan perhatian lebih banyak pada karakteristik yang penting dari masalah.

Konsep Action Research



Gambar 6.2 Konsep Action Research

6.2.2 Klasifikasi model

Model dapat diklasifikasikan berdasarkan:

1. Tujuan
   a. Deskriptif

      Suatu model yang dibuat dengan tujuan untuk menunjukkan fenomena tertentu (masa lalu).

   b. Normatif

      Suatu model yang digunakan untuk mencari jawab.

   c. Prediktif

      Suatu model yang digunakan untuk memperkirakan kejadian-kejadian yang akan datang.

2. Representatif
    a. Secara abstrak
       Suatu model yang dinyatakan dalam simbolik (model Matematika)
        1. Simbolik (kuantitatif, kualitatif)
        2. Verbal
    b. Secara fisik (market dari suatu proyek)
3. Sistem
    a. Statis
    b. Dinamis
    c. Real
    d. Abstrak
4. Solusi
    a. Analisis
       Model yang berusaha mencari nilai optimal secara mutlak
       $y = x^2 + 2x + 1$ (ada rumusnya)
    b. Heuristik (algoritma)
    c. Simulasi
       Kemungkinan-kemungkinan dari solusi dicari/dicoba (mencari solusi yang feasible)

Menurut Russell L. Ackoff, “scientific Method”,Sudradjat [30] model dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

1. Model Ikonik
   Merupakan versi miniature, tetapi sifat-sifat keasliannya tetap ada. Model ini digunakan karena kita ingin mendapatkan suatu gambaran tentang sistem nyata.
2. Model Analogik
   Penampilan fisik berbeda, tetapi dapat memperlihatkan perilaku yang tetap sama.
3. Model Analitik
   Suatu model yang menampilkan bentuk fisiknya, biasanya bentuk model matematik atau logik.

Menurut Wilson, sama dengan menurut R.L. Ackof hanya ditambah dengan Model Konseptual.

Dasar Klasifikasi	Klasifikasi Model
1. Fungsi	a. Model Deskriptif
	b. Model Prediktif
	c. Model Normatif
2. Struktural	a. Model Ikonik
	b. Model Analogik
	c. Model Simbolik
3. Dimensi	a. Model dua dimensi
	b. Model tiga dimensi
4. Tingkat kepastiaan	a. Model Pasti
	b. Model Konflik
	c. Model Resiko
	d. Model tak pasti
5. Pengaruh waktu	a. Model Statis
	b. Model Dinamis
6. Tingkat Generalisasi	a. Model Khusus
	b. Model Umum
7. Tingkat keterbukaan	a. Model Terbuka
	b. Model Tertutup
8. Tingkat Kuantifikasi	a. Model Kuantitatif
	b. Model Kualitatif

6.2.3 Klasifikasi model analitik

a. Steady state Deterministik

Setiap model yang menggunakan model aljabar (prog.mat/LP)

b. Steady state non deterministic

Digunakan bila mekanisme perilaku tidak diketahui, tetapi dapat diasumsikan adanya variabel-variabel yang secara total atau parsial tergantung dari yang lain.

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots \qquad (6.1)$$

Contoh: Metode Montecarlo, mengevaluasi persoalan deterministic dengan menggunakan persoalan probabilistic.

c. Dinamika Deterministik

Model ini berdasarkan (melibatkan) persamaan differensial.

Contoh:

$$F = ma \Rightarrow F = m\frac{dS}{dt^2}$$
$$\frac{dS}{dt^2} - k = 0 \qquad (6.2)$$

d. Dynamic Probabilistik

Model ini biasanya digunakan jika mekanisme lengkap, perilaku tidak diketahui.

$\longrightarrow$ Simulasi: variabel random digunakan

Tabel 6.1 Klasifikasi model analitik

	Steady State	Dynamik
Deterministik	Persamaan (aljabar)	Persamaan Differensial
Non Deterministik Probabilistik	Hubungan-hubungan statistic & probabilistic	Simulasi Kejadian

6.2.4 Karakteristik model yang baik

Model yang baik mempunyai karakteristik:

1. Sederhana

   Simpel dalam formulasinya dan juga simple dalam utilisernya.

2. Robus

   Memberikan jawaban yang cukup akurat dengan kondisi yang kita temukan.

3. Model itu harus komplit (Comprehensif)

   Artinya mencerminkan dan mewakili bagian dari sistem.

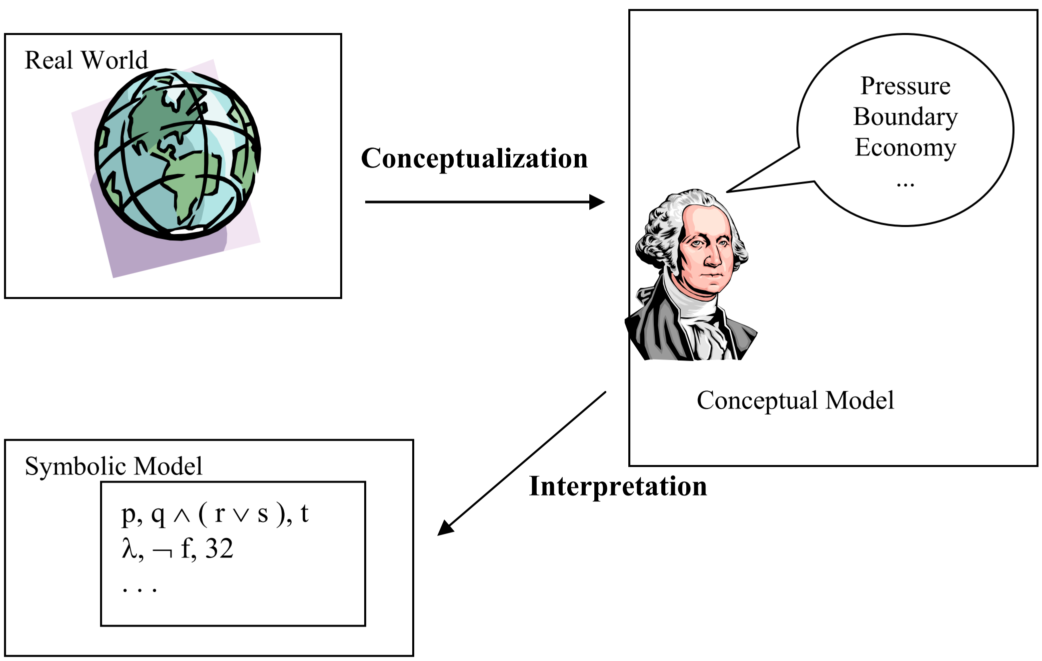
4. Bersifat adatif

   Apabila kita akan mengadakan perubahan maka perubahan itu dapat diintegrasikan pada model.

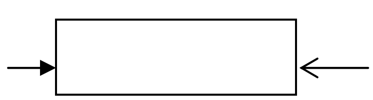
5. Mudah untuk dikendalikan(penggunaannya mudah)
6. Mudah untuk dikomunikasikan pada orang lain

6.2. 5. Proses Pengembangan Model

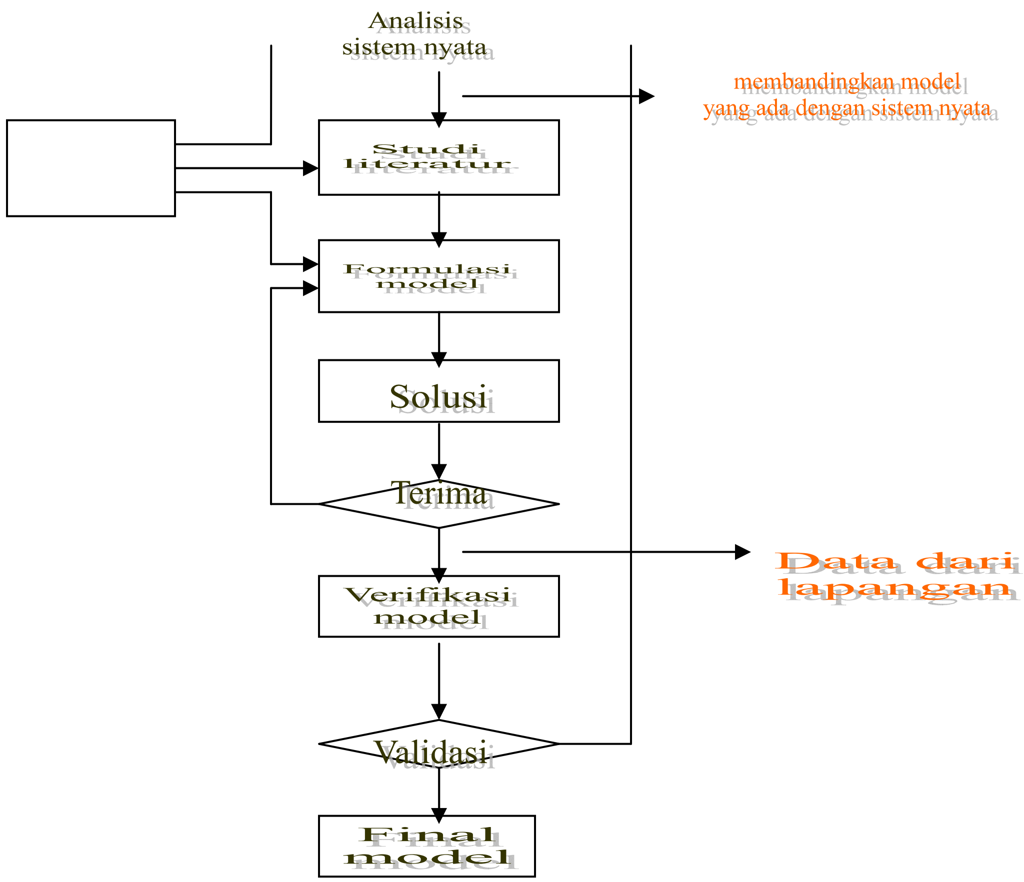
Proses pemodelan dapat di lihat pada gambar berikut:



Gambar 6.3 Prosen pengembangan model, (Enrique 1995)



Modeler



Gambar 6.4 Proses pengembangan model, Sudradjat[30]

DAFTAR PUSTAKA

[1] Abdul Halim Fathoni, *Artikel Metode Horisontal - Bahasa lMatematika*, http://sigmetris.com/artikel_11.html, 2006.

[2] Bellman, R. and Zadeh, L.A., *Decision making in a fuzzy environment*, Management Science*,*17, 141-164, 1970.

[3] Baoding Liu, *Uncertain Programming*, . John Wiley & Sons, Inc, 1999

[4] Carlsson, C., Fuller, R. and Majlender, P., *A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utilty score*, Fuzzy sets and systems*,* 131, 13-21, 2002.

[5] Dubois, D. and Prade, H., *Possibility Theory*, Plenum Press, New York 1998.

[6] Gasimov, R. N., Yenilmez, K., *Solving fuzzy linear programming problems with linear membership functions,* Turk J Math. 26 , 375 -396, 2002.

[7] Jantzen Jan, *Tutorial On Fuzzy Logic*, Technical University of Denmark, Department of Automation, 1998.

[8] Klir, G.J., Yuan, B., *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic-Theory and Applications*, Prentice-Hall Inc., 574p., 1995.

[9] Klir, G.J., Folger T. A., *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information, Prentice Hall International, Inc.,*____

[10] Kusumadewi S., Purnomo H., *Aplikasi Logika Fuzzy,* Untuk pendukung keputusan, Graha Ilmu, 2004.

[11] Lai, Y. J. and Hwang, C. L., *Interactive fuzzy linear programming*, Fuzzy Sets and Systems, 45, 169-183, 1992.

[12] Lai, Y. J. and Hwang, C. L., *Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York, 1994.

[13] Liu, B. and Iwamura, K., *Chance constrained programming with fuzzy parameters*, Fuzzy setsand systems, 94, 227-237, 1998.

[14] Negoita, C.V., *Muţilmi Vagi şi Aplicaţiile Lor,* Edtura Tehnică, Bucureşti, 1974.

[15] Popescu, C. and Sudradjat, S., P*arameter estimation for fuzzy sets,* IJPAM, accepted Novembers 6, 2006.

[16] Popescu, C., Sudradjat, S. and M. Ghica, *On least squares approach in a fuzzy setting*, Conferinţă a Societăţii Probabilităţii şi Statistică din România, 13-14 Aprilie 2007.

[17] Puri, M.L., Ralescu, D.A., *Fuzzy random variable*s, J. Math. Anal. Appl. 114, 151-158 *Sciences*, *15*, 1-29, 1986.

[18] Rommelfanger, H., *Fuzzy linear programming and applications*, Europan Journal of Operational Research, 92, 512-527, 1996.

[19] Saad, O. M., *On the solution of fuzzy linear fraction programs*, in: The 30th Annual Conference, ISSR, Vol. 30, Part (I V), Cairo University, Egypt, pp. 1-9, 1995.

[20] Saad, O. M. and Abdulkader, M. F., *On the solution of bicriterion integer nonlinear fractional programs with fuzzy parameters in the objective functions*, The Journal of Fuzzy Mathematics 10 (1), 1-7, 2002.
[21] Sakawa, M., *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimisation*, Plenum Press, London, 1993.
[22] Sakawa, M., Yana, H., *Interactive decision making for multi-objective linear fractional programming problems with fuzy parameters,* Cybernetics Systems 16 377-397, 1985.
[23] Slowinski, R., and Teghem, J., *Editors, Stochastic versus Fuzzy Approaches to Multionjective Mathematical Programming under Uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Nederlands, 1990.
[24] Stanley Lee, E. and Li, R.J., *Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum*, Fuzzy Sets and Systems, 53, 275-288, 1993.
[25] Sudradjat, *Mathematical Programming Models for Portfolio Selection*, editura universității din Bucureşti, 2007.
[26] Sudradjat, S., *On possibilistic approach for a portfolio selection*, Mathematical Reports, , 2007.
[27] Sudradjat, S., *The weighted possibilistic mean variance and covariance of fuzzy numbers*, accepted, inclusion in JAQM Fall, 2007.
[28] Sudradjat ,S., Popescu, C. and Ghica, M., *.A portfolio selection problem with a possibilistic approach*, 22ND European Conference on operational research, Prague July 2007, accepted.
[29] Sudradjat S., and Preda, V., *On portfolio optimization using fuzzy decisions*, ICIAM, Elvetia, Zurich, Juli 2007.
[30] Sudradjat S, *Pengantar Dasar Analisis dan Perancangan Sistem*, Diktat kuliah, Jurusan Teknik dan Manajemen Industri, Unjani, Bandung, 1995.
[31] Tanaka, H., Guo, P. and Türksen, I.B., *Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions*, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 11, pp. 387-397, 2000.
[32] Tanaka, H., Asai, K.: *Fuzzy linear programming problems with fuzzy numbers*, Fuzzy Sets and Systems, 13, pp. 1-10, 1984.
[33] Werners, B., *An interactive fuzzy programming system*, Fuzzy Sets and Systems, 23, 131-147, 1987.
[34] Yan Juan, Ryan M., Power, J., *Using Fuzzy Logic*, Towards intelegent syatem, Prentice Hall, 1994.
[35] Zadeh, L.A., *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility*, Fuzzy sets and systems, 1, 3-28, 1978.
[36] Zimmermann, H. J.: *Fuzzy mathematical programming*, *Comput. & Ops. Res.* Vol. 10 No 4, 291-298, 1983.
[37] ,____________, Fuzzy Logic, AI Module APGDST, NCST, 2002.