

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## مقدمة دورة هندسة الطيران

كثير هم الذين يحلمون ببناء طائرتهم الخاصة، سواء أكانت هذه الطائرة طائرة لاسلكية صغيرة أو حتى طائرة ركاب. ولتحقيق هذا الحلم "يقفز" الكثيرون إلى مواقع الانترنت ليجدوا الكثير من العناوين البراقة والمشاريع الجاهزة؛ ثم يصدمون بحاجتهم إلى القطع والمعدات الغير متوفرة في عالمنا العربي. لكن الحل سهل وموجود؛ لكنه طويل بعض الشيء - ولا بد دون الشهد من إپر النحل -؛ وهذا الحل هو تصميم طائرتك الخاصة اعتماداً على مبادئ هندسة الطيران ضمن الامكانات المتوفرة لديك!

وهذا الجملة الأخيرة بحاجة إلى توضيح؛ أولاً من يعرف امكاناتك غيرك؟! فقد يكون من امكانياتك شراء محرك كهربائي أو تربيني أو لا هذا ولا ذاك؛ عندها ستحتاج لصنع محرك بنفسك وقد يكون هذا المحرك فريد من نوعه (مثل المحرك الصاروخي وهذا ما أنصح به في البدايات لانخفاض التكلفة وسهولة الصنع (في المنزل)). ونفس الشيء بالنسبة لهيكل الطائرة؛ فقد يتوفر في محلات بلدك خشب البلسا (الذي تركز عليه مواقع الانترنت الأجنبية في صناعة الطائرات اللاسلكية) أو قد لا يتوفر لديك إلا صفائح الألمنيوم وبعض القضبان الحديدية. وقس على ذلك.

أظن الآن أننا اتفقنا على أن امكاناتك سوف تتحكم بتصميمك، وأن التصاميم الموجودة في الانترنت لن تفيدك كثيراً . إذن سوف تحتاج أن تضع تصميم طائرتك بنفسك. والآن يأتي السؤال الكبير: كيف؟؟؟  
الجواب: يجب أن تتعلم أولاً مبادئ هندسة الطيران ، وبعدها ستضع بدل التصميم الواحد ألف تصميم، وكلها وفق امكاناتك المتوفرة.

لكن كيف تتعلم مبادئ هندسة الطيران، أطول الطرق هو أن تدرس هندسة الطيران في الجامعة أو حتى الكلية. والطريق الثاني هو أن تدرس مختصر مبسط

للكتب المهمة في هندسة الطيران التي تُدرّس في الجامعات؛ وهذا ما سأقدمه لك هنا في هذه الدورة.

أولاً أبشركم أن هذه الدورة باللغة العربية، وأنها وضعت للقراءة الذاتية، وأنها مناسبة حتى لمن مستواه التعليمي لا يتجاوز معرفة المبادئ الأساسية في الحساب والفيزياء (لكن لو كان مستواه هو مستوى طالب في المرحلة الثانوية في الفرع العلمي - فما فوق - فهذا سيساعده على فهم معظم الدورة، لكن مع ذلك ما لا يدرك كله لا يترك جله!).

### مساقات الدورة

- مساق "مقدمة في هندسة الطيران" وهو اختصار وترجمة لأجزاء من كتاب:

Interactive Aerospace Engineering And Design [Dava Newman]

وهو مقدمة عامة في موضوع هندسة الطيران، وأرجو قراءة مقدمة المساق

بعناية.

- مساق "ميكانيكا المواد" وهو اختصار وترجمة لأجزاء من كتاب:  
MECHANICS OF MATERIALS [Beer & Russell]  
والمساق سهل ومهم لكنه طويل (دوناً عن باقي المساقات)، لذا أنصح بعدم حل جميع المسائل حتى لا يحصل الملل والتناقل عن دراسة باقي المساقات.

- مساق "بنى الطائرات" وهو اختصار وترجمة لأجزاء من كتاب:  
Aircraft structures For engineering students [Megson]  
ولا بد قبل دراسة هذا المساق من دراسة مساق "ميكانيكا المواد".

- مساق "الايروديناميات" وهو اختصار وترجمة لأجزاء من كتاب:  
Aerodynamics for Engineers [Bertin & Smith]

(وأنصح بقراءة المساقات بالترتيب المذكور)

وهناك مساقين آخرين سأرفعهما على الانترنت إذا رأيت اهتمام بالموضوع  
(ديناميكا الطيران وتصميم الطائرات)، وللعلم ترتبهما في القراءة يأتي بعد  
المساقات المذكورة فوق. أيضا هناك ثلاث مساقات إضافية أقل أهمية (الرياضيات  
والفيزياء والاستاتيات)، ورغبةً في اختصار الدورة لن أرفعها الآن.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

المهندس عبد الرحمن

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة في

هندسة الطيران

اختصار وترجمة وانتقاء من كتاب  
**Interactive Aerospace  
Engineering And Design**

تأليف

**Dava Newman**

الطبعة الأولى - 2002

اعداد

المهندس عبد الرحمن

الطبعة الأولى



## مقدمة المساق

هذا المساق هو المساق الأول المتخصص في موضوع هندسة الطيران، وهو يعطي مقدمة عامة عن الموضوع، ومعظم الدروس فيه سوف يعاد شرحها في مساقات مستقلة. لكن مع ذلك لا بد من أخذ هذا المساق. وهذه مقدمة لوحدات هذا المساق:

§ الوحدة 1 والوحدة 2 تاريخ ومقدمات للاطلاع فقط.

§ الوحدة 3 "الايروديناميات" مهمة وسنفردها بمساق مفصل مستقل.

§ الوحدة 4 " أداء الطائرة" مهمة والمطلوب فهمها بصورة جيدة، خصوصاً لأنه لن يتم افرادها بمساق مفصل مستقل، وسيتم الاكتفاء بهذه الوحدة.

§ في وحدة 5 " مقدمة للهندسة البنوية" : درس تحليل الجملون (الدرس 5.5) للاطلاع فقط وليس للفهم المفصل، أيضا لا داعي لحل المسألتين 5.5 و5.6 ، وسوف نفردها بمساق مفصل مستقل. الوحدة بمساقين مستقلين لاحقين .

§ الوحدة 6 " دسر الطائرات" التي تتحدث عن محركات الطائرات فيها بعض المعادلات والتفاصيل التي لا داعي لبذل جهد لفهمها؛ بل يكفي الاطلاع عليها والالمام بموضوع الوحدة بصورة عامة.

§ الوحدة 7 " مقدمة لاستقرارية وتحكم الطائرة " مهمة وسنفردها بمساق مفصل مستقل.

## منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

### الانتقاء:

قمت بانتقاء مواضيع الكتاب التي تفيد الدارس في هذه الدورة ؛ مسترشداً بخطة تخصص هندسة الطيران في الجامعات، مع بعض الاجتهادات الشخصية في حذف بعض المواضيع قليلة الأهمية. وأحياناً أشرت إلى مواضيع بعض المواضيع في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع. وشمل الانتقاء أيضاً المسائل والأمثلة. أيضاً حذفتم المواضيع المتعلقة بالطيران الفضائي.

### الاختصار:

لم أقم بتلخيص النصوص حتى لا أدخل بالمعنى. بل تركز الاختصار على حذف معظم الاشتقاقات الرياضية؛ حيث حاولت إعطاء العلاقة النهائية مباشرة دون الاهتمام الكبير بكيفية الوصول إليها. كما اختصرت بعض النصوص التي رأيت أن اختصارها أفضل.

### الترجمة:

حاولت أن أترجم ما انتقيته من هذا الكتاب ترجمة حرفية قدر الامكان. أما المصطلحات التخصصية فقد استخدمت معجم متخصص، لكن للأسف لا توجد فيه جميع المصطلحات التي واجهتها؛ ولذلك سأكتب الترجمة التي اعتمدها للمصطلحات اللازمة في قائمة في نهاية كل وحدة وسأسميها " قائمة ترجمة المصطلحات ". لكن للعلم لم أضع بعض المصطلحات قليلة التكرار في "قائمة ترجمة المصطلحات"؛ بل ترجمتها وأتبعتها بالأصل الانجليزي بين قوسين. ونفس الكلام عندما تكون الترجمة لا تعطي المعنى الدقيق للكلمة الانجليزية، أو عندما تكون هناك عدة مرادفات انجليزية لنفس الكلمة العربية، وأحياناً أفعل نفس الشيء للكلمات التي اعتمدت ترجمة لها في " قائمة ترجمة المصطلحات " ! . وأنصح الدارس أن يهتم بالمصطلحات الانجليزية؛ حتى يتمكن من فهم المراجع الانجليزية - إذا احتاجها - ، وأيضاً كي يسهل عليه فهم المراجع العربية التي تستخدم ترجمة مصطلحات مختلفة عن التي اخترتها (والتي تضع الأصل الانجليزي عادة) . هذا بالاضافة إلى ارتباط الرموز - حتى في هذه الدورة - بالمصطلحات الانجليزية.

### ملاحظة:

الوحدات والدروس والمسائل والمعادلات والأشكال والأمثلة - لها نفس الأرقام الموجودة في الكتاب الأصلي، لذا عندما يأتي الدرس 3.4 بعد الدرس 3.2 فهذا يعني فقط أن الدرس 3.3 ليس موجوداً في هذا المختصر.

### مختصر مقدمة الكتاب:

هدف هذا الكتاب هو إعطاء مقدمة في هندسة وتصميم الطيران. وهناك برامج (صغيرة) مرفقة مع هذا الكتاب تساعد على فهم بعض المواضيع.

### الفهرس:

مقدمة المساق

منهج الترجمة والاختصار والانتقاء  
مختصر مقدمة الكتاب  
الفهرس

## الوحدة 1

### ملخص في تاريخ الطيران

- 1.1 البالونات، والمناطيد ذات المحرك
  - 1.2 الطيران الأثقل من الهواء
  - 1.4 النقل الجوي التجاري
  - 1.5 الحرب العالمية الثانية وبداية الحرب الطائرات النفاثة
  - 1.6 الهليكوبترات
- قائمة ترجمة المصطلحات

## الوحدة 2

### مقدمة في الهندسة

- 2.1 الصورة العامة
  - 2.4 ما هي هندسة (الطيران)
- قائمة ترجمة المصطلحات

## الوحدة 3

### الايروديناميات

- 3.1 نظرة تاريخية - الملاحة الجوية
- 3.2 انتاج الرفع
- 3.2.2 الرفع الناتج من حركة الهواء
- 3.3 مصادر المقاومة
- 3.3.1 المقاومة الجانبية
- 3.3.2 المقاومة المستحثة
- 3.3.3 الآثار على المقاومة

## 3.4 المحاكاة Simulation

### 3.4.1 برنامج FoilSim

مسائل

قائمة ترجمة المصطلحات

#### الوحدة 4

##### أداء الطائرة

4.1 مقدمة

4.2 حدود الأداء

4.2.1 مكونات الطائرة

4.3 نموذج الطائرة ثنائي الأبعاد

4.3.1 فهم النماذج الهندسية

4.3.2 معادلات الحركة

4.4 الطيران المستقر

4.4.1 منحنيات الدفع-السرعة (thrust-velocity curves)

4.4.2 سرعة الانهيار للطائرة (stalling speed)

4.4.3 النسبة القصوى لـ الرفع-إلى-المقاومة

4.4.4 طاقة ومدى الطائرة

4.4.5 الطيران الانزلاقي

4.5 الطيران المتسارع

4.5.1 الطيران الدوراني (turning flight)

4.5.2 الرسم البيانية لـ V-n (V-n digram)

مسائل

قائمة ترجمة المصطلحات

#### الوحدة 5

##### مقدمة للهندسة البنوية

5.1 مقدمة

- 5.1.1 تعريفات وأهداف
- 5.1.2 ثلاث مبادئ هامة
- 5.2 المتجهات (vectors)
- 5.2.1 التعريف والأنواع والرموز
- 5.2.2 جمع المتجهات
- 5.2.3 الضرب النقطي (dot product)
- 5.2.4 الضرب المتقاطع (cross product)
- 5.3 القوى والعزوم والتوازن الاستاتي
- 5.3.1 القوى والعزوم
- 5.3.2 الدعامات وقوى ردود الفعل (supports & reactions)
- 5.3.3 التوازن الاستاتي
- 5.4 فيزياء المواد الصلبة
- 5.4.1 خواص المواد
- 5.5 تحليل الجملون
- 5.5.1 المحددية الاستاتية (Static Determinacy)
- 5.5.2 طريقة المفاصل
- 5.5.3 طريقة المفاصل (method of sections)
- 5.5.4 التطبيقات البنوية للجملونات

مسائل

قائمة ترجمة المصطلحات

## الوحدة 6

دسر الطائرات

6.1 مقدمة

6.2 المروحة

6.2.1 المعادلات الأساسية التي تحكم دسر المروحة

6.3 المحرك النفاث

6.3.1 المدخل

- 6.3.2 الضاغط
  - 6.3.3 الحارق أو غرفة الاحتراق
  - 6.3.4 تربيينات القدرة
  - 6.3.5 وصل الضاغط والتربين
  - 6.3.6 المنفث
  - 6.3.7 المعادلات الأساسية للمحركات النفاثة
  - 6.4 كيف تعمل المحركات التربينية بمختلف أنواعها
    - 6.4.1 كيف يعمل المحرك التربييني النفاث ؟
    - 6.4.2 كيف يعمل محرك التيربوفان ؟
    - 6.4.3 كيف تعمل المحركات التربينية المروحية ؟
    - 6.4.4 كيف يعمل التربين النفاث ذو الحارق اللاحق ؟
    - 6.4.5 كيف يعمل النفاث التضاغطي ؟
    - 6.4.6 كيف يعمل المحرك التربييني البعد عالي ؟
  - 6.5 المحرك الصاروخي باختصار
  - 6.6 شهادة المحركات النفاثة
  - 6.7 محاكي دسر الطائرات
- مسائل
- قائمة ترجمة المصطلحات

## الوحدة 7

### **مقدمة لاستقرارية وتحكم الطائرة**

- 7.1 مقدمة
- 7.2 استقرارية الطائرة
  - 7.2.1 الاستقرارية الاستاتية
  - 7.2.2 الاستقرارية الدينامية
- 7.3 القوى والعزوم الاستاتية على الطائرة
  - 7.3.1 القوة المحصلة على الجناح
  - 7.3.2 العزم المحصل على الجناح

7.3.3 العزم على الطائرة

7.4 بلوغ الاستقرارية الاستاتية الطولانية للطائرة

7.5 حسابات مفيدة ومثال

قائمة ترجمة المصطلحات

بسم الله الرحمن الرحيم

1

ملخص في تاريخ الطيران

## A Brief History Of Flight

البشر كانوا مغرمين بالطيران على مر التاريخ . تحليق الطيور حفز المخترعين القدماء على محاولة محاكاتها في اختراعاتهم . في البداية حاول الناس صناعة أجنحة والرفرفة بها بأيديهم . بعد فشل هذه الطريقة حاول المهندسون صناعة آلة ترفرف هذه الأجنحة وسموها أرنيثوبتر (Ornithopter) . الرسام والمهندس ليوناردو دافنشي (1452-1519) خصص الكثير من وقته لموضوع الطيران . احتوت مخطوطاته على حوالي 160 صفحة تحتوي وصف ورسم لآليات طيران .

فقط في القرن الثامن عشر استطاع البشر الطيران بمركبة أخف من الهواء . ثم استغرق 120 سنة أخرى للطيران بمركبة أثقل من الهواء . هذه الوحدة تعطي تاريخ مختصر في الطيران .

### 1.1 البالونات، والمناطيد ذات المحرك

قبل حوالي 250 سنة تمكن أخوان فرنسيان من صناعة آلة أخف من الهواء وهي البالون . حيث استعملوا فكرة استخدام طاقة الرفع للهواء الساخن من أجل الطيران . في سنة 1783 في تمكن الأخوان الفرنسيان من تطيير أول بالون هواء ساخن، ارتفع البالون 305 أمتار قبل أن يبرد الهواء الساخن ويبدأ البالون بالهبوط . بعد أشهر قام الأخوان بوضع بطة وخروف وديك ليكونوا أول ركاب يطيروا يطيرون بالبالون . ثم بعد أشهر طار أحد الأشخاص بهذا البالون مسافة 25 متر . ثم بعد شهر حصل أول طيران بشري حقيقي في هذا البالون لمدة 25 دقيقة وقطع مسافة 8.5 كيلومتر .

تصاميم البالونات نضجت بسرعة . حيث تم استبدال الهواء الساخن بالهيدروجين مما سمح للبالون باطيران على ارتفاعات أكثر دون الاعتماد على فرق الحرارة مع الهواء الخارجي . وتم الطيران مسافة 43 كيلومتر في عام 1783 .



بعد ذلك تم صناعة المناطيد ذات المحرك (blimps or dirigibles) ، حيث كانت عبارة عن أكياس كبيرة من الغاز مع محركات ومراوح و دفات (جمع دفعة). في البداية تم استخدام محركات البخار ثم المحركات الكهربائية ومحركات البنزين كوحدات توليد قدرة. في القرن التاسع عشر تم استخدام البالونات من أجل الاستطلاع في الحرب. أسست في سنة 1909 شركة نقل جوي ألمانية متخصصة في تطوير وصناعة السفن الهوائية وقامت بالكثير من الرحلات. ثم تبعها الكثير من البلدان.

## 1.2 الطيران الأثقل من الهواء

رجل بريطاني قام بوضع أول تصميم للطائرات للطائرات الحديثة. حيث فصل بين مسألة انتاج الرفع ومسألة انتاج الدسر (دفع الطائرة) . سنة 1799 قام بتصميم طائرة تمتلك أجنحة ثابتة من أجل انتاج الرفع، ومغاديف (Paddle لعلها مثل المروحة أو الناعورة) لانتاج الدسر، بالإضافة إلى الذيل. فهمَ هذا البريطاني مبادئ الطيران الأساسية بصورة كبيرة وصنع سنة 1853 طائرة انزلاقية (glider).

ثم جاء مخترع ألماني اهتم بموضوع الطيران الانزلاقي وصنع الكثير من الطائرات الانزلاقية أحادية وثنائية الجناح ، وقام بالطيران بها بواسطة الركض أسفل تلة إلى أن يصل إلى سرعة عالية مناسبة للطيران. قام هذا المخترع بـ 20,000 طيران ناجح . ثم قتل في تجربة فاشلة. لكن بعد أن ألف سنة 1889 كتابه الذي استفاد منه المخترعون اللاحقون كثيراً . أحد هؤلاء كان الأخوين رايت. حيث استفادا من عمله ثم أصبحا أول من طار بطائرة أثقل من الهواء قابلة للتحكم وذات محرك. وهذا النجاح كان بسبب جدهما في البحث والهندسة، أيضاً كانا محظوظين حيث تطورت صناعة محركات البنزين بصورة كافية لانتاج محركات خفيفة نسبياً مناسبة للطيران.

أول طيران لهما كان طيران انزلاقي سنة 1900 . ثم أضافا محرك قدرته 12 حصان (12hp) إلى طائرتهما، والمحرك صنعاه بأنفسهما حيث لم يجدا محرك خفيف مناسب. وفي سنة 1903 طارت طائرتهما مسافة 37 متر لمدة 12 ثانية. ثم سنة 1904 صنعا طائرة أخرى طارت 4.45 كيلومتر لأكثر من خمس دقائق. ثم تتابع المخترعون في صناعة الطائرات التي طارت مسافات وأزمنة أكبر.

بالرغم من أن الطائرات في بداية الحرب العالمية الأولى كانت هشة إلا أنه تم استعمالها في الحرب. في البداية كانت مهمتها الرئيسية هي الاستطلاع ثم مع التطور السريع في التكنولوجيا تم استخدامها كمقاتلات وقاذفات.

#### 1.4 النقل الجوي التجاري

كما ذكرنا سابقاً تم استخدام السفن الهوائية بنجاح في النقل التجاري في العقود الأولى من القرن العشرين. سرعتها كانت بحدود 100 كيلومتر في الساعة. لكن حصول حادث احتراق في بالون الهيدروجين في أحد هذه السفن الهوائية سنة 1937 أدى إلى الغاء استعمال هذه السفن في النقل التجاري.

بدأ استخدام الطائرات في النقل التجاري سنة 1915. في البداية كان عدد الركاب من اثنين إلى ثمانية وكانت الطائرة غير مريحة كثيراً. ثم تتابع البحث والتطوير إلى أن وصل الوضع إلى ما نعرفه اليوم. في الثلاثينات والأربعينات من القرن الماضي تطورت صناعة الطائرات المائية ( التي تقلع وتهبط على الماء) واستخدمت في النقل التجاري.

#### 1.5 الحرب العالمية الثانية وبداية الحرب الطائرات النفاثة

في بداية الحرب العالمية الثانية سنة 1939 كانت كصانع الطائرات الألمانية هي الأكثر تطوراً في العالم، وأنتجت العديد من الطائرات الحربية. في الحرب العالمية الأولى كان دور الطائرات ثانوي لكن في الحرب العالمية الثانية كان للطائرات دور رئيسي حيث صار التفوق في الجو مهم للانتصار في المعارك البرية والبحرية.

لم ينتبه الألمان للدور الاستراتيجي للقوة الجوية لذا لم يطوروا قاذفات ضخمة. القاذفات الاستراتيجية كانت العامل الرئيسي في انتصار الحلفاء.

قبل نهاية الحرب بقليل تم صناعة أول طائرة تعمل بالمحرك النفاث. عند وصول الطائرات ذات المروحة إلى سرعة 700 كيلومتر في الساعة فإن كفاءة المروحة تتناقص بشدة، لذا كان لا بد من إيجاد طريقة بديلة لدر الطائرات الأسرع. تفاصيل عن المحرك النفاث سوف نأخذها في وحدة 6.

أول طائرة نفاثة طارت بسرعة 870 كيلومتر في الساعة. بالرغم من أن الطائرات النفاثة كانت ذات سرعة كبيرة وأسرع في الاقلاع وتطير على ارتفاعات أكبر من الطائرات ذات

المحرك الكباس؛ إلا أن دورها في الحرب العالمية الثانية كان محدود لأنها صنعت في آخر الحرب.

بعد نهاية الحرب العالمية الثانية كان التفوق في المحركات النفاثة هو السبب في اهمال الطائرات ذات المحرك الكباس. حيث تم انتاج العديد من الطائرات النفاثة. التحدي الرئيسي أمام المخترعين كان حاجز الصوت (السرع ماخ 1 (سرعة الصوت)). كان الاعتقاد السائد لعدة سنوات هو أن اختراق حاجز الصوت أمر مستحيل . السبب الحقيقي لتحطم المفاجئ للطائرة التي تحاول الطيران بسرعة أكبر من سرعة الصوت هو الزيادة السريعة لقيمة الدفع الايرودينامي (الهوائي) على الطائرة التي تقترب من سرعة الصوت، وهذه الظاهرة تسمى الدفدفة (buffering) (وهي اهتزاز عنيف للطائرة). سنة 1947 الطائرة التجريبية ذات المحرك الصاروخي Bell Xs-1 (والتي سميت لاحقاً X-1) كانت أول طائرة يقودها طيار تطير بسرعة فوق صوتية . حيث بعد اسقاطها من الطائرة الأم Boeing B-29 قامت الطائرة X-1 بالوصول إلى سرعة قصوى مقدارها 1.126 كيلومتر في الساعة أي ماخ 1.06 . الـ X-1 أتبعته بطائرات أخرى تجريبية أهمها X-15 التي طارت على ارتفاع أقصى مقداره 107 كيلومتر وسرعة قصوى مقدارها ماخ 6.7 (أي أكثر من 6 أضعاف سرعة الصوت) . وفي جميع تجارب الطيران للـ X-15 كانت الطائرة X-15 تسقط من طائرة B-52 . أول طائرة ركاب نفاثة كانت بريطانية في سنة 1952 وكانت سرعتها هي 720 كيلومتر في الساعة أي ضعف سرعة الطائرة ذات المراوح ، وكانت تطير على ارتفاع 12 كيلومتر أي فوق التقلبات الجوية وبالتالي كانت مريحة أكثر. لذا أصبحت الطائرات النفاثة تستخدم للنقل الجوي بدل الطائرات ذات المراوح. طائرة الكونكورد الفرنسية البريطانية هي طائرة الركاب الوحيدة التي نجحت بالطيران بالسرعة الفوق صوتية (سرعتها ماخ 2) وبقيت في الخدمة إلى عام 2000 حيث حصل حادث تحطم ألغى بعده استعمال أمثالها. سنة 1974 صنعت في أمريكا أول طائرة ذات محركين توأمين. سنة 1988 صنعت أول طائرة ذات تحكم رئيسي كهربائي وسمي "الطيران بواسطة السلك (fly by wire)" حيث تم استبدال العارضات الميكانيكية بالشاشات الالكترونية. سنة 1969 صنعت الطائرة المقاتلة البريطانية "هاير" وهي أول طائرة مقاتلة "عمودية قصيرة النهوض والخط" (vertical or short takeoff and landing) وتختصر بـ (V/stol) أي تطلع وتهبط عمودياً أو تحتاج مسافة قليلة للاقلاع والهبوط.

في السبعينات تطورت صناعة الطائرات المقاتلة حيث صنعت الطائرات المقاتلة F-14 و F-15 و F-16 . الـ F-14 طورت ابتداءً في البحرية الأمريكية سنة 1974 وكانت أكبر وأرخص وأعقد مقاتلة في زمانها. أما الـ F-16 فأول إنتاجها كان سنة 1978 وهي مقاتلة خفيفة ذات تحكم كهربائي .

## 1.6 الهليكوبترات

أول طائرة هليكوبتر صنعت في ألمانيا سنة 1936 لاضاءة عرض في برلين. وكانت ذات مروحتين وقادرة على الطيران 2.4 كيلومتر. سنة 1939 صنع عالم روسي في أمريكا طائرة هليكوبتر ذات مروحة رئيسية وأخرى صغيرة للتحكم. ثم تم إنتاج طائرة الهليكوبتر الأولى R-4 . في البداية كانت الهليكوبتر تستخدم للنقل. ثم استخدمت في حرب فيتنام.

## قائمة ترجمة المصطلحات

Aircraft	طائرة
Ornithopter	أرنيثوبتر
Balloon	بالون
Dirigible	منطاد ذو محرك
Airship	سفينة هوائية
Havier-than-Air flight	طيران أثقل من الهواء
Propulsion	دسر
Left	رفع
Glider	طائرة انزلاقية
Jet	نفاث
Jet engine	محرك نفاث
Jet aircraft	طائرة نفاثة
Piston engine	محرك كباس
Mach	ماخ

Buffering	ددففة	
V/stol (vertical or short takeoff and landing)		طائرة عمودية قصيرة النهوض
والحط		
Vtol (vertical takeoff and landing)		طائرة عمودية النهوض والحط
Fighter	مفائلة	
Helicopter	هليلكوبتر	

بسم الله الرحمن الرحيم

2

مقدمة في الهندسة

## Introduction to engineering

### 2.1 الصورة العامة

ما هي الهندسة وماذا يعمل المهندسون ؟ هذا هو السؤال اذي سنحاول الاجابة عليه في هذه الوحدة مع الاشارة إلى هندسة الطيران.  
أساسات الهندسة هي العلوم والرياضيات والفيزياء.

ويمكن تعريف الهندسة بالنقاط التالية:

- § تبني اكتشاف علمي لتحقيق هدف مفيد
- § اختراع أداة مفيدة لخدمة الناس
- § عملية وضع حلول لحاجاتنا
- § حل المشاكل ذات الطبيعة التقنية
- § تحويل قوى الطبيعة للاستفادة منها
- § تحويل مصادر الطاقة إلى شغل مفيد

التصاميم الهندسية تتضمن إحدى النقاط التالية:

- § فن صنع أداة أو آلة أو نظام يسد حاجة معينة.
- § تطوير آلية لتحويل مُدخل معين إلى مُخرج معين
- § عملية وضع خطة لتحفيز متطلب معين من خلال استعمال بعض المعرفة أو الملاحظة الطبيعية .
- § ايجاد حل لمشكلة معينة
- § تطوير أداة أو آلة معينة مغض النظر عن بساطتها أو تعقيدها
- § وضع حل لمشكلة يحاول فيها مهندس التصميم تحقيق حاجة تكنولوجية.
- § وأمور أخرى ذكرها الكتاب الأصلي

## 2.4 ما هي هندسة الطيران

النقاط التالية هي الخطوط العريضة التي يشملها تدريس الهندسة:

- § المبادئ الهندسية التقليدية، مهارات انتاج الأفكار البناءة، وحل المشاكل، الفهم التكنولوجي المتخصص للأنظمة الهندسية المعقدة، عمل وتكامل النظام التقني.
- § المواضيع التقنية لهندسة الطيران وتتضمن : ميكانيكا وفيزياء الموائع ، البنى والمواد، المعدات، التحكم والتقدير، البشر والأتمتة، الدسر وتحويل الطاقة، أنظمة الطيران والطيران الفضائي.
- § طرق وخبرات التحليل والنمذجة والتصنيع.
- § أخيراً، الهدف الهندسي لحل المشاكل والمتطلبات البشرية.

التعليم الهندسي يجب أن ينتج مهندسين قادرين على:

- § الفهم: فهم المشاكل والحلول التقنية المفاهيمية.
- § التصميم: دراسة وادراك العمليات التي تؤدي إلى حلول مشكلة معينة، وتتضمن عمليات الاتصال اللفظي والكتابي و المرئي.
- § التطوير: زيادة مخرجات البحث
- § الفحص: تحديد أداء مخرجات البحث أو التصميم
- § البحث: حل مشاكل جديدة وتعلم معارف جديدة.
- § الصناعة: صناعة منتج نهائي آمن وفعال واقتصادي
- § التشغيل والصيانة: ابقاء المنتج يعمل بكفاءة
- § التسويق والبيع: البحث عن أفكار لمنتجات جديدة أو تطوير منتجات قديمة، والبيع.
- § الإدارة: التنسيق بين جميع ما سبق

أين يعمل المهندسون؟

يعملون في أي مكان فيه وظائف هندسية بالإضافة إلى أماكن أخرى، مثل :

§ خطوط الطيران التجارية

§ مصانع الطيران

§ التدريس

§ مصانع الاتصالات

- § مصانع الالكترونيات
- § مصانع السيارات
- § مصانع الطاقة
- § الصناعة
- § شركات الحاسوب
- § شركات التصميم
- § وغيرها

### قائمة ترجمة المصطلحات

Aerospace engineering	هندسة الطيران
Aeronautics	علم الطيرانيات
Astronautics	علم الطيرانيات الفضائية



بسم الله الرحمن الرحيم

3

الايروديناميات

**Aerodynamics**

### 3.1 نظرة تاريخية - الملاحة الجوية

علم الطيرانيات هي فرع هندسي حديث نسبياً، حيث أن معظم الاسهامات فيه كانت خلال المئة سنة الأخيرة. التطورات التكنولوجية الضرورية للطيران الأثقل من الهواء كانت غير متوفرة حتى 1900s بما فيها تطوير المحركات، والفهم الجيد للايروديناميات والتحكم، واختبارات النفق الهوائي.

المسألتان الرئيسيتان في الايروديناميات هما الرفع (Lift) والمقاومة (Drag) ، سنتكلم في هذه الوحدة عن الرفع والمقاومة. مصممو الطائرات يجب أن يعرفو كيف يرفعون وزن الطائرة في الهواء وكيف يتغلبون على مقاومة الحركة. وهذا يتم بواسطة انتاج الرفع (Lift) والتغلب (Drag) على المقاومة. طرق انتاج الرفع هي الطرق الستاتيكية مثل البالونات (ولن نتطرق إليها في هذا المختصر لكنها موجودة في الكتاب الأصلي)، والطرق الناتجة من حركة الهواء حول الجناح وهذه هي التي تهمننا. وهناك طرق للمركبات الفضائية والصواريخ ولن نتحدث عنها.

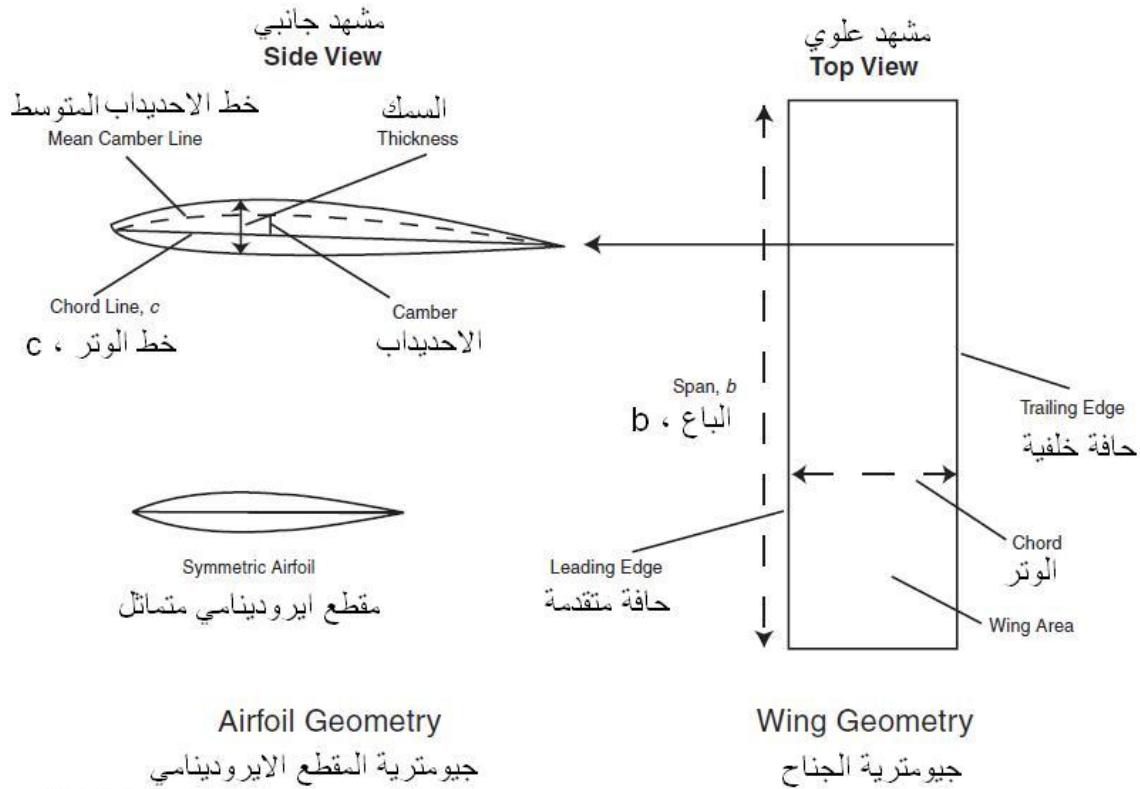
مصدري المقاومة الرئيسية اللذان سنتحدث عنهما هما المقاومة الجانبية

(profile drag) والمقاومة المستحثة (induced drag) .

### 3.2 انتاج الرفع ( 3.2.2 الرفع الناتج من حركة الهواء )

(ملاحظة: Geometry تترجم أحياناً هندسة لكني سأترجمها جيومتري حتى لا نخلط بينها وبين ترجمة Engineering . ومعنى جيومتري هو هندسة الأشكال مثل المثلثات والمربعات والزوايا، ومثل ذلك).  
سوف نعرّف في هذا الدرس جيومتري الجناح لأنها إحدى العوامل الرئيسية التي تؤثر على رفع ومقاومة الطائرة. هذه المصطلحات الفنية تستخدم في مصانع الطيران وتستخدم في برنامج FoilSim الذي سنشير إليه في درس 3.4 . أجنحة الطائرة يمكن أن تكون ذات معقدة ثلاثية الأبعاد، لكننا سوف نبدأ بالأجنحة ذات الجيومتري البسيطة.

Figure 3.1 | Airfoil terminology definitions. [Adapted from [28]]



الشكل 3.1

الشكل 3.1 يبين جيومتري لجناح بسيط - يشبه الجناح المستعمل في طائرة الملاحه الجوية الصغيرة - نشاهده من الأعلى (المشهد العلوي) . مقدمة الجناح (على اليسار) تسمى حافة متقدمة (Leading Edge)، مؤخرة الجناح تسمى حافة خلفية (Trailing Edge) . المسافة بين الحافة المتقدمة والحافة الخلفية تسمى الوتر (chord) c . نهايتي الجناح تسمى أطرفي الجناح (Wing Tips) . المسافة بين طرفي الجناح تسمى الباع (Span) b . شكل الجناح عند النظر إليه من الأعلى يسمى الهيئة المستوية (Planform) . في الشكل 3.1 الهيئة المستوية مستطيلة، وللجناح المستطيل طول الوتر ثابت على طول الباع. لمعظم الهيئات المستوية الأخرى يتغير طول الوتر على طول الباع. - (هناك ارتباك في الكتاب الأصلي عند النقطة التالية) - مساحة الجناح S هي المساحة المسقطة لهيئة الجناح، وهي محاطة بالحافة المتقدمة والحافة الخلفية وطرفي الجناح. النسبة الباعية (Aspect Ratio) AR للجناح تُعرّف بمربع الباع مقسوم على مساحة الجناح، أي

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

النسبة الباعية تدل على طول ونحالة الجناح من الطرف إلى الطرف. للأجنحة المستطيلة هذا يختصر إلى الباع تقسيم طول الوتر (أثبت ذلك). الأجنحة ذات النسبة الباعية العالية لها طول باعي كبير (مثل الطائرات الانزلاقية (gliders) عالية الكفاءة) ، بينما الأجنحة ذات النسبة الباعية الصغيرة هل إما باع صغير أو وتر عريض ( مثل المكوك الفضائي) . الطائرات الانزلاقية تصمم بنسب باعية كبيرة لأن مقاومة الطائرة تعطي مقاومة أقل وزاوية انزلاق أفضل. مكوك الفضاء له نسبة باعية قليلة بسبب أثر السرعات العالية. بعض الطائرات تستطيع تغيير النسبة الباعية أثناء الطيران بواسطة تدوير الاجنحة حول مركزها ( مثل طائرات F-14 و F-111 ) ، مما يعطي باع طويل للسرعات القليلة و باع قصير للسرعات العالية.

أحداث قطع (وهي) خلال الجناح عمودي على الحافتين المتقدمة والخلفية يعطي المقطع العرضي للجناح. هذا المقطع العرضي يسمى المقطع الايرودينامي (airfoil)، وله تعريفاته الجيومترية الخاصة به كما هو مبين في الشكل 3.1 . خط الوتر (chord line) قمنا بتعريفه سابقاً، وهو يقسم المقطع الايرودينامي إلى سطح علوي وسفلي. إذا رسمنا النقاط التي تقع في منتصف المسافة بين السطح العلوي والسطح السفلي نحصل على منحنى يسمى خط الاحدياب المتوسط (mean camber line) . للمقاطع الايرودينامية المتماثلة - التي لها السطح العلوي مشابه للسفلي - يكون خط الاحدياب المتوسط مماثل لخط الوتر. لكن لمعظم المقاطع الايرودينامية يكونان خطان منفصلان. المسافة القصوى بين الخطين تسمى الاحدياب (camber) ، والذي يدل على درجة تحذب المقطع العرضي. المسافة القصوى بين السطح العلوي والسفلي تسمى السمك (thickness) . عادةً ستجد هذه القيم مقسومة على طول الوتر لتعطي قيمة عديمة الوحدة (nondimensional). المقاطع الايرودينامية تأتي تأتي بجميع تشكيلات توزع السمك والاحدياب. NACA (وتعرف الآن بـ NASA وكالة ناسا)) وضعت طريقة لتصنيف المقاطع الايرودينامية ثم اختبار هذه المقاطع في النفق الهوائي (Wind tunnel) لتوفير قيم معاملات الرفع (lift coefficients) ومعاملات المقاومة (Drag coefficients) للمصممين . بيانات المقاطع الايرودينامية متوفرة في ملحقات كتب هندسة الطيران وفي موقع ناسا على الانترنت وفي برنامج FoilSim (درس 3.4).

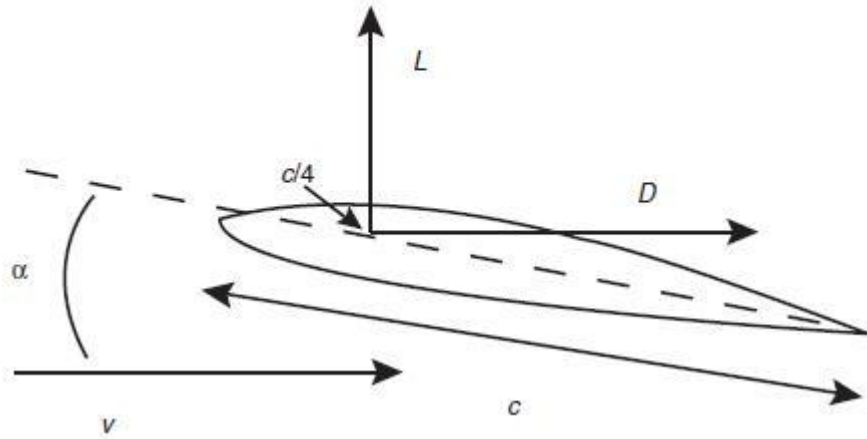
### القوى الايرودينامية على الجناح:

الرفع هو قوة تمسك الطائرة في الهواء. كيف ننتج الرفع؟ هناك طريقتان للجواب هما طريقة برنولي (Bernouli) وطريقة نيوتن (Newton) . واللذان تنبثقان من معادلة برنولي وقانون نيوتن الثاني. معادلة برنولي تصف الرفع على أنه ناتج من فرق

الضغط حول الجناح. طريقة نيوتن تقول أن الرفع هو رد فعل على الجناح سببه انحراف الغاز المتدفق.

الجناح المتحرك هو سطح رفع ينتج قوة رفع، الرفع  $L$  يعني القوة الأيرودينامية العمودية على اتجاه السرعة  $v$  أو الدفع الحر (عادةً يسمى  $v_{\infty}$ )، بينما المقاومة  $D$  تعني القوة الأيرودينامية الموازية لاتجاه الدفع الحر. الزاوية التي يصنعها وتر المقطع الأيرودينامي  $c$  مع الدفع الحر تسمى زاوية الهجوم  $a$ . نلاحظ أن الرفع والمقاومة تؤثران عند النقطة الواقعة على ربع الوتر  $c/4$  للمقطع الأيرودينامي.

**Figure 3.2** | Airfoil section with lift and drag forces depicted through the quarter chord.



الشكل 3.2

الرفع (والمقاومة) لكل معين للمقطع الأيرودينامي من الممكن أن يكون صعب الحساب بسبب العوامل الكثيرة المؤثرة. مثل جيومترية المقطع الأيرودينامي، وسرعة التدفق، ونوع الدفع. عادةً كل هذه العوامل تجمع في معاملين تجريبيين عديمي الوحدات يسميان معامل الرفع ومعامل المقاومة. حيث معامل الرفع هو

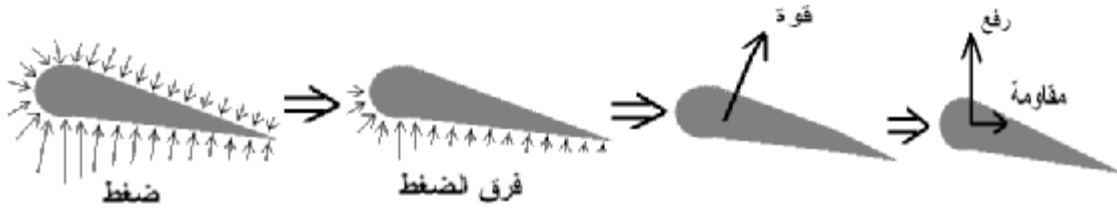
$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} \dots\dots\dots 3.10$$

ومعامل المقاومة هو

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} \dots\dots\dots 3.11$$

حيث  $\rho$  كثافة الهواء و  $S$  مساحة سطح الجناح و  $v$  سرعة الهواء (أو الطائرة  
 ضمناً). الحد  $\frac{1}{2} \rho v^2$  له وحدات ضغط  $(\text{Kg/m}^3)(\text{m}^2/\text{s}^2) = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$  .  
 الضغط  $\frac{1}{2} \rho v^2$  يسمى الضغط الايرودينامي (الحركي) (dynamic pressure)  
 ويرمز له بالرمز  $q$  .

نلاحظ أننا بدأنا نذكر الضغط ، وسنختصر بعض ما ذكره الكتاب الأصلي  
 لتفسير نشوء الضغط ابتداءً من هنا. الهواء المتدفق تحت الجناح له ضغط دينامي  
 أعلى من الضغط فوق المقطع الايرودينامي. وفرق الضغط هذا ينتج قوة إحدى  
 مركباتها هي هي الرفع، أنظر الشكل التالي:

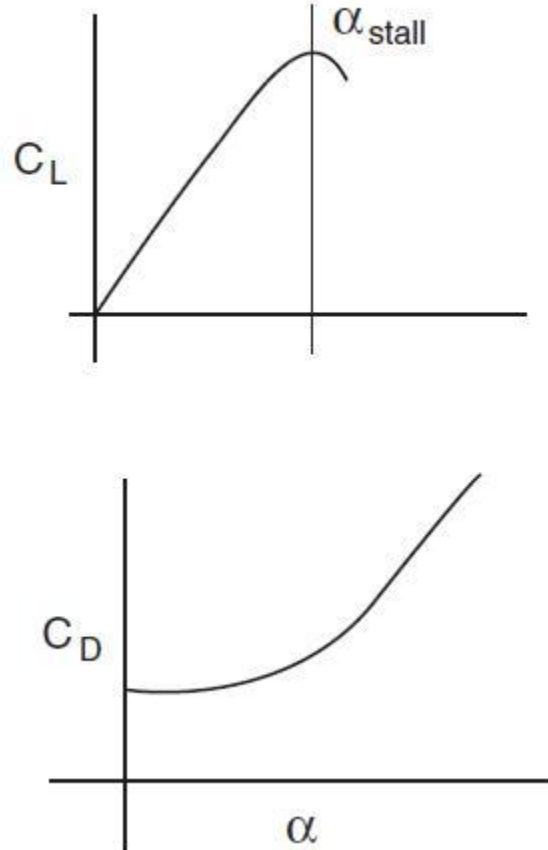


### العلاقة بين الرفع وزاوية الهجوم:

معامل الرفع  $C_L$  المقاومة  $C_D$  و زاوية الهجوم  $a$  والسرعة هي حدود مهمة في  
 طيران الطائرة. وبالنظر للعلاقة بين هذه الحدود نستطيع أن نفهم كيف تتصرف  
 الطائرة خلال الطيران. سوف نلقي نظرة على على علاقة الرفع والمقاومة مع زاوية  
 هجوم الجناح للحصول على ادراك عام للأداء الايرودينامي. رفع الطائرة يزداد  
 بزيادة  $a$  إلى حين حين الوصول إلى زاوية تسمى زاوية الانهيار (stall angle)  
 (أنظر الشكل 3.5) . رسمتي  $L$  و  $C_L$  مع  $a$  لهما الشكل نفسه لأن معامل الرفع هو  
 تمثيل عديم الوحدات للرفع. الانهيار يعرف بأنه النقطة في الطيران الدينامي التي لا  
 يعود فيها الجناح يحصل على رفع؛ وبالتالي تبدأ الطائرة بالسقوط بفعل وزنها .  
 الانهيار يتأثر بنعومة سطح الجناح ولزوجة (viscosity) المائع (الهواء هنا). نلاحظ  
 أ، هناك علاقة شبه خطية بين  $C_L$  و  $a$  إلى حين الوصول إلى زاوية الانهيار، لذا

يمكن أن نقول أنه قبل الانهيار  $C_L$  تساوي  $ma$  حيث  $m$  هي ميل (slope) رسمة  $C_L - a$ .

**Figure 3.5** | The plots show the relationship between the coefficient of lift and the coefficient of drag versus angle of attack.



الشكل 3.5

عندما تكون  $a < a_{stall}$  فإن منحنى  $C_L$  يعتمد فقط على جيومترية (شكل) الجناح. حجم الجناح وسرعة الهواء وكثافة الهواء غير مؤثرات.  $C_D$  هي تقريباً تساوي معامل المقاومة الابتدائي  $C_{D,o}$  زائد  $k$  ضرب  $a^2$ . رسمة  $C_D$  لا تعتمد فقط على جيومترية الجناح لكن أيضاً على نعومة الجناح وسرعة الهواء .  
 تحديد رسمة  $C_D - a$  تعتمد على حد آخر عديم الوحدة ؛ ويسمى رقم رينولدس (Reynolds` Number) وسنعرفه هنا لكن سنناقشه في درس 3.3.1

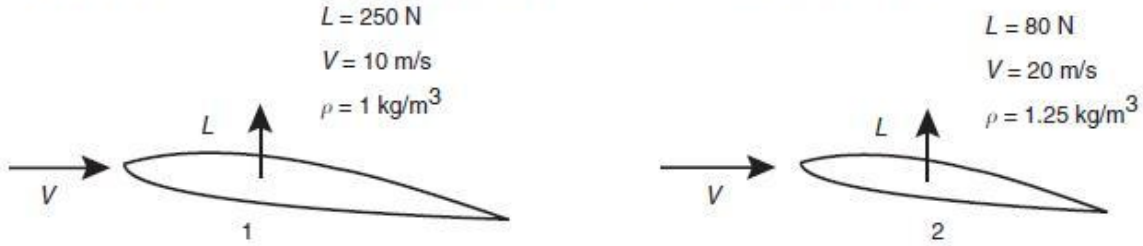
$$Re = \frac{\rho_{\infty} v_{\infty} x}{m_{\infty}} \dots\dots\dots 3.21$$

حيث  $\rho_{\infty}$  هي كثافة الهواء (للدفق الحر) ،  $v_{\infty}$  سرعة الدفق الحر ،  $x$  هي المسافة من الحافة المتقدمة للمقطع ، و  $m_{\infty}$  هي لزوجة المائع (الهواء هنا)

### 3.4 مثال

جناحان أحدهما مساحته  $(S = 5m^2)$  والآخر مساحته  $(S = 0.2m^2)$  ، كل واحد له سرعة وكثافة هواء مختلفة، قارن بين معامل الرفع للجناحين.

**Figure 3.6** | Full size wing airfoil (left) and scale model wing airfoil (right).



الشكل 3.6

### الحل

من معادلة 3.10 نحصل على  $C_L$  للجناح الأول

$$C_L = \frac{250 \text{ Kg.m/s}^2}{\frac{1}{2}(1 \text{ Kg/m}^3)(10 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m}^2)} = 1$$

وللجناح الثاني

$$C_L = \frac{80 \text{ Kg.m/s}^2}{\frac{1}{2}(1.25 \text{ Kg/m}^3)(20 \text{ m/s}^2)(0.2 \text{ m}^2)} = 1.6$$

إذن الجناح الصغير له معامل رفع أكبر، بما أن جيومترية الجناحين هي نفسها (كما هو في الشكل) فهذا يعني أن زاوية الهجوم للجناح الصغير أكبر منها للجناح الكبير.

### 3.3 مصادر المقاومة

المقاومة (Drag) هي قوة ايرودينامية تعيق حركة الطائرة خلال الهواء.

المقاومة تنتج من كل جزء من الطائرة بما فيها المحركات. كيف تنتج المقاومة؟ مثل

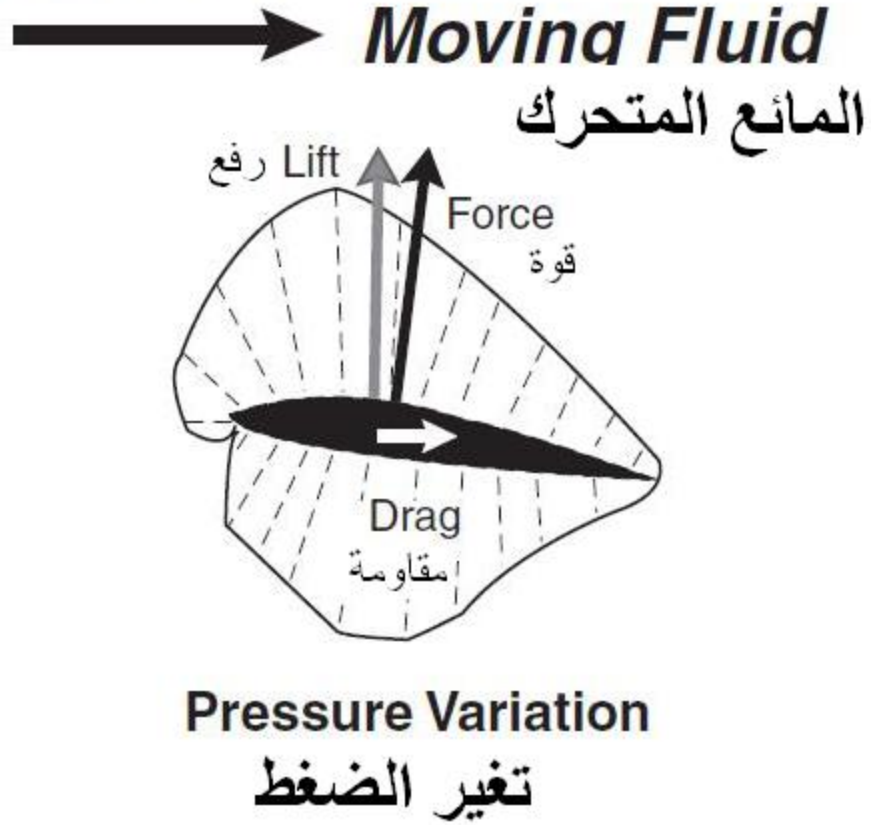


الرفع فإن المقاومة هي قوة ميكانيكية . تنتج بفعل تفاعل واتصال الجسم الصلب (الطائرة هنا) مع المائع (الهواء هنا) . من أجل وجود المقاومة لا بد أن يكون الجسم متواصل مع المائع ، هذا هو سبب عدم وجود مقاومة في الهواء الخارجي أو في الفراغ. المقاومة ناتجة بفعل فرق السرعة بين الجسم الصلب والمائع. لا بد من وجود حركة نسبية بين المائع والجسم، إذا لم توجد حركة نسبية فلا يوجد مقاومة. المقاومة تحصل في اتجاه يعاكس الحركة.

بالرغم من أن الكثير من العوامل التي تؤثر على الرفع تؤثر على المقاومة؛ إلا أنه هناك عوامل إضافية تنتج مقاومة للطائرة. بإمكاننا تصور أن المقاومة هي احتكاك هوائي، وأحد مصادر المقاومة هي الاحتكاك بين جزيئات الهواء المصطدمة مع سطح الطائرة. بما أن الاحتكاك هو تفاعل بين السطح الصلب والهواء؛ فقيمه تعتمد على خصائص الاثنين. للجسم الصلب، السطح الأملس ينتج مقاومة أقل من السطح الخشن. للغاز، قيمة الاحتكاك تعتمد على لزوجة الهواء والقيمة النسبية لقوى اللزوجة على حركة الدفع؛ والتي هي معامل رينولدس الذي أخذناه في معادلة 3.21

يمكن أيضاً أن نتصور أن المقاومة هي ممانعة ايرودينامية لحركة الجسم خلال المائع. مصدر المقاومة هنا يعتمد على شكل الطائرة ويسمى المقاومة الجانبية (Profile Drag) . مع تدفق الهواء حول المقطع الايرودينامي فإن هناك فرق في توزيع الضغط بين السطح العلوي والسطح السفلي للمقطع الايرودينامي، وهذا - كما شرحنا سابقاً - ينتج قوة إحدى مركباتها هي المقاومة (الجانبية) (أنظر الشكل 3.7)

Figure 3.7 | Surface pressures on an airfoil.



الشكل 3.7

هناك جزء اضافي للمقاومة سببه الرفع، ويسمى المقاومة المستحثة (induced Drag). هذه المقاومة تحصل بفعل الأثر الثلاثي لأبعاد الجناح حيث أن الدفع عند طرفي الجناح يتشوه بالاتجاه الباعي بسبب اختلاف الضغط بين أعلى وأسفل الجناح. تنشأ الدوامات عند طرفي الجناح وهناك طاقة لهذه الدوامات. المقاومة هي مؤشر على الطاقة المفقودة بواسطة هذه الدوامات. قيمة هذه المقاومة تعتمد على قيمة الرفع الناتجة من الجناح وعلى جيومترية الجناح. الأجنحة الطويلة قصيرة الوتر لها مقاومة مستحثة صغيرة، والأجنحة القصيرة ذات الوتر الطويل لها مقاومة مستحثة عالية.

هناك مصدرين آخرين للمقاومة هما المقاومة الموجية (Wave Drag) و المقاومة التضاغطية (Ram Drag). عندما تقترب الطائرة من سرعة الصوت تتكون

الموجة الصدمية (Shock wave) على سطح الطائرة. هناك مقاومة ناتجة من الموجة الصدمية تسمى المقاومة الموجية . قيمة المقاومة الموجية تعتمد على رقم ماخ للهواء المتدفق. المقاومة التضاغية تتعلق بتباطؤ دفق الهواء عند دخوله داخل الطائرة. المحركات النفاثة وفتحات التبريد هي إحدى مصادر المقاومة التضاغية. على العموم، بإمكاننا كتابة قوة المقاومة على صيغة حاصل ضرب الضغط

الداينامي بمساحة الجناح بمعامل المقاومة، أي

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D = q S C_D \dots\dots\dots 3.22$$

( أيضاً لاحظ أن الرفع L يعطى بعلاقة شبيهة )

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L = q S C_L \dots\dots\dots 3.20$$

(

### مثال 3.5

في المثال 3.4 إذا علمت أن المقاومة على الجناح الكبير تساوي 5N وعلى الصغير تساوي 2N ، حدد أي الجناحين له معامل مقاومة أعلى.

**الحل**

للجناح الكبير :

$$C_L = \frac{5 \text{ Kg.m/s}^2}{\frac{1}{2} (1 \text{ Kg/m}^3) (10 \text{ m/s}^2) (5 \text{ m}^2)} = 0.02$$

للجناح الصغير :

$$C_L = \frac{2 \text{ Kg.m/s}^2}{\frac{1}{2} (1.25 \text{ Kg/m}^3) (20 \text{ m/s}^2) (0.2 \text{ m}^2)} = 0.04$$

نلاحظ أن الجناح الصغير له معامل مقاومة أكبر .

انتهى المثال

للايروديناميات قليلة السرعة الاهتمام الرئيسي هو بالمقاومة الجانبية (درس 3.3.1) والمقاومة المستحثة (درس 3.3.2) ، أما المقاومة الموجية والتضاغية فهي خارج نطاق هذه الوحدة.

### 3.3.1 المقاومة الجانبية

المقاومة الجانبية هي المقاومة في الطائرة التي لا علاقة لها بالرفع، لكن لها علاقة بآثار لزوجة الدفع على الجناح. هذه المقاومة تعتمد على المقاومة الاحتكاكية السطحية (Skin Friction Drag) والمقاومة الضغطية (Pressure Drag). عند تحليل المقاطع الايرودينامية والتمثيلات ثنائية الابعاد للأجنحة؛ فإن المقاومة الجانبية هي المقاومة الوحيدة الموجودة. المقاومة الاحتكاكية السطحية تنتج من اجهادات القص على الجناح. اجهادات القص هذه يمكن كتابتها على شكل اقتران يعتمد على رقم رينولدس (راجع معادلة 3.21)

$$Re = \frac{r_{\infty} v_{\infty} x}{m_{\infty}} \dots\dots\dots 3.21$$

اجهاد القص على الجناح يمكن كتابته على شكل اقتران يعتمد على الضغط الدينامي ويعتمد على عدد رينولدس، أي

$$t = \frac{0.664 q_{\infty}}{\sqrt{Re}} \dots\dots\dots 3.23$$

المقاومة الاحتكاكية السطحية نحصل عليها بمكاملة  $t$  على الجناح، أي

$$D_f = \int t dx \dots\dots\dots 3.24$$

$$D_f = \frac{1.328 q_{\infty} L}{\sqrt{r_{\infty} v_{\infty} L / m_{\infty}}} \dots\dots\dots 3.25$$

حيث  $L$  هي الطول الكلي للجناح.

كما قلنا سابقاً، المقاومة تعتمد على شكل الجناح وعلى زاوية الهجوم، كما

تعتمد على أثر لزوجة الهواء والانضغاطية (Compressibility). من أجل

الاستعمال الصحيح لمعامل المقاومة يجب أن نتأكد أن آثار اللزوجة و الانضغاطية

هي نفسها للقيم المقاسة تجريبياً والقيم المراد تقديرها (توقعها) للتصميم. وإلا فإن

القيم المتوقعة ستكون غير دقيقة. للسرعات القليلة جداً [ $<89.4\text{m/s}$  ( $<200\text{mph}$ )]

تكون آثار انضغاطية الهواء مهملة. عند سرعات أعلى لا بد من مساواة رقم ماخ

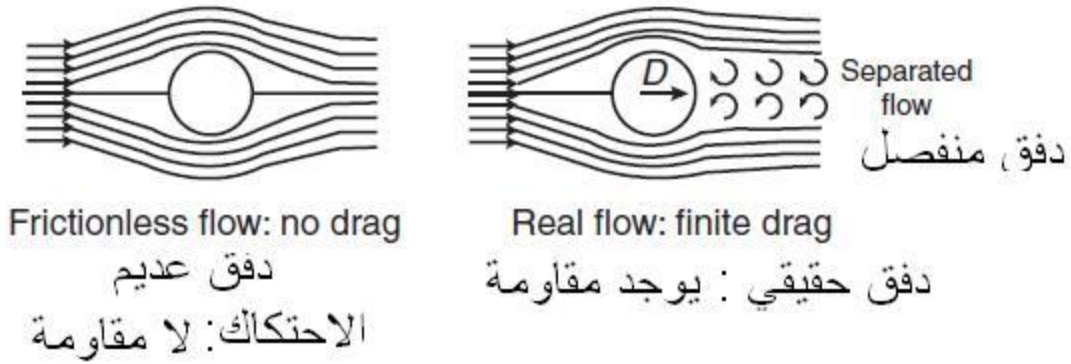
للبيانات التجريبية مع رقم ماخ للمطلوب توقعها. رقم ماخ هو نسبة السرعة إلى سرعة الصوت

$$M = \frac{v}{c} \dots\dots\dots 3.26$$

عند السرعة الفوق صوتية (supersonic) ( $M > 1$ ) توجد الموجات الصدمية في مجال الدفع ، ولا بد من ادخال المقاومة الموجية في معامل المقاومة . النقطة المهمة هنا هي: أن من الخطأ تماماً قياس معامل المقاومة عند سرعة صغيرة معينة (مثلاً 200mph) وتطبيقها عند ضغط سرعة الصوت مثلاً (  $M=2$  ) (1400mph ~) . أيضاً من الأكثر أهمية أن تتساوى لزوجة الهواء للقيم التجريبية مع المتوقعة أو بالأصح أن يتساوى رقم رينولدس لهذه القيم. تذكر أن المقاومة الاحتكاكية السطحية تعتمد مباشرة على رقم رينولدس. فإذا كان رقم رينولدس للبيانات التجريبية والقيم المراد توقعها للطيران متقارب عندها يمكن الاستفادة من  $C_D$  التجريبية. أما إذا كان مختلف كثيراً فإن التوقع سيكون خاطئاً.

المقاومة الضغطية أحياناً تسمى مقاومة شكلية (form drag) بسبب حصول انفصال (separation) للطبقة المتاخمة (boundary layer) حول الجسم . هذه المقاومة تنتج بسبب الانفصال أو عدم تساوي قوى الضغط للهواء المتدفق . الاختلاف في الضغط عند مقدمة ومؤخرة الجسم تنتج قوة محصلة في اتجاه المقاومة ، أي مقاومة ضغطية . الشكل 3.8 الفرق بين الدفع المستمر والمنفصل حول الجسم . المقاومة الضغطية يمكن تقليلها بواسطة تأخير حصول الانفصال (وهذا سبب وجود النقرات على سطح كرة الغولف حيث تأخر هذه النقرات حصول الانفصال وبالتالي تقلل المقاومة الضغطية) .

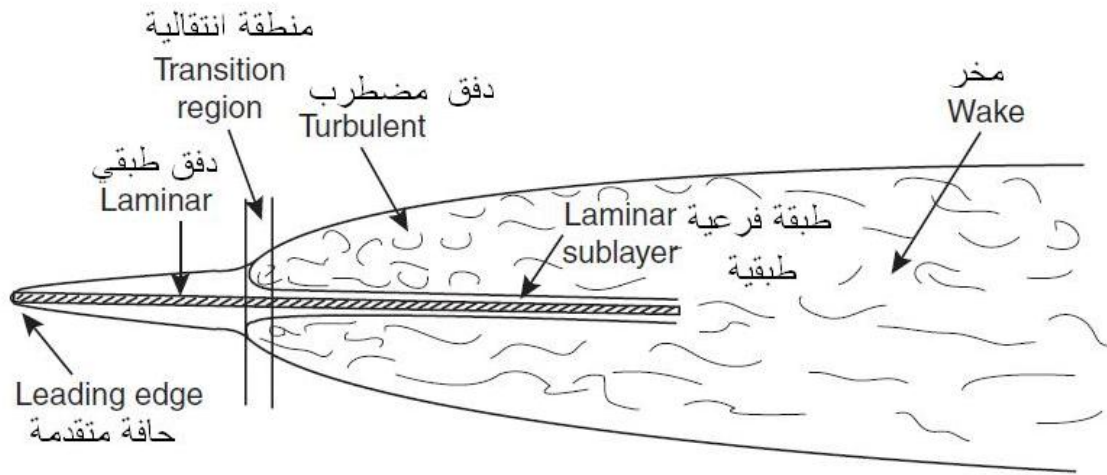
**Figure 3.8** | Attached and separated flow over an object.



الشكل 3.8

### رقم رينولدس يحدد نظام دفع المائع كما هو في الشكل 3.10

**Figure 3.10** | Flow separation regimes over a flat plate as determined by Reynolds number showing laminar flow transitioning over to turbulent flow.



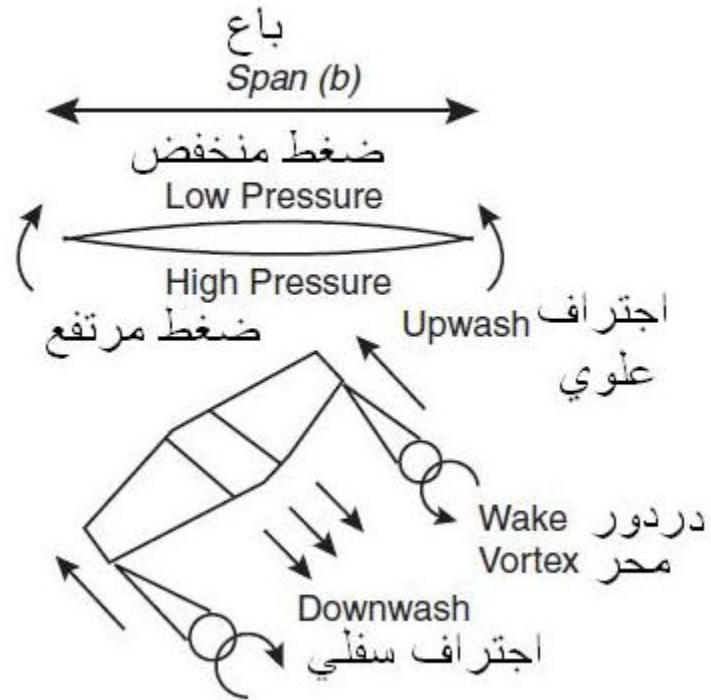
الشكل 3.10

### 3.3.2 المقاومة المستحثة

تذكر أن المقاومة المستحثة هي شكل للمقاومة للطائرة مرتبط بالرفع. تنشأ المقاومة المستحثة من الآثار ثلاثية الأبعاد للجناح الناتجة من سرعة الاجتراف السفلي (downwash) عند طرف الجناح. الحركة الدورانية للهواء عند الحافة الخلفية للجناح (وتسمى الدردور vortex) تحاول جر الهواء المحيط للأسفل معها مما يسبب حصول مركبة سرعة منحدرية على الجناح (أنظر الشكل 3.11). مركبة السرعة

المنحدرة هذه تسمى سرعة الاجتراف السفلي (downwash velocity) وتُشاهد عادةً عند خروج الطائرة من غيمة.

**Figure 3.11** | Downwash and the creation of wake vortices.



الشكل 3.11

خلال الطيران؛ عندما يكون الجناح عند زاوية هجوم معينة بالنسبة للهواء المتدفق حوله؛ فإن الاجتراف السفلي يجعل هذه الزاوية تتحرف نحو الأسفل بمقدار  $a_i$  ونسميها زاوية الهجوم المستحثة (Induced angle of attack). المقاومة المستحثة يمكن كتابتها بالصورة

$$D_i = L \sin a_i \dots\dots\dots 3.27$$

حيث  $L$  هي رفع الجناح (أو المقطع الايرودينامي) ، للزوايا الصغيرة  $\sin a_i = a_i$  ، مما يعطي

$$D_i = L a_i \dots\dots\dots 3.28$$

قيمة  $a_i$  يمكن تقديرها بـ

$$a_i = \frac{C_L}{p AR} \dots\dots\dots 3.29$$

حيث  $C_L$  هو معامل الرفع للجناح و  $AR$  هي النسبة الباعية للجناح .

(ملاحظة: هذه المعادلة فعالة فقط لتوزيع الرفع الاهليجي (elliptical) للدفق

الانضغاطي، والذي ينتج اجتراف سفلي منتظم. لاحقاً سوف نرى كيف أنه لا يزال بإمكاننا استعمال هذه المعادلة للوصول إلى صيغة للمقاومة المستحثة باستعمال معامل الفاعلية (Efficiency factor) . بدمج المعادلات والحل لـ  $D_i$  نحصل على

$$D_i = \frac{L C_L}{p AR} \dots\dots\dots 3.30$$

بما أن  $L = q_\infty S C_L$  ، نعوض لنحصل على

$$\frac{D_i}{q_\infty S} = \frac{C_L^2}{p AR} \dots\dots\dots 3.31$$

إذن نعرف معامل المقاومة المستحثة بـ

$$C_{DI} = \frac{C_L^2}{p AR} = \frac{D_i}{q_\infty S} \dots\dots\dots 3.32$$

لجميع الأجنحة يمكن تعريف معامل الفاعلية الباعي بحيث:

$$C_{DI} = \frac{C_L^2}{p e AR} \dots\dots\dots 3.33$$

نظرية الرفع تخبرنا بأن أمثل (أقل) مقاومة مستحثة تحصل عند التوزيع الاهليجي للرفع بين طرفي الجناح. للجناح المحمل اهليجياً  $e=1$  . لجميع حالات التحميل الأخرى  $e < 1$  ، وقيمة نموذجية هي 0.7 . الكفاءة الايرودينامية المميزة للطائرة Spitfire في الحرب العالمية الثانية كانت أحد أسبابها جناحها الإهليجي ذو توزيع الرفع الاهليجي.



### 3.3.3 الآثار على المقاومة

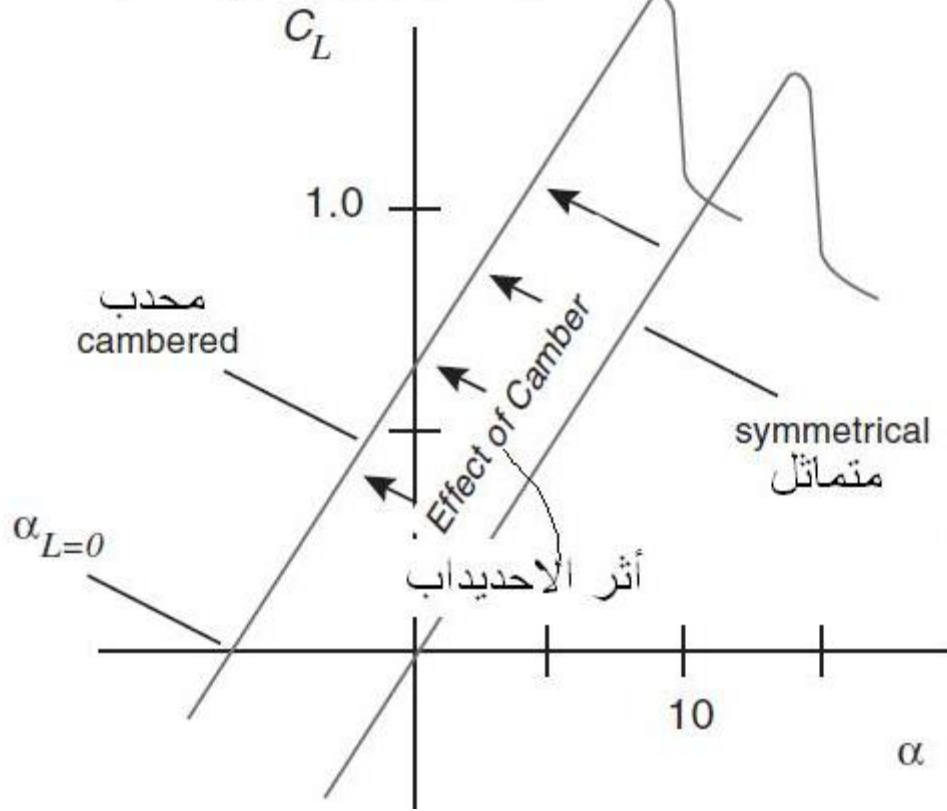
معامل المقاومة الكلي يمكن الآن تعريفه بالمقاومة الجانبية و المقاومة المستحثة. طريقة أخرى للتفكير بالمقاومة الجانبية هي أنها مقاومة عند رفع يساوي صفر، ونعرف معامل المقاومة عندها بـ  $C_{Do}$ . أخيراً، معامل المقاومة الكلي يصبح

$$C_{D,total} = C_{Do} + \frac{C_L^2}{\rho e AR} \dots\dots\dots 3.34$$

الشكل 3.5 يعطي الشكل العام لرسمه معامل الرفع مقابل (versus) زاوية هجوم المقطع الايرودينامي . مجال الدفع (flow field) حول المقطع الايرودينامي المحذب (camberd) يسبب حصول رفع عند زاوية هجوم مساوية لصفر. هذا لأن احديداب المقطع يعطي دفع أسرع وضغط أقل فوق السطح العلوي للمقطع الايرودينامي. أثر المقطع الايرودينامي المحذب مقارنة مقارنة بالمتماثل هو أن منحنى الرفع للمحذب يكون فوق المتماثل (كما في الشكل 3.12). المقطع الايرودينامي المتماثل له الأثر غير المرغوب به بأن انفصال (seperation) الدفع يحصل أبكر منه في المتماثل، لذا المقاطع المحدبة تنهار (stall) عند زوايا هجوم أقل منها للمتماثل.

Figure 3.12 | Lift curve for symmetrical and cambered airfoils.

الشكل 3.12 منحنى الرفع لمقطع ايرو دينامي متماثل ومقطع ايرو دينامي محدب

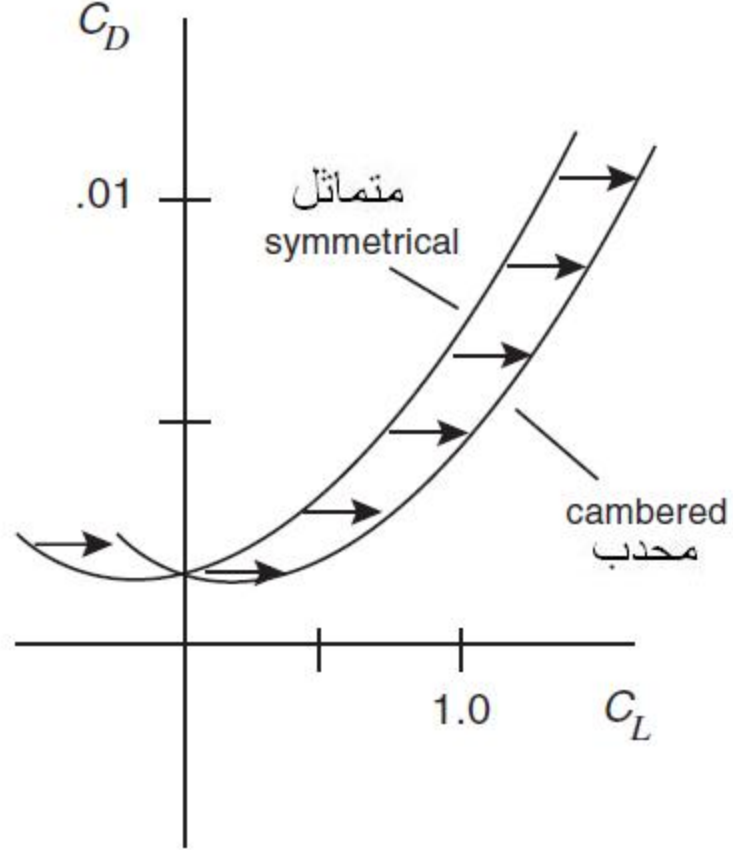


الشكل 3.12

الشكل الذي نرسم فيه معامل المقاومة مقابل معامل الرفع (بدل زاوية الهجوم) يسمى الرسم القطبية للمقاومة (drag polar). (أنظر الشكل 3.13).

**Figure 3.13** | Drag polar curve for symmetrical and cambered airfoils.

الشكل 3.13 منحنى الرسم القطبية للمقاومة لمقطع ايرو دينامي متماثل وآخر محدب



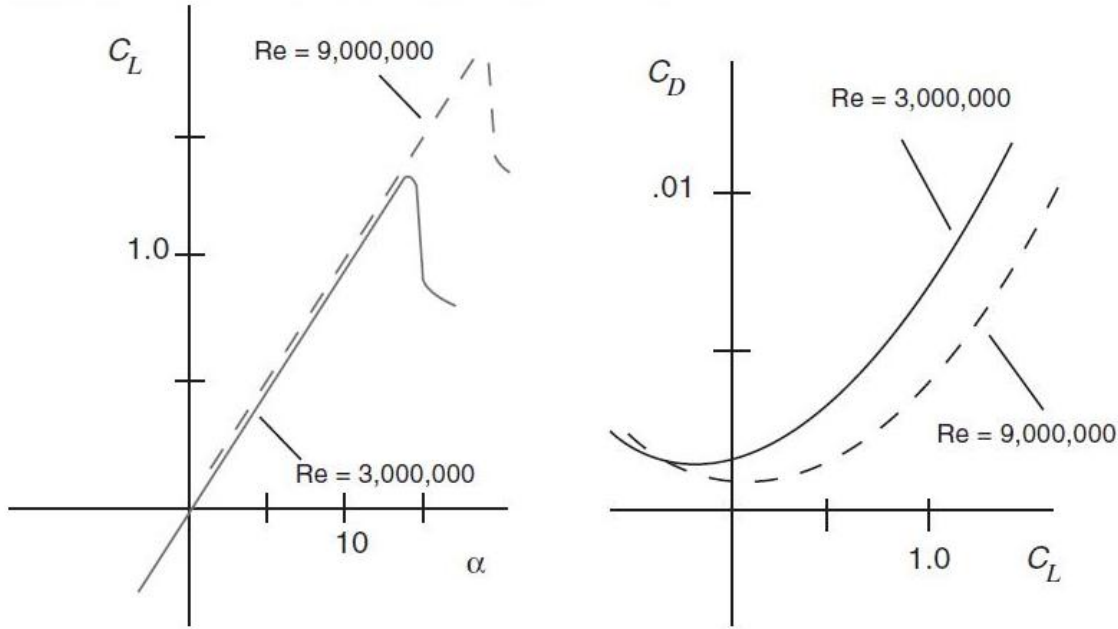
الشكل 3.13

المقطع المحدب له مقاومة أقل عند قيمة غير صفرية لـ  $C_L$  (أنظر الشكل 3.12 و 3.13). أثر رقم رينولدس على منحنيات المقاومة والرفع مبين في الشكل 3.14. رقم رينولدس أعلى يدل على أن الانتقال من الدفق الطبقي إلى المضطرب يحصل أقرب إلى الحافة المتقدمة للمقطع الايرو دينامي. أرقام رينولدس الأعلى لها مقاومة احتكاكية سطحية أعلى، لكن مقاومة ضغطية أقل لأن انفصال (separation) الدفق يتأخر. على كل، المقاومة الكلية قد تكون أقل أو أعلى اعتماداً على القيم النسبية للمقاومة الاحتكاكية السطحية والمقاومة الضغطية، وأيضاً محكومة بزوايا الهجوم.

عندما تصبح زاوية الهجوم عالية حيث يسيطر الانفصال (separation) ومقاومة الضغط، فإن تناقص المقاومة الضغطية بسبب تأخر الانفصال عادةً يسبب مقاومة كلية أقل عند أرقام رينولدس أعلى.

**Figure 3.14** | The effect of Reynolds number on lift and drag curves.

الشكل 3.14 أثر رقم رينولدس على منحنيات الرفع والمقاومة

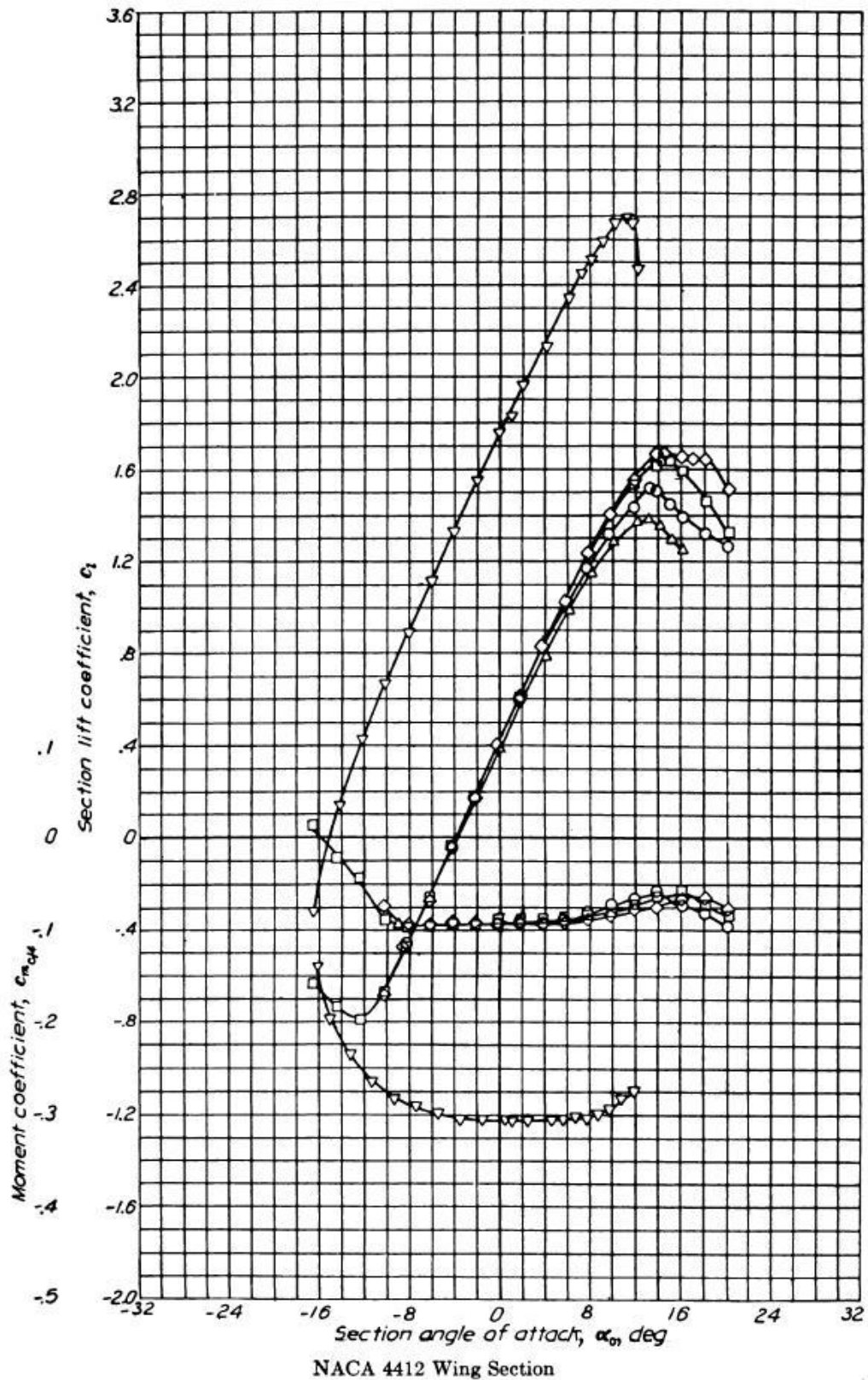


الشكل 3.14

أخيراً، لا بد من التحدث عن قراءة الرسومات البيانية للمقاطع الايرودينامية (airfoil charts). معظم كتب المقدمة في هندسة الطيران والايروديناميات تحتوي في ملحقاتها على بيانات مقاطع ايرودينامية تم الحصول عليها من اختبارات النفق الهوائي (wind tunnel). كطالب هندسة طيران يتوقع منك أن تقرأ الرسومات البيانية للمقاطع الايرودينامية. الشكل 3.15 مثال على بيانات مقطع ايرودينامي للمقطع الايرودينامي NACA4412. NACA قامت ببعض تجارب المقطع الايرودينامي والأرقام الأربعة بعد كلمة NACA تدل على شكل معين للمقطع الايرودينامي. الرقم (المنزلة) الأول يعطي الاحدياب الأقصى كنسبة مئوية من طول الوتر. الرقم الثاني يعطي موقع حصول الاحدياب الأقصى، على صورة نسبة

عشرية من طول الوتر (مقاساً من الحافة المتقدم) . الرقم الثالث والرابع يعطي السمك الأقصى كنسبة مئوية من طول الوتر (من 01 إلى 99%). الرسومات البيانية دائماً تكون شكلين؛ الأول هو منحنى معامل الرفع والثاني هو الرسة القطبية للمقاومة والرسة القطبية للعزم ( أي  $C_D$  و  $C_M$  مقابل  $C_L$ ). رسة للمقطع الايرودينامي ترسم في أعلى الرسة القطبية للمقاومة. معامل العزم هو للعزم حول المركز الايرودينامي . بيانات الرسم مرسومة لأرقام رينولدس متعددة، ومفتاح الرموز معطى في أسفل الرسة القطبية للمقاومة. NACA0012 هو مقطع ايرودينامي متماثل له سمك اقصى مقداره 12% من طول الوتر. أما NACA4412 فله 4% تحذب ، ونقطة التحذب الأقصى تقع على مسافة 40% من طول الوتر (مقاسة من الحافة المتقدمة)، والسمك الأقصى هو 12% من طول الوتر.

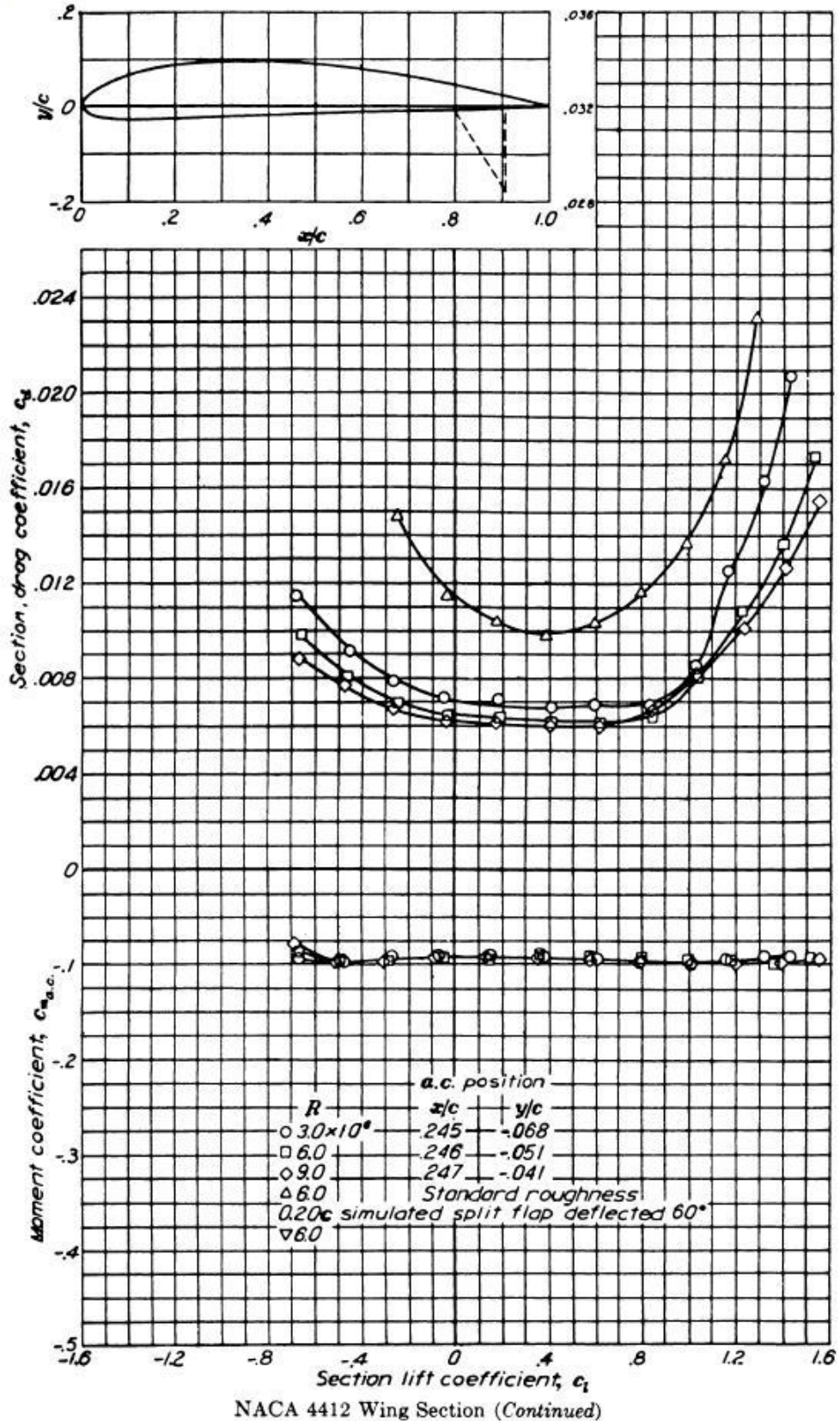
**Figure 3.15a** | NACA 4412 airfoil data. Lift, drag, and moment coefficients are plotted. (from Anderson, pp. 742–3)



الشكل 3.15a



Figure 3.15b | (continued)





### 3.4 المحاكاة Simulation

#### 3.4.1 برنامج FoilSim

البرنامج الحاسوبي FoilSim المطور من قبل وكالة ناسا يعطي تمثيل ممتاز للمبادئ التي أخذناها في هذه الوحدة. فهو أداة فعالة للبحث في ايروديناميات الطيران والرفع والمقاومة ، وكيف ترتبط هذه بأداء الطائرة. برنامج FoilSim مرفق مع هذا الكتاب كما يمكن تشغيله أو تحميله من الموقع

<http://www.lerc.nasa.gov/WWW/K-12/aerosim/>

(حجمه 80KB)

المسائل في نهاية هذا الكتاب تعطي مقدمة لاستعمال هذا البرنامج وتعطي بعض المسائل الايرودينامية الجذابة التي يمكن حلها باستخدام هذا البرنامج.

#### مسائل

3.4 أعطي اجابة سريعة للأسئلة التالية:

(ب) عندما تكون الطائرة في حالة طيران مستقر (سرعة ثابتة) ، هل قوة المقاومة تساوي قوة الدسر التي تنتجها الطائرة؟

(ج) هل النفقات على كرة الغولف تزيد مدى كرة الغولف؟

3.5 اشرح كيف يتكون الرفع على مقطع ايرودينامي.

3.9 شغل برنامج FoilSim، وأدخل المعطيات التالية

		الترجمة
Speed	200 mph	سرعة دفع الهواء 200 ميل في الساعة
Altitude	5000 ft	الارتفاع عن سطح البحر 5000 قدم

Camber	0	الاحدياب صفر مئوي
Angle	2.5°	زاوية الهجوم a تساوي 2.5°
Surface Area	300 ft <sup>2</sup> (Area – 300 sq ft)	مساحة سطح الجناح 300 قدم مربع

(أ) غير السرعة (speed) إلى 50mph وسجل قيم الرفع (Lift) . زد سرعة الهواء إلى 100mph وسجل قيمة الرفع. زد سرعة الهواء إلى 150mph وسجل قيمة الرفع. زد سرعة الهواء إلى 200mph وسجل قيمة الرفع. صف تغير الرفع الذي لاحظته عند تغير السرعة، أرسم السرعة مقابل الرفع للنقاط التي حصلت عليها .

(ب) ضع الزاوية (angle) على 2.5° وسل قيمة الرفع (Lift) ، أعد بجعل الزاوية 5° ثم 7.5° ثم 10° وسجل قيمة الرفع لكل وضع. أرسم النتائج باليد . عند أي نقطة لا يعطي المقطع الايرودينامي أي رفع؟ أكمل الرسم بالانهيار (stall) عند الزاوية 12° . هل هناك رفع عند الزاوية 0° ؟ وضح.

(ج) أعد الزاوية (angle) إلى 2.5° وضع مساحة (Aerea) الجناح على 100 ft<sup>2</sup> . سجل قيمة الرفع (Lift) ضاعف مساحة الجناح ؛ كيف يتأثر الرفع؟ سجل قيمة الرفع. ضاعف مساحة الجناح مرتين أخريين و سجل قيم الرفع. أرسم الرفع مقابل مساحة الجناح من القيم التي سجلتها . وضح كيف يمكن للطائرة أن تبطئ سرعتها من أجل الهبوط مع استمرار حصولها على الرفع الكافي لتجنب الانهيار (Stall) .

(د) ضع الاحدياب (camber) عند 0 . زد الاحدياب إلى 0.25 ، 0.3 ، 0.35 ، 0.4 ، 0.45 ، 0.5 وسجل قيمة الرفع (Lift) لكل حالة . أرسم الاحدياب مقابل الرفع للقيم التي حصلت عليها . هل من الممكن أن يحصل انهيار (stall) عند تعديل الاحدياب (camber)؟ وضح.

(هـ) أَرَجِعِ الارتفاع إلى 0 . عدل الارتفاع (عن سطح البحر) (altitude) إلى 15,000ft ثم 25,000ft ثم 35,000ft ثم 45,000ft ؛ ثم سجل قيمة الرفع لكل حالة. أَرَسِمِ الرفع مقابل الارتفاع باستخدام القيم التي حصلت عليها، ثم تتبأ بالنقطتين التاليتين على الرسم . هل يتأثر الرفع بتغير الارتفاع ؟ أعط تفسير للتغير الحاصل.

(و) طائرة تبدأ في الهبوط (descent) من ارتفاع 1,500ft بسرعة ابتدائية مقدارها 200mph . الطائرة تقلل من سرعتها وارتفاعها بانتظام، لاحظ التغير الحاصل في الرفع. اشرح كيف يمكن المحافظة على الرفع بينما يتناقص الارتفاع والسرعة مع زيادة اقتراب الطائرة من الحط.

(ز) طائرة قطعت مسافة أفقية 40,000ft من النقطة التي بدأت فيها الهبوط عند ارتفاع 1,500ft . أَرَسِمِ رسمة للهبوط مبيناً مركبات السرعة الرأسية (vertical) والأفقية (horizontal)، واحسب زاوية الهبوط للطائرة.

3.10 نريد تصميم طائرة ملاحية صغيرة لها المواصفات التالية : سرعة مطردة (cruise) مقدارها 120mph وسرعة حط (landing) مقدارها 45mph ، الارتفاع (altitude) المطرد مقدارها 8,000ft و  $a_{landing} = 15^\circ$  و  $a_{cruise} = 0^\circ$  ، مساحة الجناح  $350 \text{ ft}^2$  ، والوزن عند الاقلاع 1,500lb . الرفع الكلي للجناح يجب أن لا يزيد 2,000lb لأسباب بنيوية . إذا كان المقطع الايرودينامي المنوي استخدامه هو NACA3438 . هل تعتقد أن هذا التصميم ناجح؟ إذا كان التصميم غير ناجح اقترح تعديل مناسب على التصميم . (استخدم برنامج FoilSim).

3.11 سيارات سباق فورمولا-1 تتصرف كأنها لوح ينتج رفع . أحد الحلول لمنع طيران (انقلاب) السيارة هو تثبيت جناح له مقطع ايرودينامي NACA6321 مقلوب من أجل انتاج قوة تدفع السيارة للأسفل لتثبيتها على الطريق. قيمة  $C_L$  للمقطع الايرودينامي المذكور هي 0.73 ، إذا افترضنا أن السيارة تتصرف كلوح له  $C_L$  تساوي 0.25 ومساحته  $3 \text{ m}^2$  وأن طول باع الجناح (المقلوب) هو 1.2m وطول

الوتر هو 0.3m . ما هو أقل وزن ممكن للسيارة دون حصول انقلاب عند السرعة  
. 1000m/s

## قائمة ترجمة المصطلحات

Aerodynamics	الايروديناميات
Aviation	الملاحة الجوية
Aeronautics	علم الطيران
Wind Tunnel	النفق الهوائي
Lift	الرفع
Drag	مقاومة
Profile Drag	المقاومة الجانبية
Induced Drag	المقاومة المستحثة
Geometry	جيومتري
Terminology	المصطلحات الفنية
Wing	جناح
Top View	مشهد علوي
Leading Edge	حافة متقدمة
Trailing Edge	حافة خلفية
Chord	الوتر
Wing Tip	طرف الجناح
Planform	الهيئة المستوية
Rectangle	مستطيل
Aspect Ratio	النسبة الباعية

Airfoil	مقطع ايرودينامي
Camber	احدياب
Mean Camber Line	خط الاحدياب المتوسط
Thickness	سُمك
NASA	وكالة ناسا
Lift Coefficient	معامل الرفع
Drag Coefficient	معامل المقاومة
Nondimensional	عديمة الوحدة
Freestream	التيار الحر
Angle of attack	زاوية الهجوم
Dynamics	داينامي
Dynamic Pressure	ضغط داينامي
Stall Angle	زاوية الانهيار
Profile Drag	المقاومة الجانبية
Spanwise	الاتجاه الباعي
Induced Drag	المقاومة المستحثة
Wave Drag	المقاومة الموجية
Ram Drag	المقاومة التضاغطية
Pressure Drag	مقاومة ضغطية
Skin Friction Drag	المقاومة الاحتكاكية السطحية
Shock wave	الموجة الصدمية
Compressibility	انضغاطية
Viscosity	لزوجة
Supersonic	فوق صوتية

Subsonic	دون صوتية
Downwash	الاجتراف السفلي
Vortex	دردور
Elliptic (-al)	اهليجي
Span Efficiency factor	معامل الفاعلية الباعية
airfoil chart	الرسمه البيانية للمقطع الايرودينامي
Moment Coefficient	معامل العزم
Simulation	محاكاة
Drag polar	الرسمه القطبية للمقاومة

بسم الله الرحمن الرحيم

4

أداء الطائرة

## Aircraft Performance

### 4.1 مقدمة

في هذه الوحدة سوف نناقش أداء الطائرة بواسطة اشتقاق النطاق التشغيلي لسرعات الطائرة بالإضافة إلى مدى (range) واطاقة (Endurance) الطائرة . وسنعطي مقدمة عن مكونات الطائرة واستعمالاتها . ثم سنشتق نموذج ثنائي الأبعاد للطائرة، والذي يقود إلى معادلات الحركة للطائرة عند طيران مستقر (steady) وعلى ارتفاع ثابت. آخر درس في الوحدة يتحدث عن الطيران المتسارع. الوحدة ملخصة بواسطة استعمال رسمة حمل تسمى رسمة V-n (V هي السرعة و n مستوى التحميل) . رسمة V-n تمثل غلاف (envelope) طيران الطائرة ، لذا يعطي مقياس لأداء الطائرة حيث يكون التشغيل خارجه غير مقبول.

### 4.2 حدود الأداء (Performace Parameters)

هناك العديد من الحدود الممكنة لأداء الطائرة . بعضها ينطبق على كل أنواع الطائرات لكن بعضها ينطبق على نوع معين . أطر وأشيع حدود الأداء استعمالاً هي السرعة والمدى والاطاقة

§ السرعة (speed) : كم هي أكبر وأصغر سرعة للطائرة ؟

§ المدى (range) : كم هي المسافة التي تستطيع الطائرة قطعها بخزان وقود واحد؟

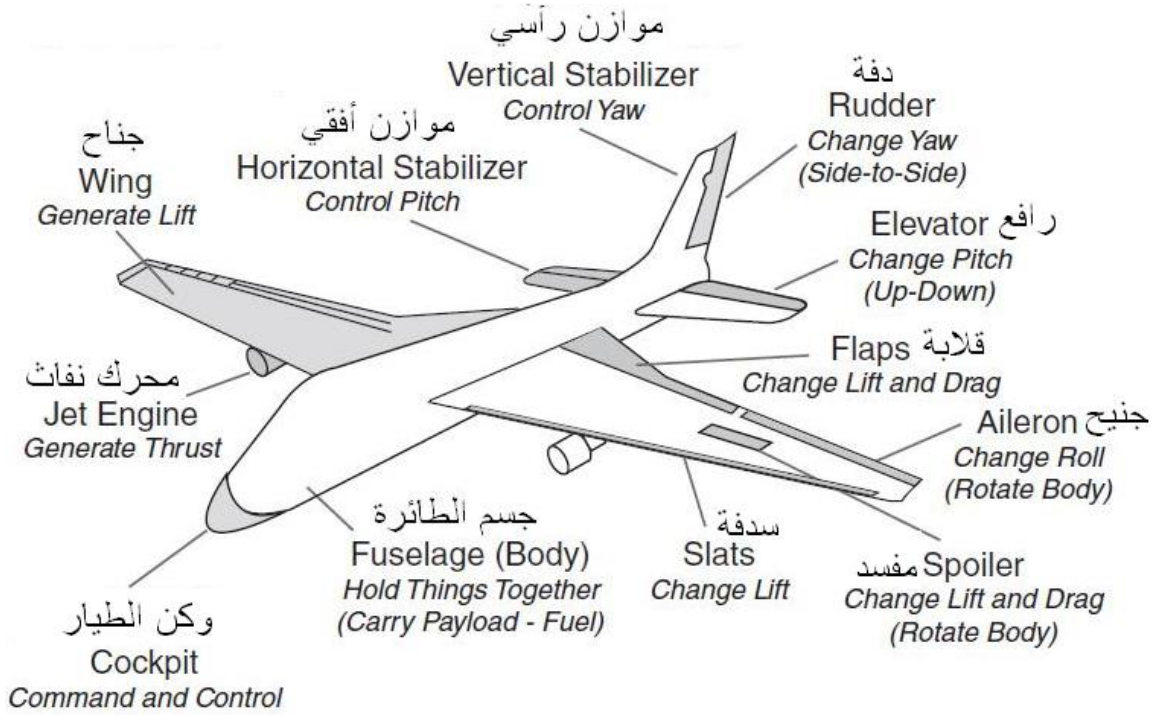
§ الاطاقة (Endurance) : كم هو الزمن الذي يمكن للطائرة أن تبقى فيه في الهواء بخزان وقود واحد؟

هذه الوحدة تركز على متطلبات الأداء الثلاث هذه ، والتي يمكن حسابها بواسطة دراية دينامية الطيران (flight dynamics) للطائرة. حدود أداء أخرى تستعمل في كتب أداء الطائرات هي معدل تسلق الطائرة (aircraft climb rate) ، العطوف الأرضي (ground roll) ، تكلفة التشغيل المباشر ، سعة الركاب ، سعة البضاعة ، المناورية (maneuverability) ، القدرة على البقاء (survivability) .

## 4.2.1 مكونات الطائرة (aircraft components)

في هذا الدرس سوف نستعرض المكونات الرئيسية للطائرة ، بالرغم من وجود تنوع كبير في الطائرات إلا أن معظمها مصنوع من نفس المكونات الرئيسة سواء الثابتة أو المتحركة .  
عموماً المكونات الثابتة تتضمن الأجنحة وجسم الطائرة والذيل والمحركات والموازن الرأسي والموازن الأفقي. لأداء ومناورة الطائرة فإن الطائرة تستخدم سطوح متحركة (أنظر الشكل 4.1)

Figure 4.1 | Airplane parts and control surfaces [edited from [28]].



### الشكل 4.1

جسم الطائرة هو الجزء المركزي من الطائرة مصمم لحمل الطاقم والركاب والحمولة. جميع المكونات البنوية الأخرى مثل الأجنحة والموازنات متصلة مع جسم الطائرة. قلنا في وحدة ثلاث أن الهدف الرئيسي للجناح هو إنتاج الرفع. كثير من الطائرات الحديثة مصممة بوصلتين ناتنتين عند طرفي الجناح تسميان زائدي الجناح (winglets) . هدفها تقليل المقاومة على الطائرة بواسطة تقليل الاجتراف السفلي (أخذناه في درس 3.3.2) . المحرك (أو المحركات) ينتج قوة تسمى الدفع (thrust) والذي يدفع الطائرة (سنناقشه في وحدة 6). الطائرة مزودة بموازنين (stabilizers) عند ذيلها والتي مهمتها هي توفير استقرار (stability) للطائرة وابقاؤها تطير باستقامة. الجزء الثابت الأفقي يسمى موازن أفقي (horizontal stabilizer) أو ذيل (tail) ،



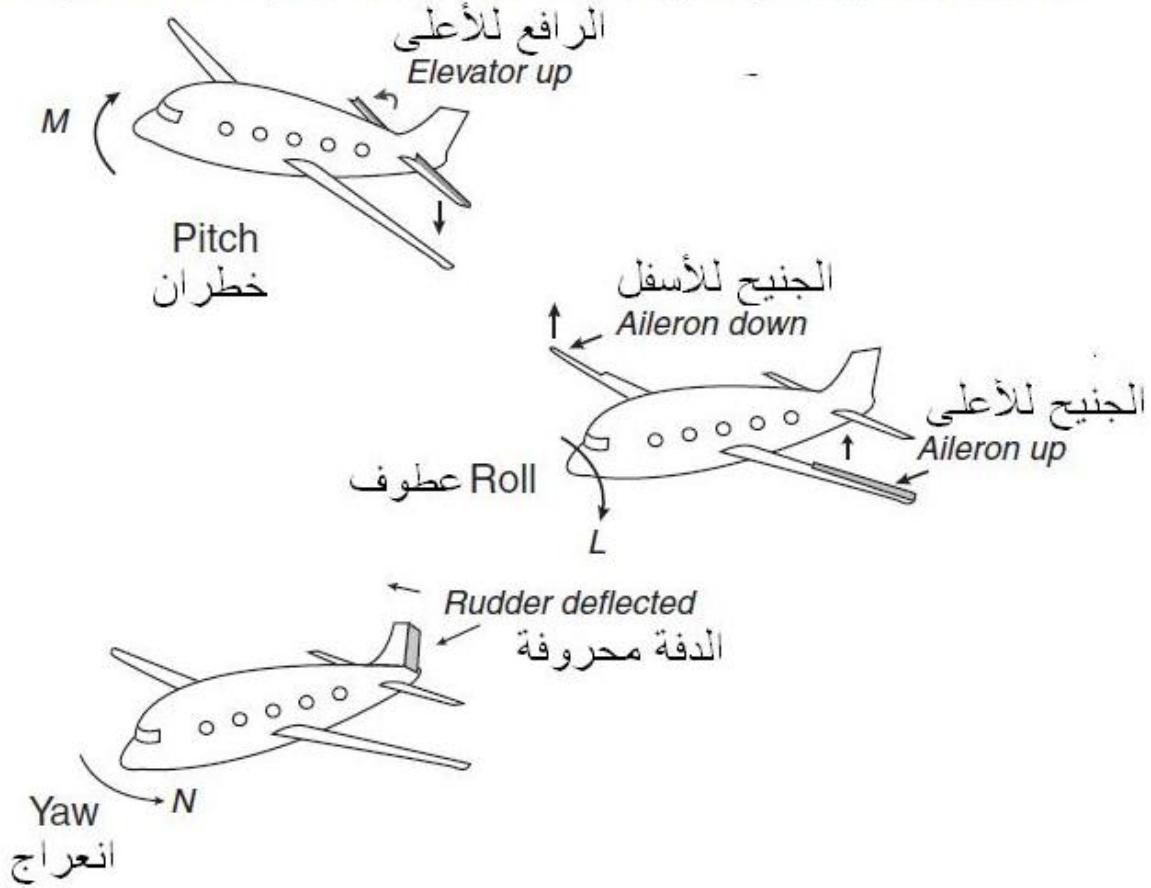
وظيفته هي منع حركة مقدمة الطائرة للأعلى والأسفل (الخطران (Pitching)). هناك أيضاً جزء رأسي يسمى الموازن الرأسي (vertical stabilizer) أو الزعنفة (fin) ، والذي يمنع مقدمة الطائرة من التأرجح يمناً ويسرة (انعراج (yawing)).

الرافعين والجنيحين والذفة هي ثلاث سطوح متحركة تغير التحكم بالخطران والعطوف والانعراج على التوالي. سطوح التحكم هذه الموجودة على الجناح والذيل مسؤولة عن تغيير مقدار القوة المنتجة، مما يعطي طريقة للتحكم بالطائرة والمناورة بها.

السطح المتحرك المثبت بالجناح يسمى الجنيح (Aileron). يقوم الطيار بحرف الجنيح لجعل الطائرة تدور حول محورها الطولاني (عطوف (roll)). عادة تعمل الجنيحات بصورة متضادة بحيث عندما نحرف الجنيح الأيمن للأسفل نحرف الجنيح الأيسر للأعلى والعكس. حرف الجنيح يغير الرفع الكلي للجناح ، حرف الجنيح للأسفل يجعل الرفع يزداد للأعلى . إذا حرفنا الجنيح الأيمن للأسفل والجنيح الأيسر للأعلى ؛ عندها الرفع على الجناح الأيمن يزداد بينما الرفع على الجنيح الأيسر يتناقص، بما أن القوى ليست متساوية فهناك عزم محصل في اتجاه القوة الأكبر، والحركة الناتجة هي عطوف الطائرة عكس عقارب الساعة . إذا عكس الطيار حرف الجنيحات (الجنيح الأيسر لتحت والجنيح الأيمن لفوق) ، فإن الطائرة سحصل لها عطوف في الاتجاه المعاكس (مع عقارب الساعة) . معظم الطائرات أيضاً بإمكانها الدوران من جانب إلى جانب بواسطة استخدام المفسدين (Spoilers) والذان هما لوحان صغيران يستعملان لبعثرة التدفق فوق الجناح. المفسدين مصممين للاستعمال خلال الحط (landing) من أجل إبطاء حركة الطائرة وهي تعادل أثر القلابين (flaps) عندما تكون الطائرة على الأرض.

أنظر الشكل 4.2

**Figure 4.2 |** Depiction of aircraft pitch, roll, and yaw by moving control surfaces.



الشكل 4.2

سطح التحكم المتحركين للموازن الأفقي يسميان الرافعين (elevators) الرافعين يعملان كزوج ، عندما يرتفع الرافع الأيمن للأعلى يرتفع الأيسر أيضاً للأعلى . تغير زاوية الحرف عند مؤخرة الذيل يغير قيمة الرفع للسطح. مع زيادة الحرف باتجاه الأعلى يزداد الرفع باتجاه الأسفل، والعكس. التغير في الرفع الحاصل بفعل حرف الرافع يجعل الطائرة تدور حول مركز الجاذبية بحركة خطرانية . يستطيع الطيار استخدام الرافعين لجعل الطائرة تتحرك (loop) ، أو بما أن الكثير من الطائرات الرشيقية تتحرك لوحدها ؛ فيمكن استخدام الرافع لوزانة الطائرة (trim)، أي منعها من التحلق.

السطح المتحرك للموازن الرأسي يسمى الدفة (Rudder) . على عكس سطح التحكم السابقين (الجنيح والرافع) ؛ فإن حرف الدفة بواسطة الطيار يتم بالقدم (دعاسة) وليس باليد. مع حرف الدفة أكثر نحو اليسار تزداد القوة نحو اليمين محدثةً حركة انعراج (yawing) عكس عقارب الساعة، وبالعكس. حرف الدفة يجعل الطائرة تدور حول مركز جاذبيتها.

القلابات (flaps) هي أدوات تستخدم لايجاد رفع اضافي للطائرة. قبل النهوض (takeoff) والخط (landing) يكون القلابان ممتدان من داخل الجناح ويغيران خصائص الرفع للجناح . من الملاحظ كم يمكن أن يتغير شكل الجناح. سبب استخدام القلابات سوف نشرحه في درس 4.4.2 . القلابات عند الحافة الخلفية تسمى؛ قلابات بسيطة (Simple flaps) إذا كانت مصنوعة من سطح واحد، وقلابات مشقوبة (slotted flaps) إذا كانت مكونة من عدة صفوف من السطوح . عندما تكون القلابات عند الحافة المتقدمة للجناح تسمى قلابات كروجر ( Kruger flaps) وبما أن تصميمها مختلف عن القلابات الخلفية فبعض الناس يسميها بالسدفات (slats) .

الدروس القادمة تتكلم عن نموذج الطائرة المستوي ثنائي الأبعاد وتناقش الأداء حول المحور الطولاني.

### 4.3 نموذج الطائرة ثنائي الأبعاد

لحساب حدود أداء الطائرة نحتاج إلى تطوير نموذج بسيط ثنائي الأبعاد نتضمن فيه دينامية الطائرة. لنقم أولاً بمناقشة ما هو النموذج بالمفهوم العريض ثم نناقش ما هو نموذجنا ثنائي الأبعاد بالضبط، قبل البدء بالاشتقاقات.

#### 4.3.1 فهم النماذج الهندسية

على العموم، النماذج في الهندسة والعلوم هي تمثيلات مبسطة (عادةً رياضية) للنظام الحقيقي. الأنظمة الحقيقية قد تضم ألوف المتغيرات (variables) وتعتمد على الكثير من الأشياء مما يجعل من المستحيل تحليلها إذا أردنا أخذ جميع العوامل مدمجة. علماء الأرصاد الجوية على سبيل المثال يتعاملون مع أحد أعقد الأنظمة الموجودة على الأرض، وهو الطقس. في حالة الجو الأرضي فإن النظام يحتوي ملايين المتغيرات مثل درجة حرارة المحيط ودخان المصانع . حتى لو عرفنا جميع قيم متغيرات النظام فإنه من المستحيل "حساب" الطقس بأكفاً الحواسيب المعروفة. هذه فقط بعض أسباب استخدام النماذج.

من أجل تحقيق هدف هذه الوحدة سوف نفترض أن الحركة في مستوى معرف بحركة متجه السرعة اللحظية للطائرة ومتجه تسارع الجاذبية الأرضية. من الممكن تضمين الكثير من الخصائص المهمة للطائرة دون استخدام نموذج أعقد. النموذج هو نموذج رياضي، أي أنه يتكون من معادلات، وتحديدًا معادلات تفاضلية اعتيادية (ODEs) التي تصف حركة (مسار) الطائرة.

متغيرات هذه المعادلات التفاضلية يمكن تقسيمها إلى مجموعتين : متغيرات الحالة (state variables) ومتغيرات التحكم (control variables) . متغيرات الحالة مثل السرعة والارتفاع تمثل حالة الطائرة ، بينما متغيرات التحكم تمثل التحكم بالطائرة . متغيرات التحكم هي الكميات الفيزيائية التي يستطيع (أو الطيار الأوتوماتي) تحديدها . مثال على متغيرات التحكم هو دفع (thrust) الطائرة . الحدود الأخرى في المعادلات التفاضلية هي ثوابت لطائرة معينة (مثل وزن الطائرة) أو ثوابت لمحيط (بيئة) معينة (مثل كثافة الهواء) . إذا تكلمنا بدقة لا وزن الطائرة ولا الكثافة ثابتات ؛ لأن وزن الطائرة يتناقص مع احتراق الوقود وكثافة الهواء تتغير مع تغير ارتفاع الطائرة، لكننا سوف نفترضها ثابتة في نموذجنا.

كل معادلة من معادلات الحركة الأربعة ستكون معادلة تفاضلية لإحدى متغيرات الحالة والذي سيعتمد بدوره على على متغيرات الحالة الأخرى وعلى متغيرات التحكم وعلى قيم الثوابت. حلول المعادلات التفاضلية الاعتيادية (ODEs) ليس من السهل حلها، لأنها ليست خطية . ما يمكن أن نفعله هو مكاملة متغيرات الحالة باستخدام الحاسوب ابتداءً من قيم ابتدائية لمتغيرات الحالة، مع استخدام استراتيجيات معينة لاختيارات التحكم للطيار. يمكن أيضاً استخدام المعادلات في برامج المحاكاة الرياضية (real time simulation) حيث يقرر الطيار البشري التحكم عند كل لحظة اعتماداً على نتائج الحالة للطائرة. هذا يعني أن معادلات الحركة هذه هي الأساس لبرامج المحاكاة. بإمكاننا استخدام نماذجنا لصنع محاكاة للطائرة على الحاسوب المنزلي بإدخال بعض أسطر البرمجة. طريقة أخرى لاستخدام معادلات الحركة هي جعلها خطية حول نقطة تشغيل معينة تسمى ظرف الوزانة (trim condition) بحيث نجد الحل على صورة معادلة عادية (closed form).

هذه الوحدة لن تكون تمرين على حل المعادلات التفاضلية غير الخطية . بل نحن مهتمون أكثر بالحصول على معادلات سهلة الاستعمال بواسطة عمل بعض الافتراضات التبسيطية والتي ستسمح لنا بالتنبأ أو التحليل للحركة الانتقالية للطائرة. هذه المعادلات المبسطة هي معادلات أداء الطيران التي أشرنا إليها في المقدمة.

#### 4.3.2 معادلات الحركة

لاشتقاق معادلات الحركة لنأخذ حالة طائرة في حالة طيران مائل بزواوية عن الأفق .

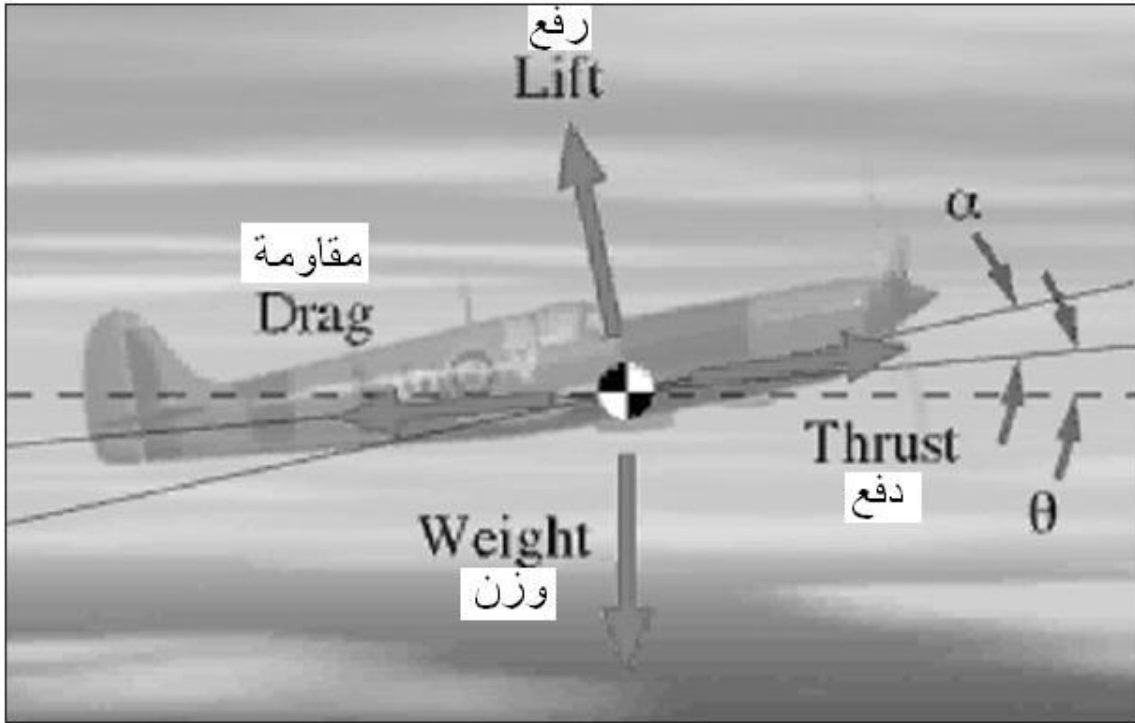
سنعتبر الطائرة جسم صلب تؤثر فيها أربع قوى، هذه القوى هي :

§ الرفع  $L$  ويؤثر عمودياً على ممر الطيران (مسار الطيران) (flight path)

- § المقاومة  $D$  وتؤثر موازيتاً لمتجه السرعة الأمامية
- § الوزن ( $W=mg$ ) يؤثر رأسياً إلى الأسفل.
- § الدفع  $T$  عادةً يميل بزاوية  $a_T$  عن ممر الطيران (سوف نفترض الزاوية تساوي صفر في نموذجنا)

رسم الطائرة مع القوى الأربعة مؤثرة عليها مبينة في الشكل التالي

**Figure 4.3** | Forces acting on an aircraft in a flight inclined at a flight path angle theta to the horizon.



الشكل 4.3

متغيرات الحالة هي السرعة  $v$  وزاوية ممر الطيران  $q$  ، الموقع الأفقي  $x$  ، والارتفاع  $h$  فقط واحد من هذه يحناج بعض التوضيح ؛ زاوية ممر الطيران  $q$  (أحياناً تسمى زاوية الخطران) ؛ هي الزاوية التي يصنعها متجه السرعة  $v$  مع الأفقي (أو المحور  $x$ ) ، هي ليست الزاوية بين محور الجسم والأفقي. التحكم في الطائرة يتكون من قيمة متجه الدفع  $T$  وزاوية الهجوم  $a$  . في نموذجنا سوف نفترض أن  $T$  تمتد على اتجاه الطيران ، والذي يعتمد عموماً على موقع المحركات. يُتحكم بزاوية الهجوم بواسطة الرافعين والذان هما السطحان الوحيدان من سطوح التحكم الذان يدخلان في نموذجنا ثنائي الأبعاد . وزن الطائرة هو أحد الثوابت.

باستخدام الشكل السابق وقانون نيوتن الثاني  $F=ma$  ، نستطيع اشتقاق معادلات الحركة .  
سوف نبدأ بإيجاد التسارع  $a$  للطائرة في اتجاه الطيران . للحصول على  $a$  نجمع جميع القوى في  
اتجاه ممر الطيران (الاتجاه المماسي (tangential))

$$\sum F_{\tan} = T - D - mg \sin q \dots\dots\dots 4.1$$

وبما أن  $F = ma = m a$  ، نستطيع كتابة

$$m a = T - D - mg \sin q \dots\dots\dots 4.2$$

بالقسمة على كتلة الطائرة  $m$  نحصل على معادلة الحركة بالاتجاه المماسي :

$$a = \frac{T}{m} - \frac{D}{m} - g \sin q \dots\dots\dots 4.3$$

مجموع القوى المؤثرة في الاتجاه العمودي على  $v$  تعطى بـ

$$\sum F_{\perp} = L - mg \cos q \dots\dots\dots 4.4$$

لكن عندما نحاول إيجاد التسارع في الاتجاه العمودي ، يجب أن ننتبه إلى حقيقة أن زاوية

ممر الطيران  $q$  لن تكون ثابتة إذا كان هناك تسارع في الاتجاه العمودي . القوى الكلية  $\sum F_{\perp}$

يمكن معاملتها على أنها قوة مركزية (radial) للحركة الدائرية . من الفيزياء نتذكر المعادلة

التالية

$$F_{\text{radial}} = \frac{m v_{\tan}^2}{r} = m v_{\tan} a \dots\dots\dots 4.5$$

حيث  $v_{\tan}$  هي السرعة المماسية (tangential) وتساوي  $v$  في حالتنا . بمساواة معادلة 4.4

بمعادلة 4.5 نحصل على

$$m v_{\tan} a = L - mg \cos q \dots\dots\dots 4.6$$

بقسمة كل طرف من المعادلة على كتلة الطائرة  $m$  نحصل على معادلة الحركة في الاتجاه

العمودي

بعد الوصول إلى المعادلات التفاضلية للحركة في الاتجاهين العمودي والمماسي للممر الطيران ،

أو بكلمات أخرى في اتجاهي نظام المحاور الملتصقة بالطائرة . نستطيع أن نكتب أيضاً المعادلات

التفاضلية لنظام المحاور الملتصق بالأرض .

مركبة سرعة الطيران في الاتجاه الأفقي  $x$  تعطى بالمعادلة

$$a_x = v \cos q \dots\dots\dots 4.8$$

أيضاً مركبة السرعة في الاتجاه الرأسي  $h$  هي

$$a_h = v \sin q \dots\dots\dots 4.9$$

الآن نستطيع تلخيص معادلات الحركة للطائرة في الطيران الانتقالي (translational flight)

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \frac{T}{m} - \frac{D}{m} - g \sin q \\ v_{\tan} \dot{q} &= \frac{L}{m} - g \cos q \\ \dot{y} &= v \cos q \\ \dot{h} &= v \sin q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 4.10$$

معادلات الحركة الأربعة هذه تكون نموذجنا ثنائي الأبعاد ، لكن يجب أن نناقش حدود ( أو قيود (limitations)) نموذجنا قبل البدء بتحليل أداء الطائرة .

في عملية اشتقاق النموذج ثنائي الأبعاد، قمنا بأخذ العديد من الافتراضات والتي يجب أن ننتبه لا جيداً . هذه الافتراضات تحدد استخدام نموذجنا في عدد محدود من التطبيقات. أولاً ، أولاً افترضنا أن الطائرة يمكن تمثيلها بكتلة نقطية . افترضنا أن جميع متجهات القوى مثل الوزن أو الرفع تؤثر عند نقطة واحدة (مركز الجاذبية) . تبسيط مناسب آخر هو أنه لا يوجد ربح، وبالتالي السرعة النسبية للرياح  $v_{\infty}$  تساوي في المقدار سرعة الطيران  $v$  . التأثيرات الأخرى للرياح غير موجودة في نموذجنا حيث أنه ثنائي الأبعاد.

#### 4.4 الطيران المستقر (steady flight)

المعادلات المشتقة في الدرس السابق تصف الحركة الانتقالية ثنائية الأبعاد للطائرة في الطيران المتسارع. لحدود الأداء التي نحي مهتمون بها ، نقوم بافتراض تبسيطي آخر وهو أن الطائرة مستقرة (steady) والطيران على ارتفاع ثابت (level flight) . هذا يعني أن الطائرة غير متسارعة وبالتالي زاوية ممر الطيران ( $q$ ) تساوي صفر . إذن معادلات الحركة تتبسط إلى

$$D = T \dots\dots\dots 4.11$$

$$L = W \dots\dots\dots 4.12$$

الدفع الناتج من المحركات يساوي تماماً المقاومة ، والرفع يساوي الوزن . أداء الطائرة ذات الطيران المستقر وعلى ارتفاع ثابت يسمى الأداء الستاتي (static performance)

##### 4.4.1 منحنيات الدفع-السرعة (thrust-velocity curves)

سوف نتابع استعراض معادلات الحركة التي تعطي أداء الطائرة. حد أداء ابتدائي يرتبط بكم هو مقدار الدفع المطلوب من الطائرة للمحافظة على طيران مستقر وعلى ارتفاع ثابت.

معادلة 4.11 و 4.12 تصبح (بالاستعانة بمعادلة 3.20 و 3.22 )

$$T = D = q_{\infty} S C_D \dots\dots\dots 4.13$$

$$W = L = q_{\infty} S C_L \dots\dots\dots 4.14$$

بقسمة معادلة 4.13 على معادلة 4.14 نحصل على

$$\frac{T}{W} = \frac{C_D}{C_L} \dots\dots\dots 4.15$$

ابتداءً، لا نحتاج التمييز بين الدفع الناتج من المحركات (Produced by the engines) والدفع المطلوب (الذي نحتاجه) (required) والدفع المتوفر (available). نفترض أن الدفع المتوفر يفوق الدفع المطلوب وأن الدفع الناتج من المحركات هو تماماً الدفع المطلوب. إذن الدفع المطلوب للطيران المستقر وعلى ارتفاع ثابت هو

$$T = \frac{W}{C_L / C_D} = \frac{mg}{L/D} \dots\dots\dots 4.16$$

حيث استخدمنا mg بدل W . عند قيمة معطاة للكتلة والارتفاع يتغير الدفع مع تغير السرعة v . العلاقة بين الدفع المطلوب والسرعة يمكن حسابها لأي طائرة كالتالي:

1. نحدد كثافة الهواء  $r_{\infty}$  من الجداول الجوية (standerd atmosphre) عند ارتفاع معين .h

2. نحسب معامل الرفع  $C_L$  لسرعة معينة بواسطة معادلة 3

$$C_L = \frac{2W}{r_{\infty} v^2 S} \dots\dots\dots 4.17$$

3. نحسب معامل المقاومة من رسمة المقاومة القطبية (drag polar) للطائرة (راجع درس (3.3.3)

$$C_D = C_{D_o} + \frac{C_L^2}{p e AR}$$

4. نحسب الدفع المطلوب للطيران المستقر وعلى ارتفاع ثابت من معادلة 4.16

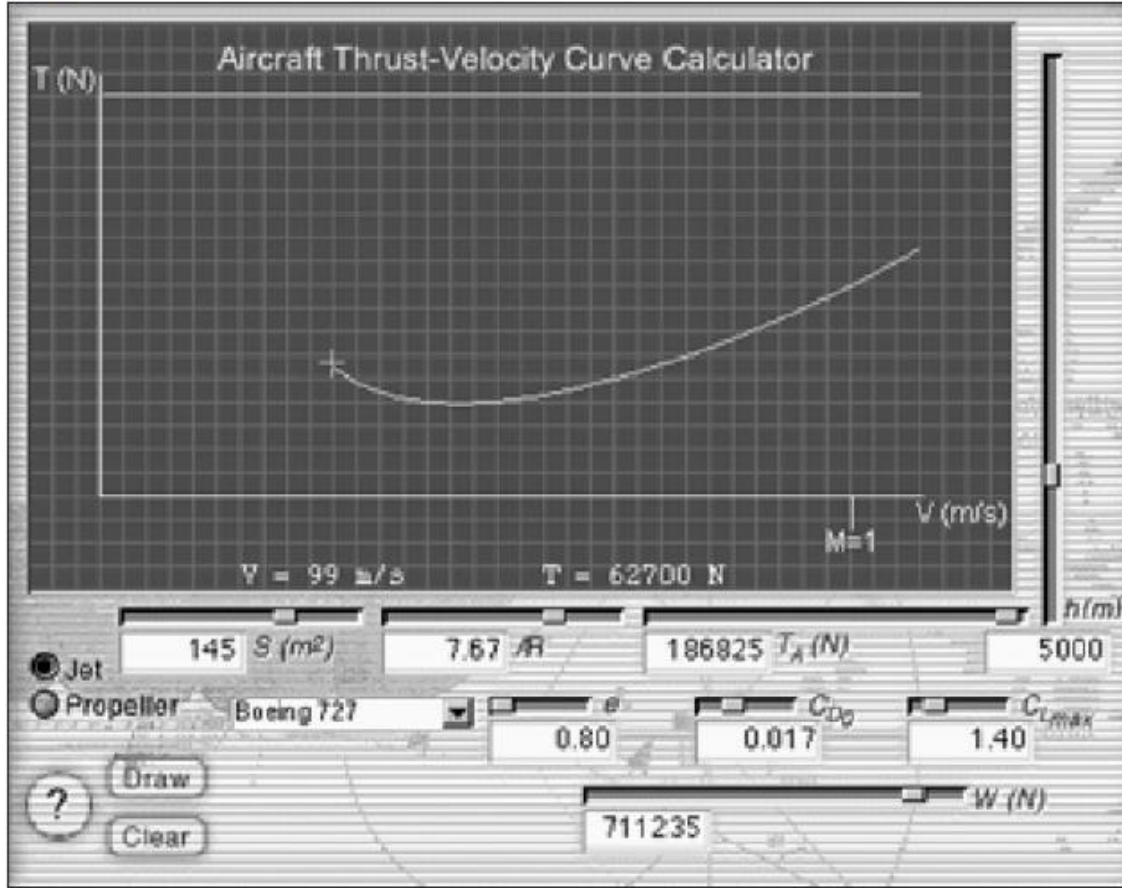
لطائرة محددة، نستطيع تحديد الدفع المطلوب لكثير من السرعات المختلفة باستخدام ما يسمى "منحنيات الدفع-السرعة". هذه مهمة متعبة عند الأدااس باليد، لكن هناك برامج حاسوب تسهل هذه المهمة كما في المثال التالي.

## مثال 4.2 المحاكاة الدفع-السرعة للطائرة



برنامج الدفع-السرعة (T-v) (thrust-velocity) مرفق مع هذا الكتاب . استخدم البرنامج لاجاد خصائص طائرة Boeing727 في طيران مستقر وعلى ارتفاع ثابت (أنظر الشكل 4.4)

**Figure 4.4 |** Thrust-velocity simulation for a Boeing 727 aircraft.



الشكل 4.4

المعطيات:

$T_A = 186,825 \text{ N}$	الدفع المتوفر (thrust available)
$W = 711,235$	الوزن
$S = 145 \text{ m}^2$	مساحة الجناح
$AR = 7.67$	النسبة الباعية
$e = 0.8$	معامل كفاءة أوسوالد (Oswald efficiency)
$C_{D,0} = 0.017$	
$C_{L,max} = 1.4$	
$h = 5,000 \text{ m}$	الارتفاع

سؤال: ما هو الدفع المطلوب عند السرعة  $v=99\text{m/s}$

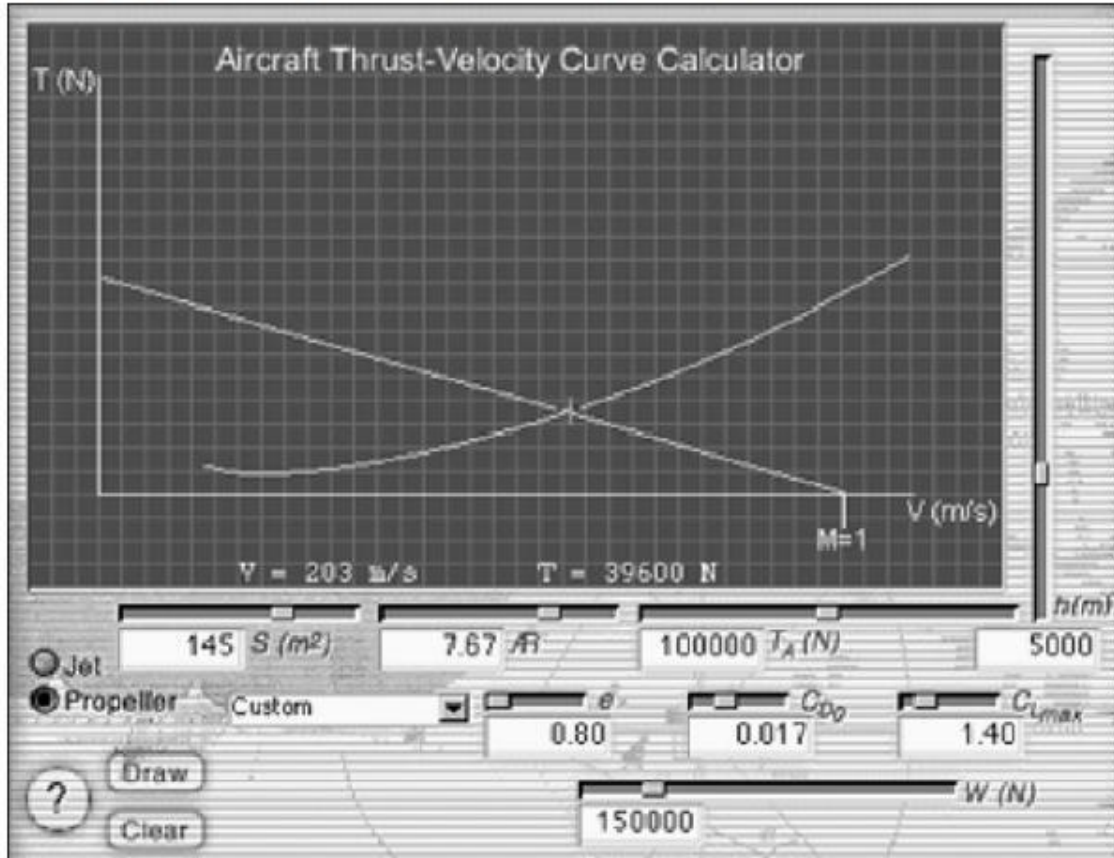
الجواب:  $T=62,700$

سؤال: ما هي السرعة عند الدفع الأصغر (minimum thrust)

الجواب:  $v=155\text{m/s}$  عندما  $T \approx 43,000\text{ N}$

للطائرة المدفوعة مروحياً (propeller-driven aircraft) ، نفترض أن الدفع المتوفر (thrust available) يتناقص خطياً (تقريباً) مع تزايد السرعة . للمحرك النفاث في المثال السابق افترضنا أن المحركات تعطي الدفع المتوفر (thrust available) لجميع المدى التشغيلي للسرعات (والتي هي أقل من  $M=1$ ) . لكن الدفع الناتج من المراوح يتأثر بصورة كبيرة بالسرعة التشغيلية للطائرة وبالارتفاع. هناك سرعة بحيث يتقاطع عندها الدفع المتوفر (thrust available) المتناقص مع الدفع المطلوب (required thrust) المتزايد ، كما في الشكل 4.5

Figure 4.5 | Thrust-velocity curve for a propeller-driven aircraft.



الشكل 4.5

### مثال 4.3 منحني الدفع-السرعة للطائرة المدفوعة مروحياً

باستخدام برنامج الدفع-السرعة (T-v) المرفق مع هذا الكتاب ، أوجد نقطة التقاطع للطائرة التالية المعطيات:

الدفع المتوفر (thrust available) والدفع المطلوب (required thrust)

$$T_A = T_R = 39,600 \text{ N}$$

$$W = 150,000 \text{ N}$$

الوزن

$$S = 145 \text{ m}^2$$

مساحة الجناح

$$AR = 7.67$$

النسبة الباعية

$$e = 0.8$$

معامل كفاءة أوسوالد (Oswald efficiency)

$$C_{D,0} = 0.017$$

$$C_{L,max} = 1.4$$

$$h = 5,000 \text{ m}$$

الارتفاع

ما هي السرعة؟

$$v = 203 \text{ m/s} \quad \text{الجواب:}$$

### 4.4.2 سرعة الانهيار للطائرة (stalling speed)

السؤال المهم التالي هو ما هي أقل سرعة يمكن للطائرة أن تطير بها بطيران مستقر وارتفاع ثابت؟ نبدأ الاشتقاق بكتابة معامل الرفع

$$C_L = \frac{L}{qS} \dots\dots\dots 4.18$$

بضرب طرفي المعادلة بـ  $qS$  (حيث  $q$  هي الضغط الدينامي ويساوي  $\frac{1}{2} \rho v^2$ ) كما أخذنا في وحدة (3)) ، نحصل على

$$C_L [\frac{1}{2} \rho v^2] S = L \dots\dots\dots 4.19$$

بما أن الطائرة تطير على ارتفاع ثابت ، مقدار الرفع  $L$  يساوي الوزن  $W = mg$  ، لذا تصبح المعادلة

$$\frac{C_L \rho v^2 S}{2} = W \dots\dots\dots 4.20$$

بإعادة ترتيب المعادلة نحصل على

$$v = \sqrt{\frac{2W}{r S C_L}} \dots\dots\dots 4.21$$

من معادلة 4.21 نستنتج أن السرعة الصغرى تحصل عندما يصل معامل الرفع إلى قيمته القصوى. عرفنا أن أقصى قيمة لـ  $C_L$  هي  $C_{L,max}$  معامل الرفع عند الانهيار (stalling). إذن أقل سرعة يمكن للطائرة أن تطير بها لطيران مستقيم وعلى ارتفاع ثابت تسمى سرعة الانهيار (stalling speed)  $v_{stall}$ ، وتعطى بالمعادلة التالية

$$v_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{r S C_{L,max}}} = \sqrt{\frac{2}{r C_{L,max}} \left( \frac{W}{S} \right)} \dots\dots\dots 4.22$$

لطائرة (حقيقية) معينة جميع الحدود في معادلة 4.22 تبدو ثابتة. مساحة الحناح والكتلة ومعامل الرفع لا تتغير. مشكلة السرعة الصغرى تحصل خلال النهوض (takeoff) والخط (landing)، حيث تواجه الطائرة أقل سرعتها، لتقليل سرعة الانهيار تكون الطائرة مزودة بأدوات رفع-عالي (high-lift devices) مثل القلابات (flaps)، كما ناقشنا سابقاً. يستطيع الطيار زيادة مساحة وتحذب الجناح بواسطة القلابات، والتي هي بالتالي تسبب زيادة المقام في معادلة 4.22. والنتيجة الصافية هي تناقص  $v_{stall}$  بصورة فعالة. لاحظ أنه في الصيغة الثانية لسرعة الانهيار في معادلة 4.22 كتبنا النسبة  $W/S$  بصورة منفصلة. هذا للإشارة إلى أهمية هذه النسبة المعروفة باسم تحميل الجناح (wing loading)، وهي مقياس يستخدم في أداء الطائرات.

#### مثال 4.4 طائرة في الانهيار (stall)

عد إلى مثال 4.2 لنفس الطائرة في الطيران المستقر وعلى ارتفاع ثابت، ما هي سرعة الانهيار؟  
الحل:

$$v_{stall} = \sqrt{\frac{2}{r C_{L,max}} \left( \frac{W}{S} \right)} = \sqrt{\frac{2}{r(1.4)} \left( \frac{711,235 N}{145 m^2} \right)}$$

حيث أن كثافة الهواء عند ارتفاع 5,000m تساوي  $0.73762 kg/m^3$  (يمكن ان نحصل عليها من برنامج FoilSim الذي أخذناه في وحدة 3)

الجواب:  $v_{stall} = 99 m/s$

#### 4.4.3 النسبة القصوى لـ الرفع-إلى-المقاومة

النسبة القصوى للرفع-إلى-المقاومة  $(L/D)_{\max}$  لها أهمية كبرى لكثير من حسابات كفاءة الطيران. هي مقياس للكفاءة الأيروديناميكية الكلية للطائرة. (للعلم  $(L/D) = (C_L/C_D)$ )

قيمة معامل الرفع  $C_L$  التي تصل عندها نسبة الرفع-إلى-المقاومة إلى قيمتها القصوى هي (الاشتقاق في الكتاب الأصلي)

$$C_{L,(L/D)\max} = \sqrt{C_{D,o} p e AR} \dots\dots\dots 4.27$$

حيث e هي معامل الفاعلية الباعي (أنظر الدرس 3.3.2) والقيمة القصوى للرفع-إلى-المقاومة هي

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\max} = \frac{p e AR}{2C_{L,(L/D)\max}} \dots\dots\dots 4.29$$

قيم نموذجية للقيم القصوى للرفع-إلى-المقاومة لبعض أنواع الطائرات معطاة في الجدول التالي  
الجدول 4.1

$(L/D)_{\max}$	نوع الطائرة
40-25	طائرة شراعية حديثة
20-12	طائرة نفاثة مدنية
4 - 9	طائرة مقاتلة فوق صوتية

#### 4.4.4 طاقة ومدى الطائرة

في هذا الدرس سوف نأخذ المعادلات التي تعطي المدى والاطاقة للطائرة. المدى (range) يعرف بالمساحة التي يمكن للطائرة أن تقطعها بخزان وقود. والاطاقة تعرف بالزمن الكلي الذي يمكن للطائرة أن تبقى فيه في الجو بخزان وقود. المدى والاطاقة لا يعتمدان فقط على الخصائص الأيروديناميكية بل أيضاً على خصائص المحركات. لذا لا بد أن نفرق بين الطائرة المدفوعة مروحياً بالمحرك الكباس (Piston-engine) ، والطائرة النفاثة (Propeller driven aircraft) ، (jet powerd aircraft). أولاً نأخذ الطائرات المدفوعة مروحياً ثم النفاثة. لنعرف بعض كميات الكتلة المهمة:

§  $m_o$  تساوي كتلة الطائرة دون وقود ، وحدتها kg

§  $m_f$  كتلة الوقود (fuel) ، وحدتها kg

§  $\dot{m}_f$  معدل تدفق كتلة الوقود (fuel mass flow) ، وحدتها kg/s ، وتعني كتلة الوقود التي يستهلكها المحرك لكل وحدة زمن .

§  $m$  الكتلة الاجمالية (gross mass) وهي كتلة الطائرة زائد كتلة الوقود أي

$$m = m_o + m_f$$

الاطاقة والمدى للطائرة المدفوعة مروحياً

المحرك الكباس (piston engine) (أو المحرك الترددي (reciprocating engine)) يحرق الوقود في اسطوانات ويستخدم الطاقة الناتجة لتحريك كباسات (pistons) والتي بدورها توصل القدرة (Power) إلى عمود مرفقي (crank shaft) والذي تثبت عليه المروحة. القدرة الواصلة إلى العمود المرفقي تسمى قدرة فرملية لعمود الدوران  $P$  (shaft brake power) . المروحة تستخدم هذه القدرة الواصلة إليها من العمود المرفقي لتدفع (Propel) الطائرة. نقوم بذلك بفاعلية  $h$  ، والتي هي دائماً أقل من 1 . لذا فإن القدرة المطلوبة من المحرك للتغلب على المقاومة  $D$  والطيران عند السرعة  $v$  بمروحة لها الفاعلية  $h$  تعطى بالمعادلة

$$P = \frac{1}{h} D v \dots\dots\dots 4.30$$

المحرك الكباس يستهلك الوقود بمعدل  $\dot{m}_f$  . كتلة الوقود التي يحتاجها المحرك لكل وحدة طاقة منتجة يرمز لها بالرمز  $c$  ووحدتها هي كيلوجرام لكل جول (kg/J) .

نستطيع استبدال  $P$  بـ  $\dot{m}_f / c$  وتعويضها في معادلة 4.30 ثم نتابع الاشتقاق (كما في الكتاب الأصلي) لنصل إلى معادلة المدى، وهي

$$R = \frac{h}{c} \frac{L/D}{g} \ln \left( 1 + \frac{m_f}{m_o} \right) \dots\dots\dots 4.35$$

وتسمى معادلة بريجوت للمدى (Breguet range equation) . من هذه المعادلة نستنتج أنه إذا أردنا الوصول إلى أقصى مدى ممكن ، تحتاج إلى أن تطير عند أقصى نسبة رفع-إلى-مقاومة (للعلم  $(L/D) = (C_L / C_D)$ )

معادلة الاطاقة (الاشتقاق في الكتاب الأصلي) هي :

$$E = \frac{h}{c g^{3/2}} \sqrt{2 r_\infty} S \left( \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{m_o}} - \frac{1}{\sqrt{m_o + m_f}} \right) \dots\dots\dots 4.39$$

هذه المعادلة تسمى معادلة بريجوت للطاقة (Breguet Endurance equation) . من هذه المعادلة نستنتج أنه من أجل أقصى إطاقه يجب أن تطير الطائرة عند أقصى  $C_L^{3/2} / C_D$  . (هناك خطأ في المعادلة في الكتاب الأصلي وتم التعديل هنا).

#### الإطاقة والمدى للطائرة النفاثة

المحرك النفاث ينتج الدفع بواسطة احتراق يرفع حرارة الهواء الداخل ويخرجه عند سرعة أعلى خلال منفث (nozzle) . المحرك النفاث يستهلك الوقود بمعدل  $\dot{m}_f$  . وزن الوقود الذي يحتاجه المحرك لكل وحدة دفع لكل وحدة زمن ينتجه المحرك يرمز له بالرمز  $m$  ، ووحدته هي N/(N.s) . إذن الدفع الناتج من المحرك بدلالة  $m$  هو ببساطة

$$T = \frac{\dot{m}_f g}{m} \dots\dots\dots 4.40$$

الإطاقة تعطى بالمعادلة التالية (الاشتقاق في الكتاب الأصلي)

$$E = \frac{1}{m} \frac{C_L}{C_D} \ln \left( 1 + \frac{m_f}{m_o} \right) \dots\dots\dots 4.40$$

كي تبقى الطائرة في الجو لأطول وقت ممكن يجب أن تطير عند أقصى  $L/D$  . المدى  $R$  للطائرة يعطى بالمعادلة (الاشتقاق في الكتاب الأصلي)

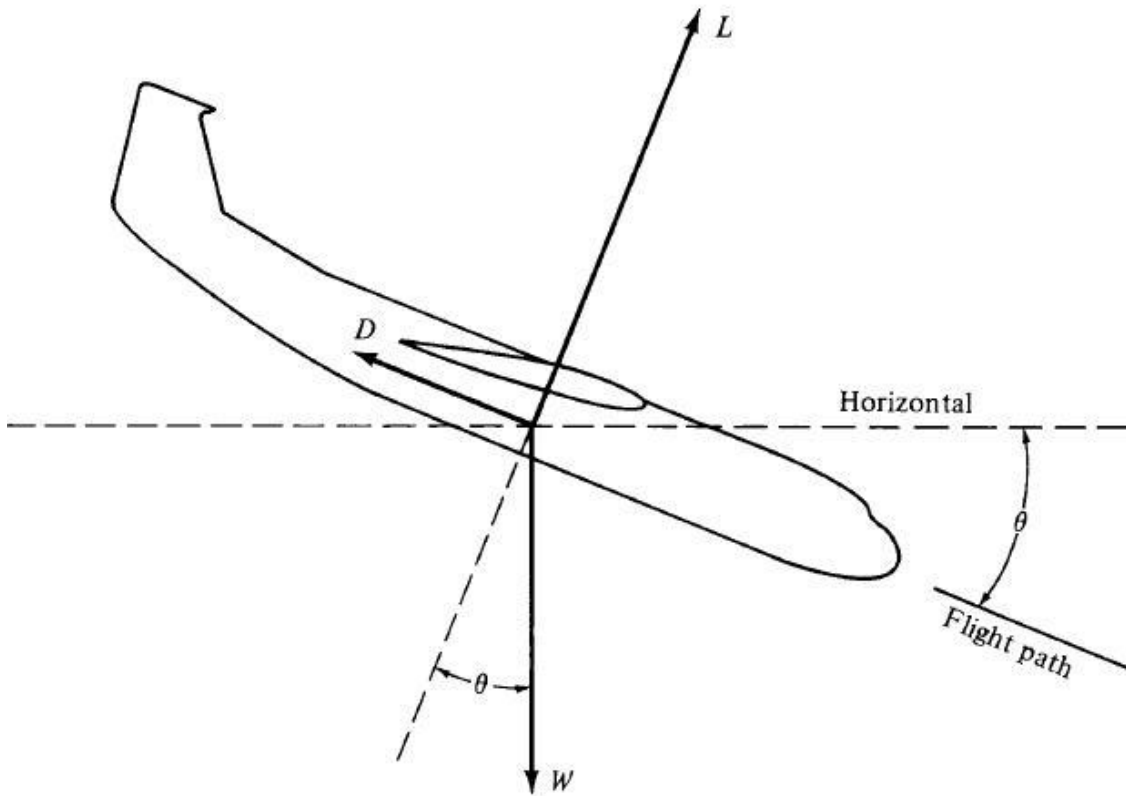
$$R = \frac{2}{m} \sqrt{\frac{2g}{r_\infty S}} \left( \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) \left( \sqrt{m_o + m_f} - \sqrt{m_o} \right) \dots\dots\dots 4.50$$

مقياس الأداء الذي سسناقشه هو كيف تنزلق طائرة معينة

#### 4.4.5 الطيران الانزلاقي

لنأخذ الآن الحالة الخاصة للطيران الانزلاقي (أي بدون دفع محركات) . في هذه الحالة الدفع يساوي صفر وممر الطيران مستقر لكنه ليس على ارتفاع ثابت . الشكل 4.6 يوضح رسمة الجسم الحر لطائرة في وضع انزلاق متزن .

**Figure 4.6 |** Free Body Diagram of an aircraft in a gliding flight.



الشكل 4.6

من الشكل 4.6 معادلات توازن القوى هي

$$L = m g \cos q \dots\dots\dots 4.52$$

$$D = m g \sin q \dots\dots\dots 4.53$$

لحساب زاوية الانزلاق نقسم معادلة 4.35 على 4.52 لنحصل على

$$\tan q = \frac{1}{L/D}$$

للحصول على أقصى مدى يجب أن تكون زاوية الانزلاق أقل ما يمكن والذي يحصل عندما تكون نسبة الرفع-إلى-المقاومة أقصى ما يمكن:

$$\tan q_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$



الطيران الانزلاقي هو توضيح ممتاز لكيفية تأثير نسبة الرفع-إلى-المقاومة على الأداء الايرودينامي الكلي للطائرة . الآن ننتقل إلى آخر صنف لأداء الطيران وهو الطيران المتسارع.

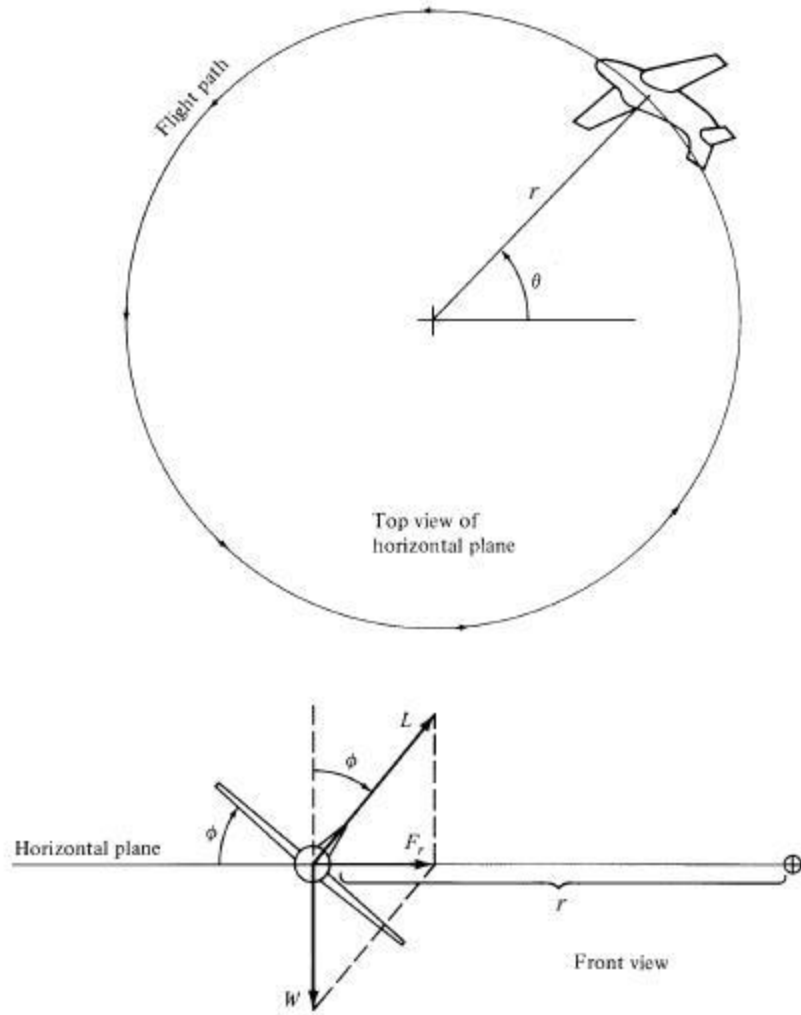
## 4.5 الطيران المتسارع

في هذا الدرس سوف نتحدث عن أداء الطيران للطائرة المعرضة لتسارع مركزي ( acceleration radial ) ، والذي يسبب ممر طيران منحنى . بالتحديد نتكلم عن ثلاث حالات خاصة ، دوران بارتفاع ثابت (level flight) ومناورة سحب ( pull-up maneuver ) ومناورة الدفع ( pushdown maneuver) . كجزء من النقاش سنأخذ قيمة نسميها معامل التحميل ؛ والتي تسمح لنا بتحديد نمط الطيران - (أي الغلاف (envelope) التشغيلي للطيران) الذي يمكن للطائرة أن تطير به - كاقتران يعتمد على السرعة.

### 4.5.1 الطيران الدوراني (turning flight)

الدوران بارتفاع ثابت لناخذ طائرة تقوم بدوران على ارتفاع ثابت (أي دوران أفقي) . لكي تحصل على مثل هذا الطيران يجب على الطيار أن يحرف الجنيحين (ailerons) . بحيث أن متجه الرفع على أحد الأجنحة أقل منه على الآخر ؛ مما يسبب محصلة عزم حول المحور الطولاني للطائرة وينتج زاوية يصنعها الجناح مع المحور الأفقي تسمى زاوية الميل  $f$  ( bank angle) مشهد علوي ومشهد جانبي لطائرة تقوم بدوران على ارتفاع ثابت مبين في الشكل 4.7 .

**Figure 4.7** | The diagrams show a top view and a front view of an aircraft making a level turn.



الشكل 4.7

من الشكل 4.7 يمكن أن نشاهد بسهولة أن وزن الطائرة يساوي المركبة الرأسية لمتجه الرفع، لذا نكتب :

$$L \cos f = W = mg \dots\dots\dots 4.57$$

المركبة الأفقية لمتجه الرفع تعمل كقوة جذب مركزي (Centripetal Force) للدوران، وهي بالاتجاه المركزي ونمز لها بالرمز  $F_r$  ، لذا نكتب :

$$F_r = L \sin f = \sqrt{L^2 - W^2} \dots\dots\dots 4.58$$

من المناسب الآن تعريف معامل التحميل (load factor) :

$$n = \frac{L}{W} \dots\dots\dots 4.59$$

من البديهي أن الطائرة أو أي آلة أخرى يمكنها تحمل كمية محدودة من القوة (أو التسارع) المؤثرة عليها قبل أن يحصل انهيار بنيوي (structyral failure) . للطائرة من النموذجي تحديد النطاق التشغيلي بدلالة معامل التحميل  $n$ ، لاحقاً سوف نناقش النطاق المسموح لمعامل التحميل بتفصيل أكثر. نستطيع الآن كتابة زاوية الميل  $f$  بدلالة معامل التحميل

$$f = a \cos\left(\frac{1}{n}\right) \dots\dots\dots 4.60$$

لنشتق الآن صيغة لنصف قطر الدوران (turning radius) للطائرة في طيران على ارتفاع ثابت لمعامل تحميل معين . نعيد كتابة معادلة 4.58 بدلالة معامل التحميل

$$F_r = \sqrt{L^2 - W^2} = W \sqrt{n^2 - 1} \dots\dots\dots 4.61$$

من الفيزياء نتذكر أن قوة الجذب المركزي اللازمة كي يبقى جسم كتلته  $m$  يدور تعطى بالعلاقة

$$F_r = \frac{mv^2}{r} = \frac{W}{g} \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots 4.62$$

حيث  $r$  هو نصف القطر و  $g$  تسارع الجاذبية الأرضية . وبمساواة معادلة 4.61 بمعادلة 4.62 نستطيع الحصول على نصف قطر الدوران، أي

$$r = \frac{v^2}{g \sqrt{n^2 - 1}} \dots\dots\dots 4.63$$

كذلك نستطيع تحديد معامل التحميل المؤثر على طائرة تقوم بدوران على ارتفاع ثابت بنصف قطر محدد:

$$n = \sqrt{\frac{v^4}{r^2 g^2} - 1} \dots\dots\dots 4.64$$

معدل الدوران (turn rate) هي السرعة الزاوية (angular velocity) للطائرة  $\frac{dq}{dt}$ ، وهي

ببساطة

$$\frac{dq}{dt} = w = \frac{v}{r} \dots\dots\dots 4.65$$

بتعويض معادلة 4.63 في معادلة 4.65 نحصل على معدل الدوران على شكل اقتران يعتمد على معامل التحميل والسرعة للطائرة

$$w = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{v} \dots\dots\dots 4.66$$

#### مثال 4.5 نصف قطر الدوران لطائرة F-16

للطائرات العسكرية عالية الأداء؛ ليست البنية هي التي تحدد معامل التحميل الأقصى، بل تحمل الطيار . معامل التحميل عادةً يعطى بـ  $g$ 's (أي  $1g, 2g, 6.5g, \dots$ ) حيث  $g$  هي تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي  $9.81m/s^2$  . مقاتلة الـ F-16 مصممة بحيث أن الطائرة والطيار يستطيعان تحمل معامل تحمل (أي تسارع) مقداره  $9g$  أو أكثر . نصف قطر الدوران للـ F-16 المعرضة لمعامل تحميل  $9g$  وتطير بسرعة دون صوتية (نقل 800 كيلومتر في الساعة) كبير نسبياً :

$$r = \frac{v^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{(222m/s)^2}{9.81m/s^2 \sqrt{9^2 - 1}} = 563m$$

لقيم أعلى لـ  $n$  يمكن أن نقوم بالتقريب التالي:

$$r = \frac{v^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} \approx \frac{v^2}{gn} \quad \text{for } n \gg 1$$

الرفع بدلالة السرعة هو

$$L = \frac{1}{2} r_{\infty} v^2 S C_L$$

بإعادة ترتيب المعادلة السابقة بدلالة مربع السرعة نحصل على

$$v^2 = \frac{2L}{r_{\infty} S C_L}$$

بإمكاننا تعويض  $v^2$  (من المعادلة السابقة) و  $n$  (من معادلة 4.59) في معادلة  $r$  لنحصل على

$$r = \frac{2}{r_{\infty} C_L} \frac{W}{g S}$$

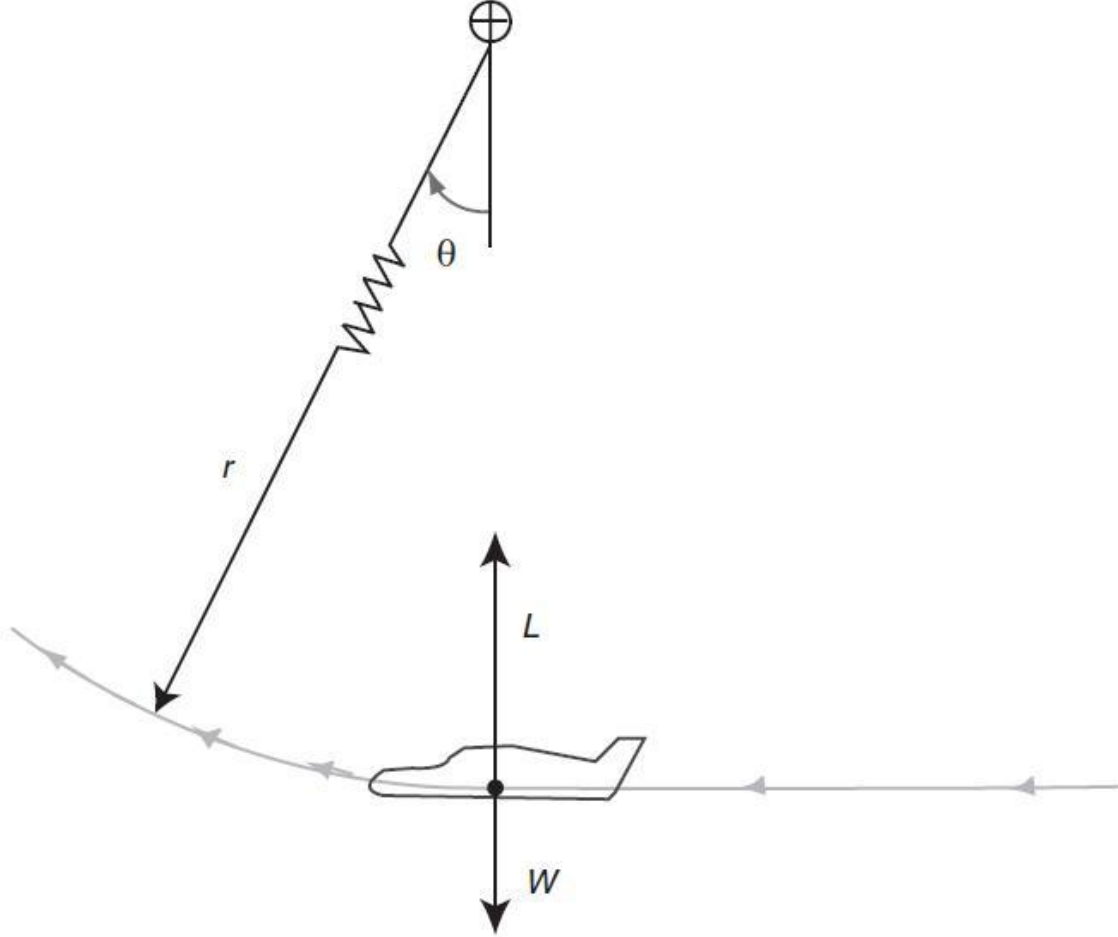
حيث كتبنا نصف قطر التدوير  $r$  لمعاملات التحميل العالية بدلالة تحمل الجناح (wing loading)  $W/S$  .

#### مناورة السحب Pull-Up Maneuver

في مناورة السحب تكون الطائرة ابتداءً تطير بطيران مستقيم وعلى ارتفاع ثابت ، لذا  $L=W$  . ثم يقوم الطيار بسحب عمود التحكم (الـ yoke) ليحرف كلا الجنيحين (aileron)

لينتج المزيد من الرفع . بسبب الزيادة في الرفع تدور الطائرة إلى الأعلى . المناورة مبينة في الشكل 4.8

**Figure 4.8 |** The diagram shows an aircraft in a pullup maneuver.



الشكل 4.8

كما يظهر الشكل فإن ممر الطيران ينحني في مستوى عمودي على الأرض بمعدل دوران

$$w = \frac{dq}{dt} \text{ . القوة المحصلة } F_r \text{ المؤثرة على الطائرة تعطى بالعلاقة}$$

$$F_r = L - W = W(n - 1) \dots\dots\dots 4.67$$

بالتفكير بهذه القوى على أنها قوة جذب مركزي للدوران نحصل على

$$F_r = \frac{mv^2}{r} = \frac{W}{g} \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots 4.68$$

نساوي معادلة 4.67 بمعادلة 4.68 ونحل لـ r لنحصل على

$$r = \frac{v^2}{g(n-1)} \dots\dots\dots 4.69$$

ومنها معامل التحميل بدلالة نصف قطر الدوران والسرعة يعطى بـ:

$$n = \frac{v^2}{r g} + 1$$

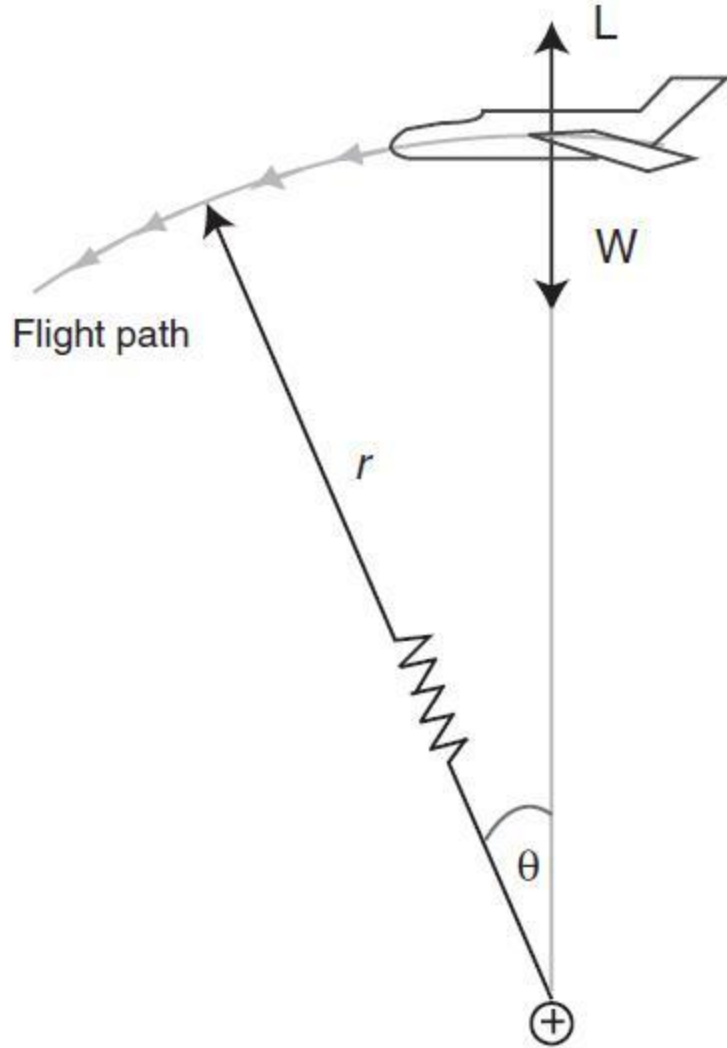
معدل الدوران (turning rate) w يحسب بالمعادلة

$$w = \frac{v}{r} = \frac{g(n-1)}{v}$$

### مناورة الدفع Pushdown Maneuver

في الحالة الثالثة والأخيرة ، مناورة الدفع ، نكون الطائرة ابتداءً في طيران بخط مستقيم وارتفاع ثابت ثم يدفع الطيار عمود التحكم (الـ yoke) ليحرف كلا الجنيحين ailerons للحصول على رفع أقل . لأن  $W > L$  فإن الطائرة سوف تدور للأسفل . المناورة مبينة في الشكل 4.9

**Figure 4.9** | The diagram shows an aircraft in a “pushdown” maneuver.



الشكل 4.9

لا بد من الإشارة إلى أن ملاحظة تنبيهية هنا . بينما تستطيع الطائرة القيام بدوران كامل (دائرة) في حالة مناورة السحب ؛ إلا أنها لا تستطيع القيام بدوران كامل للأسفل. لهذا السبب الحسابات التالية هي فقط نظرية.

باتباع نفس الطريقة السابقة لتحديد نصف قطر ومعدل الدوران ، نحصل على

$$F_r = W - L = W(1 - n) = \frac{W}{g} \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots 4.72$$

بالحل لـ r نحصل على المعادلة التالية

$$r = \frac{v^2}{g(1-n)} \dots\dots\dots 4.73$$

بإعادة ترتيب معادلة 4.73 لإنتاج معامل تحميل بدلالة نصف القطر نحصل على

$$n = 1 - \frac{v^2}{rg} \dots\dots\dots 4.74$$

نلاحظ أن معامل التحمي لسالب لهذا النوع من المناورة. معدل الدوران هو

$$w = \frac{g(1-n)}{v} \dots\dots\dots 4.75$$

#### 4.5.2 الرسم البيانية لـ V-n (V-n digram)

نحدد الآن غلاف (envelope) الطيران لطائرة - أي المنطقة التي يمكن فيها للطائرة أن تشتغل - بدلالة السرعة والحمل البنيوي (structural load). الرسم البيانية لغلاف الطيران تسمى عادة الرسم البيانية لـ V-n (V-n digram) هناك نوعان من الحدود (boundaries) التشغيلية للطائرة .

§ الأيرودينامية

§ البنيوية

باستدكار تعريف معامل التحميل ، معادلة 4.59 وبتعويض معادلة 4.19 للرفع:

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho v^2 C_L S}{W} \dots\dots\dots 4.76$$

بكتابة n بدلالة تحميل الجناح (wing loading) ، لدينا المعادلة التالية التي تربط سرعة الطيران v بمعامل التحميل n:

$$n_{\max} = \frac{\frac{1}{2} \rho C_{L,\max}}{W/S} v^2 \dots\dots\dots 4.77$$

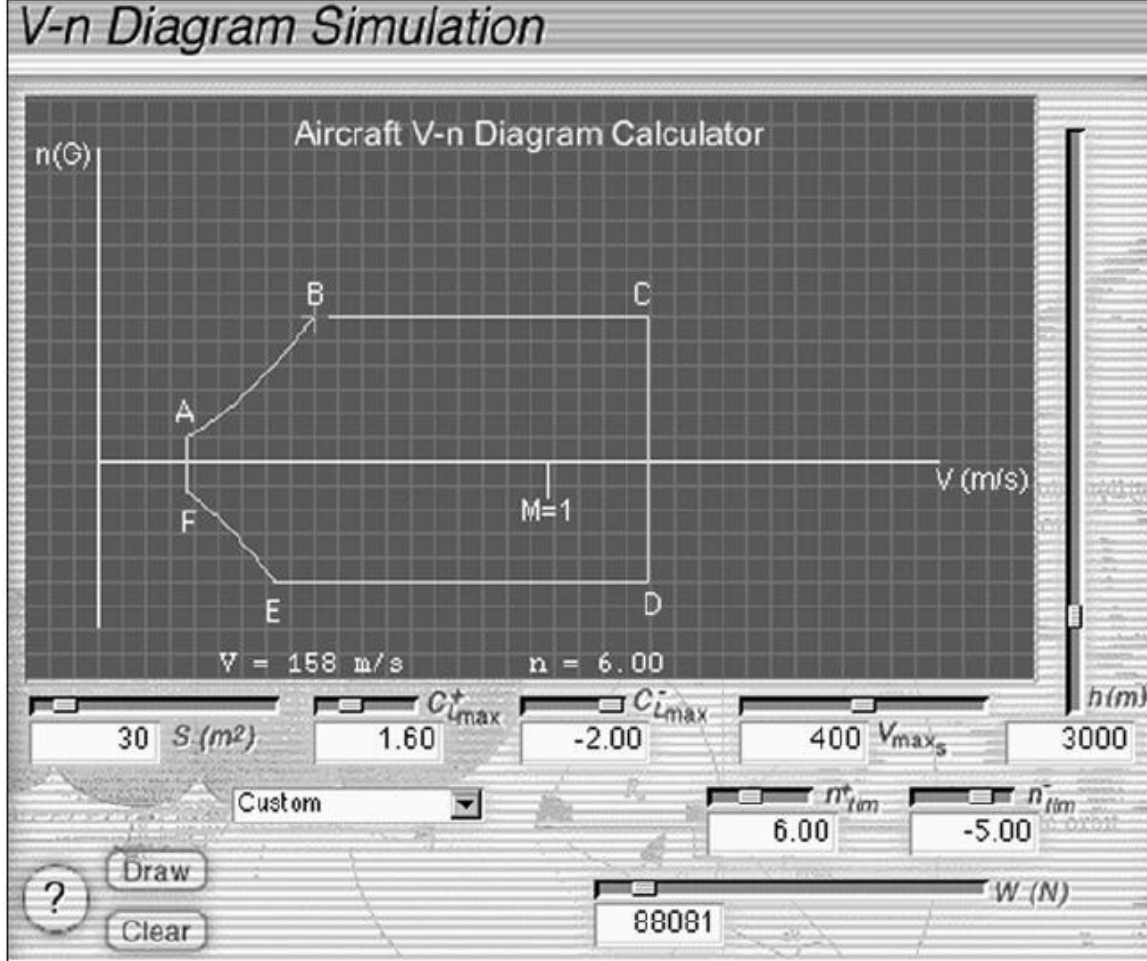
لاحظ أن استخدامنا  $C_{L,\max}$  بدل  $C_L$  لأننا نريد القيمة القصوى لـ n عند v معينة.

كما أشرنا سابقاً يمكن للطائرة أن تشتغل فقط نطاق محدود من معاملات التحميل بسبب الاعتبارات البنيوية. معامل تحميل أكبر من معامل التحميل الحدي (limit load factor) يسبب تشوه دائم (permanent deformation) في البنية . إذا كان معامل التحميل يفوق معامل التحميل الأقصى (ultimate load factor) فإن الطائرة معرضة لانهييار بنيوي، بلغة أخرى تتكسر. من وجهة نظر تشغيلية، من الواضح أنه يجب أن نشغل عند أقل من معامل التحميل



الحدى. برسم معادلة 4.77 وأخذ معامل التحميل الحدى بالحسبان ، يمكن الحصول على الرسمة البيانية V-n ، والتي هي مبينة في الشكل 4.10

**Figure 4.10 |** V-n diagram, or flight envelope, for a Cessna Citation-like aircraft.



الشكل 4.10

لنناقش حدود (boundaries) غلاف (envelope) الطيران . النقطة A هي للسرعة الصغرى ومعامل تحميل موجب. المنحنى AB هو حد الانهيار (stall speed) ، والذي هو حد (limit) ايرودينامي مفروض على معامل التحميل المحكوم لـ  $C_{L,max}$  . الطيران خارج هذه المنطقة - (أعني للييسار) - المُعلَّمة بالمنحنى AB يعني طيران لا يمكن الحصول عليه لأنه لسرعة ثابتة على المنحنى AB عندما تزداد زاوية الهجوم ، فإن الجناح ينهار (stall) ومعامل الحمل يتناقص . عندما تزداد السرعة يزداد معامل الأمان إلى حين الوصول إلى  $n_{max}$  عند النقطة B . عند النقطة B يكون معامل الرفع و n عند أعلى قيم ممكنة يمكن الحصول عليها ضمن

غلاف الطيران. السرعة عند النقطة B تسمى سرعة الحافة (corner velocity) أو نقطة المناورة (maneuver point) ويرمز لها بالرمز  $v^*$  وتحسب كالتالي

$$v^* = \sqrt{\frac{2n_{\max}}{r} \frac{C_{L,\max}}{S} \frac{W}{S}} \dots\dots\dots 4.78$$

نقطة المناورة توفر أداء مثالي لأنه من معادلة 4.73 و 4.75 نستنتج أنه عند هذه النقطة يكون هناك أقل نصف قطر دوران مع أعلى معدل دوران ممكن. الخط الأفقي BC يعطي معامل التحميل الحدي الموجب، بينما الخط CD هو الحد (limit) البنوي للسرعة القصوى (-high speed structural limit). السرعة عند الخط CD تسمى سرعة الانقراض الانتهائية (terminal dive velocity). الخط الأفقي ED هو معامل التحميل الحدي السالب. تكون قيمة معامل التحميل الحدي الموجب عادة أكبر من قيمة معامل التحميل الحدي السالب. المنحنى AF هو حد الانهيار (stall limit) لزوايا الهجوم السالبة.

#### مثال 4.6 المحاكاة لـ V-n

استخدم برنامج المحاكاة V-n المرفق مع هذا الكتاب، أوجد غلاف الطيران لطائرة Boeing727 ، التي لها الخصائص التالية:

$$\begin{aligned} \text{ارتفاع الطيران: } & 10,000\text{m} \\ C_{L+} &= 1.4 \quad , \quad S = 145\text{m}^2 \\ C_{L-\max} &= -2 \quad , \quad v_{\max} = 300\text{m/s} \\ W &= 711,235\text{N} \end{aligned}$$

ما هي سرعة معامل التحميل عند نقطة المناورة؟

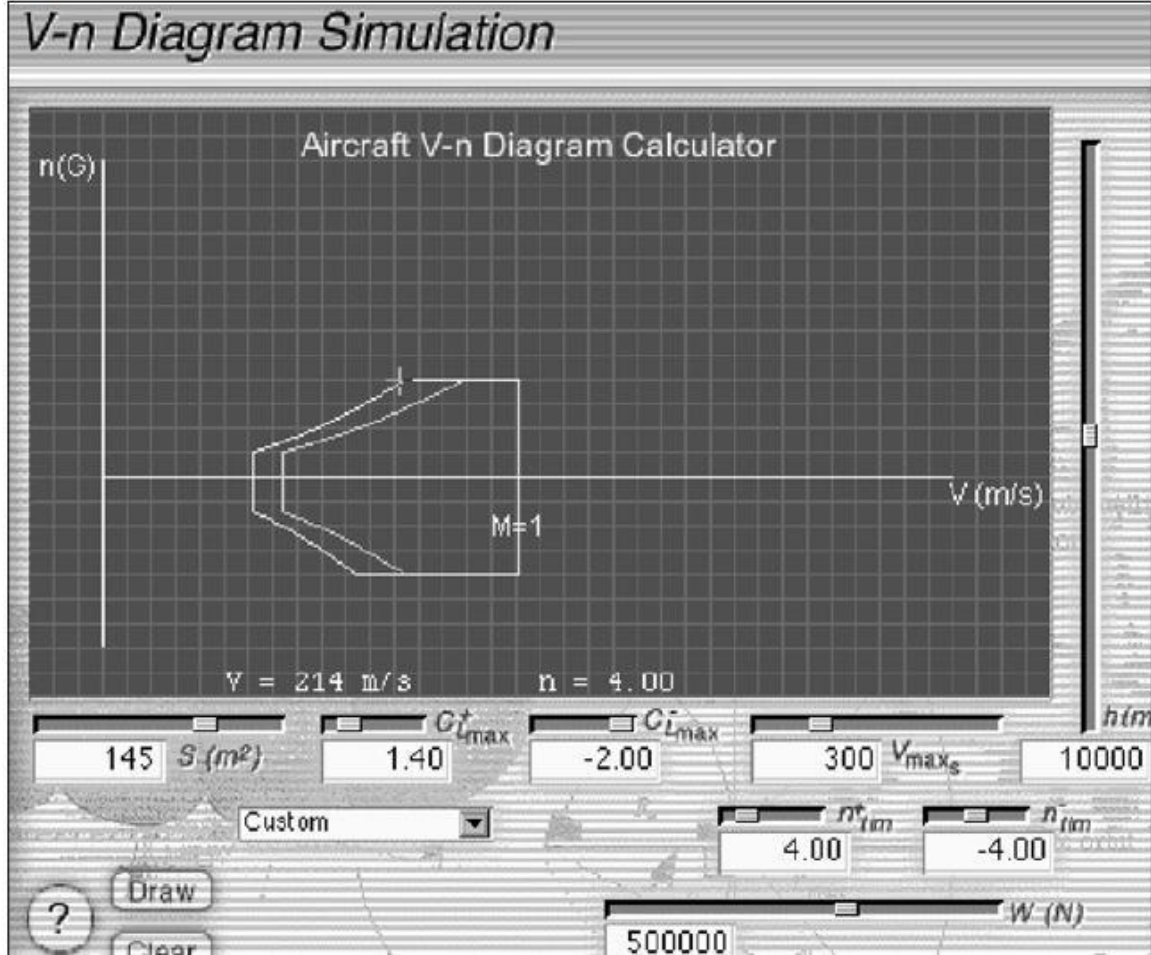
$$\text{الجواب: } v=261\text{m/s}$$

إذا أنقصنا وزن الطائرة إلى 500,000N ، صف بكلمات كيف يتغير غلاف الطيران ؛ وأعط سرعة الحافة الجديدة.

الجواب: غلاف الطيران يتمدد عندما يتناقص الوزن خصوصاً المناطق التابعة لـ AB و EF حيث تتزاح (shift) إلى اليسار . سرعة المناورة أو سرعة الحافة هي أقل من السابق، وتساوي

$$v=215\text{m/s} \text{ (أنظر الشكل 4.11)}$$

**Figure 4.11** | Expanding the  $V$ - $n$  diagram flight envelope of an aircraft.



الشكل 4.11

في هذه الوحدة ناقشنا أداء الطائرة، وركزنا على سرعة الطائرة والمدى والاطاقة. قدمنا نموذج لدراسة دينامية الطيران. بواسطة حل معادلات الحركة. ناقشنا الطيران المستقر حيث أوضحنا العلاقة بين الدفع والسرعة. سرعة الانهيار (stall). ورأينا أن النسب القصوى للرفع- إلى-المقاومة تؤثر كثيراً على حسابات أداء الطيران. كما أخذنا معادلات الاطاقة والمدى للطائرتين المدفوعة مروحياً والنفائثة. وأخذنا الطيران المستقر على ارتفاع غير ثابت (الانزلاق). ثم أخذنا الطيران المتسارع (الطيران الدوراني والمانورة). ثم أخذنا غلاف الطيران أو الرسم البيانية لـ  $V$ - $n$ ، حيث جمعنا بين حدود (boundaries) سرعة الطائرة والتحميل الحدي.

#### مسائل

4.2 أشرح سبب أهمية معرفة كمية وتوزيع الوقود والحمولة في الطائرة قبل الطيران.

4.4 افترض نفسك طيار يقود طائرة متعددة المحركات، وأثناء الطيران علقت الدفة ولم تعد قادراً على تحريكها. هل تستطيع التفكير بطريقة لاحداث عزم انعراج (yawing) دون الحاجة إلى الدفة؟

4.6 أحسب الدفع المطلوب للطائرة النفاثة Canadiar busniss jet challenger كي تحافظ على طيران مستقر بسرعة 350Kn عند ارتفاع ثابت مقداره 6,500m . افترض الخصائص التالية للطائرة

الوزن  $W=16,350\text{kg}$

مساحة الجناح  $S = 48.31\text{m}^2$

الطول الباعي  $b = 19.61\text{m}$

$C_{D,o} = 0.02$

Oswald efficiency factor  $e=0.8$

ملاحظة (0.51444m/s=1Kn)

4.7 عند سرعة ونصف قطر تدوير معينين ، أيهما يعطي معامل تحميل أعلى "الدوران بارتفاع ثابت" أو "مناورة السحب" ؟ لماذا؟

4.8 أحسب سرعة الحط (landing) الصغرى للطائرة قصيرة إلى متوسطة المدى Boeing737-300 ، حيث أن وزنها (عند الحط) 40,000kg . مساحة الجناح هي  $105\text{m}^2$  ومعامل الرفع عند القلابات (flaps) هو 2.3 . ارتفاع المطار عن سطح البحر هو 1,600m .

4.9 طائرة شراعية أطلقت (تُرِكِت) من ارتفاع 1800m وطارت على  $L/D$  قيمتها 22 . كم هي المسافة التي يمكن للطائرة أن تقطعها؟

4.10 طائرة تطير بطيران مستقر بسرعة 225Kn وعلى ارتفاع ثابت. بدأت القيام بدوران بارتفاع ثابت بزواوية ميل (banking angle)  $f$  مقدارها  $30^\circ$  من أجل أن تعكس اتجاهها. افرض أن الطائرة حافظت على سرعتها . كم من الوقت يلزم لطائرة حتى تعكس اتجاهها (أي بـ 180 درجة)؟ ما هو نصف قطر الدوران للطائرة؟  
ملاحظة (0.51444m/s=1Kn)

4.11 أحسب النسبة القسوى للرفع-إلى-المقاومة للطائرة النفاثة والتي لها الخصائص التالية

$$b = 19.61m \quad \text{الطول الباعى للجناح}$$

$$S = 48.31m^2 \quad \text{مساحة الجناح}$$

$$C_{D,o} = 0.02$$

Oswald efficiency factor  $e=0.8$

4.12 بعض الطائرات مثل الطائرة F-22 Raptor ، عندها خاصية تعديل متجه الرفع (

thrust vectoring). عن طريق تغيير شكل المنفث (nozzle) أثناء الطيران يتم تغيير اتجاه الدفع حول محور الخطران أو محور الانعراج. اشتق معادلات ثنائية الأبعاد لحركة الطائرة التي لها امكانية تعديل متجه الرفع للخطران (pitch thrust vectoring) .

4.13 طائرة تمتلك محركين نفاثين عاليي الدفع (2 high thrust turbo fan engines) ولها

الخصائص التالية: الكتلة الاجمالية  $32,400kg$  . وكل محرك له دفع مقداره  $120KN$  ، وسعة وقود  $7.2m^3$  من وقود JP-4 النفاث . مساحة الجناح  $50m^2$  والطول الباعى للجناح  $15m$  ، و  $C_{D,0} = 0.032$  ، معامل فاعلية الجناح (wing efficiency factor)  $e=0.87$  . افرض أن كثافة الوقود JP-4 هي  $710kg/m^3$

افرض أن استهلاك الوقود الكلي هو  $1N$  من الوقود لكل نيوتن من الدفع لكل ساعة من التشغيل، أحسب المدى  $R$  . علماً أن الطائرة تطير عند ارتفاع ثابت مقداره  $8,000m$  عند السرعة  $v_{max}$

4.14 قدر المدى والاطاقة للطائرة Airbus A340-300 ذات أربع محركات نفاثة . افرض أن

الطائرة تطير بطيران مطرد بسرعة ماخ  $0.82$  على ارتفاع  $10,000m$  وتحمل الحمولة

القسوى. استخدم كثافة الوقود  $800kg/m^3$  . خصائص الطائرة هي كالتالي

$$129,900 \text{ kg} \quad \text{وزن التشغيل الفارغ}$$

$$260,000 \text{ kg} \quad \text{أقصى وزن عند الاقلاع}$$

$$43,500 \text{ kg} \quad \text{وزن أقصى حمولة}$$

$$141.500m^3 \quad \text{سعة خزان الوقود}$$

$$S = 361.6m^2 \quad \text{مساحة الجناح}$$

$$b = 60.3m \quad \text{الطول الباعى للجناح}$$

$$C_{D,o} = 0.015$$

Oswald efficiency factor  $e=0.81$

المحركات: أربع محركات لكل محرك دفع أقصى مقداره  $151.1kN$  ، و  $m=2.25 \times 10^{-4} s^{-1}$  مساعده: أولاً أحسب كثافة الهواء ودرجة الحرارة عند ارتفاع مقداره  $10,000m$  من الجداول الجوية (أو من برنامج FoilSim) . لايجاد سرعة الطيران المطرد؛ أولاً أحسب سرعة الصوت ثم أحسب السرعة. أحسب النسبة الباعية للجناح وكتلة الوقود وكتلة الطائرة. أخيراً أحسب المدى والاطاقة باستخدام معاملات الرفع والمقاومة.

### قائمة ترجمة المصطلحات

Performance	أداء
Range	مدى
Endurance	اطاقة
V-n digram	رسمة V-n
Dynamic	داينامية
Maneuver	مناورة
Wing	جناح
Fuselage	جسم الطائرة
Tail	ذيل
Engine	محرك
Stabilizer	موازن
Vertical Stabilizer	موازن رأسي
Horizontal Stabilizer	موازن أفقي
Winglet	زائدة الجناح
Thrust	الدفع
Pitch	خطران
Yaw	انعراج
Roll	عطوف

Rudder	دفة	
Elevator	رافع	
Aileron	جنح	
Spoiler	مفسد	
Slat	سدفة	
Flap	قلابة	
Cockpit	وكن الطيار	
Payload	الحمل الأجر	
Stability	استقرار	
Fin	زعنفة	
Tail	ذيل	
Trim	وزانة	
Loop	تتحلق	
Deflection	حرف	
Takeoff	نهوض	
Landing	حط	
Variable	متغير	
Model	نموذج	
Ordinary Differential Equations (ODEs)	معادلات تفاضلية اعتيادية	
State Variables	متغيرات الحالة	
Control Variables	متغيرات التحكم	
Altitude	ارتفاع	
Autopilot	طيار أوتوماتي	
flight path	ممر الطيران	
flight path angle	زاوية ممر الطيران	
tangential	مماسي	
thrust-velocity curve	منحنى الدفع-السرعة	

steady	مستقر
level flight	طيران على ارتفاع ثابت
steady level flight	طيران مستقر وعلى ارتفاع ثابت
static performance	أداء ستاتي
stalling speed	سرعة الانهيار
propeller-driven aircraft	طائرة مدفوعة مروحياً
propeller aircraft	طائرة مدفوعة مروحياً
jet engine	محرك نفاث
wing loading	تحميل الجناح
Lift-to-drag ratio	نسبة الرفع إلى المقاومة
Sailplane	طائرة شراعية
Piston-engine Propeller driven aircraft	الطائرة المدفوعة مروحياً بالمحرك الكباس
Propeller aircraft	الطائرة المدفوعة مروحياً
Gliding flight	الطيران الانزلاقي
Accelerated flight	الطيران المتسارع
Radial acceleration	تسارع مركزي
Pull-up Maneuver	مناورة السحب
Pushdown Maneuver	مناورة الدفع
Level turn	دوران بارتفاع ثابت
Load factor	معامل التحميل
Bank angle	زاوية الميل
Operational	تشغيلي
Simulation	محاكاة



بسم الله الرحمن الرحيم

5

مقدمة للهندسة البنيوية

Introduction To Strucural Engineering

## 5.1 مقدمة

هذه الوحدة تتكلم عن الهندسة البنيوية. جميع التخصصات الهندسية تهتم بالتصميم البنيوي، خصوصاً هندسة الطيران والهندسة الميكانيكية والمدنية وغيرها. هذه المقدمة تعطي تعريفات أساسية وتربط بين ثلاث مبادئ مهمة في الهندسة البنيوية. ثم نأخذ مراجعة في المتجهات ثم درس في القوى والعزوم والتوازن الاستاتي. ثم نعطي مقدمة لفيزيائية قوة تؤثر على مادة صلبة (مثل جناح الطائرة). باستخدام هذه المعارف بإمكانك مباشرة تحليل الجملون truss لحساب كيف تستجيب البنى لقوة مؤثرة. في نهاية هذه الوحدة سوف تكون قادر على اجراء تحليل بنيوي وقادر على تصميم جسر أو جناح طائرة أو بنية جملون صاروخ.

### 5.1.1 تعريفات وأهداف

الهندسة البنيوية هي تطبيق على علم الاستاتيات والميكانيكا الصلبة من أجل ابتكار بُنى ذات قوة ومقاومة وقابلية استطالة بحيث تؤدي مهمة ما دون حصول انهيار (failure) ويكون وزنها أقل ما يمكن. هندسة الطيران تهتم كثيراً بتصميم البنى الخفيفة لأن تكلفة الإطلاق تتناسب مع وزن الاطلاق. الآن نأخذ بعض التعريفات لمصطلحات رئيسة في الهندسة البنيوية

- § البُنْيَة (structure): البنية تمسك الأشياء معاً، وتسد الأحمال.
- § الاستاتيات (statics): دراسة القوى والعزوم على جسم ساكن.
- § الميكانيكا الصلبة (Solid Mechanics): فرع من الميكانيكا النيوتنية وتصف التشوه الشكلي (deformation) والانهيار (failure) للمواد الصلبة.
- § الصلب (solid): مادة أو جسم صلب وهو الذي يحصل له تشوه شكلي ثم يتوقف عند التأثير بقوة ما.

§ الجسم الجسئ (Rigid body): هو جسم مثالي لا يحصل له تشوه شكلي عندما تؤثر عليه قوة خارجية

### 5.1.2 ثلاث مبادئ هامة

بإمكاننا القول بأن الهندسة البنيوية محكومة بثلاث مبادئ رئيسية، وهي: التوازن والانسجام والعلاقات التأسيسية:

1. التوازن (Equilibrium) : وهي العلاقة بين القوى.
  2. الانسجام (compatibility): وهي العلاقة بين الازاحات (displacements).
  3. العلاقات التأسيسية (constitutive relations): العلاقة بين القوى والازاحات.
- التوازن هو الموضوع الذي سنتكلم عنه في هذه الوحدة. الانسجام والعلاقات التأسيسية سنتركها لمساقات تركز على البنى. في مساق هندسة بنيوية متقدم سنتعلم أيضاً عن نظرية المرونة (theory of elasticity) وكيف تستخدم لإيجاد الاجهادات (stresses) والازاحات (displacements)، وهو موضوع خارج نطاق هذه الوحدة. قبل البدء بدراسة المبدأ الأول لحل مسائل الجملونات؛ لنأخذ مراجعة في رياضيات المتجهات.

### 5.2 المتجهات (vectors)

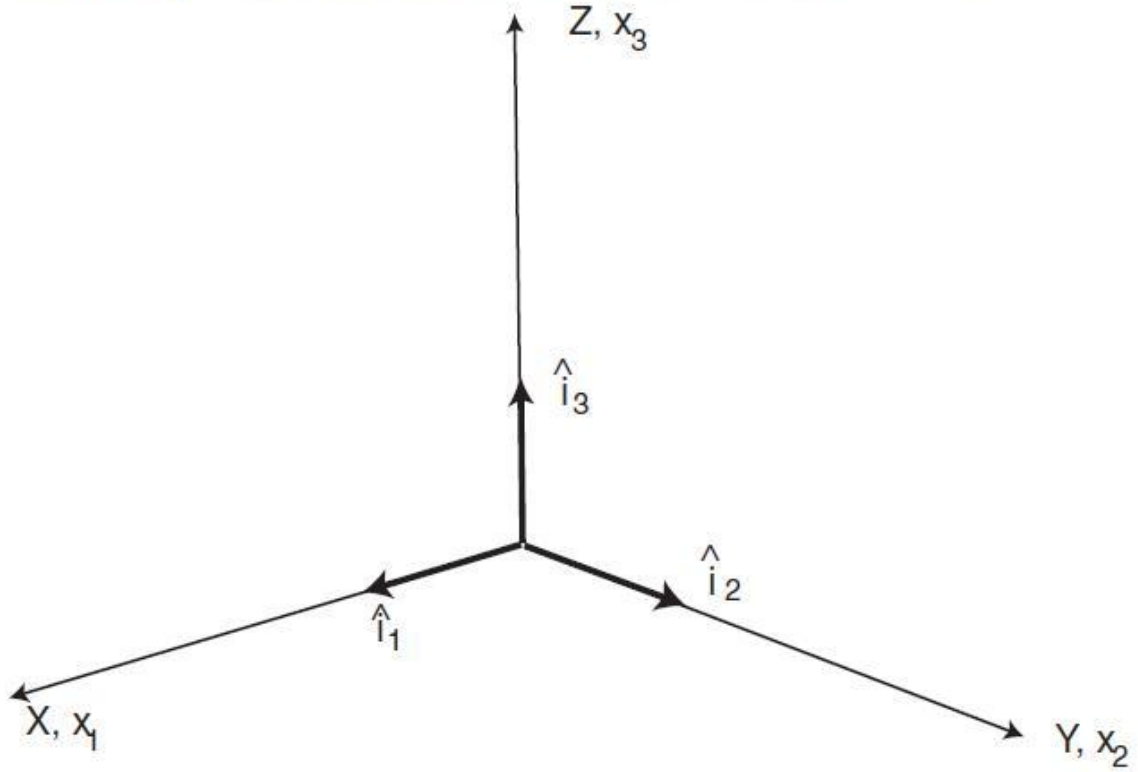
#### 5.2.1 التعريف والأنواع والرموز

المتجهات هي رموز رياضية تستخدم لكميات لها مقدار واتجاه. على النقيض الكمية العددية (scalar) لها مقدار فقط. هناك العديد من الرموز المستخدمة للدلالة على المتجهات وأشهرها:  $\vec{F}$  و  $\mathbf{F}$  (بالخط الغامق). (وسنستخدم  $\vec{F}$ )

هناك العديد من المتجهات الخاصة والتي سنستخدمها وهي: (1) متجه الموقع (Position Vector) وهي التي يكون ذيلها عند مركز الأصل لمحاور الاحداثية المرجعية (2) متجهات أحادية (unit vectors) وهي التي يكون طولها يساوي واحد (3) المتجهات القاعدية (base vectors): وهي المتجهات التي تُعرّف نظام الاحداثيات ولها طول مقداره واحد، وتكتب بإحدى الصيغ التالية:  $\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{i}_3$  و  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  و  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ .

أنظر الشكل 5.1

**Figure 5.1** | A rectangular right-handed coordinate system with base vectors.



الشكل 5.1

المتجه  $\dot{\mathbf{F}}$  يكتب بدلالة مركباته  $F_1$  و  $F_2$  و  $F_3$  بالصورة

$$\dot{\mathbf{F}} = F_1 \hat{i}_1 + F_2 \hat{i}_2 + F_3 \hat{i}_3$$

حيث  $F_1$  و  $F_2$  و  $F_3$  هي مركبات  $\dot{\mathbf{F}}$  في الاتجاهات  $\hat{i}_1, \hat{i}_2, \hat{i}_3$  على التوالي. قيمة المتجه هي طوله وتساوي

$$|\dot{\mathbf{F}}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}$$

### 5.2.2 جمع المتجهات

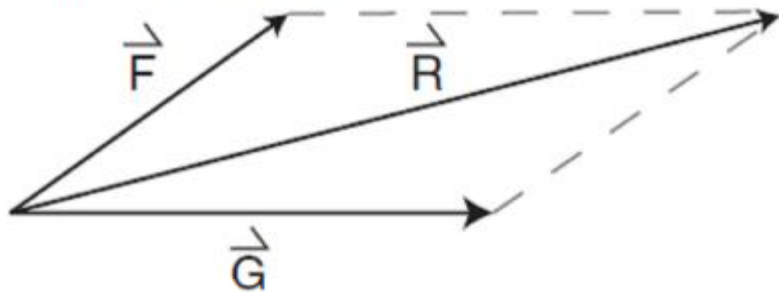
نجمع المتجهين  $\dot{\mathbf{F}} = F_1 \hat{i}_1 + F_2 \hat{i}_2 + F_3 \hat{i}_3$  و  $\dot{\mathbf{G}} = G_1 \hat{i}_1 + G_2 \hat{i}_2 + G_3 \hat{i}_3$

ببساطة كالتالي:

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{F}} + \dot{\mathbf{G}} = (F_1 + G_1) \hat{i}_1 + (F_2 + G_2) \hat{i}_2 + (F_3 + G_3) \hat{i}_3$$

والتمثيل الجيومترى للمتجه الناتج  $\dot{\mathbf{R}}$  مبين في الشكل 5.2

**Figure 5.2 |** The resultant vector shown and the summation of two vectors.



الشكل 5.2

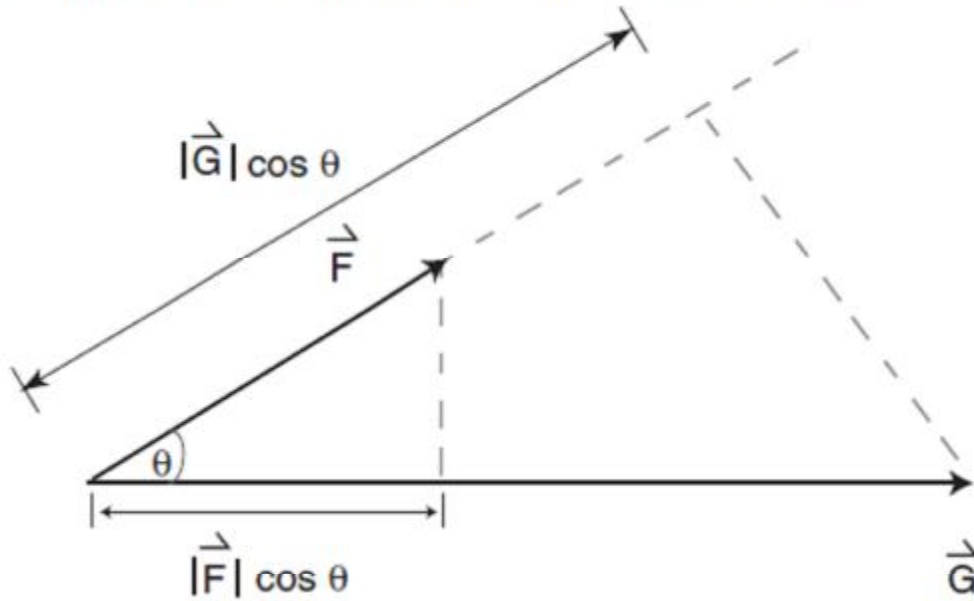
### 5.2.3 الضرب النقطي (dot product)

الضرب النقطي (أو الضرب العددي) لمتجهين يعطي قيمة عددية. ويحسب بالعلاقة

$$\vec{F} \cdot \vec{G} = |\vec{F}| |\vec{G}| \cos q = (F_1 G_1) + (F_2 G_2) + (F_3 G_3)$$

أنظر الشكل 5.3

**Figure 5.3 |** Geometric explanation of the dot product calculation.



الشكل 5.3

### 5.2.4 الضرب المتقاطع (cross product)

الضرب المتقاطع (أو الضرب المتجهي) لمتجهين يعطي متجه ثالث (عمودي على كلا المتجهين) (أنظر الشكل 5.4) ، ويحسب بالمعادلة

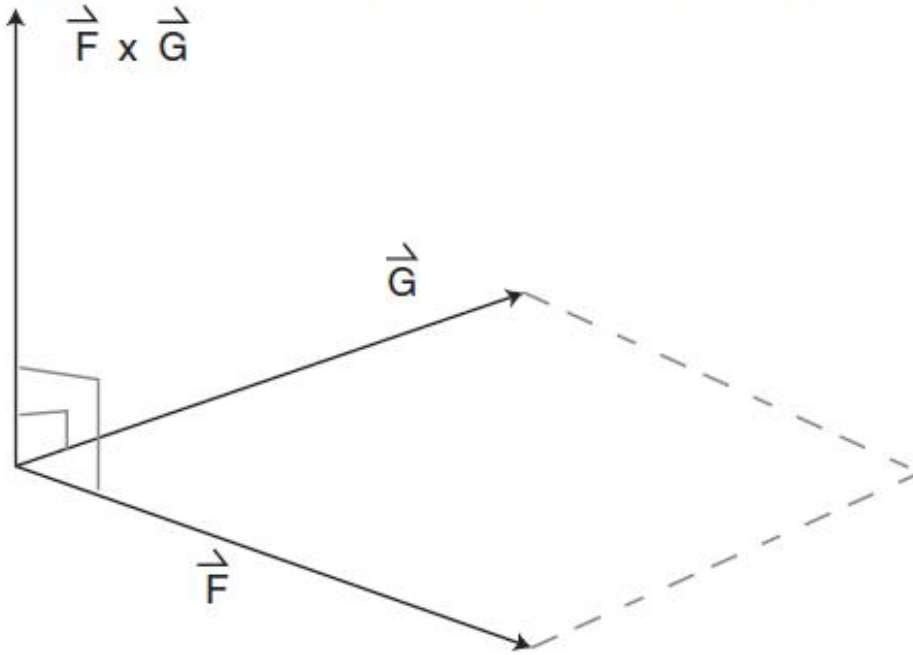
$$\mathbf{r} \mathbf{F} \times \mathbf{r} \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \hat{i}_1 & \hat{i}_2 & \hat{i}_3 \\ F_1 & F_2 & F_3 \\ G_1 & G_2 & G_3 \end{vmatrix}$$

$$= (F_2 G_3 - F_3 G_2) \hat{i}_1 + (F_3 G_1 - F_1 G_3) \hat{i}_2 + (F_1 G_2 - F_2 G_1) \hat{i}_3$$

قيمة المتجه الناتج يمكن حسابها بالعلاقة

$$|\mathbf{r} \mathbf{F} \times \mathbf{r} \mathbf{G}| = |\mathbf{r} \mathbf{F}| |\mathbf{r} \mathbf{G}| \sin q$$

**Figure 5.4** | Geometric explanation of the cross product calculation.



الشكل 5.4

### 5.3 القوى والعزوم والتوازن الاستاتي

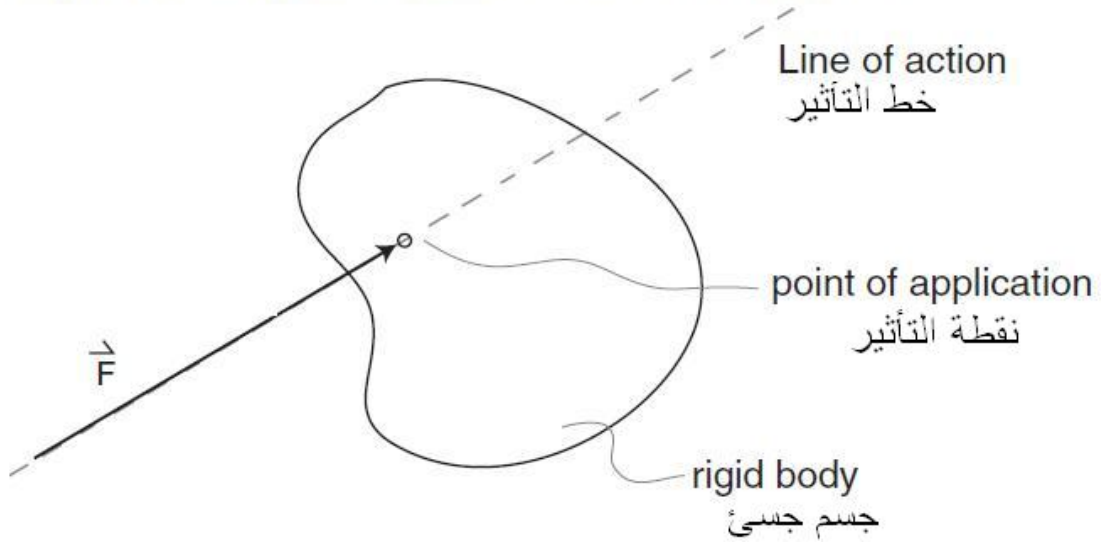
#### 5.3.1 القوى والعزوم

القوة هي تأثير مباشر، لها قيمة واتجاه ونقطة تأثير .

مفهوم قابلية نقل القوة يعني أنه للجسم الجسئ يمكن وضع القوة على أي مكان على طول

خط تأثير القوة. أنظر الشكل 5.5

**Figure 5.5** | A schematic illustrating the concept of transmissibility of forces.



الشكل 5.5

العزم (torque أو moment) تعرف كالتالي:

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{F}}$$

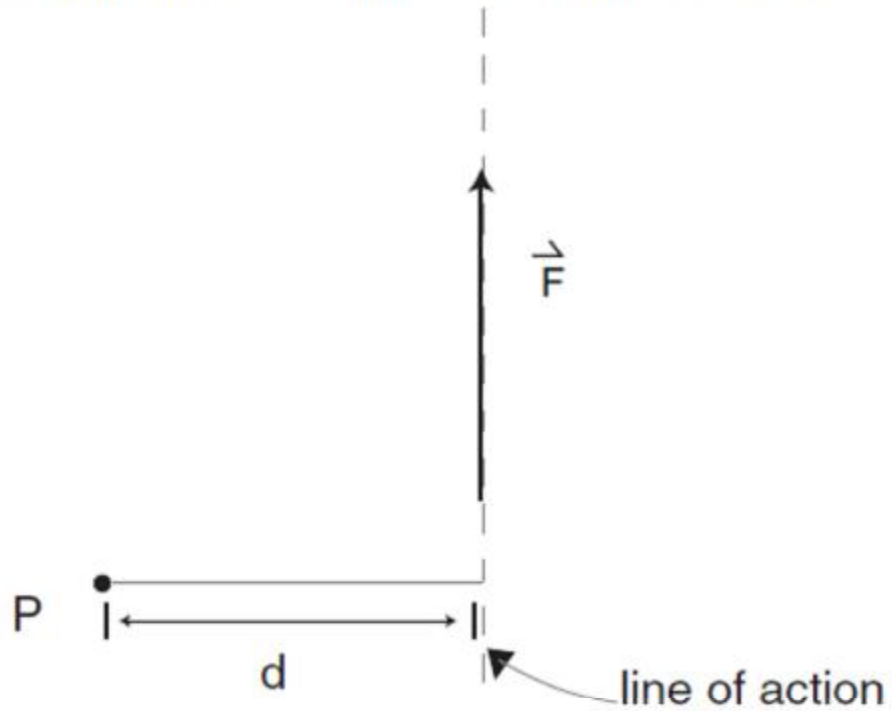
حيث  $\mathbf{r}$  هو متجه (مسافة) ذيله عن النقطة المراد إيجاد العزم حولها ورأسه عند نقطة تأثير القوة.

للعزم حول النقطة P نستطيع أن نكتب

$$|\dot{\mathbf{M}}_P| = d \cdot |\dot{\mathbf{F}}|$$

حيث d هي المسافة العمودية بين النقطة P و خط تأثير القوة  $\dot{\mathbf{F}}$  (أنظر الشكل 5.6)

**Figure 5.6 |** Schematic of vector and moment arm.



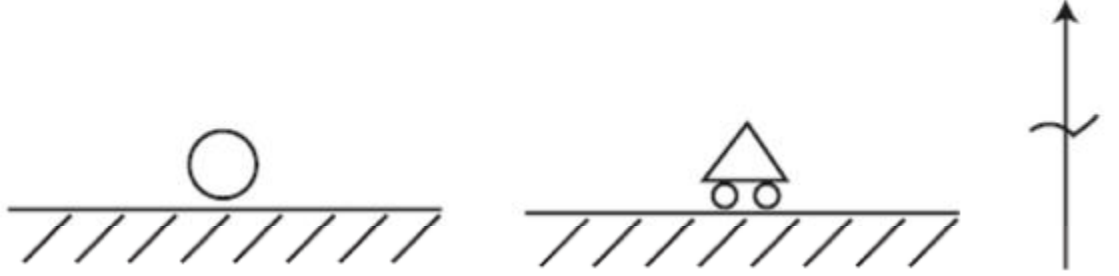
الشكل 5.6

### 5.3.2 الدعامات وقوى ردود الفعل (supports & reactions)

هناك ثلاث أنواع من الدعامات في الاستاتيكا، وهي الأسطوانات (rollers) والمسماريات (Pins) و الملزميات (Clamps) والاحتكاك (Friction)، وقوى ردود الأفعال الناتجة من واحدة من هذه الدعامات هي كالتالي:

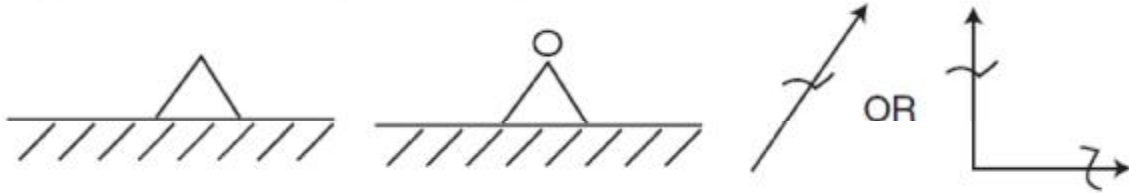
1. الأسطون (roller): ينتج قوة رد فعل مثل المبينة في الشكل 5.7
2. المسماري (Pin): ينتج قوتي رد فعل، كما في الشكل 5.8
3. الملزمي (Clamp): ينتج قوتي رد فعل وعزم رد فعل، كما في الشكل 5.9
4. الاحتكاك (friction): ينتج قوة رد فعل واحدة. وهي قوة الاحتكاك وتكتب كالتالي  
 $\dot{F}_{friction} \leq m_s \dot{N}$ ، حيث  $m_s$  هي معامل الاحتكاك الاستاتي و  $\dot{N}$  هي القوى العمودية (normal force).

**Figure 5.7** | Schematic representation of a roller reaction force.



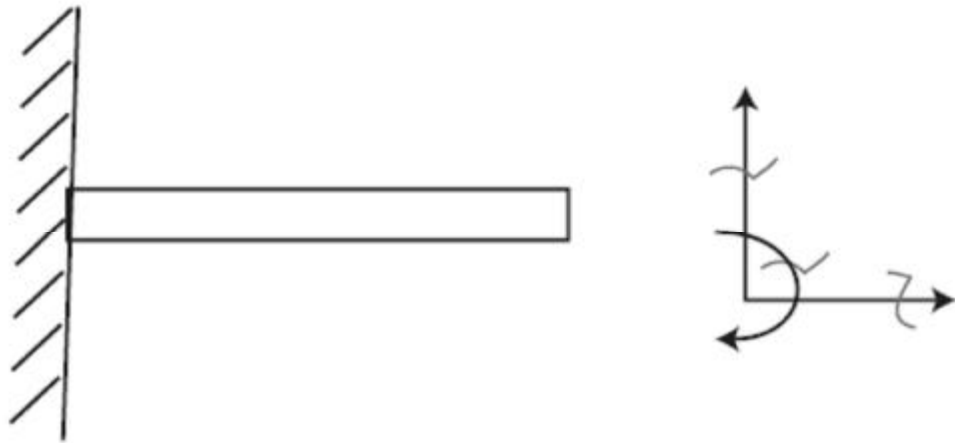
الشكل 5.7

**Figure 5.8** | Schematic representation of pin reaction forces.



الشكل 5.8

**Figure 5.9** | Schematic representation of a clamp reaction forces and moment.



الشكل 5.9

### 5.3.3 التوازن الاستاتي

الآن بعد أن راجعنا المتجهات وفهمنا قوى ردود الأفعال الممكنة؛ نتابع نقاشنا للتوازن ثم تحليل الجملونات. قانون نيوتن الثاني يكتب:



$$\sum_n \dot{F}_n = m\dot{a}$$

وبما أن النظام استاتي (ساكن) إذن  $\dot{a} = 0$

الشروط الثلاث الضرورية والكافية كي يكون الجسم في حالة توازن استاتي هي (1) مجموع متجهات القوة الخارجية (external forces) يجب أن يساوي صفر (2) مجموع عزوم جميع القوى الخارجية حول نقطة عشوائية يجب أن يساوي صفر (3) مجموع جميع العزوم الخارجية يجب أن يساوي صفر .

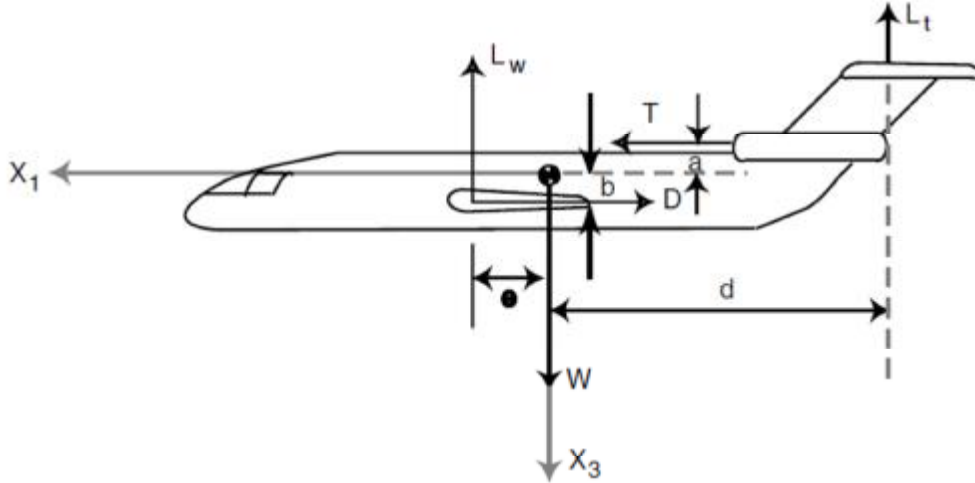
رياضيا نستطيع كتابة هذه الشروط كالتالي

$$\sum_n \dot{F}_n = 0 \quad \& \quad \sum_n \dot{M}_n = 0$$

### مثال 5.1 طائرة في حالة توازن استاتي

لنأخذ الطائرة التالية وهي في حالة طيران مستقيم على ارتفاع ثابت وسرعة ثابتة (أنظر الشكل 5.10) . افرض أن لدينا نظام ثنائي ، حدد المقاومة  $D$  و الرفع الناتج من الجناح  $L_w$  والرفع الناتج من الذيل  $L_t$  بدلالة وزن الطائرة  $W$  والدفع  $T$ .

**Figure 5.10** | Schematic representation of an aircraft in static equilibrium.



الشكل 5.10

الحل

بما أن السرعة ثابتة (أي لا تسارع) إذن النظام استاتي، نطبق الشروط: الشرط الأول مجموع متجهات القوى الخارجية يساوي صفر، أي مجموع المركبات الأفقية للقوى يساوي صفر

ومجموع المركبات الرأسية للقوى يساوي صفر. الشرط الثاني مجموع عزوم القوى الخارجية حول أي نقطة عشوائية - وسنأخذها مركز الجاذبية - يساوي صفر، إذن

$$\begin{aligned}\sum F_1 = 0 &\Rightarrow T - D = 0 \\ \sum F_3 = 0 &\Rightarrow W - L_w - L_t = 0 \\ \sum M_2 = 0 &\Rightarrow -aT + eL_w - dL_t - bD = 0\end{aligned}$$

نحل المعادلات الثلاث :

$$\begin{aligned}D &= T \\ W &= L_w + L_t \\ eL_w - dL_t &= aT + bD \\ \Rightarrow L_t &= \frac{eW - (a+b)T}{e+d} \\ L_w &= \frac{(a+b)T + dW}{e+d}\end{aligned}$$

#### 5.4 فيزياء المواد الصلبة

من حالة التوازن، ننتقل إلى معيار التصميم البنيوي، والذي يعتمد على القوى والمواد الصلبة التي تؤثر عليها القوى. المادة الصلبة تقاوم الحمل المؤثر بواسطة القوى الداخلية، هذه القوى الداخلية ناتجة من جزيئات المادة الصلبة التي تتزاح قليلاً بفعل الحمل الخارجي. هذا القوى الداخلية تعرف بالاجهادات stresses، والذي هو القوة لكل وحدة مساحة ويرمز لها بالرمز  $S$ . أنواع الاجهاد الثلاثة هي الشد (tension) والانضغاط (compression) والقص (shear). معادلة الاجهاد هي

$$S = \frac{F}{A}$$

حيث  $F$  هي قوة الاجهاد و  $A$  هي مساحة المقطع العرضي . في اجهاد الشد فإن الجسم يكون معرض لقوة خارجية تسحبه من طرفيه . اجهاد الشد يؤثر عمودياً من على المقطع العرضي للجسم . لاجهاد الانضغاط ، تؤثر قوة خارجية  $F$  على الجسم بحيث تضغطه. المعادلة 5.16 تعطي اجهادي الشد والانضغاط. اجهاد القص يعرف بأنه قوة خارجية تؤثر بصورة موازية (أو مماسية) لمساحة المقطع العرضي للجسم. حتى تكون القوى الخارجية في حالة توازن من الممكن أن تؤثر على جزء من الجسم للأعلى والجزء الآخر للأسفل، مما ينتج اجهاد قص في الجسم ، ويرمز له بالرمز  $t$

$$t = \frac{F}{A}$$

الاجهادات الثلاث السابقة تسبب تغير في شكل وحجم المادة الصلبة. بإمكانك أن تتخيل اجهاد الانضغاط المؤثر على عمود ويغير طوله (يقصر في حالة الانضغاط ويستطيل في حالة الشد). الانفعال Strain يُعرّف بالتغير في طول الجسم مقسوم على الطول الأصلي للجسم ، أي

$$e = \frac{\Delta l}{l}$$

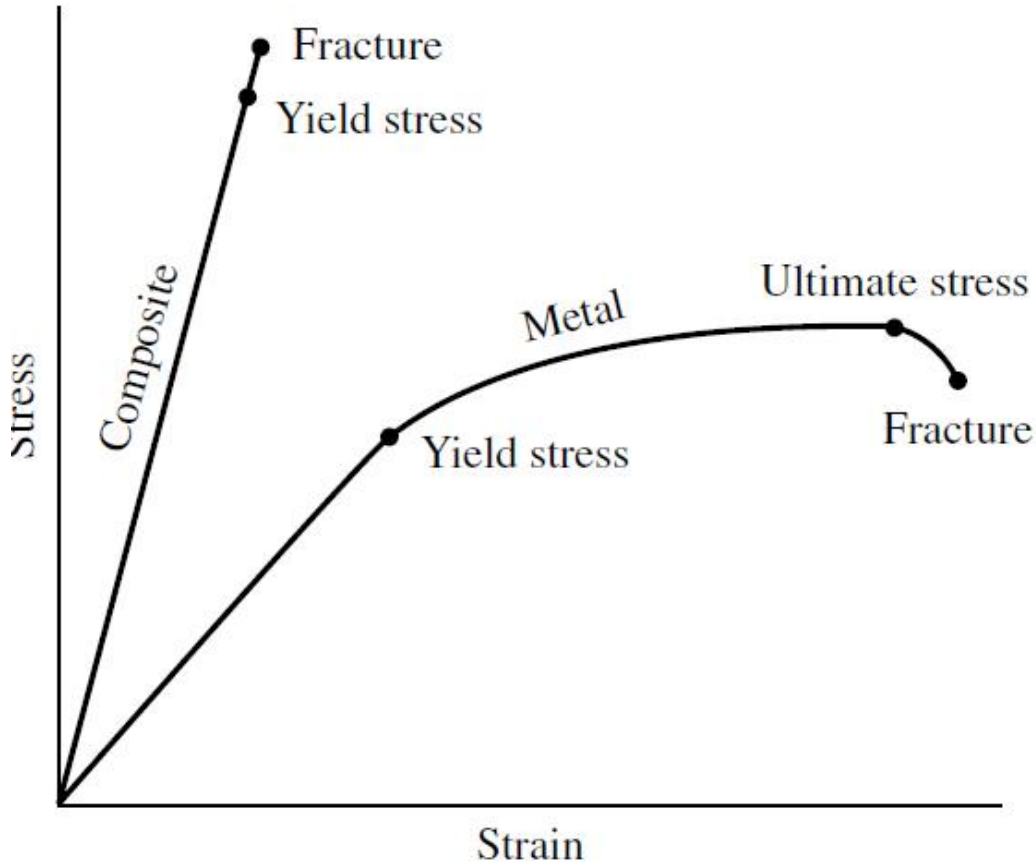
### 5.4.1 خواص المواد

هناك عادة تناسب بين الاجهاد والانفعال في المواد الصلبة. إلى حين الوصول إلى اجهاد معين - يسمة اجهاد المطاوعة (yield stress)  $s_y$  - يكون الاجهاد متناسب خطياً مع الانفعال ، وتحديدًا حسب العلاقة التالية:

$$s = E e$$

وتسمى قانون هوك. حيث  $E$  هي خاصية للمادة وتسمى معامل المرونة (modulus of elasticity) أو معامل يونغ (Young's modulus) ، ووحدتها هي نفس وحدة الاجهاد. قوة (strength) المادة تتحدد باجهاد المطاوعة  $s_y$  والاجهاد النهائي (ultimate stress)  $s_{ult}$ . الاجهاد النهائي للمادة هو الحد الذي عند زيادة الاجهاد في المادة فوّه يحصل انهيار (failure) في المادة أو يحصل خراب غير قابل للإصلاح. اجهاد المطاوعة - كما يدل اسمه - هو مستوى الاجهاد الذي فوّه تتغير صفات المادة الصلبة أو تتشوه كلياً لكن لا تتكسر (أو تتهار). الشكل 5.11 يبين رسمة اجهاد-انفعال لنوعين من المواد.

**Figure 5.11** | Material strain-stress diagram comparing the behavior of composites with metals [33].

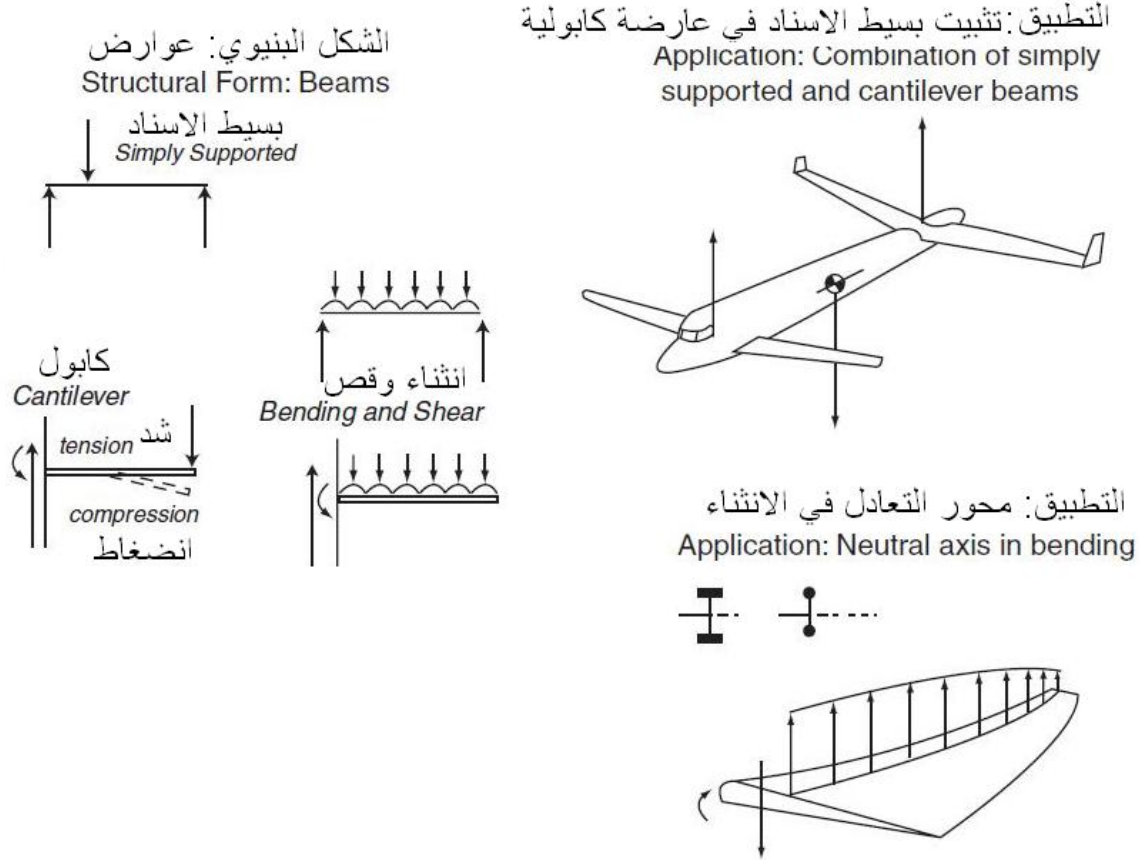


الشكل 5.11

لبنى الطيران، الاجهاد والانفعال يحصلان مثلاً في جناح الطائرة المعرض للانثناء بفعل الرفع أو العزم أو وزن الطائرة.

بدمج التعاريف التي أخذناها في درس 5.3.2 "الدعامات وردود الفعل" ودرس 5.3.3 "التوازن الاستاتي" مع ما أخذناه للتو؛ فإننا نستطيع عمل تحليل أولي لبنية طائرة. بعض أشكال الأحمال البنيوية مبينة في الشكل 5.12 حيث يوضح أيضاً الشكل البنيوي في تطبيقات التصميم. العوارض (Beams) والاسنادات البسيطة يمكن استعمالها لنمذجة الحمل في الطائرة.

**Figure 5.12** | Structural application of beam theory.



الشكل 5.12

الأعضاء البنوية مثل العوارض تقاوم الانثناء بسبب جيومتريتها وخواص مادتها. عزم القصور الذاتي هو خاصية جيومترية للمقطع العرضي للعارضة . بعض قيم معامل يونغ معطاة

في الجدول 5.1

الجدول 5.1

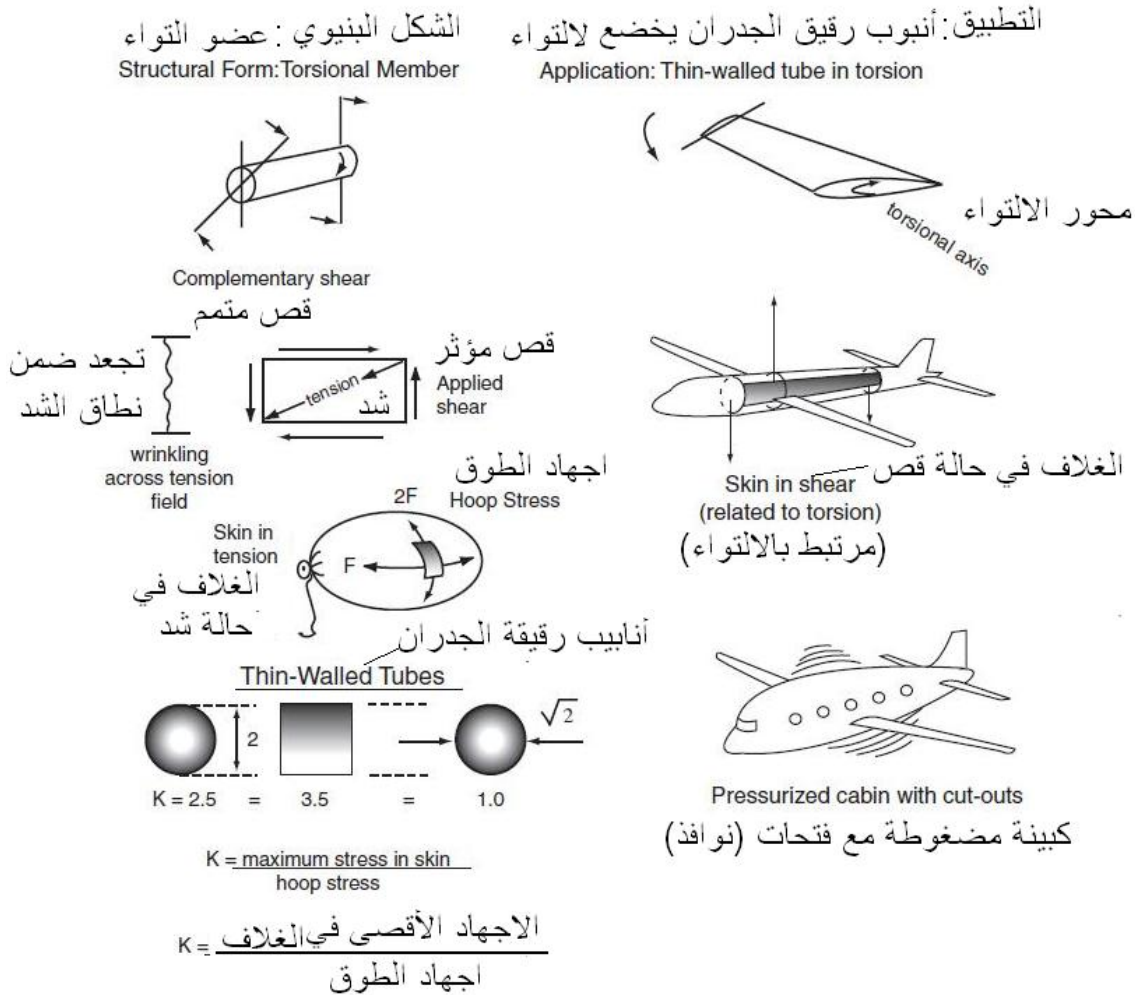
الكثافة $r$ ( $kg/m^3 \times 10^3$ )	معامل يونغ $E$ ( $N/m^2 \times 10^9$ )	المادة
2.66 - 2.88	68 - 78	ألومنيوم Aluminum
2.2	70 - 200	ألياف الكربون Carbon Fiber
2.38 - 3.88	50 - 79	زجاج Glass
0.4 - 0.6	100	خشب البسيسية Spruce
0.4 - 0.6	9 - 16	خشب عادي Common wood

التشوه الشكلي للمادة بفعل القص يظهر على شكل انفتال (Kink) وعادةً نقيس التشوه الشكلي بالزاوية  $q$  ويسمى انفعال القص. وكما في حالة اجهاد الشد والانضغاط يكون انفعال القص متناسب خطياً مع الاجهاد إلى حين الوصول إلى قيمة اجهاد معينة. العلاقة بين اجهاد القص وانفعال القص تعطى بالعلاقة

$$t = Gq$$

حيث  $G$  معامل القص (معامل الجساءة) و  $t$  اجهاد القص و  $q$  زاوية التشوه الشكلي. الشكل 5.13 يبين الربط بين الأعضاء البنوية الالتوائية (torsional structural members) وتطبيقاتها في الطائرة.

Figure 5.13 | Structural application of torsion.



الشكل 5.13

أكثر مادة تستخدم في بنى الطائرات هي الألمنيوم والذي له اجهاد نهائي يساوي 1.5 ضعف اجهاد المطاوعة . مع فهمنا المتزايد لموضوع البنى نتذكر الرسمه الرسمة البيانية (V-n) التي أخذناه في وحدة 4؛ حيث حدود التحميل الموجبة والسالبة تعني اجهاد المطاوعة للطائرة. معامل الأمان في طائرة الألمنيوم يساوي 1.5 . تصاميم الطائرات لها معاملات أمان أقل بكثير منها للجسور والسيارات والبنيات بسبب أهمية تقليل الوزن في بنية الطائرة.

## 5.5 تحليل الجملون

هل سبق لك أن مشيت فوق جسر وتساءلت كيف استطاع المهندسون حساب القوى في جميع أعضاء الجملون؟ كمهندس طيران يتوقع منك أن تكون قادراً على اجراء تحليل جملون لتحديد القوى في كل عضو من أعضاء الجملون (مثل جملون بنية المرحلة البينية للصاروخ ؛ وهي جملون مصنوع من الألمنيوم عادةً يربط مراحل الصاروخ). تحديد القوى لكل عضو من أعضاء جملون هو أمر أساسي، فمثلاً لو كانت القوى كبيرة فإن الجملون قد ينهار.

### 5.5.1 المحددية الاستاتيكية (Static Determinacy)

هناك ثلاث أصناف للبنى:

1. محددة استاتياً (statically determinate) : البنية مقيدة تماماً . عدد ردود الأفعال يساوي عدد المعادلات المتوفرة.
2. ليست محددة استاتياً (Not statically determinate) : البنية غير مقيدة بشكل كافي . عدد ردود الأفعال أقل من عدد المعادلات المتوفرة، البنية سوف تسير!
3. غير محددة استاتياً (statically Indeterminate) : البنية مفرطة التقييد . عدد ردود الأفعال أكثر من عدد المعادلات المتوفرة.

سوف نأخذ في الدرس القادم كيف نحلل بنية مستوية ثنائية الأبعاد باستخدام طريقة المفاصل (method of joints) ، لكن قبل مناقشة الطريقة يجب أن نقوم ببعض المعدلات التبسيطية:

§ الأعضاء وتسمى القضبان (bars) مستقيمة وعديمة الكتلة.

§ الأعضاء سنعتبرها جساءً (rigid) راجع درس 5.1 .

§ الأعضاء موصولة عند نهاياتها بواسطة مفاصل (Joints).

§ الاحمال الخارجية تؤثر فقط عند المفاصل.

§ الدعامات مثل المسماريات والأسطوانات عديمة الاحتكاك

§ الأحمال في القضبان لها خط تأثير منطبق على محور القضيب. القوى محورية ويمكن أن تكون قوى شد أو انضغاط

فهم مبدأ الرسم البيانية للجسم الحر (free body digram) أمر أساسي، ونتائجها مهمة في حل المسائل الهندسية البنوية. الرسم البيانية للجسم الحر تعزل جسم (جسم أو جزء من جسم أو نظام أجسام) وتُعرّف القوى والعزوم المؤثرة عليه. صنع الرسم البيانية للجسم الحر هو الخطوة الأولى لحل مسألة؛ الخطوات التالية تقترح طريقة يمكن اتباعها لصنع الرسم البيانية للجسم الحر:

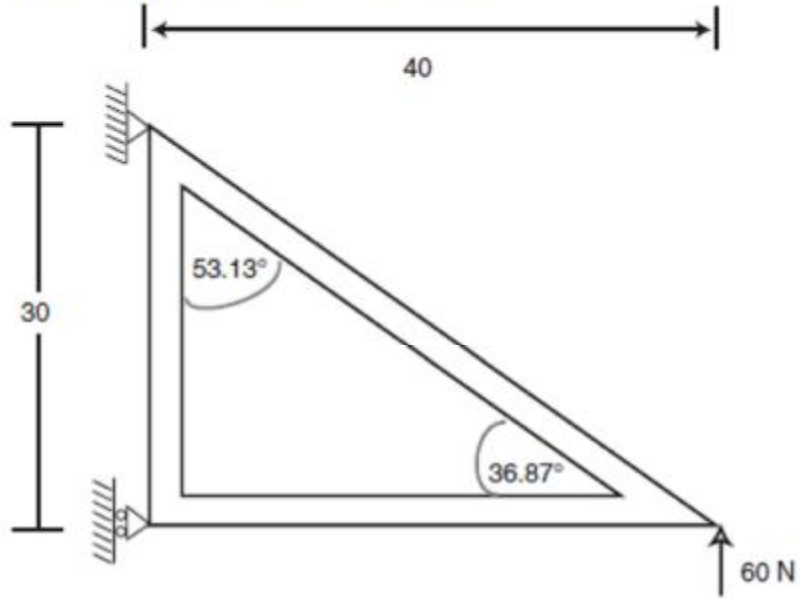
1. عرف الجسم الذي تريد عزله
2. أرسم رسمة تقريبية للجسم بعد فصله عن ما يحيطه. وضع فيها الأبعاد والزوايا.
3. أرسم بصورة تقريبية متجهات للقوى الخارجية والقوى الجسمية، وعلّمها (label them) على الرسم .
4. اختر نظام محاور احداثية مرجعي لتبسيط حساباتك. النظام الاحداثي هو فقط للنقطة التي نحللها. إذا كان هناك العديد من النقاط المعرضة لقوى في النظام؛ فكل نقطة يمكن أن تأخذ محاور منفصلة.
5. عندما نرسم الرسم البيانية للجسم الحر، من الجيد أن نختبر التوازن الاستاتي للرسم. هذا يتم بواسطة التأكد أن كل قوة يمكن موازنتها بمركبات مجموعة قوى أخرى تؤثر في الاتجاه المعاكس.

### 5.5.2 طريقة المفاصل

أفضل أسلوب لشرح هذه الطريقة هو بواسطة حل مثال . لناخذ الجملون في الشكل 5.14



Figure 5.14 | Sample truss structure.



الشكل 5.14

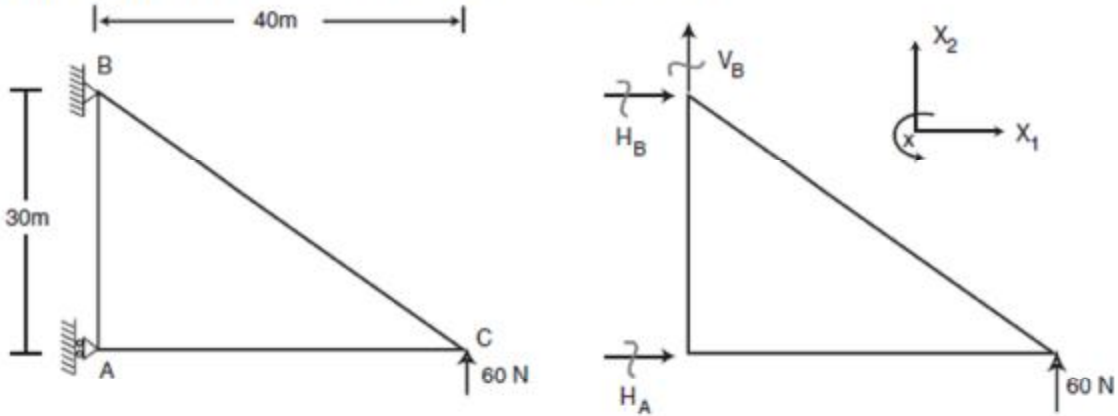
1. أرسم الرسمة البيانية للجسم الحر

أ. نمذج الدعامات

ب. أرسم رسمة الجملون المراد تحليله مع الأحمال المؤثرة والدعامات.

ج. استبدل الدعامات بردود الفعل (بحيث تكون بالاتجاهات العمودية الموجبة)

Figure 5.15 | Free-body diagram for the truss structure.



الشكل 5.15

2. أولاً أكتب الصيغة العامة والصيغ المحددة لمعادلات التوازن

$$\sum F_{x_2} = 0 \Rightarrow V_B + 60 = 0$$

$$\sum F_{x_1} = 0 \Rightarrow H_A + H_B = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 40(60) - H_B(30) = 0$$

نعدّ المجاهيل والمعادلات ، ونوجد محددية النظام. هناك ثلاث معادلات وثلاث مجاهيل ، إذن النظام محدد.

3. حل معادلات التوازن (السابقة) ، وأعد رسم الرسمة وعلمّ المقادير عليها (أنظر

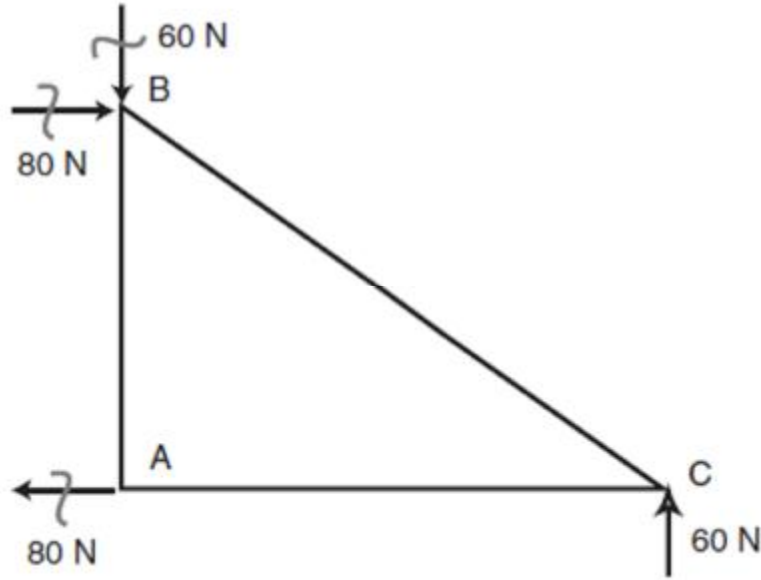
الشكل 5.16)

$$V_B = -60 N$$

$$H_B = 80 N$$

$$H_A = -80 N$$

**Figure 5.16 |** FBD with solutions to the equations of equilibrium.



الشكل 5.16

4. حدد القوى الداخلية ، أنظر الشكل 5.17

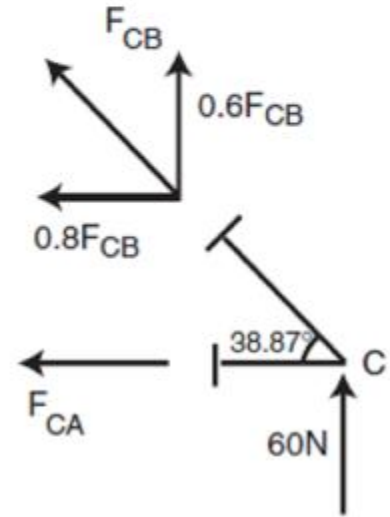
أ. افصل كل مفصل لوحده

ب. ارسم القوة (المجهولة) في القضيب كقوة شد تسحب مبتعدةً عن المفصل.

ج. أحسب وبين (على الرسم) مركبات القوى عند زاوية.

د. أعد العملية حتى يتم إيجاد جميع القوى الداخلية . القوة الداخلية في القضيب بين المفصل C والمفصل B هي  $F_{CB}$  . القوة الداخلية في القضيب بين المفصل C والمفصل A هي  $F_{CA}$  .

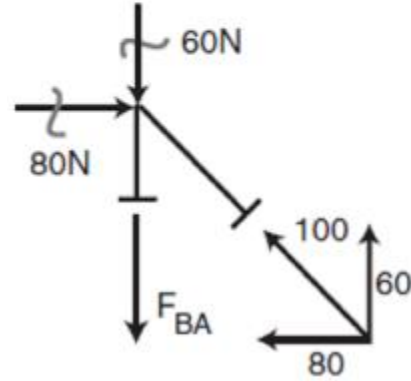
**Figure 5.17 |**  
Determining the internal loads at joint C.



الشكل 5.17

بيّن في (الرسم) قوى القضبان كقوى شد (تسحب مبتعدة عن المفصل) . الشد له اشارة + الانضغاط له اشارة - ، أنظر الشكل 5.18

**Figure 5.18 |**  
Forces shown as  
tensile and  
compressive.



الشكل 5.18

$$\sum F_{x_2} = 0 \Rightarrow 60 + 0.6F_{CB} = 0 \Rightarrow F_{CB} = -100 N$$

$$\sum F_{x_1} = 0 \Rightarrow -F_{CA} + (-0.8)F_{CB} = 0 \Rightarrow F_{CA} = 80 N$$

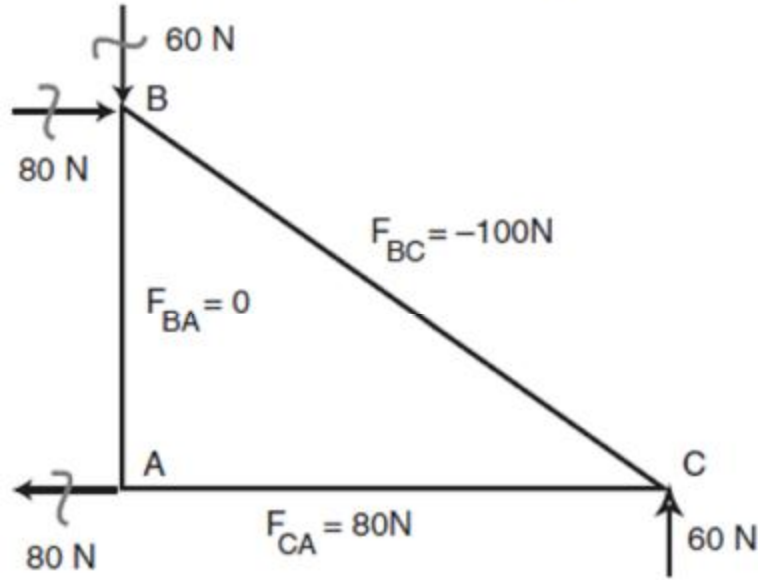
القوة  $F_{CB}$  سالبة أي قوة انضغاط وتدفع باتجاه المفصل.

$$\sum F_{x_2} = 0 \Rightarrow -60 + 60 - F_{BA} = 0 \Rightarrow F_{BA} = 0$$

$$\sum F_{x_1} = 0 \Rightarrow 80 - 80 = 0$$

أنظر الشكل 5.19

**Figure 5.19** | Solution using the method of joints for a truss structure.



الشكل 5.19

5. (5) اختبر الحل

$$\sum F = 0$$

$$\sum M = 0$$

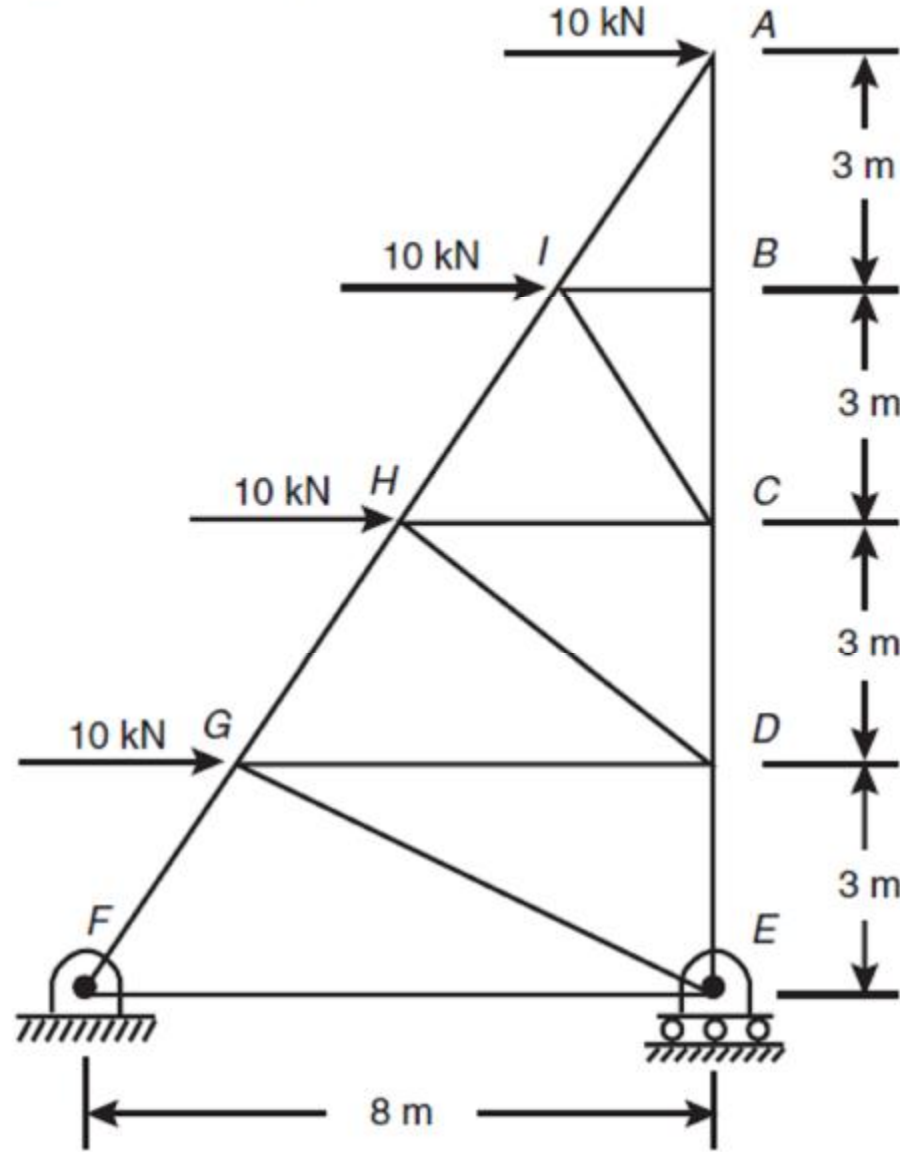
ملاحظة:  $F_{BC}$  تكافئ  $F_{CB}$  و  $F_{CA}$  تكافئ  $F_{AC}$  ، وهكذا

يمكن استخدام طريقة المفاصل لتحليل الجملونات ثنائية الأبعاد وأيضاً ثلاثية الأبعاد .  
يمكن أيضاً استخدام طريقة أخرى تسمى طريقة المقاطع.

### 5.5.3 طريقة المفاصل (method of sections)

طريقة أخرى لتحليل الجملونات هي طريقة المقاطع، حيث تقطع الجملون إلى قطعتين ؛ ومعادلات التوازن ثلاثية الأبعاد نطبقها على أي مقطع لحساب الأحمال والعزوم على كل عضو من أعضاء الجملون . سوف نشرح طريقة المقاطع بواسطة مثال . ملاحظة: بما أن هناك ثلاث معادلات كن حريصاً على أن تقطع الجملون بحيث يوجد ثلاث مجاهيل قوى فقط.

**Figure 5.20** | Sample truss section.



الشكل 5.20

سنستخدم الجملون المبين في الشكل 5.20 لشرح طريقة المقاطع.

1. أرسم الرسمة البيانية للجسم الحر، وحل (أوجد) ردود الأفعال .
2. استخدم طريقة المقاطع للحل (لايجاد) الأحمال في الأعضاء GF و GE و DE
3. ارسم رسمة نهائية تبين فيها جميع القوى و ردود الأفعال والقوى الداخلية
4. اختبر التوازن الاستاتي للمفاصل E و F باستخدام طريقة المفاصل .

افتراض الافتراضات التالية لبنية الجملون ثنائي الأبعاد:

§ جميع الأعضاء في نفس المستوى

- § جميع الأحمال تقع على المفاصل  
 § جميع المفاصل مسمارية ( حرة الدوران )

الآن نترجم الخطوات الخمس السابقة لحل المثال

1. أرسم الرسم البيانية للجسم الحر

أ. نمذج الدعامات

ب. أرسم رسمة الجملون المراد تحليله مع الأحمال المؤثرة والدعامات.

ج. استبدل الدعامات بردود الفعل (بحيث تكون بالاتجاهات العمودية الموجبة)

2. أكتب معادلات التوازن ، حل (أوجد) قيمة رد فعل الدعامتين باستخدام مرجع موجب.

$$40 + H_F = 0 \Rightarrow H_F = -40 \text{ kN}$$

$$V_E + V_F = 0$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow (10)(12) + (10)(9) + (10)(6) + (10)(3) + V_F(8) = 0$$

$$\Rightarrow V_F = -37.5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow V_E = 37.5 \text{ kN}$$

3. نعدُ المجاهيل والمعادلات ونوجد محددة النظام. طريقة المقاطع يمكن استخدامها للأنظمة

المحددة استاتياً فقط. هناك ثلاث مجاهيل  $(H_F, V_F, V_E)$  وثلاث معادلات . لذا النظام محدد استاتياً

4. نحل معادلات التوازن ، ونعيد الرسم، مع تعليم جميع الكميات على الرسم، أنظر الشكل

5.21 . نقطع جزء من الجملون ، ونطبق معادلات التوازن الثلاث: مجموع القوى

ومجموع العزوم يساوي صفر.

5. تحديد القوى الداخلية

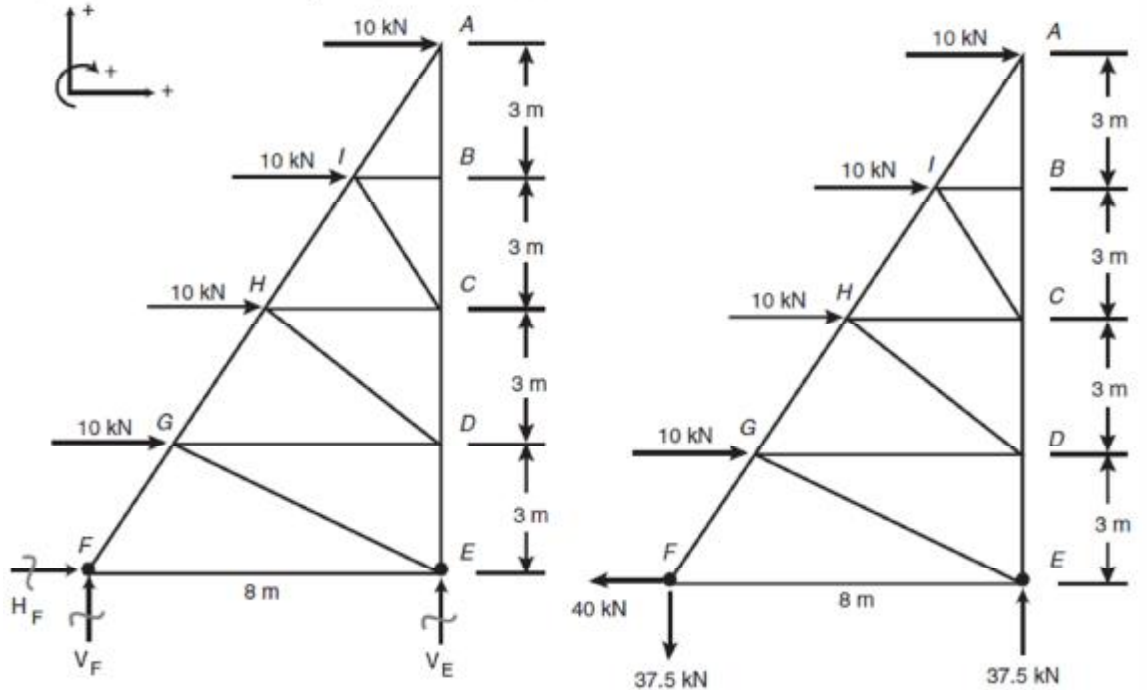
أ. نقطع جزء من الجملون

ب. ارسم القوة (المجهولة) في القضييب كقوة شد تسحب مبتعدةً عن المفصل.

ج. أحسب وبين (على الرسم) مركبات القوى عند زاوية.

د. أعد العملية حتى يتم إيجاد جميع القوى الداخلية

**Figure 5.21** | Free-body diagram with support reactions calculated.



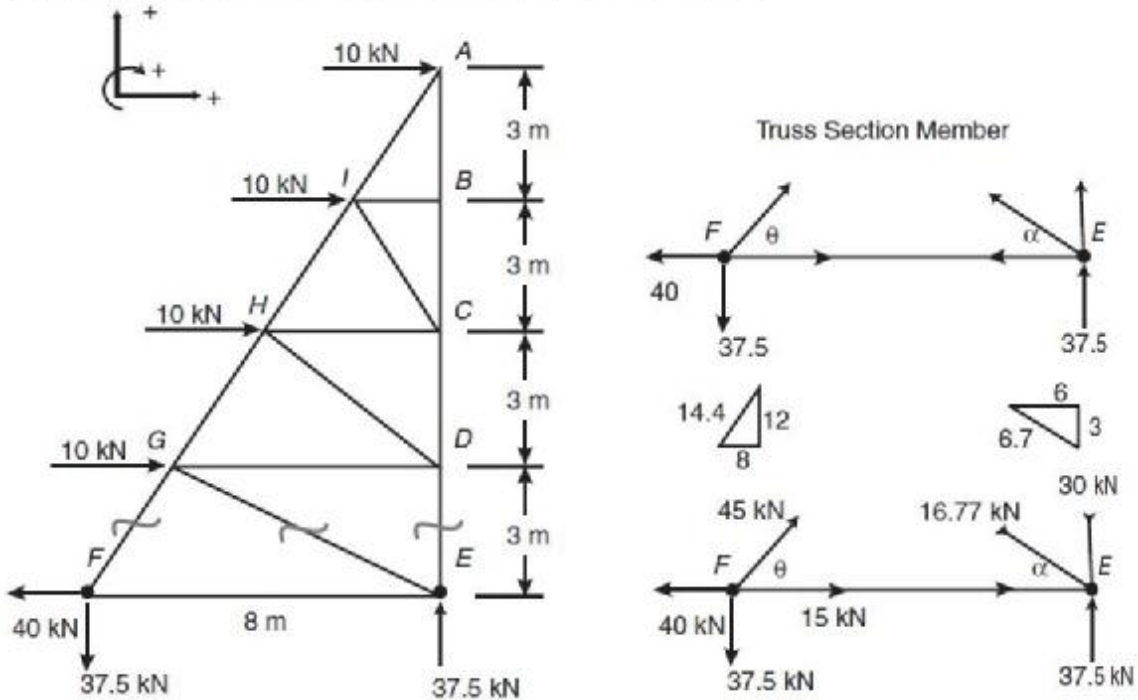
الشكل 5.21

افتراض أخير هو أن الحمل يؤثر عند مفصل . موضوع الأحمال غير المفصلية المؤثرة على أعضاء الجملون خارج نطاق هذا المثال؛ حيث نحتاج إلى نظرية العوارض والانتشاء لأحمال غير المفصلية.

نرجع إلى المثال، أنظر الشكل 5.22



**Figure 5.22** | The Method of Sections cut for the truss solution.



الشكل 5.22

$$\tan q = \frac{12}{8} \Rightarrow q = 56^\circ$$

$$F_{FE} - 40 + F_{FG} \cos q = 0$$

$$F_{FG} \sin q = 37.5 \Rightarrow F_{FG} = 45 \text{ kN}$$

$$\therefore F_{FE} = 15 \text{ kN} \quad (\text{عدلت ما أحسبه خطأ في الكتاب الأصلي هنا})$$

$$F_{EF} = F_{FE} = 15 \text{ kN}$$

$$\tan a = \frac{6}{3} \Rightarrow a = 63.4^\circ$$

$$-15 - F_{EG} \sin a = 0 \Rightarrow F_{EG} = -16.77 \text{ kN}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow -F_{ED}(8) - (37.5)(8) - (8)F_{EG} \cos a = 0$$

$$F_{ED} = -37.5 + 7.5 = -30 \text{ kN}$$

الأحمال في الأعضاء هي كالتالي : العضو FG (أو العضو GF) قوة شد 45kN ، العضو EG (أو GE) قوة انضغاط، العضو ED (أو DE) قوة انضغاط 30kN.

استذكر دائماً المساعدات التالية عند اجراءك لتحليل الجملون

§ كن مرتباً

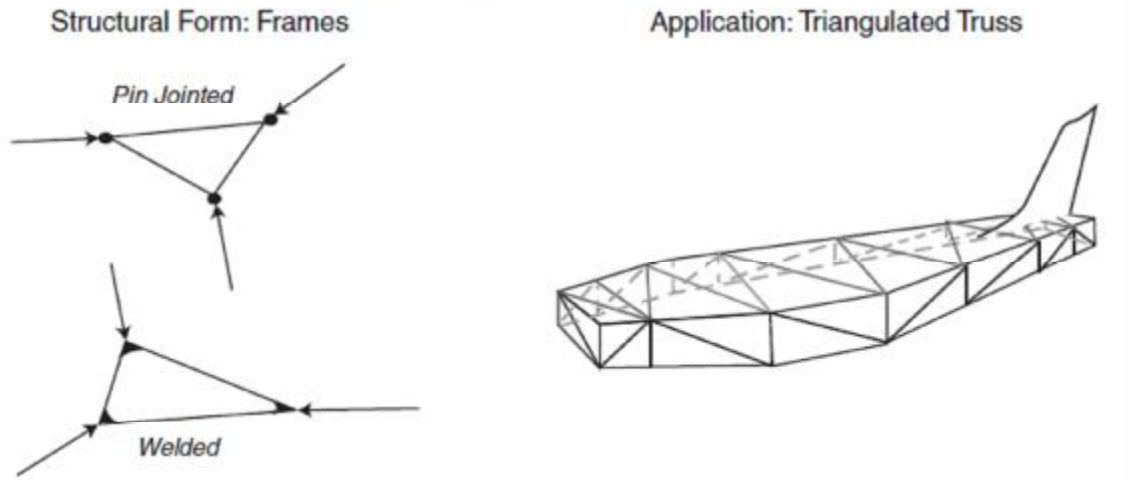
§ علم القوى والعزوم والأبعاد على الشكل

- § عرف بوضوح نظام الاحداثيات والعزوم الموجبة
- § استخدم خط متصل للمتجهات وخط متقطع للمركبات
- § تذكر أن : + يعني شد، و - يعني انضغاط

#### 5.5.4 التطبيقات البنوية للجملونات

الشكل 5.23 يبين كيف يستخدم التحليل البنوي في التطبيقات الطيرانية. التحليل المفصل خارج نطاق هذا الكتاب، لكن الشكل يبين كيف يتم تحليل أنظمة طيرانية حقيقية باستخدام المبادئ الهندسية البنوية.

**Figure 5.23** | Structural application of truss analysis.

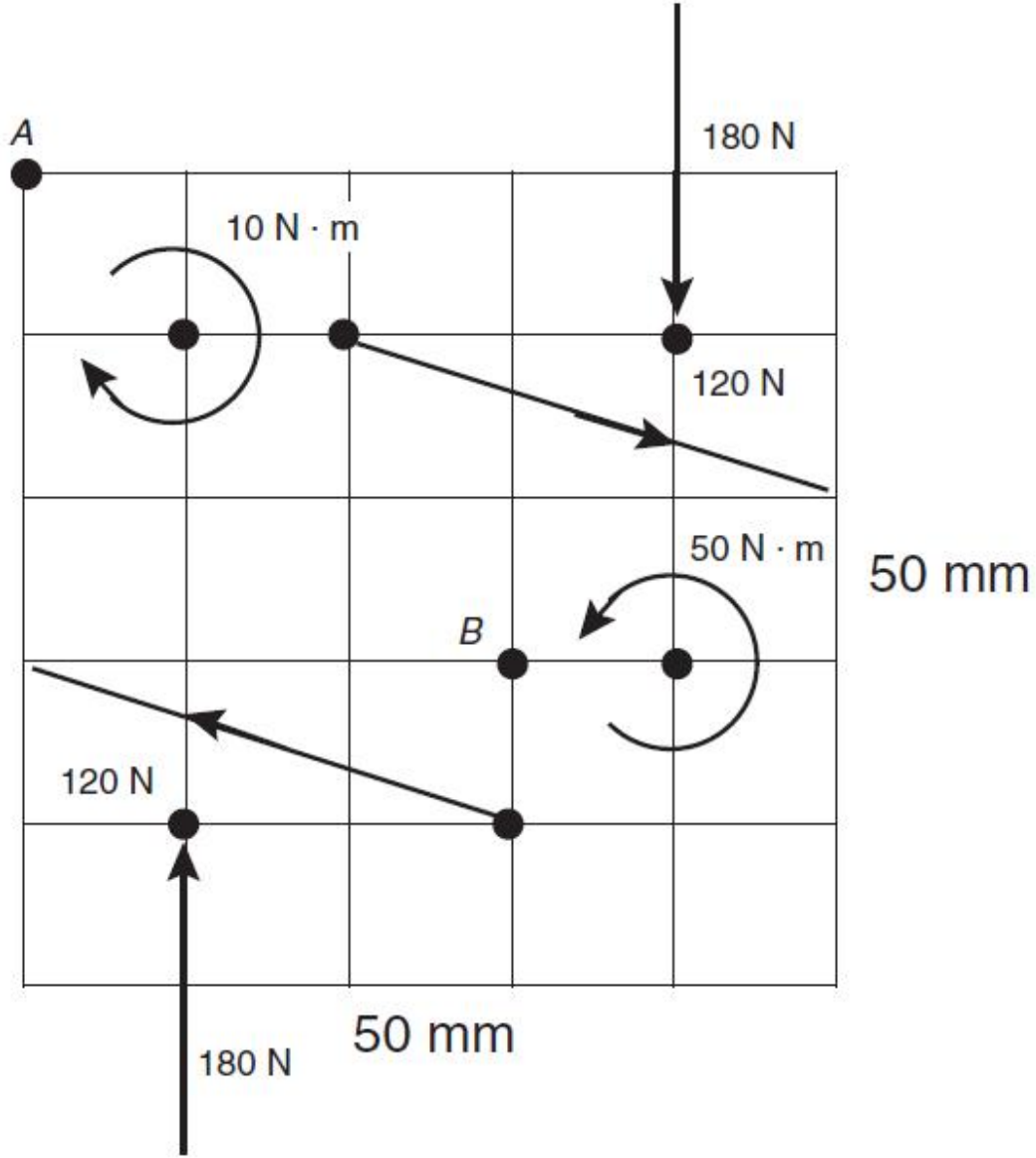


الشكل 5.23

#### مسائل

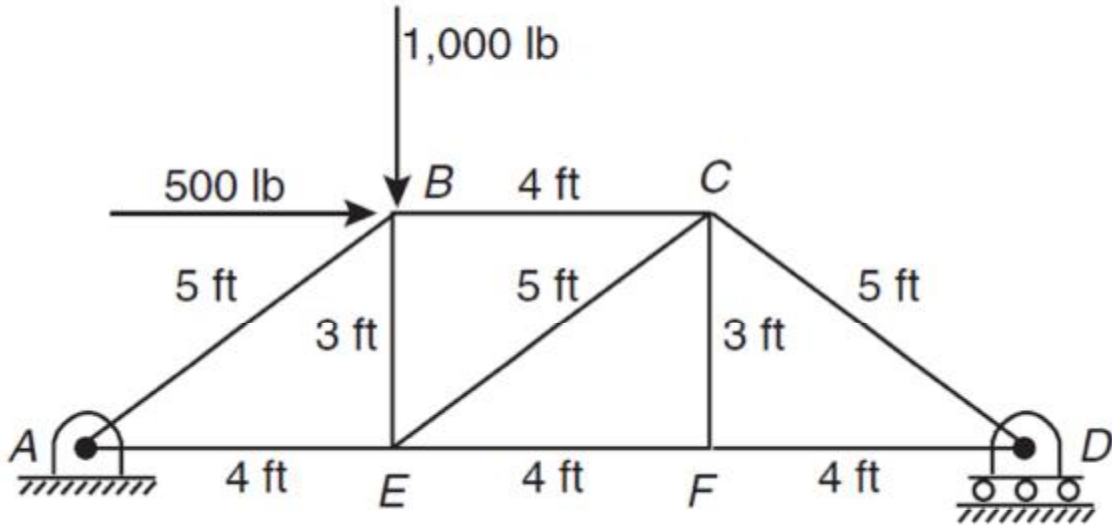
5.4 للقوى والعزوم المبينة في الشكل والتي جميعها تؤثر في المستوى XY

- أ. عيّن العزوم
- ب. أحسب العزم حول النقطة A
- ج. أحسب العزم حول النقطة B

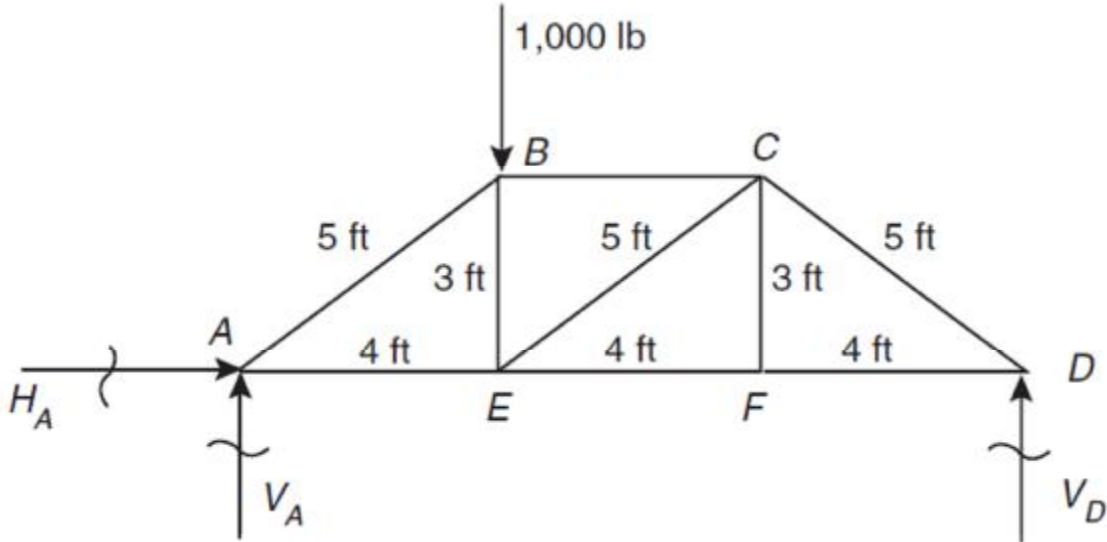


5.5 للجميلون ذو التسع أعضاء المبين في الشكل :

- أ. أرسم رسمة بيانية للجسم الحر ، حل (أوجد) ردود الأفعال
- ب. حل (أوجد) الأحمال في جميع الأعضاء باستخدام طريقة المفاصل. أرسم كل رسمة بحذر وتأكد من أن تحدد الشد والانضغاط
- ج. أرسم رسمة نهائية وعلم عليها جميع القوى الخارجية وردود الأفعال والقوى الداخلية.
- د. ما هي الاختبارات المتوفرة للتأكد من أن حلك صحيح



- 5.6 لنفس بنية الجملون لكن بأحمال ردود مختلفة وحمل خارجي واحد فقط، كما في الشكل
- أ. أرسم الرسمة البيانية للجسم الحر ، وحل (أوجد) ردود الأفعال
- ب. حل (أوجد) الأحمال في جميع الأعضاء ، باستخدام طريقة المفاصل
- ج. أرسم رسمة نهائية وعلم عليها جميع القوى الخارجية و ردود الأفعال والقوى الداخلية



قائمة ترجمة المصطلحات

Structural	بنوي
Truss	جملون
Structure	بنيّة
Structures	بني
Static	استاتي
Statics	(علم) الاستاتيات
Stiffness	صلابة
Failure	انهيار
Load	حمل
Deformation	تشوه شكلي
Equilibrium	التوازن
Displacment	ازاحة
Vector	متجه
Scalar	كمية عددية
Force	قوة
Moment	عزم
Support	دعامة
Reaction Force	قوة رد فعل
Stress	الاجهاد
Tension	التشد
Compression	الانضغاط
Shear	القص
Strain	انفعال
Joints	المفاصل
Member	عضو
Bar	قضيب
Free body diagram	الرسمه البيانية للجسم الحر

Method Of Joints    طريقة المفاصل

Method Of Sections    طريقة المقاطع

بسم الله الرحمن الرحيم

6

دسر الطائرات

## Aircraft Propulsion

### 6.1 مقدمة

الطائرات تحتاج إلى طريقة تحصل بها على الحركة، طريقة تدفع بها نفسها لتتسارع ثم لتواجه قوى الاحتكاك أثناء الحركة. في هذه العملية، يحول المحرك طاقة الوضع إلى طاقة حركية وأيضاً يعوض الطاقة الحركية التي تفقد على شكل احتكاك. للطائرة، أكفاً طريقة للحركة هي استخدام الهواء المحيط بها. في هذه الوحدة سوف نرى الطريقة التي تعمل بها المحركات. جميع أنظمة دسر الطائرات تعتمد على مبدأ رد فعل دفع الهواء (airflow) المار خلال المحرك. يمكن التفكير بها كتسارع الهواء المتدفق خلال المحرك.

أنظمة الدسر متنفس-الهواء (Air-breathing propulsion systems) تحتاج إلى مصدر قدرة وطريقة لتسريع تدفق الهواء. الطرق الثلاث الرئيسية للقدرة أو الطاقة للدسر هي:

§ الوقود الهيدروكربوني والمحرك الحراري (heat engine)

§ البطاريات والموتورات الكهربائية (electric motors)

§ الخلايا الشمسية والموتورات الكهربائية (electric motors)

المصدر الرابع للقدرة للدسر هو القدرة البشرية. طائرات القدرة البشرية هي طائرات مدفوعة مروحياً بحيث يكون المحرك هو انسان، وتنتقل القدرة إلى المروحة بواسطة مسننات دراجة هوائية.

الطريقتان اللتان سنشرحهما في هذه الوحدة لتسريع دفع الهواء هما من خلال المراوح والتمدد النفثات. محركات الصواريخ خارج نطاق هذه الوحدة لكن سنشير إليها باختصار لاحقاً.

تصميم أنواع مختلفة من المحركات يحقق متطلبات مختلفة. الأهداف المشتركة لجميع أنظمة الدسر هي توفير دفع كافي ليعادل الدفع على الطائرة وليزيد عن الدفع على الطائرة من أجل طيران متسارع. طائرات النقل التجاري وطائرات البضائع تهتم كثيراً بالطفء العالية

للمحرك والاستهلاك القليل للوقود ، بينما الطائرات المقاتلة تحتاج دفع مفرط وعالي للتسارع بسرعة، لمثل هذه الطائرات كفاءة المحرك ليست مهمة مثل الدفع العالي.

## 6.2 المروحة (Propeller)

الدفع هو القوة التي تحرك الطائرة خلال الهواء وينتج من نظام الدسر. أنواع مختلفة من أنظمة الدسر توفر الدفع بطرق مختلفة، لكن معظمها تعتمد على تطبيقات قانون نيوتن الثالث "لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومعاكس له في الاتجاه".

خلال أربعين سنة من طائرة الأخوين رايت ، بقيت الطائرات تستخدم محركات الاحتراق الداخلي لإنتاج الدفع. معظم طائرات الملاحه أو الطائرات الخاصة تستخدم محركات الاحتراق الداخلي مثل المستخدمة في محركات السيارات. المحرك يأخذ الهواء من المحيط ويمزجه بالوقود ويحرق الوقود وبالتالي ينتج طاقة داخل الوقود ويمزجه بالوقود السائل ويحرق الوقود وبالتالي ينتج طاقة داخل الوقود ثم يستخدم الغاز الساخن الخارج لتحريك كباس (Piston) والذي هو بدوره متصل بعمود مرفقي (crankshaft) . في السيارة يستخدم العمود المرفقي لتدوير العجلات، بينما في الطائرة يستخدم لتحريك المروحة.

ما هو الفرق بين المحرك (engine) والموتور (motor) ؟ المحرك يُنتج الشغل من الحرارة (الاحتراق) ، بينما المحرك ينتج الشغل عن طريق تحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حركية. محركات الاحتراق سوف تناقش في هذه الوحدة . (بينما الموتورات سيشير إليها الكتاب الأصلي في وحدة 12 وهي اشارة مختصرة وغير مغرية بالترجمة) . بالمناسبة الطائرات التي تعمل على الخلايا الشمسية هي طائرات مدفوعة مروحياً .

### 6.2.1 المعادلات الأساسية التي تحكم دسر المروحة

تفاصيل دسر المروحة أمر معقد ، لكن سنأخذ بعض الأساسيات ، مبدأ تحويل العزم (momentum) والطاقة. التعقيد ينشأ من حقيقة أن المروحة تعمل كجناح دوار، تصنع قوة الرفع بسبب حركتها خلال الهواء . للطائرة المدفوعة مروحياً يتسارع الهواء عندما يمر الهواء المحيط خلال المروحة. العملية الفعلية للاحتراق في المحرك تنتج دفع قليل جداً ؛ بدل ذلك ينتج الدفع بفعل المروحة. للمراوح ريشتان أو ثلاث أو أربع (ريشة: blade) ، وهي عادةً طويلة ورقيقة (thin) . قطع عمودي على طول الريشة يعطي شكل المقطع الايرودينامي . بما أنها ريش نصف قطرية (radial) فإن الطرف (tip) يتحرك أسرع من الصرة (hub). الريش المفتولة

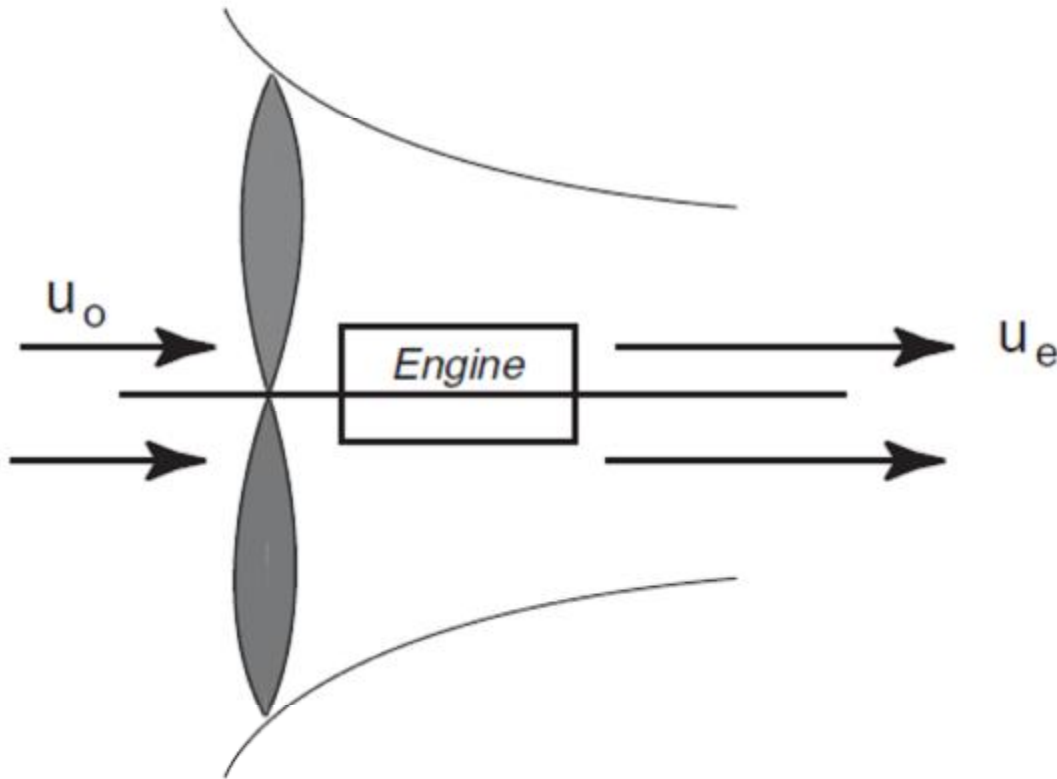


(twisted) تعطي تصميم مطور ذو كفاءة مروحة قصوى. زاوية الهجوم للمقاطع الايرودينامية للمروحة يتغير من الطرف إلى الصرة مع زاوية أقل عند الطرف، والذي يجعل مسألة تحليل دفع الهواء خلال كامل المروحة مسألة مثيرة للتحدي.

المحرك يدير المروحة ويقوم بالشغل (work) على دفع الهواء ، محدثاً تغير فعال في الضغط خلال قرص المروحة . تعمل المروحة كجناح دوار ، وفي وحدة 3 "الايروديناميات" تعلمنا أن الضغط فوق السطح العلوي للجناح أقل منه تحت الجناح. المروحة الدوارة تجعل الضغط أمام المروحة أقل من ضغط الهواء الحر، وتجعله خلف المروحة أعلى من ضغط الهواء الحر.

رسمة لنظام دسر المروحة مبينة في الشكل 6.1 . قوة الدفع تعتمد على تدفق الكتلة خلال المروحة والتغير الناتج في سرعة الهواء المار خلال المروحة. معدل تدفق كتلة الهواء خلال نظام الدسر ثابت

**Figure 6.1** | Propeller schematic showing the envelope of a moving air mass where inlet velocity is  $u_0$  and exit velocity is  $u_e$ .



## الشكل 6.1

من الصيغة العامة لقانون نيوتن الثاني نستطيع أن نستنتج أن قوة الدفع تساوي معدل تدفق الكتلة مضروب بالفرق بين سرعة الخروج والدخول للهواء المتدفق خلال المروحة، أي

$$F = \dot{m}(u_e - u_o) \dots \dots \dots 6.1$$

حيث  $u_o$  هي سرعة الدخول (inlet) و  $u_e$  هي سرعة الخروج (exit) ، و  $\dot{m}$  تدفق الكتلة (mass flow) . سرعة الخروج أعلى من سرعة الدخول لأن المروحة تسرع الهواء .

مُخرَج قدرة المروحة المثالية تساوي تدفق (flux) طاقة الحركة خلال المروحة ، أي

$$P = \dot{m} \left( \frac{u_e^2}{2} - \frac{u_o^2}{2} \right) = \frac{\dot{m}}{2} (u_e - u_o)(u_e + u_o) \dots \dots \dots 6.2$$

حيث P ترمز لقدرة المروحة (Power) . نعرف كفاءة المروحة (Propeller efficiency) بالنسبة بين الشكل الفعال (useful work) والقدرة الداخلية (input power) ، أي

$$\text{Propeller efficiency} = \frac{\text{useful work}}{\text{input power}} = \frac{F u_o}{P}$$

حيث أن الشغل هو القوة (قوة الدفع هنا) F مضروبة بسرعة الدخول  $u_o$  ، والقدرة الني

تمر خلال المحرك هي P . نرمز عادةً للكفاءة بالرمز h :

$$h_{prop} = \frac{F u_o}{P} \dots \dots \dots 6.3$$

بتعويض معادلة 6.1 و 6.2 و 6.3 نحصل على

$$h_{prop} = \frac{2u_o}{(u_e + u_o)} \dots \dots \dots 6.4$$

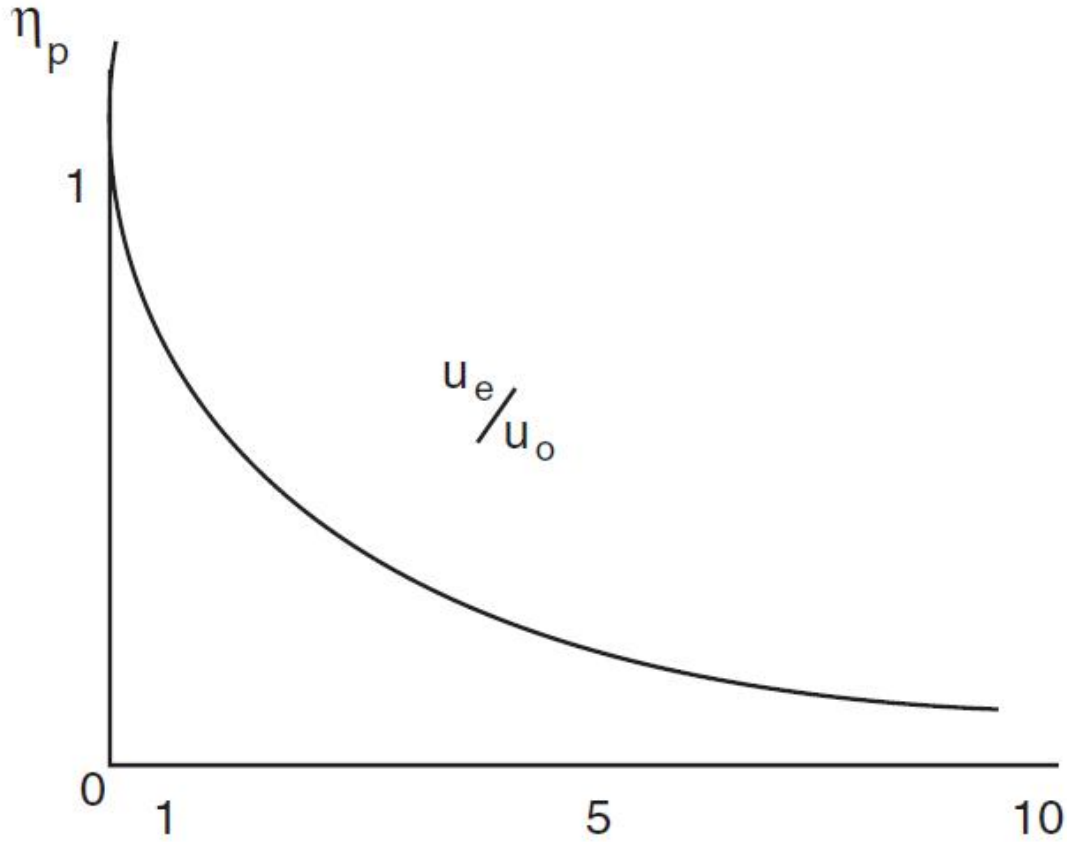
عادة تسمى هذه الكفاءة بالكفاءة الدسرية (Propulsive efficiency) أو  $h_p$  . للوصول إلى كفاءة عالية ( $h \sim 1$ ) يجب أن تكون  $u_e \rightarrow u_o$  . لكن من معادلة 6.1 نرة أنه عند الكفاءة العالية لا بد من أن يكون تدفق الهواء عالي كي نحصل على الدسر المطلوب . لذا هناك حدود عملية لمقدار كفاءة محرك الطائرة .

نعيد كتابة معادلة 6.1 بالصورة :

$$\frac{F}{\dot{m}u_o} = \left( \frac{u_e}{u_o} - 1 \right) \dots \dots \dots 6.5$$

وهو يقود إلى علاقة بين الكفاءة الدسرية والدفع وتدفق الطنلة والسرعة كما في الشكل 6.2

**Figure 6.2 | Propulsive efficiency relation.**



الشكل 6.2

تذكر أن محركنا هو محرك احتراق (combustion engine) والذي يسمى عادة محرك حراري (heat engine) ، لذا لا بد من الاهتمام بالتأثيرات الحرارية (thermal effects) بنفس درجة الاهتمام بكفاءة المروحة. نعرف الكفاءة الحرارية (thermal efficiency) كالتالي

$$h_t = \frac{P}{\dot{m}_f Q} \dots\dots\dots 6.6$$

حيث P هي القدرة و  $\dot{m}_f$  هو معدل تدفق الوقود و Q هي قيمة التسخين (heat value) للوقود الكفاءة الحرارية لمحرك احتراق محكمة بمبادئ التيرموديناميات، ويمكن اثبات أن الكفاءة الحرارية أقل من الكفاءة المثالية (كفاءة كارنوت Carnot)

$$h_t \leq \left( h_c = 1 - \frac{T_o}{T_{source}} \right) \dots\dots\dots 6.7$$

حيث  $T_o$  هي حرارة الجو المحيط بوحدة كلفن وهي من 200K إلى 300K عادةً . للوقود الهيدروكربوني حرارة المصدر  $T_{source}$  هي عادةً

$$T_{source} < 3,000K$$

لذا

$$h_c < 1 - \frac{200}{3,000} \approx 0.9$$

والكفاءة الحرارية الحقيقية قريبة من

$$h_t = 0.5$$

أخيراً نعرف الكفاءة الكلية (overall efficiency) بأنها الكفاءة الحرارية مضروبة بالكفاءة الدسرية. أو النسبة بين القدرة التي تدفع الطائرة-إلى-الطاقة المتدفقة في الوقود، وتساوي

$$h_{overall} = h_t h_p = \frac{F u_o}{\dot{m} Q} \dots\dots\dots 6.8$$

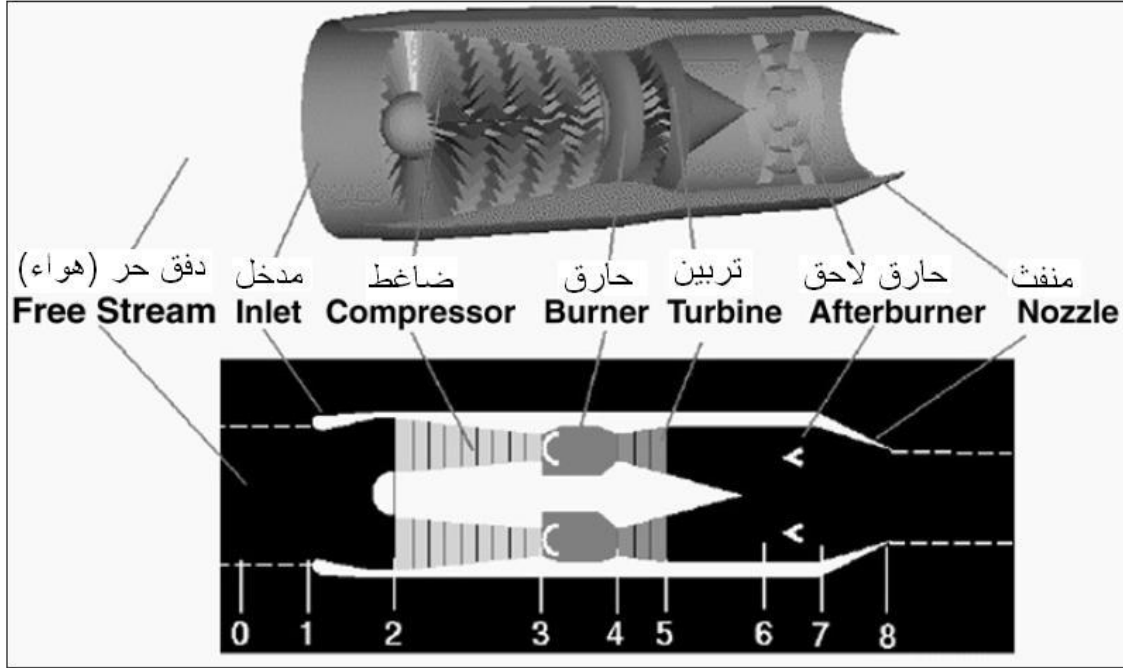
للحصول على سرعات طيران أعلى ننتقل إلى المحركات النفاثة . بعد الحرب العالمية الثانية. بدأت المحركات النفاثة تنال الشعبية، يمكن ملاحظة الانتقال من المراوح إلى النفاثات في بعض الطائرات حيث المحركات النفاثة تستخدم لتدوير المراوح. هذا النوع من أنظمة الدسر يسمى المحرك التربينوي المروحي (turboprop) ، حيث أن معظم الدفع يأتي من المراوح، والتي تديرها المحركات التربينوية (turbine engines) (أنظر الدرس 6.4.3)

### 6.3 المحرك النفاث (jet engine)

هناك أنواع مختلفة كثيرة من المحركات النفاثة - والتي تسمى أحيانا محركات تربينية غازية (gas turbine engines) - لكن جميع المحركات التربينوية تشترك بنفص الاجزاء الرئيسية وهي : المدخل (Inlet) ، الضاغط (compressor) ، الحارق (burner) ، التربين (turbine) ، المنفث (nozzle) . المدخل يدخل دفق الهواء الحر (freestream air) ويوصله إلى الضاغط. الضاغط يزيد ضغط الهواء القادم قبل ادخاله إلى الحارق. في الحارق يتم خلط الوقود مع الهواء ذو الضغط العالي ويتم حرقه. الغاز الناتج ذو الحرارة العالية يستخدم لتدوير التربين ولانتاج الدفع أثناء مروره بالمنفث . التربين موجود بعد الحارق ويأخذ الطاقة من الدفق الساخن ويستخدم (أي التربين) لتدوير الضاغط.

الشكل 6.3 يبين رسمة محرك نفاث مع ترقيم المحطات (station) ، وهو الذي يساعد على تعريف دفق الهواء خلال الأجزاء المختلفة . إضافة إلى ذلك الشكل يوضح الحارق اللاحق (after burner) وهو موجود في معظم الطائرات المقاتلة الحديثة من أجل الطيران بأسرع من سرعة الصوت

**Figure 6.3** | Jet, or gas turbine, engine schematic with station numbers assigned to components [36].



الشكل 6.3

تفاصيل هذه الاجزاء سنأخذها في الصفحات القادمة، ثم نأخذ ستة أنواع من المحركات

التربينية ، وهي :

§ التربين النفاث turbojet

§ تيربوفان turbofan (المترادف العربي لها هو تربين مروحي لكنه نفس مرادف

turboprop لذا اضطررنا إلى ترجمتها تيربوفان)

§ تربين مروحي turboprop

§ تربين نفاث مع حارق لاحق Afterburning turbojet

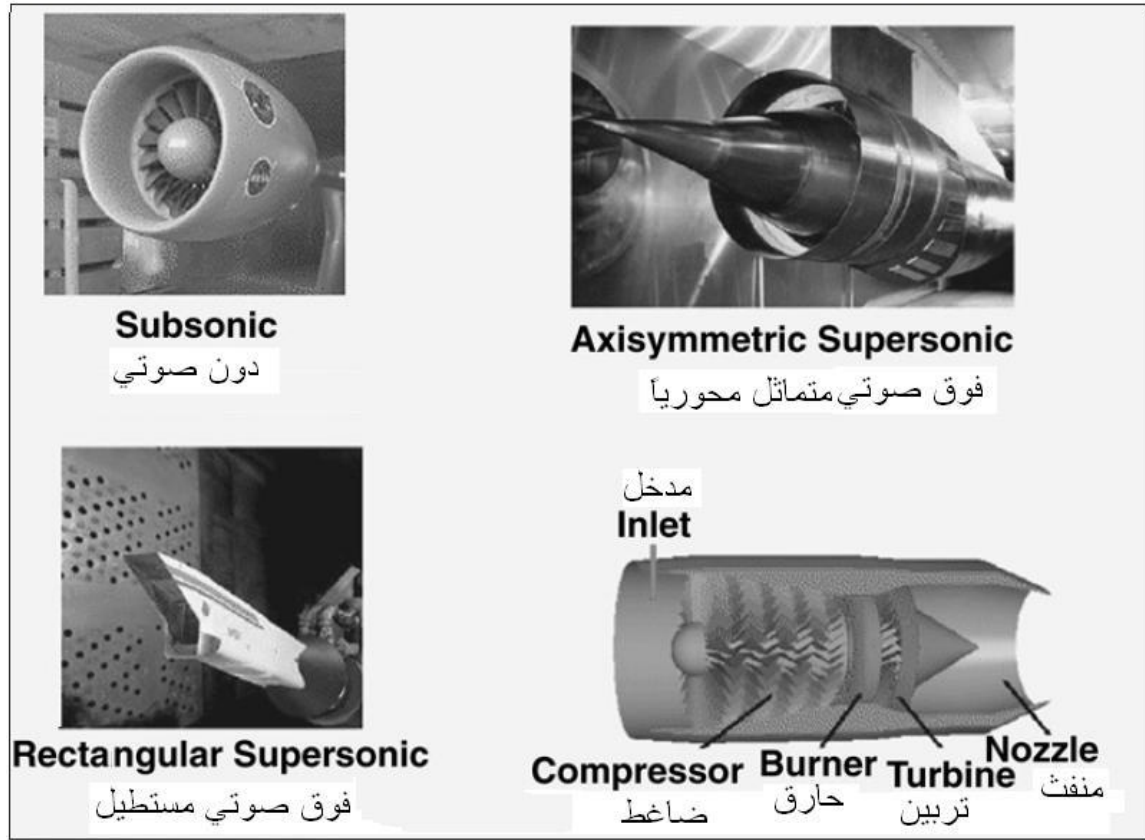
§ نفاث تضاعطي ramjet

§ محرك تحويلي بعد عالي ultra high bypassengines

### 6.3.1 المدخل (inlet or intake)

يدخل دفق الهواء الحر المحرك التربين من المدخل. مع أن المدخل لا يؤثر بأي شغل على الدفق ، إلا أنه يوجد العديد من معالم التصميم لهذا الجزء. المداخل لها العديد من الأشكال والأحجام ، وعادةً تحدد سرعة الطائرة (أنظر الشكل 6.4).

**Figure 6.4** | Typical inlet designs for subsonic and supersonic jet engines [36].



الشكل 6.4

للطائرات التي لا تستطيع تجاوز سرعة الصوت ؛ فإن تصاميم بسيطة ومستقيمة وقصيرة تعمل جيداً (مثل الطائرات التجارية وطائرات نقل البضائع) . سطح المدخل هو منحنى متصل وممهد بينما مقدمته وتسمى highlight أو شفة المدخل (inlet tip). الطائرة الدون صوتية لها مدخل له شفة سميكة نسبياً . بينما شفة المدخل للطائرة فوق صوتية تكون حادة . التصميم ذو الشفة الحادة يقلل خسارات الأداء الناتجة من الموجة الصدمية (shock wave) في الطيران فوق الصوتي. في الطائرة فوق صوتية المدخل يجب أن يبطئ سرعة الدفق للسرعات الدون صوتية قبل وصول الهواء إلى الضاغط. بعض المداخل فوق صوتية تستخدم مخروط مركزى متمائل محورياً لصدم الدفق وتحويل سرعته إلى دون صوتية (شكل 6.4 أعلى اليمين) ، بينما أنواع أخرى تستخدم لوح مسطح لصنع صدمات ضاغطة (الشكل 6.4 أسفل اليسار) . هذا النوع من المداخل موجود في طائرة F-14 و F-15 المقاتلة. هناك أيضاً أشكال مداخل أغرب تستخدم في بعض الطائرات لأسباب مختلفة.

المدخل يجب أن يعمل بكفاءة خلال ظروف الطيران التشغيلية كلها للطائرة. عند السرعات القليلة جداً ، أو عندما تكون ساكنة في مدرج الإقلاع فإن الهواء يدخل إليها بالضاغط . عند السرعات العالية تصميم جيد للمدخل يسمح للطائرة بالمناورة عند زوايا هجوم عالية دون احداث اضطراب للدفق في الضاغط. لأن المدخل مهم جداً لتشغيل الطائرة الكلي؛ فإنها عادةً تصمم وتختبر في شركة هياكل الطائرات (airframe) بالإضافة إلى مصنع المحرك. لأن المدخل لا يقوم بأي شغل ثيرمودينامي ؛ فإن الحرارة الكلية خلال المدخل تكون ثابتة. بالرجوع إلى أرقام المحطات في الشكل 6.3 ، نسبة الحرارة بين الدفق الحر (المرموز له بالمرحلة 0) وحد المدخل الضاغط هو

$$\frac{T_2}{T_0} = 1 \dots\dots\dots 6.9$$

مع ذلك الضغط الكلي يمكن أن يتغير خلال المدخل بفعل تأثيرات التدفق الايرودينامي، والموسومة باسترداد الضغط الكلي للمدخل (IPR) (Inlet (total) Pressure Recovery) ، الـ (IPR) تشير إلى مقدار "استرداد" ظروف الدفق الحر. استرداد الضغط يعتمد على الكثير من العوامل المتنوعة، تتضمن شكل المدخل وسرعة الطائرة وحاجات الدفق للمحرك ومناورات الطائرة . تحليلياً الـ (IPR) هي اقتران يعتمد كفاءة المدخل (inlet efficiency) والتي تساوي

$$h_i = \frac{P_2}{P_1} \dots\dots\dots 6.10$$

رقم ماخ M هو النسبة بين السرعة وسرعة الصوت (أنظر المعادلة 3.26) لذا IPR تعطى بالعلاقة

$$IPR = \frac{P_2}{P_0} = h_i \quad \text{for } M < 1 \dots\dots\dots 6.11$$

$$IPR = \frac{P_2}{P_0} = h_i [1 - 0.075(M - 1)^{1.35}] \quad \text{for } M > 1 \dots\dots\dots 6.12$$

### 6.3.2 الضاغط (compressor)

في المحرك التربينتي يتدفق الهواء من المدخل إلى الضاغط حيث تزداد قيمة الضغط للهواء الداخل قبل الدخول إلى الحارق. الضاغط يقوم بأداء شغل على الضاغط لزيادة ضغط الهواء. النوعين الرئيسيين للضاغطات هي المحوري (axial) والطارد مركزي (centrifugal) . في الضاغط المحوري يسير الدفق بموازية محور الدوران (أي في الاتجاه المحوري) . في

الضاغط الطارد مركزي دفع الهواء يدور عمودياً على محور الدوران. المحركات النفاثة القديمة (في بداياتها) كانت تستخدم الضاغط الطارد المركزي وما زالت تستخدم في بعض المحركات التربينية النفاثة (turbojet) والمحركات من نوع (turbohaft) وكمضخات لمحركات الصواريخ. المحركات التربينية النفاثة (turbojet) الحديثة الكبيرة والـ (turbofan) تستخدم الضاغطات المحورية. في المعدل، الضاغط الطارد المركزي أحادي المرحلة يزداد ضغط دفع الهواء 4 أضعاف. في الضاغطات الطاردة المركزية، الزيادة الإضافية في الضغط تنتج من تدوير الدفع نصف قطرياً. ضاغط محوري مماثل أحادي المرحلة يزيد الضغط فقط بـ 1.2 ضعف، لكن يمكن وبسهولة وصل عدة مراحل ببعض، منتجة ضاغط محوري متعدد المراحل. في الضاغط متعدد المراحل يزداد الضغط من مرحلة إلى مرحلة (مثلاً 8 مراحل كل مرحلة يتضاعف الضغط 1.2 يعطي تضاعف كلي مقداره 4.3 ضعف). الحصول على ضاغط طارد مركزي متعدد المراحل بكفاءة جيدة أصعب بكثير، لأن الدفع بجت أن يُنقل راجعاً إلى محور كل مرحلة. في الضاغط المحوري، سلسلة من المقاطع الايرودينامية الصغيرة منصوبة على عمود الدوران (shaft) الذي يدور بسرعة عالية. بما أن الدفع يدور عمودياً على المحور، فإن المحرك ذو الضاغط الطارد مركزي يجب أن يكون أوسع (مقطع عرضي أكبر) أكثر من الضاغط المحوري المكافئ. المقطع العرضي الأكبر يعطي مقاومة ايرودينامية اضافية غير مرغوب بها. بسبب جميع هذه الأسباب، معظم المحركات النفاثة عالية الضغط (high-compression) تستعمل تصاميم ضاغط محوري متعدد المراحل. إذا كنا نرغب فقط بالقليل من الضغط (compression)، فإن أقصى خيار هو الضاغط الطارد المركزي. الشغل الذي يحدثه الضغط على الدفع هو اقتران يعتمد على الضغط ودرجة الحرارة. مقياس زيادة الضغط هو نسبة ضغط الضاغط (Compression Pressure Ratio) أو CPR والتي هي نسبة ضغط الهواء الخارج من الضاغط إلى ضغط الهواء الداخل إلى الضاغط (دائماً  $1 <$ ). باستخدام أرقام المراحل في الشكل 6.3 فإن الـ CPR يساوي الضغط عند النقطة 3 ( $P_3$ ) مقسوم على الضغط عند النقطة 8 ( $P_8$ ). نسبة ضغط الضاغط (CPR) ترتبط بدرجة الحرارة عند مدخل ومخرج الضاغط (CPR) ودرجة الحرارة بدورها مرتبطة بالضغط الكلي لدفق انضغاطي (compressible flow)، ويعطى بالعلاقة:

$$CPR = \frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3^{\frac{g-1}{g}}}{T_2^{\frac{g-1}{g}}} \dots\dots\dots 6.13$$



حيث CPR هي نسبة ضغط الضاغط،  $P_2$  و  $P_3$  هي الضغط عند المحطات 2 و 3 على التوالي،  $T_2$  و  $T_3$  هي درجة الحرارة عند المحطات 2 و 3 على التوالي، و  $g$  هي من صفات الغاز وبالتحديد نسبة الحرارة النوعية ( $g \sim 1.4$  للهواء). شغل الضغط لكل تدفق كتلة يمكن كتابته كالتالي:

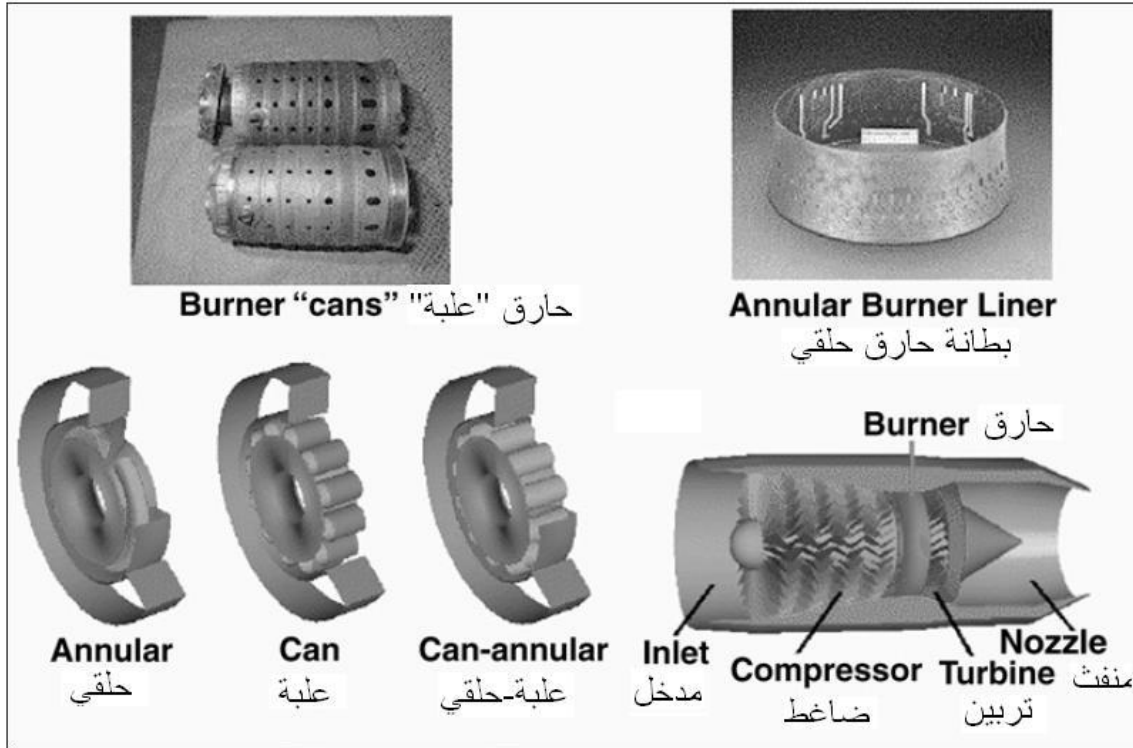
$$W_{comp} = \frac{cT_2}{h_c} \left( CPR^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \dots\dots\dots 6.14$$

حيث  $c$  ثابت ويمثل الحرارة النوعية (specific heat) للغاز،  $T_2$  هي درجة الحرارة عند مدخل الضاغط، و  $h_c$  هي كفاءة الضاغط، تم تضمن معامل الكفاءة لأخذ الأداء الحقيقي للضاغط بالحسبان (فلا يوجد ضاغط مثالي). للوصول إلى CPR المنشودة في التصميم، كفاءة الضاغط يجب أن تُقهر، والشغل اللازم يوفره تربين القدرة، والذي يوصل مع الضاغط بواسطة عمود دوران (shaft) مركزي. التأثيرات الحرارية في الضاغطات هامة. في الحقيقة، في بعض المحركات، درجة الحرارة عند مخرج الضاغط تكون قيد للتصميم (أعني عامل يحدد أداء المحرك)، وذلك بسبب حدود الحرارة لمادة الضاغط خصوصاً في آخر مرحلة في الضاغط.

### **6.3.3 الحارق أو غرفة الاحتراق (burner or combustor)**

الحارق هو مكان حصول الاحتراق، وكثيراً ما يسمى بغرفة الاحتراق للمحرك التربينى الغازي. الوقود يُدمج مع الهواء عالي الضغط القادم من الضاغط، ويحصل الاحتراق. الغاز الخارج الناتج عالي ذو درجة الحرارة العالية يستخدم لتدوير تربين القدرة وأخيراً لإنتاج دفع بعد الخروج من المنفتح. الحارق يقع بين الضاغط والتربين (الشكل 6.5) الحارق يكون على شكل حلقي. يمر عمود الدوران الواصل بين الضاغط والتربين خلال فتحة الحارق. الحارق يجب أن يكون مصنوع من مادة تتحمل درجة الحرارة العالية الناتجة من الاحتراق، هناك عادةً غطاء (casing) خارجي وبطانة (liner) داخلية. البطانة تكون مثقبة عادة من أجل تحفيز خلط الوقود بالهواء. هناك ثلاث أنواع رئيسية من غرف الاحتراق وهي: الحلقي (annular) حيث تكون البطانة داخل الغطاء الخارجي، وتصميم العلبه (can) بحيث يمكن أن تحتوي كل علبه على بطانة وغطاء، والتصميم الهجين علبه-حلقي (can-annular) حيث يكون الغطاء حلقي والبطانة على شكل علبه.

**Figure 6.5** | The components of the burner, or combustor, of a gas turbine engine [36].



الشكل 6.5

العديد من الحواري الحديثة تدمج التصاميم الحلقية ، بالرغم من أن تصميم العلبه أقدم. حسنات التصميم الهجين "علبة-حلقي" هي أن العلب أسهل للتصميم والاختبار، والغطاء يكون حلقي. جميع التصاميم الثلاثة توجد في التربينات الغازية.

تفاصيل خلط وحرق الغاز مسألة معقدة. نحن سوف نكتفي باعتبار أن الحارق هو ببساطة المكان الذي يحصل فيه الاحتراق والذي ترتفع فيه حرارة الهواء مع حصول انخفاض قليل في الضغط. الاحتراق يحصل عند ضغط عالي مقارنة بضغط الدفع الحر بسبب عمل الضاغط. الضغط داخل الحارق يكون ثابت تقريباً (يتناقص بنسبة 1% إلى 2% فقط) . باستخدام أرقام المحطات في الشكل 6.3 نسبة ضغط الحارق (BPR) (Burner Pressure Ratio) يساوي الضغط عند النقطة 4 ( $P_4$ ) مقسوم على الضغط عند النقطة 3 ( $P_3$ ) ، أي

$$BPR = \frac{P_4}{P_3} \sim 1 \dots\dots\dots 6.15$$

ثيرموديناميات الحارق مختلفة عن تلك في الضاغط والتربين ، لأنه في الحارق تُطلق الحرارة (heat) في عملية الاحتراق. في الضاغط والتربين، لا يوجد دخول للحرارة، لذا يكون هناك علاقة بين درجة الحرارة والضغط، ومعادلة الطاقة تحدد تغير درجة الحرارة. نحتاج إلى

معرفة الطاقة الناتجة في مرحلة الحارق. بما أنه يتم اضافة الوقود إلى الحارق، فإننا ندخل كتلة الوقود في حساباتنا بواسطة النسبة  $f$  (نسبة تدفق كتلة الوقود إلى الهواء). الحرارة الناتجة  $Q$  تعتمد على نوع الوقود المستخدم، وتحدد تجريبياً. الحارق له معامل كفاءة  $h_p$  وهو من أجل الحساب للخسارات (losses) أثناء الاحتراق. نسبة الوقود-إلى-الهواء للحارق تعتمد على درجة الحرارة وعلى نوع الغاز. ويمكن حسابها بالمعادلة

$$f = \frac{r_{\&f}}{r_{\&}} = \frac{(T_4/T_3)-1}{h_p Q / (c T_3) - T_4/T_3} \dots\dots\dots 6.16$$

حيث  $r_{\&f}$  هي تدفق كتلة الوقود (fuel)، و  $Q$  ثابت التسخين (heating constant)، و  $c$  تمثل متوسط الحرارة النوعية (average specific heat)، و  $T_3$  هي درجة الحرارة عند مدخل الحارق، و هي درجة عند مخرجه، و  $h_p$  هي كفاءة الحارق. اختيار وقود المادة تظهر ثنائية عندما نتكلم عن درجة حرارة الاحتراق القصوى ( $T_4$ ). إذا عمل المحرك درجة حرارة أعلى من درجة الحرارة القصوى المصمم عليها، فسيحصل خراب في الحارق والتربين. درجة حرارة الدخول في الحارق ( $T_3$ ) يحددها الضاغط وظروف الضغط الخارجية. ثابت تسخين الوقود  $Q$  معروف للوقود المعين الذي نستخدمه، والحرارة النوعية  $c$  هي خاصية معروفة للهواء. نحل معادلة 6.16 لقيمة نسبة الوقود إلى-الهواء ( $f$ ). والذي يسمح لنا بتحديد الاستهلاك النوعي للوقود في المحرك (engine`s specific fuel consumption). كما شرحنا في وحدة 4 الاستهلاك النوعي للوقود يؤثر في المدى الأقصى للطائرة.

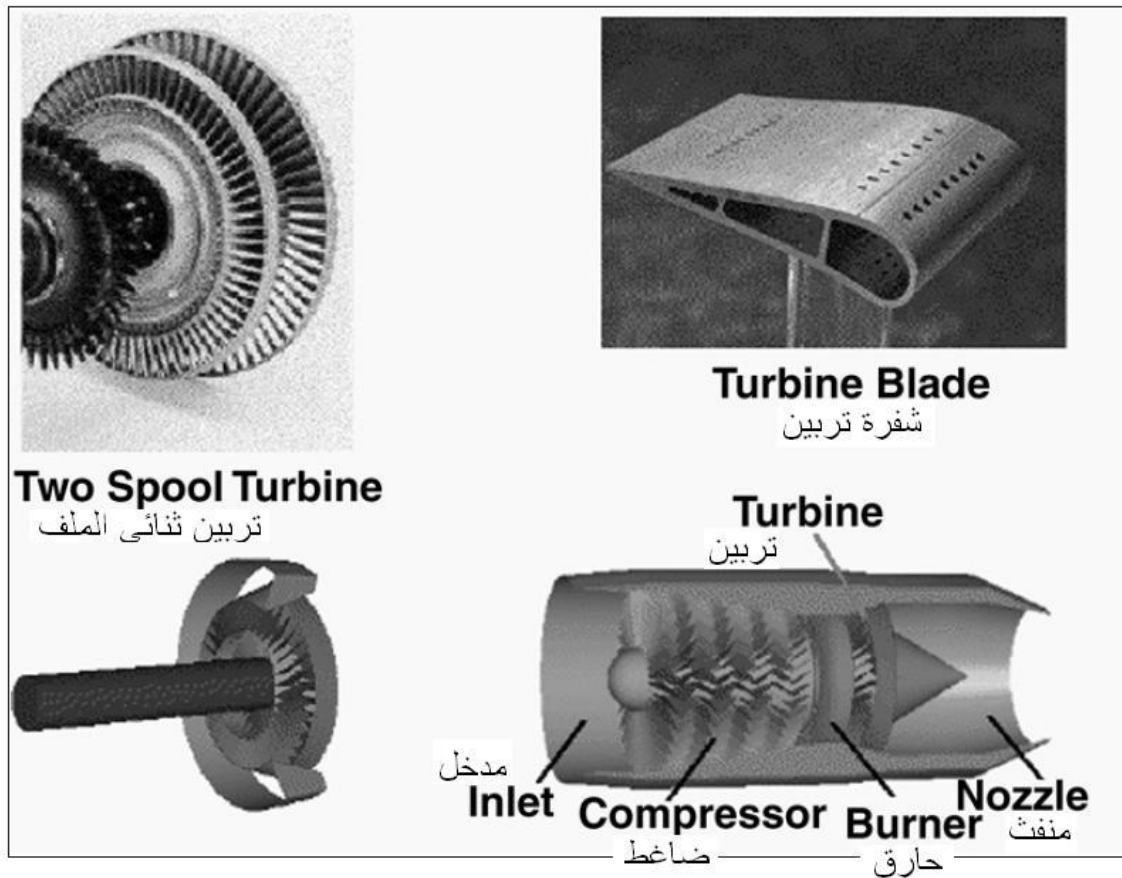
مقدار انتاج المحرك للدفع هو أمر مهم، لكن مقدار الوقود المستخدم لانتاج هذا الدفع هو أحياناً أمر أكثر أهمية. يستخدم المهندسون معامل كفاءة يسمى الاستهلاك النوعي للوقود الدافع (Thrust Specific Fuel Consumption) TSFC لوصف كفاءة وقود المحركات. استهلاك الوقود أو TSFC هو "كم من الوقود يحرق المحرك في الساعة". مهندسو الدسر عادةً يستخدمون "الدفع النوعي للمحرك" (engine`s specific thrust) والذي هو الدفع الناتج لكل كتلة هواء. الدفع (thrust) في TSFC متضمن للدلالة على أننا نتكلم عن المحركات التربينية الغازية.

### 6.3.4 تربينات القدرة (Power Turbine)

جميع المحركات التربينية الغازية تمتلك تربين قدرة يقع بعد الحارق كي يأخذ الطاقة من الدفق الساخن ويستخدم هذه الطاقة كي يدير الضاغط. والتربين يتكون من صفيين من الشفرات الصغيرة الايرودينامية المقطع. الأجزاء المختلفة لتربين محوري تتضمن عمود الدوران الداخلي

(Inner shaft) وهو مثبت مع صف من الشفرات التي تدور عند سرعات عالية جداً وتسمى الدوامة (rotar) ، والصف الثاني الذي يبقى ثابت ويسمى الساكن (stator) . التربين مربوط مع الضاغط بواسطة عمود الدوران، ومجموع التربين وعمود الدوران والضاغط يسمى الماكينة التربينية (turbomachinery) . السواكن (stators) تمنع الدفع من الحركة اللولبية حول المحور بواسطة ارجاع الدفع للسير بموازاة المحور. بالاعتماد على نوع المحرك، فقد يكون هناك عدة مراحل تربينية في المحرك. محركات turbofan و turboprop (المروحية النفاثة) عادةً تستخدم تربينين وعمودي دوران منفصلين لتحريك المروحة وصندوق المسننات على التوالي، وتسمى محرك ثنائي الملف (Two-spool engine) . المحركات ثلاثية الملفات موجودة في بعض المحركات عالية الكفاءة حيث أن التربين وعمود الدوران الاضافيين يفصلان جزء من الضاغط. هناك العديد من تفاصيل التصميم المهمة للتربينات (أنظر الشكل 6.6)

**Figure 6.6** | Power turbine component of a jet engine [36].



الشكل 6.6

التربين يأخذ الطاقة من الدفق ، مما يسبب هبوط في الضغط خلال التربين . ممال الضغط يساعد على ابقاء الدفق متصل مع شفرات التربين، هبوط الضغط خلال مرحلة تربين واحدة قد يكون أشد بكثير من زيادة الضغط الحاصلة في الضاغط المرافق . مرحلة تربين أحادية يمكن أن تستعمل لتشغيل ضاغط متعدد المراحل. لمنع الدفق حول شفرات التربين ؛ فإن من الممكن تطويق أطراف شفرات التربين معاً . شفرات التربين توجد في بيئة أشد قسوة من التي توجد فيها شفرات الضاغط. بعيد الحارق تتعرض الشفرات لدفق درجة حرارته عدة مئات درجات مئوية ( $500^{\circ}C <$ ) . لذا لا بد أن تكون شفرات التربين إما مصنوعة من مواد خاصة بإمكانها تحمل الحرارة أو يوجد آلية فعالة لتبريدها (الشفرات المبردة مبينة في الشكل 6.6) ، الشفرة تكون مجوفة والهواء البارد النازف من الضاغط يضخ خلال الشفرة ويخرج من الفتحات الصغيرة الموجودة على سطح الشفرة لكي يبقى السطح بارد.

الآن نأخذ اشتقاق المعادلات التي تحكم كيفية امتصاص الطاقة من الدفق الساخن الخارج من الحارق. عندما يمر الدفق خلال التربين تنخفض درجة حرارته وضغطه. يسمى الانخفاض خلال التربين بنسبة ضغط التربين (Turbine Pressure Ratio) TPR ، أي النسبة بين ضغط الهواء الخارج من التربين وضغط الهواء الداخل إليه (دائماً  $1 >$ ) . باستخدام أرقام المحطات في الشكل 6.3 ، الـ TPR تساوي الضغط عند النقطة 5 ( $P_5$ ) مقسوم على الضغط عند النقطة 4 ( $P_4$ )

$$TPR = \frac{P_5}{P_4} = \frac{T_5^{\frac{g}{g-1}}}{T_4} \dots\dots\dots 6.17$$

الدفق يقوم بشغل كي يدير التربين وعمود الدوران. من التيرموديناميات، شغل التربين لكل كتلة دفق هواء ( $W_{tur}$ ) مرتبطة مع درجة الحرارة الكلية عند المحطة 4 و 5 ، والتي هي أيضاً مرتبطة بالدفق الانضغاطي

$$W_{tur} = h_t c T_4 \left( 1 - (TPR)^{\frac{g-1}{g}} \right) \dots\dots\dots 6.18$$

حيث  $g$  هي نسبة الحرارة النوعية (وتساوي 1.4 للهواء) ،  $c$  هي الحرارة النوعية ، و  $h_t$  كفاءة التربين . معامل الكفاءة ضروري لتضمن الأداء الفعلي للتربين .

### 6.3.5 وصل الضاغط والتربين

شرحنا كل من الضاغط والتربين بشكل مستقل، لكن نظام المحرك النفاث ككل يعتمد على عمل الضاغط والتربين معاً. هذا الدرس يصف كيف يتم هذا بواسطة وصل التربين مع الضاغط. يتم وصل التربين مع الضاغط للتأكد من العمل الجيد للمحرك. تحليلاً، نصف هذه العلاقة بمساواة شغل الضاغط بشغل التربين (أي مبدأ حفظ الطاقة) . نساوي معادلة 6.14 بمعادلة 6.16

$$\frac{cT_2}{h_c} \left( CPR^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) = h_t c T_4 \left( 1 - (TPR)^{\frac{g-1}{g}} \right) \dots \dots \dots 6.19$$

شغل الضاغط يكون بين محطة 2 و 3 وشغل التربين يكون بين 4 و 5 . الآن ، نحل لايجاد صيغة نسبة ضغط التربين TPR وعلاقة بين مرحلة 2 للضاغط و 3 للتربين ، أي:

$$(TPR)^{\frac{g-1}{g}} = 1 - \frac{T_2}{h_c h_t T_4} \left( CPR^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right) \dots \dots \dots 6.20$$

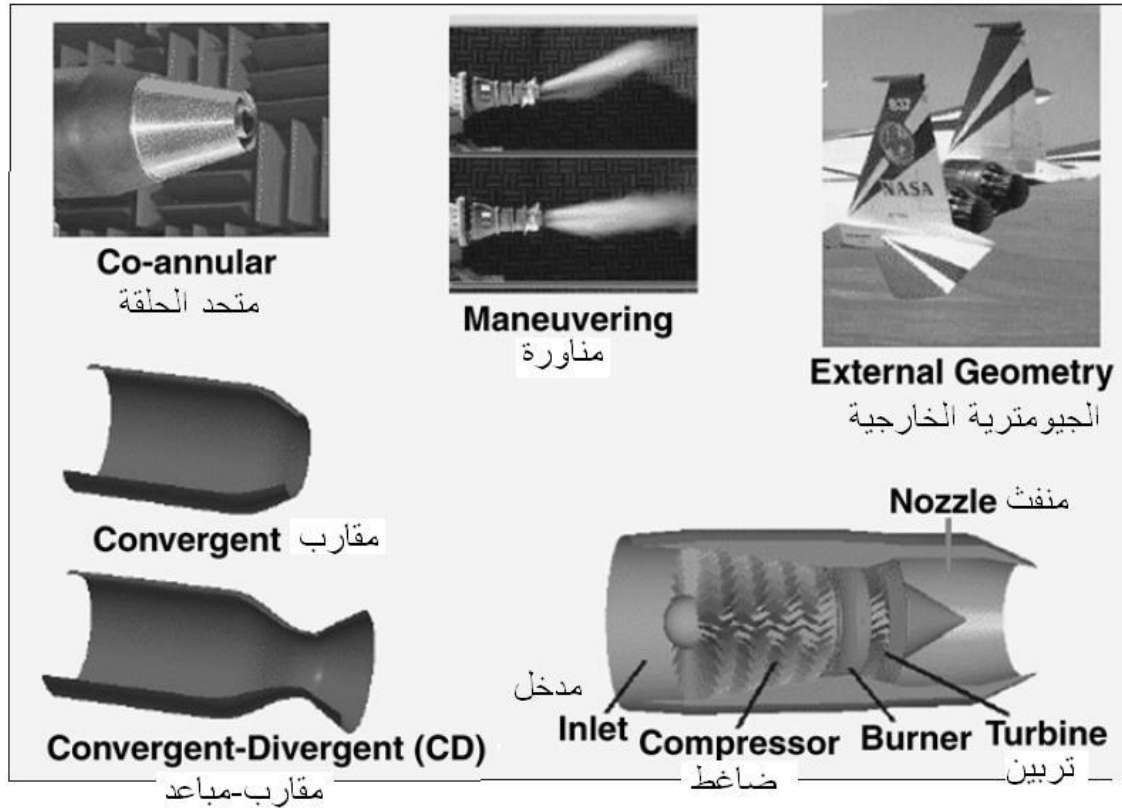
المرحلة الأخيرة في التربين هي مرحلة المنفث

### 6.3.6 المنفث (Nozzle)

منفث المحرك التربينى الغازي له ثلاث وظائف: انتاج الدفع (thrust) ، واخراج الغازات العادمة، وضبط معدل الكتلة في المحرك. أنظر الشكل 6.7 . المنفث يأتي بعد التربين في المحرك. المنفث هو أداة بسيطة نسبياً بجيومترية معينة يتدفق الغاز الساخن من خلالها . المنافث لها العديد من الأشكال والأحجام بالاعتماد على وظيفة الطائرة. المحركات التربينية النفاثة والتربينية المروحية لها عادةً منفث مقارب (convergent) ثابت الجيومترية. محركات التيربوفان (Turbofan) تستخدم أحياناً منفث متحد الحلقة (coannular) حيث يخرج دفق الـ core من المنفث المركزي بينما يخرج دفق المروحة (fan) المنفث الحلقي. المحرك التربينى النفاث ذو حارق لاحق والتيربوفان عادةً تحتوي تصاميم منفث مقارب مباعداً (convergent-divergent) متغير الجيومترية؛ حيث يتقارب الدفق أولاً إلى أقل مساحة (أي الحنجور (throat) ) ثم يتمدد الدفق في الجزء المباعداً ثم يخرج. الجيومترية المتغيرة تجعل هذا المنفث ثقيل لكنها توفر فاعلية تشغيلية للمحرك على مدى أوسع للدفق مقارنة بالمنفث الثابت. جميع المنافث التي ناقشناها لغاية الآن أنبوبية (دائرية) ، لكن حديثاً بدأ المهندسون يجربون منافث ذات مخرج مستطيل، مما يجعل الدفق الخارج سهل الحرف. تغيير اتجاه الدفع بواسطة المنفث يجعل الطائرة أكثر قابلية للمناورة.



**Figure 6.7 |** Gas turbine nozzles [36].



الشكل 6.7

المنفث ينتج الدفع ويضبط معدل دفع الكتلة الكلي في المحرك. المنفث لا يقوم بأي شغل على الدفع ، ومع ذلك هناك بعض خصائص التصميم المهمة للمنفث. بما أن المنفث لا يقوم بأي شغل تيرمودينامي ؛ فإن درجة الحرارة الكلية خلال المنفث ثابتة، وكذلك الضغط الكلي ثابت. باستذكار أرقام المحطات في الشكل 6.3 نكتب

$$\frac{P_8}{P_5} = \frac{T_8^{g-1}}{T_5} = 1 \dots\dots\dots 6.21$$

حيث 5 هي مخرج التربين و8 حنجور المنفث.

الضغط الاستاتي عند مخرج المنفث يساوي الضغط الاستاتي للدفق الحر، إلا إذا تمدد الدفق الخارج إلى ظروف فوق صوتية (المنفث المقارب-المباعد) . نسبة ضغط المنفث NPR (Nozzle Pressure Ratio) ، تعرف بأنها النسبة بين الضغط الكلي للمنفث إلى الضغط الاستاتي للمنفث :

$$NPR = \frac{P_8}{P_{08}} = \frac{P_8}{P_0} \dots\dots\dots 6.22$$

حيث  $P_8$  هي الضغط الكلي و  $P_{08}$  هي الضغط الاستاتي للمنفت (أو الضغط الاستاتي للدفق الحر). الضغط الاستاتي معروف، لكن يجب أن نحل لقيمة الضغط الكلي للمنفت، والتي نحددها من ظروف الدفق الحر ونسبة ضغط المحرك الكلية EPR (overall Engine Pressure Ratio). الـ EPR تعرف بأنها نسبة الضغط الكلي داخل المحرك، أو ببساطة حاصل ضرب الضغط خلال أجزاء المحرك، وتكتب:

$$EPR = \frac{P_8}{P_2} = \frac{P_3}{P_2} \cdot \frac{P_4}{P_3} \cdot \frac{P_5}{P_4} \cdot \frac{P_8}{P_5} \dots\dots\dots 6.23$$

حيث تتضمن جميع المراحل (الضاغط والحارق والتربين والمنفت). الـ EPR يمكن قياسها لمحرك يعمل ويمكن للطيار مشاهدة القيمة وهو في الطائرة. لكن الخسارات العامة في الضغط في المدخل ليست متضمنة في الـ EPR. إذا عرفنا الـ EPR سنعرف الـ NPR (نسبة ضغط المنفت)

الـ ETR نعرفها بصورة مشابهة (للـ EPR) أي

$$ETR = \frac{T_8}{T_2} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_5}{T_4} \cdot \frac{T_8}{T_5} \dots\dots\dots 6.24$$

والتي نحسب منها درجة الحرارة الكلية للمنفت ( $T_8$ ) وبأخذ معادلة الطاقة والحل لسرعة الخروج والتي تعتمد على الـ NPR ودرجة الحرارة الكلية للمنفت، نحصل على

$$u_e = u_8 = \sqrt{2ch_n T_8 \left[ 1 - (1/NPR)^{\frac{g-1}{g}} \right]} \dots\dots\dots 6.25$$

حيث  $h_n$  هي كفاءة المنفت والتي تكون عادةً قريبة جداً من 1 .

معادلات أداء المنفت تصلح لمحركات الصواريخ، تذكر أن محركات الصواريخ تمدد الدفق إلى سرعة فوق صوتية.

بما أن المنفت ينقل الغاز الساخن ويخرجه ليلقي دفق الهواء الحر، لذا قد يوجد تفاعلات بين الغاز الخارج ودفق الهواء الحر المحيط بالطائرة. في الطائرات المقاتلة هذا قد يسبب حصول مقاومة بالقرب من مخرج المنفت. كما في تصميم المدخل، فإن تصميم الشكل الخارجي للمنفت يتم في مصانع الطائرات بينما التصميم الداخلي للمنفت هو عادةً من مسؤولية مصنع المحركات.

الآن نعرف العلاقات الضرورية بين أجزاء المحرك التربين الغازي اللازمة لحساب الدفع الناتج من المحرك النفاث. فإذا عرفنا EPR وخسارات المدخل و ETR، عندها نستطيع استخدام الدرس القادم (6.4) الذي يقدم ملخصاً للتحليل. ثم بعد هذا الدرس التحليلي سوف نأخذ



وصف للمحركات النفاثة الستة: التربينى النفاث والتيربوفان والتربينى المروحي والتربينى النفاث ذو الحراق اللاحق والنفاث التضاعطي والتحويل البعد عالي.

### 6.3.7 المعادلات الأساسية للمحركات النفاثة (رقم هذا الدرس مختلف عن رقمه في الكتاب الأصلي)

أخذنا وصف لأجزاء المحرك النفاث ونريد الآن أن نحل للدفع الناتج من كامل نظام المحرك النفاث. أخذنا جميع المعادلات الضرورية لحساب الدفع في المحرك النفاث؛ وسوف نجمع بينها في هذا الدرس. الدفع النوعي يعتمد فقط على سرعة الخروج من المنفت وعلى سرعة الدفع الحر وعلى نسبة تدفق كتلة الوقود-إلى-الهواء (f). من معادلة سرعة الخروج (معادلة 6.25) نرى أن سرعة الخروج تعتمد على الخواص الثيرمودينامية لدرجة الحرارة الكلية في المنفت وعلى نسبة ضغط المنفت (NPR) (معطاة في معادلة 6.22). الضغط الكلي ودرجة الحرارة الكلية في المنفت تعتمد على نسبة ضغط المحرك الكلية (EPR) (معطاة في معادلة 6.23) و 6.24، والتي تعتمد على نسب الضغط ونسب درجة الحرارة خلال كل جزء من أجزاء المحرك. تذكر أن الدفع يعطى بالمعادلة التالية (معادلة 6.1):

$$F = \dot{m}(u_e - u_0)$$

وسرعة الخروج من المنفت (معادلة 6.25)

$$u_e = u_8 = \sqrt{2ch_n T_8 \left[ 1 - \left( \frac{1}{NPR} \right)^{\frac{g-1}{g}} \right]}$$

نسبة الضغط الـ NPR تساوي

$$NPR = \frac{P_8}{P_{08}} = \frac{P_8}{P_0}$$

درجة الحرارة لقلب (core) المحرك تكتب كالتالي:

$$P_2 = P_0 (IPR) \quad \& \quad T_2 = T_0$$

حيث الـ IPR تعطى بمعادلة 6.11 عندما  $M < 1$  ومعادلة 6.12 عندما  $M > 1$ . الظروف عند مرحلة الضاغط تعتمد على أداء المدخل وظروف الدفع الحر. درجة الحرارة تعطى بـ

$$T_0 = T_{s0}$$

حيث أن درجة الحرارة الكلية عند المدخل (0) تعادل درجة الحرارة الاستاتيكية، أي درجة حرارة الدفع الحر. ملخص المعادلات التالية هو أنها الصيغ الانضغاطية (compressible) لتحديد

درجة الحرارة الكلية والضغط الكلي باستخدام درجة الحرارة الاستاتيكية والضغط الاستاتيكي وسرعة الدفق الحر.

$$T_0 = T_{s0} \left[ 1 + 0.5(g-1) \frac{u_0^2}{a_0^2} \right] \dots\dots\dots 6.26$$

$$P_0 = P_{s0} \left( \frac{T_0}{T_{s0}} \right)^{\frac{g}{g-1}} \dots\dots\dots 6.27$$

$$a_0 = \sqrt{g R T_0} \dots\dots\dots 6.28$$

حيث  $a_0$  هي سرعة الصوت للدفق الحر و  $R$  هي ثابت الغاز (Gas constant) وتساوي  $(286 m^2 / s^2 / K^o$  أو  $0.286 KJ / Kg / K^o$  للهواء)

### مثال 6.1 حساب نسبة الدفع إلى تدفق الكتلة مضروب بالسرعة

لنأخذ القيم التالية لمحرك نفاث

$u_o \approx 300 m/s$	سرعة الدخول (Inlet Velocity)
$Q = 4.8 \times 10^7 J/kg$	قيمة التسخين للوقود (Heating Value)
$\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}} = 0.01$	نسبة تدفق الكتلة (mass flow ratio)
$h_t = 0.5$	الكفاءة الحرارية (thermal efficiency)
$h_p = 0.5$	الكفاءة الدسرية (Propulsive efficiency)

لايجاد نسبة الدفع إلى تدفق الكتلة مضروب بالسرعة (أي  $\frac{F}{\dot{m} u_o}$ )

نستخدم معادلة 6.8

$$h_{overall} = h_t h_p = \frac{F u_o}{\dot{m}_f Q}$$

ومنها نحصل على

$$\frac{F u_o}{\dot{m}_f u_o} = \frac{Q h_t h_p}{u_o^2}$$

ثم :

$$\frac{F u_o}{\dot{m} u_o} = \frac{F u_o}{\dot{m}_f u_o} \left( \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}} \right) = \frac{Q h_t h_p}{u_o^2} \left( \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}} \right) = \frac{4.8 \times 10^7 \times 0.5 \times 0.5}{300^2} \times 0.01 = \frac{4}{3}$$

## 6.4 كيف تعمل المحركات التربينية بمختلف أنواعها (رقم هذا الدرس مختلف عن رقمه في الكتاب الأصلي)

أخذنا الأجزاء المشتركة للمحرك ، إذن الآن سوف نركز على كيفية عمل المحرك ككل. سوف نشرح الأنواع المختلفة من المحركات التربينية، خصوصاً التربينية النفاث والتيربوفان والتربيني المروحي والتربيني النفاث ذو حارق لاحق والتربيني التضاغطي و المحرك التحويلي البعد عالي.

### 6.4.1 كيف يعمل المحرك التربيني النفاث (Turbojet) ؟

المحرك التربيني النفاث هو المحرك الرئيسي في عصر المحركات النفاثة. يتم ادخال كميات كبيرة من الهواء المحيط بالمحرك من خلال المدخل ثم يدخل في الضاغط. الضاغط يضاعف ضغط هذا الهواء إلى أضعاف قيمة ضغط الدفق الحر. الضاغط يحتاج إلى هواء ومصدر طاقة لكي يشتغل. عند مخرج الضاغط يتم دفع الهواء المضغوط إلى الحارق. في الحارق يتم بخ كمية صغيرة من الوقود في الهواء المضغوط، ثم يشتعل ويحترق باستمرار. قيمة نموذجية لنسبة تدفق كتلة الهواء إلى الوقود هي 50 : 1 . بعد الخروج من الحارق يمر الغاز الساخن المتمدد داخل التربين . يعمل التربين كطاحونة هوائية حيث يأخذ الطاقة من الغاز المتمدد بواسطة دوران شفراته خلال الدفق. في المحرك النفاث نستخدم الطاقة التي حصل عليها التربين لتحريك الضاغط بواسطة عمود دوران يصل بينهما . الطاقة التي يأخذها التربين من الدفق هي جزء من طاقة الدفق ، ويبقى جزء كافي مسؤول عن توفير الدفع للطائرة وذلك بزيادة سرعة الدفق خلال المنفتح – تطبيق على مبدأ الفعل ورد الفعل - . للمحركات النفاثة يكون تدفق الكتلة الخارجة مساوٍ تقريباً لتدفق الهواء الداخل حيث أن الوقود الداخل إلى الدفق قليل جداً.

### 6.4.2 كيف يعمل محرك التيربوفان (Turbofan) ؟

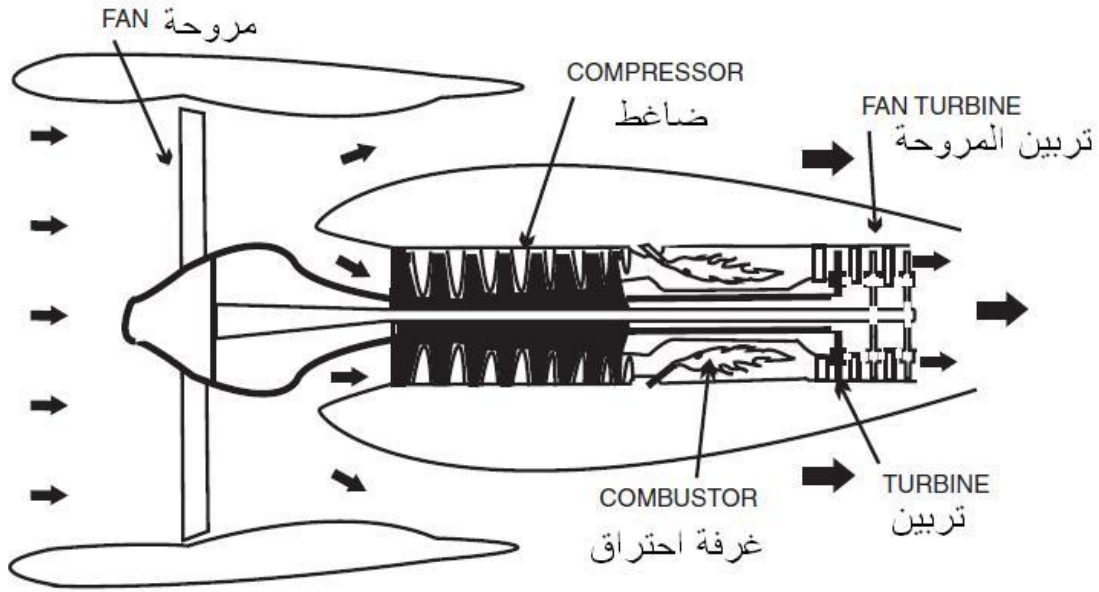
معظم الطائرات الحديثة في خطوط الطيران تستخدم التيربوفان بسبب دفعه العالي وكفاءة الوقود الجيدة له. التيربوفان هو تعديل على المحرك التربيني الغازي الأساسي؛ حيث يحاط المحرك المركزي بمروحة (Fan) من الأمام وتربين مروحة من الخلف. المروحة وتربين المروحة مكونات من العديد من الشفرات – كما هو الحال في الضاغط والتربين الرئيسيين – وموصولان معاً بعمود دوران إضافي. كما هو الحال في الضاغط والتربين الرئيسيين فإن بعض

شفرات المروحة تدور مع عمود الدوران وبعضها تبقى ثابتة. عمود دوران المروحة عادةً يمر من داخل عمود الدوران المركزي لأسباب ميكانيكية. هذا النظام يسمى محرك ثنائي الملف (ملف للمروحة وآخر للنظام المركزي). بعض المحركات المتطورة لها ملفات إضافية للحصول على كفاءة أعلى.

يدخل الهواء من مدخل المحرك. بعض هذا الهواء يمر من خلال المروحة ويتابع طريقه إلى الضاغط المركزي، ثم إلى الحارق حيث يختلط بالوقود ويحترق. الغاز الساخن الخارج يمر خلال التربين الرئيسي وتربين المروحة، ثم يخرج من المنفذ، أي بصورة مماثلة لما في المحرك التربينى النفاث. المروحة تسبب تدفق كمية إضافية من الهواء حول المحرك المركزي. هذه العملية تزيد الدفع وتقلل الاستهلاك النوعي للوقود وبالتالي بعض الدفع في التيربوفان يأتي من الجزء المركزي وبعضه من المروحة. نسبة كتلة الهواء المار خلال المحرك الرئيسي تسمى النسبة الجانبية (Bypass ratio).

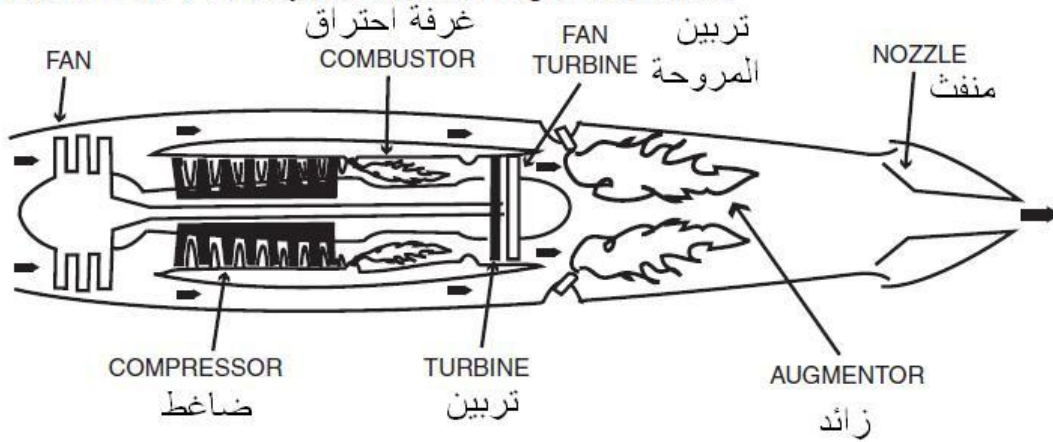
بما أن معدل تدفق الوقود للجزء الرئيسي يتغير فقط بمقدار صغير عند إضافة المروحة؛ فإن التيربوفان يولد دفع أكبر عند نفس كمية الوقود تقريباً المستخدمة في الجزء الرئيسي. التيربوفان له كفاءة وقود عالية، في الحقيقة التيربوفان ذو النسبة الجانبية العالية تكاد تكون له نفس كفاءة المحرك التربينى المروحي (turboprop) (مشروح في الدرس القادم). كما أن المروحة محاطة بالمدخل ومكونة من العديد من الشفرات؛ فإنها تشتغل بكفاءة أكبر من المروحة العادية (للمحرك المروحي) عند سرعات الطيران العالية. وهذا هو سبب استخدام التيربوفان في النقل الجوي السريع والمحركات المروحية العادية في النقل البطيء. هناك نوعان من التيربوفان: عالي الجانبية (high bypass) ومنخفض الجانبية الجانبية (low bypass) (أنظر الشكل 6.8 و 6.9). المحركات عالية الجانبية لها مراوح أكبر وتكون موجودة في مقدمة المحرك وتدور بواسطة تربين المروحة الموجود خلف التربين الرئيسي (الذي يدير الضاغط). في الطيران فوق الصوتي يستخدم محرك التيربوفان منخفض الجانبية والذي له مروحة أمامية أصغر، وعادة يكون له حارق لاحق (درس 6.4.4) من أجل المزيد من الدفع. حتى التيربوفان ذو النسبة الجانبية القليلة له كفاءة وقود أعلى من المحرك التربينى النفاث العادي.

**Figure 6.8 |** High bypass turbofan engine schematic.



الشكل 6.8

**Figure 6.9 |** Low bypass turbofan engine schematic.



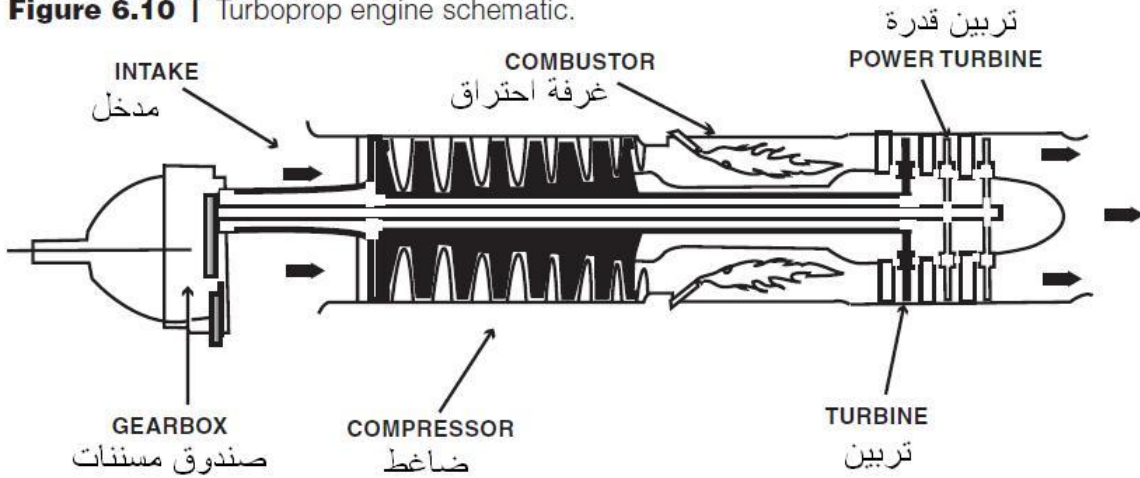
الشكل 6.9

### 6.4.3 كيف تعمل المحركات التربينية المروحية (Turboprop) ؟

العديد من طائرات التتقل الصغيرة تستعمل محرك تربيني مروحي والذي له قلب تربيني غازي يدبر مروحة (Propeller). كما أشرنا سابقاً فإن المحركات المروحية تنتج الدفع بواسطة

تحريك كمية كبيرة من الهواء مع تغيير صغير في سرعته. المرواح ذات كفاءة ممتازة وتستطيع استخدام أي نوع محرك (بما فيها الانسان) لتحريكها. هناك جزئين رئيسيين لنظام الدسر التربينى المروحي: محرك القلب (core engine) والمروحة (propeller). القلب شبيه جداً بالمحرك التربينى النفاث العادي، إلا أنه بدل أن يحصل تمدد لجمع الغاز العادم الساخن خلال المنفذ لانتاج الدفع، فإن معظم طاقة هذا الغاز تستخدم لتدوير التربين. من الممكن أن يكون هناك مرحلة تربين اضافية ، والتي هي مصلة بعمود دوران، هذا العمود يستخدم لتدوير المروحة من خلال وصلاب مسننات ، والمروحة تنتج معظم الدفع (thrust). سرعة الخروج للغازات في المحرك التربينى المروحي قليلة وتساهم بمقدار قليل من الدفع، حيث أن معظم الطاقة للغاز ذهبت إلى التربين لتدوير عمود الدوران.

**Figure 6.10 |** Turboprop engine schematic.



الشكل 6.10

دفع التربين المروحي هو مجموع دفع المروحة ودفع محرك القلب. نستطيع استخدام معادلاتنا الأساسية لدفع المروحة ومحرك القلب للحصول على معادلة الدفع للتربين النفاث. كما لاحظنا سابقاً ، تدفق الكتلة خلال المروحة هو أكبر ما بكثير من تدفق الكتلة خلال محرك القلب. ولاحظنا أيضاً أن سرعة الخروج للقلب قليلة وتساوي تقريباً السرعة داخل القلب. بالمقارنة مع نظرية المروحة الخالصة فإن الدفع يساوي تدفق الكتلة خلال المروحة مضروب بتغير السرعة خلال المروحة بالإضافة إلى مقدار صغير من الدفع من محرك القلب.

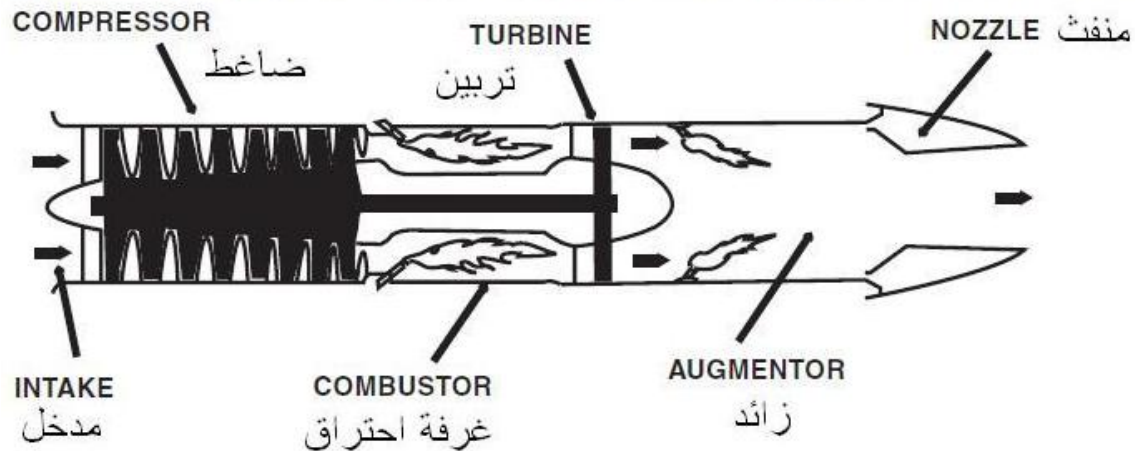
بما أن المرواح تصبح أقل كفاءة عندما تزداد سرعة الطائرة ؛ فإن التربينات المروحية تستخدم فقط للطائرات ذات السرعة المنخفضة. تعديل على المحرك التربينى النفاث هو المحرك التربينى العمودي (turbo shaft) . في المحرك التربينى العمودي يكون صندوق المسننات غير

موصول في المروحة بل بأداة تسيير أخرى. الكثير من الهليكوبترات تستخدم المحركات التربينية العمودية ، بالإضافة إلى الدبابات والقوارب وأيضاً بعض سيارات السباق القديمة.

#### 6.4.4 كيف يعمل التربين النفاث ذو الحارق اللاحق (Afterburning turbojet) ؟

معظم الطائرات المقاتلة الحديثة تستخدم حارق لاحق (afterburner) مع تيربوفان منخفض الجانبية أو مع تربين نفاث . كي تتمكن الطائرات من الطيران عند سرعات فوق صوتية، فإن عليها أن تتغلب على الارتفاع الحاد في المقاومة الحاصل قرب سرعة الصوت. طريقة بسيطة للحصول على الدفع اللازم هي باضافة حارق لاحق لقلب التربين النفاث، والذي احياناً يسمى الزائد (augmentor) . في التربين النفاث العادي ، بعض طاقة الغاز الساخن الخارج من الحارق تستخدم لتدوير التربين . الحارق اللاحق هو أساساً ذيل انبوبي طويل والذي فيه يحصل بخ للمزيد من الوقود مباشرة خلال الغاز الساخن وبحترق لتوفير دفع اضافي. الشكل 6.11 يبين أن منفث التربين النفاث الرئيسي قد استطل ، ويوجد الآن زوج من ممسكات اللهب في المنفث. في الثلاث أبعاد (الشكل الحقيقي) يكون الحارق اللاحق مكون من الأطواق (hoops) موجودة في طريق الدفع الخارج. عند تشغيل الحارق اللاحق، يتم اضافة وقود اضافي بواسطة الأطواق إلى داخل الدفع الساخن للتربين النفاث. الوقود يحترق لتوفير المزيد من الدفع، لكنه أقل فاعلية من احتراق التربين النفاث. الدفع الاضافي يأتي على حساب استهلاك المزيد من الوقود. عند اطفاء الحارق اللاحق فإن المحرك يعمل كتربين نفاث عادي . رياضيات الدفع للنفاث ذو الحارق اللاحق هي مثل رياضيات الدفع للنفاث دون الحارق اللاحق. سرعة الخروج تزداد مقاومة معها بالنفاث بدون حارق لاحق وذلك بسبب ارتفاع درجة الحرارة.

**Figure 6.11** | Turbojet engine schematic with an augmentor, or afterburner.





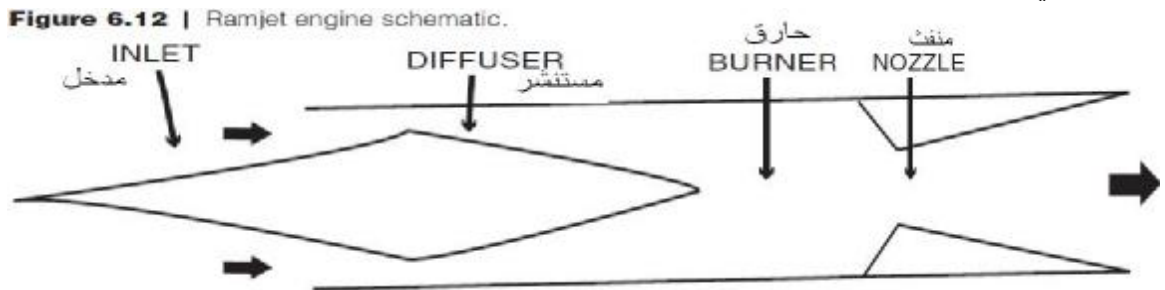
## الشكل 6.11

الحوارق اللاحقة تستخدم فقط في الطائرات المقاتلة وطائرات الكونكورد. الحوارق اللاحقة توفر طريقة بسيطة لزيادة الدفع وتستخدم في التربينات النفاثة وفي التيربوفانات.

### 6.4.5 كيف يعمل النفاث التضاعطي؟

النفاث التضاعطي هو تصميم مختلف كثيراً عن المحركات التربينية النفاثة حيث لا يمتلك أي أجزاء متحركة. يحصل على ضغط (compression) للهواء بواسطة سرعة الطيرات الفعلية للطائرة. الهواء الداخل إلى المدخل في الطائرة فوق صوتية يُبطئ- بواسطة الانتشار الايرودينامي (aerodynamic diffusion) والحاصل بفعل المدخل (inlet) والمستشر (difusser) - ليصل إلى سرعات قريبة من سرعات التربين النفاث ذو الحارق اللاحق. تمتد الغازات الساخنة - بعد حقن الوقود واحتراقه - يسارع الهواء الخارج إلى سرعة أكبر من السرعة عند المدخل، مما ينتج الدفع.

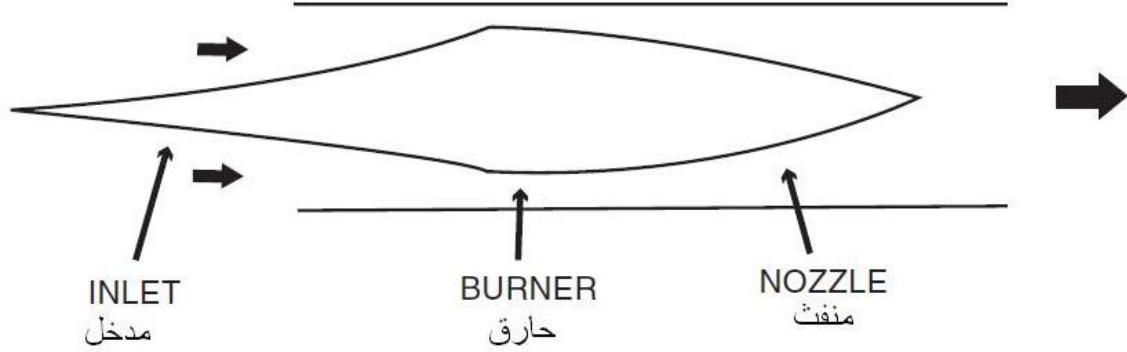
الاسم scramjet هو اختصار لـ (supersonic combustion ramjet) أي النفاث التضاعطي ذو الاحتراق فوق صوتي، الـ scramjet يختلف عن النفاث التضاعطي (الـ ramjet) بأن الاحتراق يحصل عند السرعات فوق صوتية للهواء داخل المحرك. التصميم بسيط وأنيق فيزيائياً، لكنه معقد ايرودينامياً مقاومة بالمحركات النفاثة الأخرى. الوقود المستعمل عادةً في النفاث التضاعطي هو الهيدروجين. الشكلين 6.12 و 6.13 يوضحان رسمة مبسطة للنفاث التضاعطي وللـ Scramjet.



الشكل 6.12



**Figure 6.13 |** Supersonic combustion ramjet (Scramjet) engine schematic.

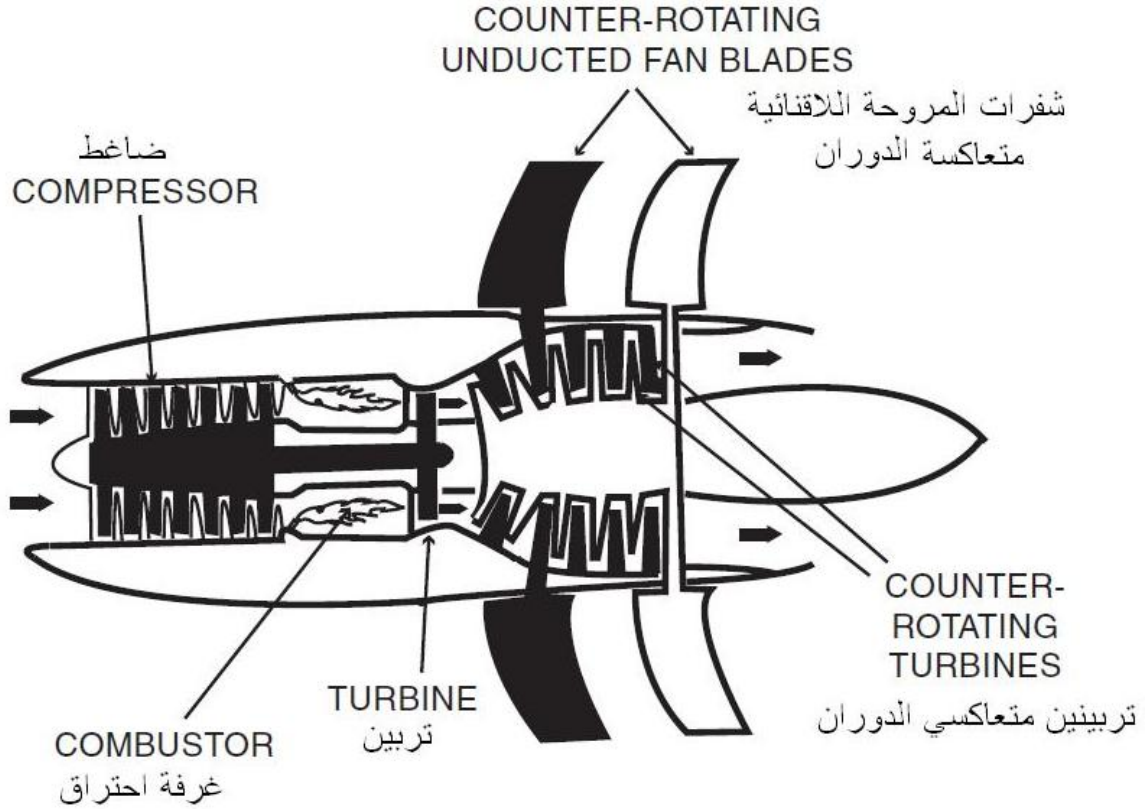


الشكل 6.13

#### **6.4.6 كيف يعمل المحرك التريبيني البعد عالي (ultra high bypass engine) ؟**

لتحسين استهلاك الوقود يمكن استهلاك المحرك التريبيني البعد عالي . الشكل الفيزيائي للأجزاء يختلف لكن أحد الأمثلة هو محرك المروحة اللاقنائية (UDF) (ducted fan) ، والذي يحرك مروحة كبيرة دون الحاجة إلى صندوق مسننات. الغاز العادم الخارج من المحرك النفث يحرك تربيينين متعاكسي الدوران واللذان هما موصولان مباشرة مع شفرات المروحة . شفرات المروحة ذوات الباع العالي مصممت بزوايا ميل متغيرة من أجل ملائمة سرعات الطيران ومتطلبات القدرة المختلفة. (أنظر الشكل 6.14) . فائدة محركات الـ UDF هي امكانية الوصول إلى تقليل 20% إلى 30% في استهلاك الوقود مقارنة بالتيربوفان الدون صوتي.

Figure 6.14 | Ultra high bypass engine schematic.



الشكل 6.14

### 6.5 المحرك الصاروخي باختصار (Rocket engine)

المحرك الصاروخي في أبسط صورته هو غرفة تحتوي على غاز مضغوط ولها فتحة في أحد نهاياتها يخرج منها الغاز، وبذلك توفر دفع للصاروخ في الاتجاه المعاكس. لنأخذ للتوضيح مثال البالون؛ الهواء داخل البالون مضغوط بفعل جدران البالون المطاطية. عند فتح منفذ البالون يخرج الهواء وبالتالي يندفع البالون بالاتجاه المعاكس. في الصواريخ ينتج الغاز بفعل حرق الوقود الداسر (propellant)، الذي يمكن أن يكون صلب أو سائل أو كلاهما معاً. أجزاء الصاروخ هي المحرك والحمولة ونظام التحكم وخزانات الوقود الداسر والوقود الداسر. أكبر مساهم في كتلة الصاروخ هو الوقود الداسر.

#### المحركات الصاروخية ووقودها الداسر

معظم الصواريخ تعمل بالوقود الداسر الصلب أو السائل. كلمة وقود داسر (propellant) تعني الوقود (fuel) والمؤكسد (oxidizer). الوقود (fuel) هو المادة الكيميائية

التي يحرقها المحرك، لكن كي يحصل الاحتراق يجب توفر المؤكسد. المحركات النفاثة تأخذ الأكسجين من الهواء المحيط ، في حين محركات الصواريخ لا يمكنها ذلك، لذا يجب أن تحمل أكسجينها معها.

الوقود الداسر الصلب يحتوي الوقود والمؤكسد كوحدة واحدة. عادة يكون الوقود خليط من مركبات الكربون والهيدروجين، أما المؤكسد فهو مصنوع من مركبات غنية بالأكسجين. محركات صاروخية أخرى تستخدم الوقود الداسر السائل، وهو عادةً غازات تم تسيلها . وتوجد في خزائين منفصلين واحد للوقود والثاني للمؤكسد . ثم أثناء اطلاق الصاروخ يخلط الوقود مع المؤكسد في المحرك. هذا المحرك (ذو الوقود السائل) أكثر تعقيداً ويحتاج إلى صمامات ومضخات معقدة للتعامل مع دفع الوقود. وتحتاج أيضاً غرف خلط خاصة وخطوط تزويد ووقود داسر.

وقود المحركات الصاروخية ذات الوقود الداسر السائل هو عادةً الكاز (kerosene) أو هيدرجين سائل، والمؤكسد هو عادةً أكسجين سائل. يخلطان معاً في غرفة تسمى غرفة الاحتراق ؛ حيث يتم الاحتراق والوصول إلى ضغط ودرجة حرارة عاليتين، ويخرج الغاز المتمدد من خلال المنفذ. للحصول على أقصى قدرة للوقود الداسر يجب خلط الوقود والمؤكسد بصورة كاملة قدر الامكان . بعض الحواقي (injectors) المنظرة في غرفة الاحتراق تبخ وتخلط الوقود الداسر في نفس الوقت. لأن غرفة الاحتراق تعمل عند ضغط عالي فإن الوقود الداسر يجبر على الدخول إلى غرفة الاحتراق بواسطة ضاغط تربييني خفيف وفعال يقع بين غرفة الاحتراق وخزانات الوقود الداسر .

لأي صاروخ ، وخصوصاً صواريخ الوقود الداسر السائل ، يكون الوزن عامل مهم. على العموم كلما كان الصاروخ أثقل كلما كان الداسر المطلوب أكبر. محركات الوقود السائل أثقل من محركات الوقود الصلب بسبب كتلة المضخة (الضاغط) وخطوط الوقود.

الصواريخ الهجينة (hybrid) تحتوي مكونات من كلا النوعين السابقين . في الصاروخ الهجين المؤكسد الغازي أو السائل يخزن في خزان منفصل عن الوقود الصلب. الميزة الرئيسية للصواريخ ذات الوقود الصلب - مقارنة بالهجينة والسائلة - هي بساطتها . في النظام الهجين إذن نلاحظ أن زيادة التعقيد مرافقة لتحسين الكفاءة. لكن لاحظ أن أداء هذا النظام ينافس النظام السائل. أيضاً الصواريخ الهجينة تحتاج إلى دعم نظام سائل واحد بما فيه الخزانات والصمامات و... . على العموم بالرغم من أن الصواريخ الهجينة أعقد بكثير من الصواريخ الصلبة إلا أنها توفر أداء قريب من أداء الصواريخ السائلة، مع الحاجة إلى نصف التمديدات ، وهذا يقلل الكتلة

والسعر الكلي للنظام، مع زيادة المصدقية ( تقل الأجزاء التي يمكن أن تنهار) . الأنظمة الصاروخية الهجينة هي أأمن في الانتاج والتخزين وأرفق بالبيئة، أيضاً الوقود يكون حامل أكثر من وقود الصواريخ الصلبة وبالتالي موثوق أكثر.

كتلة الصاروخ مهمة جداً لنجاح الطيران. كقاعدة عامة لطيران الصواريخ نستطيع القول أن الصاروخ يستطيع الطيران إذا كان الدفع أكبر من وزن الصاروخ. من البديهي أن الصاروخ ذو الكتلة الزائدة غير الضرورية ليس بنفس كفاءة الصاروخ ذو أقل كتلة ممكنة. لصاروخ نموذجي، الكتلة الكلية للصاروخ يمكن أن تتوزع بالصورة التالية: 90% وقود داسر ، 6% بنية (خزانات ومحرك وذيل ...) ، 4% حمولة. الحمولة قد تكون قمر صناعي أو رائد فضاء أو مركبة فضائية أو غيره. من أجل تحديد كفاءة النظام نستخدم كسر الكتلة (MF mass fraction) . وهي كتلة الوقود الداسر مقسومة على الكتلة الكلية للصاروخ.

$$MF = \text{كتلة الوقود الداسر} \div \text{الكتلة الكلية}$$

كسر الكتلة لصاروخ نموذجي هو حوالي 0.8 . من هذه المعادلة قد يضمن شخص أن كسر كتلة مقداره 1 هو الوضع المثالي، لكن عندها لن يكون الصاروخ إلى وقود يطير ويحترق في الهواء . كلما كانت MF أكبر كلما كانت الحمولة التي يستطيع الصاروخ حملها أقل، وكلما كانت MF أقل كلما كان مدى الصاروخ أقل. كسر كتلة مقداره 0.8 هو حل وسط بين القدرة على حمل الحمولة وبين المدى.

سنة 1926 تم اطلاق أول صاروخ ذو وقود داسر سائل. القرن الـ20 شهد تطور مستمر في تطوير محركات الصواريخ وأدائها. الـ X-1 كانت أول طائرة تصل إلى سرعة طيران فوق صوتية ومحركها كان محرك صاروخي.

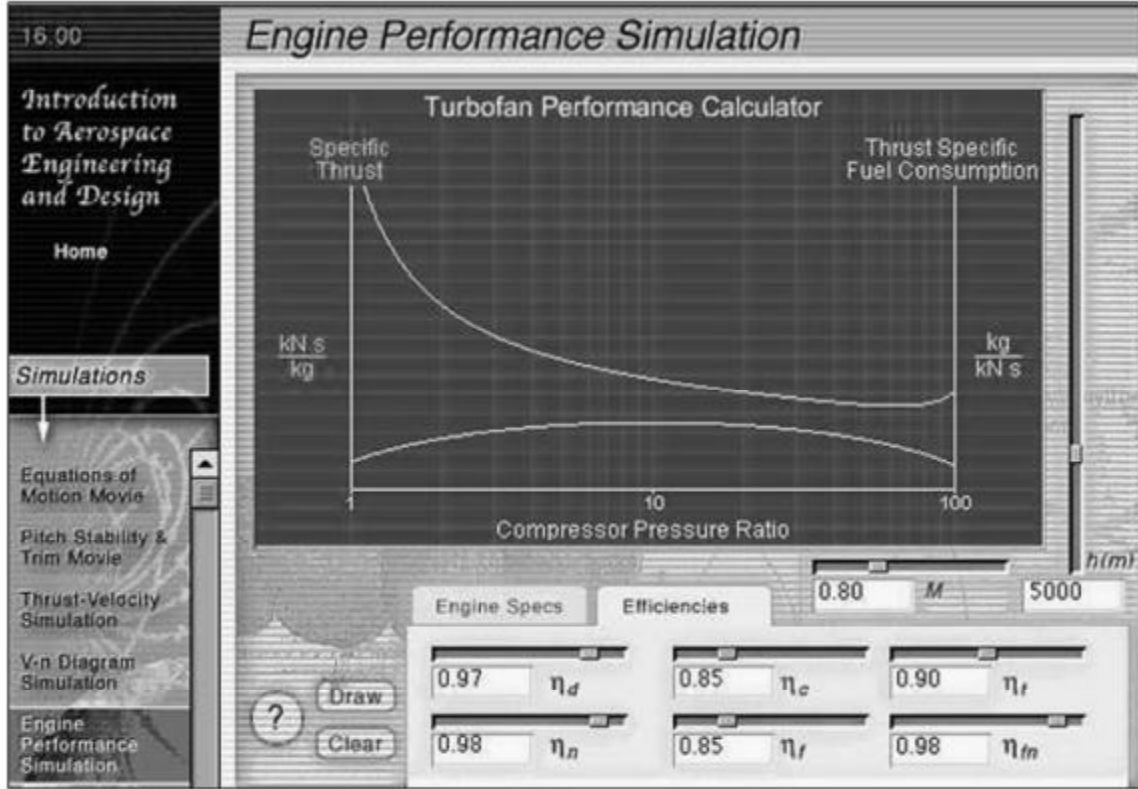
## 6.6 شهادة (certification) المحركات النفاثة

نرجع إلى موضوع المحركات النفاثة، هذا الدرس يتكلم عن اختبارات الشهادة التي يجب أن يخضع لها المحرك. محركات التيربوفان الضخمة المستخدمة في طائرات النقل يجب أن تخضع إلى سلسلة من الاختبارات قبل إعطائها الشهادة، ومنها اختبارات دخول الطيور والتلج والماء إلى المحرك بالإضافة أدخل الشفرات المكسورة.

## 6.7 محاكي دسر الطائرات (propulsion simulator)

الدرس الأخير من هذه الوحدة يتكلم عن برامج المحاكاة التي تجمع بين المبادئ النظرية التي أخذناها في هذه الوحدة (البرنامج مرفق مع الكتاب) . عند الكلام عن أداء المحرك هناك مقياسان مهمان وهما: ما هو الدفع النوعي للمحرك ؟ وكم هو الوقود الذي يحتاجه المحرك؟ برنامج المحاكاة للتيربوفان يبين هذين المقياسين (الدفع النوعي (specific thrust) و الاستهلاك النوعي للوقود الدافع (thrust specific fuel consumption) ) على صورة اقتران يعتمد على نسبة ضغط الضاغط (compressor pressure ratio) يمكن تغيير قيم الكفاءات (efficiencies) والسرعة (velocity) والارتفاع (altitude) ومواصفات المحرك ( engine specifications) (أنظر الشكل 6.15) . لمرجع شامل في الدرس يفضل الرجوع إلى كتاب ( Aircraft engine`s & gas turbines ) للمؤلف Kerrebrock .

**Figure 6.15** | Screen of the turbofan engine performance simulator.



الشكل 6.15

مسائل

6.8 باستخدام برنامج المحاكاة المرفق مع هذا الكتاب (برنامج Propulsion Simulator)

أجب عن هذه المسألة، للمحرك الذي له

- مساحة المدخل (inlet area)  $10m^2$   
 $M=0.8$   
الارتفاع (altitude)  $h=10,000m$   
نسبة ضغط المروحة fan pressure ratio=1.5  
نسبة ضغط الحارق burner pressure ratio=0.96  
ودرجة حرارة الحارق (burner temperature)  $1,500K$
- (أ) استخدم القيم الأولية (default) لكفاءات المحرك ، ونسبة ضغط ضاغط (CPR) (specific thrust) ما هو مقدار الاستهلاك النوعي للوقود الدافع (thrust consumption)؟ ما هو مقدار الدفع النوعي (specific thrust) مقدارها 10 . ما هو مقدار الدفع النوعي (specific thrust)؟
- (ب) ما هو أثر زيادة كفاءة الضاغط ؟
- (ت) ما هو أثر زيادة الرقم الماخي على الدفع النوعي (specific thrust) وعلى الاستهلاك النوعي للوقود الدافع (thrust specific fuel consumption)؟

### قائمة ترجمة المصطلحات

Propulsion	دسر
Engine	محك
Airflow	دفع الهواء
Flow	دفع
Power	قدرة
Air-breathing	متنفس-الهواء
Power	قدرة
Propeller	مروحة
Efficiency	كفاءة
Internal combustion engine	محرك احتراق داخلي
Exhaust	
Propeller-Powered aircraft	طائرة مدفوعة مروحياً
Blade	ريشة

Radial	نصف قطري
Hub	صرة
Tip	طرف
Work	شغل
Fuel	وقود
Turboprop	محرك تربيني نفاث
Turbine engine	محرك تربيني
Jet engine	محرك نفاث
Gas Turbine engine	محرك تربيني غازي
Inlet	المدخل
Compressor	ضاغط
Burner	حارق
Turbine	تربين
Nozzle	منفث
Flow	دفق
Thermodynamic	ثيرمودينامي
Thermodynamics	ثيرموديناميات
Axial Compressor	ضاغط محوري
Centrifugal Compressor	ضاغط طارد مركزي
Shaft	عمود دوران
Combustor	غرفة احتراق
Supersonic	فوق صوتي
Subsonic	دون صوتي
Core	قلب
Core engine	محرك قلب
Rocket engine	المحرك الصاروخي

بسم الله الرحمن الرحيم

7

مقدمة لاستقرارية وتحكم الطائرة

## Introduction to Aircraft Stability and Motion

### 7.1 مقدمة

أداء الطائرة محكوم بالقوى الموازية والعمودية على ممر الطيران. الحركة الانتقالية للطائرة هي استجابة لهذه القوى. استقرارية وتحكم الطائرة محكومة بالعزوم حول مركز الجاذبية (مركز الكتلة)، الحركة الدورانية للطائرة هي استجابة لهذه العزوم.

الشكل 7.1 يبين نظام المحاور الاحداثية المتصل بالطائرة. مركز المحاور هو مركز الجاذبية للطائرة. المحور  $x$  ممتد على طول جسم الطائرة، والمحور  $y$  ممتد على طول باع الجناح، والمحور  $z$  باتجاه الأسفل.

الحركة الانتقالية للطائرة تعطى بمركبات السرعة  $U$   $V$   $W$  على المحاور. لذا السرعة المحصلة للطائرة هي المجموع المتجهي لمركبات السرعة الثلاث هذه. الحركة الدورانية معطاة بالمركبات الزاوية  $P$   $Q$   $R$  حول المحاور  $x$   $y$   $z$ .

ملخص الرموز المستخدمة للحركة الدورانية هو:

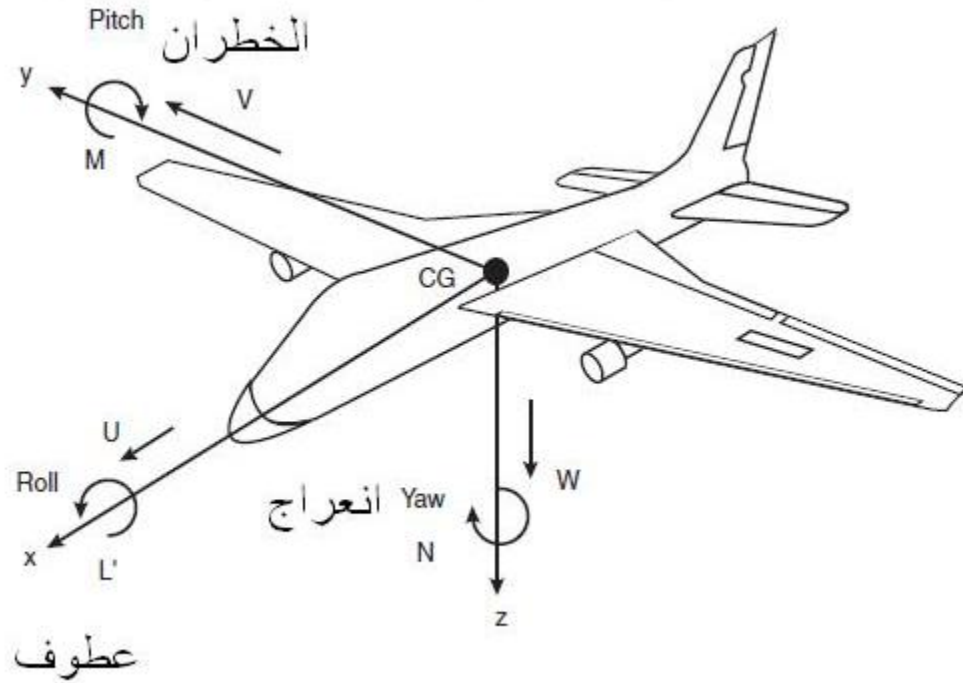
§ المحور  $x$ : محور العطوف،  $L'$  عزم العطوف،  $P$  سرعة العطوف.

§ المحور  $y$ : محور الخطران،  $M$  عزم الخطران،  $Q$  سرعة الخطران.

§ المحور  $z$ : محور الانعراج،  $N$  عزم الانعراج،  $R$  سرعة الانعراج.



**Figure 7.1** | Definition of the airplane's axis system.



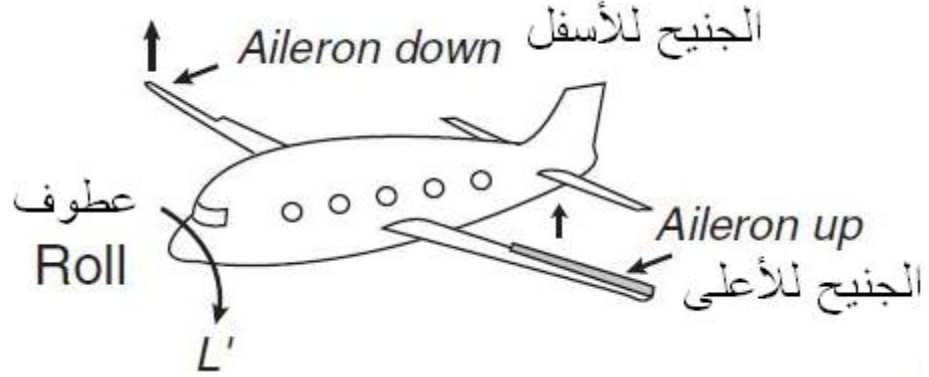
الشكل 7.1

الطائرة الكلاسيكية لها ثلاث سطوح تحكم رئيسة وهي: الجنيحات والروافع والدفة. وهي مصممة لتغيير والتحكم بالعزوم حول محاور العطوف والخطران والانعراج. سطوح الانحراف هذه قابلة للانحراف حسب أوامر الطيار.

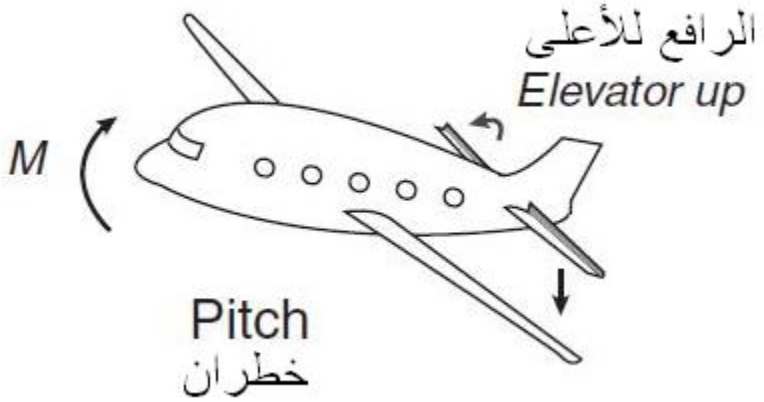
الشكل 4.1 يعرف سطوح التحكم بالطائرة . الجنيحات موجودة عند الحافة الخلفية للجناح. أيضاً الرافع موجود عند الحافة الخلفية للموازن الأفقي ، والدفة موجودة عند الحافة الخلفية للموازن الرأسي.

حرف سطح التحكم للأسفل سوف يزيد الرفع، حيث سيجعل الجناح أكثر احديداً باتجاه الأسفل، وبالتالي ينتج المزيد من الرفع. الزيادة أو الانقاص في الحرف سوف تغير العزم وبالتالي سوف تنتج دوران حول المحور.

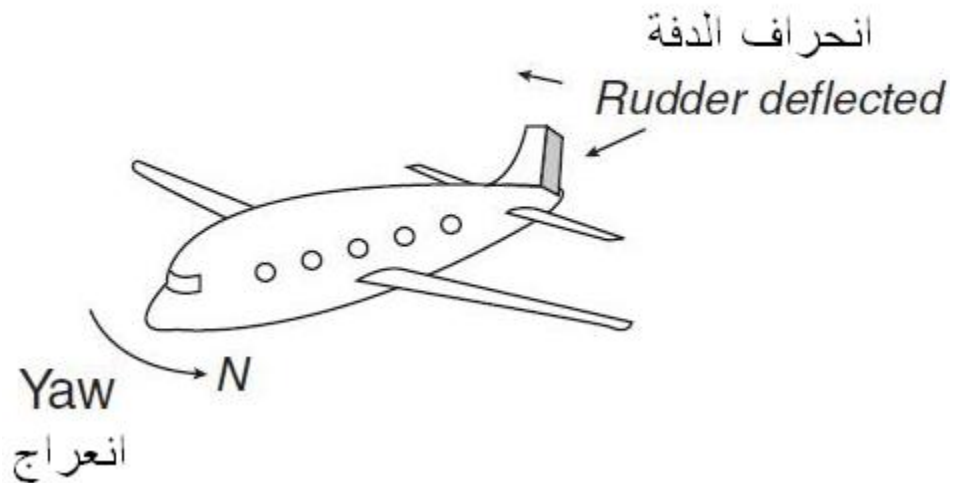
§ العطوف: الجنيحات تتحكم بالعطوف أو الحركة الجانبية (lateral motion) ولذلك تسمى بالمتحكمات الجانبية (lateral controls)



§ خطران: الروافع تتحكم بالخطران أو الحركة الطولانية (longitudinal) وبالتالي تسمى بالمتحكمات الطولانية



§ الانعراج: الدفة تتحكم بالانعراج أو الحركة الاتجاهية (directional) وبالتالي تسمى بالمتحكم الاتجاهي

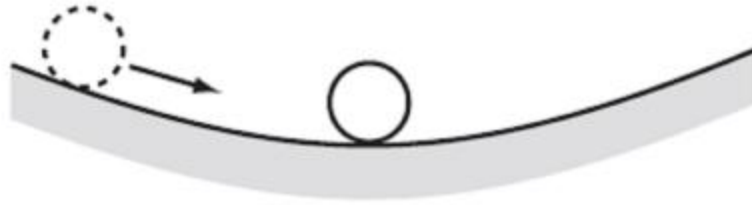


## 7.2 استقرارية الطائرة

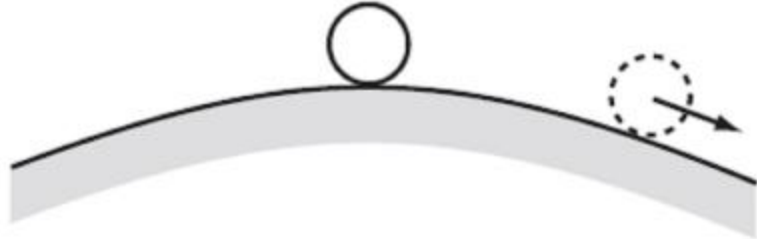
هناك نوعان من الاستقرارية: الاستقرارية الاستاتيكية (static stability)، والاستقرارية الدينامية (dynamic stability).

### 7.2.1 الاستقرارية الاستاتيكية

يمكن شرح الاستقرارية الاستاتيكية بواسطة مثال كرة على سطح . في البداية تكون الكرة في حالة اتزان (equilibrium). ثم نزيح الكرة عن موقع الاتزان، ونتابع سلوكها الابتدائي. § مستقر استاتياً: إذا حاولت ابتداءً القوى والعزوم الناتجة من الازاحة ارجاع الكرة إلى مكانها المتوازن (في الأسفل)، فالكرة مستقرة استاتياً .



§ غير مستقرة استاتياً: إذا عملت القوى والعزوم على ابعاد الكرة عن مكان استقرارها بعد ازاحتها، فالكرة غير مستقرة استاتياً.



§ متعادلة الاستقرار: إذا انزاحت الكرة لكن بقيت العزوم مساوية لصفر، فإن الكرة متعادلة الاستقرارية.



الحالة الأخيرة نادرة الحدوث. من المهم ملاحظة أن الاستقرارية الاستاتيكية تتعامل فقط مع الرغبة الابتدائية لرجوع الجسم أو ابتعاده عن الاتزان.

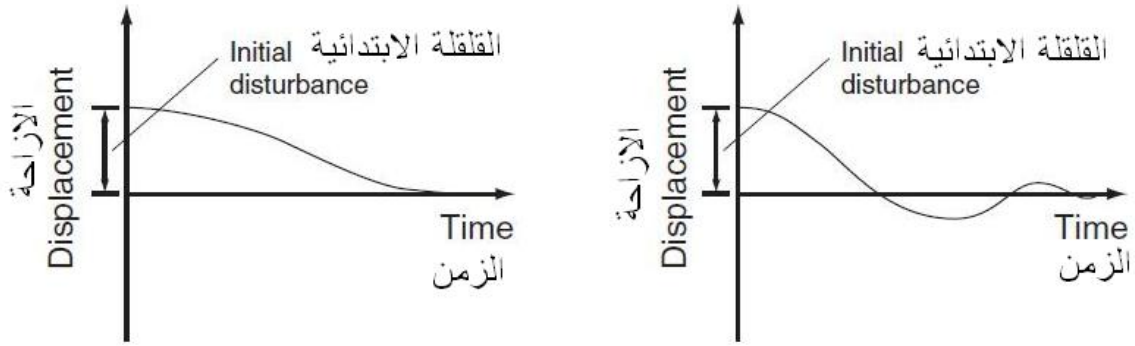
## 7.2.2 الاستقرارية الدينامية

الاستقرارية الدينامية تتعامل مع تاريخ الزمن للمركبة بعد أن تبدأ الاستجابة للاستقرارية الاستاتيكية.

لنأخذ طائرة تطير عند زاوية هجوم  $a_e$  بحيث أن العزوم حول مركز الجاذبية (cg) يساوي صفر. الطائرة إذن في حالة اتزان حول  $a_e$  وتسمى حالة وزانة (trim)، و  $a_e$  تسمى زاوية هجوم الوزانة (trim angle of attack).

الآن لنتخيل أن مطب هوائي قلقل (disturbe) الطائرة وغير زاوية الهجوم إلى قيمة جديدة  $a$ . لذا الطائرة خصل لها خطران مقداراه الازاحة  $a - a_e$ . سلوك الطائرة مبين في الشكل 7.2.

الشكل 7.2 سلوك مستقر دينامياً  
Figure 7.2 | Dynamically stable behavior.

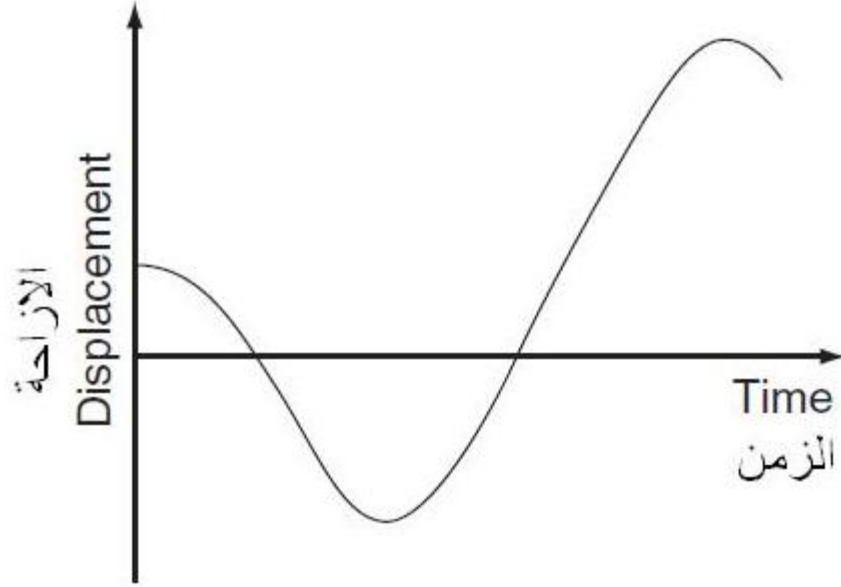


الشكل 7.2

في الوضعين المبينين عادت الطائرة إلى وضع الاتزان بعد فترة زمنية. الجسم مستقر دينامياً إذا عاد إلى موضع الاتزان وبقي عنده خلال فترة من الزمن. من المهم ملاحظة أن الاستقرارية الاستاتيكية لا تعطي بالضرورة استقرارية دينامية، كما هو مبين في الشكل 7.3. الطائرة غير مستقرة دينامياً في حين أنها مستقرة استاتياً.

### الشكل 7.3 سلوك غير مستقر دينامياً

**Figure 7.3** | Dynamically unstable behavior.



الشكل 7.3

### 7.3 القوى والعزوم الاستاتيكية على الطائرة

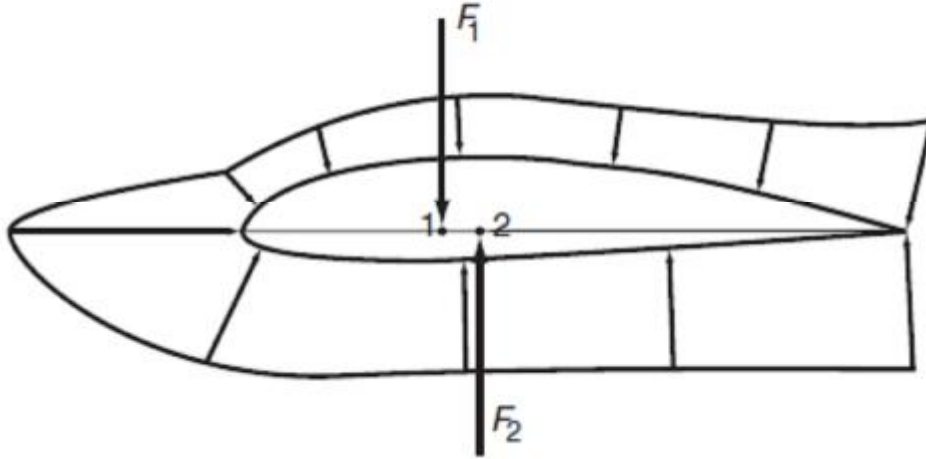
#### 7.3.1 القوة المحصلة على الجناح

هناك قوى ايرودينامية ناتجة من الضغط الموزع على سطح الجناح. القوة المحصلة  $R$  يمكن تحليلها إلى مركبات : الرفع  $L$  (عمودي على اتجاه الريح النسبي  $V_\infty$ ) والمقاومة  $D$  (في اتجاه الريح النسبي  $V_\infty$ ).

#### 7.3.2 العزم المحصل على الجناح

لنأخذ الضغط المؤثر على سطح الجناح العلوي . محصلة القوة الناتجة من توزيع الضغط تسمى  $F_1$  واتجاهها نحو الأسفل وتؤثر خلال النقطة 1 . توزيع الضغط على السطح السفلي يعطي قوة محصلة  $F_2$  متجهة نحو الأعلى وتؤثر خلال النقطة 2 . القوة الايرودينامية المحصلة هي بالطبع محصلة القوتين  $F_1$  و  $F_2$  . إذا كان  $F_2 > F_1$  فهناك رفع. بما أن القوتين لا تؤثران خلال نفس النقطة فسيكون هناك عزم محصل على الجناح. أنظر الشكل 7.4

**Figure 7.4 |** The origin of the moment acting on an airfoil.



الشكل 7.4

مقدار العزم يعتمد على النقطة المرجعية التي نوجد حولها العزم. إذا أخذنا العزم حول الحافة المتقدمة (Leading Edge) فسنرمز لهذا العزم بالرمز  $M_{LE}$ . في السرعات دون الصوتية من المناسب عادةً أخذ العزم حول نقطة ربع الوتر (quarter-chord Point) (أي النقطة التي تكون على مسافة  $c/4$  من الحافة المتقدمة، العزم يرمز له بالرمز  $M_{c/4}$ .  
 $M_{LE}$  و  $M_{c/4}$  تتغيران بتغير زاوية الهجوم. لكن هناك نقطة خاصة لا يحصل تغير أساسي للعزم مع تغير  $a$ . هذه النقطة تسمى المركز الايرودينامي (aerodynamic center) (a.c)، لهذه النقطة :

$$M_{ac} = \text{ثابت (لا يعتمد على زاوية الهجوم)}$$

معامل العزم (moment coefficient) حول المركز الايرودينامي يعرف بـ

$$C_{M,ac} = \frac{M_{ac}}{q_{\infty} S c}$$

حيث  $q_{\infty}$  هو الضغط الدينامي و  $S$  مساحة الجناح و  $c$  طول الوتر (chord length)

(راجع هذه التعاريف بالاضافة إلى تعريف معامل الرفع والمقاومة في وحدة 3)

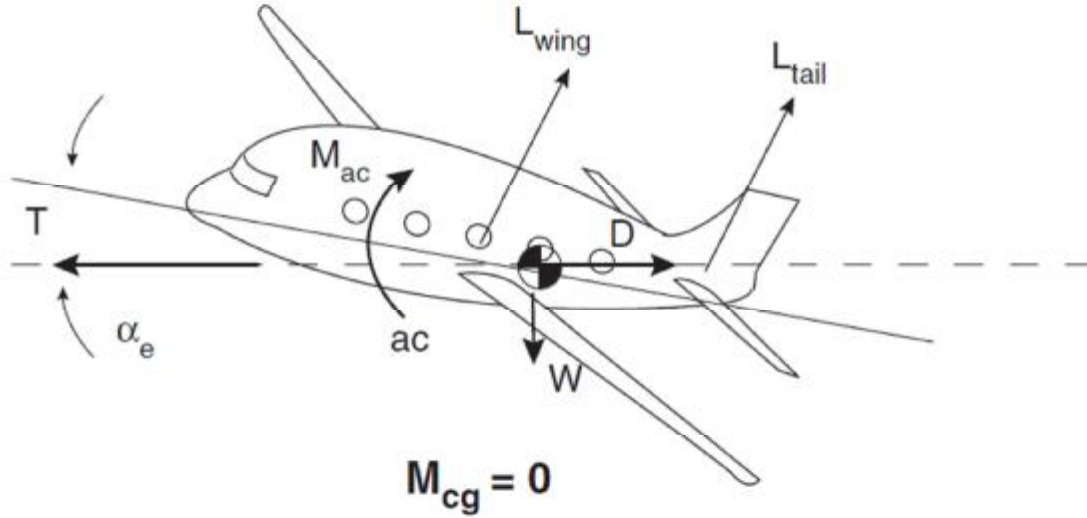
قيمة  $C_{M,ac}$  هي صفر للمقاطع الايرودينامية المتماثلة وتتغير من  $-0.02$  إلى  $-0.3$

للمقاطع الايرودينامية المحدبة.

### 7.3.3 العزم على الطائرة

بعد النظر إلى الجناح وحده، سوف نتعامل الآن مع الطائرة كاملة كما في الشكل 7.5

**Figure 7.5** | Contributions to the moment acting about the center of gravity.



الشكل 7.5

عند التعامل مع الطائرة كاملة ، فإن عزم الخطران حول مركز الجاذبية (cg) له أهميته. معامل العزم حول الـ cg يعرف بمثل تعريف معامل العزم حول الـ ac :

$$C_{M,cg} = \frac{M_{cg}}{q_{\infty} S c}$$

الطائرة تكون في توازن خطران (pitch equilibrium) عندما تكون محصلة العزوم حول مركز الجاذبية تساوي صفر.

$$M_{cg} = C_{M,cg} = 0 \quad \text{الطائرة في حالة وزانة}$$

لاحظ أنه بالرغم من الدور الكبير للمقاومة في موضوع تحديد الأداء، إلا أن دوره صغير للاستقرارية والتحكم. قيمته اقل بكثير من تلك للرفع وتؤثر غير بعيدٍ عن مركز الجاذبية ، لذا يهمل عادةً.

#### 7.4 بلوغ الاستقرارية الاستاتيية الطولانية للطائرة

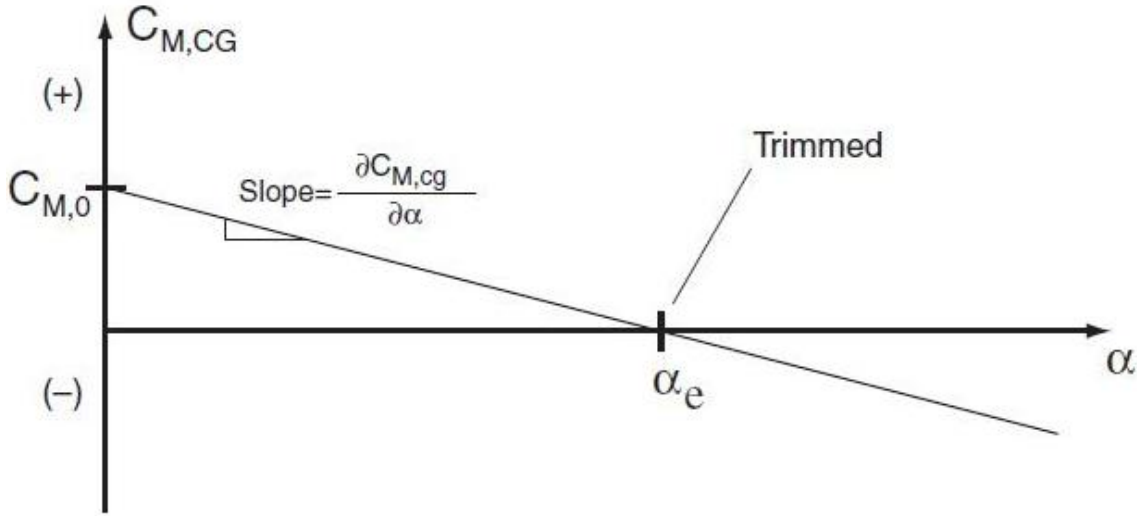
الاستقرارية الاستاتيية والتحكم حول المحاور الثلاث ضروري في تصميم الطائرة. لكن وصف كامل للاستقرارية الجانبيية والطولانية والاتجاهية هو أمر صعب. سوف نركز على الاستقرارية الطولانية (الخطران حول المحور y)، والذي هو الأكثر أهمية.

لنأخذ الطائرة ذات سطح التحكم الثابت. اختبارات النفق الهوائي (wind tunnel) قد تعطي السلوك التالي (أنظر الشكل 7.6). الرسمه تقريباً خطية وتظهر قيمة  $C_{M,cg}$  مقابل زاوية

الهجوم  $a$  . زاوية ميل المنحنى هي  $\frac{\partial C_{M,cg}}{\partial a}$  ، ويرمز لها أحياناً بالرمز "a" . قيمة  $C_{M,cg}$  عند زاوية الهجوم التي تساوي صفر يرمز لها بالرمز  $C_{M,0}$  . الزاوية التي يكون عندها معامل العزم لصفر هي بالطبع زاوية الوزانة (trim angle) .

### الشكل 7.6 طائرة مستقرة طولانياً

**Figure 7.6** | The moment coefficient about the center of gravity as a function of angle of attack for a longitudinally stable aircraft.



الشكل 7.6

إذا كانت الطائرة تطير عند زاوية الوزانة  $a_e$  وحصلت لها قفلة مفاجئة أدت إلى خطران للأعلى أو للأسفل (مثلاً بسبب مطب هوائي) ، فإن العزم سيكون تعود الطائرة إلى وضع التوازن. لنرى هذا ؛ افرض أن مطب هوائي سبب خطران من الزاوية  $a_e$  إلى زاوية أعلى  $a$  . بالنظر إلى الشكل 7.6 ، نرى أن معامل العزم (وبالتالي العزم) سيكون سالب ، والذي سيسبب خطران للطائرة للأسفل وتعود إلى وضع التوازن.

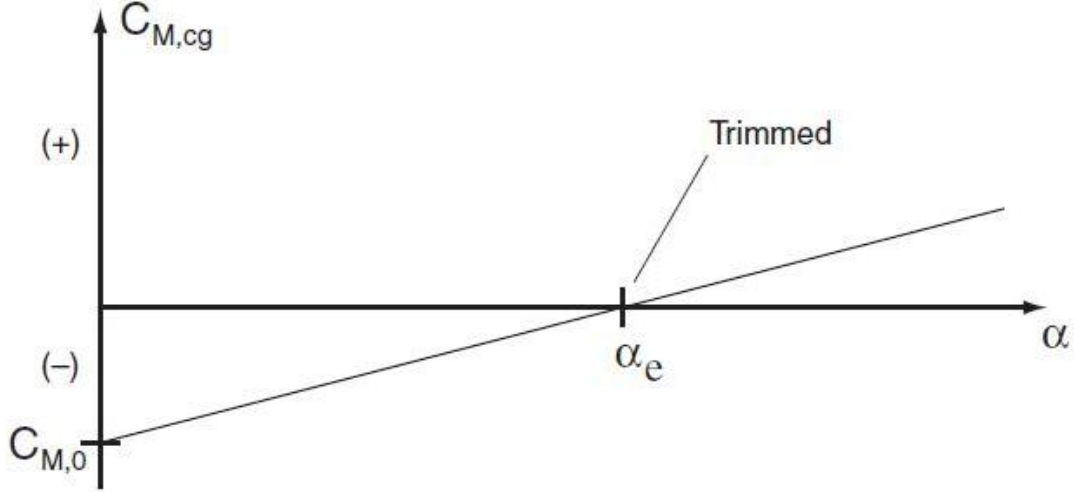
لنفترض أن منحنى  $C_{M,cg}$  مقابل  $a$  مبيّن في الشكل 7.7 . الطائرة ستكون غير مستقرة كما بإمكانك ان تثبت. لذا بإمكاننا أن نقول أن الطائرة متزنة استاتياً عندما يكون

$$\frac{\partial C_{M,cg}}{\partial a} < 0 \quad \& \quad C_{M,0} > 0$$



## الشكل 7.7 طائرة غير مستقرة طولانياً

**Figure 7.7** | The moment coefficient about the center of gravity as a function of angle of attack for a longitudinally unstable aircraft.



الشكل 7.7

أي عندما يكون ميل منحنى معامل العزم مقابل زاوية الهجوم سالب، وعندما يكون معامل العزم عند زاوية هجوم صفرية موجب.

الطائرة تستطيع الطيران ضمن نطاق من زوايا الهجوم ، لكن  $\alpha_e$  يجب أن تكون في هذا النطاق، وإلا فإن الطائرة تكون غير قابلة للوزانة. إذا كانت الطائرة قابلة للوزانة نسميها متزنة طولانياً (longitudinally balanced) .

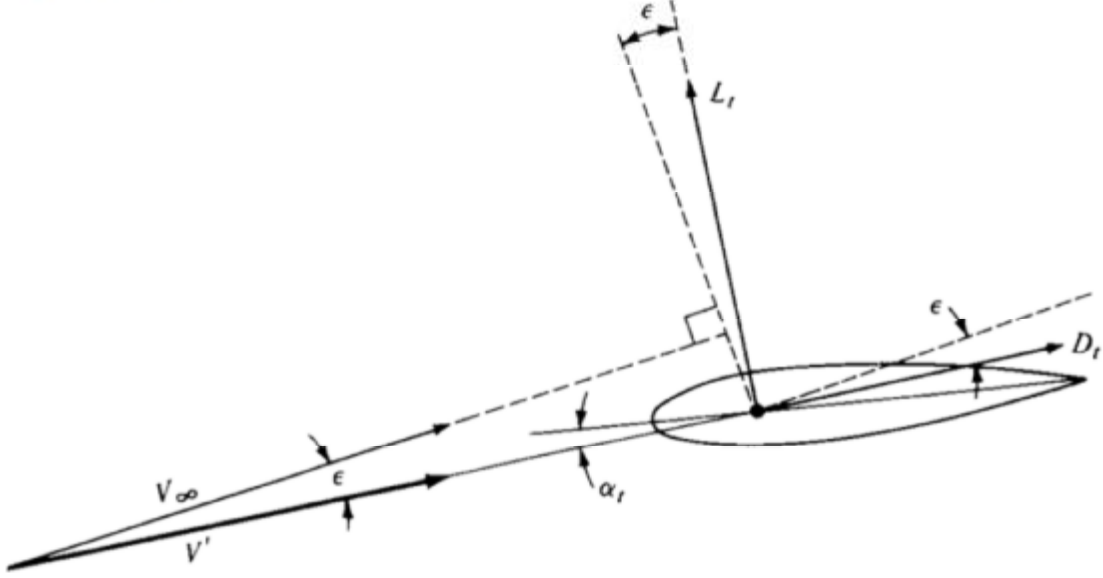
نستطيع الآن الاجابة عن السؤال التالي ، لماذا تمتلك الطائرات موازنات أفقية؟ إذا كان هناك جناح وحده فإن  $C_{M,ac}$  له ستكون عادةً سالبة وبالتالي  $C_{M,0}$  سالبة (هذه خاصة للمقطع الايرودينامي ذو المقطع الموجب) . لذا الجناح وحده غير متزن. لتصحيح الوضع يتم تثبيت موازن أفقي خلف الجناح . إذا مال الجناح للأسفل لينتج رفع سالب، عندها سيحصل عزم باتجاه عقارب الساعة حول الـ  $cg$  . إذا كان هذا العزم كبير كفاية ، فإنه سوف يتغلب على  $C_{M,0}$  السالبة لاتحاد الجناح-الذيل ، مما يجعل الطائرة ككل متزنة. يمكن أيضاً وضع الموازن الأفقي أمام الجناح ويسمى عندها متصدر الذيل (canard) .

## 7.5 حسابات مفيدة ومثال

أولاً لنأخذ الذيل (الموازن الأفقي) وحده ، كما هو مبين في الشكل 7.8 . بما أن الذيل خلف الجناح ، فإنه يحس بأثرين:

1. دفع الهواء الواصل إلى الذيل ليس له نفس اتجاه الدفع الواصل إلى الجناح . لأن الجناح يحرف دفع الهواء للأسفل بسبب الاجتراف السفلي (downwash) (أثر ناتج من الطول المحدود للجناح). لذا الزاوية النسبية بين الريح على الجناح وعلى الذيل تساوي  $e$  .
2. بسبب الاحتكاك السطحي (skin friction) والمقاومة الضغطية (pressure Drag) فإن قيمة الريح النسبية التي يراها الذيل أصغر من قيمة الريح النسبية التي يراها الجناح.

**Figure 7.8** | Forces acting on the tail and relative wind seen by the tail [33].

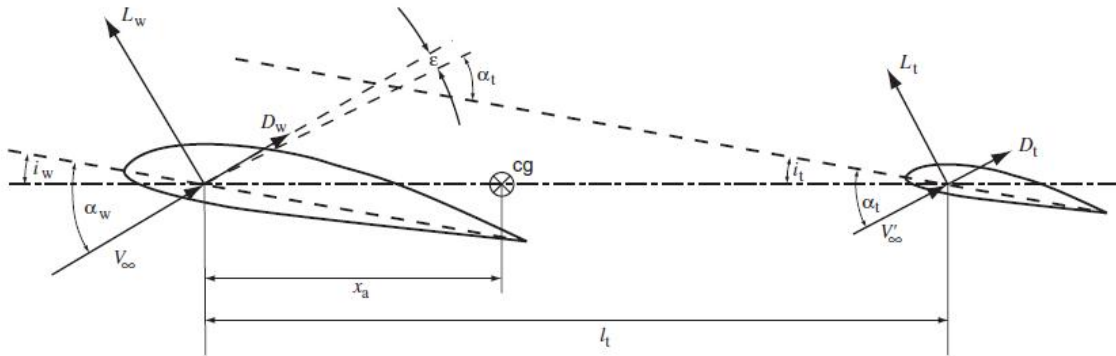


الشكل 7.8

الآن لنأخذ نظام جناح-ذيل مثالي في طيران مستقر على ارتفاع ثابت. كما في الشكل

7.9

**Figure 7.9** | Geometry of a wing-tail combination [39].



الشكل 7.9

الجناح والذيل موضوعة على زاوية سقوط ( $i_w$  و  $i_t$  incidence angle) على التوالي بالنسبة لمحور الطائرة الطولاني . الريح النسبية  $V_\infty$  تأتي عند زاوية مقدارها  $a_w$  بالنسبة للجناح. والريح النسبية  $V'_\infty$  تأتي عند زاوية مقدارها  $a_t$  بالنسبة للذيل. زاوية هجوم الذيل يمكن حسابها كالتالي

$$a_t = a_w - e + i_t - i_w \dots \dots \dots 7.6$$

حيث  $e$  هي الاجتراف السفلي . قيمته يمكن أن تحسب من المعادلة التالية

$$e = e_a a_w$$

حيث  $e_a$  تساوي 0.3 إلى 0.5 . هذا يسمح لنا بكتابة المعادلة 7.6 كالتالي

$$a_t = a_w(1 - e_a) + i_t - i_w$$

عندما تكون الطائرة في حالة وزانة، فإن محصلة العزوم حول cg تساوي صفر. من هذه الفكرة بإمكاننا تحديد ظروف الوزانة. معامل الرفع للجناح ومعامل الرفع للذيل يمكن تعريفهما بحاصل ضرب ميل معامل العزم بزواوية الهجوم.

$$C_{L,w} = a_w a_w$$

$$C_{L,t} = a_t [a_w(1 - e_a) + i_t - i_w]$$

بعد عدد من الخطوات والافتراضات التبسيطية ، نحصل على ظرف الوزانة كالتالي:

$$\frac{C_{M,cg}}{a_w} = \left[ \frac{x_a}{c} - \frac{A_t l_t a_t}{A_w c a_w} (1 - e_a) \right] a_w + \left[ \frac{C_{M,ac}}{a_w} + \frac{A_t l_t a_t}{A_w c a_w} (i_w - i_t) \right] = 0 \dots 7.11$$

الحد الأول في الأقواس [ ] هو الحساسية لزاوية الهجوم . خذ ثانياً الوضع الذي يقلقل فيه المطب الهوائي الطائرة التي تطير عند الوزانة ويجعلها تتعرج للأعلى. كي تكون الطائرة مستقرة، فمعامل العزم (الذي كان صفر) يجب أن يصبح سالب كي تعمل الطائرة خطران إلى الأسفل. من أجل الاستقرارية نستطيع الآن أن نكتب

$$\frac{\partial C_{M,cg}}{\partial a} < 0$$

أو

$$\frac{x_a}{c} < \frac{A_t l_t a_t}{A_w c a_w} (1 - e_a)$$

في التصميم يجب أن نضع cg (وبالتالي نضع قيمة  $x_a$ ) بحيث تكون الطائرة مستقرة، وذلك باستخدام المعادلة السابقة. عند الحالة الحدية يجب أن تكون cg بعيدة قدر الامكان ،

$$\left(\frac{x_a}{c}\right)_{\max} = \frac{A_t l_t a_t}{A_w c a_w} (1 - e_a)$$

حيث cg تسمى نقطة التعادل (Neutral Point)

زاوية هجوم الهجوم الزانة يمكن كتابتها كالتالي

$$(a_w)_{trim} = \frac{C_{M,ac} / a_w + [A_t l_t a_t / (A_w c a_w)] (i_w - i_t)}{(x_a / c)_{\max} - x_a / c}$$

من أجل إنتاج الرفع،  $a_w < 0$  و  $C_{M,ac} < 0$  (عادةً) و  $i_w - i_t > 0$  . أيضاً  $L_t$  قد تكون سالبة.

## 7.1 مثال

هذا المثال يبين استخدام المعادلات السابقة . لنأخذ الطائرة الخفيفة التي لها المواصفات التالية :

$$A_w = 15m^2 , c = 1.6 m$$

$$A_t = 2.3m^2 , l_t = 4.0m$$

$$m = 1,050 kg , I_y = 1,600 kg.m^2$$

$$a_w = 5 rad^{-1} , a_t = rad^{-1}$$

$$C_{M,ac} = -0.07 , e_a = 0.45$$

$$V = 50 m/s , r = 1 kg/m^3 \text{ (تقريباً عند ارتفاع 1,500 متر)}$$

سؤال 1: حدد نقطة التعادل للطائرة.

معامل الرفع الناتج للطيران على ارتفاع ثابت (باهمال مساحة الذيل) هو

$$C_{L,w} \approx \frac{mg}{\frac{1}{2} r V^2 A_w} = \frac{(1,050)(9.8)}{(0.5)(1)(50^2)(15)} = 0.549$$

زاوية الهجوم للجناح هي إذن :

$$a_w = \frac{C_{L,w}}{a_w} = \frac{0.546}{5} = 0.11 rad = 6.3^\circ$$

نقطة التعادل يمكن حسابها كالتالي:

$$\left(\frac{x_a}{c}\right)_{\max} = \frac{A_t l_t a_t}{A_w c a_w} (1 - e_a) = \frac{(2.3)(4.0)(4)}{(15)(1.6)(5)} (1 - 0.45) = 0.264$$

$$(x_a)_{\max} = 0.42m$$

سؤال 2: افرض أنه تم وضع cg في منتصف المسافة بين الـ ac و نقطة التعادل، أي

$x_a / c = 0.132$  و  $x_a = 0.21m$  . ماهي زاوية هجوم الذيل والرفع الناتج من الذيل.

أولاً: يجب حساب الفرق بين زاوية سقوط الجناح وزاوية سقوط الذيل:

$$(a_w)_{trim} = 0.11 = \frac{-0.07/5 + \{2.3(4)(4)/[(1.5)(1.6)(5)]\}(i_w - i_t)}{0.264 - 0.132}$$

$$i_w - i_t = 0.093 \text{ rad} = 5.3^\circ$$

زاوية هجوم الذيل هي زاوية هجوم الذيل هي إذن :

$$\begin{aligned} a_t &= (1 - e_a) a_w + i_t - i_w \\ &= (1 - 0.45)(0.11) - 0.093 \\ &= -0.0325 \text{ rad} = -1.9^\circ \end{aligned}$$

الرفع الناتج من الذيل هو

$$L_t = \frac{1}{2} r V^2 A_t a_t a_t = (0.5)(1)(50^2)(2.3)(4)(-0.0325) = -374 \text{ N} \text{ (رفع سالب)}$$

لاحظ أنه بما أن الرفع سالب (أي قوة نحو الأسفل)، فإننا نضيفه إلى وزن الطائرة عندما نريد تحديد الرفع المطلوب من الجناح.

#### قائمة ترجمة المصطلحات

Stability	استقرارية
Control	تحكم
Flight path	ممر الطيران
Center of Gravity	مركز الجاذبية
Deflection	حرف
Trim	وزانة
Disturb	يُقلقل
Wing	جناح
Tail	ذيل

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ  
مِکَانِیْکَا الْمَوَاد

اختصار وترجمة وانتقاء من كتاب  
**MECHANICS OF MATERIALS**  
تألیف  
**Ferdinand P. Beer**  
**E. Russell Johnston, Jr**  
**John T. DeWolf**

الطبعة الثالثة  
2002

اعداد  
المهندس عبد الرحمن  
الطبعة الأولى

# مقدمة المساق

هذا المساق من المساقات المهمة في هذه الدورة؛ ففهمه ضروري كي يصنع الطالب بنية أو هيكل قادر على تحمل الأحمال دون حصول انهيار . والبنية المذكورة هي أي بنية وليس بالضرورة بنية الطائرة. لكنه مهم لبناء بنية الطائرة لسببين ؛ السبب الأول الطرق التي فيه، والسبب الثاني أنه مقدمة للمساق الأكثر تخصصاً في هذا المجال "مساق بنى الطائرات". هذا المساق بالرغم من طوله النسبي؛ إلا أنه سهل ومباشر. ومن أراد فهم ممتاز لهذا المساق فعليه بالإكثار من حل المسائل والأمثلة المعطاة في هذا الكتاب، لكن من كان يعرف أن وقته لا يسمح أو أن طول هذا المساق قد يجعله يتناقل عن متابعة دراسة باقي المساقات عندها يكفي أن يفهم الأمثلة ولا داعي لحل المسائل.

## منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

### الانتقاء:

قمت بانتقاء مواضيع الكتاب التي تفيد الدارس في هذه الدورة ؛ مسترشداً بخطة تخصص هندسة الطيران في الجامعات، مع بعض الاجتهادات الشخصية في حذف بعض المواضيع قليلة الأهمية. وأحياناً أشرت إلى مواضيع بعض المواضيع في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع. وشمل الانتقاء أيضاً المسائل والأمثلة.

### الاختصار:

لم أقم بتلخيص النصوص حتى لا أخل بالمعنى. بل تركز الاختصار على حذف معظم الاشتقاقات الرياضية؛ حيث حاولت إعطاء العلاقة النهائية مباشرة دون الاهتمام الكبير بكيفية الوصول إليها. كما اختصرت بعض النصوص التي رأيت أن اختصارها أفضل.

### الترجمة:

حاولت أن أترجم ما انتقيته من هذا الكتاب ترجمة حرفية قدر الامكان. أما المصطلحات التخصصية فقد استخدمت معجم متخصص، لكن للأسف لا توجد فيه جميع المصطلحات التي واجهتها؛ ولذلك سأكتب الترجمة التي اعتمدها للمصطلحات اللازمة في قائمة في نهاية كل وحدة وسأسميها "قائمة ترجمة المصطلحات". لكن للعلم لم أضع بعض المصطلحات قليلة التكرار في "قائمة ترجمة المصطلحات"؛ بل ترجمتها وأتبعها بالأصل

الانجليزي بين قوسين. ونفس الكلام عندما تكون الترجمة لا تعطي المعنى الدقيق للكلمة الانجليزية، أو عندما تكون هناك عدة مرادفات انجليزية لنفس الكلمة العربية، وأحياناً أفل نفس الشيء للكلمات التي اعتمدت ترجمة لها في " قائمة ترجمة المصطلحات " ! . وأنصح الدارس أن يهتم بالمصطلحات الانجليزية؛ حتى يتمكن من فهم المراجع الانجليزية - إذا احتاجها - ، وأيضاً كي يسهل عليه فهم المراجع العربية التي تستخدم ترجمة مصطلحات مختلفة عن التي اخترتها (والتي تضع الأصل الانجليزي عادة) . هذا بالاضافة إلى ارتباط الرموز - حتى في هذه الدورة - بالمصطلحات الانجليزية.

#### ملاحظة:

الوحدات والدروس والمسائل والمعادلات والأشكال والأمثلة - لها نفس الأرقام الموجودة في الكتاب الأصلي، لذا عندما يأتي الدرس 3.4 بعد الدرس 3.2 فهذا يعني فقط أن الدرس 3.3 ليس موجوداً في هذا المختصر .

#### مختصر مقدمة الكتاب:

الهدف الرئيسي من هذا الكتاب هو اعطاء الطالب القدرة على تحليل مسألة معينة بطريقة منطقية وبسيطة بالاضافة إلى حلها بواسطة بعض المبادئ الأساسية والمفهومة. هذا الكتاب مصمم ليكون المساق الأول في ميكانيكا المواد - أو مقاومة المواد - . في هذا الكتاب دراسة ميكانيكا المواد تعتمد على فهم القليل من المبادئ الأساسية واستعمال النماذج المبسطة، وبالتالي استعمال المعادلات المبسطة لحل المسائل. رسومات الجسم الحر تستعمل بكثرة في هذا الكتاب لتحديد القوى الخارجية والداخلية. الوحدات المستخدمة في هذا الكتاب هي الوحدات المترية SI .

الوحدات الأربعة الأولى من هذا الكتاب مخصصة لدراسة الاجهادات والتشوهات الناتجة في الأعضاء المختلفة، المعرضة لحمل محوري أو التواء أو انثناء خالص. الوحدة الخامسة مخصصة لتحديد الاجهادات العمودية في عارضة ولتصميم عوارض بالاعتماد على القيمة المسموحة للاجهاد العمودي في المادة المستخدمة. الوحدة الخامسة مخصصة لتحديد اجهادات القص في العوارض والاعضاء رقيقة الجدران المعرضة لحمل مستعرض. الوحدة السابعة تتحدث عن تحويل الاجهادات. والوحدة العاشرة تتحدث عن الانبعاج و عن تصميم الاعمدة. والملحق في آخر الكتاب يتحدث عن عزوم المساحات وعن المركز المتوسط وفيه جدولان لبعض الحالات البسيطة المشهورة.



كل وحدة تحتوي على عدد من الأمثلة المحلولة. بالإضافة إلى المسائل المعطاة بعد كل عدد من الدروس.

## الفهرس

مقدمة المساق

منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

مختصر مقدمة الكتاب

الفهرس

### 1

مقدمة - مفهوم الإجهاد

#### Introduction - concept of stress

1.1 مقدمة

1.2 الاستاتيات

1.3 الإجهاد في أعضاء بنية

1.4 التحليل والتصميم

1.5 الحمل المحوري؛ الإجهاد العمودي

1.6 إجهاد القص

1.7 إجهاد الإسناد في الوصلات

1.8 تطبيقات وأمثلة

1.11 الاجهادات على المقاطع المائلة (تحت قوة محورية)

1.13 متطلبات التصميم

### 2

الاجهاد والانفعال للحمل المحوري

#### Stress and strain – axial loading

2.1 مقدمة

2.2 الانفعال العمودي تحت القوة المحورية

2.3 رسمة اجهاد-انفعال

2.5 قانون هوك ومعامل المرونة

2.6 استطالة الأعضاء تحت القوة المحورية

2.15  $G n E$

2.17 توزع الاجهاد والانفعال للقوة المحورية

2.18 تركز الاجهاد

### 3

#### الإلتواء

#### Torsion

3.1 مقدمة

3.4 اجهاد القص في عمود الالتواء دائري الشكل

3.5 زاوية الانفتال

3.8 تركز الاجهاد في أعمدة الالتواء الدائرية

3.12\* التواء الأعمدة غير الدائرية

3.13\* أعمدة الالتواء رقيقة الجدران المغلقة (المجوفة)

### 4

#### الانثناء الخالص

#### Pure Bending

4.1 مقدمة

4.2 الأعضاء المتماثلة تحت الانثناء الخالص

4.3 تشوه العضو المتماثل المعرض لانثناء خالص

4.4 الاجهادات والتشوه ضمن نطاق منطقة المرونة (elastic range)

4.6 انثناء الأعضاء المكونة من عدة مواد

4.7 تركز الاجهاد

4.12 الحمل المحوري اللامتراكز المؤثر في مستوى التماثل

4.14 الحالة العامة للحمل المحوري المتراكز

### 5

#### تحليل وتصميم العوارض المعرضة لعزم الانثناء

#### Analysis and design of beams for bending

- 5.1 مقدمة  
5.2 رسمتي القص وعزم الانثناء  
5.3 العلاقات بين الحمل والقص وعزم الانثناء  
5.4 تصميم العوارض المنشورية المعرضة للانثناء

## 6

### اجهادات القص في الأعضاء

### والعوارض رقيقة الجدران

## Shearing Stresses In Beams And Thin-Walled Members

- 6.1 مقدمة  
6.2 القص على الوجه الأفقي لجزء من العارضة  
6.3 تحديد اجهادات القص في عارضة  
6.4 اجهادات القص  $t_{xy}$  في أنواع شائعة من العوارض  
6.6 القص الطولي على جزء من مقطع من عارضة ذو شكل عشوائي (arbitrary)  
6.7 اجهادات القص في الأعضاء رقيقة الجدران

## 7

### تحويل الاجهاد

## Transformation of stress

- 7.1 مقدمة  
7.2 تحويل الاجهادات المستوية  
7.3 الاجهادات الرئيسية ؛ اجهاد القص الأقصى  
7.3\* اجهاد القص الأقصى (الحالة العامة)  
7.9 الاجهادات في أوعية الضغط رقيقة الجدران

## 10

### الأعمدة

## Columns

- 10.1 مقدمة  
10.2 ثبات البنى  
10.3 صيغة أويلر (Euler`s formula) للأعمدة الموصولة مسامرياً

10.4 تصميم صيغة أويلر لأعمدة ذات أطراف موصولة بطرق أخرى

10.6 تصميم الأعمدة المعرضة لحمل متراكز

10.7 تصميم الأعمدة المعرضة لحمل لامتراكز

## ملحق

### عزوم المساحات

1. العزم الأول لمساحة، المركز المتوسط لمساحة
2. إيجاد العزم الأول والمركز المتوسط للمساحات المركبة
3. العزم الثاني (عزم القصور الذاتي) لمساحة، ونصف قطر التدويم
4. نظرية المحاور المتوازية

بسم الله الرحمن الرحيم

1

مقدمة - مفهوم الإجهاد

## Introduction - concept of stress

### 1.1 مقدمة

الهدف الرئيسي من دراسة ميكانيكا المواد هو اعطاء المهندس طرق تصميم و تحليل بنى متنوعة، ومن الأمور التي تهتم بها الإجهاد.

### 1.2 الاستاتييات

الاستاتييات نستخدمها لحساب القوة المؤثرة على كل جزء من أجزاء بنية معينة. لنفرض أن لدينا البنية التالية:

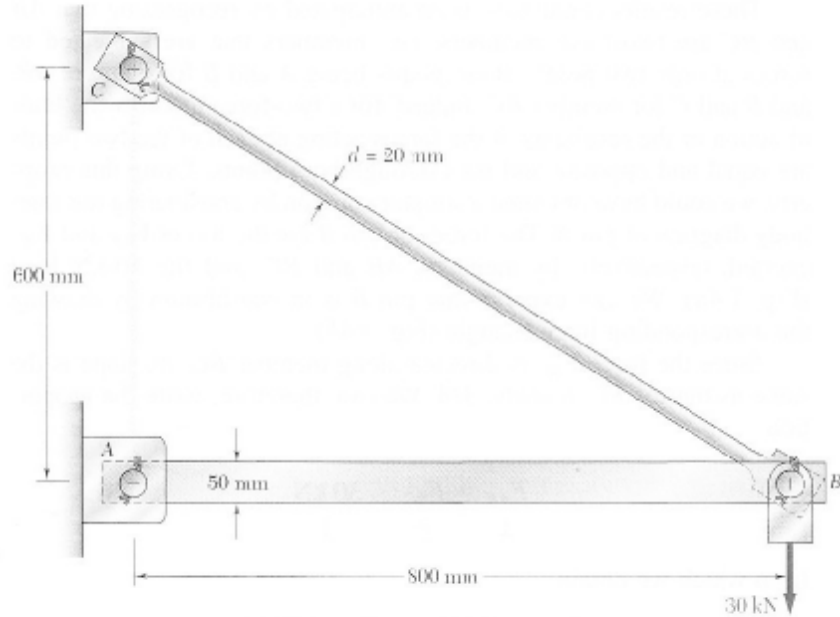


Fig. 1.1

الشكل (1.1)

نستطيع استخدام طرق الاستاتييات لإثبات أن هناك قوة شد داخلية في القضيب CB مقدارها 50KN ، وقوة انضغاط داخلية في القضيب AB مقدارها 40KN أي

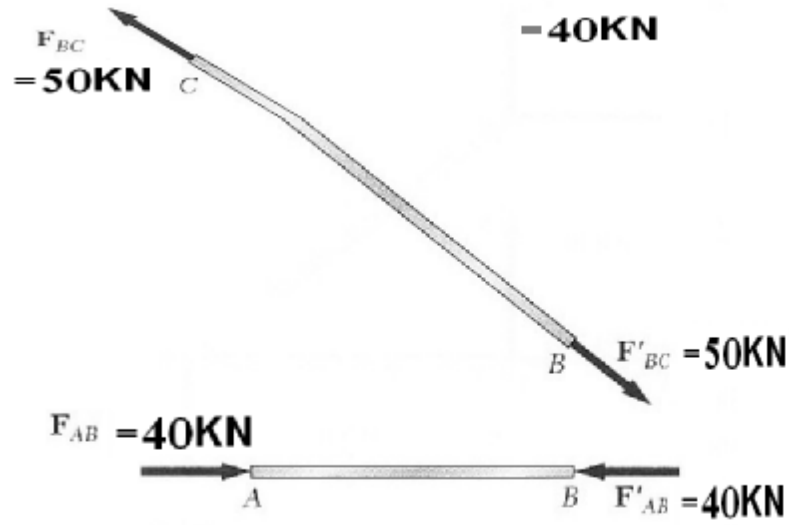


Fig. 1.5

الشكل (1.5)

والاستاتيات هي مادة منفصلة عن هذا الكتاب وفي هذا الكتاب سوف نحاول تجنبها.

### 1.3 الإجهاد في أعضاء بنية

نلاحظ من الدرس السابق أن الاستاتيات هس الخطوة الأولى في تحليل بنية، لكنها لا تحدد إن كانت البنية قادرة على تحمل القوة المؤثرة عليها، مثلاً هل سينقطع القضيب BC في الشكل السابق أم لا، معرفة هذا الجواب لا تحتاج فقط لحساب القوة  $F_{BC}$ ، بل أيضاً معرفة مساحة مقطع القضيب ونوع مادته. القوة  $F_{BC}$  تتوزع على كل مساحة المقطع (الشكل 1.7)،

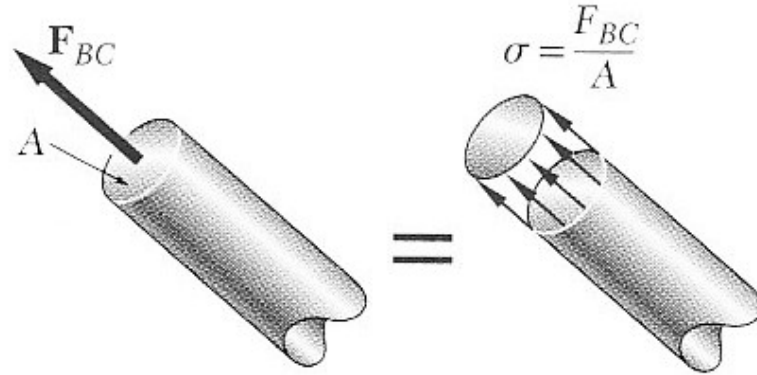


Fig. 1.7

الشكل (1.7)

بحيث يكون معدل كثافة (intensity) القوة الموزعة على المساحة  $A$  هو  $F_{BC} / A$ .  
 أي مكانية الانقطاع تعتمد القوة والمساحة ومادة القضيب.  
 القوة لكل وحدة مساحة تسمى الإجهاد (stress) ويرمز لها  $s$  (سيجما). الإجهاد  
 على قضيب مساحته  $A$  وتأثر عليه قوة مقدارها  $P$  (الشكل (1.8)) يمكن الحصول عليه بقسمة  
 القوة  $P$  على المساحة  $A$ ، أي

$$s = \frac{P}{A} \dots\dots\dots(1.5)$$

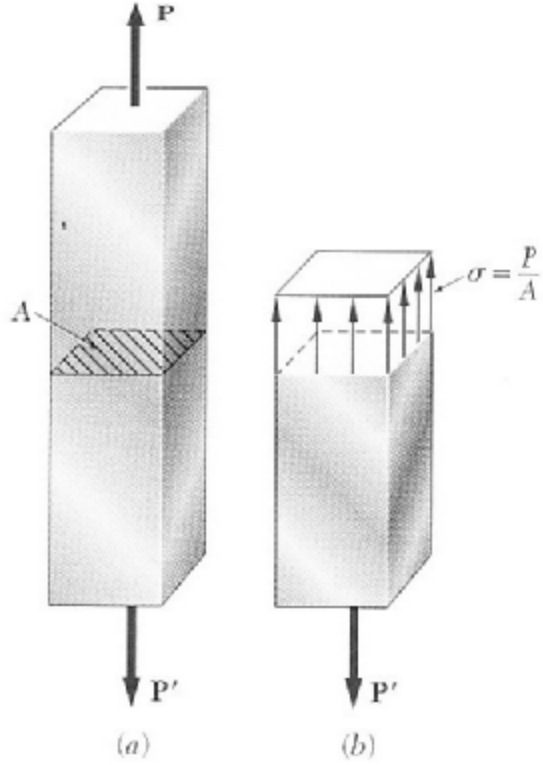


Fig. 1.8

الشكل (1.8)

الإشارة الموجبة تعني إجهاد شد (القضيب في حالة شد  $\leftarrow \blacksquare \rightarrow$ ) والإشارة السالبة تعني إجهاد انضغاط ( $\rightarrow \blacksquare \leftarrow$ ).

الوحدات المستخدمة للقوة P هي نيوتن (N) وللمساحة A هي متر مربع ( $m^2$ )، وللإجهاد S هي  $N/m^2$  ويسمى أيضا باسكال (Pa)، وهناك وحدات أخرى يكثر استعمالها وهي كيلوباسكال (KPa) وميجاباسكال (Mpa) وجيجاباسكال (GPa)؛ حيث

$$1KPa = 10^3 Pa$$

$$1MPa = 10^6 Pa$$

$$1GPa = 10^9 Pa$$

#### 1.4 التحليل والتصميم

لنرجع ثانية إلى الشكل (1.1)، لنفرض أن القضيب BC مصنوع من مادة الفولاذ التي لها أقصى إجهاد مسموح به ( $s_{all} = 165MPa$  (max allowable)، هل يستطيع القضيب BC احتمال القوة المؤثرة عليه؟



قيمة القوة  $F_{BC}$  على القضيب هي 50KN ( كما في درس (1.2) )، تلك أيضاً أن قطر القضيب هو 20mm ، نستخدم المعادلة (1.5) لحساب الإجهاد في القضيب كالتالي

$$P = F_{BC} = +50KN = 50 \times 10^3 N$$

$$A = pr^2 = p \left( \frac{20mm}{2} \right)^2 = p \left( \frac{20 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 = 314 \times 10^{-6} m^2$$

( نصف قطر القضيب r )

$$S = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{314 \times 10^{-6}} = 159 \times 10^6 Pa = 159 MPa$$

بما أن الإجهاد الناتج  $S$  أقل من قيمة  $S_{all}$  (أقصى إجهاد مسموح به) نستنتج أن القضيب BC يستطيع تحمل القوة .

هذا الذي فعلناه يسمى تحليل ؛ أي هل يتحمل القضيب في بنية معينة القوة المؤثرة عليه. أيضاً لا بد من تحليل باقي أجزاء البنية ( القضيب AB و المسامير ABC ) لمعرفة احتمال البنية للقوة المؤثرة عليها.

هناك أمر آخر يهمنى كمهندسين غير التحليل وهو التصميم؛ وهو اختيار أجزاء بنية معينة تتمكن من تحمل قوة ما .

على سبيل المثال لنرجع إلى الشكل (1.1) ، ولنفرض أننا نريد استخدام ألمنيوم له أقصى إجهاد مسموح به  $S_{all} = 100 MPa$  . وبما أن القوة المؤثرة على القضيب هي نفسها  $P = F_{BC} = +50KN$  ، لذا من معادلة (1.5) نحصل على

$$S_{all} = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{S_{all}} = \frac{50 \times 10^3 N}{100 \times 10^6 Pa} = 500 \times 10^{-6} m^2$$

وبما أن المساحة  $A = pr^2$  ، إذن r (نصف قطر القضيب) تساوي

$$r = \sqrt{\frac{A}{p}} = \sqrt{\frac{500 \times 10^{-6}}{p}} = 12.62 \times 10^{-3} m = 12.62 mm$$

$$d = 2r = 25.2 mm$$

إذن استخدام قضيب ألمنيوم قطره 26mm (أو أكثر) يفي بالغرض

## 1.5 الحمل المحوري؛ الإجهاد العمودي

كما لاحظنا في الشكل (1.5) ، فإن الحمل على كل من القضيبين BC و AB كان محوري (القوة على طول محور القضيب فقط)، لذا نقول أن القضيب تحت حمل محوري. من الخصائص البديهية للحمل المحوري أن القوة تكون عمودية على المقطع العرضي للقضيب،

وبالتالي الإجهاد يكون عمودي على المقطع العرضي للقضيب (كما في الشكل (1.8))، ونسميه إجهاد عمودي .

بقي أن نقول أن المعادلة  $S = \frac{P}{A}$  (معادلة (1.5)) هي في الحقيقة لحساب معدل (متوسط)

الإجهاد العمودي على المقطع العرضي ، أما الإجهاد الحقيقي فيكون كالتالي مثلاً

### 1.6 إجهاد القص

الإجهاد الذي درسناه حتى الآن هو الإجهاد الناتج من قوة عمودية على المقطع

العرضي، وهناك نوع آخر من الإجهاد ينتج عندما تؤثر قوة مستعرضة  $P$  على عضو  $AB$  (الشكل (1.15))، فتنتج قوة داخلية  $P'$  تسمى قوة القص (الشكل (1.16))

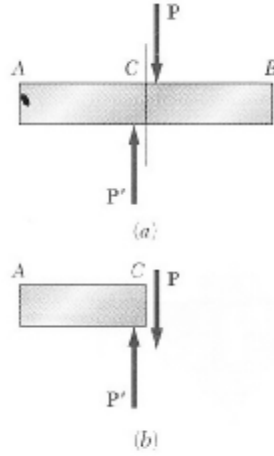


Fig. 1.16

الشكل (1.16)

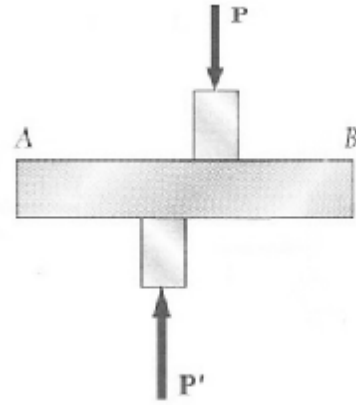
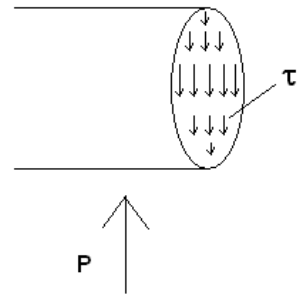


Fig. 1.15

الشكل (1.15)

والإجهاد الناتج يسمى إجهاد القص ويرمز له بالرمز  $t$  (تاو)



. ويمكن حساب معدله بالمعادلة

$$t_{av} = \frac{P}{A} \dots\dots\dots(1.18)$$

حيث A مساحة المقطع

أما  $t$  الحقيقية (وليس المعدل) فتتغير من صفر إلى  $t_{max}$  ، وسنتعلم حسابها في وحدة 6  
 اجهد القص يوجد بكثرة بالمسامير rivets pins & bolts شكل(1.17)

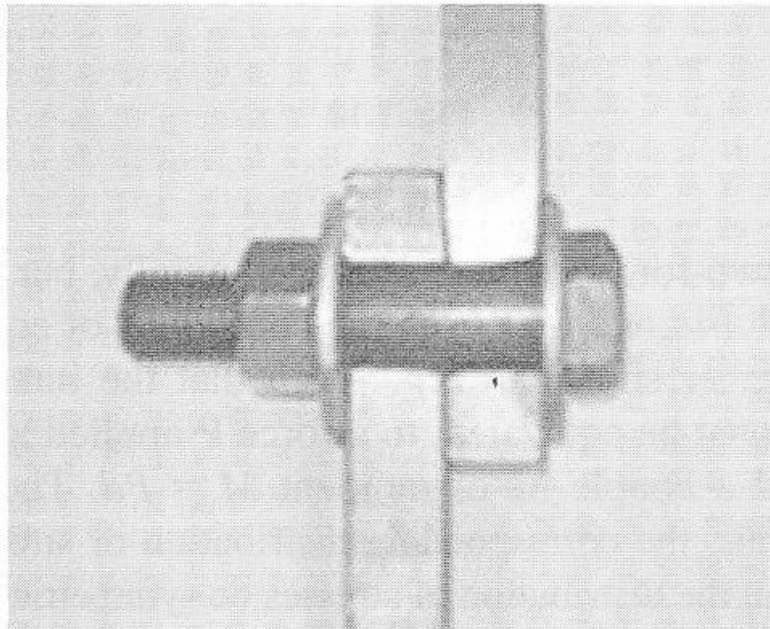


Fig. 1.17 Cutaway view of a connection with a bolt in shear.

الشكل(1.17)

لندرس مثلا الشكل(1.18)

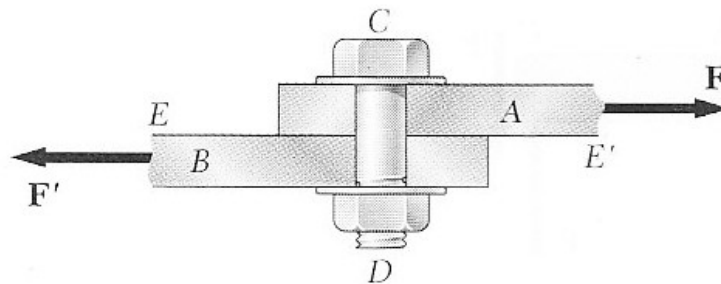


Fig. 1.18

الشكل(1.18)

إذا كانت الصفيحتان A B تتعرضان لقوة شد  $F$  . فسيحصل هناك إجهاد قص في البرغي في المقطع المستعرض  $EE'$  (شكل (1.19))، أي مقدار قوة القص  $P$  يساوي  $F$  ، وبالتالي معدل إجهاد القص هو

$$t_{av} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

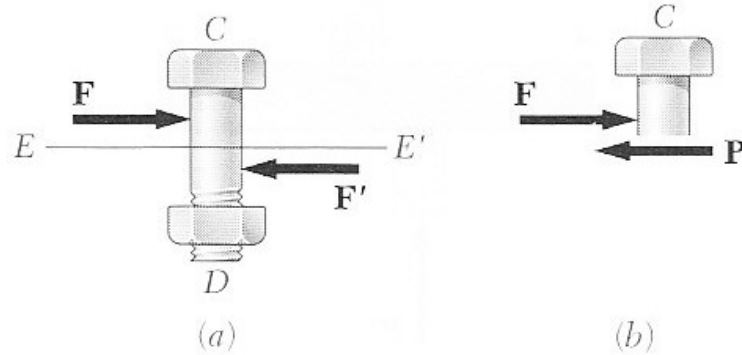


Fig. 1.19

الشكل (1.19)

حالة البرغي الذي تحدثنا عنها للتو تسمى أحادية القص. وهناك حالات أخرى؛ مثلاً التي في الشكل (1.20) (ثنائية القص)

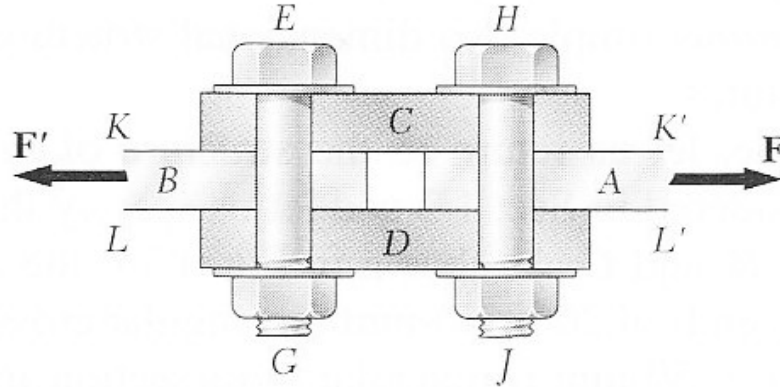


Fig. 1.20

الشكل (1.20)

لتحديد قوى القص على البرغي نرسم الشكل (1.21)

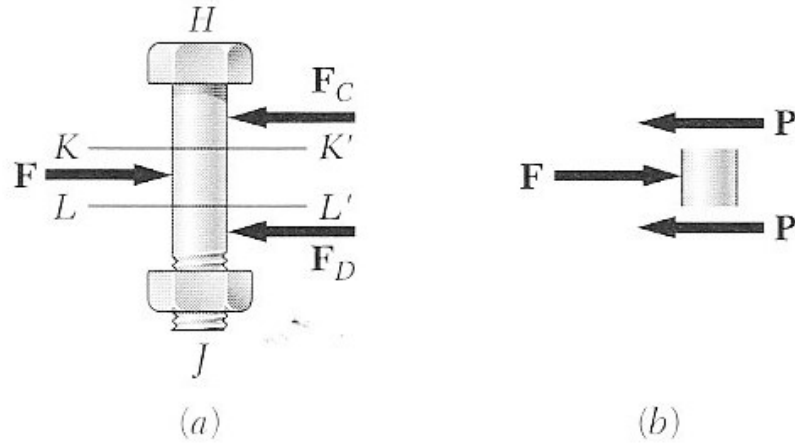


Fig. 1.21

الشكل (1.21)

ونستنتج من الشكل (1.21) أن قوة القص  $P$  تساوي  $F/2$  ، ومنها نحدد معدل اجهاد القص

$$t_{av} = \frac{P}{A} = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{2A}$$

### 1.7 إجهاد الإسناد في الوصلات

المسامير pins rivets & bolts تحدث اجهاد -في القطع التي تربط بينها- على سطح الاسناد، وللتوضيح نرجع إلى الشكل (1.18) ؛ البرغي يحدث قوة  $P$  على الصفيحة  $A$  مقدارها يساوي القوة  $F$ ، اجهاد القوة  $P$  يتوزع حملها على داخل سطح الإسناد (نصف اسطوانة قطرها  $d$  وارتفاعها  $t$  (سمك الصفيحة  $A$ ))، كما في الشكل التالي).

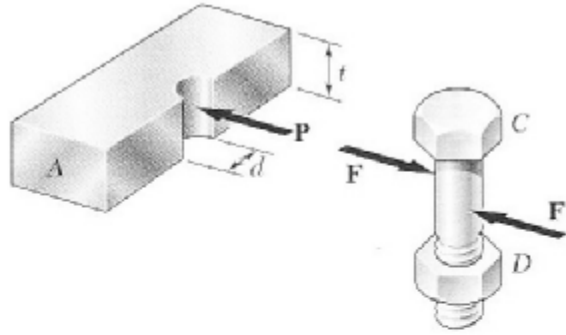


Fig. 1.22

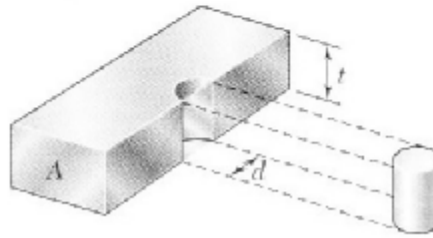


Fig. 1.23

الشكل (1.22) والشكل (1.23)

وبالتالي يحدث اجهاد يسمى اجهاد الاسناد، ويقدر معده بالمعادلة التالية

$$s_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td} \dots\dots\dots(1.11)$$

### 1.8 تطبيقات وأمثلة

مثال

قوة مقدارها 50KN تؤثر البنية الموضحة في الشكل التالي

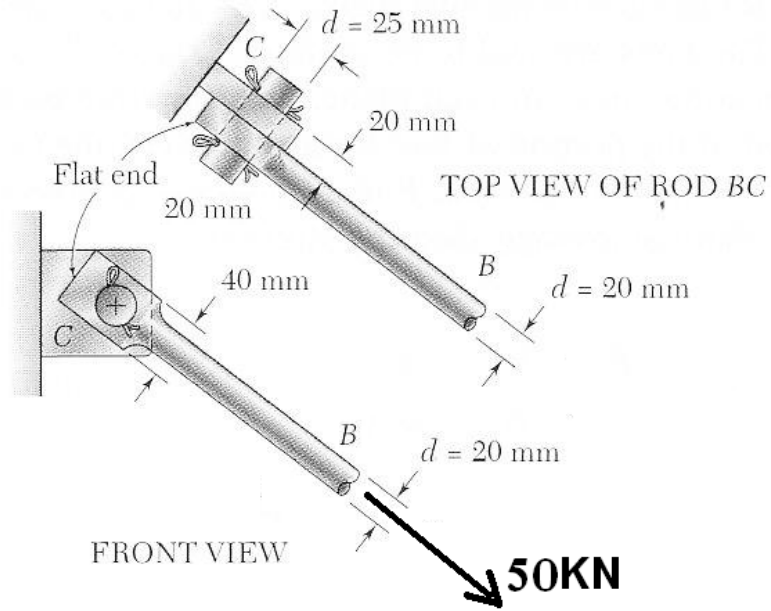


Fig. 1.24

أحسب الاجهادات التالية

- أ- معدل الاجهاد العمودي على القضيب الدائري
- ب- معدل الاجهاد العمودي الأقصى على نهاية القضيب العليا
- ج- معدل اجهاد القص على المسمار
- د- اجهاد الاسناد في الوصلة

الحل :

أ- معدل الاجهاد العمودي على القضيب الدائري

المساحة

$$A = \frac{pd^2}{4} = \frac{p(20mm)^2}{4} = \frac{p(20 \times 10^{-3})^2}{4} = 314 \times 10^{-6} m^2$$

الاجهاد

$$s = \frac{F}{A} = \frac{50 \times 10^3}{314 \times 10^{-6}} = 159 \times 10^6 Pa = 159 MPa$$

ب- معدل الاجهاد العمودي الأقصى على نهاية القضيب العليا





الاجهاد العمودي الأقصى هو عند المساحة الصغرى، أي المساحة الصغرى ، وتساوي

$$A = 20\text{mm}(40\text{mm} - 25\text{mm}) = 20 \times 10^{-3} (40 \times 10^{-3} - 25 \times 10^{-3}) = 300 \times 10^{-6} \text{m}^2$$

الاجهاد

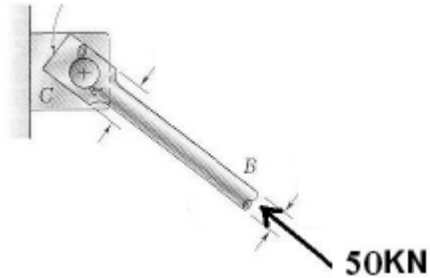
$$s = \frac{F}{A} = \frac{50 \times 10^3}{300 \times 10^{-6}} = 167 \times 10^6 \text{Pa} = 167 \text{MPa}$$

نلاحظ أن الإجهاد عند نهاية القضيب أكبر منه في باقي القضيب، أيضاً هذه القيمة هي لمعدل اجهاد الشد (الأقصى) لكن قرب الثقب يكون الاجهاد أكبر من ذلك



وهذا كله يعني أنه إذا زادت القوة المؤثرة عند حد معين وحصل انهيار (انقطاع) فإنه سيحصل في نهاية القضيب، لذا نستطيع تعديل هذا التصميم بزيادة سمك النهاية المسطحة المتقوية.

ملاحظة: لو كانت القوة هي قوة انضغاط (أي كما في الشكل التالي)



فإن الاجهاد في الفرع (أ) سيكون نفسه لكن الإشارة سالبة (اجهاد انضغاط)، أي  $s = -159 \text{MPa}$ ، أما الفرع (ب) فلا معنى له في حالة الانضغاط (علل؟)

ج- معدل اجهاد القص على المسمار

أنظر الشكل التالي



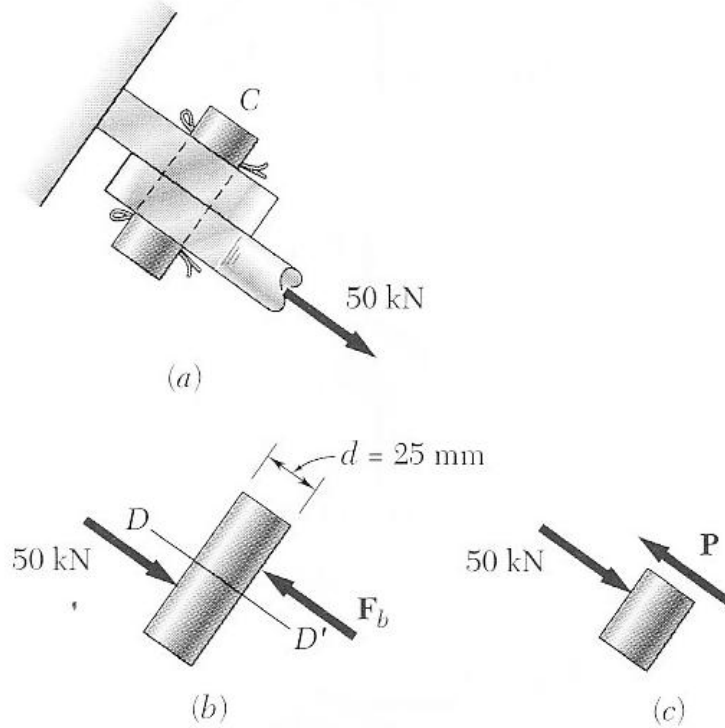


Fig. 1.25

من الشكل السابق يمكن اثبات أن قوة القص هي 50KN ، أما المساحة فهي

$$A = \frac{pd^2}{4} = \frac{p(25mm)^2}{4} = \frac{p(25 \times 10^{-3})^2}{4} = 491 \times 10^{-6} m^2$$

واجهاد القص

$$t = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{491 \times 10^{-6}} = 102 \times 10^6 Pa = 102 MPa$$

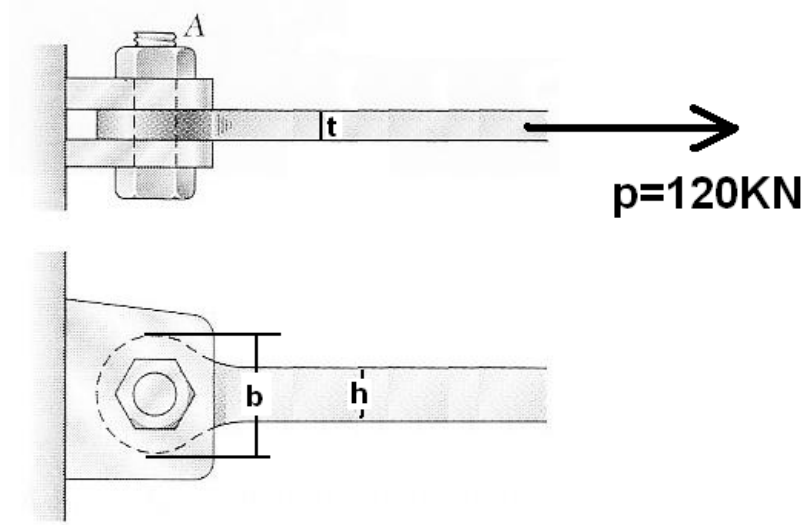
د- اجهاد الاسناد في الوصلة (عند النهاية العليا)

$$s_b = \frac{P}{td} = \frac{50 \times 10^3 N}{20mm \times 25mm} = \frac{50 \times 10^3}{20 \times 10^{-3} \times 25 \times 10^{-3}} = 100 \times 10^6 Pa = 100 MPa$$

(وهناك اجهادات أخرى تهتمنا يمكن حسابها)

مثال

قضيب فولاذي مصمم لتحمل قوة شد مقدارها P=120KN ،



القضيب مصنوع من صفيحة سمكها  $t=20\text{mm}$ ، للفولاذ الذي سوف نستخدمه الاجهادات القصوى المسموح بها هي :

$$s = 175\text{MPa} \quad t = 100\text{MPa} \quad s_b = 350\text{MPa}$$

صمم القضيب ، أي حدد القيم التالية:

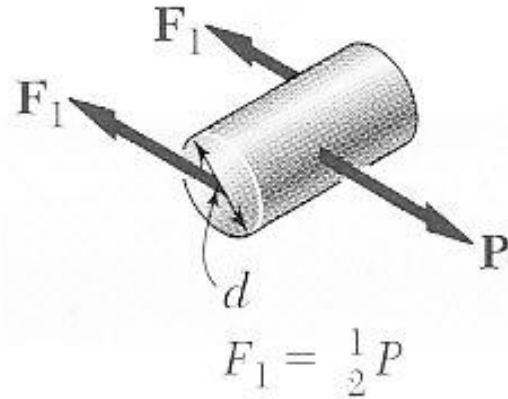
أ - قطر البرغي  $d$  (مصنوع من نفس المادة المذكورة)

ب - الطول  $b$

ج - المسافة  $h$

الحل

أ - قطر البرغي : بما أن البرغي ثنائي القص  $F_1 = \frac{1}{2} P = 60\text{KN}$  (أنظر الشكل التالي)



نحسب  $d$  اللازمة لتحمل القوة باجهاد مقداره الاجهاد الأقصى المسموح به.

$$t = \frac{F_1}{A} = \frac{60KN}{\frac{pd^2}{4}} \Rightarrow 100MPa = \frac{60KN}{\frac{pd^2}{4}} \Rightarrow 100 \times 10^6 Pa = \frac{60 \times 10^3 N}{\frac{pd^2}{4}}$$

$$\Rightarrow d = 27.6 \times 10^{-3} m = 27.6mm$$

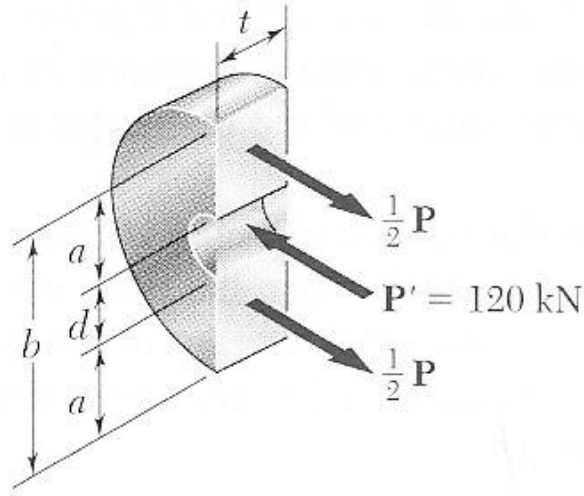
وسوف نستخدم  $d=28mm$  (أكثر احتياطاً)

هنا لا بد من اختبار قيمة اجهاد الاسناد بين الصفيحة ذات السمك 20mm والبرغي ذو القطر 28mm

$$\sigma = \frac{120KN}{20mm \times 28mm} = \frac{120 \times 10^3 N}{20 \times 10^{-3} m \times 28 \times 10^{-3} m} = 214 \times 10^6 Pa = 214MPa < 350MPa$$

أي أقل من أقصى  $s_b$  مسموح بها، إذن التصميم ناجح لحد الآن

ب - الطول b



تذكر أن السمك المصنوع منه القضيب هو  $t=20mm$  ، وأن المعدل الأقصى لإجهاد الشد

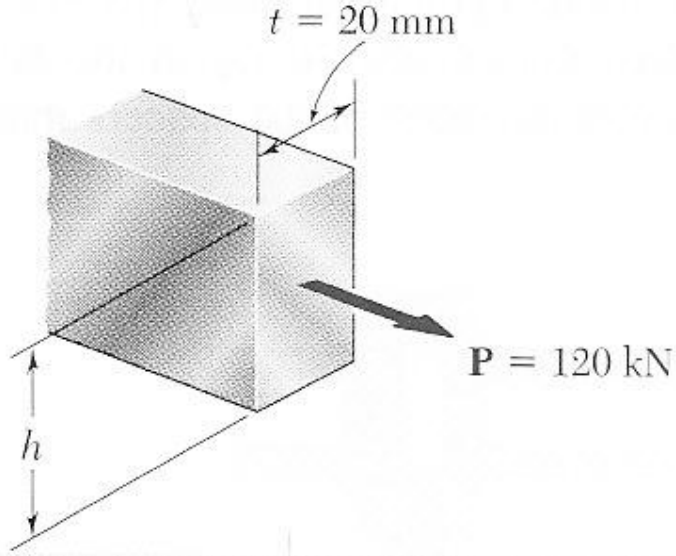
المسموح به هو  $175MPa$  ، لذا

$$s = \frac{\frac{1}{2}P}{ta} \Rightarrow 175MPa = \frac{60KN}{20 \times 10^{-3} a} \Rightarrow 175 \times 10^6 = \frac{60 \times 10^3}{20 \times 10^{-3} a}$$

$$\Rightarrow a = 17.4 \times 10^{-3} = 17.4mm$$

$$b = d + 2a = 28mm + 2(17.4mm) \Rightarrow b = 62.3mm$$

ج - المسافة h :



تذكر أن السمك هو  $t=20\text{mm}$  ، وأن المعدل الأقصى لإجهاد الشد المسموح به هو  $175\text{MPa}$  ، لذا

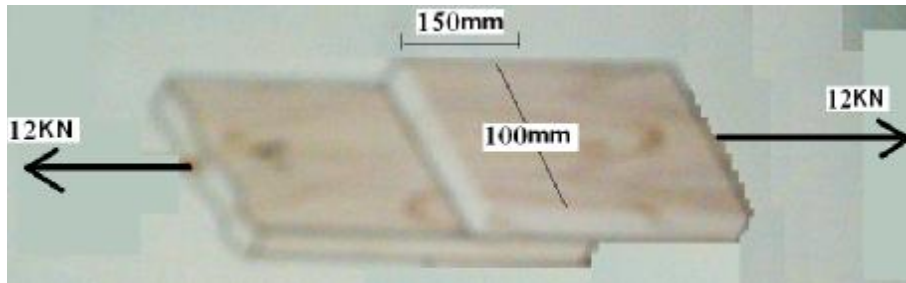
$$s = \frac{P}{th} \Rightarrow 175\text{MPa} = \frac{120\text{KN}}{20 \times 10^{-3} h} \Rightarrow 175 \times 10^6 = \frac{120 \times 10^3}{20 \times 10^{-3} h}$$

$$\Rightarrow h = 34.3 \times 10^{-3} = 34.3\text{mm}$$

وسوف نستخدم  $h=35\text{mm}$

مثال

قطعتين خشبيتين ملصوقتان معاً بمادة لاصقة، ومعرضتين لقوة مقدارها  $12\text{KN}$  ، احسب قيمة إجهاد القص على المادة اللاصقة



$$t = \frac{P}{A} = \frac{12\text{KN}}{150\text{mm} \times 100\text{mm}} = \frac{12 \times 10^3 \text{N}}{150 \times 10^{-3} \text{m} \times 100 \times 10^{-3} \text{m}} = 800000\text{Pa} = 800\text{KPa}$$

## مسائل

- 1.1 قضيبين اسطوانيين مصمتين AB و BC ملحومين معاً عند B وعليهما الحمل الموضح في الشكل. إذا كانت  $d_1 = 30\text{mm}$ ,  $d_2 = 50\text{mm}$  ، أحسب معدل الاجهاد العمودي في منتصف القضيب (أ) AB (ب) BC (يحتاج لمعلومات بسيطة من الاستاتيكا أو الفيزياء لحله)  
الجواب: (أ) 84.9MPa (ب) -96.8MPa

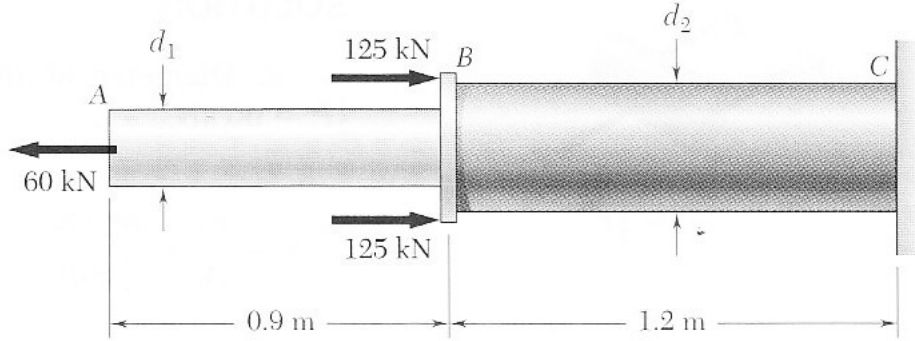


Fig. P1.1 and P1.2

- 1.2 قضيبين اسطوانيين مصمتين AB و BC ملحومين معاً عند B وعليهما الحمل الموضح في الشكل السابق. إذا علمت أن معدل الاجهاد العمودي يجب أن لا يزيد عن 150MPa في كلا القضيبين. حدد أقل قيمتين ممكنتين لـ  $d_1$  و  $d_2$   
الجواب:  $d_1 = 22.6\text{mm}$ ,  $d_2 = 40.2\text{mm}$

- 1.5 جهاز قياس اجهاد مثبت عند C على سطح عظمة AB أعطى قراءة لمعدل الاجهاد العمودي مقدارها 3.8MPa عندما كانت العظمة معرضة لقوة مقدارها 1200N كما في الشكل. افرض أن المقطع العرضي للعظمة هو اسطوانة مجوفة (annular) وعلم أن القطر الخارجي هو 25mm . أحسب القطر الداخلي للعظمة عند C.

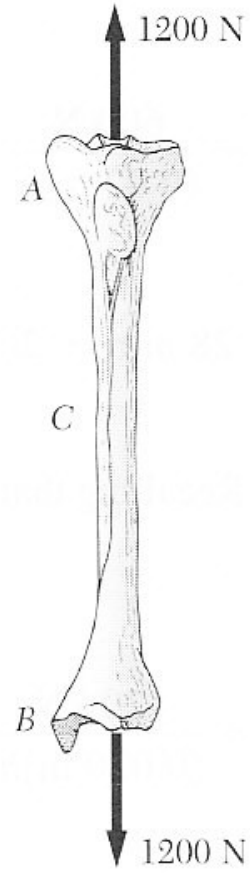


Fig. P1.5

1.15 قطعتان خشبيتان A و B مثبتتان معاً بواسطة قطعتي خشب ملصقتين بالاصمغ معهما كما في الشكل. أحسب أقل قيمة ممكنة لـ  $L$  بحيث أن معدل اجهاد القص للاصمغ لا يزيد عن 800KPa  
الجواب: 308mm

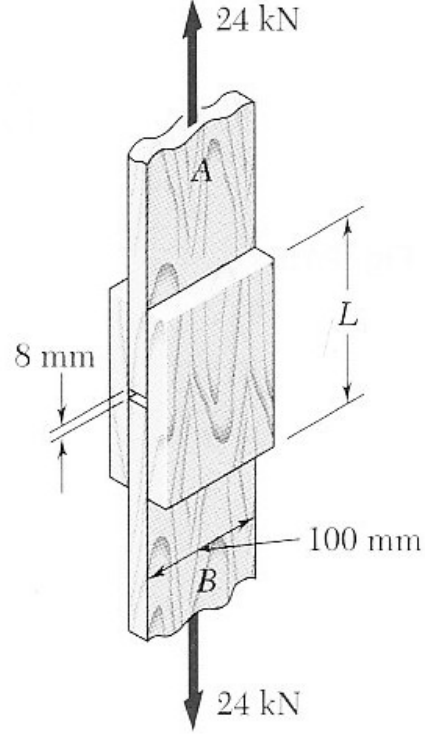


Fig. P1.15

1.16 أحسب قطر أكبر ثقب دائري ممكن احداثه بالضغط بالاصبع على قطعة فلين سمكها 6mm ، علماً أن مقدار القوة المؤثرة من الاصبع هو 45KN ومعدل اجهاد القص اللازم لانهيال الفلين هو 55MPa  
الجواب: 43.4mm

1.19 قيمة القوة المحورية في الشكل التالي هي  $P=75KN$  . حدد أقل قيمة ممكنة لـ  $L$  بحيث لا يتجاوز اجهاد الاسناد في الخشبة 3MPa  
الجواب: 178.6mm

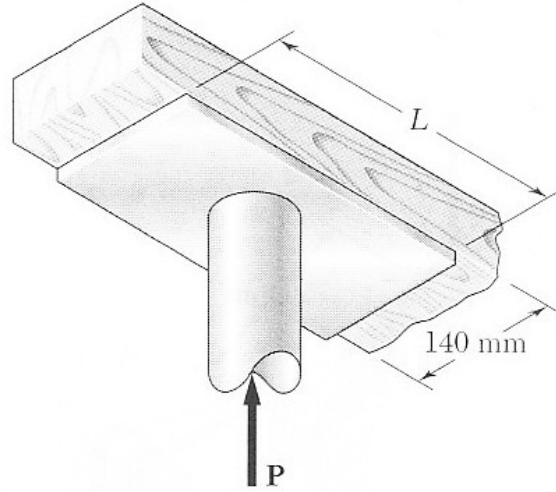


Fig. P1.19

1.20 قوة  $P$  مؤثرة على عمود (شكله I) مساحة مقطعه هي  $A = 8580\text{mm}^2$ ، وتتوزع على قاعدة اسمنتية بواسطة بلاطة معدنية مربعة طول ضلعها  $a$ . إذا علمت أن معدل الاجهاد العمودي على العمود يجب أن لا يتجاوز  $150\text{MPa}$  واجهاد الاسناد في الاسمنت يجب أن لا يتجاوز  $12.5\text{MPa}$ ، احسب طول الضلع  $a$  الذي يوفر أرخص (أقل  $a$ ) وأمن تصميم. الجواب:  $321\text{mm}$

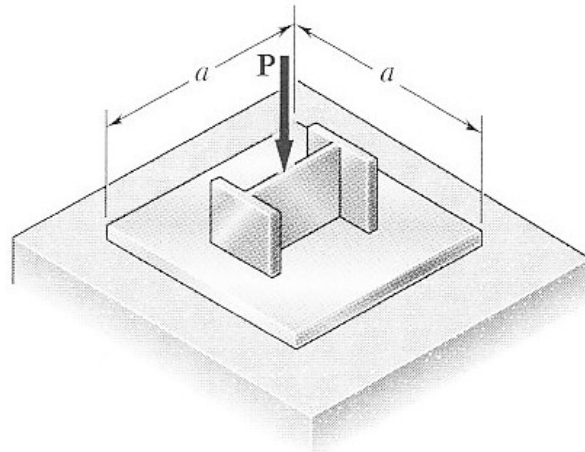


Fig. P1.20

### 1.11 الاجهادات على المقاطع المائلة (تحت قوة محورية)

أحيانا يهمننا حساب الاجهادات على المقاطع المائلة وليس المقاطع العرضية . مثلاً لنفرض أن لدينا قطعتين خشبيتين ملصوقتين معاً بصمغ كما في الشكل





صمغ

لو أردنا حساب الاجهاد على الصمغ فإن المقطع الذي يهمننا هو المقطع المائل وليس العرضي.

من أجل اشتقاق صيغة للاجهادين العمودي والقص على مقطع مائل تؤثر عليه قوة محورية معين ندرس الشكل 1.30

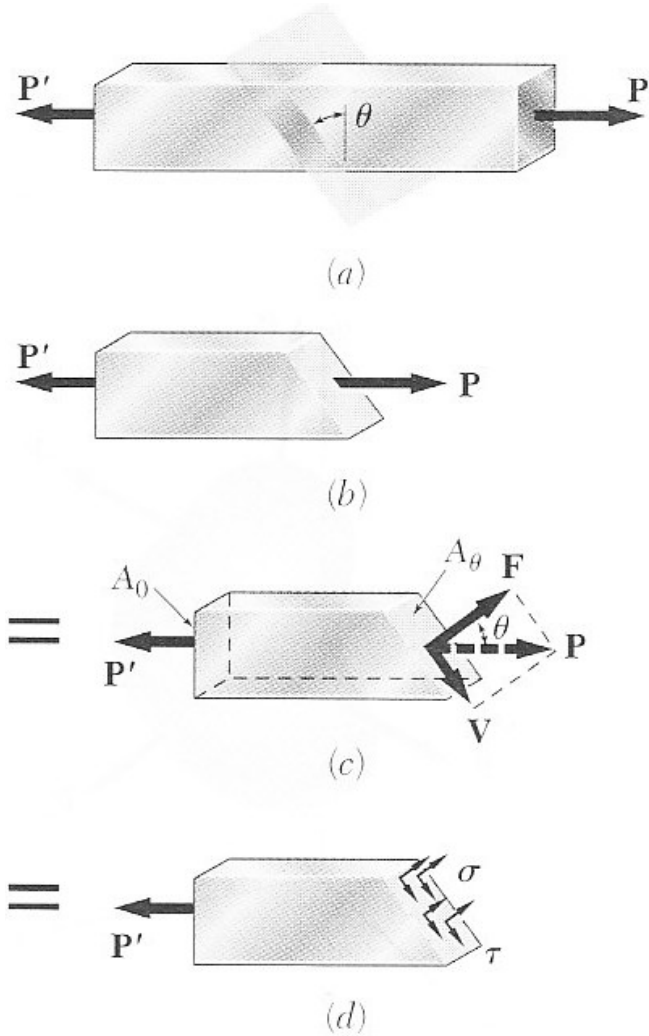


Fig. 1.30

الشكل 1.30

الشكل 1.30a يبين قضيبي تؤثر عليه قوة P من الجهتين، المقطع الذي يهنا يميل بزواوية مقدارها q عن المقطع العرضي، الشكل 1.30b يظهر القوة الداخلية على المقطع المائل، في الشكل 1.30c نحلل هذه القوة إلى مركبتين: F العمودية على المقطع المائل (مسؤولة عن S)، و V الموازية للمقطع (مسؤولة عن t)، حيث

$$F = P \cos(q) \quad \& \quad V = P \sin(q) \dots\dots\dots(1.12)$$

وبالتالي

$$s = \frac{F}{A_q} \quad , \quad t = \frac{V}{A_q} \dots\dots\dots(1.13)$$

بتعويض قيمة F و V في المعادلة السابقة، مع ملاحظة أن  $A_0 = A_q \cos(q)$  (أي  $A_q = A_0 / \cos(q)$ ) نحصل على

$$s = \frac{P \cos(q)}{A_0 / \cos(q)} \quad , \quad t = \frac{P \sin(q)}{A_0 / \cos(q)}$$

أي

$$s = \frac{P}{A_0} \cos^2(q) \quad , \quad t = \frac{P}{A_0} \sin(q) \cos(q) \dots\dots\dots(1.14)$$

مثال (مسألة 1.29 في الأصل):

قوة P مقدارها 6-KN تؤثر على قطعتين خشبيتين ملصقتين معاً بالصمغ (على السطح المائل) كما في الشكل، أحسب الاجهاد العمودي واجهاد القص على السطح المائل

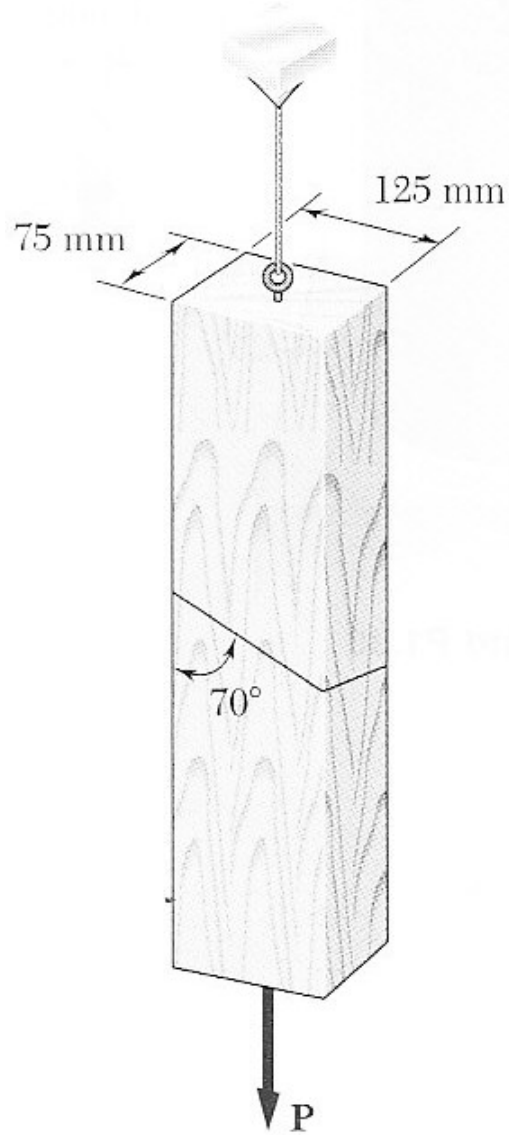


Fig. P1.29 and P1.30

الشكل Fig P1.29 and P1.30

الحل: أولاً لا بد من الانتباه إلى أن الزاوية  $q$  ليست  $70$  بل  $20$  ( $q = 90 - 70 = 20$ )  
 (أنظر تعريف  $q$  في الشكل (1.30))

$$A_0 = 75\text{mm} \times 125\text{mm} = 9.375 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

الاجهاد العمودي

$$s = \frac{P}{A_0} \cos^2(q) = \frac{6 \times 10^3}{9.375 \times 10^{-3}} \cos^2(20) = 565 \times 10^3 \text{Pa} = 565 \text{KPa}$$

## اجهاد القص

$$t = \frac{P}{A_0} \cos(q) \sin(q) = \frac{6 \times 10^3}{9.375 \times 10^{-3}} \cos(20) \sin(20) = 206 \times 10^3 \text{ Pa} = 206 \text{ KPa}$$

### 1.13 متطلبات التصميم

يجب أن يكون التصميم آمن واقتصادي وأمور أخرى يحددها نوع التصميم  
بعض التعريفات المهمة :

1. الاجهاد النهائي (ultimate stress)

هو الاجهاد الذي عند الزيادة عنه يحصل انقطاع للمادة أو تتراجع قدرتها على تحمل القوى، ونحصل على قيمته من جداول خواص المادة أو من التجارب على عينة من المادة المستخدمة. ونرمز للاجهاد العمودي النهائي بالرمز  $s_u$ ، ولالجهاد القص النهائي بالرمز  $t_u$ .

2. أقصى اجهاد مسموح به (maximum allowable stress)

عند تصميم آلة يجب أن لا يصل أقصى اجهاد فيها إلى الاجهاد النهائي (حتى لا تنهار)، بل ويجب أن لا يصل إلى اجهاد معين يسمى أقصى اجهاد مسموح به (وهو أقل من الاجهاد النهائي)، وهذا من باب الأمان والاحتياط، ونرمز لأقصى اجهاد عمودي مسموح به بالرمز  $s_{all}$ ، ولأقصى اجهاد قص مسموح به بالرمز  $t_{all}$ .

3. معامل الأمان (F.S) (factor of safety)

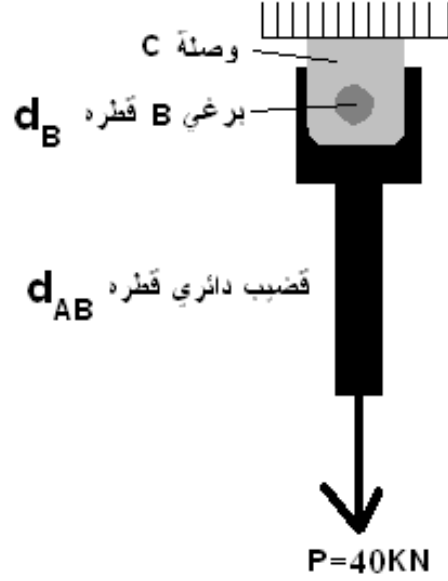
وهو النسبة بين قيمة الاجهاد النهائي وقيمة أقصى اجهاد مسموح به، أي

$$\text{Factor of Safety} = F.S = \frac{\text{ultimate stress}}{\text{maximum allowable stress}}$$

وقيمته أكبر من واحد، وكلما زادت قيمته زاد الاحتياط والأمان من حصول انهيار

### مثال

لدينا التصميم الموضح في الشكل ، وهو مصنوع من الفولاذ الذي له قيمة الاجهاد العمودي النهائي تساوي 600MPa ، واجهاد القص النهائي 350MPa ، ولنأخذ أقصى اجهاد إسناد مسموح به 300MPa



أحسب:

- أ- قطر القضيب الدائري ، علماً بأن معامل الأمان له يساوي 3.3  
 ب- قطر البرغي ، علماً بأن معامل الأمان له يساوي 3.5  
 ج- سمك الوصلة C (أحادية القص)

الحل

أ- قطر القضيب الدائري

$$s_{all} = \frac{s_u}{F.S} = \frac{600MPa}{3.3} = 181.8MPa$$

$$s_{all} = \frac{P}{A_{AB}} \Rightarrow A_{AB} = \frac{P}{s_{all}} = \frac{40KN}{181.8MPa} = \frac{40 \times 10^3}{181.8 \times 10^6} = 220 \times 10^{-6} m^2$$

$$A_{AB} = \frac{P}{4} d_{AB}^2 \Rightarrow 220 \times 10^{-6} = \frac{P}{4} d_{AB}^2 \Rightarrow d_{AB} = 16.74 \times 10^{-3} m = 16.74 mm$$

ب- قطر البرغي

$$t_{all} = \frac{t_u}{F.S} = \frac{350MPa}{3.5} = 100MPa$$

$$t_{all} = \frac{P}{A_B} \Rightarrow A_B = \frac{P}{t_{all}} = \frac{40KN}{100MPa} = \frac{40 \times 10^3}{100 \times 10^6} = 4 \times 10^{-3} m^2$$

$$A_B = \frac{P}{4} d_B^2 \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{P}{4} d_B^2 \Rightarrow d_B = 22.5 \times 10^{-3} m = 22.5 mm$$

ج- سمك الوصلة C

أقصى اجهاد اسناد مسموح به هو 300MPa

(راجع الشكل (1.22) والشكل (1.23) و معادلة (1.11)

$$s_{all} = \frac{P}{A_c} = \frac{P}{t_c d_B} \Rightarrow 300 \times 10^6 = \frac{40 \times 10^3}{t_c \times 22.5 \times 10^{-3}}$$
$$\Rightarrow t_c = 5.9 \times 10^{-3} m = 5.9 mm$$

مسائل

1.29 قوة P مقدارها 6-KN تؤثر على قطعتين خشبيتين ملصقتين معاً بالصمغ (على السطح المائل) كما في الشكل، أحسب الاجهاد العمودي واجهاد القص على السطح المائل

الجواب:  $s = 565 KPa$        $t = 206 KPa$

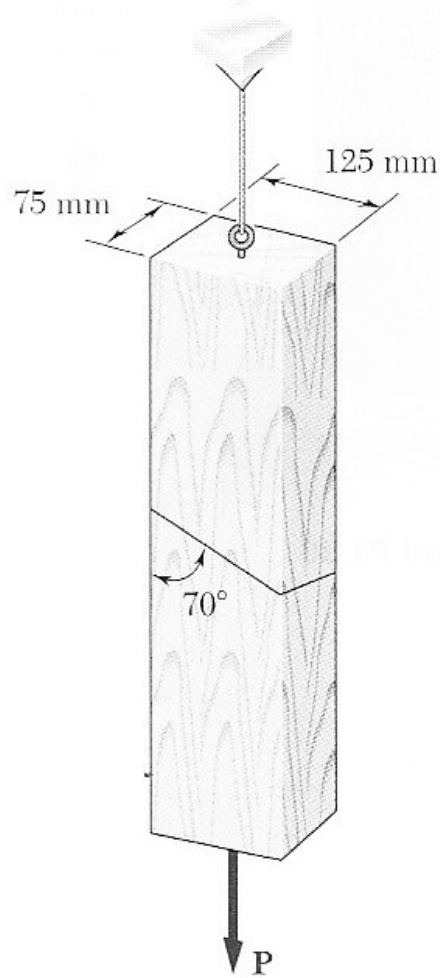


Fig. P1.29 and P1.30

1.30 قطعتين خشبيتين ملصقتين معاً بالصمغ على السطح المائل كما في الشكل السابق. إذا علمت أن أقصى اجهاد شد مسموح به للصمغ هو 500KPa ؛ حدد (أ) أكبر قوة يمكن تحملها بأمان (ب) قيمة اجهاد القص عند هذه القيمة  
الجواب: (أ) 5.31KN (ب) 182KPa

1.35 أنبوب فولاذي قطره الخارجي 300mm صنع من صفيحة سمكها 6mm بواسطة لحامها بصورة لولبية كما في الشكل. إذا كان لدينا قوة محورية P مقدارها 250KN تؤثر على الأنبوب ؛ أحسب: الاجهاد العمودي واجهاد القص للحام  
الجواب:  $s = -37.1MPa$   $t = 17.28MPa$

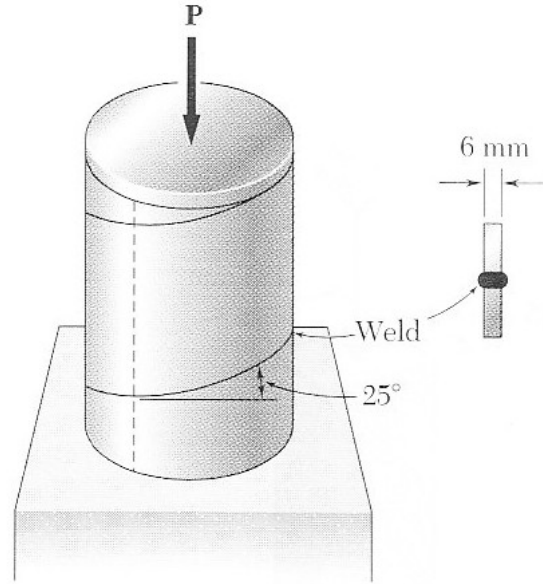


Fig. P1.35 and P1.36

1.36 أنبوب فولاذي قطره الخارجي 300mm صنع من صفيحة سمكها 6mm بواسطة لحامها بصورة لولبية كما في الشكل السابق. إذا علمت أن أقصى اجهاد مسموح به للحام هو  $s = 50MPa$  للاجهاد العمودي و  $t = 30MPa$  للاجهاد القص. حدد أكبر قيمة للقوة P يمكن التأثير بها على الأنبوب  
الجواب: 337KN

1.43 الخشبتين في الشكل التالي معرضتين لقوة مقدارها 20KN، ومثبتتين معاً بقطعتي خشب جانبيتين ملصقتين معهما بالصمغ. اجهاد الشد النهائي للصمغ هو 2.8MPa ، أحسب معامل الأمان ، علماً بأن طول كل قطعة خشب جانبية هو  $L=200mm$

الجواب: 3.23

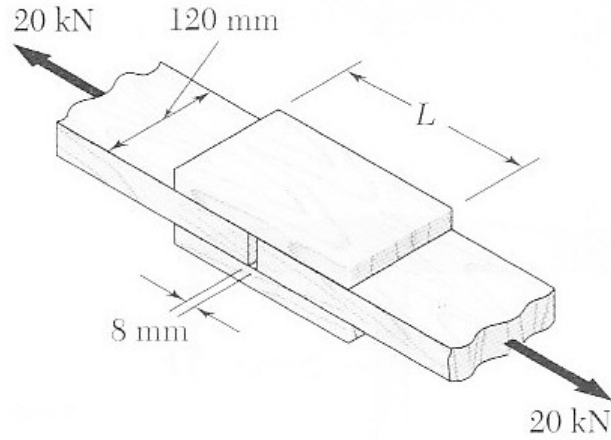


Fig. P1.43

1.44 للمسألة السابقة أحسب الطول  $L$  إذا أردنا الحصول على معامل أمان مقداره 3.5

الجواب: 216mm

#### قائمة ترجمة المصطلحات

structure	البنية
pin	مسمار
member	عضو
stress	إجهاد
tensile	شد
compressive	انضغاط
axial	محوري
normal	عمودي
normal stress	إجهاد عمودي
loading	حمل
axial loading	حمل محوري
shearing	قص
shearing stress	إجهاد قص
plate	صفيحة



boom عمود

bearing stress إجهاد الإسناد

rod قضيب

Bar قضيب

Ultimate stress الاجهاد النهائي

Maximum allowable stress أقصى اجهاد مسموح به

factor of safety معامل الأمان

بسم الله الرحمن الرحيم

## 2

الاجهاد والانفعال للحمل المحوري

Stress and strain – axial loading

### 2.1 مقدمة

في الوحدة الأولى درسنا الاجهادات في الأعضاء والوصلات المختلفة الناتجة من الحمل المؤثر على بنية ما . تعلمنا أيضاً كيف نصمم أعضاء ووصلات بسيطة بحيث لا تنهار تحت ظروف تحميل معينة. موضوع آخر مهم في التحليل والتصميم هو لبنية ما هو تشوه هذه البنية بسبب الحمل المؤثر عليها .

في هذه الوحدة سوف نعرف الانفعال العمودي  $e$  في العضو على أنه تشوه العضو لكل وحدة طول . رسم الاجهاد  $s$  مع الانفعال  $e$  عندما يكون الحمل على العضو يزداد يعطي رسمة اجهاد-انفعال للمادة المستخدمة. من مثل هذه الرسمة نستطيع تحديد بعض الخصائص المهمة للمادة مثل معامل المرونة كما إذا كانت المادة هشة أو لدنة.

### 2.2 الانفعال العمودي تحت القوة المحورية

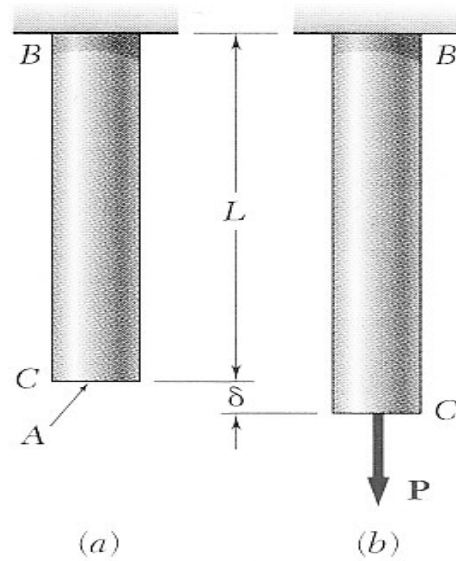


Fig. 2.1

الشكل (2.1)

لندرس الشكل (2.1) ، وهو يبين قضيب طوله  $L$  ومساحة مقطعه العرضي  $A$  . إذا  
أثرنا عليه بقوة  $P$  فإن القضيب سوف يستطيل بمقدار  $d$  (تلفظ دلتا). وإذا رسمنا مقدار  
الاستطالة  $d$  مع مقدار القوة فسنحصل على رسمة شبيهة بالتي في الشكل (2.2)

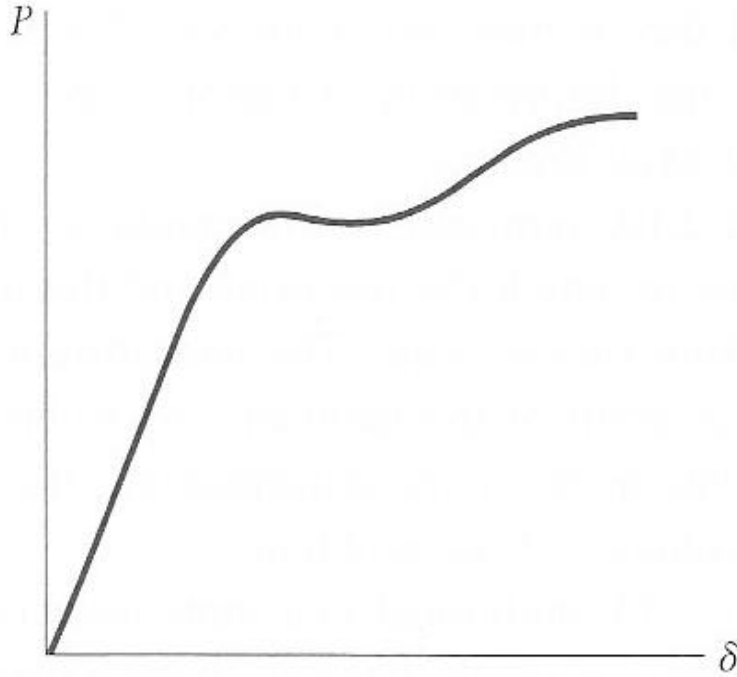


Fig. 2.2

الشكل (2.2)

لكن لو أخذنا قضيب من نفس المادة لكن أطول أو أكبر مساحة فإن الرسمة سوف  
تختلف، لذا بدل من رسم القوة مع الاستطالة نرسم الاجهاد مع الانفعال، وعندها نصل على  
نفس الرسمة بغض النظر عن طول القضيب أو مساحة مقطعه.  
الانفعال العمودي: هو مقدار استطالة القضيب لكل وحدة طول، ونرمز له بالرمز  $e$   
(يلفظ إيبسلون) ؛ أي

$$e = \frac{d}{L}$$

أما الاجهاد العمودي فنحصل عليه بالطريقة التي تعلمناها بالوحدة الأولى؛ أي

$$s = \frac{P}{A}$$

فإذا رسمنا  $S$  مع  $e$  نحصل على نفس الرسمة للمادة الواحدة؛ ونسميها رسمة اجهاد-انفعال.

### 2.3 رسمة اجهاد-انفعال

رسمة اجهاد-انفعال تختلف كثيراً من مادة لمادة، لكن يمكن تمييز بعض الخصائص العامة لرسومات المجموعات المختلفة من المواد، ويمكن تقسيم المواد إلى نوعين عامين المواد هما الهشة واللدنة.

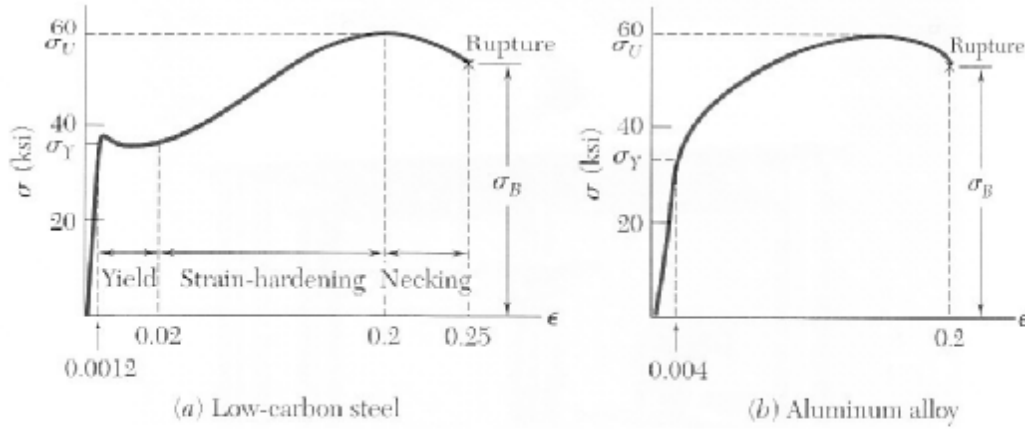
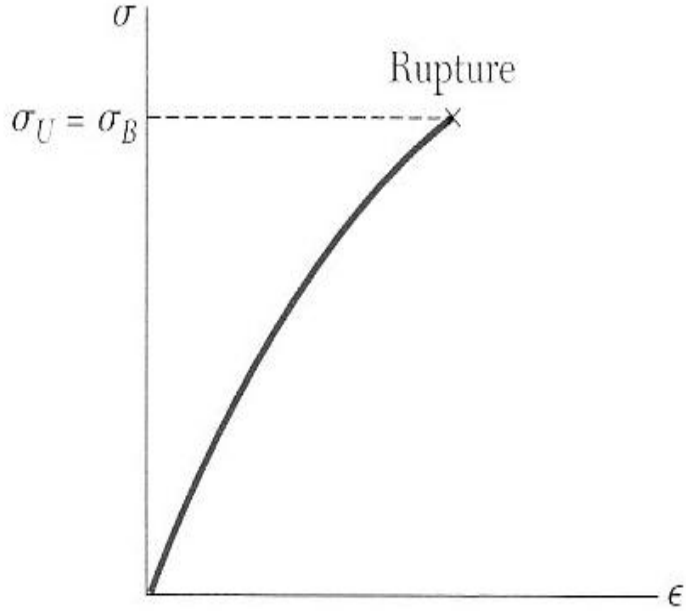


Fig. 2.9 Stress-strain diagrams of two typical ductile materials.

الشكل (2.9)

عند تعريض قضيب من مادة لدنة (مثل الحديد أو الألمنيوم) لقوة ما فإن الاستطالة في البداية تزداد بصورة خطية مع زيادة القوة وبمعدل بطيء لذا فإن الجزء الأول من رسمة اجهاد-انفعال هو رسمة خطية لها ميل حاد (أنظر الشكل (2.9)). لكن بعد الوصول إلى اجهاد معين يسمى اجهاد المطاوعة ( $S_y$ )؛ فإن الاستطالة تزداد بمعدل أكبر مع زيادة القوة (أي تصبح المادة مطاوعة تستطيل بصورة كبيرة نسبياً مع زيادة القوة). ثم بعد زيادة القوة وتجاوز الاجهاد النهائي ( $S_u$ ) نلاحظ أننا نحتاج لقوة أقل للاستمرار في الاستطالة. ثم تنقطع المادة (Rupture or Breaking) عند الاجهاد ( $S_B$ ).

أما المواد الهشة (مثل الزجاج) فإن الانقطاع يحصل دون تغير ملحوظ في معدل الاستطالة (الشكل (2.11)). لذا  $S_u = S_B$ .



**Fig. 2.11** Stress-strain diagram for a typical brittle material.

الشكل (2.11)

### 2.5 قانون هوك ومعامل المرونة

معظم البنى الهندسية تصمم بحيث تكون الاستطالة قليلة، أي ضمن المنطقة الأولى في رسمة اجهاد-انفعال. وفي تلك المنطقة من الرسمة تكون العلاقة بين الاجهاد  $s$  والانفعال  $e$  خطية، أي

$$s = E e$$

وتعرف هذه العلاقة بقانون هوك، والمعامل  $E$  يسمى معامل المرونة (modulus of

Elasticity)، ووحدته هي Pa (ومضاعفاتها).

أعلى قيمة اجهاد للمادة اللينة يمكن استخدام قانون هوك لها هي اجهاد المطاوعة

$$s_y$$

### 2.6 استطالة الأعضاء تحت القوة المحورية

لنأخذ القضيب الموضح في الشكل (2.22)، طوله  $L$  ونساحة مقطعه  $A$  ومعرض

لقوة محورية  $P$ ،

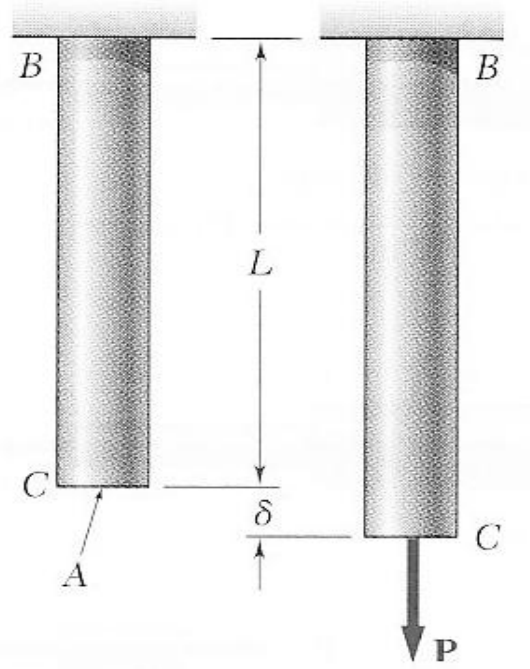


Fig. 2.22

الشكل (2.22)

إذا كان الاجهاد لا يتجاوز المنطقة الخطية ( $s < s_y$  للمادة اللدنة مثلاً) عندها يمكن استخدام قانون هوك ، أي

$$s = E e$$

أي

$$e = \frac{P}{AE} \dots\dots(2.5)$$

كما عرفنا سابقاً تعطى بالعلاقة  $e = d / L$  ، أي

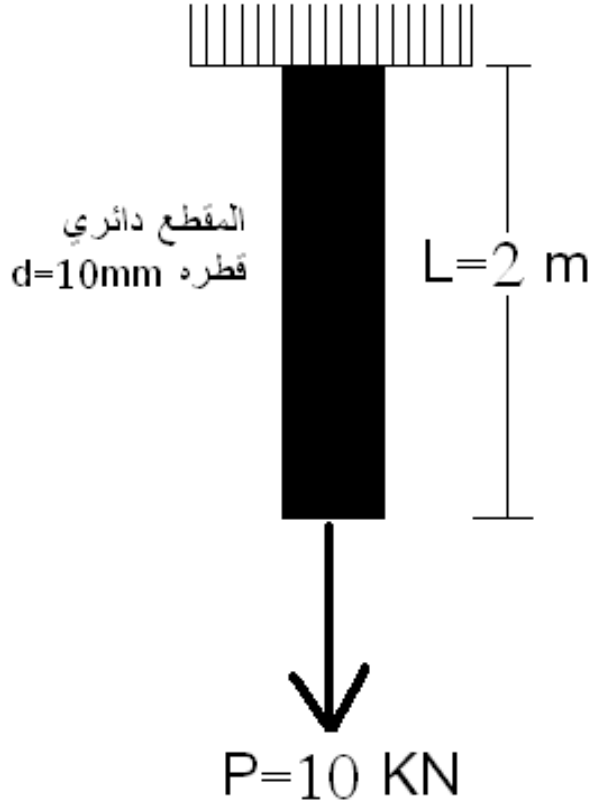
$$d = e L \dots\dots\dots(2.6)$$

بتعويض قيمة  $e$  من معادلة (2.5) في معادلة (2.6) نحصل على المعادلة التالية :

$$d = \frac{P L}{A E} \dots\dots\dots(2.7)$$

مثال:

قضيب أسطواني مصنوع من الألمنيوم ( $E=70\text{GPa}$ ) ، طوله 2m وقطره  $d=10\text{mm}$  ،  
 أثرنا عليه شد بقوة مقدارها  $P=10\text{KN}$  ، أحسب (أ) الاجهاد العمودي (ب) مقدار  
 الاستطالة



الحل

(أ) الاجهاد العمودي

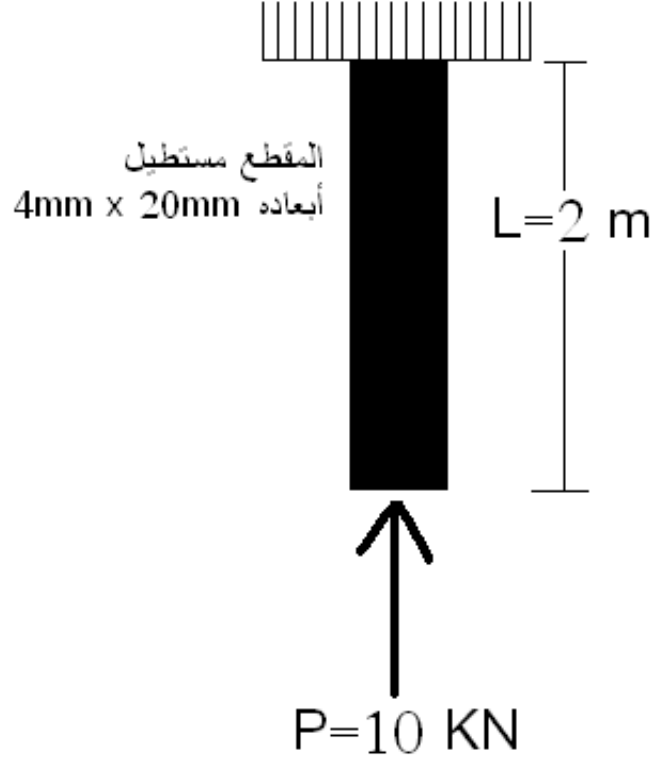
$$s = \frac{P}{A} = \frac{10\text{KN}}{\frac{\pi}{4}(10\text{mm})^2} = \frac{10 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(10 \times 10^{-3})^2} = 127 \times 10^6 \text{ Pa} = 127 \text{ MPa}$$

(ب) على فرض أن الاجهاد لا يتجاوز المنطقة الخطية في رسمة اجهاد-انفعال ( $s < s_y$ )،  
فإن الاستطالة تحسب من المعادلة (2.7)، أي

$$d = \frac{PL}{AE} = \frac{10\text{KN} \times 2\text{m}}{\frac{\pi}{4}(10\text{mm})^2 \times 70\text{GPa}} = \frac{10 \times 10^3 \times 2}{\frac{\pi}{4}(10 \times 10^{-3})^2 \times 70 \times 10^9} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ m} = 3.6 \text{ mm}$$

مثال:

قضيب مقطعه مستطيل له الأبعاد  $4\text{mm} \times 20\text{mm}$  ، مصنوع من الفولاذ ( $E=200\text{GPa}$ ) ،  
طوله  $2\text{m}$  ، أثرتنا عليه بقوة ضغط مقدارها  $10\text{KN}$  ، أحسب (أ) الاجهاد العمودي (ب)  
مقدار الاستطالة



الحل

(أ) القوة قوة انضغاط لذا  $P=-10\text{KN}$ ، والاجهاد العمودي هو:

$$s = \frac{P}{A} = \frac{-10\text{KN}}{4\text{mm} \times 20\text{mm}} = \frac{-10 \times 10^3}{4 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-3}} = -125 \times 10^6 \text{ Pa} = -125 \text{ MPa}$$

الاشارة السالبة تعني أن الاجهاد اجهاد انضغاط

(ب) على فرض أن الاجهاد لا يتجاوز المنطقة الخطية في رسمة اجهاد-انفعال ( $s < s_y$ )،

فإن الاستطالة تحسب من المعادلة (2.7)، أي

$$d = \frac{PL}{AE} = \frac{-10\text{KN} \times 2\text{m}}{4\text{mm} \times 20\text{mm} \times 200\text{GPa}} = \frac{-10 \times 10^3 \times 2}{4 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^9}$$

$$= -1.25 \times 10^{-3} \text{ m} = -1.25 \text{ mm}$$

الاشارة السالبة تعني أن طول القضيب يقل (بمقدار 1.25mm)



## مسائل

2.1 قضيب فولاذي طوله 2.2m ، يجب أن لا يستطيل أكثر من 1.2mm عند التأثير عليه بقوة مقدارها 8.5KN . إذا علمت أن  $E=200\text{GPa}$  ، أحسب: (أ) أقل قطر يمكن استخدامه للقضيب (ب) قيمة الاجهاد العمودي له  
الجواب: (أ) 9.96mm (ب) 109.1MPa

2.4 قضيب من النحاس يجب أن لا يستطيل بأكثر من 3mm عند تعرضه لقوة شد مقدارها 4KN ، إذا علمت أن  $E=105\text{GPa}$  وأقصى اجهاد عمودي مسموح به هو 180MPa أحسب (أ) أقل قطر يمكن استعماله للقضيب (ب) أقصى استطالة حاصلة له  
الجواب: (أ) 5.32mm (ب) 1.75m

2.7 خيط من النايلون معرض لقوة شد مقدارها 8.5N ، إذا علمت أن  $E=3.3\text{GPa}$  وطول الخيط زاد بنسبة 1.1% ؛ أحسب : (أ) قطر الخيط (ب) الاجهاد في الخيط  
الجواب: (أ) .546mm (ب) 36.3MPa

## 2.15 E n G

المعاملات E n G سوف تمر معنا في المستقبل ، حيث:  
E هو معامل المرونة وقد سبق الحديث عنه.

n (تلفظ انيو) هي نسبة بواسون (Poisson`s ratio). وهي خاصية من خواص المادة وتأخذ من الجداول الخاصة. (لاحظ أنها نسبة لذا لا وحدة لها).

G معامل الصلابة (modulus of Rigidity) ، وحدته Pa (أو مضاعفاته)، وهو خاصية من خواص المادة ويأخذ من الجداول ، أو يحسب من المعادلة

$$G = \frac{E}{2(1+n)}$$

## 2.17 توزع الاجهاد والانفعال للقوة المحورية

لغاية الآن افترضنا أن الاجهاد العمودي والانفعال يتوزع بشكل منتظم على المقطع العرضي للعضو لكن هذا الكلام غير دقيق قرب منطقة تأثير القوة. مثلاً إذا نظرنا إلى الشكل (2.60)

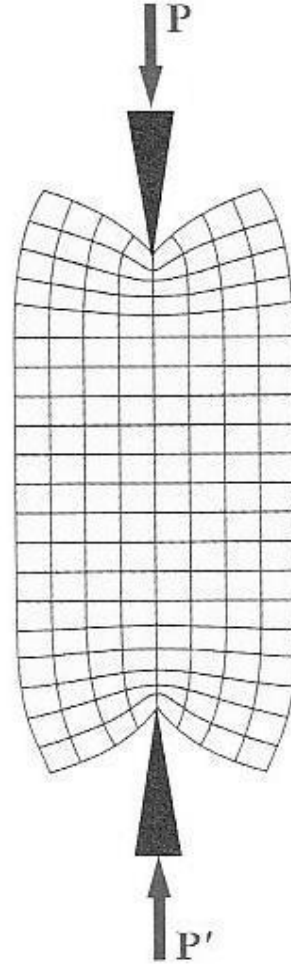


Fig. 2.60

الشكل (2.60)

نلاحظ أن انفعال واجهاد المنطقة القريبة من القوة كبير في حين أن طرفي نهايتي القضيب غير متأثرين بالقوة ؛ أي توزع الاجهاد والانفعال غير منتظم قرب منطقة تأثير القوة. في حين أن التوزيع يزداد انتظاماً كلما ابتعدنا عن منطقة تأثير القوة. وهذا الكلام موضح أكثر في الشكل (2.61)

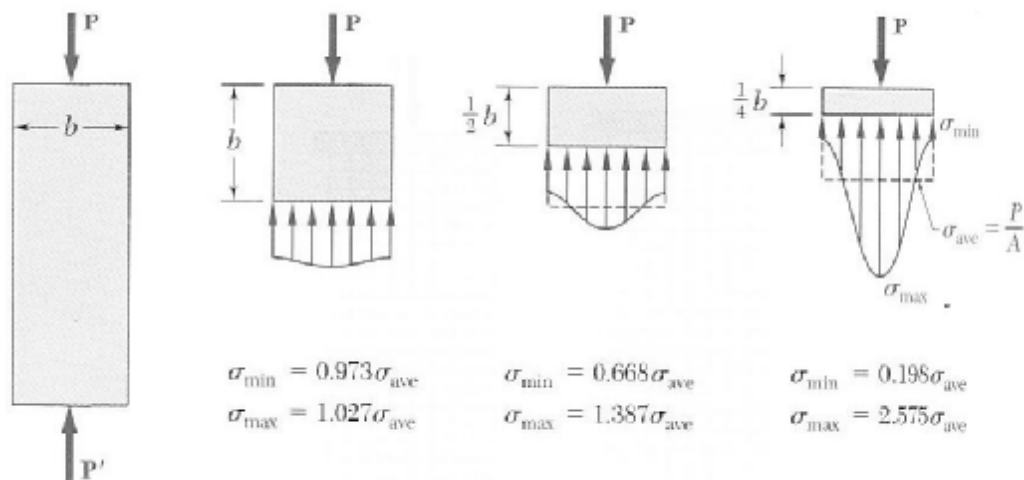


Fig. 2.61

الشكل (2.61)

حيث نلاحظ أنه على مسافة  $b$  من موضع تأثير القوة - حيث  $b$  عرض القطعة - يصبح الاجهاد مساو تقريباً لمعدل الاجهاد.

بعبارة أخرى؛ باستثناء المنطقة القريبة من تأثير القوة، فإن توزيع الاجهاد لا يعتمد على شكل القوة المؤثرة. وهذا الكلام ليس خاص فقط بالقوة المحورية لكنه عام ويعرف باسم مبدأ فينانت (Venant's Principle)

## 2.18 تركيز الاجهاد

عند وجود ثقب أو تغير مفاجئ في مقطع عضو فإن اجهادات مركزة تحدث قرب نقطة الانفصال هذه. الشكلان 2.62 و 2.63 يوضحان توزيع الاجهادات في هذه المناطق الحرجة.

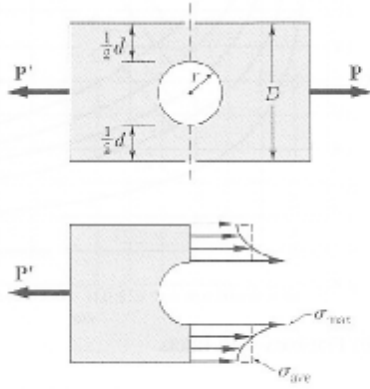


Fig. 2.62 Stress distribution near circular hole in flat bar under axial loading.

الشكل (2.62)

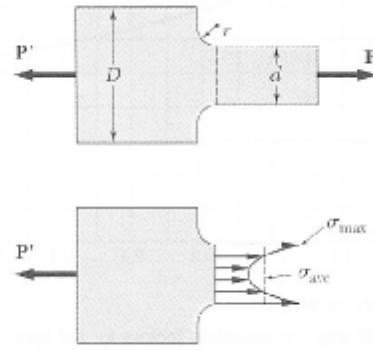


Fig. 2.63 Stress distribution near fillets in flat bar under axial loading.

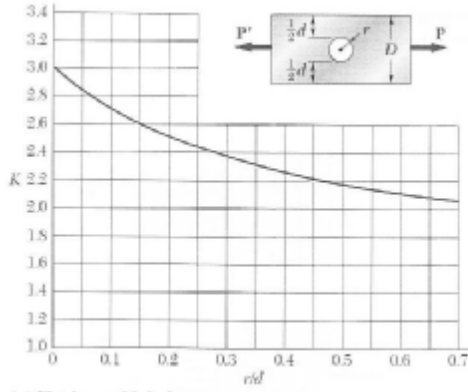
الشكل (2.63)

الشكل (2.62) يبين صفيحة مسطحة فيها ثقب دائري (circular hole) وتبين توزع الاجهادات في المقطع الذي يمر في مركز الثقب. أما الشكل (2.63) فيبين قضيبي مسطح مكون من جزئين مختلفي العرض يربط بينهما منحنى اتصال (fillet)، ويبين أيضاً توزع الاجهادات في المنطقة الحرجة (أضيق جزء من القضيبي) حيث الاجهاد أكبر ما يمكن. هذه النتائج حصلنا عليها من التجارب. لكن هناك طريقة نظرية أسهل تستخدم لحساب الاجهاد الأقصى، وهو الذي يهمنا لأننا نهتم بمعرفة إذا كان الاجهاد سوف يتجاوز أقصى اجهاد مسموح به.

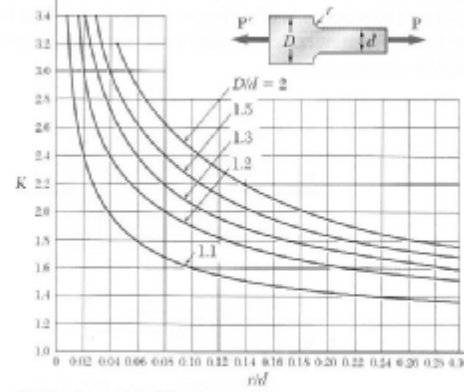
لذا نعرف النسبة K

$$K = \frac{S_{\max}}{S_{\text{ave}}} \dots\dots\dots(2.48)$$

وتعرف باسم معامل تركيز الاجهاد (stress-concentration factor)، ولها جداول ورسمات لحسابها، كالتالي في شكل (2.64) مثلاً.



(a) Flat bars with holes



(b) Flat bars with fillets

Fig. 2.64 Stress concentration factors for flat bars under axial loading

الشكل (2.64)

فمن أجل تحديد الاجهاد الأقصى يجب حساب  $S_{ave} = \frac{P}{A}$  في المنطقة الحرجة (ذات أقل مساحة) ثم ضرب هذه القيمة بـ  $K$  المناسبة. ولا بد من التنبيه إلى أن هذه الطريقة صحيحة فقط عندما لا تتجاوز قيمة  $S_{max}$  المنطقة الخطية (من رسمة اجهاد-انفعال) (أي عندما  $S_{max} < S_y$  للمادة اللدنة).

### مثال 2.12 :

حدد أقصى قيمة للقوة المحورية  $P$  يمكن تحملها بأمان بواسطة قضيب فولاذي مسطح يتكون من جزئين لهما السمك  $10\text{mm}$  وعرض الأول  $60\text{mm}$  وعرض الثاني  $40\text{mm}$  ، ومتصلان بمنحنى اتصال نصف قطره  $r=8\text{mm}$  . افترض أن أقصى اجهاد مسموح به هو  $165\text{MPa}$   
الحل: نحسب أولاً النسب

$$\frac{D}{d} = \frac{60\text{mm}}{40\text{mm}} = 1.5 \quad \frac{r}{d} = \frac{8\text{mm}}{40\text{mm}} = 0.2$$

من الشكل (2.64b) نختار المنحنى الخاص بـ  $\frac{D}{d} = 1.5$  ، ونأخذ قيمة  $K$  المقابلة لـ

$$\frac{r}{d} = 0.2 \text{ وهي } K=1.82$$

$$K=1.82$$

وبتعويض هذه القيمة في معادلة 2.48 نحصل على

$$1.82 = \frac{S_{max}}{S_{ave}} \Rightarrow S_{ave} = \frac{S_{max}}{1.82}$$

و  $S_{max}$  يجب أن لا تتجاوز  $S_{all} = 165\text{MPa}$  ، لذا نعوض هذه القيمة لـ  $S_{max}$  ونحسب  $S_{ave}$

$$s_{ave} = \frac{165MPa}{1.82} = 90.7MPa$$

وهو معدل الاجهاد في الجزء الأصغر من القضيب ، أيضاً  $s_{ave} = \frac{P}{A}$

$$P = A s_{ave} = (40mm)(10mm)(90.7MPa) = 36.3 \times 10^3 N = 36.3KN$$

مسائل

2.93 مهم لكن الوحدات انجليزية

2.94 مهم لكن الوحدات انجليزية

2.95 إذا علمت أن أقصى اجهاد مسموح به للصفحة التي في الشكل التالي هو 125MPa

، حدد أقصى قيمة مسموحة لـ P عندما (أ) r=12mm (ب) r=18mm

الجواب: (أ) 58.3KN (ب) 64.3KN

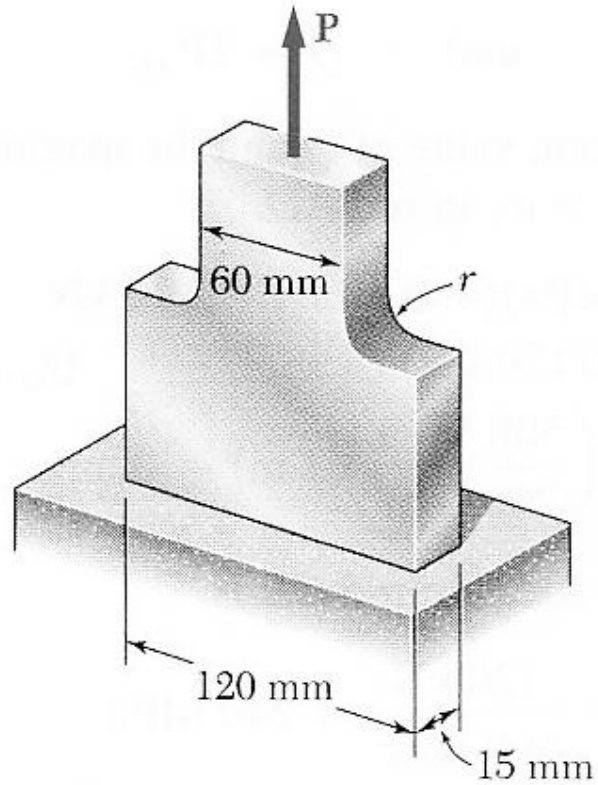


Fig. P2.95 and P2.96

2.96 إذا علمت أن P=38KN حدد أقصى اجهاد عندما (أ) r=10mm (ب) r=16mm

(ج) r=18mm

الجواب: (أ) 87MPa (ب) 75.2MPa (ج) 73.9MPa

2.100 قوة محورية تؤثر على قضيب فولاذي مبيّن في الشكل. إذا علمت أن

$S_{all} = 135MPa$ ، حدد أقصى قوة محورية مسموح بها

الجواب: 55KN

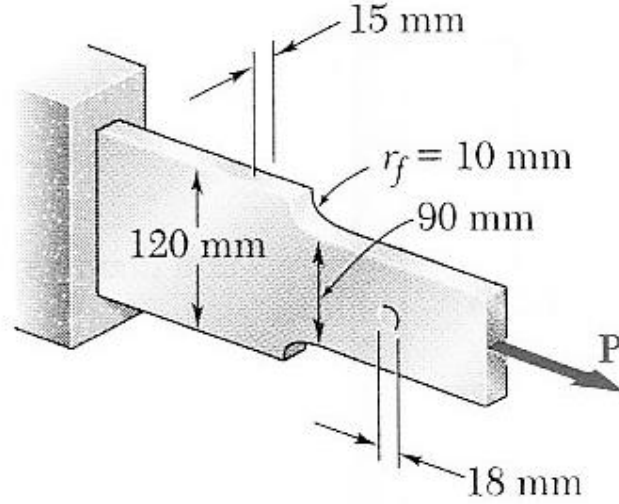


Fig. P2.100

قائمة ترجمة المصطلحات

Strain	انفعال
Diagram	رسم (بيانية)
Brittle	هشة
Ductile	لدنة
Yield	مطاوعة
Rupture	انقطاع
Breaking	انقطاع
Modulus of elasticity	معامل المرونة
Modulus of Rigidity	معامل الصلابة
fillet	منحنى اتصال
stress-concentration factor	معامل تركيز الاجهاد
Poisson`s ratio	نسبة بواسون

بسم الله الرحمن الرحيم

### 3

## الإلتواء

### Torsion

#### 3.1 مقدمة

في الوحدة الماضية تحدثنا عن حساب الاجهاد والانفعال للقوة المحورية. أما في هذه الوحدة فسوف نتحدث عن الاجهاد والانفعال في الأعضاء الخاضعة لعزم التواء. الشكل (3.1) يوضح عزمي الالتواء  $T$  و  $T'$  وهما متساويين في المقدار ومتعاكسين في الاتجاه. ويمكن تمثيلهما على الرسم على شكل متجهات كما في الشكل 3.1a أو 3.1b .

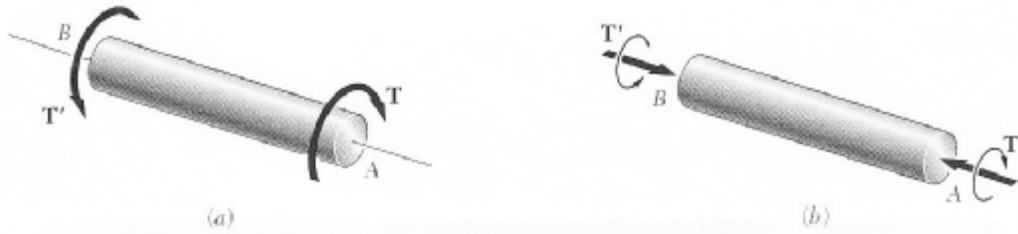
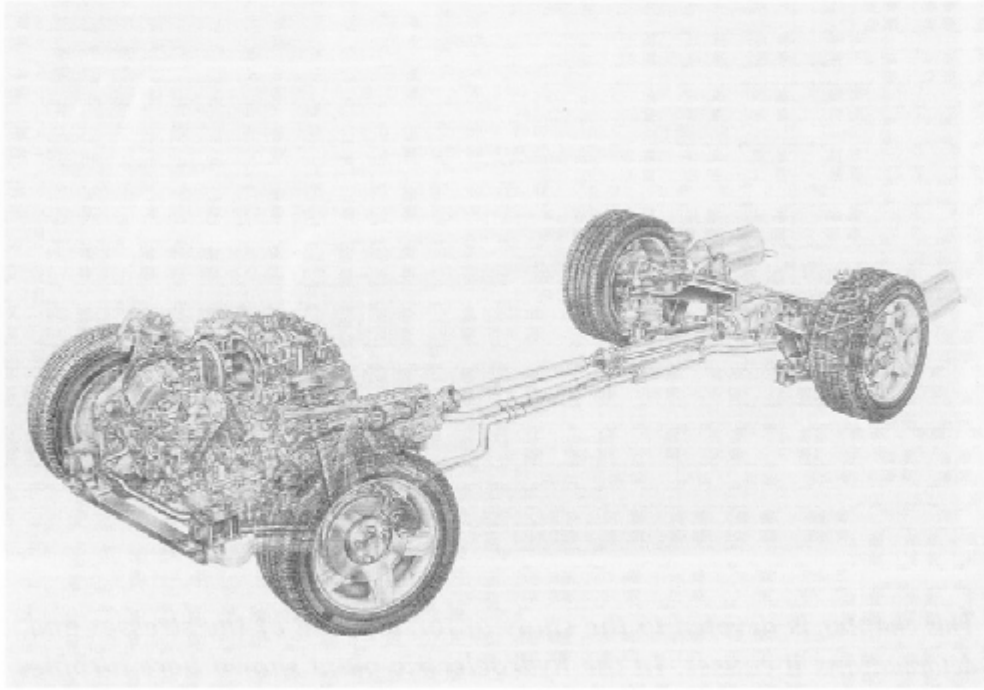


Fig. 3.1

الشكل (3.1)

الأعضاء الخاضعة للالتواء مألوفة في كثير من التطبيقات الهندسية. أشهر مثال هو عمود الالتواء (shaft) الناقل. الذي يستخدم لنقل القدرة من جزء إلى جزء. مثلاً عمود الالتواء في الشكل (3.2) يستخدم لنقل الطاقة من المحرك إلى العجلات.





**Fig. 3.2** In the automotive power train shown, the shaft transmits power from the engine to the rear wheels.

الشكل (3.2)

لندرس الآن النظام الموضح في الشكل (3.3a) وهو عبارة عن توربين بخاري ومولد كهربائي موصولان بعمود التواء ناقل. الشكل (3.3b) يوضح عزمي الالتواء  $T$  و  $T'$  المؤثرين على عمود الالتواء.

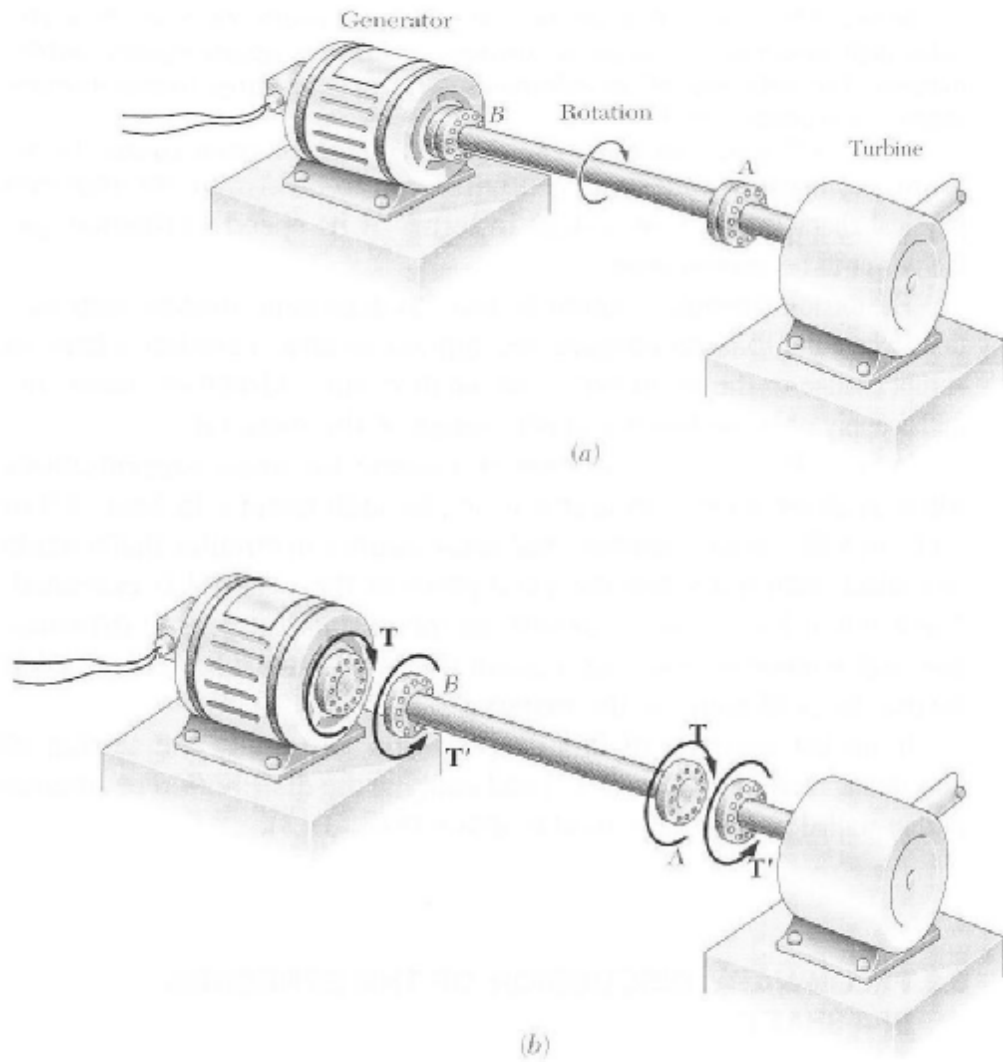


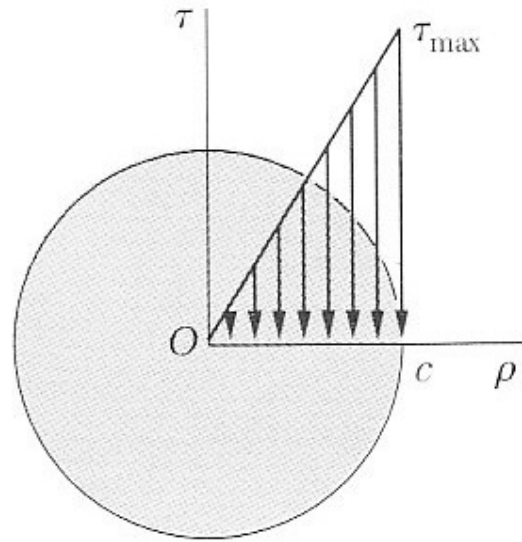
Fig. 3.3

الشكل (3.3)

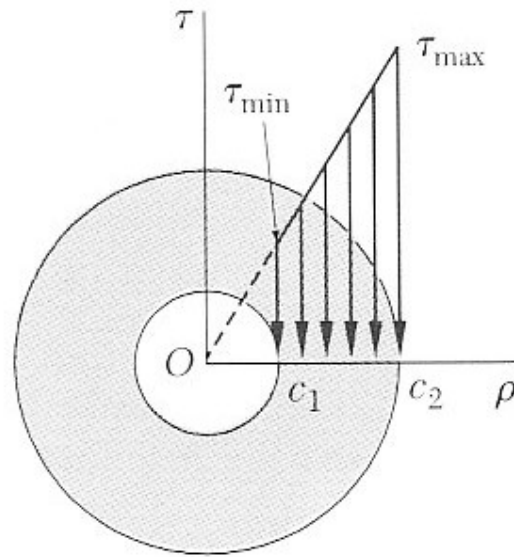
وفي هذه الوحدة سوف نتعلم كيف نحسب الاجهاد والانفعال الناتج في هذه الأعمدة الالتوائية، وخصوصاً دائرية الشكل (●○).

### 3.4 اجهاد القص في عمود الالتواء دائري الشكل

الاجهاد الذي سنتحدث عنه هو اجهاد القص  $t$  الحاصل في عمود الالتواء دائري الشكل عند التأثير عليه بعزم التواء  $T$  بحيث لا يزيد الاجهاد عن اجهاد المطاوعة (أي  $t_{\max} < t_y$ ).



(a)



(b)

Fig. 3.15

الشكل (3.15)

الشكل (3.15) يوضح توزيع اجهاد القص في عمودي التواء: مصمت ومجوف. نلاحظ أن قيمة الاجهاد ليست ثابتة وإنما تزداد بصورة خطية مع ازدياد البعد عن مركز الدائرة

(نصف القطر  $R$ ). ونلاحظ أيضاً أن قيمة اجهاد القص الأقصى تحصل عند نصف القطر (الأقصى)  $c$  (و  $c_2$  في المجوف).

ويمكن اشتقاق العلاقة التالية بين اجهاد القص  $t$  والبعد  $r$  عن المركز

$$t = \frac{Tr}{J} \dots\dots\dots(3.10)$$

ومنه فقيمة اجهاد القص الأقصى هي

$$t_{\max} = \frac{Tc}{J} \dots\dots\dots(3.9)$$

حيث  $J$  هي عزم القصور الذاتي القطبي لمقطع العمود، وهو للمقطع الدائري المصمت (الشكل

$$J = \frac{1}{2}p c^4 \quad (3.15a) \quad \text{، وللمقطع الدائري المجوف (الشكل 3.15b) } J = \frac{1}{2}p (c_2^4 - c_1^4)$$

، ووحدته هي  $m^4$ . أما وحدة عزم الالتواء فهي N.M (نيوتن\*متر)، ووحدة  $c$  هي  $m$ .

**مثال 3.01** عمود التواء فولاذي دائري مجوف طوله 1.5m وقطره الداخلي مقداره 40mm والخارجي 60mm (الشكل ()), ما هو أقصى عزم التواء يمكن التأثير به على العمود بحيث لا يزيد أقصى اجهاد قص عن 120MPa (ب) ما هي قيمة الاجهاد الصغرى عند هذا العزم

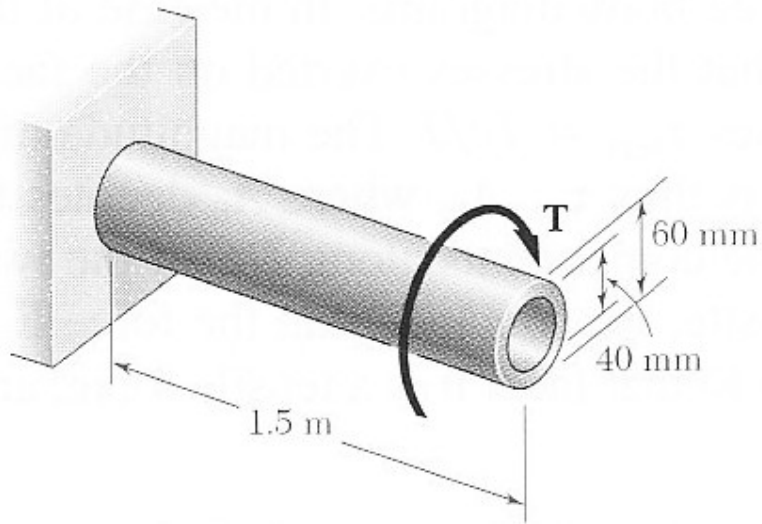


Fig. 3.16

الشكل(3.16)

الحل

(أ) أقصى عزم التواء مسموح به

أقصى عزم التواء يمكن التأثير به على العمود هو الاجهاد الذي يكون به  
 $t_{\max} = 120MPa$  ، وبما أن هذه القيمة أقل من اجهاد المطاوعة  $t_y$  لذا يمكن استخدام  
 معادلة (3.9) ومنها

$$T = \frac{Jt_{\max}}{c} \dots\dots\dots(3.12)$$

نحسب J ، حيث  $c_1 = \frac{40mm}{2} = .02m$  و  $c_2 = \frac{60mm}{2} = .03m = c$

$$J = \frac{1}{2}p (c_2^4 - c_1^4) = \frac{1}{2}p (.03^4 - .02^4) = 1.021 \times 10^{-6} m^4$$

نعوض في المعادلة (3.12) لنحصل على

$$T = \frac{Jt_{\max}}{c} = \frac{1.021 \times 10^{-6} \times 120 \times 10^6}{.03} = 4.08 \times 10^3 N.m = 4.08KN.m$$

(ب) أقل اجهاد قص

أقل اجهاد قص يحصل عند السطح الداخلي للعمود ويحسب من معادلة (3.10) حيث  $r = c_1$

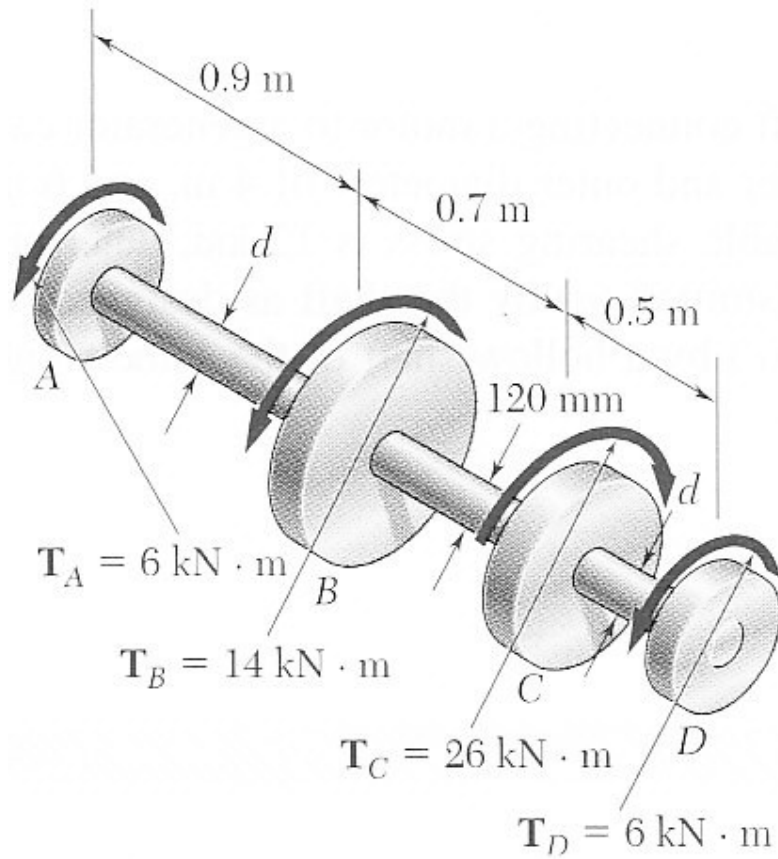
$$t_{\min} = \frac{Tc_1}{J} = \frac{4.08 \times 10^3 \times .02}{1.021 \times 10^{-6}} = 80 \times 10^3 Pa = 80MPa$$

انتهى المثال

المعادلتين 3.9 & 3.10 صحيحتان لعمود التواء له مقطع دائري ثابت ومعرض لعزم  
 على طرفيه. لكن يمكن استخدامها أيضاً لعمود التواء له مقطع دائري متغير أو لعمود التواء  
 معرض لعزوم في أماكن أخرى غير طرفيه (الشكل 3.17a). توزع اجهاد القص على مقطع  
 معين يؤخذ من معادلة 3.9 ، حيث J هي عزم القصور الذاتي لذلك المقطع و T هي العزم  
 الداخلي في ذلك المقطع. قيمة T نحصل عليها بواسطة رسم الرسم البياني للجسم الحر  
 للجزء من العمود الذي يقع على أحد جانبي المقطع (الشكل 3.17b) ثم نكتب معادلة مجموع  
 العزوم - بما فيها T - يساوي صفر (أنظر مثال نموذجي 3.1)

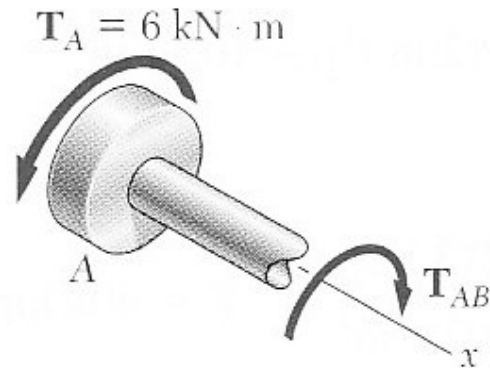
### مثال نموذجي 3.1

عمود التواء BC مجوف له قطر داخلي 90mm وخارجي 120mm ، العمودان AB و  
 CD مصمتان لهما القطر d. للعزوم الموضحة في الشكل حدد (أ) أعلى وأدنى اجهاد قص  
 في العمود BC (ب) القطر d للعمودين AB و CD بحيث لا يتجاوز اجهاد القص فيهما  
 65Mpa



**الحل**

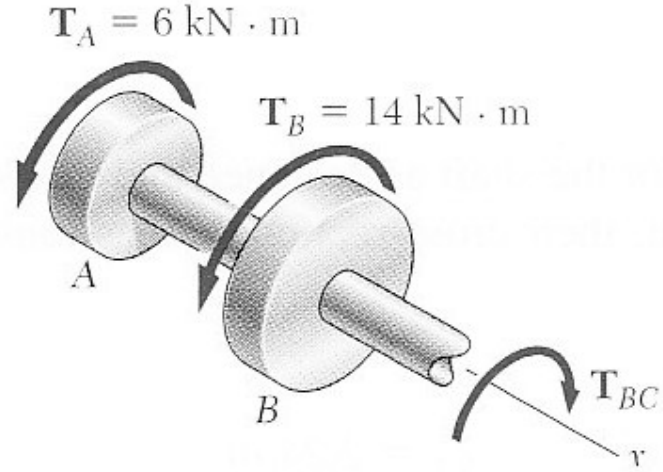
أولاً نحسب قيم  $T_{AB}$  (العزم في العمود AB) و  $T_{BC}$  (العزم في العمود BC) و  $T_{CD}$  (العزم في العمود CD)؛ بالطريقة التي أشرنا إليها في الشرح السابق. أي نرسم الرسمة البيانية للجسم الحر (المقطع في العمود AB) كما في الشكل التالي



ثم نكتب المعادلة (مجموع العزوم يساوي صفر)

$$\begin{aligned} \Sigma T &= 0 \\ T_A - T_{AB} &= 0 \Rightarrow 6 - T_{AB} = 0 \\ \Rightarrow T_{AB} &= 6 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة للعمود BC كما في الشكل التالي

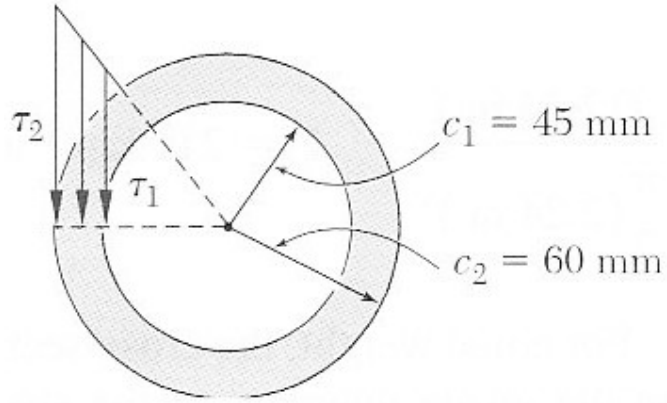


$$T_A + T_B - T_{BC} = 0 \Rightarrow 6 + 14 - T_{BC} = 0$$

$$\Rightarrow T_{BC} = 20 \text{ kN.m}$$

وبنفس الطريقة للعمود CD لنحصل على

العمود (أ) BC



نحسب  $J$  للمقطع في العمود BC ( $J_{BC}$ )

$$J_{BC} = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{\pi}{2} (.06^4 - .045^4) = 13.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

الاجهاد الأقصى ( $t_{\max}$ ) (على السطح الخارجي)

$$t_{\max} = t_2 = \frac{T_{BC} c_2}{J} = \frac{20 \times 10^3 \times 0.06}{13.92 \times 10^{-6}} = 86.2 \times 10^6 \text{ Pa} = 86.2 \text{ MPa}$$

الاجهاد الأدنى ( $t_{\min}$ ) (على السطح الداخلي)

$$t_{\min} = t_1 = \frac{T_{BC} c_1}{J} = \frac{20 \times 10^3 \times 0.045}{13.92 \times 10^{-6}} = 64.7 \times 10^6 \text{ Pa} = 64.7 \text{ MPa}$$

(ب) للعمودين AB و CD

نلاحظ أنه لكلا العمودين مقدار العزم  $T=6\text{KN.m}$  و  $t_{all} = 65\text{MPa}$ ، ونرمز لنصف

قطر العمود بالرمز  $c$

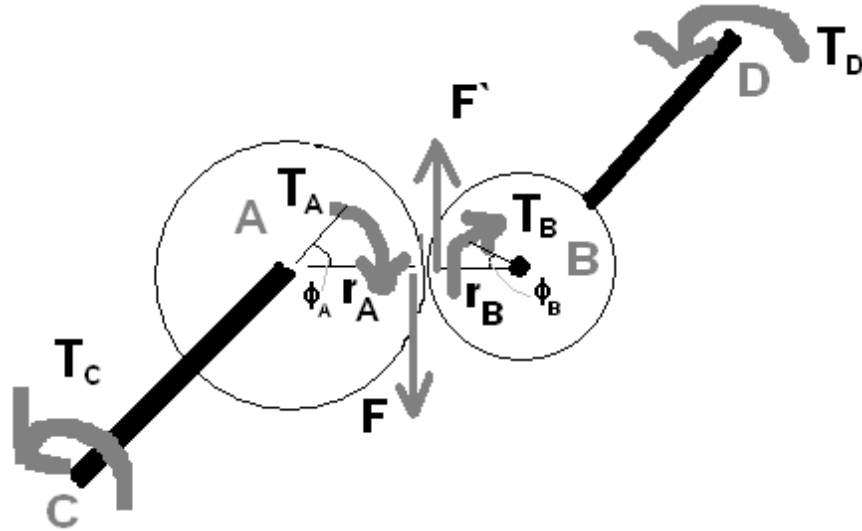
$$t = \frac{T c}{J} \Rightarrow 65\text{MPa} = \frac{6\text{KN.m} \times c}{\frac{\rho}{2} c^4} \Rightarrow c^3 = 58.8 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow c = 38.9 \times 10^{-3}$$

$$d = 2c = 2(38.9\text{mm}) \Rightarrow d = 77.8\text{mm}$$

انتهى المثال

ملاحظة\*: ستمر معنا مسائل فيها مسننات، فلا بد من معرفة الأمور التالية عنها



• القوة  $F$  التي يؤثر بها المسنن  $B$  على المسنن  $A$  تساوي في المقدار القوة  $F'$  التي

يؤثر بها المسنن  $A$  على المسنن  $B$

• العزم  $T_A$  الناتج من  $F$  على المسنن  $A$  يساوي  $T_A = F r_A$

والعزم  $T_B$  الناتج من  $F'$  على المسنن  $B$  يساوي  $T_B = F' r_B$ ، و  $T_A$  لا تساوي

بالضرورة  $T_B$

• إذا دار المسنن  $A$  بزاوية  $f_A$  فإن المسنن  $B$  يدور بزاوية  $f_B$  بحيث

$$r_A f_A = r_B f_B$$



مسائل

3.1 أحسب قيمة عزم الالتواء  $T$  الذي يسبب اجهاد قص أقصى بقيمة  $70\text{MPa}$  في عمود

التواء فولاذي (كما في الشكل)

الجواب:  $641\text{N.m}$

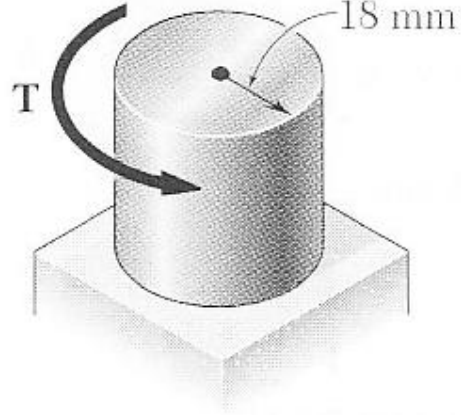


Fig. P3.1 and P3.2

3.2 حدد أقصى اجهاد قص يحدث عزم التواء مقداره  $T=200\text{N.m}$  في عمود الالتواء في

الشكل السابق

الجواب:  $87.3\text{MPa}$

3.5 (أ) لعمود الالتواء المبين في الشكل حدد أقصى اجهاد قص (ب) أحسب قطر عمود

الالتواء المصمت بحيث يكون اجهاد القص الأقصى مساوي للمحسوب في الفرع (أ)

الجواب: (أ)  $70.5\text{MPa}$  (ب)  $55.8\text{mm}$

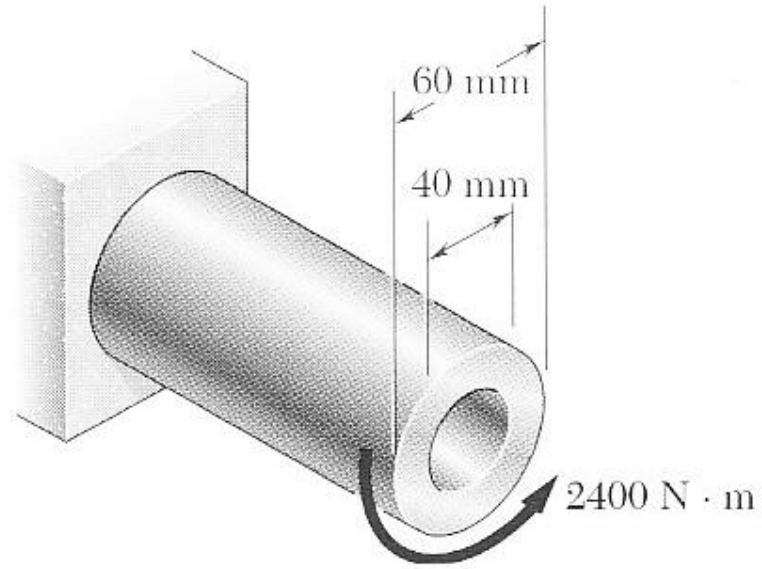


Fig. P3.5

3.6 (أ) حدد عزم الالتواء الذي يمكن التأثير به على عمود التواء مصمت قطره الخارجي 90mm بدون زيادة اجهاد القص عن أقصى اجهاد مسموح به وهو 75MPa (ب) حل الفرع (أ) بافتراض أننا استبدلنا عمود الالتواء المصمت بعمود مجوف له نفس الكتلة وقطره الداخلي 90mm  
 الجواب: (أ) 10.74KN.m (ب) 22.8KN.m

3.9 الاجهادات المبينة في الشكل تؤثر على الصفيحتين الدائريتين A و B . إذا علمت أن عمودي الالتواء مصمتين حدد أقصى اجهاد قص في (أ) العمود AB (ب) العمود BC  
 الجواب: (أ) 56.6 MPa (ب) 36.6MPa

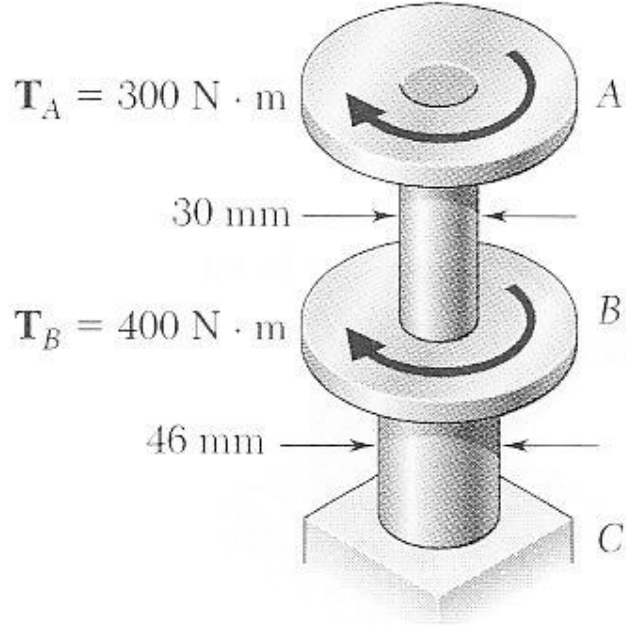


Fig. P3.9 and P3.10

3.10 من أجل تقليل الكتلة الكلية للنظام في المسألة السابقة ننوي وضع تصميم جديد يكون فيه قطر العمود BC أقل. أحسب أقل قطر للعمود BC بحيث لا تتزداد أقصى قيمة لاجهاد القص عن قيمتها في المثال السابق .  
الجواب: 39.8mm

3.13 المحرك الكهربائي في الشكل التالي يؤثر بعزم مقداره 2.4KN.m . إذا علمت جميع أعمدة الالتواء مصممة حدد أقصى اجهاد قص في الأعمدة (أ) AB (ب) BC (ج) CD

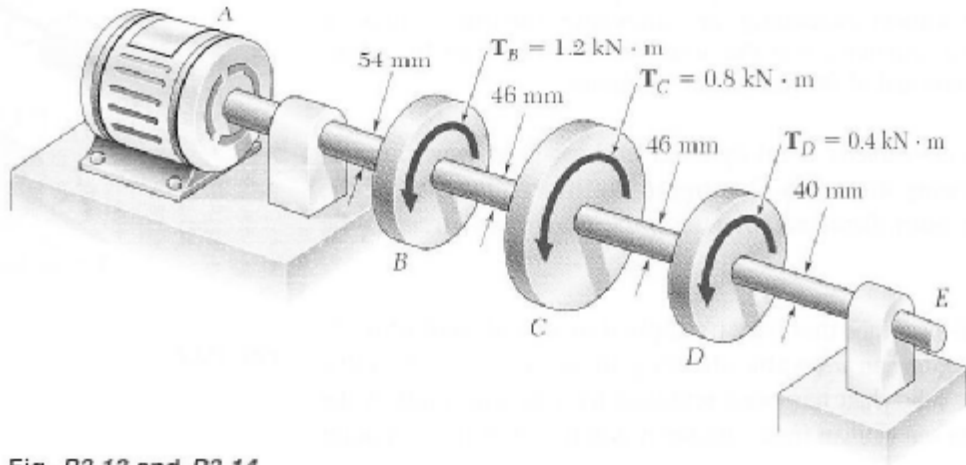


Fig. P3.13 and P3.14

3.14 من أجل تقليل الكتلة الكلية للنظام في المسألة السابقة ننوي وضع تصميم جديد يكون فيه قطر العمود BC أقل. أحسب أقل قطر للعمود BC بحيث لا تتزداد أقصى قيمة لاجهاد القص عن قيمتها في المثال السابق .

3.17 القضيب المصمت AB له القطر  $d_{AB} = 60\text{mm}$  . الماسورة CD لها القطر الخارجي 90mm وسمك الجدار 6mm ، إذا علمت أن القضيب والماسورة مصنوعان من الفولاذ الذي له أقصى اجهاد قص مسموح به هو 75MPa ، حدد أقصى قيمة للعزم T يمكن التأثير بها عند النقطة A

الجواب: 3.18KN.m

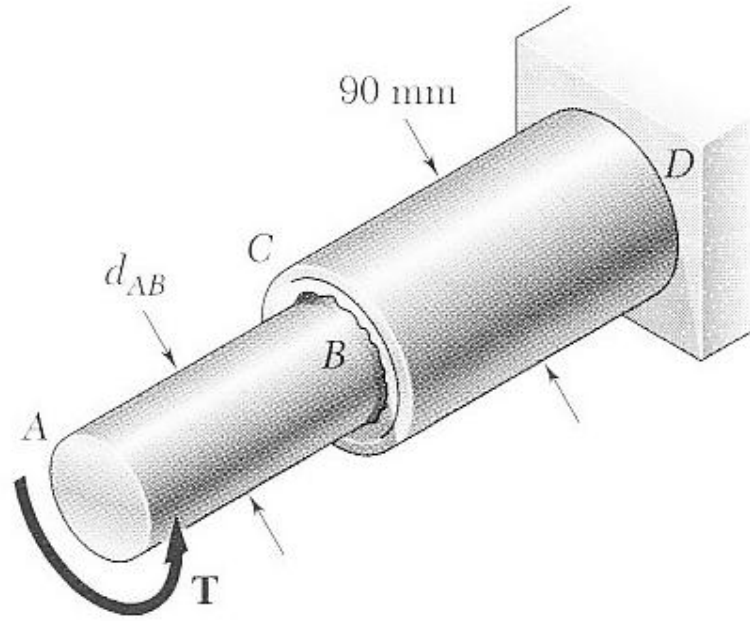


Fig. P3.17 and P3.18

3.18 القضيب المصمت AB له القطر  $d_{AB} = 60\text{mm}$  مصنوع من الفولاذ الذي له أقصى إجهاد قص مسموح به هو  $75\text{MPa}$ . الماسورة CD لها القطر الخارجي  $90\text{mm}$  وسماك الجدار  $6\text{mm}$  ومصنوعة من الألمنيوم الذي له أقصى إجهاد قص مسموح به هو  $54\text{MPa}$ ، حدد أقصى قيمة للعزم T يمكن التأثير بها عند النقطة A

3.19 أقصى إجهاد قص مسموح به هو  $50\text{MPa}$  لقضيب النحاس AB و  $25\text{MPa}$  لقضيب الألمنيوم BC. إذا علمت أن عزم مقداره  $T=1250\text{N.m}$  يؤثر عند A. حدد القطر المطلوب لـ (أ) القضيب AB (ب) القضيب BC  
الجواب: (أ)  $50.3\text{mm}$  (ب)  $63.4\text{mm}$

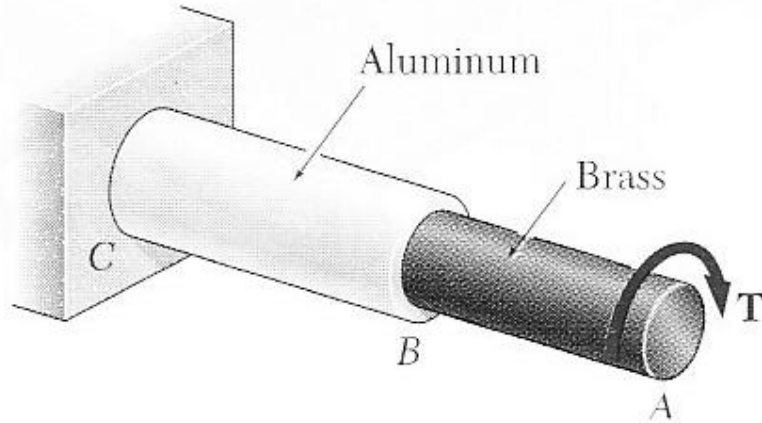


Fig. P3.19 and P3.20

3.20 معلول

3.21 اجهاد قيمته  $T=1000\text{N}\cdot\text{m}$  أثر عند D كما في الشكل ، إذا علمت أن قطر العمود AB هو 56mm وقطر العمود CD هو 42mm حدد أقصى اجهاد قص في (أ) العمود AB (ب) العمود CD  
 الجواب: (أ) 72.5mm (ب) 68.7mm

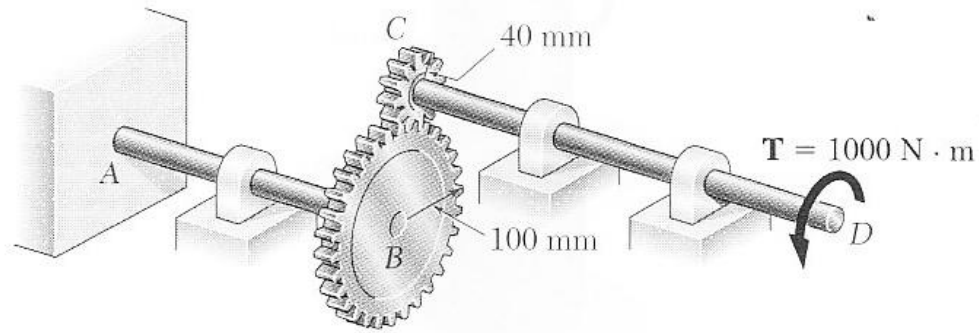


Fig. P3.21 and P3.22

3.22 اجهاد قيمته  $T=1000\text{N}\cdot\text{m}$  أثر عند D كما في الشكل ، إذا علمت أن اجهاد القص المسموح به هو 60MPa في كلا العمودين ، حدد القطر المطلوب لـ (أ) العمود AB (ب) العمود CD  
 الجواب: (أ) 59.6mm (ب) 43.9mm

3.26 عمودين مصمتين موصولان معاً بواسطة مسننات كما في الشكل ومصنوعان من الفولاذ الذي له اجهاد القص المسموح به هو 60MPa . إذا علمت أن عزم مقداره  $T_c = 600N.m$  أثر عند C وأن النظام في حالة توازن ميكانيكي ، حدد القطر المطلوب لـ (أ) العمود BC (ب) العمود EF  
 الجواب: (أ) 37.1mm (ب) 31.7mm

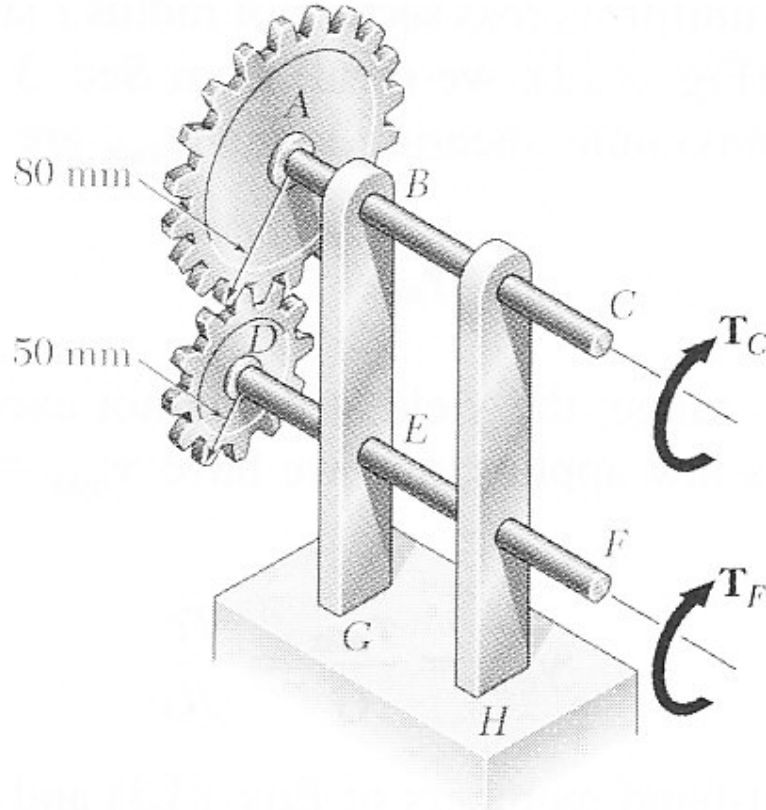


Fig. P3.26 and P3.27

3.27 عمودين مصمتين موصولان معاً بواسطة مسننات كما في الشكل السابق، ومصنوعان من الفولاذ الذي له اجهاد القص المسموح به هو 50MPa . إذا علمت أن القطر للعمودين هو  $d_{BC} = 60mm$  و  $d_{EF} = 32mm$  وأن النظام في حالة توازن ميكانيكي ، حدد أقصى عزم  $T_c$  يمكن التأثير به عند C  
 الجواب: 515N.m

3.5 زاوية الانفتال

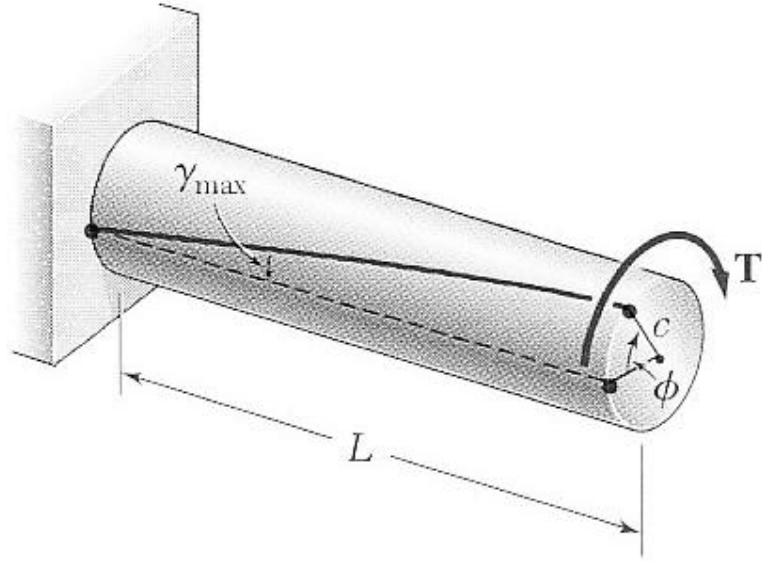


Fig. 3.22

الشكل (3.22)

في هذا الدرس سوف نتحدث عن العلاقة بين زاوية الانفعال  $f$  (انظر الشكل السابق) لعمود الالتواء دائري الشكل وعزم الالتواء  $T$ ، بشرط أن تكون  $t < t_y$ ، والعلاقة هي

$$f = \frac{TL}{JG} \dots \dots \dots (3.16)$$

حيث  $G$  معامل الصلابة (أنظر الدرس 2.15)، و زاوية الانفعال  $f$  بوحدة rad ملاحظة: للتحويل من نظام radian إلى نظام الدرجات نضرب بـ  $\frac{180^\circ}{p \text{ rad}}$ ، و للتحويل من

نظام الدرجات إلى نظام radian نضرب بـ  $\frac{p \text{ rad}}{180^\circ}$ .

**مثال 3.02** ما هي قيمة عزم الالتواء الذي يجب أن نؤثر فيه على نهاية عمود الالتواء في

مثال 3.01 لإحداث انفعال بمقدار  $2^\circ$ ؟ استخدم  $G=77\text{GPa}$  للفولاذ

الحل: من معادلة 3.16 نشق المعادلة التالية

$$T = \frac{JG}{L} f$$

نعوض القيم التالية



$$G = 77\text{GPa} = 77 \times 10^9 \text{ Pa} \quad L = 1.5\text{m}$$

$$f = 2^\circ = 2^\circ \left( \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right) = 34.9 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$J = 1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad (\text{من مثال 3.01})$$

فنحصل على

$$T = \frac{JG}{L} f = \frac{1.021 \times 10^{-6} \times 77 \times 10^9}{1.5} 34.9 \times 10^{-3} = 1.829 \times 10^3 \text{ N.m} = 1.829 \text{ KN.m}$$

**مثال 3.03** ما هي قيمة زاوية الانفعال التي تسبب اجهاد قص بمقدار 70MPa على السطح الداخلي للعمود المجوف في المثالين 3.01 & 3.02  
الحل: أولاً نحسب T من معادلة 3.10

$$T = \frac{t J}{r} = \frac{t_1 J}{c_1}$$

نعوض القيم التالية

(من حل مثال 3.01)

$$t_1 = 70\text{MPa} = 70 \times 10^6 \text{ Pa} \quad J = 1.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \quad c_1 = 0.02$$

إذن

$$T = \frac{t_1 J}{c_1} = \frac{70 \times 10^6 \times 1.021 \times 10^{-6}}{0.02} = 3.57 \times 10^3 \text{ N.m}$$

ثم نعوض في المعادلة 3.16

$$f = \frac{TL}{JG} = \frac{3.57 \times 10^3 \times 1.5}{1.021 \times 10^{-6} \times 77 \times 10^9} = 68.2 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

نحول إلى نظام الدرجات (إن أردنا)

$$f = 68.2 \times 10^{-3} \text{ rad} = 68.2 \times 10^{-3} \text{ rad} \times \left( \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} \right) = 3.91^\circ$$

طريقة أخرى للحل

نعوض T من معادلة 3.10 في معادلة 3.16 لنحصل على المعادلة

$$f = \frac{t L}{r G} = \frac{t_1 L}{c_1 G} = \frac{70 \times 10^6 \times 1.5}{0.02 \times 77 \times 10^9} = 68.2 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

انتهى

المعادلة 3.16 تصلح لحساب زاوية الانفتال لأعمدة الالتواء المتجانسة (G ثابتة) ولها مقطع عرضي ثابت والقوة على الأطراف فقط . لكن إذا كان عمود الالتواء معرض لعزوم في أماكن غير أطرافه أو يتكون من عدة أجزاء مختلفة المقطع العرضي أو حتى من مواد مختلفة؛ عندها يجب أن نقسمها إلى أجزاء ونتعامل مع كل جزء على حدة، مثلاً العمود AB الموضح في الشكل (3.24) يمكن التعامل معه على أنه أربع أجزاء مختلفة وهي AC CD DE EB .

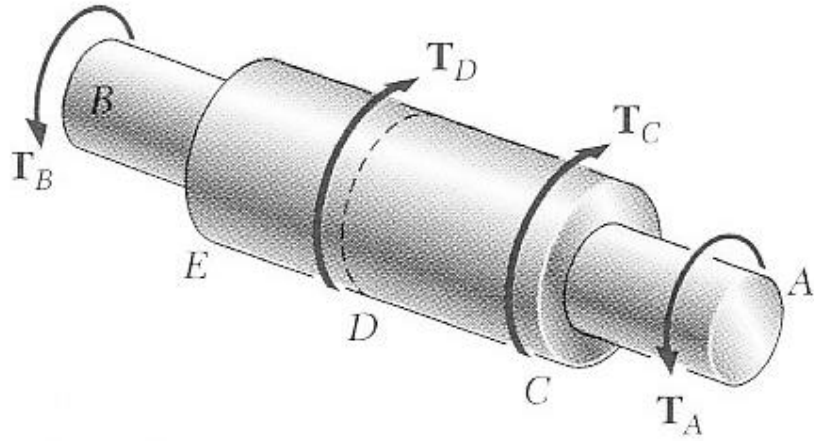


Fig. 3.24

الشكل (3.24)

الزاوية الكلية للانفتال - أي الزاوية التي يدور بها الطرف A بالنسبة للطرف B - تحسب بجمع زوايا الانفتال لكل جزء . فإذا رمزنا للعزم الداخلي والطول وعزم القصور الذاتي القطبي ومعامل الصلابة للجزء i بالرموز  $T_i$   $L_i$   $J_i$   $G_i$  على التوالي؛ عندها الزاوية الكلية للانفتال تحسب بالعلاقة

$$f = \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i} \dots \dots \dots (3.17)$$

نحصل على العزم الداخلي  $T_i$  لأي جزء من عمود الالتواء بواسطة أخذ مقطع عرضي لهذا الجزء ورسم الرسمة البيانية للجسم الحر للقطعة من العمود الواقعة على أحد طرفي المقطع العرضي . وهذه الطريقة سبق شرحها في درس 3.4 والشكل 3.17 وأخذنا عليها مثال نموذجي رقم 3.3 .

في الشكل 3.22 كان أحد الأطراف ثابت والآخر حر، وكان تعريف زاوية الانفتال  $f$  هو الزاوية التي يدور بها الطرف الحر . لكن عندما يكون الطرفين قابلين للدوران فإن زاوية

الانفتال هي الزاوية التي يدور بها أحد الطرفين بالنسبة للآخر. مثلاً أنظر إلى الشكل 3.26a الذي يمثل نظام يتكون من عمودي التواء AB BE ولهما الطول L ونصف القطر c ومعامل الصلابة G ، ومتصلين بواسطة مسننين عند C.

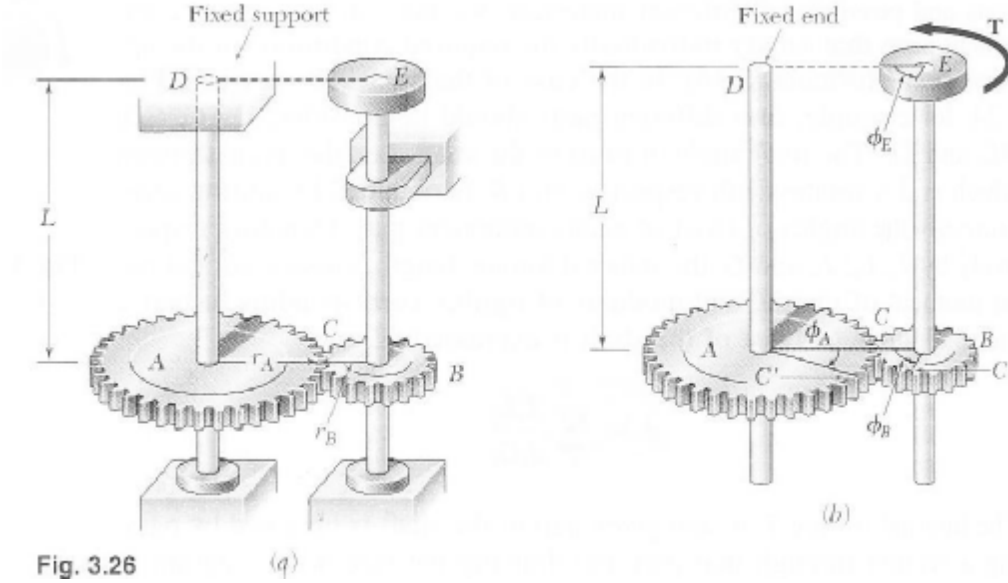


Fig. 3.26

(a)

(b)

الشكل 3.26

إذا أثرنا بعزم T على E (الشكل 3.26b) فإن كلا العمودين سوف ينفتلان. وبما أن الطرف D من العمود AD مثبت فإن زاوية انفتال AD هي زاوية دوران الطرف A ( $f_A$ ). من جهة أخرى بما أن طرفي العمود BE يدوران فإن زاوية الانفتال هي الفرق بين الزاوية  $f_B$  و  $f_E$ ، أي زاوية الانفتال التي يدور بها الطرف E بالنسبة للطرف B. نرمل لهذا الدوران النسبي بالرمز  $f_{E/B}$  لنحصل على المعادلة

$$f_{E/B} = f_E - f_B = \frac{TL}{JG}$$

### مثال 3.04

للنظام في الشكل 3.26 ؛ إذا علمت أن  $r_A = 2r_B$  ، حدد زاوية الدوران للطرف E للعمود BE عند التأثير بعزم T على E.

الحل

أولاً يجب أن نحسب العزم الداخلي  $T_{AD}$  المؤثر على عمود الالتواء AD ، بما أن القوة F تساوي في المقدار  $F$  (شكل 3.27) و  $r_A = 2r_B$  لذا فإن العزم في العمود AD هو ضعفي

المؤثر في العمود BE

$$\{ T_{AD} = F r_A = F(2r_B) = 2F r_B = 2F' r_B = 2T \Rightarrow T_{AD} = 2T : \text{الاثبات} \}$$

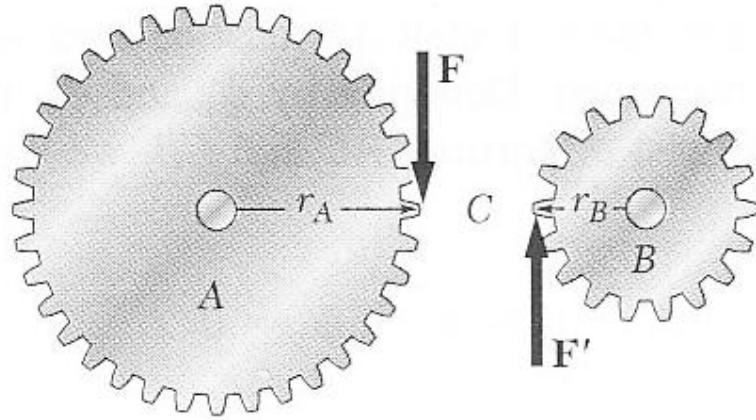


Fig. 3.27

الشكل 3.27

بما أن الطرف D من العمود AD مثبت فإن زاوية الدوران للمسنن A تساوي زاوية الانفعال للعمود الالتواء، وتحسب بالمعادلة

$$f_A = \frac{T_{AD} L}{J G} = \frac{2T L}{J G}$$

أيضاً نحن نعرف (من ملاحظة\*) أن  $r_A f_A = r_B f_B$  لذا

$$f_B = \frac{r_A}{r_B} f_A = 2f_A$$

لذا

$$f_B = 2f_A = 2 \frac{2T L}{J G} = \frac{4T L}{J G}$$

الآن يأتي دور العمود BE ، تذكر أن زاوية الانفعال للعمود تساوي الزاوية  $f_{E/B}$  التي يدور بها الطرف E بالنسبة للطرف B ، أي

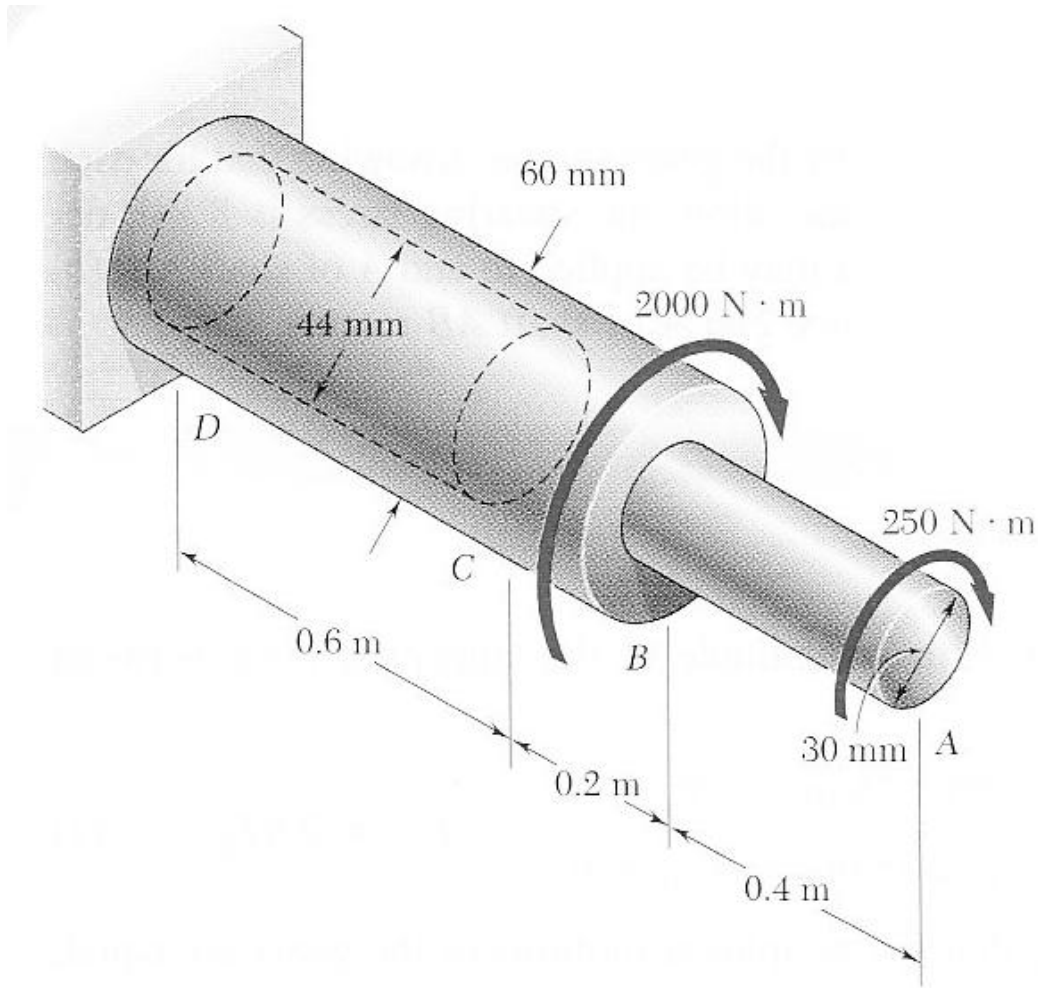
$$f_{E/B} = \frac{T_{BE} L}{J G} = \frac{T L}{J G}$$

أخيراً زاوية دوران  $f_E$  هي

$$f_E = f_B + f_{E/B} = \frac{4T L}{J G} + \frac{T L}{J G} = \frac{5T L}{J G}$$

### مثال نمونجي 3.3

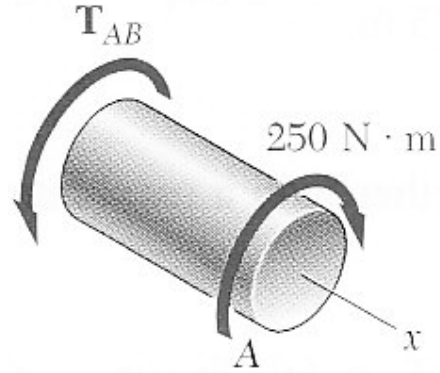
عمود التواء AD مثبت بقاعدة ثابتة عند D ومعرض للعزوم المبينة، يوجد ثقب قطره 44mm داخل الجزء CD ، إذا علمت أن العمود كله من الفولاذ الذي له  $G=77\text{GPa}$  ؛ حدد زاوية انفتال الطرف A



### الحل

بما أن عمود الالتواء مكون من ثلاث قطع AB BC CD ، وكل واحدة لها مقطع عرضي ثابت وعزم داخلي ثابت ، لذا يمكن استخدام معادلة 3.17  
حساب العزوم الداخلية :

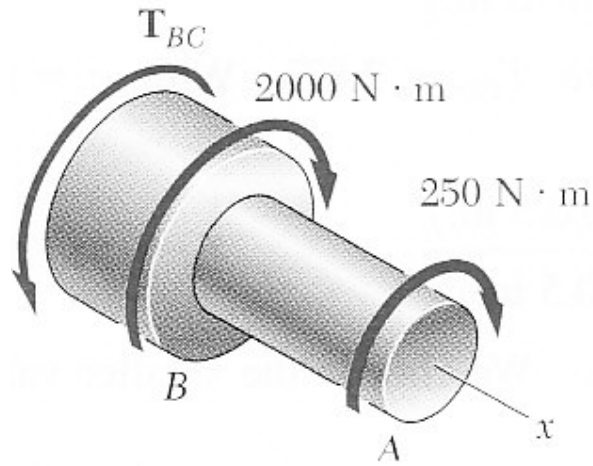
بأخذ مقطع من الجزء AB واستخدام الرسمة البيانية للجسم الحر المبينة في الشكل



نحصل على

$$\sum T = 0 \Rightarrow 250N.m - T_{AB} = 0 \Rightarrow T_{AB} = 250N.m$$

و بأخذ مقطع من الجزء BC (الشكل)

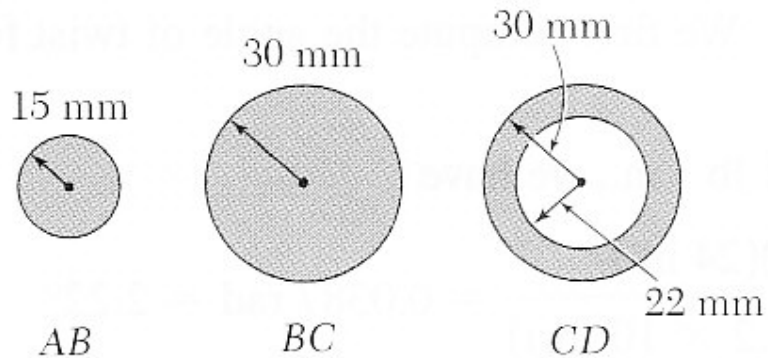


نحصل على

$$\sum T = 0 \Rightarrow 250N.m + 2000N.m - T_{BC} = 0 \Rightarrow T_{BC} = 2250N.m$$

وبما أنه لا عزم مؤثر عند C نحصل على  $T_{CD} = T_{BC} = 2250N.m$

حساب عزوم القصور الذاتي القطبية (أنظر الشكل):



$$J_{AB} = \frac{p}{2} c^4 = \frac{p}{2} (0.015m)^4 = 0.0795 \times 10^{-6} m^4$$

$$J_{BC} = \frac{p}{2} c^4 = \frac{p}{2} (0.03m)^4 = 1.272 \times 10^{-6} m^4$$

$$J_{CD} = \frac{p}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{p}{2} (0.03m - .022m)^4 = 0.904 \times 10^{-6} m^4$$

حساب زاوية الانفتال:

تذكر أن  $G=77GPa$  للعمود كله، لذا

$$f_A = \sum \frac{T_i L_i}{J_i G_i} = \frac{1}{G} \left( \frac{T_{AB} L_{AB}}{J_{AB}} + \frac{T_{BC} L_{BC}}{J_{BC}} + \frac{T_{CD} L_{CD}}{J_{CD}} \right)$$

$$= \frac{1}{77GPa} \left( \frac{(250N.m)(0.4m)}{.0795 \times 10^{-6}} + \frac{(2250)(0.2)}{1.272 \times 10^{-6}} + \frac{(2250)(0.6)}{0.904 \times 10^{-6}} \right)$$

$$= 0.01634 + .00459 + .01939 = 0.0403rad$$

$$f_A = (0.0403rad) \frac{180^\circ}{p \text{ rad}} = 2.31^\circ$$

مسائل

3.31 (أ) لعمود الالتواء الفولاذي المصمت المبين في الشكل ،  $(G=77GPa)$  ، حدد زاوية

الانفتال عند A (ب) حل الفرع (أ) على فرض أن العمود مجوف وقطره الداخلي 20mm

والخارجي 30mm

الجواب: (أ)  $4.21^\circ$  (ب)  $5.25^\circ$

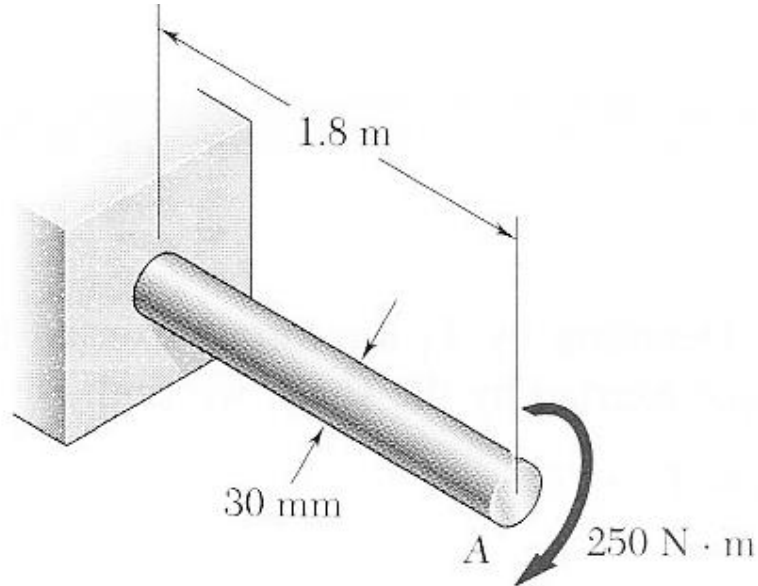


Fig. P3.31

3.34 حدد أقصى قطر ممكن لقضيب فولاذ ( $G=77\text{GPa}$ ) طوله  $3\text{m}$  ، بحيث يسمح للقضيب بالانفتال بزواوية مقدارها  $30^\circ$  دون أن يتجاوز اجهاد القص  $80\text{MPa}$

3.35 العزوم المبينة في الشكل تؤثر على الصفيحتين الدائريتين A و B ، إذا علمت عمودي الالتواء مصمتين ومصنوعين من الفولاذ ( $G=77\text{GPa}$ )، حدد زاوية الانفتال بين (أ) A و B (ب) A و C

الجواب: (أ)  $2.53^\circ$  (ب)  $3.42^\circ$

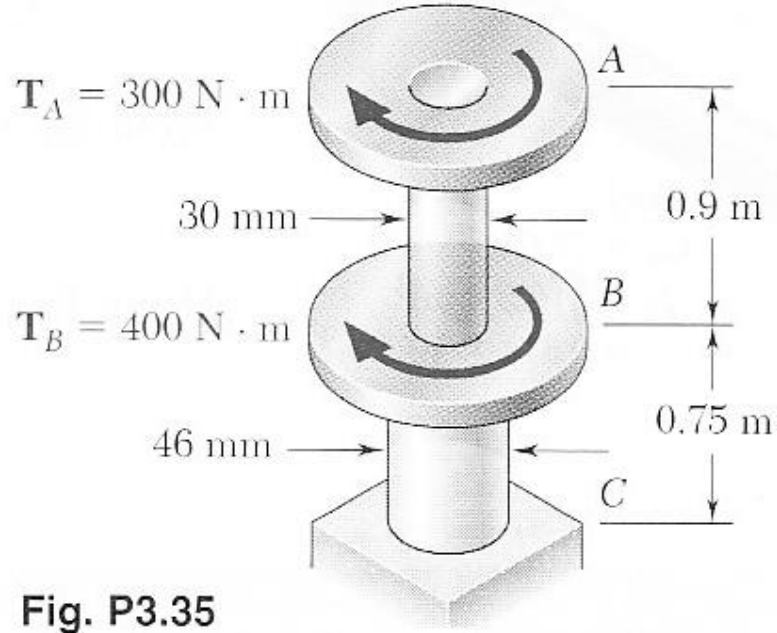


Fig. P3.35

3.36 العزوم المبينة في الشكل تؤثر على الصفيحتين الدائريتين B و C و D . إذا علمت أن العمود كله مصنوع من الألمنيوم ( $G=27\text{GPa}$ ) حدد زاوية الانفتال بين (أ) B و C (ب) B و D



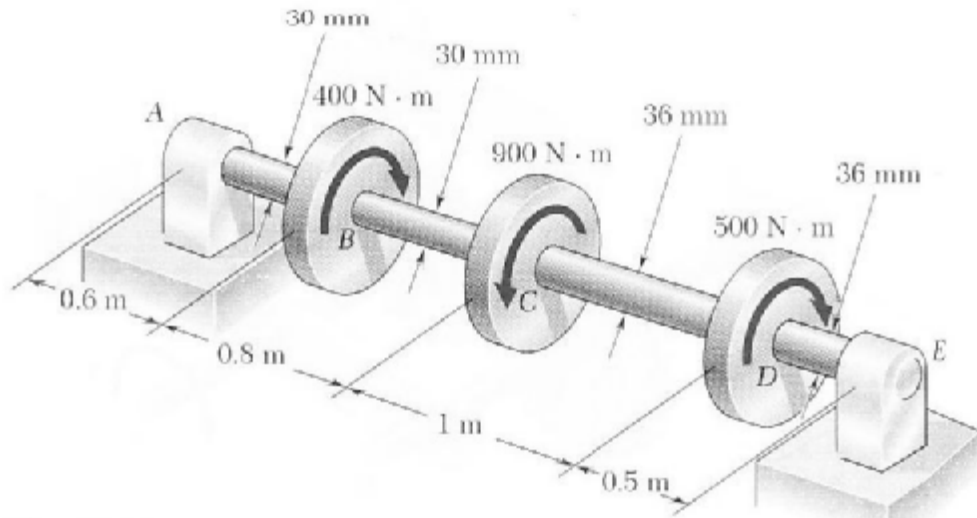


Fig. P3.36

3.37 قضيب نحاسي AB ( $G=39\text{GPa}$ ) متصل بقضيب ألومنيوم BC ( $G=27\text{GPa}$ ) حدد زاوية الانفتال عند B (أ) B (ب) A  
 الجواب: (أ)  $0.741^\circ$  (ب)  $1.573^\circ$

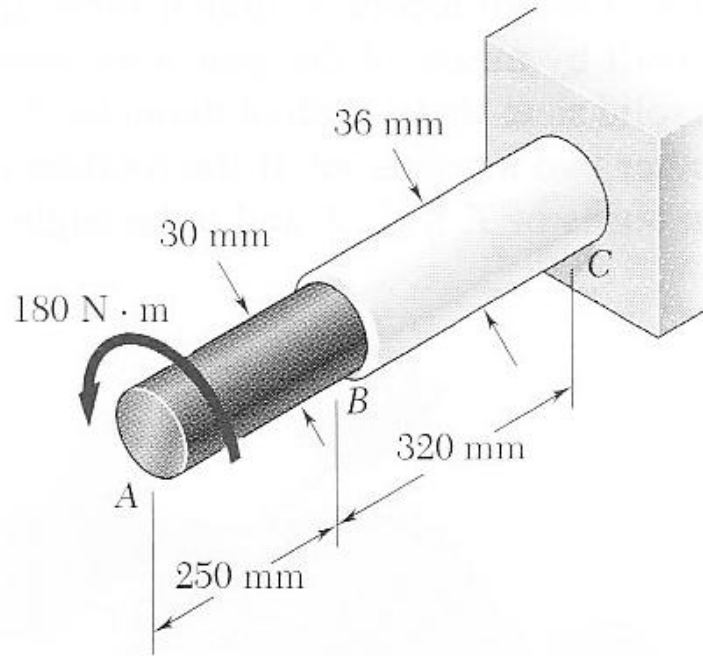


Fig. P3.37

3.39 عمودي التواء فولاذيين ( $G=77\text{GPa}$ ) موصولان معاً بواسطة مسننات كما في الشكل. إذا علمت أن نصف قطر القضيب B هو  $r_B = 20\text{mm}$  حدد الزاوية التي سوف يدور بها الطرف A عندما  $T_A = 75\text{N.m}$   
 الجواب:  $7.94^\circ$

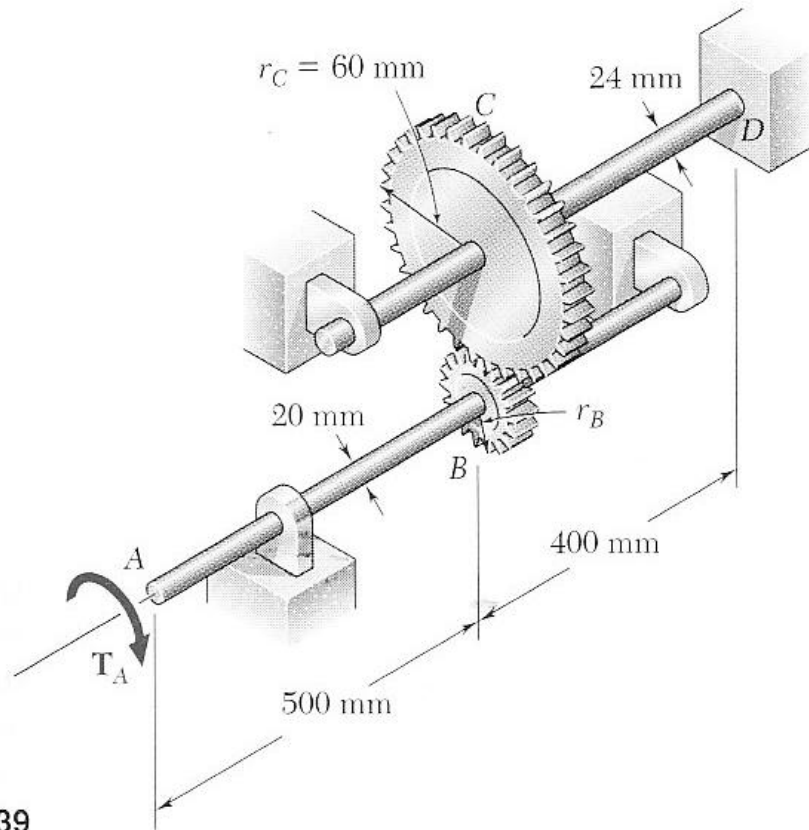


Fig. P3.39

3.40 أعد حل مسألة 3.39 على فرض أنه تم تعديل التصميم بحيث أصبح نصف قطر

القضيب B 30mm

الجواب:  $4.52^\circ$

### 3.8 تركيز الاجهاد في أعمدة الالتواء الدائرية

العلاقة  $t_{\max} = \frac{Tc}{J}$  التي أخذناها في درس 3.4 هي لأعمدة الالتواء الدائرية التي لها

مقطع عرضي ثابت. وهناك أيضاً شرط آخر لصحة هذه العلاقة وهو أن يكون العزم أثر على

العمود من خلال وصل نهايات العمود بصفائح صلابة (من أجل توزيع العزم). لكن عادةً في

الحالة العملية فإن العزم يؤثر على العمود من خلال وصلات كالتالي في الشكل 3.30

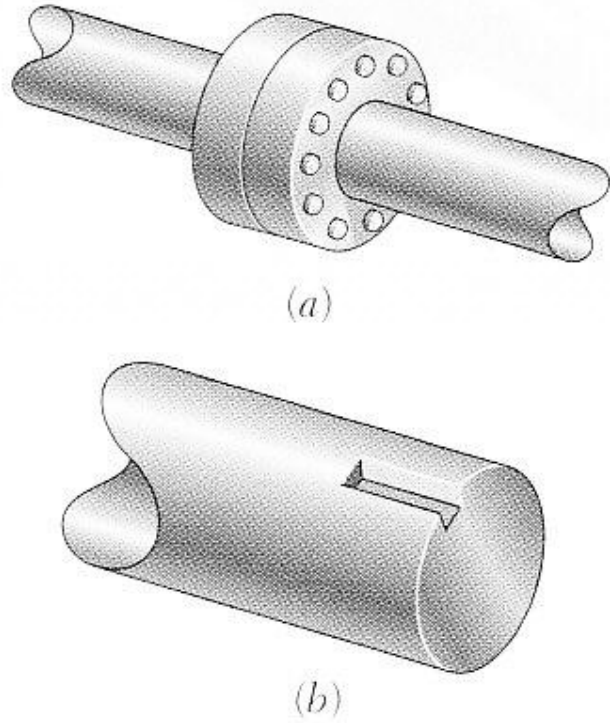


Fig. 3.30

### الشكل 3.30

وفي كلتا الحالتين فإن توزع الاجهادات قرب منطقة تأثير العزم سيكون مختلف عن المعطى في علاقات الالتواء (المعادلتين 3.9 و 3.10). مثلاً سيكون هناك تركيز اجهادات عالي قرب الشق في العمود في الشكل 3.30b .

كما بيينا في درس 3.4 علاقات الالتواء يمكن استخدامها لأعمدة الالتواء ذات المقطع العرضي المتغير. لكن عندما يكون التغير في قطر العمود الدائري كبير ومفاجئ؛ فإن تركيز الاجهادات يحصل قرب منطقة التغير ويكون أعلى ما يمكن عند A (الشكل 3.31)

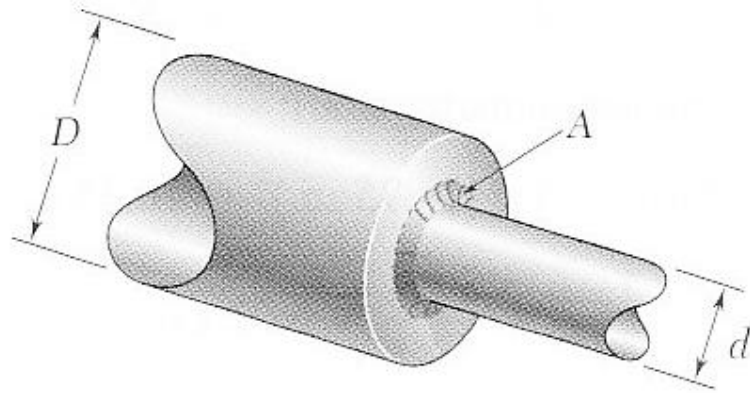


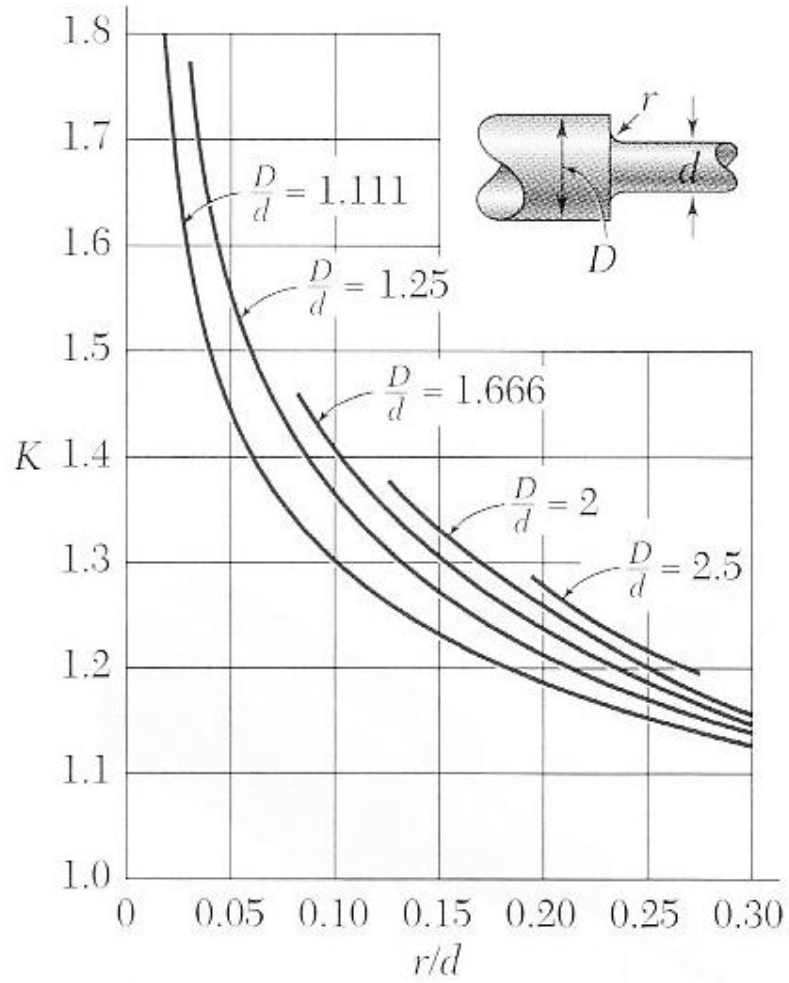
Fig. 3.31

الشكل 3.31

هذه الاجهادات يمكن تقليلها بواسطة استخدام منحنى اتصال (fillet) (A في الشكل السابق).  
أعلى قيمة لاجهاد القص لحالة منحنى الاتصال تعطى بالعلاقة

$$t_{\max} = K \frac{Tc}{J} \dots\dots\dots 3.25$$

حيث الاجهاد  $\frac{Tc}{J}$  هو للعمود ذو القطر الأصغر، و K معامل تركيز الاجهاد . قيمة K تأخذ  
من الجداول أو الرسومات كالتالي في الشكل 3.32



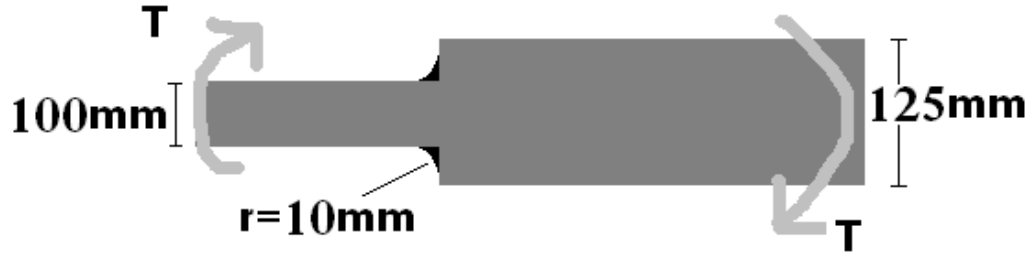
**Fig. 3.32** Stress-concentration factors for fillets in circular shafts.†

الشكل 3.32

لكن لا بد من التنبيه إلى أن هذه الطريقة صحيحة فقط عندما لا تتجاوز قيمة الاجهاد المحسوب في معادلة 3.25 المنطقة الخطية في رسمة اجهاد انفعال (أي  $t_{\max} < t_y$  للمواد اللدنة)

مثال

لدينا عمود الالتواء المبين في الشكل التالي



حدد أقصى قيمة اجهد قص موجود في العمود إذا علمت أن العزم  $T=1000\text{N.m}$

الحل

أولاً نحسب K

$$\frac{D}{d} = \frac{125}{100} = 1.25$$

$$\frac{r}{d} = \frac{10}{100} = 0.1$$

ومن الشكل 3.32 نحصل على  $K=1.36$

ثم نحسب  $t_{\max}$  من العلاقة 3.25

$$t_{\max} = K \frac{Tc}{J} = K \frac{Tc}{\frac{\pi}{2} c^4} = 1.36 \frac{(1000)(50 \times 10^{-3})}{\frac{\pi}{2} (50 \times 10^{-3})^4} = 6930 \text{ N.m} = 6.93 \text{ KN.m}$$

### \*3.12 التواء الأعمدة غير الدائرية

العلاقات التي حصلنا عليها في الدرس 3.3 و 3.4 هي للأعمدة ذات المقطع الدائري (الأعمدة الدائرية). أما الأعمدة غير الدائرية فإن لها علاقات وطرق حساب مستواها أعلى من مستوى هذا الكتاب. لكن لا بأس باستعراض بعض الحالات.

مثلاً عمود الالتواء ذو المقطع المستطيل المبين في الشكل 3.48 إذا كان طول

العمود L وطول الضلع الأطول من مقطعه العرضي هو a والأصغر b و T هو العزم المؤثر على طرفه

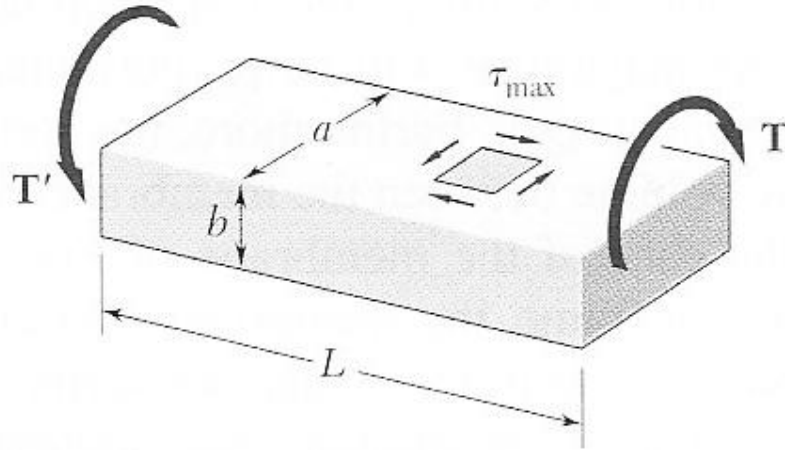


Fig. 3.48

الشكل 3.48

عندها فإن أقصى اجهاد قص يعطى بالعلاقة

$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 a b^2} \dots\dots\dots 3.43$$

وزاوية الانفتال  $f$  تعطى بالعلاقة

$$f = \frac{TL}{c_2 a b^3 G} \dots\dots\dots 3.44$$

حيث المعاملان  $c_1$  و  $c_2$  يعتمدان فقط على النسبة  $a/b$  وبعض قيمهما مبينة في الجدول 3.1

a/b	$c_1$	$c_2$
1.0	0.208	0.1406
1.2	0.219	0.1661
1.5	0.231	0.1958
2.0	0.246	0.229
2.5	0.258	0.249
3.0	0.267	0.263
4.0	0.282	0.281
5.0	0.291	0.291
10.0	0.312	0.312
$\infty$	0.333	0.333

الجدول 3.1

أيضاً يمكن حساب  $c_1$  و  $c_2$  عندما  $a/b \geq 5$  من المعادلة التالية

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{3} \left( 1 - 0.63 \frac{b}{a} \right) \quad (\text{عندما } a/b \geq 5 \text{ فقط})$$

الآن نتحدث عن أعمدة الالتواء رقيقة الجدران ذات السمك الثابت المفتوحة، (على سبيل المثال لا الحصر كالتي في الشكل 3.50)، قيمة  $t_{\max}$  و  $f$  معادلة 3.43 و 3.44 حيث  $c_2 = 0.333$  و  $c_1 = 0.333$

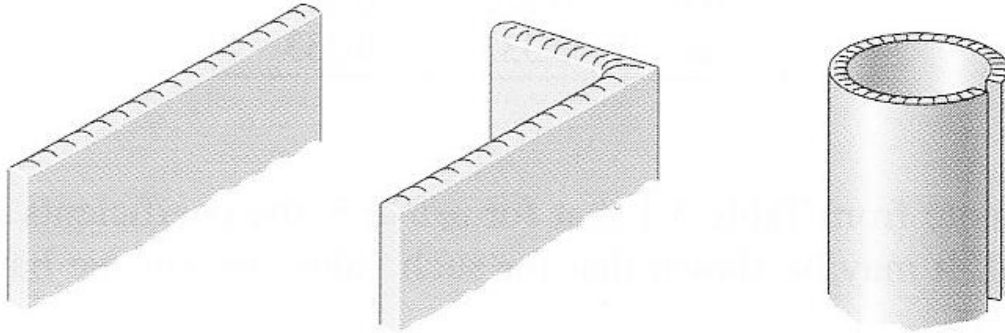


Fig. 3.50

الشكل 3.50

### 3.13\* أعمدة الالتواء رقيقة الجدران المغلقة (المجوفة)

الآن نتحدث عن أعمدة الالتواء رقيقة الجدران المغلقة (المجوفة) كالتي في الشكل

التالي

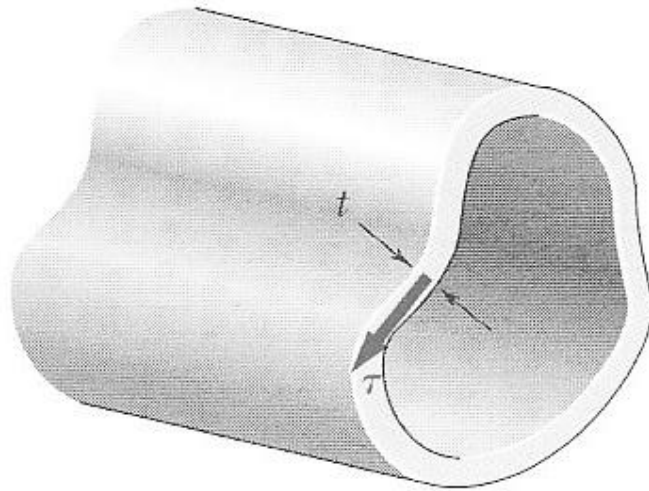


Fig. 3.54

الشكل 3.54

قيمة إجهاد القص  $t$  تحسب بالعلاقة



$$\tau = \frac{T}{2tJ} \dots\dots\dots 3.53$$

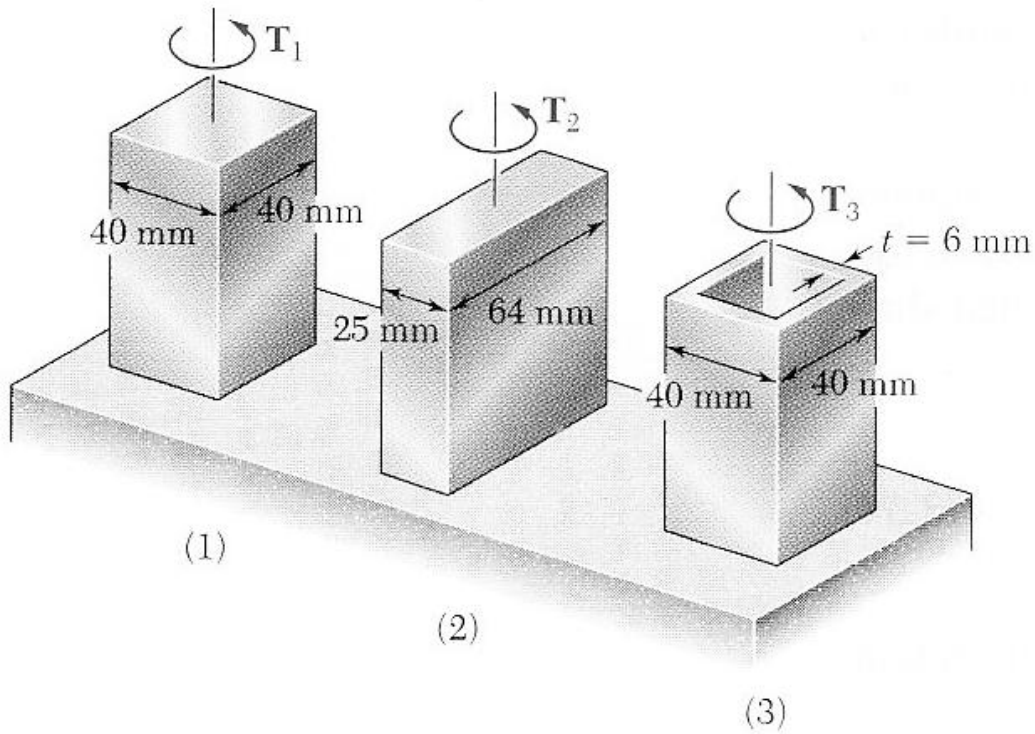
حيث  $T$  عزم الالتواء و  $t$  سمك جدار العمود و  $J$  مساحة المقطع العرضي  
زاوية الالتواء  $f$  تعطى بالعلاقة التالية

$$f = \frac{TLs}{4J^2 G t} \dots\dots\dots 3.54$$

حيث  $s$  هو محيط المقطع

### مثال نموذجي 3.9

استخدم  $t_{all} = 40MPa$  وحدد أقصى عزم يمكن التأثير به على كل عمود من الأعمدة  
المبينة في الشكل

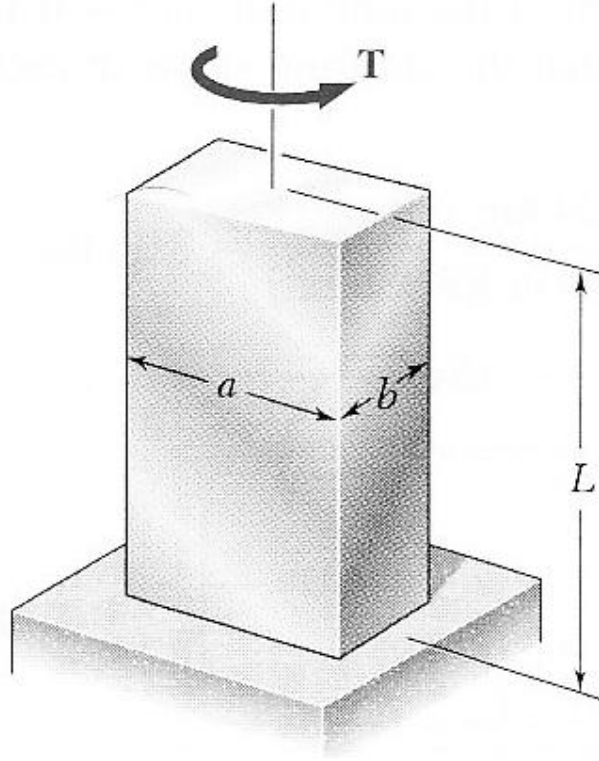


الحل

1- العمود ذو المقطع العرضي المربع

للعمود المصمت المستطيل (أو المربع) نستخدم العلاقة 3.43 لحساب اجهاد القص الأعلى ( )

$$t_{max} = \frac{T}{c_1 a b^2}, \text{ أنظر الشكل}$$



$$a=b=0.04\text{m}$$

$$a/b=1$$

$c_1 = 0.208$  نحصل عليها من جدول 3.1 ؛ وهي

عندما  $t_{\max} = t_{\text{all}} = 40\text{MPa}$  نحصل على

$$t_{\max} = \frac{T_1}{c_1 a b^2} \Rightarrow 40\text{MPa} = \frac{T_1}{(0.208)(0.04\text{m})^3} \Rightarrow T_1 = 532\text{N.m}$$

2 - العمود المستطيل المصمت

$$a=0.064\text{m} \quad b=0.025\text{m} \quad a/b=2.56$$

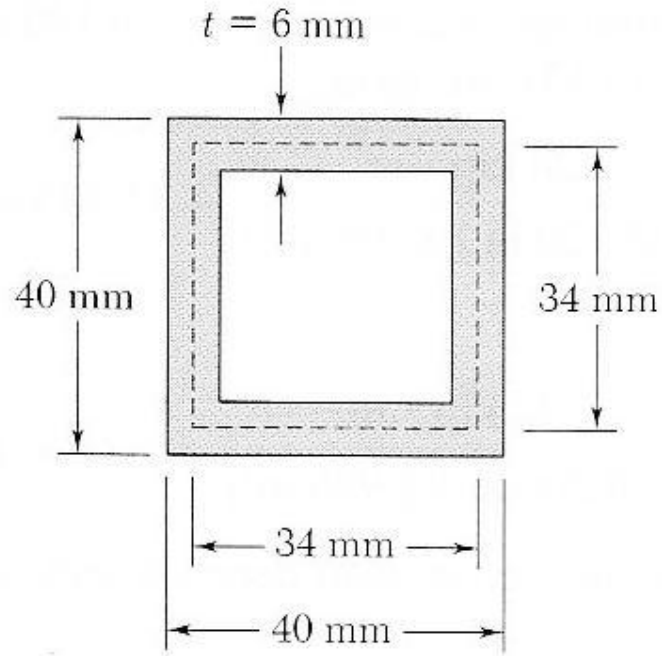
$c_1 = 0.259$  نقدرها من جدول 3.1 ؛ وهي

$$t_{\max} = \frac{T_2}{c_1 a b^2} \Rightarrow 40\text{MPa} = \frac{T_2}{(0.259)(0.064\text{m})(0.026)^2} \Rightarrow T_2 = 414\text{N.m}$$

3 - العمود المستطيل المجوف

$$t = \frac{T}{2tJ}$$

حيث  $J$  هي مساحة المقطع ( وبصورة أدق المساحة التي يحيط بها الخط المركزي المبيّن في الشكل التالي)



$$J = (0.034m)(0.034m) = 1.156 \times 10^{-3} m^2 \text{ إذن}$$

نعوض  $t_{\max} = t_{\text{all}} = 40 \text{ MPa}$  و  $t = 0.006 \text{ m}$  ونحسب العزم T

$$t = \frac{T_3}{2tJ} \Rightarrow 40 \text{ MPa} = \frac{T_3}{2(0.006m)(1.156 \times 10^{-3} m^2)} \Rightarrow T_3 = 555 \text{ N.m}$$

### مسائل

3.124 إذا علمت أن  $T = 800 \text{ N.m}$ ، حدد لكلا العمودين النحاسيين في الشكل قيمة اجهاد

القص الأقصى وزاوية الانفتال ، استخدم  $G = 39 \text{ GPa}$

الجواب: (أ)  $30.8 \text{ MPa}$  ،  $0.535^\circ$  (ب)  $37.9 \text{ MPa}$  ،  $0.684^\circ$

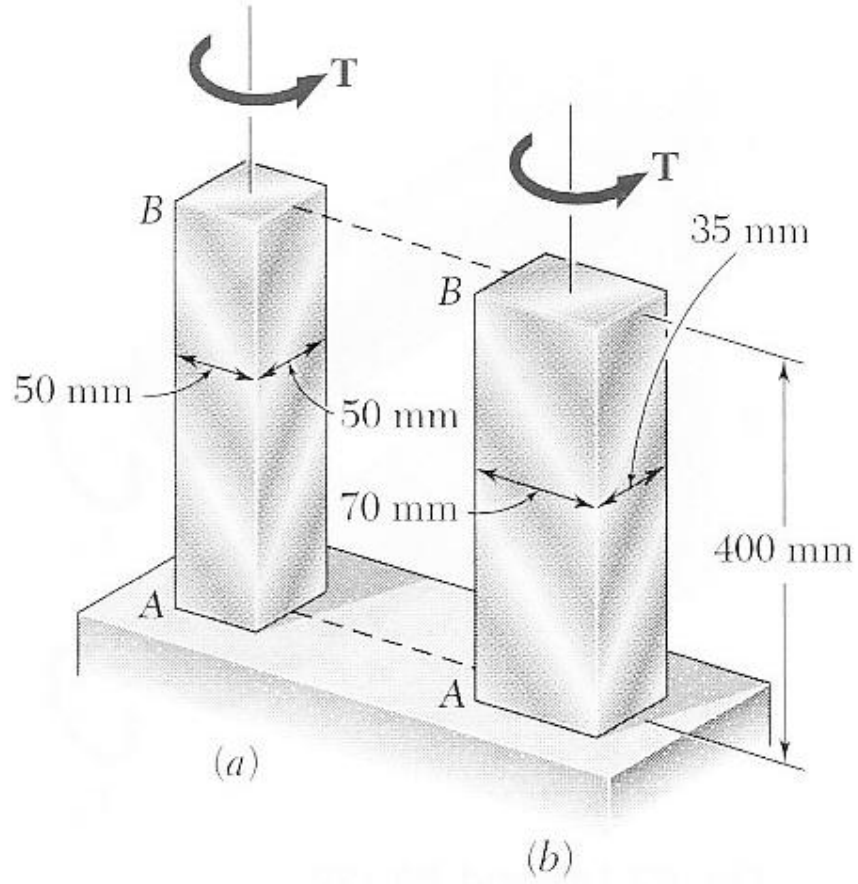


Fig. P3.124 and P3.125

3.125 استخدم  $t_{all} = 50MPa$  وحدد لكلا العمودين النحاسيين أكبر قيمة للعزم  $T$  يمكن التأثير بها، وحدد قيمة زاوية الانفعال الناتجة  
 الجواب: (أ)  $1.3KN.m$  ،  $0.869^\circ$  (ب)  $1.055KN.m$  ،  $0.902^\circ$

3.127 عزم مقداره  $T=300N.m$  يؤثر على كل من القضبان المصنوعة من الألمنيوم المبينة في الشكل؛ إذا علمت أن  $t_{all} = 60MPa$  حدد قيمة  $b$  لكل عمود

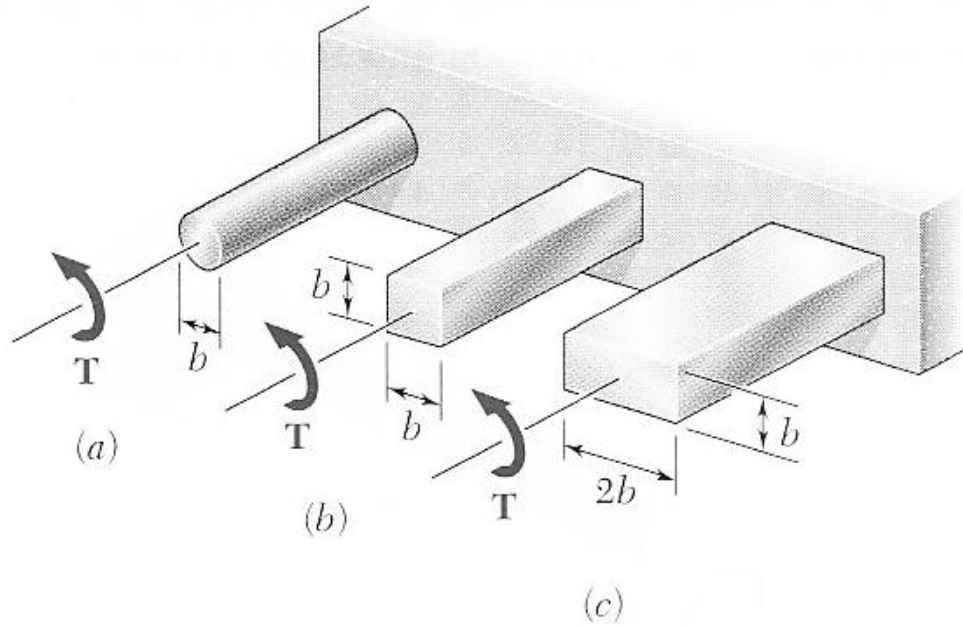


Fig. P3.126 and P3.127

3.133 قضيب فولاذي طوله 1.25m كما هو مبين في الشكل سمكه هو 6.4mm ومساحة مقطعه  $1252\text{mm}^2$ ، إذا علمت أن  $t_{all} = 60\text{MPa}$  و  $G=77\text{GPa}$  ؛ حدد (أ) أقصى قيمة ممكنة للعزم T يمكن التأثير بها (ب) زاوية الدوران الناتجة الجواب: (أ) 157KN.m (ب)  $8.72^\circ$

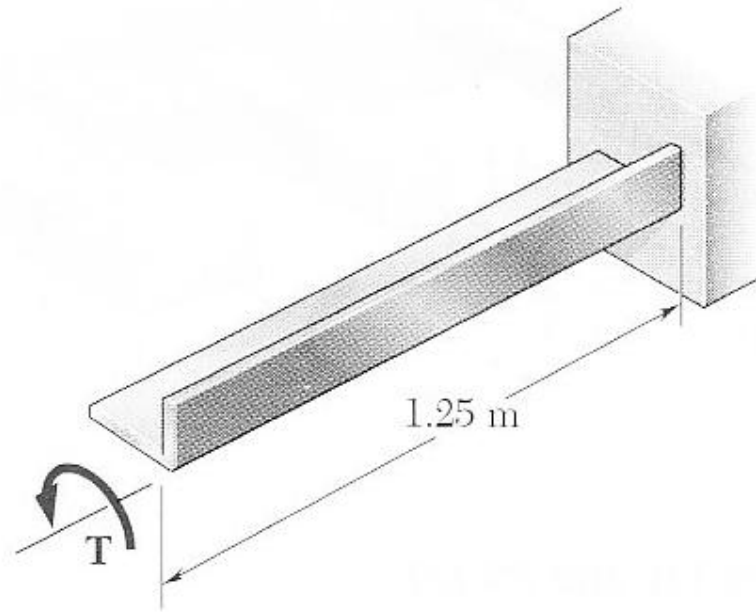
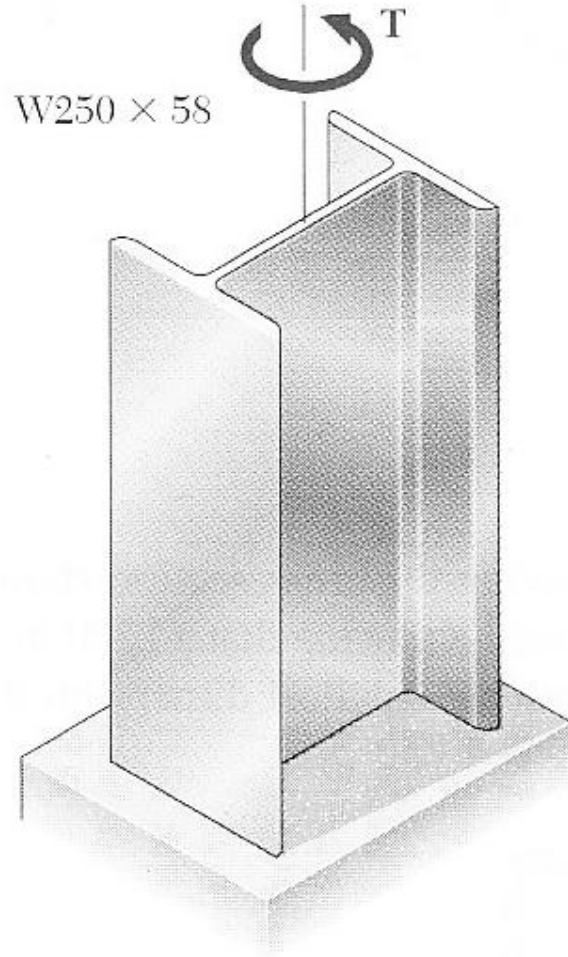


Fig. P3.133

صعب ومهم 3.136



**Fig. P3.136**

3.137 عزم مقداره  $T=750\text{N.m}$  يؤثر على عمود مجوف كما في الشكل . السمك هو  $6\text{mm}$  ، احسب قيمة اجهاد القص عند النقطة  $a$  و  $b$   
الجواب:  $8.47\text{MPa}$

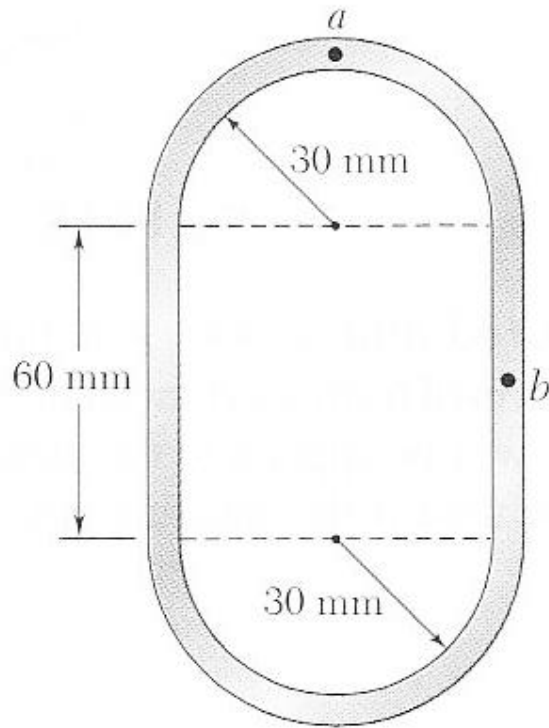


Fig. P3.137

3.138 عزم مقداره  $T=750\text{N.m}$  يؤثر على عمود مجوف كما في الشكل . السمك هو

8mm ، احسب قيمة اجهاد القص عند النقطة a و b

الجواب: 18.67MPa

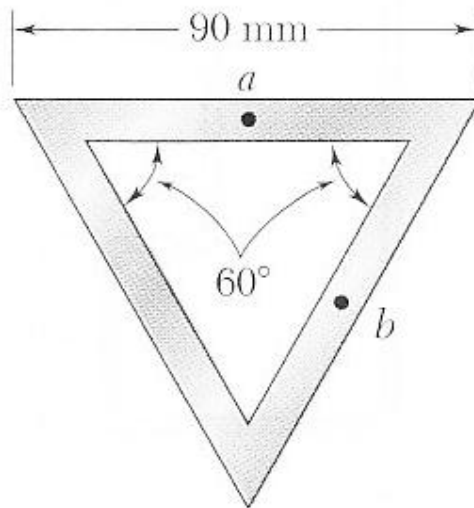


Fig. P3.138



3.141 عمود مجوف له المقطع العرضي المبين في الشكل ، سمك الجدار 2mm ، إذا علمت أن اجهاد القص يجب أن لا يتجاوز 3MPa ، أحسب أقصى عزم يمكن التأثير به على العمود  
الجواب: 8.45N.m

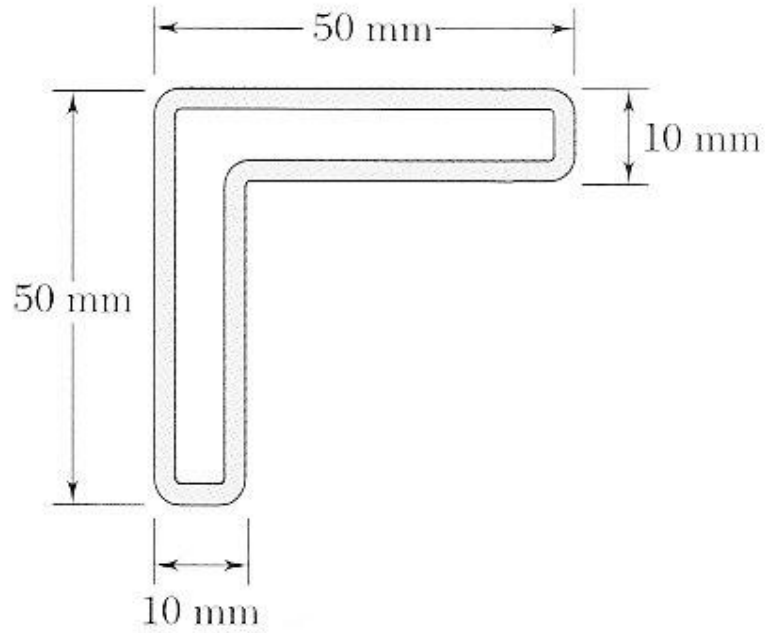


Fig. P3.141

3.142 عمود مجوف له المقطع العرضي المبين في الشكل ، سمك الجدار 2mm ، إذا علمت أن اجهاد القص يجب أن لا يتجاوز 3MPa ، أحسب أقصى عزم يمكن التأثير به على العمود  
الجواب: 16.85N.m

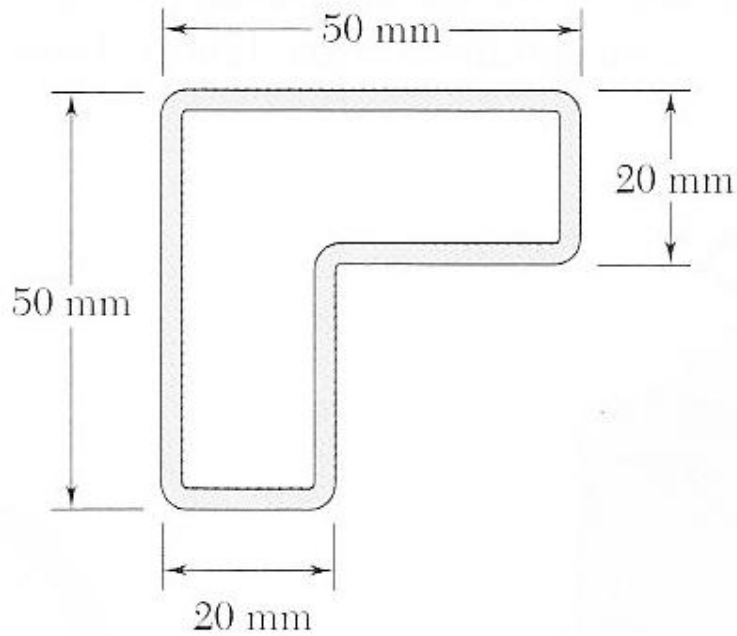


Fig. P3.142

قائمة ترجمة المصطلحات

Torsion	التواء
Shaft	عمود التواء
Transmission shaft	عمود التواء ناقل
Polar moment of inertia	عزم القصور الذاتي القطبي
Twist	انفتال
Free-body diagram	الرسم البياني للجسم الحر
Equilibrium	اتزان ميكانيكي
Homogeneous	متجانس
Fillet	منحنى اتصال
Stress concentration factor	معامل تركيز الاجهاد

بسم الله الرحمن الرحيم

4

الانتشاء الخالص

Pure Bending

#### 4.1 مقدمة

في الوحدات السابقة تعلمنا نحسب الاجهادات في الأعضاء التي تؤثر عليها قوى محورية أو عزوم التواء. في هذه الوحدة والوحدتين التاليتين سوف ندرس الاجهاد والانفعال للأعضاء المعرضة للانتشاء. في هذه الوحدة سوف نتحدث عن الأعضاء المعرضة لزوج من عزوم متعاكسة  $M$  و  $M'$  يؤثران في نفس المستوى الطولي. هذه الحالة تسمى انتشاء خالص. في معظم هذه الوحدة سوف نفترض أن الأعضاء لها مستوى تماثل وأن زوج العزوم  $M$  و  $M'$  يؤثران في هذا المستوى (أنظر الشكل 4.1)

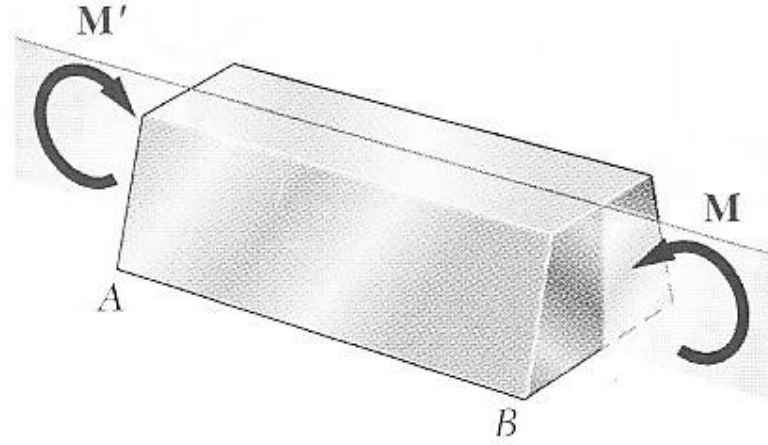
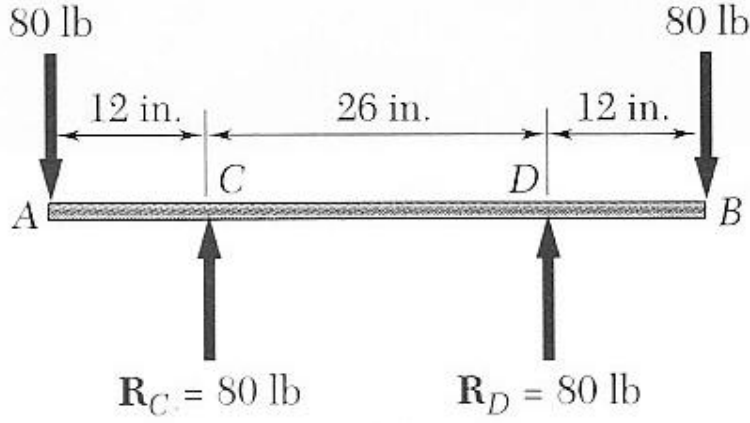


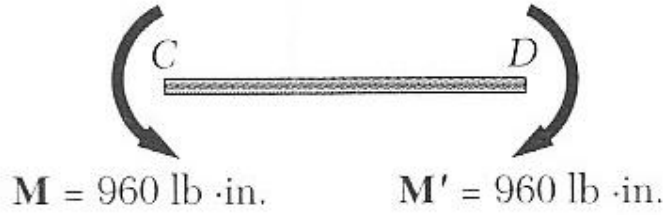
Fig. 4.1

الشكل 4.1

من الأمثلة على الانتشاء الخالص العمود المبين في الشكل (4.2a).



(a)



(b)

**Fig. 4.2**

الشكل (4.2)

(حيث lb هي وحدة القوة في النظام الانجليزي (باوند)، و in هي وحدة الطول (انش))  
 في المنطقة CD من العمود فإن القوى تلغي بعضها ولا يبقى إلا زوج العزوم، لذا  
 نستطيع رسم الشكل 4.2b (بالاستعانة بالاستاتييات).  
 وفي هذه الوحدة سوف نتكلم عن الانتشاء الخالص. لكن هذا لا يمنع من استخدام  
 النتائج التي سوف نحصل عليها في حالات غير حالة الانتشاء الخالص، مثل الحالات المبينة في  
 الشكلين 4.5 و 4.6 .

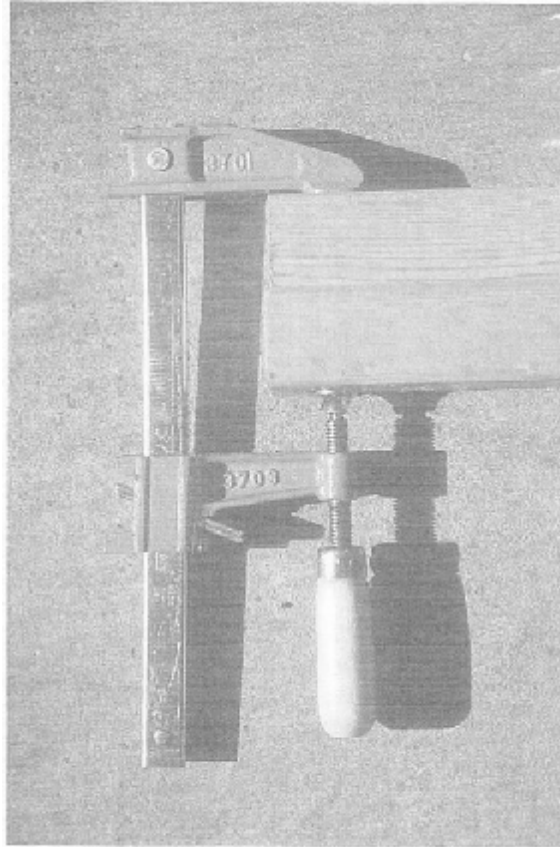


Fig. 4.4

الشكل 4.4

الشكل 4.5a يبين القوى المؤثرة على الملزمة (كالتالي في الشكل السابق)،

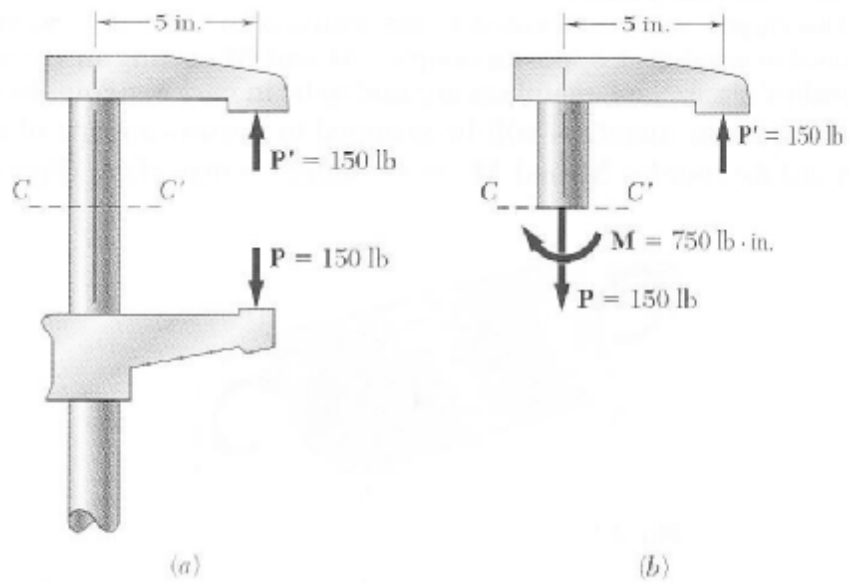


Fig. 4.5

الشكل 4.5

إذا أخذنا المقطع  $CC'$  واستخدمنا الاستاتييات سنتسنتج وجود عزم انثناء مقداره  $M=750lb.in$  (بالوحدات الانجليزية) وقوة شد محورية مقدارها  $P=150lb$  (بالوحدات الانجليزية) كما في الشكل 4.5b ، لذا نستطيع دمج ما تعلمناه عن حساب اجهاد القوة المحورية (الاجهاد المحوري) مع ما سنتعلمه في هذه الوحدة عن حساب اجهاد الانثناء الخالص للحصول على توزيع الاجهاد في المقطع  $CC'$  .  
 أيضاً دراسة الانثناء الخالص تفيد في دراسة العوارض (beams) وهي أعمدة تؤثر عليها قوى مستعرضة كما في الشكل 4.6a .

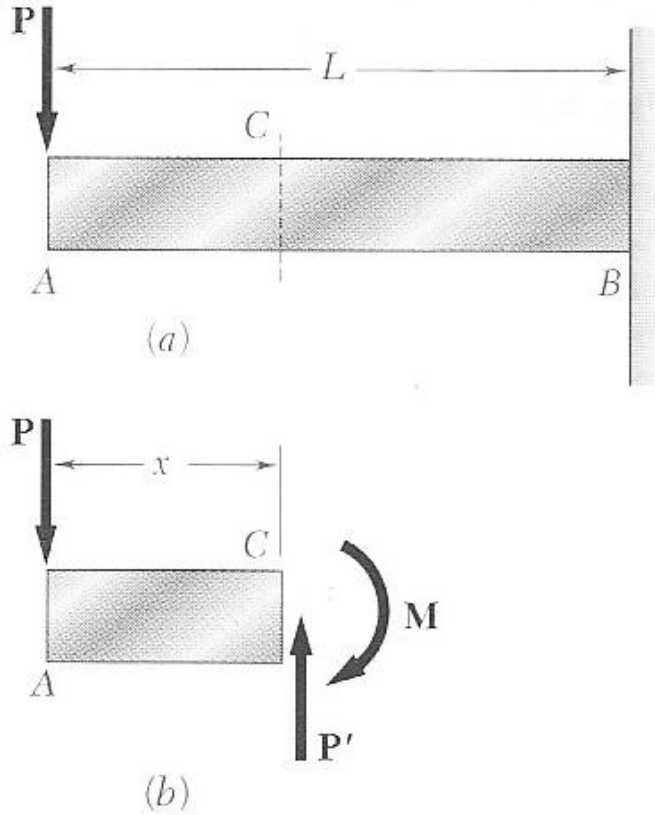


Fig. 4.6

الشكل 4.6

إذا أخذنا المقطع  $C$  على مسافة  $x$  من طرف العارضة فإننا نلاحظ من الرسم البيانية للجسم الحر (استاتييات) وجود قوة مستعرضة  $P'$  (تساوي في المقدار  $P$ ) وعزم انثناء  $M$  (يساوي  $Px$ ) . نحصل على توزيع الاجهاد العمودي من دراسة الانثناء الخالص للعارضة. أما توزيع اجهاد القص فنحصل عليه بدراسة تأثير القوة المستعرضة  $P'$  (كما سنأخذ في وحدة 6).

أي في هذه الوحدة سندرس الانتشاء الخالص فقط ، وما سندرسه سيفيدنا في حالات أعم.

#### 4.2 الأعضاء المتماثلة تحت الانتشاء الخالص

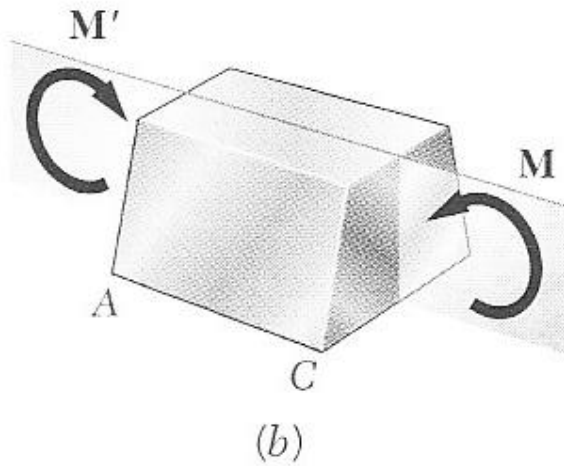
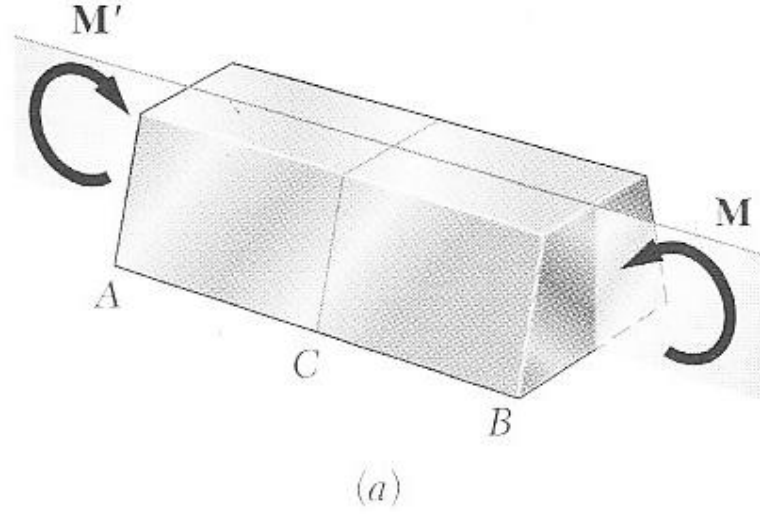


Fig. 4.7

الشكل 4.7

لندرس الشكل 4.7a الذي يمثل العضو المتماثل (symmetric) AB الذي له مستوى التماثل المبين، ويؤثر زوج العزوم  $M$  و  $M'$  على العضو في هذا المستوى. إذا أخذنا المقطع العرضي في العضو AB عند النقطة C فإن شرط الاتزان يستلزم وجود قوى داخلية في المقطع C مكافئة للعزم  $M$  (الشكل 4.7b). العزم  $M$  يسمى عزم الانتشاء في المقطع، وعرفاً

الإشارة الموجبة لـ  $M$  هي عند الانثناء الموضح في الشكل (4.7a) ، أي عندما يكون الوجه المقعر للأعلى. والإشارة السالبة للحالة الأخرى.

### 4.3 تشوه العضو المتماثل المعرض لانثناء خالص

عند تعريض العضو لزوج من عزوم الانثناء  $M$  و  $M'$  فإن العضو سوف ينثني ويصبح على شكل قوس دائرة. كما هو مبين في الشكل 4.9 .

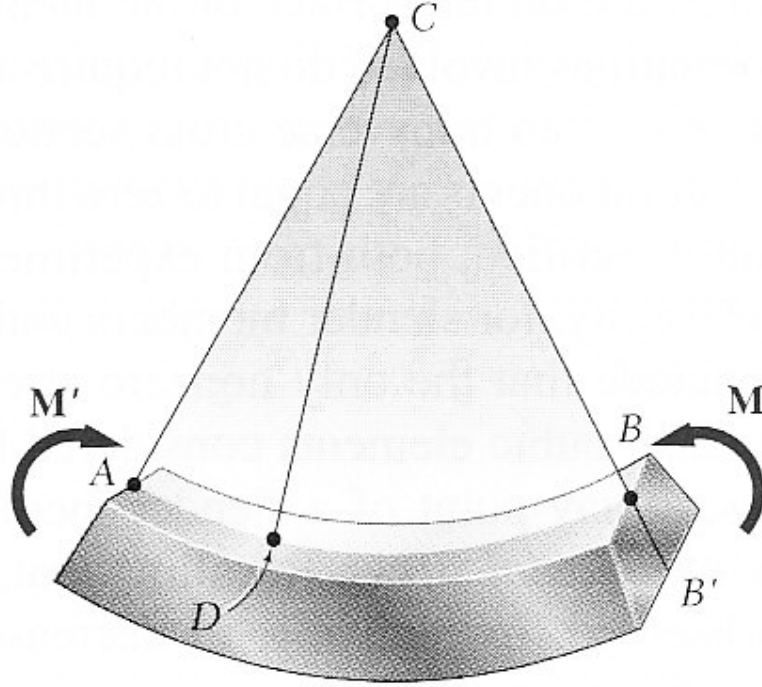


Fig. 4.9

الشكل 4.9

منطقياً يكون القسم العلوي منه معرض لاجهاد انضغاط والسفلي لاجهاد شد. مما يعني وجود سطح موازي للسطحين العلوي والسفلي يكون فيه الاجهاد مساوٍ لصفر، وهذا السطح يسمى سطح التعادل (neutral surface) ، وتقاطع هذا السطح مع المقطع العرضي ينتج محور التعادل (neutral axis) كما هو في الشكل 4.12 .



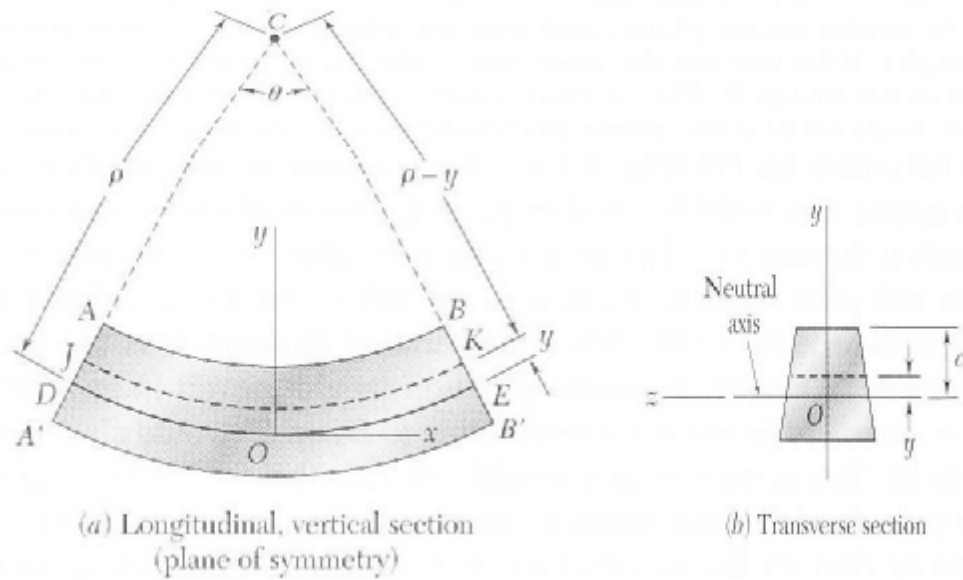


Fig. 4.12

الشكل 4.12

**4.4 الاجهادات والتشوه ضمن نطاق منطقة المرنة (elastic range)**

الآن سندرس الاجهادات والتشوه (الانثناء) عندما يكون الاجهاد أقل من اجهاد المطاوعة  $S_y$ . وهذا يضمن أن يكون توزيع الاجهاد خطي كما في الشكل 4.13.

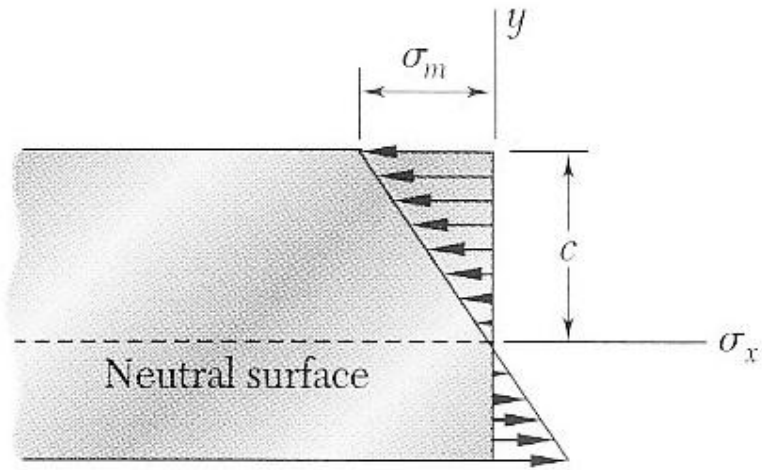


Fig. 4.13

الشكل 4.13

ومعادلة توزيع الاجهاد هي

$$s_x = -\frac{y}{c} S_m \dots\dots\dots 4.12$$

حيث  $x$  هو الاتجاه الطولي (الذي) و  $S_x$  هو الاجهاد العمودي عند نقطة ما و  $S_m$  هو الاجهاد العمودي الأقصى و  $y$  المسافة من سطح التعادل إلى النقطة و  $c$  هي المسافة بين سطح التعادل وأبعد نقطة عنه (أي أقصى  $y$  ممكنة) .

نلاحظ أهمية معرفة موقع سطح التعادل (أو محور التعادل) لحساب الاجهاد، ومحور التعادل - بكل بساطة - يمر بالمركز المتوسط للمقطع العرضي للعضو كما سنوضح في الأمثلة .

الاجها دالأقصى  $S_m$  يعطى بالعلاقة

$$S_m = \frac{Mc}{I} \dots\dots\dots 4.15$$

حيث  $I$  هو عزم القصور الذاتي للمقطع العرضي حول المركز المتوسط، ويأخذ من الجداول أو يحسب من المعادلة  $I = \int y^2 dA$ ، ونفس الكلام عن المركز المتوسط حيث يأخذ من الجداول أو يحسب، ولا بد قبل اكمال هذا الدرس من دراسة الملحق (أ) لتعلم كيفية تحديد المركز المتوسط وحساب  $I$  .

بتعويض معادلة 4.15 في معادلة 4.12 نحصل على المعادلة التالية

$$S_x = -\frac{My}{I} \dots\dots\dots 4.16$$

تقوس العضو الناتج من عزم الانثناء  $M$  يقاس بمقدار التقوس لسطح التعادل، ويُعرّف بمقلوب نصف قطر التقوس  $r$  (أنظر الشكل 4.12a) ، ويعطى بالعلاقة

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \dots\dots\dots 4.21$$

#### مثال 4.01

قضيب فولاذي مقطعه العرضي مستطيل ( $0.8 \times 2.5 \text{ mm}$ ) معرض لزوج عزوم كما في الشكل. أحسب قيمة عزم الانثناء  $M$  الذي سيسبب مطاوعة في القضيب. افرض أن

$$S_y = 250 \text{ MPa}$$

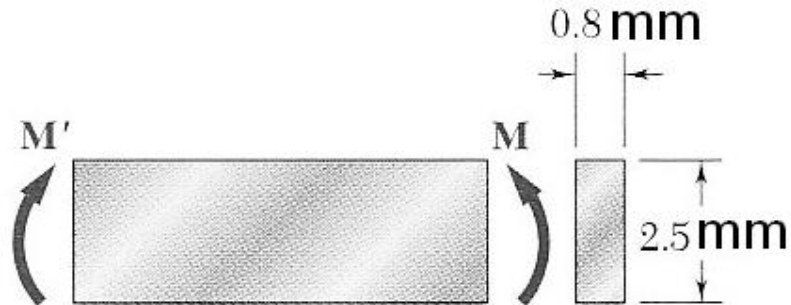


Fig. 4.17

الحل

محور التعادل يجب أن يمر بالمركز المتوسط C للمقطع العرضي؛ لذا فإن  $c=1.25\text{mm}$  (الشكل).

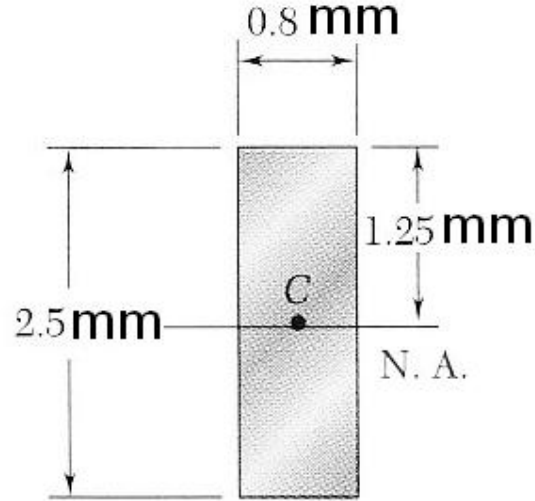


Fig. 4.18

أيضا عزم القصور الذاتي حول المركز المتوسط هو

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(.8\text{mm})(2.5\text{mm})^3 = 1.042\text{mm}^4 = 1.042 \times 10^{-12} \text{m}^4$$

من معادلة 4.15 نحصل على المعادلة

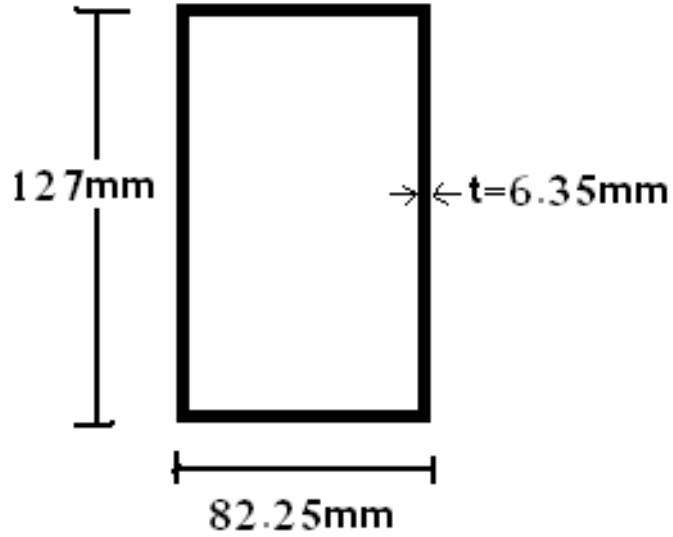
$$M = \frac{I}{c} S_m$$

نعوض القيم لنحصل على

$$M = \frac{I}{c} S_m = \frac{1.042\text{mm}^4}{1.25\text{mm}} 250\text{MPa} = \frac{1.042 \times 10^{-12} \text{m}}{1.25 \times 10^{-3} \text{m}} 250 \times 10^6 = 0.21 \text{N.m}$$

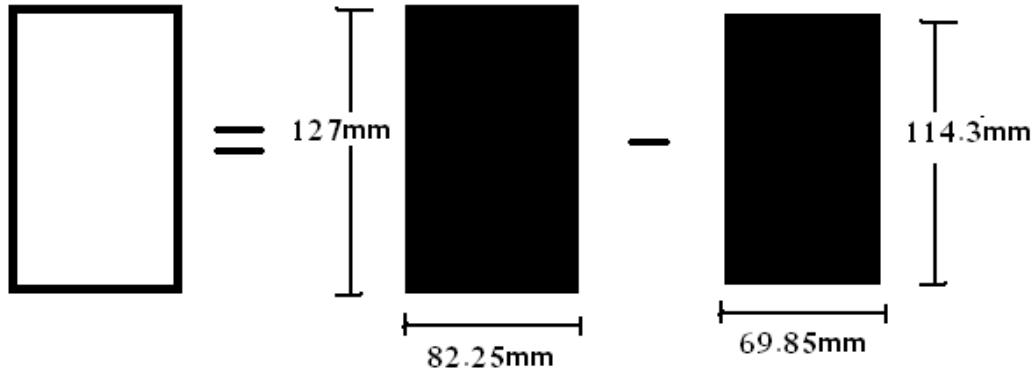
#### مثال نمونجي 4.1

أنبوب مستطيل مصنوع من الألمنيوم الذي له  $S_y = 275\text{MPa}$  و  $S_u = 410\text{MPa}$  و  $E=73\text{GPa}$ ، أحسب (أ) عزم الانثناء M عندما يكون معامل الأمان يساوي 3 (ب) نصف قطر التقوس الناتج



الحل

عزم القصور الذاتي: أعتبر أن المقطع العرضي لمساحة الأنبوب يكافئ الفرق بين المستطيلين المبينين في الشكل التالي:



ومنه فإن عزم القصور الذاتي (حول المركز المتوسط) هو حاصل طرح عزم القصور الذاتي للمستطيلين

$$I = \frac{1}{12} (82.55)(127)^3 - \frac{1}{12} (69.85)(114.3)^3 = 5.4 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 5.4 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

الاجهاد المسموح به: لمعامل أمان مقداره 3 واجهاد نهائي 410MPa نحصل على

$$S_{all} = \frac{S_u}{F.S} = \frac{410\text{MPa}}{3} = 136.7\text{MPa}$$

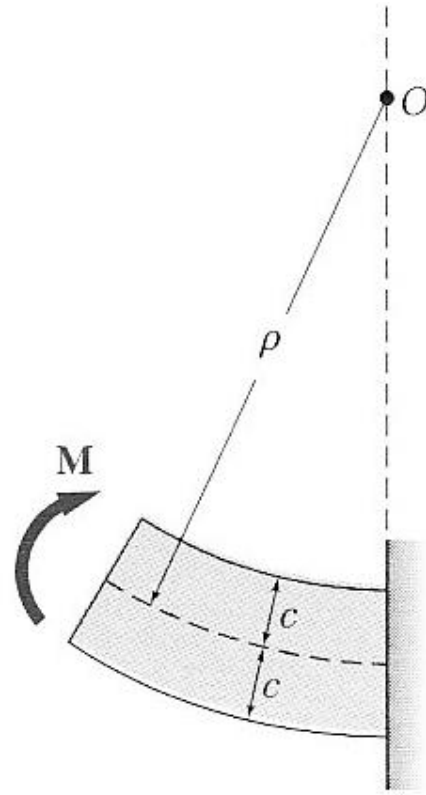
وبما أن  $S_{all} < S_y$  فإن الأنبوب يبقى ضمن نطاق المرونة وهذا يسمح لنا باستخدام نتائج

درس 4.4

(أ) لدينا  $c = \frac{1}{2}(127\text{mm}) = 63.5\text{mm} = 63.5 \times 10^{-3}\text{m}$  ، لذا

$$s_{all} = \frac{M c}{I} \Rightarrow M = \frac{I}{c} s_{all} = \frac{5.4 \times 10^{-6}}{63.5 \times 10^{-3}} 136.7 \times 10^6 = 11.6 \text{KN.m}$$

(ب) نصف قطر التقوس



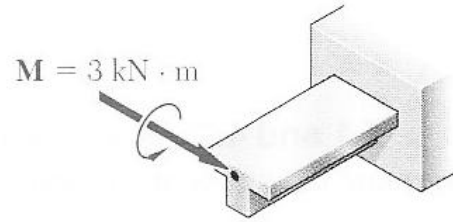
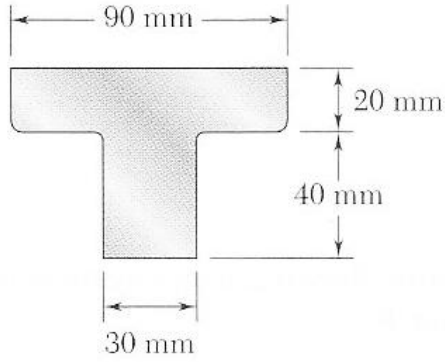
تذكر أن  $E=73\text{GPa}$  نعوض هذه القيمة وقيم  $I$  و  $M$  في معادلة 4.21 لنحصل على

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{11.6 \times 10^3}{(73 \times 10^9)(63.5 \times 10^{-3})} = 29.4 \times 10^{-3}\text{m}^{-1}$$

$$\Rightarrow r = 34\text{m}$$

#### مثال نمونجي 4.2

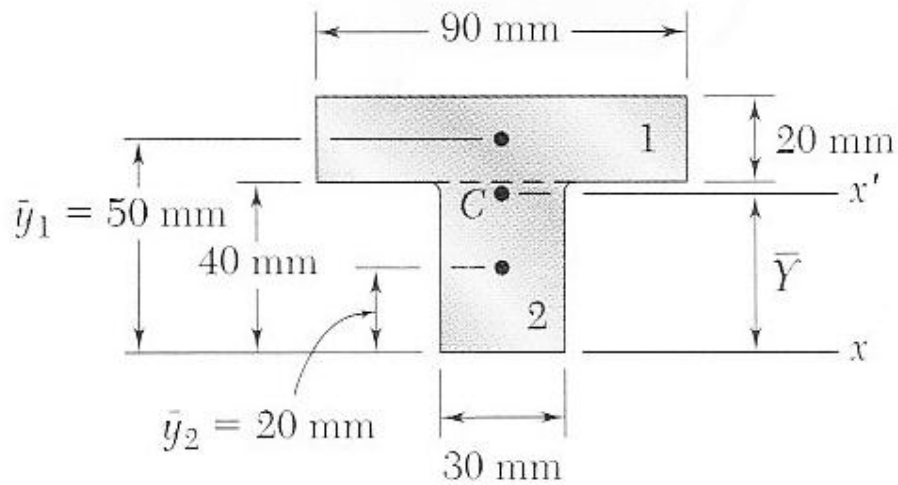
العضو الحديدي المبين في الشكل يؤثر عليه عزم انثناء مقداره  $3\text{KN.m}$  إذا أن  $E=165\text{GPa}$  ؛ حدد (أ) اجهادي الشد والانضغاط الأقصىين (ب) نصف قطر التقوس



**الحل**

المركز المتوسط

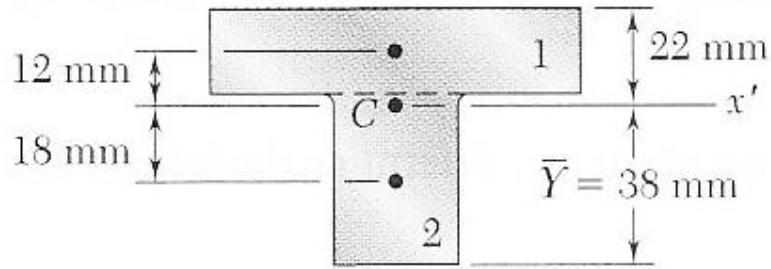
نقسم المقطع العرضي إلى مستطيلين كما في الشكل ، ثم نحسب المركز المتوسط بالاستعانة بالجدول التالي



	المساحة (A) $mm^2$	$\bar{y}$ mm	$\bar{y}A$ $mm^3$
1	$(20)(90)=1800$	50	$90 \times 10^3$
2	$(40)(30)=1200$	20	$24 \times 10^3$
	$\sum A = 3000$		$\sum \bar{y}A = 114 \times 10^3$

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{y}A}{\sum A} = \frac{114 \times 10^3}{3000} = 38mm$$

عزم القصور الذاتي حول المركز المتوسط



نستخدم نظرية المحاور المتوازية لتحديد عزم القصور الذاتي لكل مستطيل حول المحور  $x'$  (الذي يمر في المركز المتوسط للمقطع العرضي الكامل) ثم نجمع عزمي القصور الذاتي للمستطيلين، أي

$$I = \sum (\bar{I} + Ad^2) = \sum \left( \frac{1}{12} bh^3 + Ad^2 \right)$$

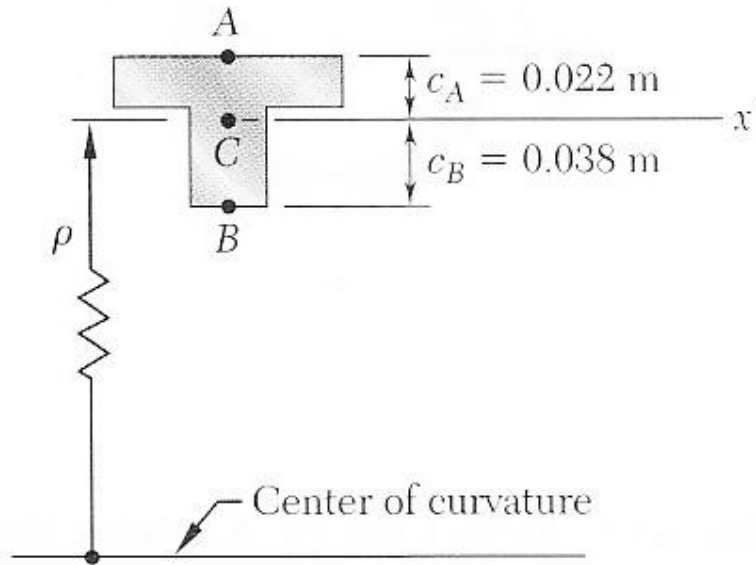
$$= \frac{1}{12} (90)(20)^3 + (90 \times 20)(12)^2 + \frac{1}{12} (30)(40)^3 + (30 \times 40)(18)^2$$

$$= 868 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow I = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

(أ) اجهاد الشد الأقصى

بما أن العزم يثني العمود للأسفل فإن مركز التقوس (center of curvature) يكون تحت المقطع العرضي. واجهاد الشد الأقصى يحدث عند النقطة A (وهي الأبعد عن مركز التقوس)



$$s_A = \frac{Mc_A}{I} = \frac{(3 \times 10^3 \text{ N.m})(0.022 \text{ m})}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = +76 \text{ MPa}$$

اجهاد الانضغاط الأقصى ( عند B )

$$s_B = -\frac{Mc_B}{I} = -\frac{(3 \times 10^3 \text{ N.m})(0.038 \text{ m})}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4} = -131.3 \text{ MPa}$$

(ب) نصف قطر التقوس : من معادلة 4.21

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N.m}}{(165 \times 10^9 \text{ Pa})(868 \times 10^{-9} \text{ m}^4)} = 20.95 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$
$$\Rightarrow r = 47.7 \text{ m}$$

مسائل

4.2 إذا علمت أن العزم المبين في الشكل يؤثر في المستوى العمودي؛ أحسب الاجهاد عند

(أ) النقطة A (ب) النقطة B

الجواب: (أ) -116.4MPa (ب) -87.3MPa

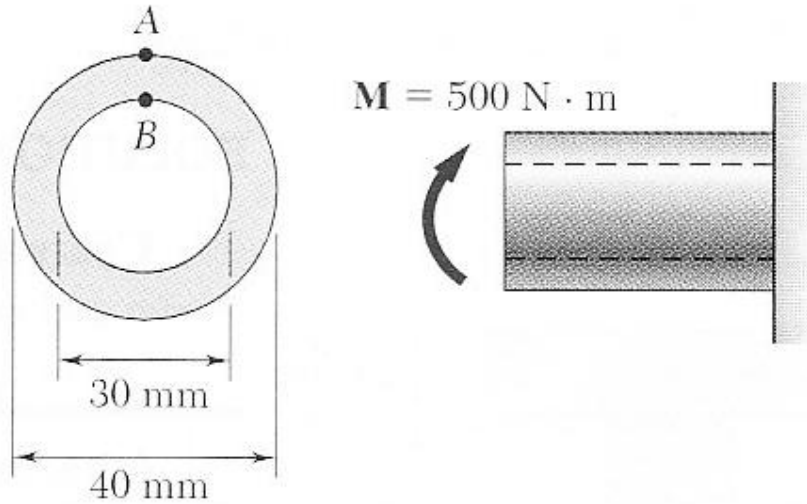


Fig. P4.2

4.3 العارضة المبينة في الشكل مصنوعة من مادة لها  $s_y = 345 \text{ MPa}$  و

$s_u = 450 \text{ MPa}$ . استخدم معامل أمان مقداره 3 وحدد أقصى عزم يمكن التأثير به على

العارضة بحيث تنتهي حول المحور z

الجواب: 243KN.m



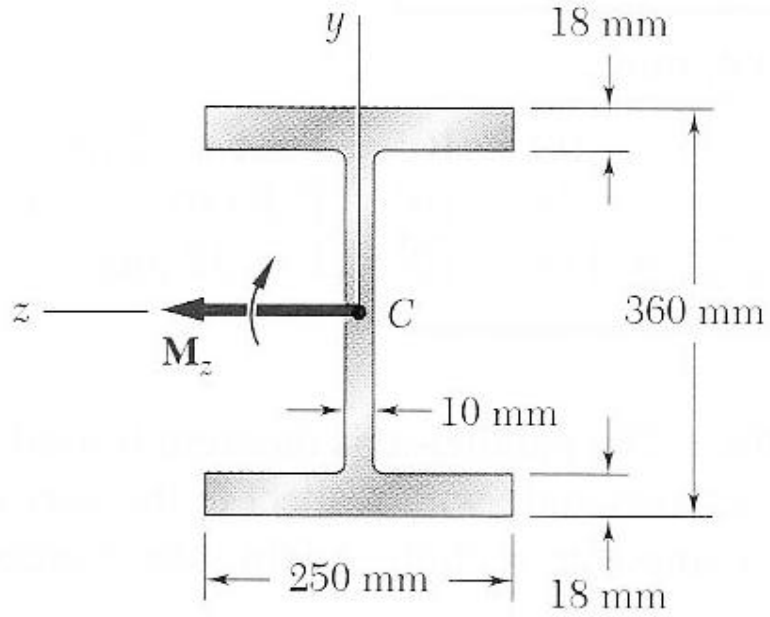


Fig. P4.3

4.4 حل مسألة 4.3 على فرض أن الانثناء حول المحور  $y$

الجواب: 56.3KN.m

4.6 عمود من النايلون له المقطع العرضي المبين . إذا علمت أن الجهد المسموح به لهذا

النايلون هو 24MP، حدد أقصى عزم  $M_z$  يمكن التأثير به على العمود

الجواب: 2.38KN.m

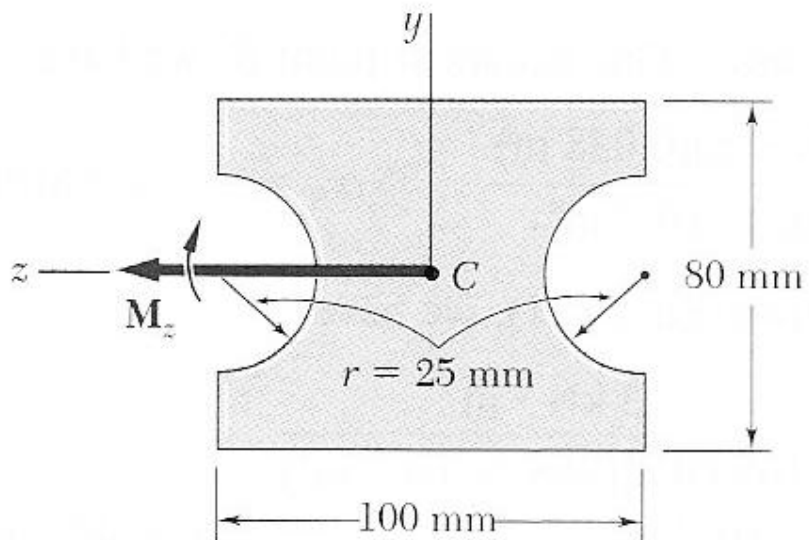


Fig. P4.6

- 4.12 عزمين متعاكسين ومتساويين لهما المقدار  $M=15\text{KN.m}$  يؤثران على العارض AB المبين في الشكل. لوحظ أن العزم سبب انثناء في المستوى الأفقي ، حدد الاجهاد عند النقطة C (ب) عند النقطة D (ج) عند النقطة E (ج)  $14.67\text{MPa}$  (ج)  $-146.4\text{MPa}$  (ب)  $83.7\text{MPa}$  (أ) الجواب:

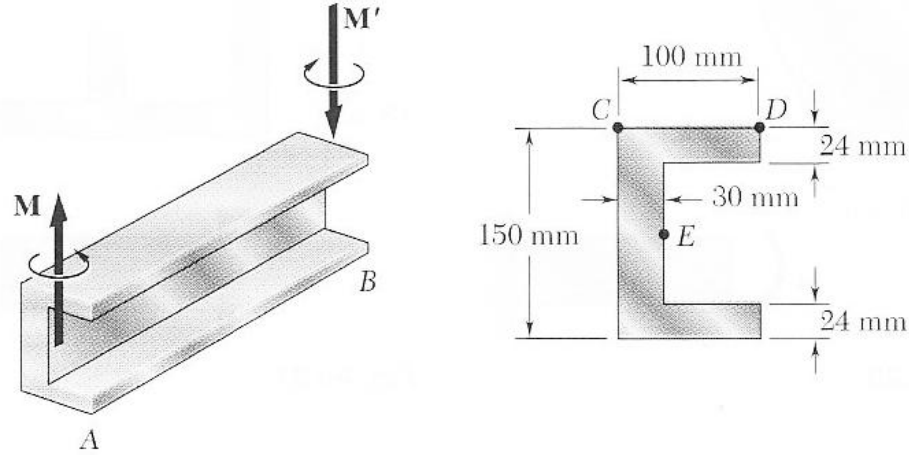


Fig. P4.12

- 4.13 إذا علمت أن العارضة التي لها المقطع العرضي المبين في الشكل انثنت حول المحور الأفقي وأن عزم الانثناء هو  $8\text{KN.m}$  ، حدد القوة الكلية المؤثرة على القطعة المستطيلة العلوية (المظللة) (مساعدة: القوة الكلية على القطعة تساوي تقريباً الاجهاد في منتصف القطعة مضروباً بمساحة القطعة)

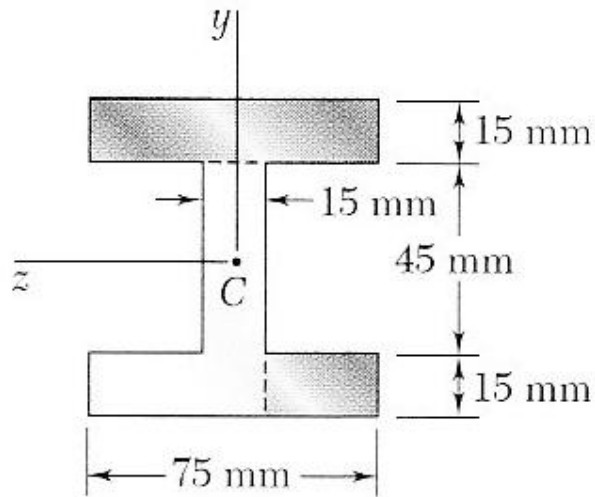


Fig. P4.13 and P4.14

4.14 إذا علمت أن العارضة التي لها المقطع العرضي المبين في الشكل انثنت حول المحور العمودي وأن عزم الانثناء هو  $4\text{KN.m}$  ، حدد القوة الكلية المؤثرة على الجزء المظلل من القطعة المستطيلة السفلية

4.19 إذا علمت أن العارضة المبينة لها اجهاد الشد المسموح به  $120\text{MPa}$  واجهاد الانضغاط مسموح به  $150\text{MPa}$  ، حدد أقصى قيمة ممكنة لعزم الانثناء  $M$  يمكن التأثير بها الجواب:  $7.67\text{KN.m}$

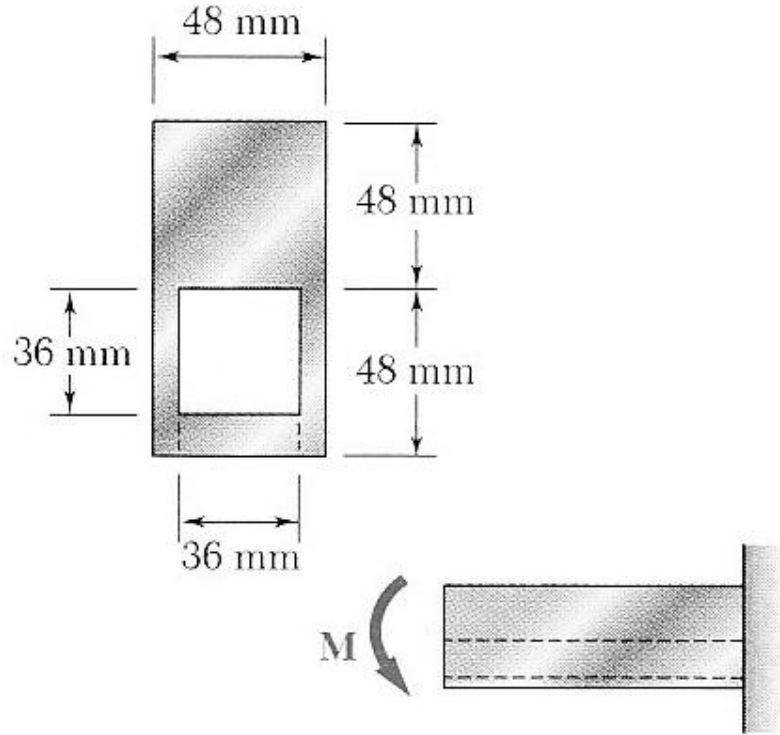
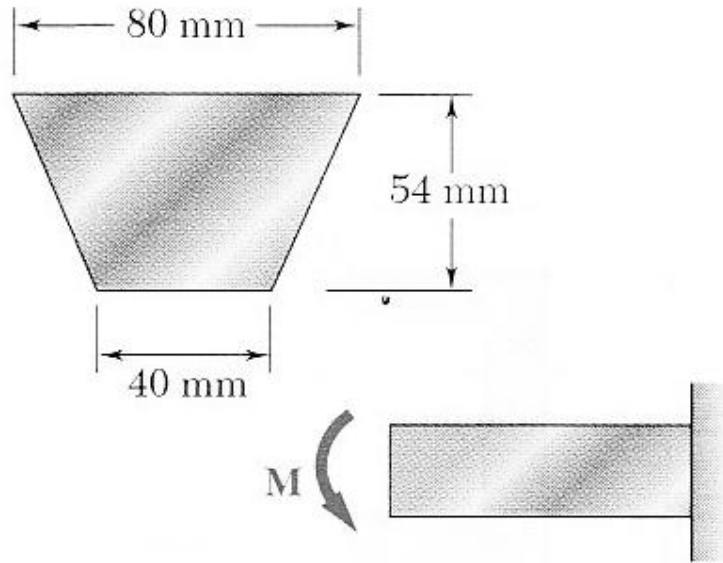


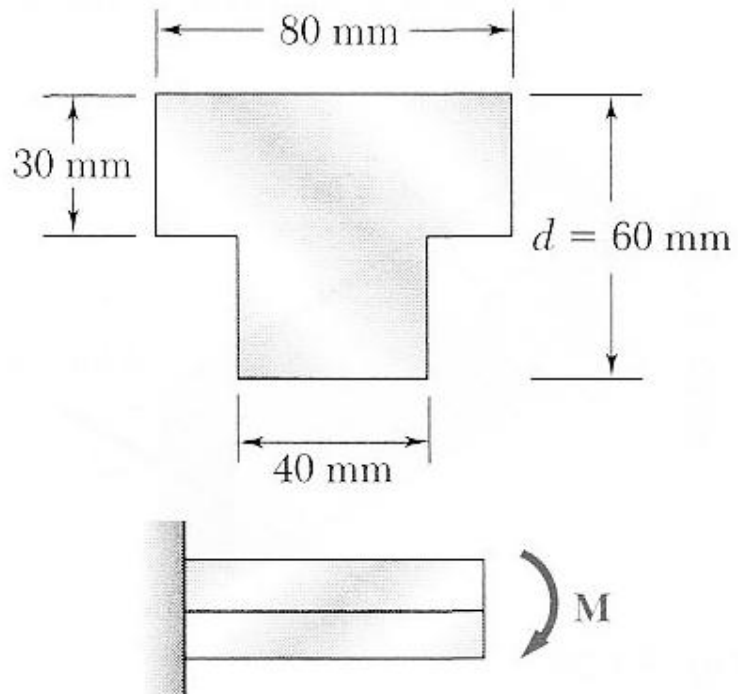
Fig. P4.19

4.20 إذا علمت أن العارضة المبينة لها اجهاد الشد المسموح به  $120\text{MPa}$  واجهاد الانضغاط مسموح به  $150\text{MPa}$  ، حدد أقصى قيمة ممكنة لعزم الانثناء  $M$  يمكن التأثير بها الجواب:  $3.79\text{KN.m}$



**Fig. P4.20**

4.22 العارضة المبينة مصنوعة من النايلون الذي له أقصى اجهاد شد مسموح به 24MPa وأقصى اجهاد انضغاط مسموح به 30MPa ، حدد اقصى عزم انثناء  $M$  يمكن التأثير به على العارضة



**Fig. P4.22**

4.23 حل مسألة 4.22 على فرض أن  $d=80\text{mm}$

4.31 (أ) استخدم قيمة أقصى إجهاد مسموح به مقدارها  $120\text{MPa}$  ، وحدد أقصى عزم انثناء  $M$  يمكن التأثير به على العارضة التي لها المقطع العرضي المبين (ب) حل فرع (أ) على فرض ان المقطع العرضي مربع طول ضلعه  $80\text{mm}$   
الجواب: (أ)  $9.17\text{KN.m}$  (ب)  $10.24\text{KN.m}$

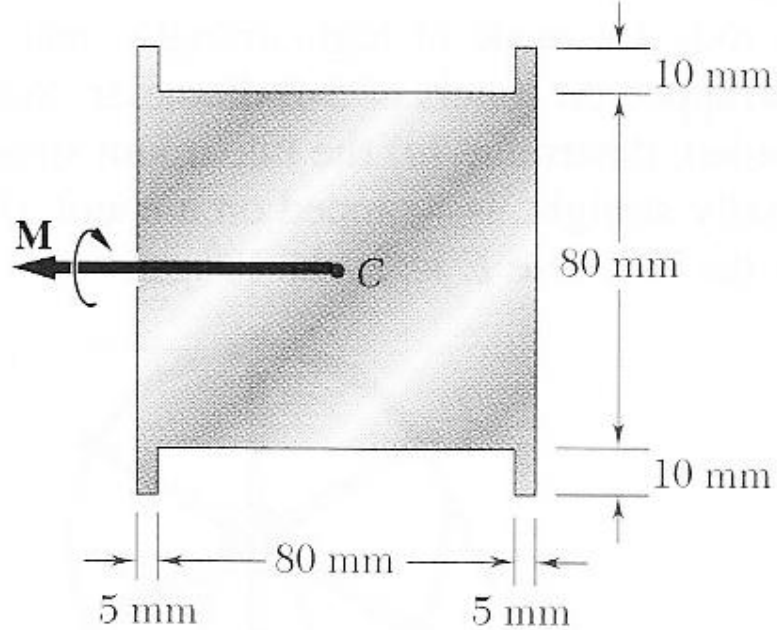


Fig. P4.31

#### 4.6 انثناء الأعضاء المكونة من عدة مواد

الدرس 4.4 كان يتحدث عن عضو مصنوع من مادة واحدة (متجانس) لها معامل مرونة  $E$  . إذا كان هذا العضو المعرض للانثناء الخالص مصنوع من مادتين أو أكثر لهما معاملي مرونة مختلفين؛ فإن طريقة حلنا بحاجة إلى تعديل.

لنأخذ على سبيل المثال قضيب مكون من قسمين مختلفي المادة مثبتان معاً كما في

المقطع العرضي المبين في الشكل 4.23

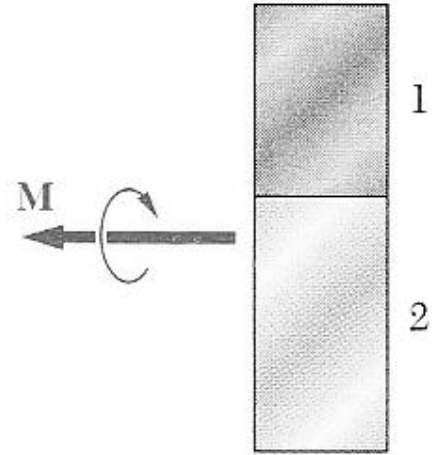


Fig. 4.23

الشكل 4.23

المادة الأولى لها معامل المرونة  $E_1$  والثانية لها معامل المرونة  $E_2$ ، ولنعرف  $n$  بـ

$$n = \frac{E_2}{E_1}$$

لايجاد الاجهاد في القضيب فلا بد أولاً من رسم المقطع المُحوَّل كما في الشكل 4.25

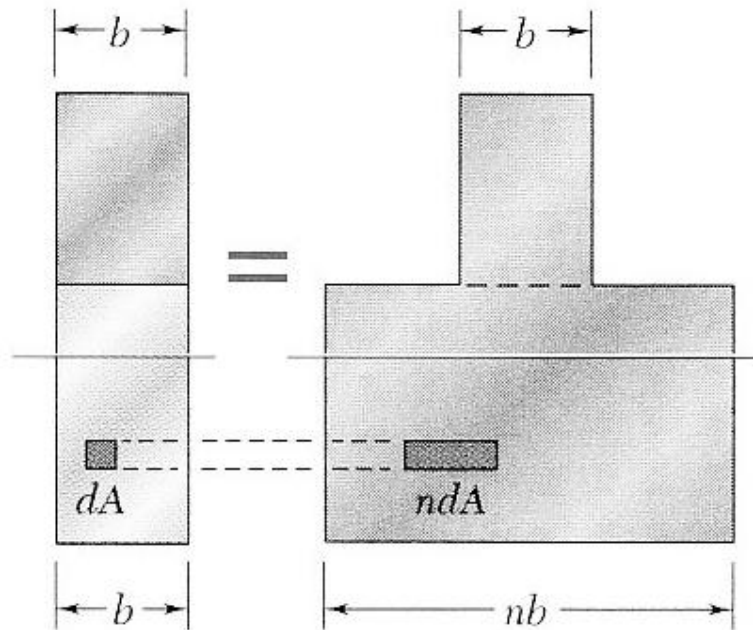


Fig. 4.25 Transformed section for composite bar.

الشكل 4.25

وذلك بضرب عرض المقطع العرضي للمادة الثانية بـ  $n$  . لاحظ أن عرض المادة الثانية سوف يزداد عندما  $n > 1$  ويتناقص عندما  $n < 1$  ، وأن زيادة العرض يجب أن تكون في اتجاه موازي لمحور التعادل .

بعد الحصول على المقطع المحول نحسب المركز المتوسط له (محور التعادل يمر به) ثم نحسب عزم القصور الذاتي له حول المركز المتوسط (I)؛ تماماً كما كنا نفعل في المادة المتجانسة .

ثم نحسب الاجهاد  $s_x$  للمقطع المحول بالمعادلة

$$s_x = -\frac{M y}{I} \dots\dots\dots 4.16$$

وهذا الاجهاد هو نفس الاجهاد للمادة الأولى ، أي

$$s_{x1} = -\frac{M y}{I}$$

أما الاجهاد للمادة الثانية فنضرب المعادلة السابقة بـ  $n$  ، أي

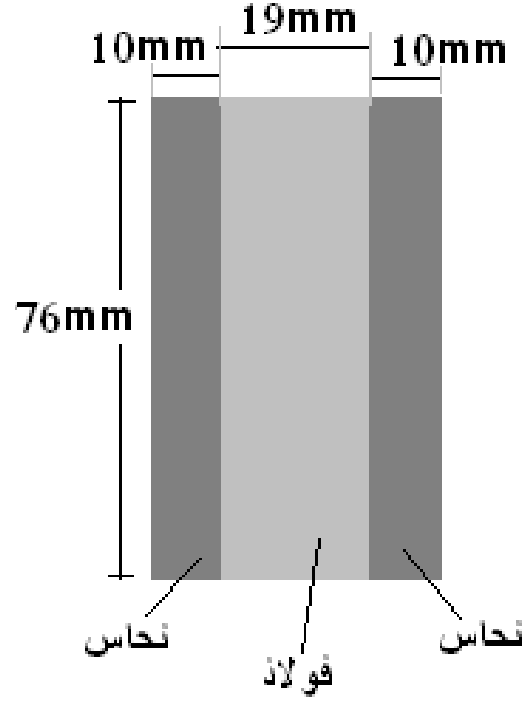
$$s_{x2} = -n \frac{M y}{I}$$

أما مقدار التقوس ونصف قطر التقوس فيحسب بالمعادلة

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_1 I}$$

#### مثال 4.03

قضيب مصنوع من قطع متصلة من الفولاذ (steel) ( $E_s = 200GPa$ ) والنحاس (brass) ( $E_b = 1050GPa$ ) والمقطع العرضي مبين في الشكل. حدد الاجهاد الأقصى في الفولاذ والنحاس عندما يكون القضيب معرض لعزم انثناء خالص مقداره  $M=4.5KN.m$



**Fig. 4.27**

الشكل 4.27

**الحل**

المقطع المحول: المقطع المحول هو مقطع مكافئ لقضيب مصنوع من النحاس كما في الشكل

4.28 ، حيث

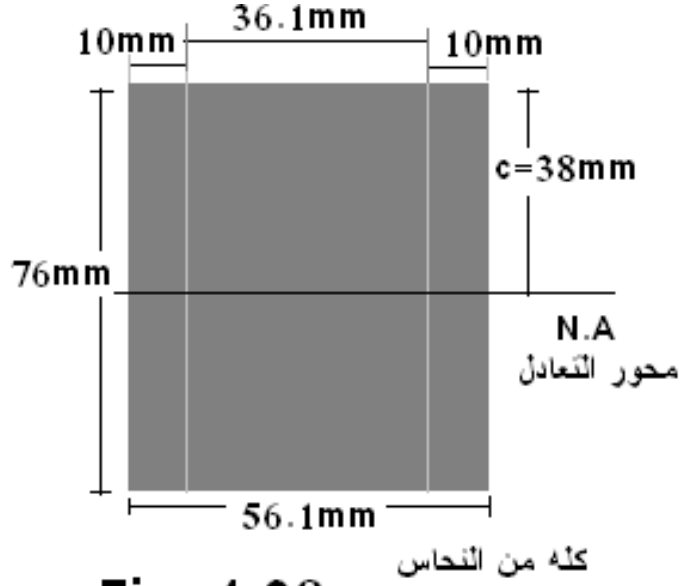
$$n = \frac{E_s}{E_b} = 1.9$$

حيث نحصل على عرض القطعة النحاسية الوسطى (بديلة الفولاذية في المقطع الأصلي)

بضرب العرض الأصلي بـ  $n=1.9$  ، أي

$$1.9 \times 19 \text{mm} = 36.1 \text{mm}$$





**Fig. 4.28**

الشكل 4.28

لاحظ أن التغيير في الأبعاد حصل في اتجاه موازي لمحور التعادل ، وعزم القصور الذاتي للمقطع المحول يساوي

$$I = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{12} (56.1mm)(76mm)^3 = 2.05 \times 10^6 mm^4 = 2.05 \times 10^{-6} m^4$$

وأقصى بعد عن محور التعادل هو  $c = 76/2 = 38mm$

باستخدام معادلة 4.16 نحصل على الاجهاد الأقصى للمقطع المحول ( $y = y_{max} = c$ )، أي

$$S_m = \frac{M c}{I} = \frac{(4.5 \times 10^3 N.m)(38 \times 10^{-3} m)}{2.05 \times 10^{-6} m^4} = 83.4 MPa$$

وهو نفس الاجهاد الأقصى للنحاس، أي

$$S_{brass} = 83.4 MPa$$

أما الاجهاد الأقصى للحديد فهو الاجهاد الأقصى للمقطع المحول مضروب بـ  $n$  ، أي

$$S_{steel} = n S_m = 1.9 \times 83.4 MPa = 158.5 MPa$$

#### 4.7 تركيز الاجهاد

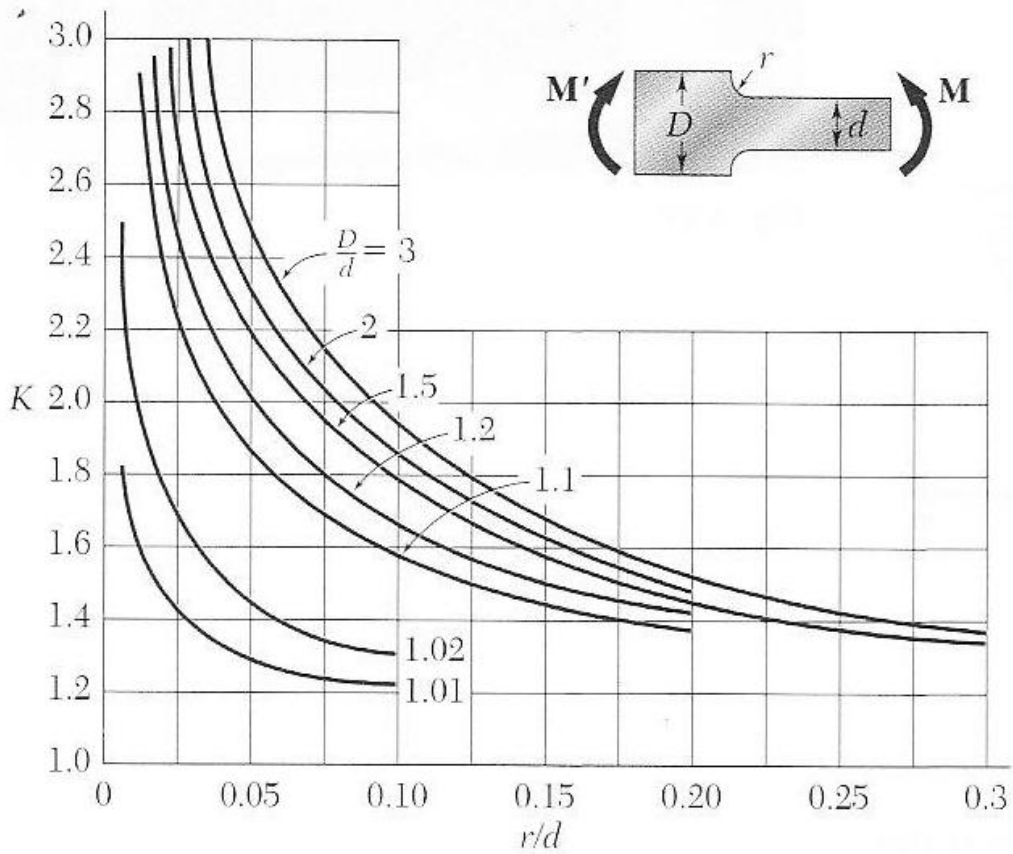
العلاقة  $S_m = Mc / I$  التي أخذناها في درس 4.4 هي للأعضاء التي لها مستوى

تمائل ومقطع عرضي ثابت ، مع مراعاة أن أطراف العضو يحصل بها تركيز للاجهاد إذا أثرت العزوم  $M$  و  $M'$  على الأطراف مباشرة (أي دون توزيعها على الأطراف بواسطة صفائح صلابة موصولة به) .

تركز الاجهاد يحصل أيضاً عندما يكون هناك تغير مفاجئ في المقطع العرضي

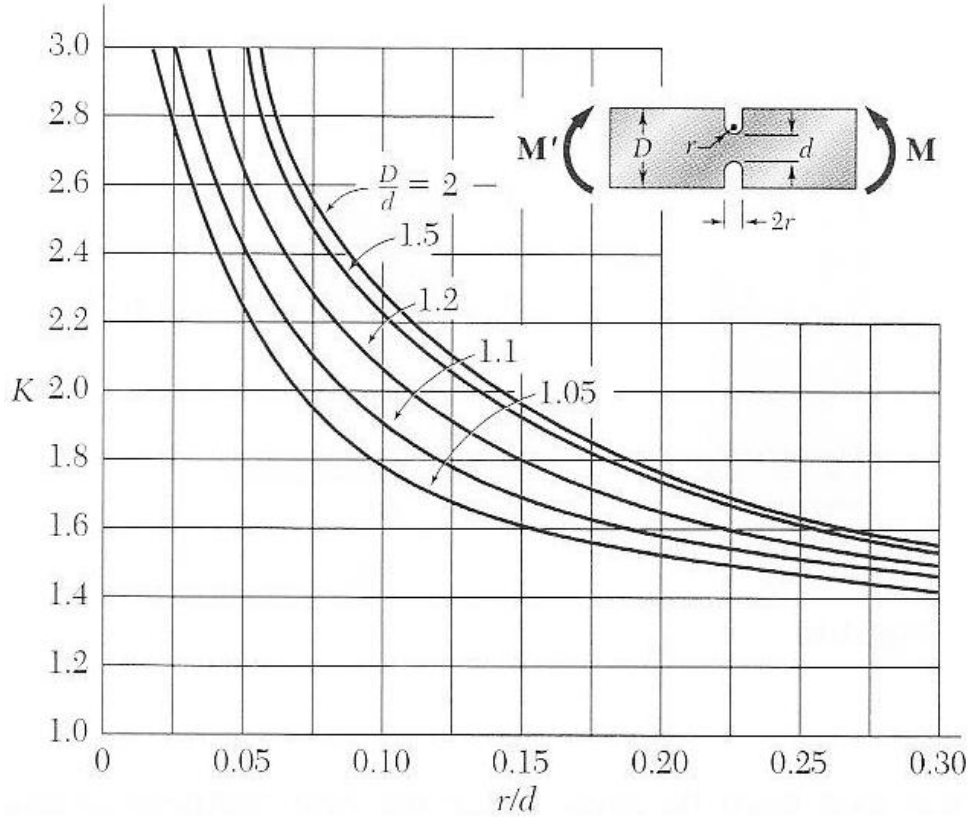
للعضو. وسندرس حالتين، الحالة الأولى هي حالة قضيب مسطح مع تغير مفاجئ في عرضه

على شكل منحنى اتصال، والحالة الثانية هي لقضيب مسطح به تلمين (مثلى تلم). ويتم تحديد معامل تركيز الاجهاد  $K$  بالاستعانة بالشكلين 4.31 و 4.32



**Fig. 4.31** Stress-concentration factors for *flat bars* with fillets under pure bending.

الشكل 4.31



**Fig. 4.32** Stress-concentration factors for *flat bars with grooves* under pure bending.†

الشكل 4.32

وقيمة الاجهاد الأقصى في المنطقة الحرجة (الأضيق) تعطى بالعلاقة

$$s_m = K \frac{Mc}{I} \dots\dots\dots 4.29$$

حيث K هو معامل تركيز الاجهاد و c و I هي للمنطقة الحرجة ، أي التي لها العرض d في الشكلين السابقين . يلاحظ من الشكلين أهمية كون نصف القطر r كبير .

أخيراً ، لا بد من الإشارة إلى أن قيمة K المأخوذة من الشكلين هي لحالة  $s < s_y$ .

#### مثال 4.04

تلمين عمقهما 10mm أحدثا في قضيب فولاذي عرضه 60mm وسمكه 9mm (الشكل 4.33) . حدد أقل عرض مسموح به للتلم بحيث لا يزيد الجهد في القضيب عن 150MPa عندما يكون عزم الانثناء مساوي لـ 180N.m

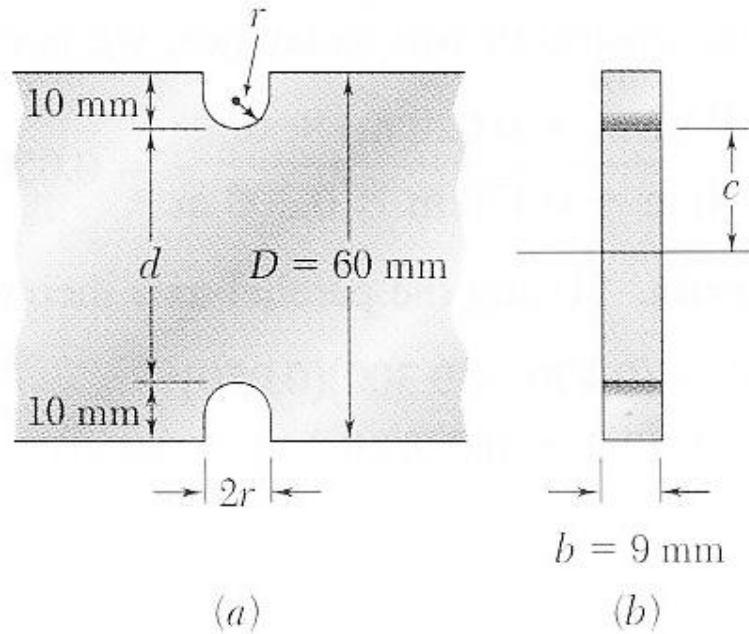


Fig. 4.33

الشكل 4.33

الحل

نلاحظ من الشكل 4.33a أن

$$D = 60\text{mm} - 2(10\text{mm}) = 40\text{mm}$$

$$c = d/2 = 40\text{mm}/2 = 20\text{mm}$$

$$b = 9\text{mm}$$

وعزم القصور الذاتي للمقطع الحرج حول محور التماثل هو

$$I = \frac{1}{12}bd^3 = \frac{1}{12}(9 \times 10^{-3}\text{m})(40 \times 10^{-3}\text{m})^3 = 48 \times 10^{-9}\text{m}^4$$

قيمة  $Mc/I$  هي

$$I = \frac{1}{2}bd^3 = \frac{\frac{1}{2}(9 \times 10^{-3})(20 \times 10^{-3})^3}{48 \times 10^{-9}\text{m}^4} = 75\text{MPa}$$

$$\frac{Mc}{I} = \frac{(180\text{N.m})(20 \times 10^{-3}\text{m})}{48 \times 10^{-9}\text{m}^4} = 75\text{MPa}$$

بتعويض هذه القيمة في معادلة 4.29 وتعويض  $S_m = 150\text{MPa}$  نحصل على

$$150\text{MPa} = K(75\text{MPa})$$

$$\Rightarrow K = 2$$

أيضاً لدينا

$$\frac{D}{d} = \frac{60\text{mm}}{40\text{mm}} = 1.5$$

وباستخدام الشكل 4.32 لـ  $\frac{D}{d}=1.5$  فإن  $K=2$  هي لـ  $\frac{r}{d}$  تساوي 0.13

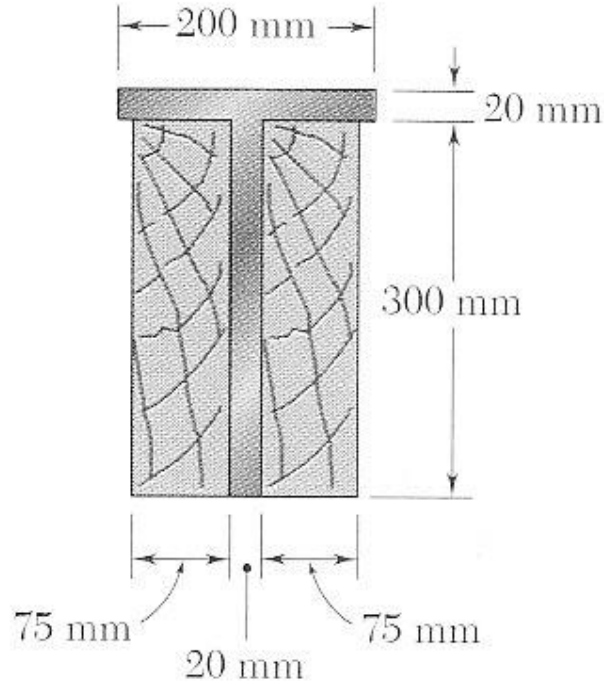
$$\frac{r}{d} = 0.13 \quad \Rightarrow r = 0.13d = 0.13(40\text{mm}) = 5.2\text{mm}$$

لذا أقل عرض ممكن للتلم هو

$$2r=2(5.2\text{mm})=10.4\text{mm}$$

### مثال نمونجي 4.3

قطعتي فولاذ (steel) ملحومتين معاً لتشكلاً عارضة على شكل T ، تم تقوية العارضة بتثبيتها بإحكام بالبراغي مع عارضتين خشبيتين (wood) على جانبيها كما في الشكل. معامل المرونة هو 12.5GPa للخشب و 200GPa للفولاذ . إذا علمت أن عزم الانثناء  $M=50\text{KN.m}$  يؤثر على هذه العارضة الكلية ؛ حدد (أ) الاجهاد الأقصى في الخشب (ب) الاجهاد على السطح العلوي للفولاذ



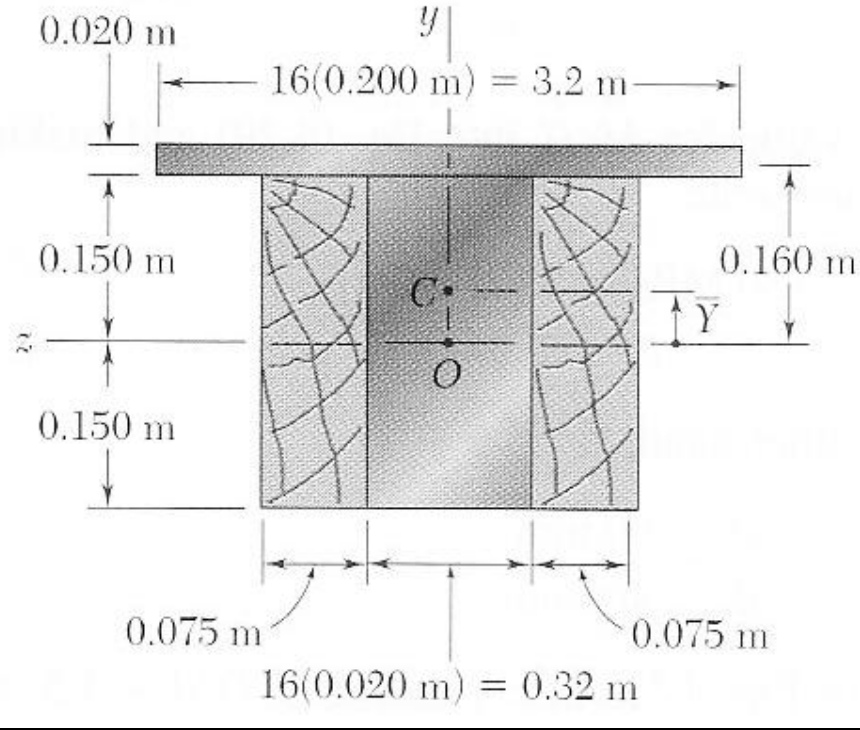
الحل

المقطع المحول

أولاً نحسب النسبة  $n$

$$n = \frac{E_s}{E_w} = \frac{200\text{GPa}}{12.5\text{GPa}} = 16$$

بضرب البعد الأفقي للحديد بـ  $n=16$  نحصل على المقطع المحول إلى مقطع خشبي  
(افتراضياً) كما في الشكل



محور التعادل

محور التعادل يمر في المركز المتوسط للمقطع المحول، وبما أن المقطع يتكون من  
مستطيلين، لذا

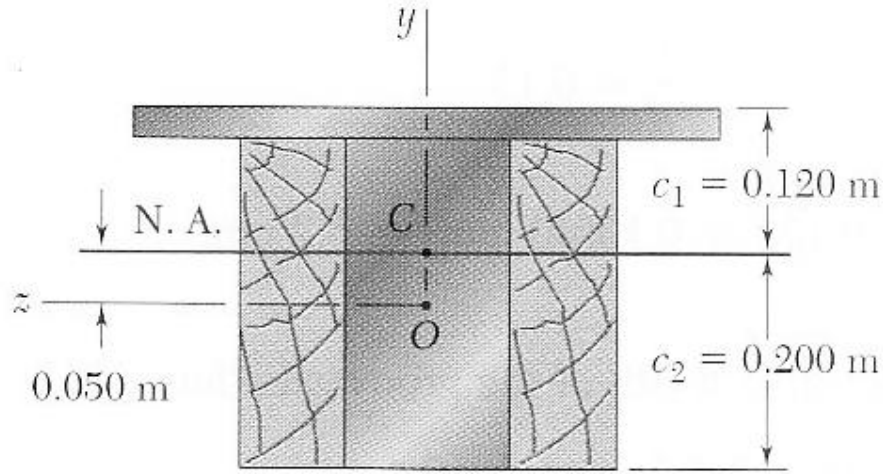
$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{y}A}{\sum A} = \frac{(0.16m)(3.2m \times 0.02m) + 0}{3.2m \times 0.02m + 0.47m \times 0.3m} = 0.05m$$

عزم القصور الذاتي حول المركز المتوسط

$$I = \frac{1}{12}(0.470)(0.3)^3 + (0.470 \times 0.3)(0.05)^2$$

$$+ \frac{1}{12}(3.2)(0.02)^3 + (3.2 \times 0.02)(0.16 - 0.05)^2$$

$$\Rightarrow I = 2.19 \times 10^{-3} m^4$$



(أ) الاجهاد الأقصى في الخشب: أبعد نقطة في الخشب عن محور التعادل هي على الحافة السفلية، أي  $c_2 = 0.2m$ ، وبالتالي

$$s_w = \frac{M c_2}{I} = \frac{(50 \times 10^3 \text{ N.m})(0.2m)}{2.19 \times 10^{-3} \text{ m}^4} = 4.57 \text{ MPa}$$

(ب) الاجهاد في الفولاذ: على الحافة العلوية  $c_1 = 0.12m$ ، لكن تذكر أن المقطع محول لذا نضرب بـ  $n$ ، أي

$$s_s = n \frac{M c_1}{I} = 16 \frac{(50 \times 10^3 \text{ N.m})(0.12m)}{2.19 \times 10^{-3} \text{ m}^4} = 43.8 \text{ MPa}$$

#### مسائل

4.39 صفيحتين معدنيتين مثبتتين بإحكام بالعارضة ذات المقطع العرضي المربع  $(30 \times 30 \text{ mm})$ . استخدم البيانات المعطاة في الجدول والشكل واحسب أقصى عزم انثناء عندما يكون الانثناء حول المحور الأفقي

الجواب:  $1.24 \text{ kN.m}$

	ألومنيوم (Aluminum)	نحاس (brass)
معامل المرونة (E)	70GPa	105GPa
الاجهاد المسموح به ( $s_{all}$ )	100MPa	160MPa



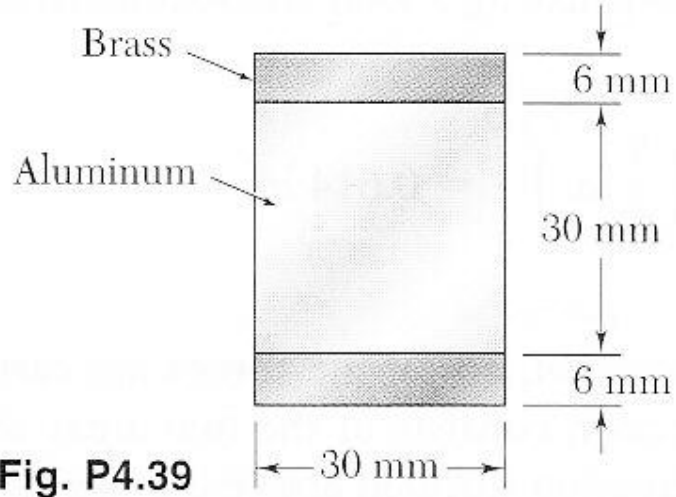


Fig. P4.39

4.40 صفيحتين معدنيتين مثبتتين بإحكام بالعارضة ذات المقطع العرضي المربع (30x30mm). استخدم البيانات المعطاة في الجدول السابق والشكل التالي واحسب أقصى عزم انثناء عندما يكون الانثناء حول المحور الأفقي  
الجواب: 1.043KN.m

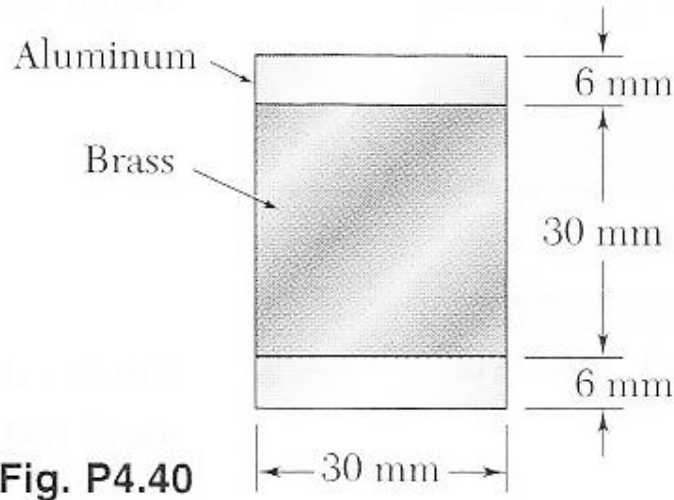


Fig. P4.40

4.41 أعد حل مسألة 4.39 عندما يكون الانثناء حول المحور العمودي

4.42 أعد حل مسألة 4.40 عندما يكون الانثناء حول المحور العمودي

4.45 قطعة من النحاس (copper) ( $E_c = 105GPa$ ) وأخرى من الألمنيوم (aluminum) ( $E_a = 75GPa$ ) مثبتتان معاً لتشكلا العارضة المبينة في الشكل. إذا علمت أن العارضة



ستنتهي حول المحور الأفقي بواسطة عزم  $M=35\text{N.m}$ ؛ حدد الاجهاد الأقصى في (أ) الألمنيوم (ب) النحاس  
 الجواب: (أ)  $-56\text{MPa}$  (ب)  $66.4\text{MPa}$

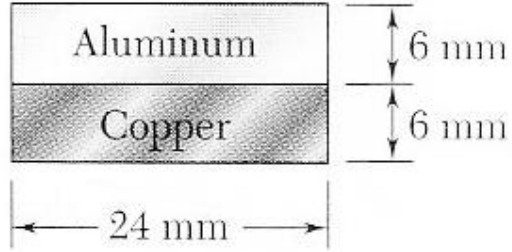


Fig. P4.45

4.46 قطعة من النحاس (copper) ( $E_c = 105\text{GPa}$ ) وأخرى من الألمنيوم (aluminum) ( $E_a = 75\text{GPa}$ ) مثبتتان معاً لتشكلا العارضة المبينة في الشكل. إذا علمت أن العارضة ستنتهي حول المحور الأفقي بواسطة عزم  $M=35\text{N.m}$ ؛ حدد الاجهاد الأقصى في (أ) الألمنيوم (ب) النحاس  
 الجواب: (أ)  $-56\text{MPa}$  (ب)  $68.4\text{MPa}$

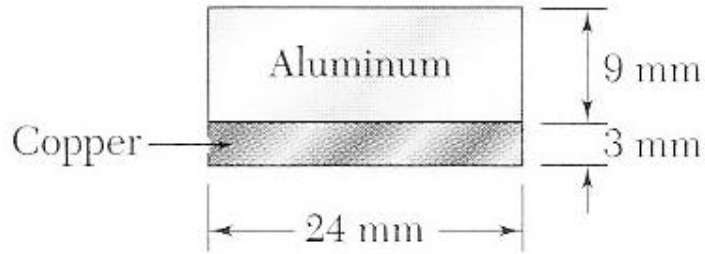


Fig. P4.46

4.49 للعارضة المبينة في مسألة 4.45 حدد نصف قطر التقوس الحاصل بواسطة عزم انثناء مقداره  $35\text{N.m}$   
 الجواب:  $8.7\text{m}$

4.50 للعارضة المبينة في مسألة 4.46 حدد نصف قطر التقوس الحاصل بواسطة عزم انثناء مقداره  $35\text{N.m}$   
 الجواب:  $8.59\text{m}$

4.69 إذا علمت أن  $M=250\text{N.m}$  ، حدد أقصى إجهاد في العارضة المبينة في الشكل عندما يكون نصف قطر منحنى الاتصال يساوي (أ) 4mm (ب) 8mm  
 الجواب: (أ) 219MPa (ب) 176MPa

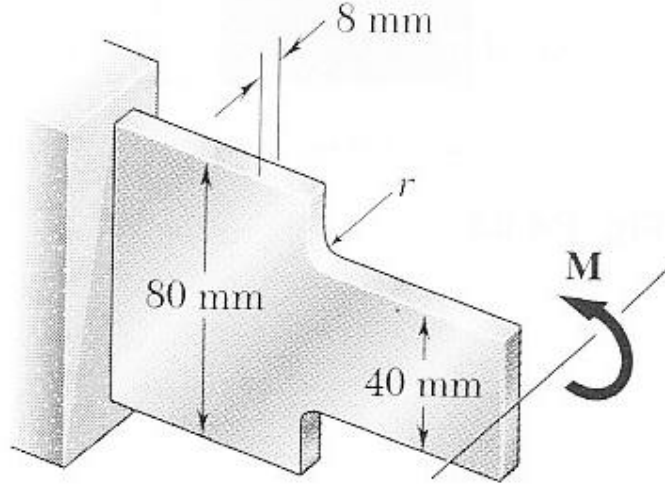


Fig. P4.69 and P4.70

4.70 إذا علمت أن الاجهاد المسموح به للعارضة هو 90MPa حدد عزم الانثناء M المسموح به عندما يكون نصف قطر منحنى الاتصال يساوي (أ) 8mm (ب) 12mm  
 الجواب: (أ) 128MPa (ب) 142MPa

4.73 الاجهاد المسموح به للقضيب الفولاذي في الشكل التالي هو 80MPa ؛ حدد أقصى عزم انثناء M يمكن التأثير به على القضيب عندما (أ) نحدث تلمين في القضيب الجزء نصف الدائري منهما له نصف قطر مقداره  $r=15\text{mm}$  كما في الشكل P4.73a (ب) إذا قصصنا المادة من أعلى التلمين للحصول على الشكل P4.73b

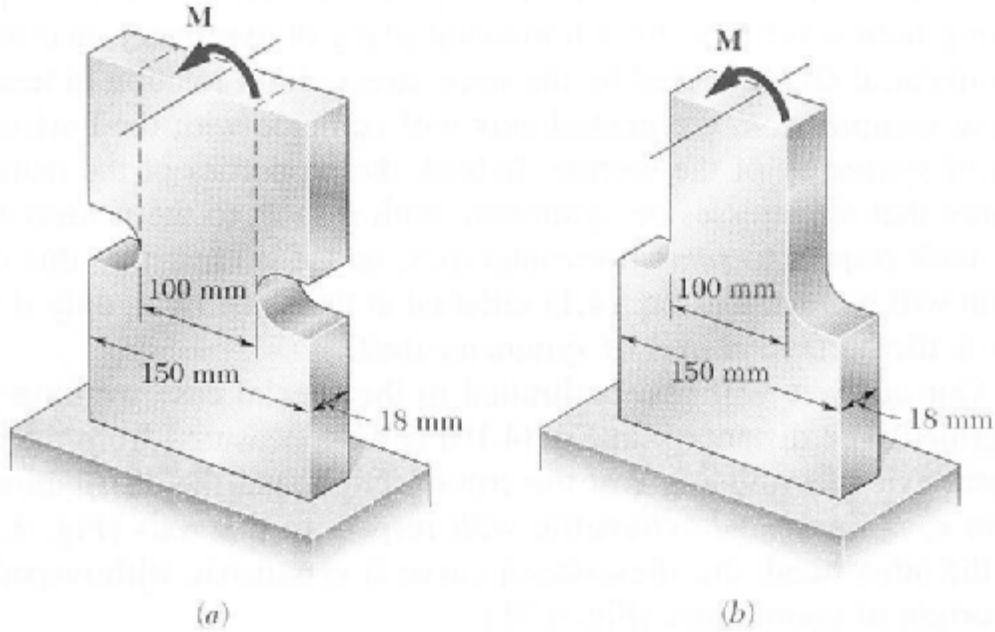
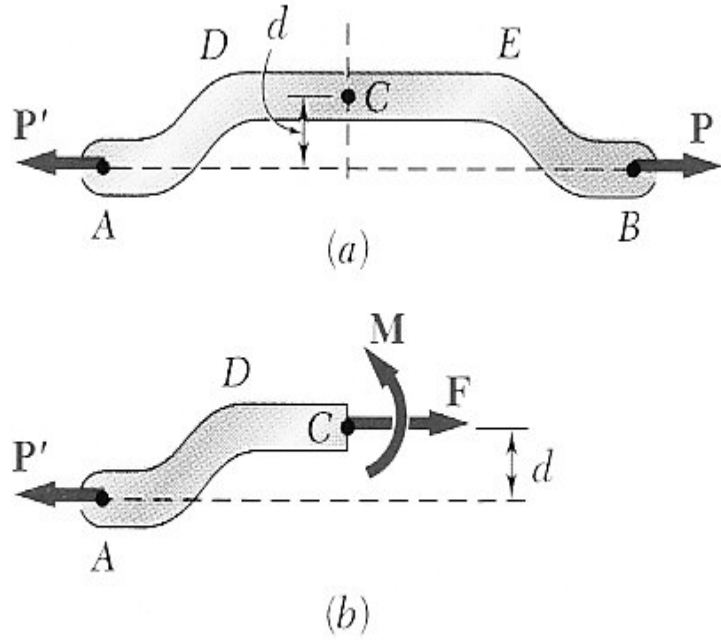


Fig. P4.73 and P4.74

4.74 عزم انثناء مقداره  $M=2\text{KN.m}$  يؤثر على نهاية القضيب الفولاذي. حدد أقصى إجهاد في القضيب عندما (أ) نحدث ثلمين في القضيب الجزء نصف الدائري منهما له نصف قطر مقداره  $r=10\text{mm}$  كما في الشكل P4.74a (ب) إذا قصصنا المادة من أعلى الثلمين للحصول على الشكل P4.74b

#### 4.12 الحمل المحوري اللامتراكز المؤثر في مستوى التماثل

رأينا في درس 1.5 أن توزيع الاجهادات على المقطع العرضي للعضو المؤثر عليه حمل محوري يكون منتظم إذا كان خط تأثير القوى  $P$  و  $P'$  يمر في المركز المتوسط للمقطع العرضي ، وهذا الحمل يسمى متراكز. لندرس الآن توزيع الاجهادات عندما لا يمر خط تأثير القوتين بالمركز المتوسط للمقطع العرضي، اي الحمل اللامتراكز. في هذا الدرس سوف يقتصر حديثنا على الأعضاء التي تمتلك مستوى تماثل، والتي تؤثر القوى فيها ضمن هذا المستوى (الشكل 4.48a).



**Fig. 4.48**

الشكل 4.48

القوة الداخلية المؤثرة على مقطع معين يمكن كتابتها على صورة قوة  $F$  تؤثر على المركز المتوسط  $C$  للمقطع وعزم  $M$  يؤثر في مستوى التماثل للعضو (الشكل 4.48b). وباستخدام شئ من الاستاتييات نحصل على مقادير  $F$  و  $M$  كالتالي

$$F=P$$

$$M=Pd$$

حيث  $d$  هي المسافة بين المركز المتوسط وخط تأثير القوتين  $P$  و  $P'$  (أي الخط  $AB$ ). نلاحظ الآن أن القوى الداخلية في المقطع تكافئ القوى الداخلية للحالة المبينة في

الشكل 4.49

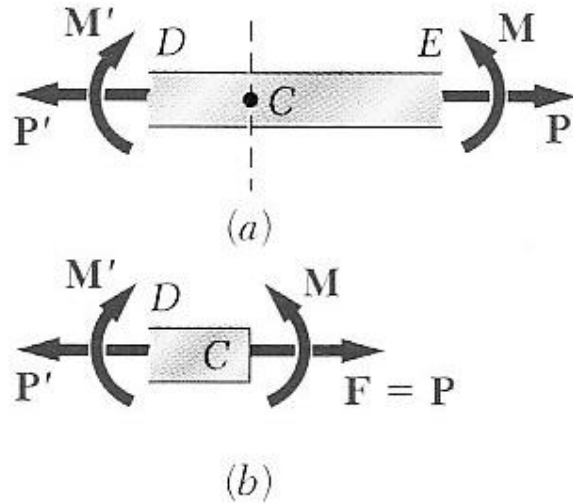


Fig. 4.49

الشكل 4.49

لذا فإن توزيع الاجهاد للحمل اللامتراكز (eccentric) يمكن الحصول عليه بجمع الاجهاد المنتظم للقوة المتراكزة (centric)  $P$  و  $P'$  مع الاجهاد الخطي لعزم الانثناء  $M$  (bending) و  $M'$  (الشكل 4.50) ، أي

$$s_x = (s_x)_{centric} + (s_x)_{bending}$$

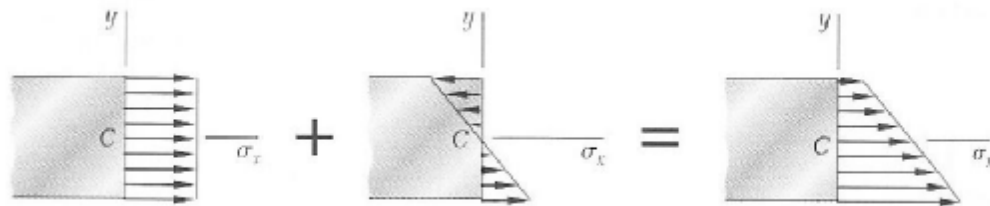


Fig. 4.50

الشكل 4.50

وباستخدام المعادلتين 1.5 و 4.16

$$s_x = \frac{P}{A} - \frac{My}{I} \dots\dots\dots 4.50$$

حيث  $A$  هي مساحة المقطع العرضي و  $I$  هي عزم القصور الذاتي حول المركز المتوسط، و  $y$  مقاسة من المحور المتوسط للمركز العرضي. أما محور التعادل (N.A) فيصبح تعريفه هو المحور الذي تكون عنده  $s_x = 0$  (ولا يمر بالمركز المتوسط) (أنظر الشكل 4.51).

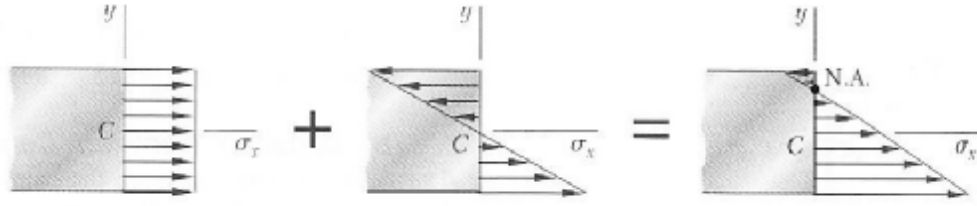


Fig. 4.51

الشكل 4.51

النتائج التي حصلنا عليها صحيحة فقط إذا كان  $s_x < s_y$  (للمادة اللدنة) و إذا كان مبدأ فينانت (درس 2.17) قابل للتطبيق ، والشرط الثاني معناه للشكل 4.48 هو أن لا يكون المقطع الذي نحسب له الاجهاد قريب جداً من النقطة D و E

مثال 4.07

القطعة المبينة في الشكل 4.52 مصنوعة من قضيب فولاذي دائري قطره 0.5mm ، إذا علمت أن القوة المؤثرة مقدارها 160N ، أحسب (أ) اجهاد الشد والانضغاط الأقصى في الجزء المستقيم من القطعة (ب) المسافة بين المركز المتوسط ومحور التعادل للمقطع العرضي .

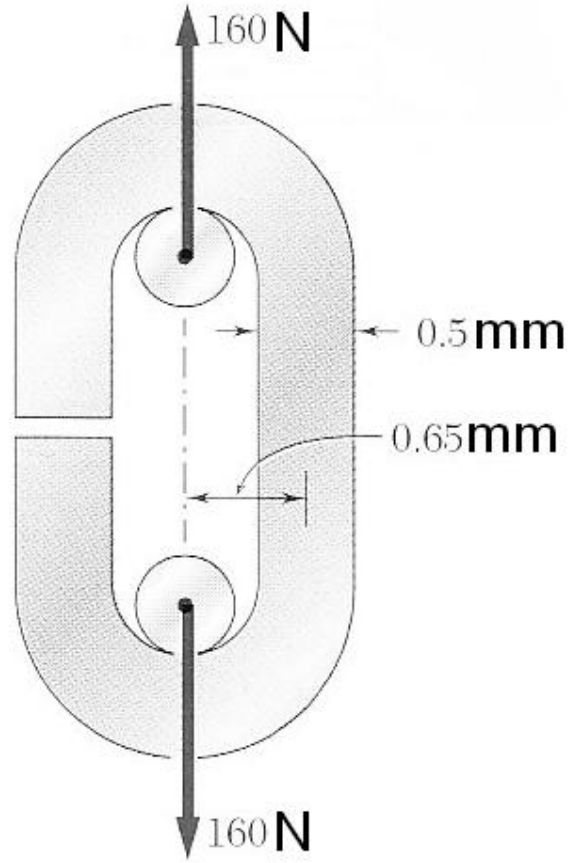


Fig. 4.52

الشكل 4.52

(أ) اجهاد الشد والانضغاط الأقصى : القوة الداخلية تكافئ قوة متراكزة  $P$  وعزم انثناء  $M$

(الشكل 4.53) ومقاديرهما

$$P=160\text{N}$$

$$M=Pd=(160\text{N})(0.65\text{mm})=104\text{N}\cdot\text{mm}$$

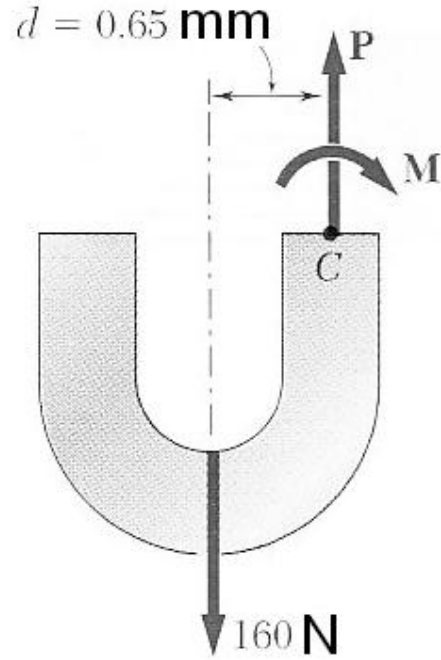


Fig. 4.53

الشكل 4.53

توزيع الاجهادين الناتجين موضح في الفرعين a و b من الشكل 4.54  
توزيع الاجهاد الناتج من القوة المتراكزة  $P$  منتظم ومقداره

$$s_0 = \frac{P}{A} = \frac{P}{p c^2} = \frac{160 \text{ N}}{p (0.25)^2} = 815 \text{ MPa}$$

توزيع الاجهاد الناتج من عزم الانثناء  $M$  خطي وله اجهاد أقصى مقداره

$$s_m = \frac{Mc}{I} = \frac{Mc}{\frac{p}{4} c^4} = \frac{(104 \text{ N}\cdot\text{mm})(0.25 \text{ mm})}{\frac{p}{4} (0.25 \text{ mm})^4} = 8475 \text{ MPa}$$



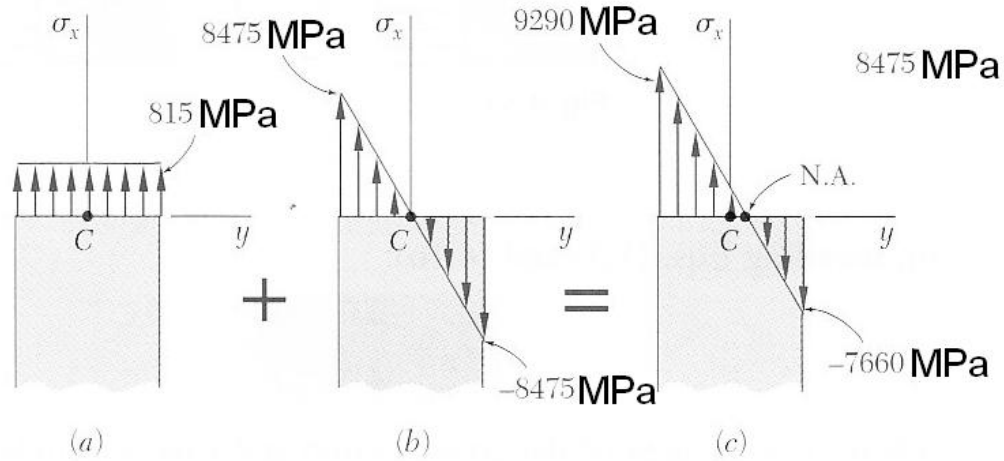


Fig. 4.54

الشكل 4.54

بجمع توزيعي الاجهاد نحصل على توزيع الاجهاد للقوة اللامتراكزة (الشكل 4.54c). اجهاد الشد (tensile) الأقصى واجهاد الانضغاط (compressive) الأقصى هما

$$(S_t)_{\max} = S_0 + S_m = 815 + 8475 = 9290 \text{ MPa}$$

$$(S_c)_{\max} = S_0 - S_m = 815 - 8475 = -7660 \text{ MPa}$$

(ب) المسافة بين المركز المتوسط ومحور التعادل:

المسافة  $y_o$  بين المركز المتوسط ومحور التعادل تحسب بتعويض  $S_x = 0$  في معادلة (4.50) ونحل لـ  $y_o$ :

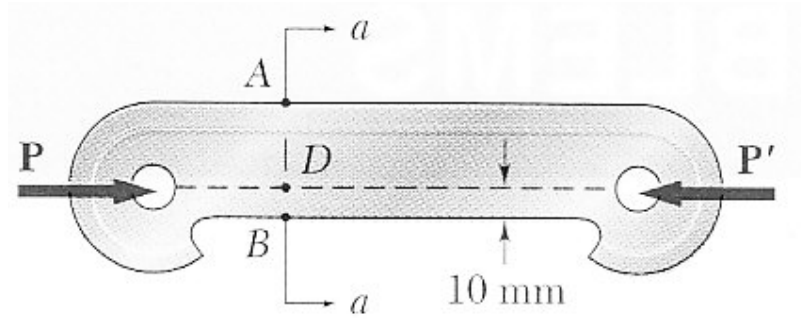
$$0 = \frac{P}{A} - \frac{My_o}{I}$$

$$y_o = \left( \frac{P}{A} \right) \left( \frac{I}{M} \right) = \left( \frac{160 \text{ N}}{p(0.25 \text{ mm})^2} \right) \left( \frac{\frac{p}{4} (0.25 \text{ mm})^4}{104 \text{ N.mm}} \right)$$

$$\Rightarrow y_o = 0.024 \text{ mm}$$

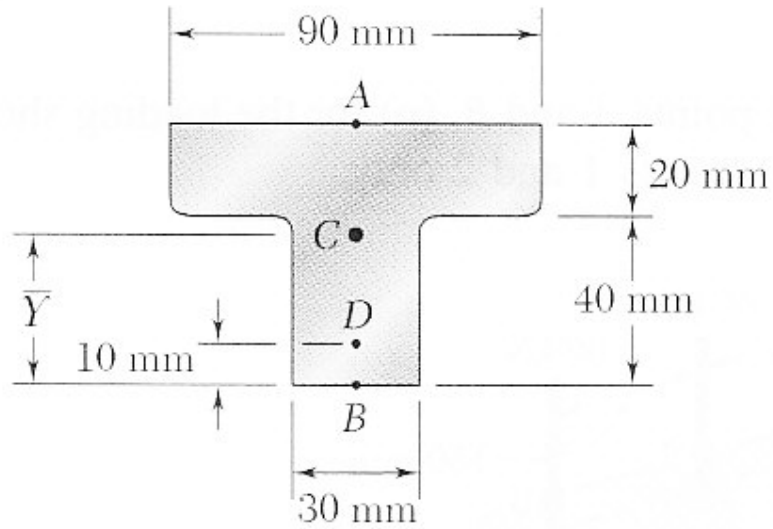
#### مثال نمودجي 4.8

إذا علمت أن القطعة الحديدية المبينة في الشكل لها قيمة الاجهاد المسموح به 30 MPa في حالة الشد و 120 MPa في حالة الانضغاط، حدد أقصى قوة P يمكن التأثير بها على القطعة. (ملاحظة: المقطع العرضي T لهذه القطعة تم دراسته سابقاً في مثال نمودجي 4.2)



الحل

خواص المقطع العرضي :



Section a-a

$$A = 3000 \text{ mm}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\bar{Y} = 38 \text{ mm} = 0.038 \text{ m}$$

$$I = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

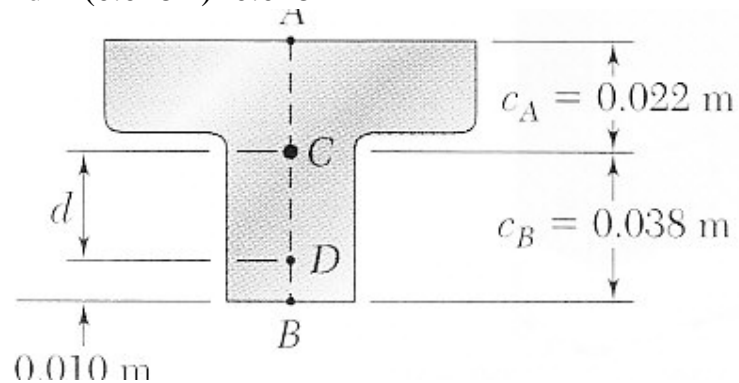
$$d = 0.038 \text{ m} - 0.01 \text{ m} = 0.028 \text{ m}$$

الآن نحسب d

القوة والعزم عند C: نسبتدل القوة P بقوة وعزم مكافئين عند C

$$P=P$$

$$M = Pd = P(0.028 \text{ m}) = 0.028P$$

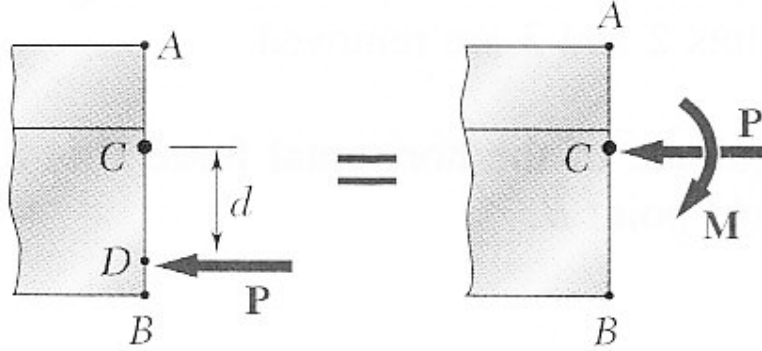


القوة P المؤثرة على المركز المتوسط تسبب اجهاد منتظم (الشكل 1 في الأسفل) والعزم M يسبب اجهاد خطي (الشكل 2 في الأسفل)

$$s_0 = \frac{P}{A} = \frac{P}{3 \times 10^{-3}} = 333P \quad (\text{انضغاط})$$

$$s_1 = \frac{M c_A}{I} = \frac{(0.028P)(0.022)}{868 \times 10^{-9}} = 710P \quad (\text{شد})$$

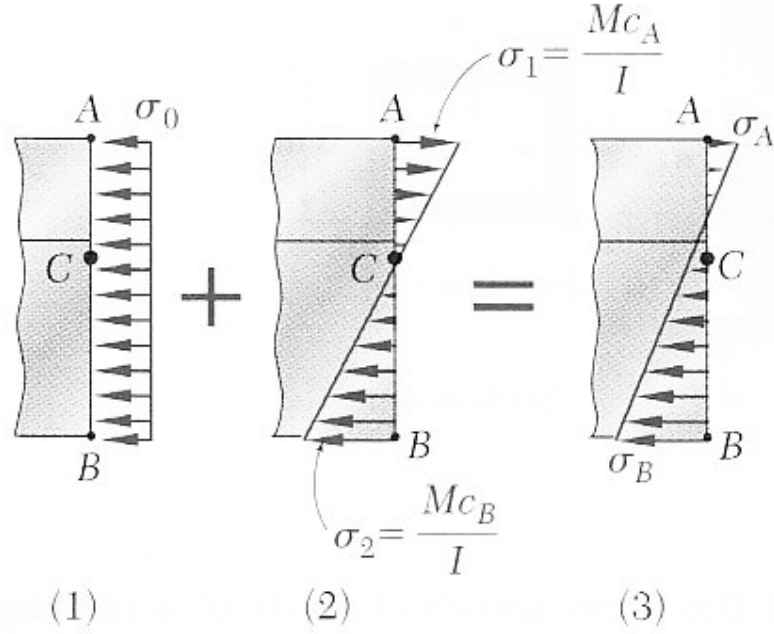
$$s_2 = \frac{M c_B}{I} = \frac{(0.028P)(0.038)}{868 \times 10^{-9}} = 1226P \quad (\text{انضغاط})$$



الجمع : توزيع الاجهاد الكلي (الشكل 3 من الشكل السابق) نحصل عليه بجمع الاجهاد الناتج من القوة المتراكزة P والاجهاد الناتج من العزم M . وبما أن الشد موجب والانضغاط سالب نحصل على

$$s_A = -\frac{P}{A} + \frac{M c_A}{I} = -333P + 710P = +377P \quad (\text{شد})$$

$$s_B = -\frac{P}{A} - \frac{M c_B}{I} = -333P - 1226P = -1559P \quad (\text{انضغاط})$$



أقصى قوة مسموح بها : قيمة P التي يكون فيها اجهاد الشد الأقصى مساو لاجهاد الشد المسموح به 30MPa هي

$$s_A = 377P = 30MPa$$

$$\Rightarrow P = 79.6KN$$

أيضا نحسب قيمة P التي يكون فيها الاجهاد عند B مساو لاجهاد الانضغاط المسموح به 120MPa

$$s_B = -1559P = -120MPa$$

$$\Rightarrow P = 77KN$$

أقصى قيمة لـ P يمكن التأثير بها دون تجاوز أي من الاجهادين المسموح بهما هي أقل القيمتين، أي

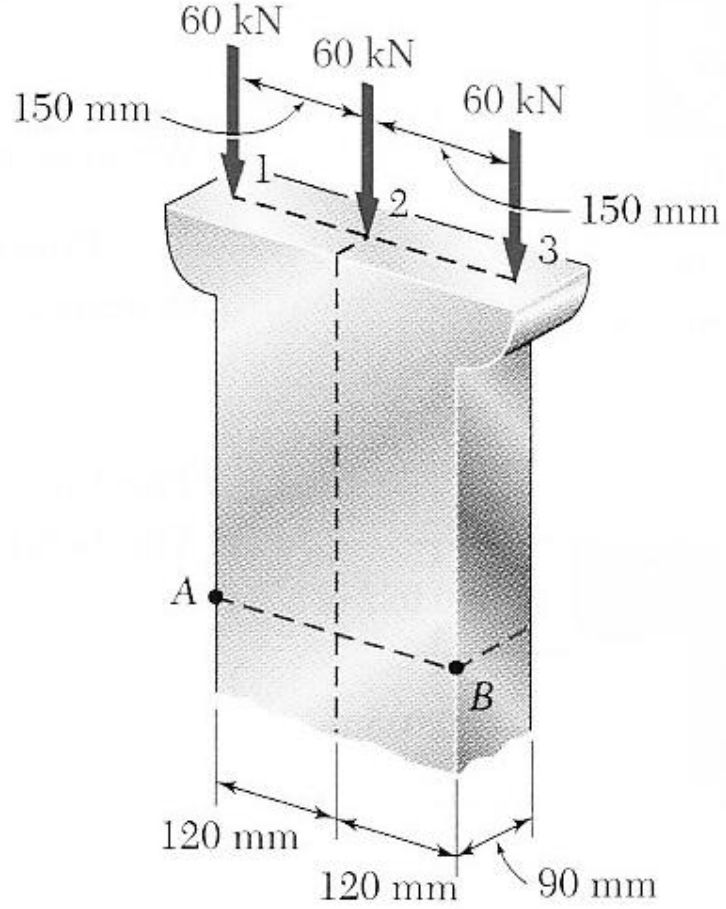
$$P = 77KN$$

#### مسائل

4.115 حدد الاجهادات عند النقاط A و B (أ) للقوة المبينة (ب) إذا كانت القوتين

60KN تؤثران فقط على النقطتين 1 و 2

الجواب: (أ) -8.33MPa ، -8.33MPa (ب) -15.97MPa ، 4.86MPa

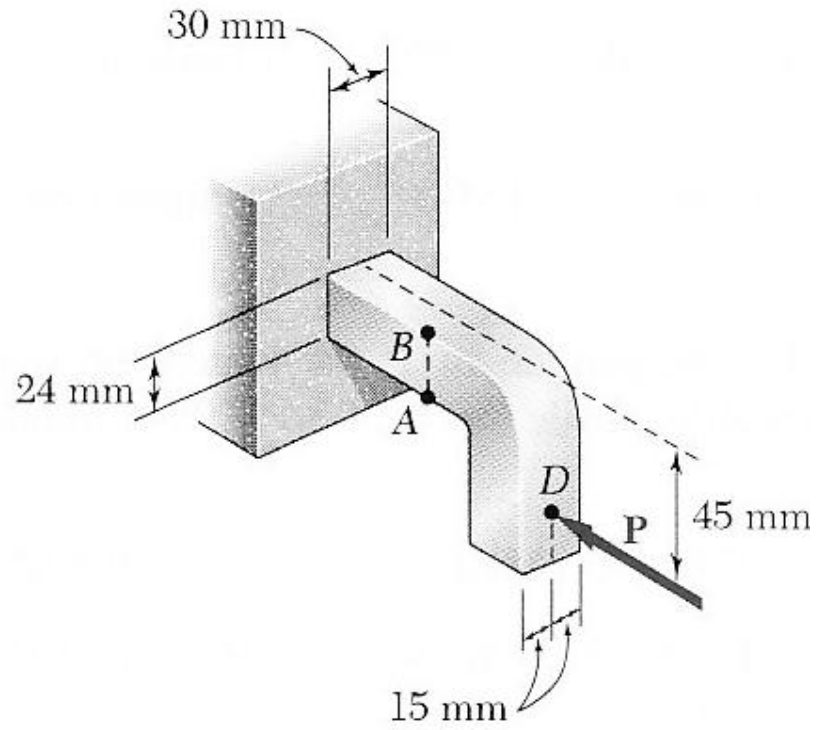


**Fig. P4.115 and P4.116**

4.116 حدد الاجهادات عند النقاط A و B (أ) للقوة المبينة (ب) إذا كانت القوة 60kN تؤثر فقط على النقطة 1

4.117 إذا علمت أن قيمة القوة الأفقية P هي 8kN حدد الاجهاد عند (أ) النقطة A (ب) النقطة B

الجواب: (أ) -102.8MPa (ب) 80.6MPa



**Fig. P4.117**

4.125 القوتين المبينتين تؤثران على بلاطة صلبة مثبتة بأنبوب فولاذي قطره الخارجي 140mm وقطره الداخلي 120mm . إذا علمت أن اجهاد الانضغاط المسموح به هو 100MPa حدد نطاق (range) القيم المسموح بها لـ P  
 الجواب:  $94.8\text{KN} < P < 117.3\text{KN}$

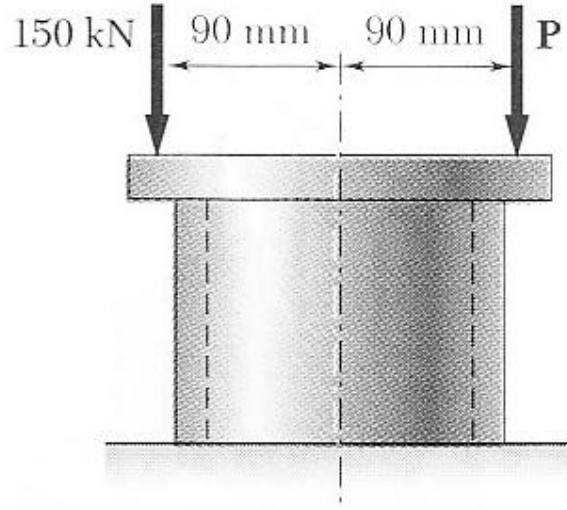


Fig. P4.125 and P4.126

4.126 القوتين المبينتين تؤثران على بلاطة صلبة مثبتة بأنبوب فولاذي قطره الخارجي 140mm وقطره الداخلي 120mm . حدد نطاق القيم المسموحة لـ P بحيث تكون جميع الاجهادات في الأنبوب اجهادات انضغاط وأقل من 100MPa  
الجواب:  $94.8\text{KN} < P < 117.3\text{KN}$

4.130 قضيب فولاذي ملحوم ببلاطة فولاذية لتشكل القطعة المبينة في الشكل. إذا علمت أن الاجهاد المسموح به 135MPa ، حدد (أ) أقصى قوة P يمكن التأثير بها (ب) موقع محور التعادل الناتج. (مساعدة: المركز المتوسط للمقطع العرضي عند C و  $I_z = 4195\text{mm}^4$   
الجواب: (أ) 2.54KN (ب) 3.89mm على يمين C

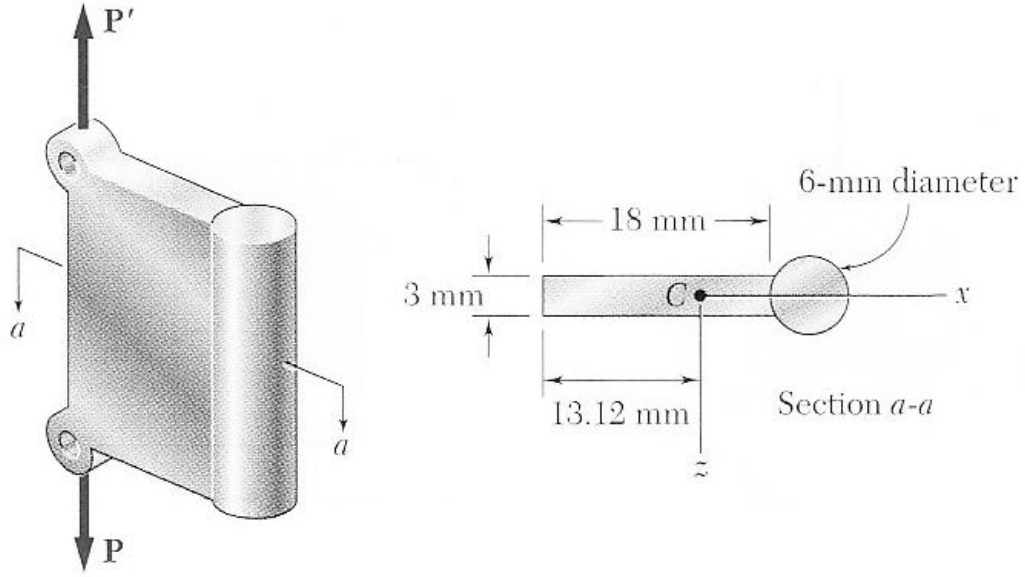


Fig. P4.130

4.131 إذا علمت أن الاجهاد الأقصى المسموح به هو 150MPa في المقطع a-a ، حدد  
 (أ) أقصى قيمة لـ P يمكن التأثير بها عند A (ب) موقع محور التعادل الناتج  
 الجواب: (أ) 40.3KN (ب) 56.3mm من الحافة اليسرى

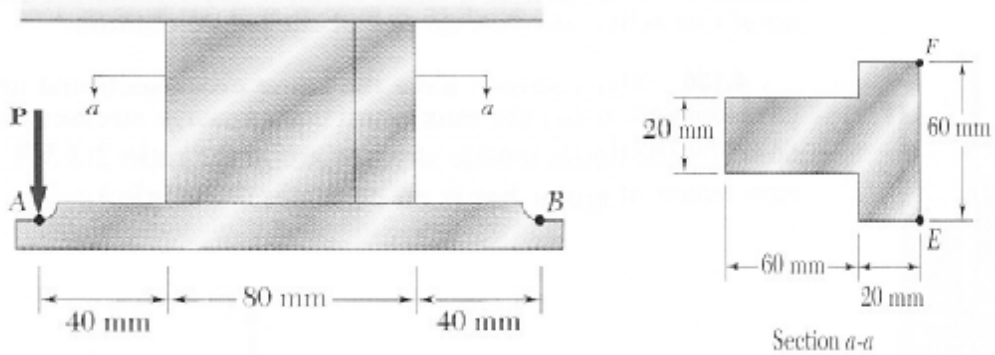


Fig. P4.131

4.132 حل مسألة 4.131 عندما تؤثر القوة P عند النقطة B  
 الجواب: (أ) 69.6KN (ب) 41.9mm من الحافة اليسرى

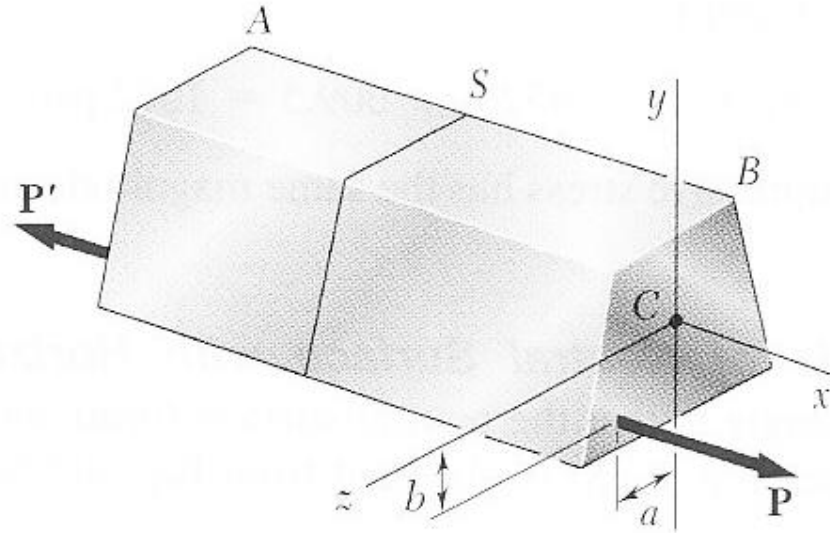
#### 4.14 الحالة العامة للحمل المحوري المتراكم

في الدرس 4.12 أخذنا الاجهاد الناتج من قوة لامتراكزة تؤثر في مستوى التماثل للعضو . الآن سوف ندرس الحالة الأعم عندما تكون القوة المحورية ليست في محور التماثل

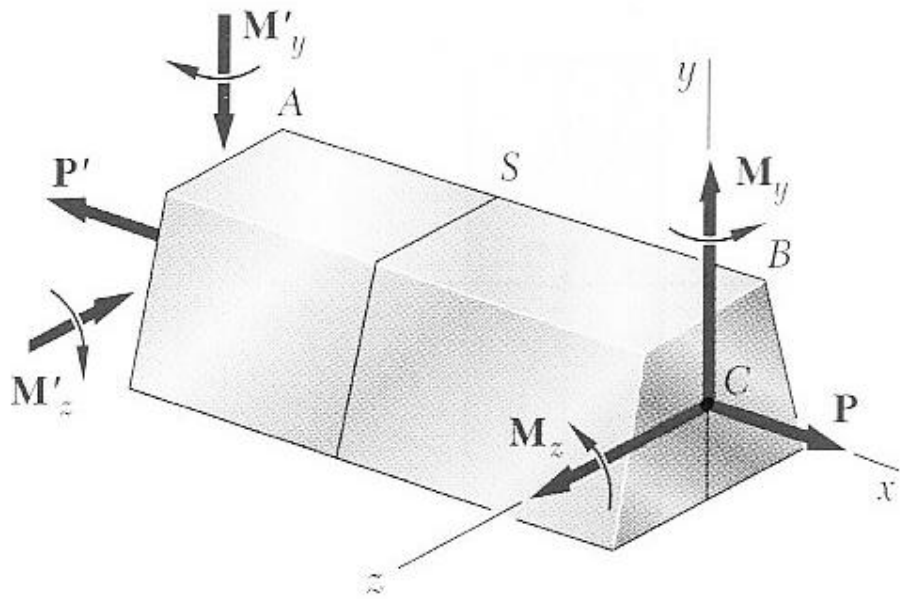


(والأعضاء التي سوف نتحدث عنها هي الأعضاء المتماثلة، أما الحالة الأعم فهي مشروحة في الكتاب الأصلي في درس 4.13 و 4.14).

لنأخذ العضو المستقيم AB المعرض لقوتين متساويتين ومتعاكستين ومحوريين ولامتراكزتين P و P` (الشكل 4.70a)، حيث a و b تمثلان المسافة بين خط تأثير القوة و المحاور الرئيسية المتوسطة للمقطع العرضي للعضو. القوة اللامتراكزة P تكافئ نظام مكون من قوة متراكزة P وعزمين  $M_y$  و  $M_z$  حيث  $M_y = Pa$  و  $M_z = Pb$  كما في الشكل 10.70a.



(a)



(b)

Fig. 4.70

الشكل 4.70

إن بفضل مبدأ فينانت (درس 2.17) نستطيع استبدال الحمل الأصلي (الشكل 4.70a) بحمل مكافئ (الشكل 4.70b) من أجل إيجاد توزيع الاجهاد في المقطع S ، طالما أن S ليس قريب جداً من أي من الطرفين . أيضاً الاجهادات الناتجة من الحمل في الشكل 4.70b يمكن الحصول عليها بجمع الاجهادات الناتجة من الحمل المحوري P والعزوم  $M_y$  و  $M_z$

. الاجهاد الناتج من الحمل المتراكز P معطى في معادلة 1.5 ، والاجهادات الناتجة من العزوم معطاة في معادلة 4.55 ؛ أي :

$$s_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \dots\dots\dots 4.58$$

حيث y و z مقياس من المحاور الرئيسية المتوسطة للمقطع العرضي. العلاقة تبين أن توزع الاجهادات على المقطع هو توزع خطي .  
عند حساب الاجهاد  $s_x$  لا بد من الانتباه الجيد إلى اشارة جميع الحدود .

#### مثال 4.09 (مختصر)

حمل عمودي مقداره 4.8kN يؤثر على العمود الخشبي ذو المقطع المستطيل 80x120mm (الشكل 4.71) ، أحسب الاجهادات عند النقاط D C B A

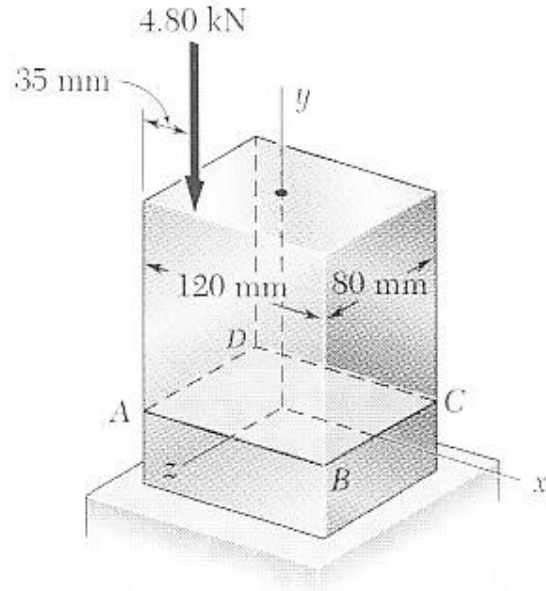


Fig. 4.71

الشكل 4.71

الحل

الحمل اللامتراكز المعطى سوف نستبدله بنظام مكافئ كما في الشكل 4.72 وهو

$$P = -4.8 \text{ kN}$$

$$M_x = (4.8 \text{ kN})(40 \text{ mm}) = 192 \text{ N.m}$$

$$M_z = (4.8 \text{ kN})(60 \text{ mm} - 35 \text{ mm}) = 120 \text{ N.m}$$

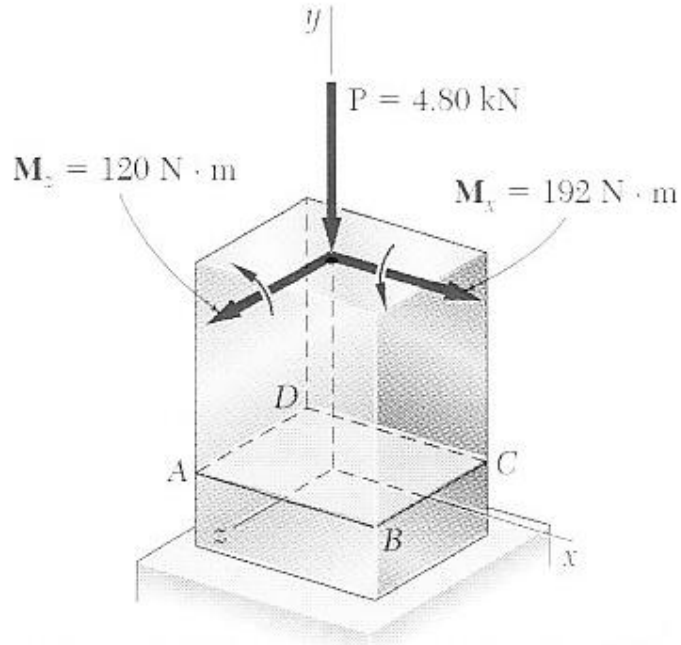


Fig. 4.72

الشكل 4.72

نحسب المساحة وعزمي القصور الذاتي حول المحاور المتوسطة للمقطع العرضي، أي

$$A = (0.08m)(0.12m) = 9.6 \times 10^{-3} m^2$$

$$I_x = \frac{1}{12}(0.12)(0.08)^3 = 5.12 \times 10^{-6} m^4$$

$$I_z = \frac{1}{12}(0.08)(0.12)^3 = 11.52 \times 10^{-6} m^4$$

الاجهاد  $s_o$  للحمل المتركز P هو

$$s_o = \frac{P}{A} = \frac{-4.8KN}{9.6 \times 10^{-3} m^2} = -0.5MPa$$

الاجهادات الناتجة من العزوم  $M_x$  و  $M_z$  خطية ، وقيمها القصوى :

$$s_1 = \frac{M_x z_{\max}}{I_x} = \frac{(192N.m)(40mm)}{5.12 \times 10^{-6} m^4} = 1.5MPa$$

$$s_2 = \frac{M_z x_{\max}}{I_z} = \frac{(120N.m)(60mm)}{11.52 \times 10^{-6} m^4} = 0.625MPa$$

الاجهادات على زوايا المقطع هي

$$s = s_o \pm s_1 \pm s_2$$

حيث نحدد الاشارة من الشكل 4.72 . لاحظ أن الاجهاد الناتج من  $M_x$  موجب عند C و D و سالب عند A ، و الاجهاد الناتج من  $M_z$  موجب عند C و B و سالب عند A و D ، أي

$$s_A = -0.5 - 1.5 - 0.625 = -2.625MPa$$

$$s_B = -0.5 - 1.5 + 0.625 = -1.375 \text{MPa}$$

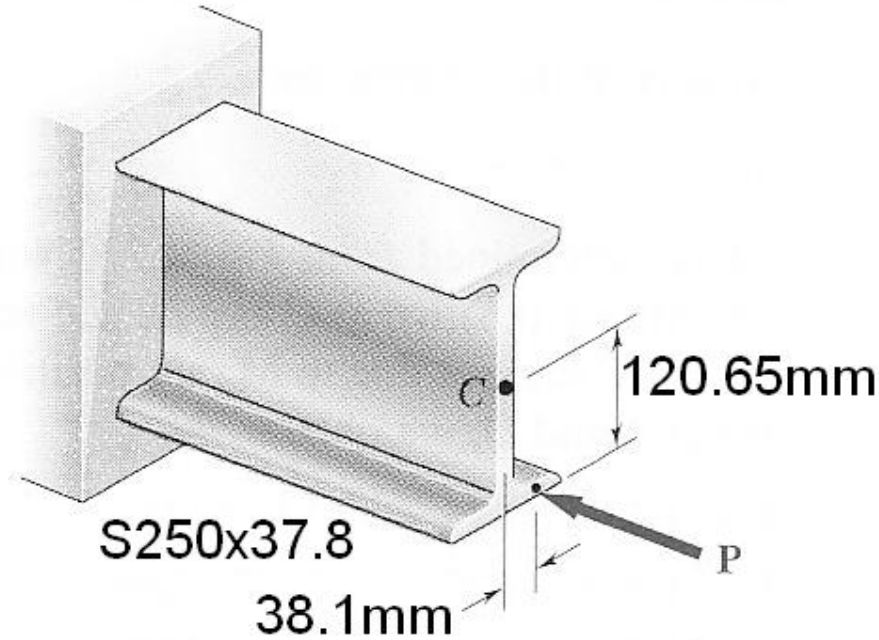
$$s_C = -0.5 + 1.5 + 0.625 = +1.625 \text{MPa}$$

$$s_D = -0.5 + 1.5 - 0.625 = +0.375 \text{MPa}$$

#### مثال نمونجي 4.9 (معدل)

حمل أفقي P يؤثر كما هو مبين على عمود فولاذي مقطعه العرضي من نوع S250x37.8 . إذا علمت أن اجهاد الانضغاط في العمود يجب أن لا يتجاوز 87.24MPa ، أحسب أكبر قيمة مسموحة للحمل P .

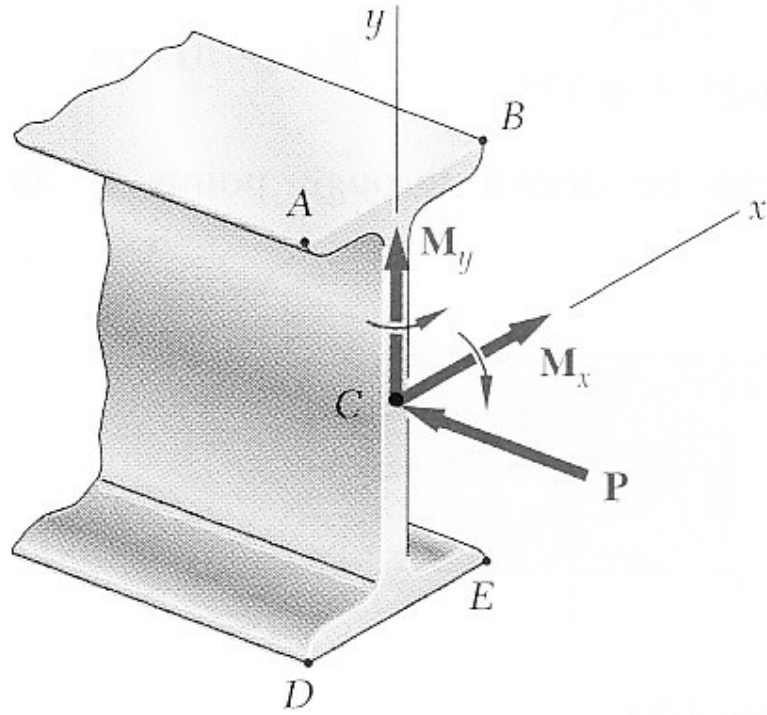
(ملاحظة : خواص المقطع العرضي S250x37.8 هي  $A = 4820 \text{mm}^2$  و  $S_x = 402 \times 10^3 \text{mm}^3$  و  $S_y = 47.5 \times 10^3 \text{mm}^3$  (حيث S تساوي I/c)



الحل

القوة والعزم عند C :

نستبدل P اللامتراكزة بنظام مكافئ عند C كما في الشكل



حيث

$$M_x = (120.65\text{mm})P$$

$$M_y = (38.1\text{mm})P$$

الاجهادات العمودية :

القيمة المطلقة للاجهادات عند النقاط E D B A الناتجة من P و  $M_x$  و  $M_y$  على التوالي

هي

$$s_1 = \frac{P}{A} = \frac{P}{4820\text{mm}^2} = \frac{P}{4820 \times 10^{-6}\text{m}^2} = 2 \times 10^2 P$$

$$s_2 = \frac{M_x}{S_x} = \frac{(120.65\text{mm})P}{402 \times 10^3 \text{mm}^3} = \frac{(120.65 \times 10^{-3}\text{m})P}{402 \times 10^3 \times 10^{-9}\text{m}^3} = 3 \times 10^2 P$$

$$s_3 = \frac{M_y}{S_y} = \frac{(38.1\text{mm})P}{47.5 \times 10^3 \text{mm}^3} = \frac{(38.1 \times 10^{-3}\text{m})P}{47.5 \times 10^3 \times 10^{-9}\text{m}^3} = 8 \times 10^2 P$$

الجمع

الاجهاد الكلي عند كل نقطة ينتج من جمع الاجهادات الناتجة من P و  $M_x$  و  $M_y$ . نحدد

اشارة كل اجهاد بواسطة الانتباه إلى الشكل السابق.

$$s_A = -s_1 + s_2 + s_3 = -2 \times 10^2 P + 3 \times 10^2 P + 8 \times 10^2 P = +9 \times 10^2 P$$

$$s_B = -s_1 + s_2 - s_3 = -2 \times 10^2 P + 3 \times 10^2 P - 8 \times 10^2 P = -7 \times 10^2 P$$

$$S_D = -s_1 - s_2 + s_3 = -2 \times 10^2 P - 3 \times 10^2 P + 8 \times 10^2 P = +3 \times 10^2 P$$

$$S_E = -s_1 - s_2 - s_3 = -2 \times 10^2 P - 3 \times 10^2 P - 8 \times 10^2 P = -13 \times 10^2 P$$

أكبر إجهاد مسموح

أقصى إجهاد انضغاط مسموح يحدث عند E . تذكر أن  $s_{all} = -82.74 \text{MPa}$

$$s_{all} = S_E \Rightarrow -82.74 \times 10^6 = -13 \times 10^2 P$$

$$\Rightarrow P = 63.6 \text{KN}$$

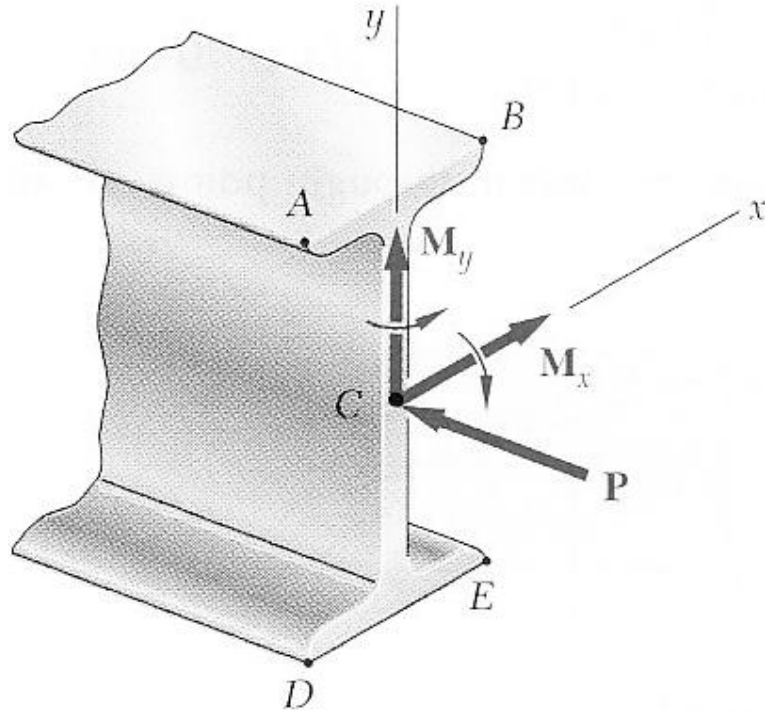
مسائل

4.160 بلاطة دائري صلبة نصف قطرها 125mm موصولة بعمود مستطيل مقطعه

العرضي 150x200mm، حيث يقع مركز البلاطة فوق مركز العمود مباشرة. إذا أثرنا

بحمل P على النقطة E عند  $q = 30^\circ$ ، أحسب (أ) الإجهاد عند A (ب) الإجهاد عند B

الجواب: (أ) 633KPa (ب) -233KPa



4.164 حمل محوري P قيمته 50KN يؤثر على عمود فولاذ مقطعه العرضي من النوع

W150x24 . أحسب أقصى مسافة a بحيث أن أقصى إجهاد انضغاط لا يتجاوز 90MPa .

(ملاحظة للمقطع العرضي W150x24 الخصائص التالية  $A = 3060 \text{mm}^2$  و

$S_x = 168 \times 10^3 \text{mm}^3$  و  $S_y = 35.9 \times 10^3 \text{mm}^3$  (حيث S تساوي I/c )

الجواب: 36.8mm

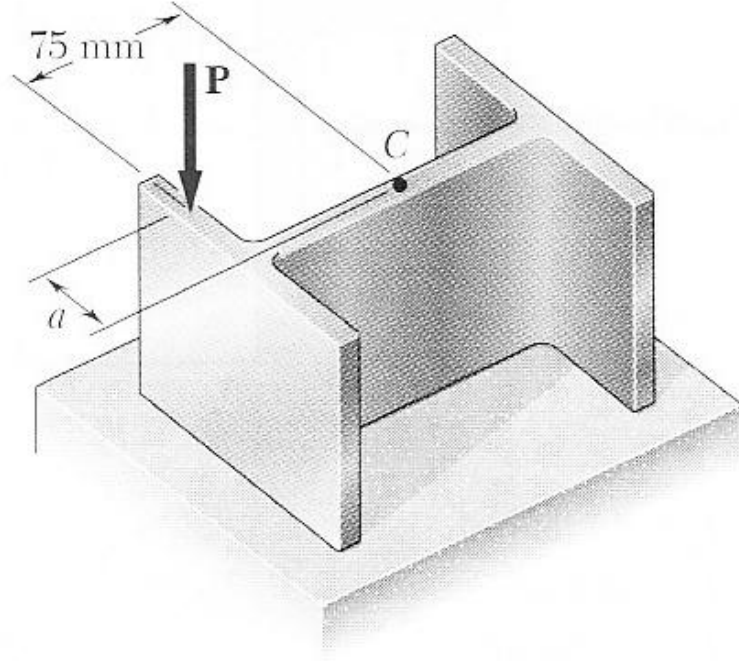


Fig. P4.164

### قائمة ترجمة المصطلحات

Bending	انثناء
Plane of symmetry	مستوى التماثل
Beam	عارضة
Symmetric	متماثل
Neutral surface	سطح التعادل
Neutral axis	محور التعادل
Centroid	المركز المتوسط
Curvature	تقوس
Radius of curvature	نصف قطر التقوس
Transformed section	المقطع المَحَوَّل
Groove	ثلم
Fillet	منحنى اتصال
Eccentric	لا متراكز
centric	متراكز



بسم الله الرحمن الرحيم

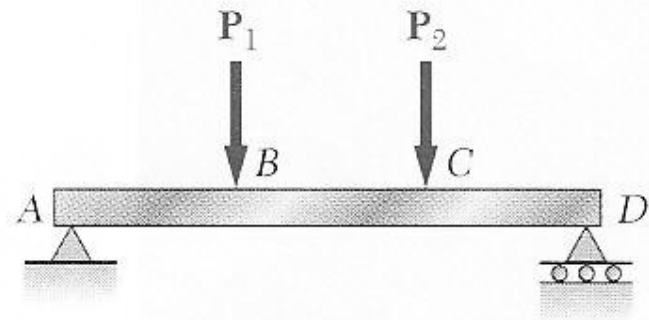
5

## تحليل وتصميم العوارض المعرضة لعزم الانثناء Analysis and design of beams for bending

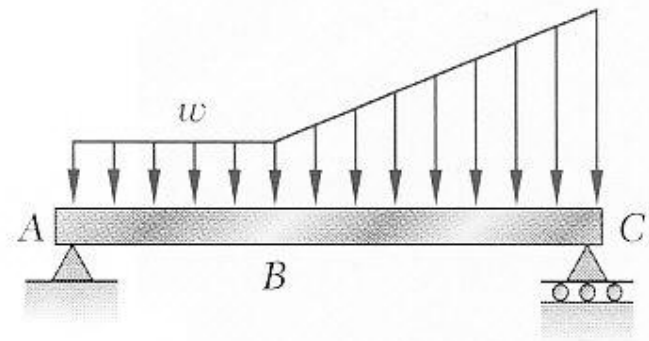
### 5.1 مقدمة

هذه - ومعظم الوحدة التالية - مخصصة لتحليل وتصميم العوارض (beams) ، وهي أعضاء معرضة لحمل على عدة نقاط على طولها. في معظم الحالات فإن الحمل يكون عمودي على محور العارضة، أي مستعرض؛ وهو فقط يسبب انثناء وقص في العارضة. عندما يكون الحمل غير عمودي فسينتج لدينا أيضاً قوى محورية.

الحمل المستعرض على العارضة قد يكون حمل مركز  $P_1, P_2, \dots$  ووحدته هي نيوتن (N) (الشكل 5.2a)، أو حمل موزع  $w$  ووحدته  $N/m$  (الشكل 5.2b) ، أو من النوعين معاً . عندما يكون الحمل  $w$  له قيمة ثابتة على قسم من العارضة (مثل القسم AB في الشكل 5.2b) ، فإن الحمل يسمى موزع بانتظام على ذلك القسم.



(a) Concentrated loads



(b) Distributed load

Fig. 5.2

الشكل 5.2

العوارض تصنف تبعاً للطريقة التي تسند بها، كما في الشكل 5.3 ،

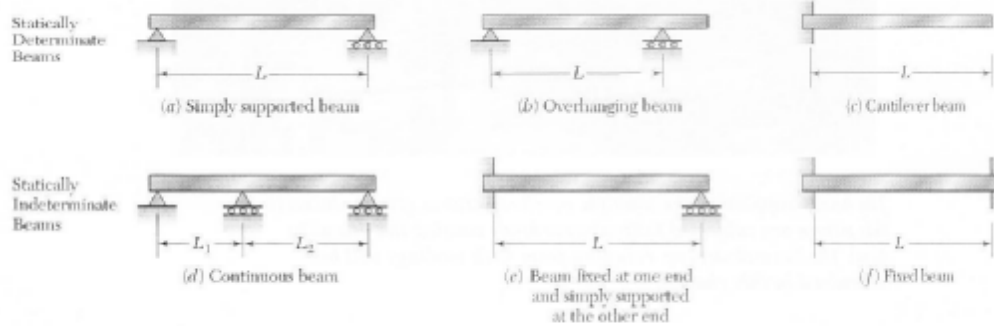


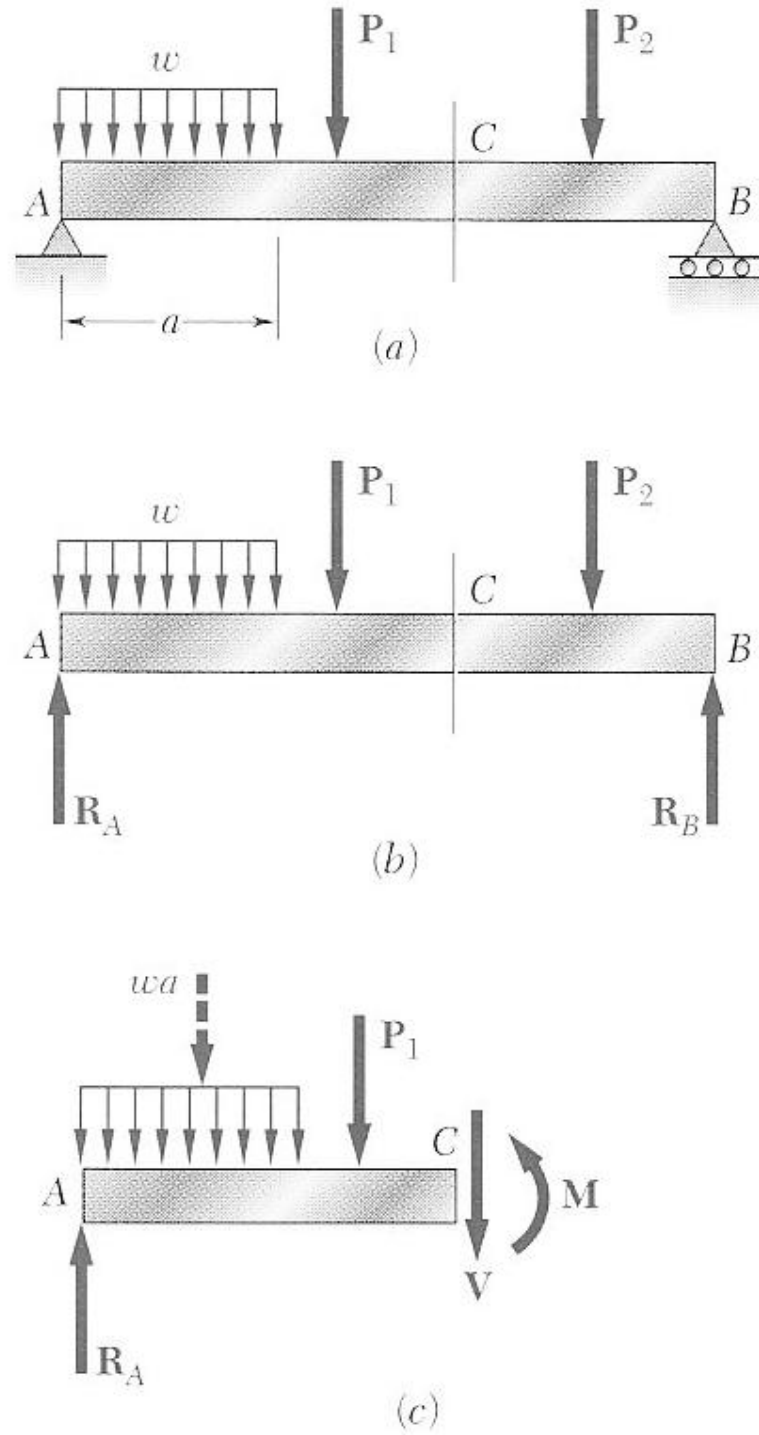
Fig. 5.3

الشكل 5.3

لاحظ أن عدد ردود الفعل للدعامات في الفروع a، b، c من الشكل هو ثلاث ، لذا يمكن إيجاد قيمها بطرق الاستاتييات ، وتسمى محددة ستاتيكيًا. لكن عدد ردود الفعل في d، e، f من الشكل

هو أكثر من ثلاث، لذا لا يمكن ايجاد قيمها بطرق الاستاتييات وحدها، وتسمى غير محددة ستاتيكيًا.

رأينا في درس 4.1 أنه إذا أخذنا مقطع عند النقطة  $C$  من عارضة معرضة لحمل  $P$  عند طرفها (الشكل 4.6) ، وحددنا القوى الداخلية في المقطع فسنجد أن القوى الداخلية في المقطع هي قوة قص  $P$  مساوية ومعاكسة للحمل  $P$  ، وعزم انثناء  $M$  مساو لعزم  $P$  حول  $C$ . وضع مماثل يظهر في أنواع أخرى من الحمل والدعامات. لنأخذ على سبيل المثال النظام في الشكل 5.5a .



**Fig. 5.5**

الشكل 5.5

لتحديد القوى الداخلية في المقطع عند النقطة C نقوم أولاً برسم الرسم البيانية للجسم الحر للعارضة كاملة من أجل حساب قيم ردود الفعل عند الدعامات (الشكل 5.5b). ثم نقوم بأخذ

مقطع عند C ونرسم الرسمة البيانية للجسم الحر للجزء AC (الشكل 5.5c)، ومنها نحسب قوة القص V وعزم الانثناء M.

عزم الانثناء M ينتج اجهاد عمودي في المقطع العرضي، بينما قوة القص V تنتج اجهاد قص في المقطع. في معظم الحالات فإن المقياس المسيطر لتصميم العوارض هو الاجهاد العمودي. تحديد الاجهاد العمودي في العارضة هو موضوع هذه الوحدة، بينما اجهاد القص سيدرس في وحدة 6 .

بما أن توزع الاجهاد العمودي في مقطع معين يعتمد فقط على قيمة عزم الانثناء M عند ذلك المقطع وعلى شكل وأبعاد (geometry) المقطع؛ فإن المعادلتين اللتين أخذناهما في درس 4.4 يمكن استخدامهما لحساب الاجهاد الأقصى والاجهاد عند أي نقطة في المقطع، والمعادلتين هما :

$$s_m = \frac{|M|c}{I} \quad s_b = \frac{-M y}{I} \quad (5.1 \& 5.2)$$

حيث I عزم القصور الذاتي للمقطع العرضي حول محور المركز المتوسط، y المسافة من سطح التعادل، و c أقصى قيمة لهذه المسافة (الشكل 4.13).

المعادلة 5.1 تظهر أنه للعارضة ذات المقطع العرضي الثابت تكون  $s_m$  متناسبة طردياً مع  $|M|$ ؛ لذا فإن أقصى قيمة للاجهاد العمودي تحصل عند قيمة  $|M|$  القصوى. لذا نستنتج أنه من أهم خطوات التصميم عارضة تحديد موقع وقيمة أقصى عزم انثناء.

هذه المهمة تصبح أسهل إذا رسمنا رسمة عزم الانثناء (bending moment diagram)، أعني إذا حددنا قيمة عزم الانثناء M عند نقاط مختلفة من العارضة ورسمناها مع المسافة x المقاسة من أحد أطراف العارضة. أيضاً السهولة تزداد إذا رسمنا رسمة القص (shearing diagram)، برسم القص V مع x .

## 5.2 رسمتي القص وعزم الانثناء

كما أشرنا في درس 5.1 فإن تحديد أقصى قيمة مطلقة للقص وعزم الانثناء للعارضة يصبح أسهل بكثير إذا رسمنا M و V مقابل المسافة x المقاسة من أحد أطراف العارضة .

في أمثلة هذا الدرس سوف نحصل على رسمتي القص وعزم الانثناء بواسطة تحديد قيم M و V عند قيم معينة من العارضة. وسوف نوجد هذه القيم بالطريقة العادية، أي

بواسطة أخذ مقطع عند النقطة التي نريد إيجاد قيمة  $M$  و  $V$  عندها (الشكل 5.6a) ودراسة الاتزان للجزء من العارضة الواقع على أحد طرفي المقطع (الشكل 5.6b).

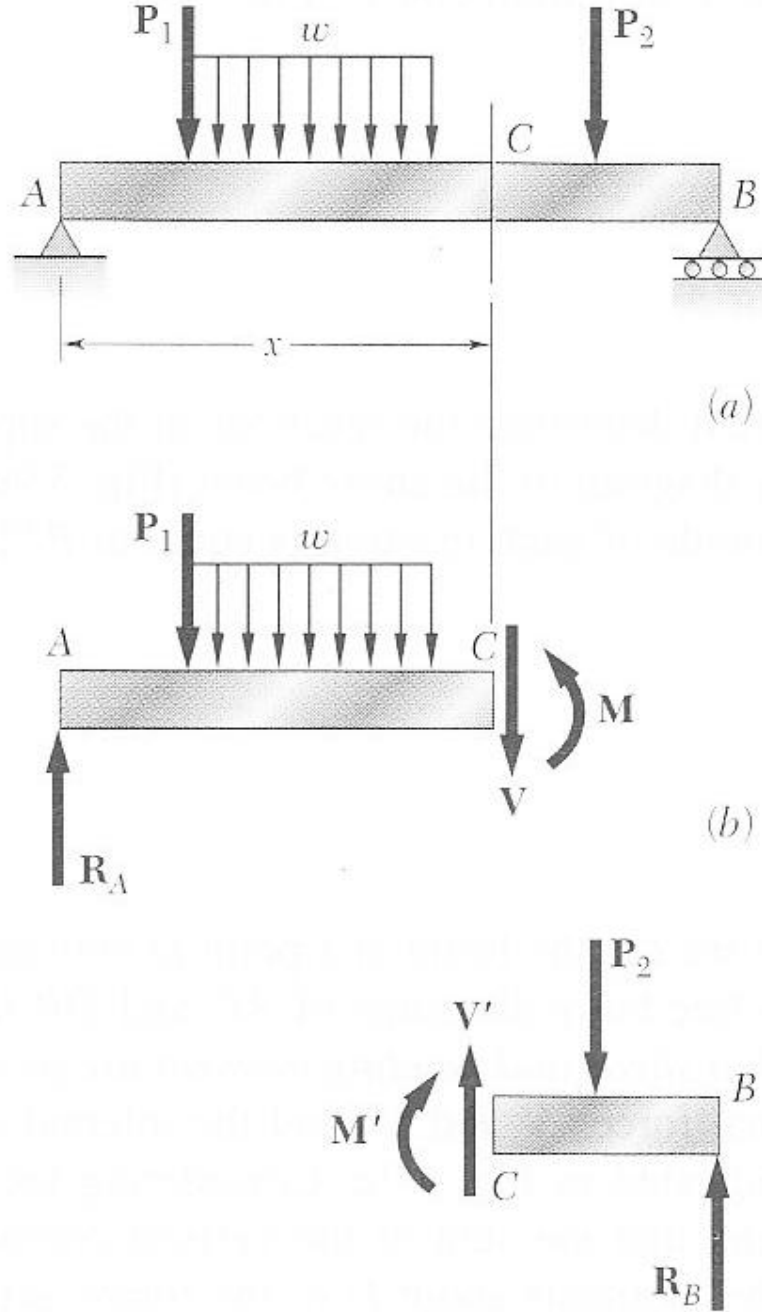
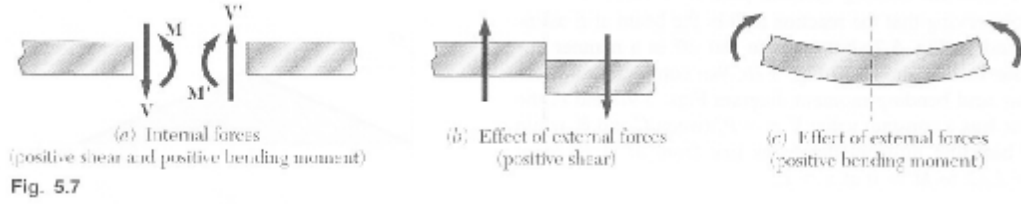


Fig. 5.6

الشكل 5.6

بما أن قوتي القص  $V$  و  $V'$  لهما اتجاه متعاكس ، فلا معنى لتعريف القص عند  $C$  بأنها للأعلى أو للأسفل ، إلا إذا حددنا أيضاً عن أي الجسمين الحرين  $AC$  و  $CB$  نتكلم. لذا فإن القص  $V$  سوف نعطيه إشارة موجبة إذا كانت قوة القص بالاتجاه المبين في الشكل 5.6b ، وإشارة سالبة للحالة الأخرى. ونفس الكلام عن العزم  $M$  حيث سنعطيه إشارة موجبة إذا كان الاتجاه مثل المبين في الشكل 5.6b ، وإشارة سالبة للحالة الأخرى.

نعيد تعريف (convention) الاشارة السابق بالاستعانة بالشكل 5.7 ، فنقول :



الشكل 5.7

القص  $V$  وعزم الانثناء  $M$  عند نقطة معينة من العارضة تسمى موجبة عندما تكون القوى الداخلية والعزوم الداخلية المؤثرة على كل جزء من العارضة على ما هو في الشكل 5.7a أيضاً نستطيع أن نقول:

1. القص عند نقطة معينة يكون موجب عندما تحاول القوى الخارجية (الحمل وردود الفعل) المؤثرة على العارضة قص العارضة بمثل ما هو في الشكل 5.7b
2. عزم الانثناء عند نقطة معينة يكون موجب عندما تحاول القوى الخارجية المؤثرة على العارضة ثني العارضة بمثل ما هو في الشكل 5.7c

### مثال 5.01

أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة  $AB$  المعرضة للقوة  $P$  في نقطة المنتصف  $C$

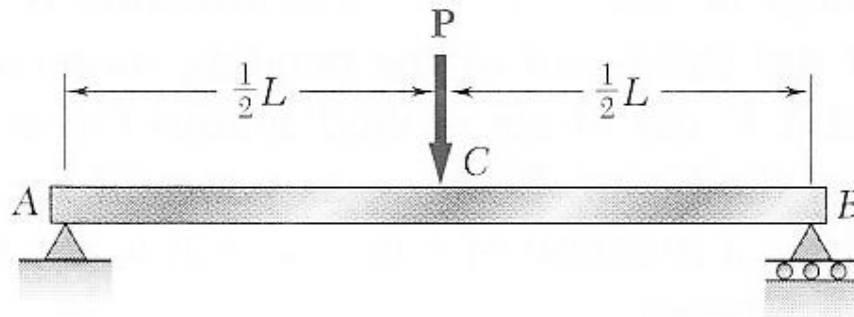


Fig. 5.8

الشكل 5.8

الحل

أولاً نحدد قيمة ردود الفعل عند الدعامات من رسمة الجسم الحر للدعامة كاملة (الشكل 5.9a)،  
 فتجد أن قيمة كل رد فعل  $P/2$ ،

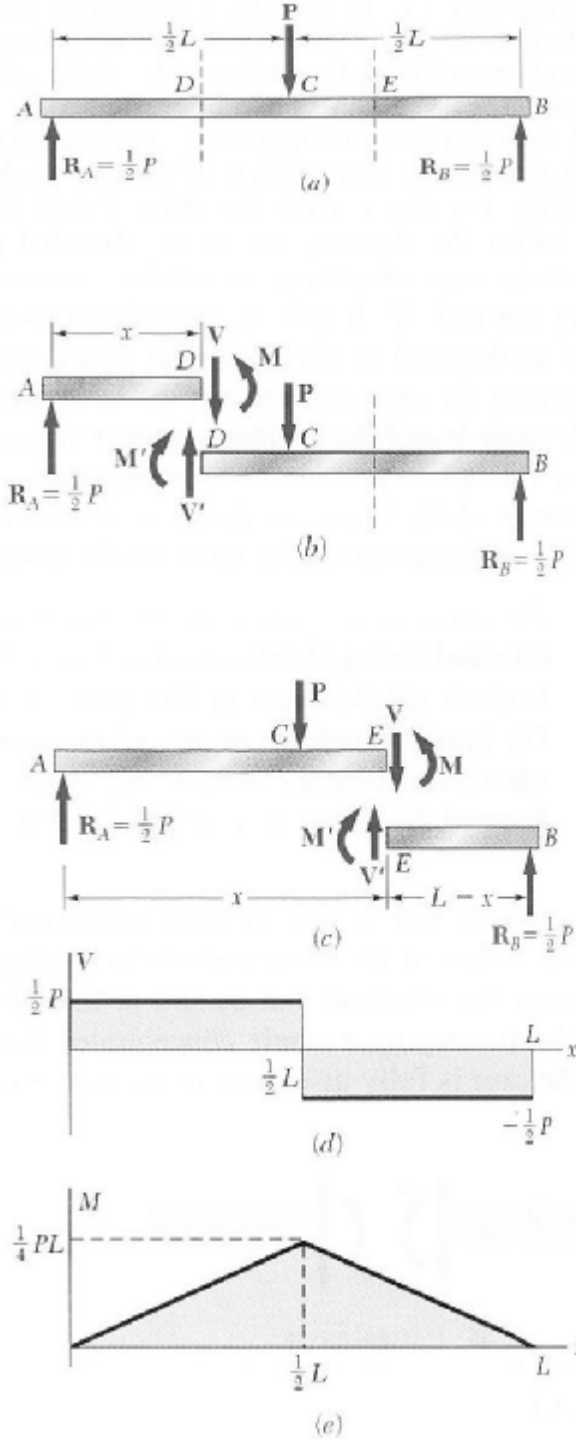


Fig. 5.9

الشكل 5.9



## الشكل 5.9

ثم نقوم بقطع العارضة عند  $D$  بين  $A$  و  $C$  ونرسم رسمة الجسم الحر لـ  $AD$  و  $DB$  (الشكل 5.9b). على فرض أن القص وعزم الانثناء موجبين، نقوم بتحديد اتجاهات القوى الداخلية  $V$  و  $V'$  وعزم الانثناء الداخلي  $M$  و  $M'$  بصورة مشابهة للشكل (5.7a). لنأخذ الجسم الحر  $AD$ ، وبأخذ معادلات الاتزان (استاتييات) (مجموع القوى العمودية يساوي صفر ومجموع العزوم حول  $D$  يساوي صفر)، نحصل على  $V=+P/2$  و  $M=+Px/2$ . الآن نقوم برسم القص وعزم الانثناء بين  $A$  و  $C$  (الشكلين 5.9d&e)؛ القص له قيمة ثابتة  $V=P/2$ ، بينما عزم الانثناء يزداد خطياً من  $M=0$  عند  $x=0$  إلى  $M=PL/4$  عند  $x=L/2$ . نقطع الآن العارضة عند النقطة  $E$  بين  $C$  و  $B$  ولندرس رسمة الجسم الحر  $EB$  (الشكل 5.9c) ومن معادلات الاتزان (مجموع القوى العمودية يساوي صفر ومجموع العزوم حول  $E$  يساوي صفر)، نحصل على  $V=-P/2$  و  $M=P(L-x)/2$ . إذن القص سالب وعزم الانثناء موجب. الآن نقوم بإكمال رسمة القص وعزم الانثناء للشكل (5.9d&e)، القص له قيمة ثابتة  $V=-P/2$  بين  $B$  و  $C$  بينما عزم الانثناء يتناقص خطياً من  $M=PL/4$  عند  $x=L/2$  إلى  $M=0$  عند  $x=L$ . انتهى

نستنتج من المثال السابق أنه عندما تكون العارضة معرضة لقوى مركزة ( $P, P_1, P_2, \dots$ ) فإن القص يكون ثابت بين القوى أما عزم الانثناء فيتغير خطياً بين القوى. إذن في مثل هذه الحالات يمكن رسم رسمة القص وعزم الانثناء بسهولة، فقط يلزمنا إيجاد قيم  $V$  و  $M$  في المقطع على يمين ويسار الأحمال وردود الفعل.

## مثال 5.02

أرسم رسمة القص وعزم الانثناء للعارضة  $AB$  المعرضة لحمل موزع بانتظام ( $w$ )، كما في الشكل 5.10

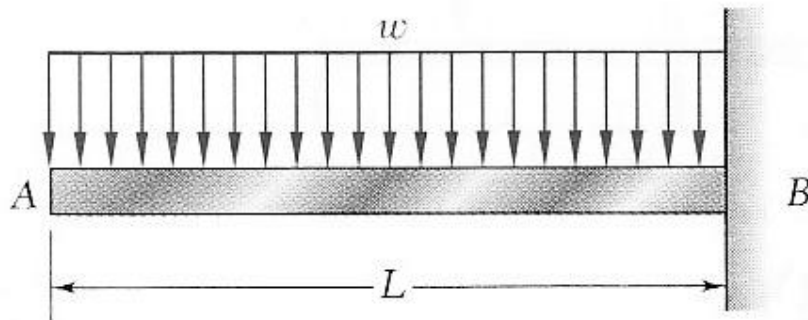


Fig. 5.10

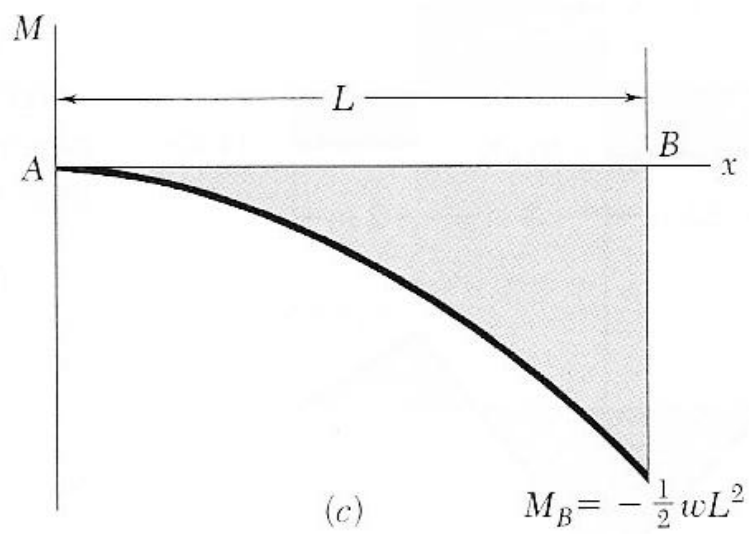
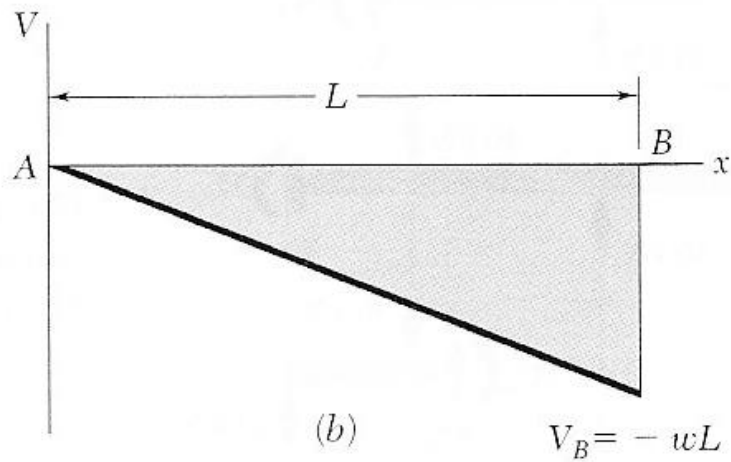
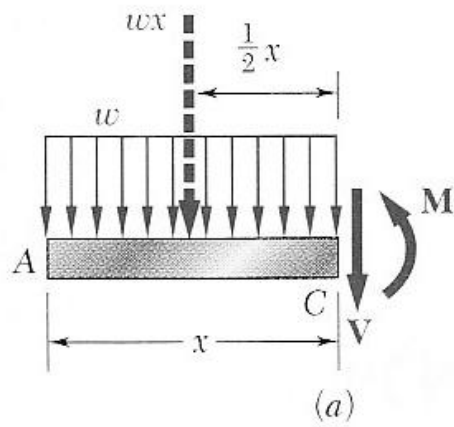
## الشكل 5.10

### الحل

نقطع العارضة عند النقطة C بين A و B ونرسم الرسمة البيانية للجسم الحر AC (الشكل 5.11a)، نأخذ اتجاه V و M كما هو محدد في الشكل (5.7a) نرمز للمسافة بين A و C بـ x ونستبدل الحمل الموزع على AC بالقوة المكافئة له (wx) المؤثر في AC ، ثم نكتب معادلات الاتزان

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -wx - V = 0 \Rightarrow V = -wx$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -wx \left( \frac{x}{2} \right) + M = 0 \Rightarrow M = -\frac{1}{2} wx^2$$



**Fig. 5.11**

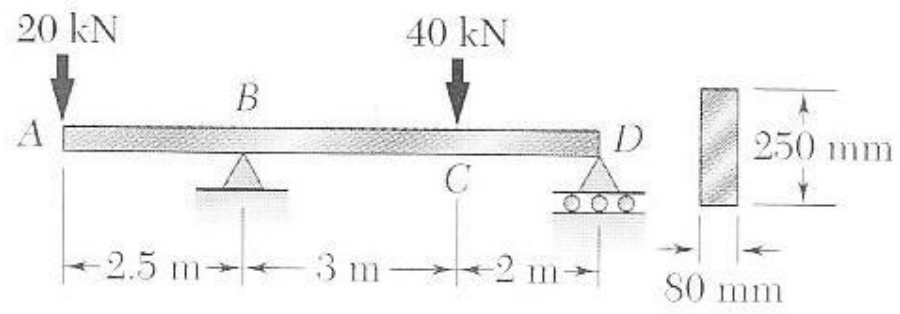
### الشكل 5.11

نلاحظ أن رسمة القص كانت على شكل خط مائل (الشكل 5.11b) ورسمة عزم الانثناء كانت على شكل منحنى اقتران تربيعي (Parabola) (الشكل 5.11c) ، أقصى قيم  $V$  و  $M$  تكون عندما عند النقطة B، وقيمها

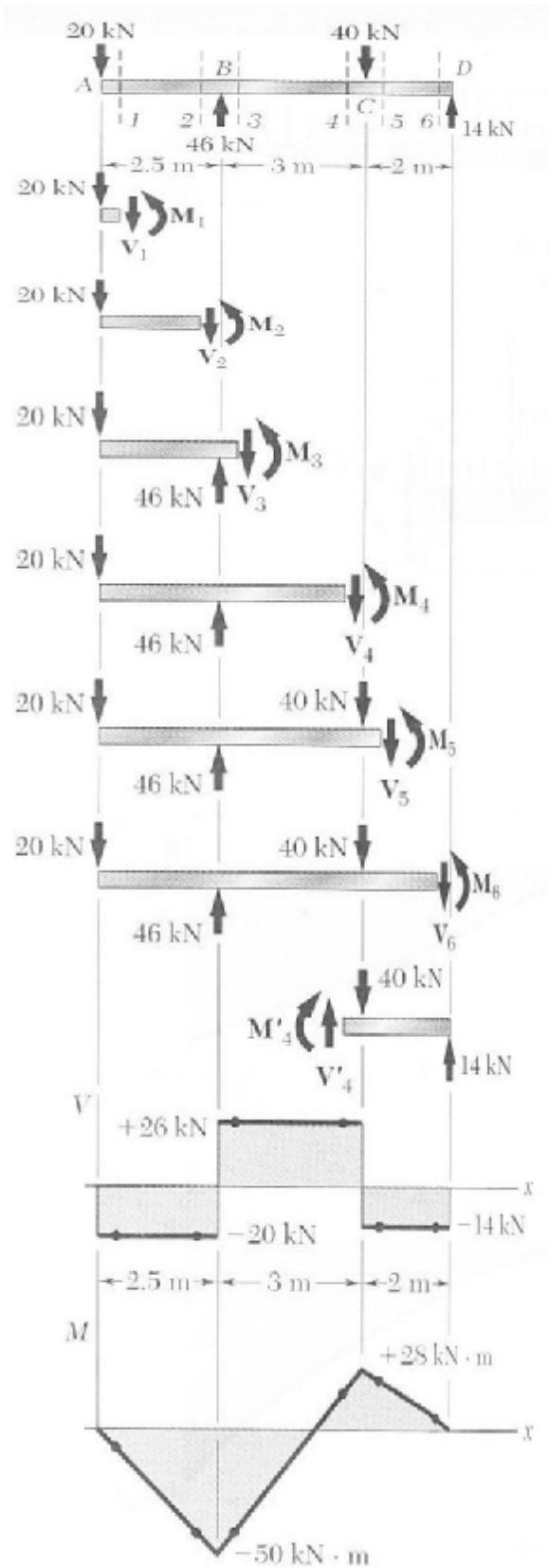
$$V_B = -wL \quad ، \quad M_B = -\frac{1}{2}wL^2$$

### مثال نمونجي 5.1

للعارضة المبينة في الشكل، أرسم رسمة القص وعزم الانثناء، وحدد أقصى اجهاد عمودي ناتج عن الانثناء.



الحل



## ردود الفعل

نأخذ العارضة كاملة على أنها جسم حر (نرسم الرسمة البيانية للجسم الحر للعارضة كاملة)،  
فنحصل على

$$R_B = 40KN \uparrow \quad , \quad R_D = 14KN \uparrow$$

## رسمة القص وعزم الانثناء

أولاً نحدد القوى الداخلية مباشرة على يمين الحمل 20KN (الموجود عند A)، نأخذ الجزء من العارضة الواقع على يسار المقطع 1 على أنه جسم حر ونفرض أن V و M موجبات (تبعاً لتعريف الإشارة السابق في هذا الدرس)، ثم نكتب

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -20KN - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -20KN$$

$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow (20KN)(0) + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = 0$$

الآن نأخذ الجسم الحر للجزء من العارضة الواقع على يسار المقطع 2، ونكتب

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -20KN - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = -20KN$$

$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow (20KN)(2.5m) + M_2 = 0 \Rightarrow M_2 = -50KN.m$$

القص وعزم الانثناء عند المقاطع 3،4،5،6 يحسبان بنفس الطريقة من الرسمة البيانية للجسم الحر، والقيم هي

$$V_3 = +26KN \quad M_3 = -50KN.m$$

$$V_4 = +26KN \quad M_4 = +28KN.m$$

$$V_5 = -14KN \quad M_5 = +28KN.m$$

$$V_6 = -14KN \quad M_6 = 0$$

ايجاد القيم السابقة للمقاطع الأخيرة يصبح أسهل إذا أخذنا الجسم الحر للجزء الواقع على يمين المقطع ، مثلاً للجزء من العارضة الواقع على يمين المقطع 4 لدينا

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_4 - 40KN + 14KN = 0 \Rightarrow V_4 = +26KN$$

$$\sum M_4 = 0 \Rightarrow -M_4 + (14KN)(2m) = 0 \Rightarrow M_4 = +28KN.m$$

نستطيع الآن رسم النقاط الستة كما في رسمة القص وعزم الانثناء المبينة. كما أشرنا سابقاً في هذا الدرس، القص له قيمة ثابتة بين الأحمال المركزة، وعزم الانثناء يتغير خطياً؛ لذا نحصل رسمة القص وعزم الانثناء المبينة

الاجهاد العمودي الأقصى : ويحصل عند B حيث  $|M|$  لها أقصى قيمة

نحسب I للمقطع العرضي

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(80mm)(250mm)^3 = 104 \times 10^6 mm^4 = 104 \times 10^{-6} m^4$$

$$c = \frac{h}{2} = \frac{250mm}{2} = 125mm = 0.125m$$

$$|M| = |M_B| = 50 \times 10^3 \text{ N.m}$$

ونعوض في المعادلة 5.1

$$s_m = \frac{|M|c}{I} = \frac{(50 \times 10^3 \text{ N.m})(0.125 \text{ m})}{104 \times 10^6 \text{ m}^4} = 60 \times 10^6 \text{ Pa} = 60 \text{ MPa}$$

إذن أقصى إجهاد عمودي في العارضة هو 60MPa

### مسائل

5.1 5.2 5.3 (فيه صعوبة) 5.4 5.5 5.6 أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء

للعوارض المبينة في الأشكال

$$M_{\max} = Pab/L \quad \text{:5.1 جواب (من) للتأكد}$$

$$M_{\max} = wL^2/8 \quad \text{:5.2 جواب (من) للتأكد}$$

$$|M|_{\max} = wL^2/2 \quad \text{:5.4 جواب (من) للتأكد}$$

$$M_{\max} = w(L^2 - 4a^2)/8 \quad \text{:5.5 جواب (من) للتأكد}$$



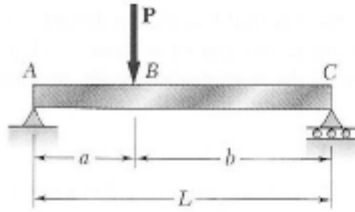


Fig. P5.1 and P5.7

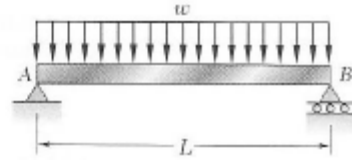


Fig. P5.2 and P5.8

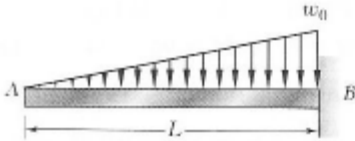


Fig. P5.3 and P5.9

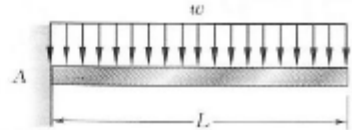


Fig. P5.4 and P5.10

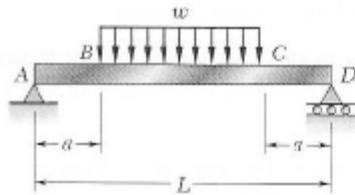


Fig. P5.5 and P5.11

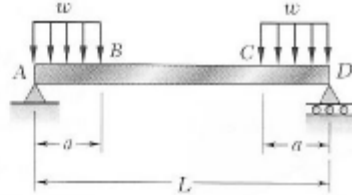


Fig. P5.6 and P5.12

حدد المعادلات لمنحنيات القص وعزم الانثناء [5.12] [5.11] [5.10] [5.8] [5.7]

للعوارض المبينة في الأشكال (السابقة)، (ضع نقطة الأصل عند A)

جواب 5.7 : من A إلى B :  $V = Pb/L$  ؛  $M = Pbx/L$

من B إلى C :  $V = -Pa/L$  ؛  $M = Pa(L-x)/L$

جواب 5.8 :  $V = w(L-2x)/2$  ؛  $M = wx(L-x)/2$

جواب 5.10 :  $V = w(L-x)$  ؛  $M = -w(L-x)^2/2$

جواب 5.11 : من A إلى B :  $V = w(L-2a)/2$  ؛  $M = w(L-2a)x/2$

من B إلى C :  $V = w(L-2x)/2$  ؛

$M = w[(L-2a)x - (x-a)^2]/2$

من C إلى D :  $V = -w(L-2a)/2$  ؛

$M = w(L-2a)(L-x)/2$

5.13 أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبين في الشكل، وحدد أقصى

قيمة مطلقة لـ (أ) القص (ب) عزم الانثناء

الجواب: (أ) 2.15KN (ب) 150N.m

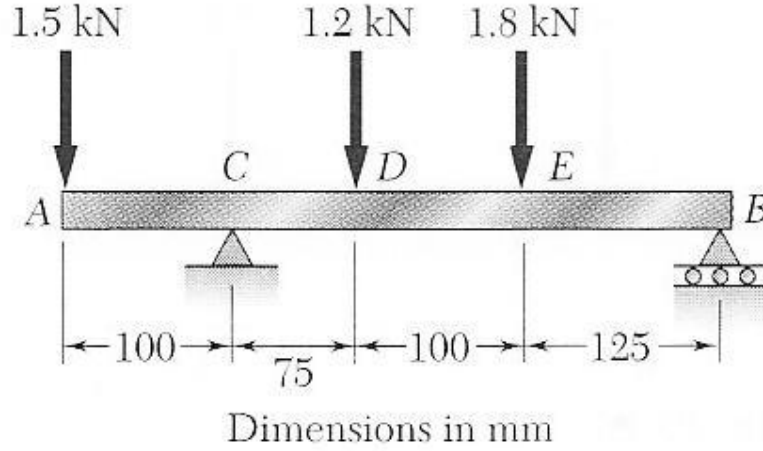


Fig. P5.13

5.14 أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبين في الشكل، وحدد أقصى

قيمة مطلقة لـ (أ) القص (ب) عزم الانثناء

الجواب: (أ) 300N (ب) 67.5N.m

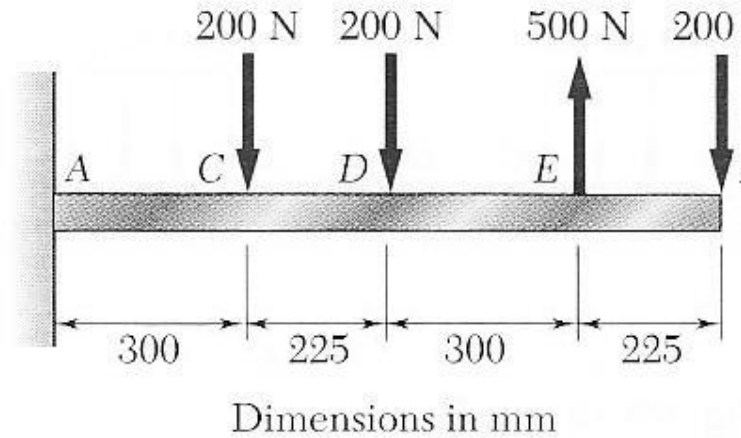


Fig. P5.14

5.17 أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبين في الشكل، وحدد أقصى

قيمة مطلقة لـ (أ) القص (ب) عزم الانثناء

الجواب: (أ) 3.45KN (ب) 1125N.m

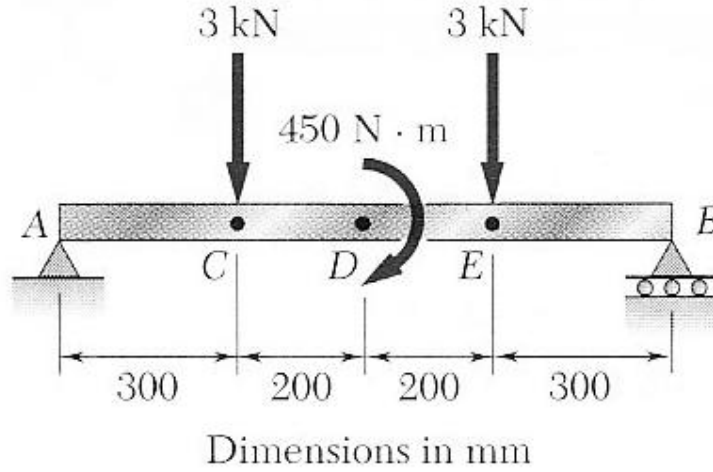


Fig. P5.17

5.21 للعارضة والحمل المبين في الشكل حدد قيمة أقصى اجهاد عمودي على المقطع

العرضي عند C

الجواب: 10.89MPa

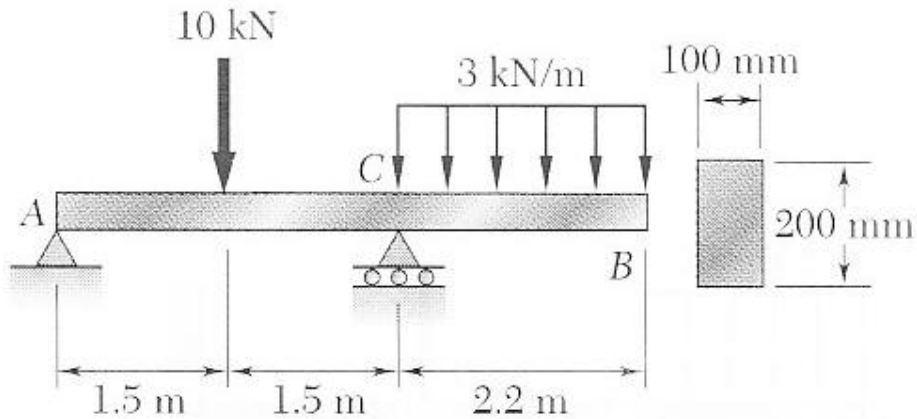


Fig. P5.21

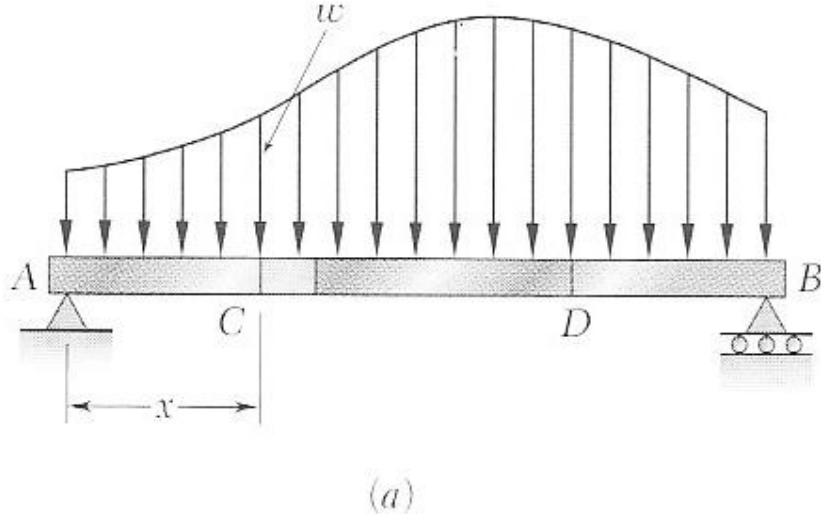
### 5.3 العلاقات بين الحمل والقص وعزم الانثناء

عندما تحمل العارضة حملين مركزيين أو أكثر، أو عندما تحمل حمل موزع، فإن

الطريقة المشروحة في درس 5.2 لرسم رسمتي القص وعزم الانثناء تصبح معقدة. رسم

هايتين الرسمتين -وخصوصاً رسمة عزم الانثناء- يصبح أسهل إذا حددنا علاقات معينة بين الحمل والقص وعزم الانثناء.

لنأخذ العارضة المبينة في شكل 5.12a



الشكل 5.12a

ولنرمز للقص عند النقطة C بالرمز  $V_C$  وعند النقطة D بالرمز  $V_D$ ، وعزم الانثناء عند النقطة C بالرمز  $M_C$  وعند النقطة D بالرمز  $M_D$ ،

العلاقة بين الحمل والقص

$$V_D - V_C = - \int_{x_C}^{x_D} w \, dx \dots\dots\dots 5.6$$

$$V_D - V_C = -(\text{المساحة تحت منحنى الحمل بين C و D}) \dots\dots\dots 5.6'$$

لا بد من الإشارة إلى أن المعادلتين السابقتين غير صحيحتين عندما تؤثر قوى مركزة بين C و D . لذا لا بد من استخدامهما بين القوى المركزة فقط.

من المعادلة (5.6) نستنتج المعادلة التالية

$$\frac{dV}{dx} = -w \dots\dots\dots 5.5$$

أي أن ميل منحنى رسمة القص عند أي نقطة يساوي  $-w$  (وهذه المعادلة غير صحيحة عند نقطة تأثير القوة المركزة)

## العلاقة بين القص وعزم الانثناء

$$M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} V \, dx \dots\dots\dots 5.8$$

$$M_D - M_C = (D \text{ و } C \text{ بين القص تحت منحنى القص بين } C \text{ و } D) \dots\dots\dots 5.8'$$

لاحظ أن المساحة تكون موجبة عندما يكون القص موجب وسالبة عندما يكون القص

سالبة. المعادلتان السابقتان صحيحتان حتى عندما تؤثر قوى مركزة بين C و D . لكنهما

غير صحيحتين عندما يؤثر عزم خارجي على نقطة بين C و D (أنظر المثال النموذجي 5.6).

من معادلة 5.8 نستطيع استنتاج المعادلة التالية

$$\frac{dM}{dx} = V \dots\dots\dots 5.7$$

ومنها نستنتج أن قيمة M القصوى تكون  $V=0$  ، وأن ميل منحنى رسمة عزم الانثناء عند نقطة ما يساوي قيمة القص V عند تلك النقطة . (وهذه المعادلة غير صحيحة عند نقطة تأثير القوة المركزة)

### مثال 5.03

أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة المبينة في الشكل (5.13) ، وحدد أقصى قيمة لعزم الانثناء

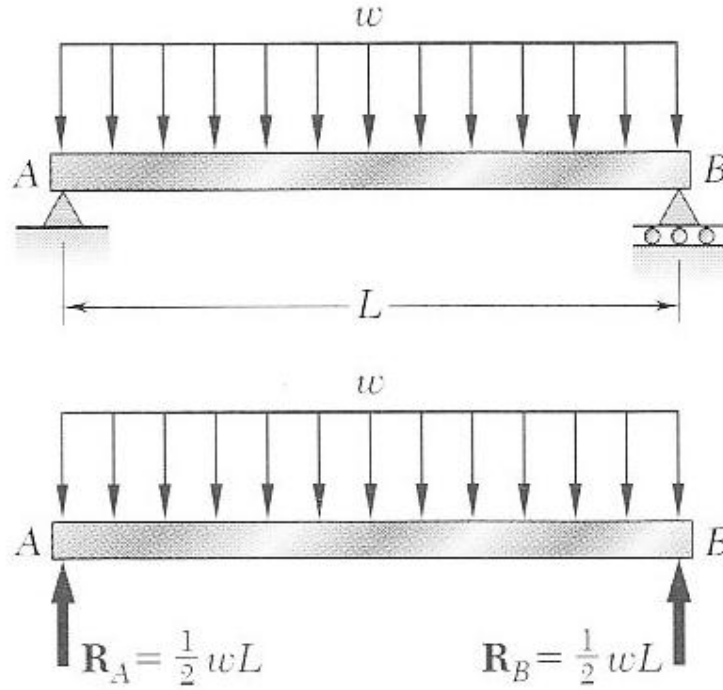


Fig. 5.13

الشكل (5.13)

الحل

من الرسم البيانية للجسم الحر للعارضة كاملة، نحدد قيم ردود الفعل عند الدعامات

$$R_A = R_B = \frac{1}{2} wL$$

ثم نرسم رسمة القص. القص قرب النهاية A للعارضة يساوي  $R_A$  أي  $\frac{1}{2} wL$  (ونستطيع

التأكد بواسطة أخذ جزء صغير من العارضة على أنه جسم حر )

باستخدام المعادلة 5.6 نحدد القص V عند أي مسافة x من A ، أي

$$V - V_A = -\int_0^x w \, dx = -wx$$

$$V = V_A - wx = \frac{1}{2} wL - wx = w(0.5L - x)$$

منحنى القص إذن هو خط مستقيم مائل يقطع المحور السيني (x-axis) عند  $x=L/2$  (الشكل

. (5.14a)

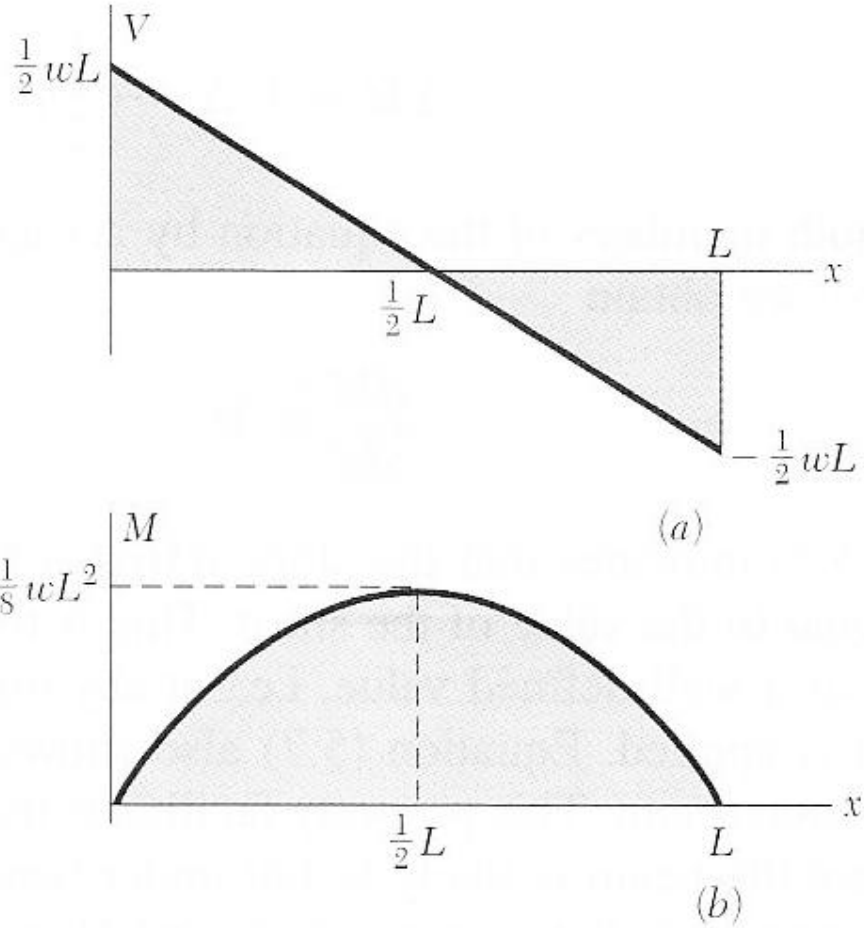


Fig. 5.14

الشكل (5.14)

نأتي الآن لعزم الانثناء ، أولاً لاحظ أن  $M_A = 0$  . قيمة عزم الانثناء  $M$  عند أي مسافة  $x$  من  $A$  يمكن الحصول عليها من معادلة 5.8 ، أي

$$M - M_A = \int_0^x V \, dx = \int_0^x w(0.5L - x) \, dx = 0.5w(Lx - x^2)$$

$$\Rightarrow M = 0.5w(Lx - x^2)$$

منحنى عزم الانثناء هو منحنى تربيعي (Parabola) ، وأقصى قيمة لعزم الانثناء تحصل عند

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{8} \text{ (عندما } x=L/2 \text{). بتعويض } x=L/2 \text{ في المعادلة الأخيرة نحصل على}$$

(الشكل 5.14b)

انتهى

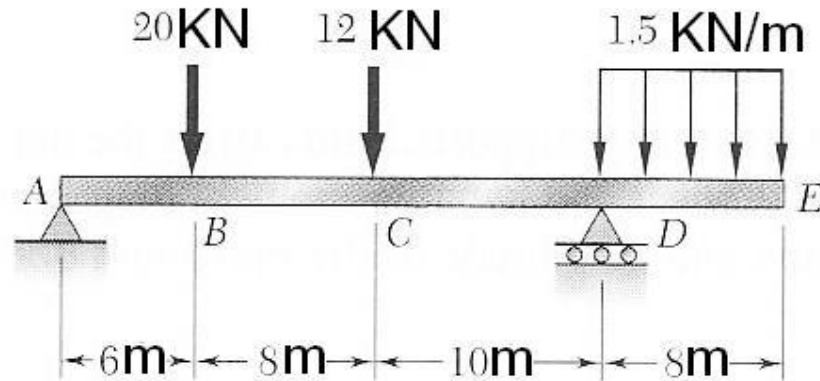
في معظم التطبيقات الهندسية نحن بحاجة لتحديد قيمة عزم الانثناء عند نقاط محددة فقط. بعد رسم رسمة القص وبعد تحديد قيمة  $M$  عند أحد الأطراف؛ عندها يمكن تحديد قيمة عزم الانثناء نقطة نريدها بواسطة حساب المساحة تحت رسمة القص واستخدام معادلة (5.8) . مثلاً، بما أن  $M_A = 0$  في المثال السابق، فإن أقصى قيمة لعزم الانثناء يمكن الحصول عليها بكل بساطة بحساب المساحة تحت المثلث المظلل في الشكل 5.14a ، أي

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \frac{L}{2} \frac{wL}{2} = \frac{wL^2}{8}$$

نلاحظ في هذا المثال أن منحنى الحمل كان خط أفقي مستقيم، وأن القص خط مائل مستقيم، وأن منحنى عزم الانثناء هو منحنى تربيعي. أما إن كان منحنى الحمل خط مائل مستقيم (درجة أولى)، فإن منحنى القص الناتج سيكون منحنى تربيعي (درجة ثانية)، ومنحنى عزم الانثناء سيكون منحنى تكعيبي (درجة ثالثة). أي أن درجة منحنى القص وعزم الانثناء ستكونان أكبر على التوالي بدرجة ودرجتين من درجة منحنى الحمل. بالانتباه لهذه الملاحظة فإننا سنتمكن من رسم رسمة القص وعزم الانثناء بدون تحديد الاقترانين  $V(x)$  و  $M(x)$  ، فقط يلزمنا تحديد قيمة  $V$  و  $M$  عند بعض النقاط. الرسمة ستكون أدق إذا استخدمنا فكرة أنه عند أي نقطة تكون عندها المنحنيات متصلة فإن ميل منحنى القص يساوي  $w$  - (معادلة 5.5) وميل منحنى عزم الانثناء يساوي  $V$  (معادلة 5.7).

### مثال نموذجي 5.3

أرسم رسمة القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبينين في الشكل



الحل

ردود فعل الدعامات: نأخذ العارضة كاملة على انها جسم حر، ونكتب:



$$\sum M_A = 0:$$

$$D(24m) - (20KN)(6m) - (12KN)(14m) - (12KN)(28m) = 0$$

$$\Rightarrow D = +26KN$$

$$\Rightarrow D = 26KN \uparrow$$

$$\sum F_y = 0:$$

$$A_y - 20KN - 12KN + 26KN - 12KN = 0$$

$$A_y = 18KN$$

$$\Rightarrow A_y = 18KN \uparrow$$

$$\sum F_x = 0:$$

$$A_x = 0$$

نلاحظ أيضاً أنه عند النقطتين A و E يكون عزم الانثناء مساو لصفر، أي أننا نعرف قيمة عزم الانثناء M عند A و E ، لذا نضعهما على رسمة عزم الانثناء (النقطتين في الشكل الأخير)

رسمة القص:

من معادلة 5.5 نستنتج أن القص بين القوى المركزة وردود الفعل ثابت (ميل V يساوي  $\frac{dV}{dx} = -w = 0$  أي خط أفقي). القص عند أي نقطة يحسب بواسطة تقسيم العارضة إلى جزئين، وأخذ أحد الجسمين كجسم حر. مثلاً، بأخذ الجزء من العارضة الواقع على يسار المقطع 1، نحصل على القص بين B و C :

$$\sum F_y = 0:$$

$$+18KN - 20KN - V = 0$$

$$\Rightarrow V = -2KN$$

أيضاً نجد أن القص يساوي +12KN مباشرة على يمين النقطة D وصفر عند E . بما أن

الميل  $\left( \frac{dV}{dx} = -w \right)$  ثابت بين D و E، إذن رسمة القص بينهما هي خط مستقيم.

رسمة عزم الانثناء:

تذكر أن المساحة تحت رسمة القص بين نقطتين تساوي التغير في عزم الانثناء بين هاتين النقطتين. لذلك قمنا بحساب المساحة لكل جزء من رسمة القص ووضعنا قيمتهما بين قوسين على الرسمة (أنظر الشكل). بما أن عزم الانثناء - كما أشرنا قبل قليل - عند النهاية اليسرى (  $M_A$  ) يساوي صفر، نكتب

$$M_B - M_A = +108 \quad \Rightarrow M_B = +108KN.m$$

$$M_C - M_B = -16 \quad \Rightarrow M_C = +92KN.m$$

$$M_D - M_C = -140 \quad \Rightarrow M_D = -48KN.m$$

$$M_E - M_D = +48 \quad \Rightarrow M_E = 0$$

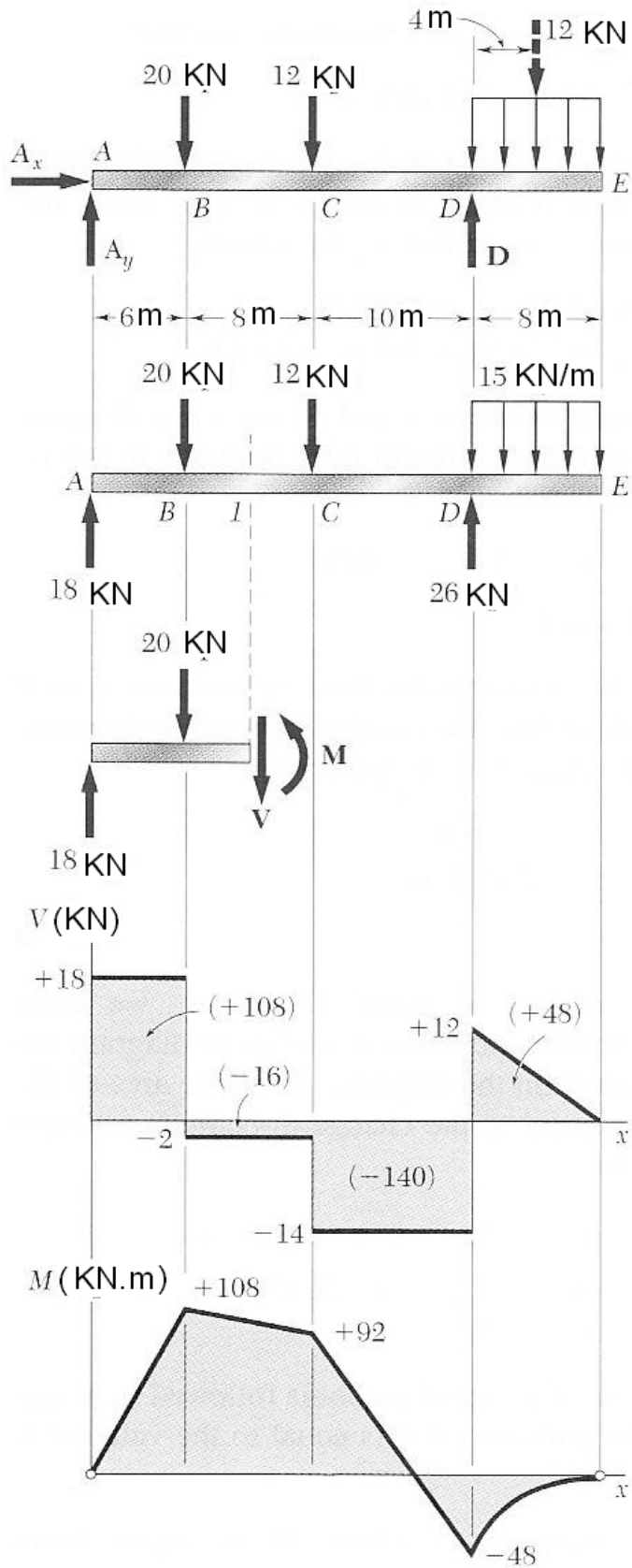
ونحن نعرف مسبقاً أن  $M_E = 0$  ، وهذا يشير إلى صحة حلنا. نحدد هذه النقاط على رسمة

عزم الانثناء. القص ثابت بين القوى المركزة وردود الفعل، لذا الميل  $\frac{dM}{dx}$  ثابت ، لذا رسمة

عزم الانثناء ترسم بواسطة الوصل بين النقاط المحددة بخطوط مستقيمة. بين D و E رسمة

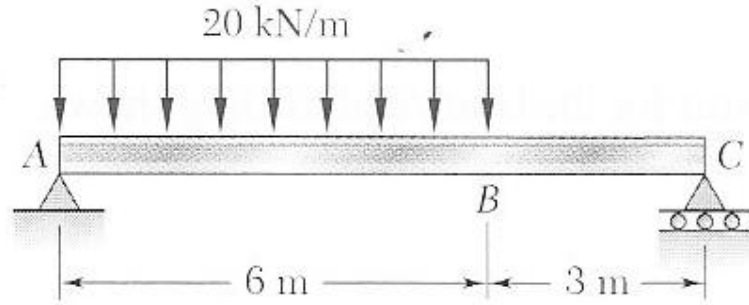
القص هي خط مائل، لذا رسمة عزم الانثناء هي رسمة تربيعية.

من رسمتي القص وعزم الانثناء نلاحظ أن  $V_{\max} = 18KN$  و  $M_{\max} = 108KN.m$



## مثال نموذجي 5.4

العارضة المبينة في الشكل لها قيمة  $\frac{I}{c}$  تساوي  $1280 \times 10^{-6} m^3$ ، أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة وحدد موقع ومقدار أقصى إجهاد عمودي ناتج من الانثناء



الحل

ردود الفعل: بمعاملة العارضة كاملة على أنها جسم حر نحصل على  $R_A = 80KN \uparrow$  و  $R_C = 40KN \uparrow$

رسمه القص: القص مباشرة على يمين A هو  $V_A = +80KN$ . وبما أن التغيير في القص بين نقطتين يساوي سالب المساحة تحت منحنى الحمل بين النقطتين، لذا نحصل على

$$V_B - V_A = -(20KN/m)(6m) = -120KN$$

$$V_B = V_A - 120KN = 80 - 120 = -40KN$$

الميل  $\left( \frac{dV}{dx} = -w \right)$  ثابت بين A و B، لذا رسمه القص بين هاتين النقطتين هي خط

مستقيم. بين B و C المساحة تحت منحنى الحمل تساوي صفر، لذا

$$V_C - V_B = 0 \Rightarrow V_C = V_B = -40KN$$

والقص ثابت بين B و C

رسمه عزم الانثناء: نلاحظ أن عزم الانثناء عند طرفي العارضة يساوي صفر. ومن أجل

إيجاد عزم الانثناء الأقصى نقوم بتحديد المقطع D الذي تكون عنده  $V=0$ ، أي

$$V_D - V_C = -wx \Rightarrow 0 - 80KN = -(20KN/m)x$$

نحل لـ x نحصل على

$$x=4m$$

عزم الانثناء الأقصى يحصل عند النقطة D، حيث تكون  $\left( \frac{dM}{dx} = V = 0 \right)$ . المساحات

لأجزاء مختلفة من رسمه القص محسوبة ومعطاة (بين قوسين) على الرسم. وبما أن المساحة

بين نقطتين تحت منحنى القص تساوي التغيير في عزم الانثناء بين هاتين النقطتين، لذا

$$M_D - M_A = +160 \quad \Rightarrow M_D = +160KN.m$$

$$M_B - M_D = -40 \quad \Rightarrow M_B = +120KN.m$$

$$M_C - M_B = -120 \quad \Rightarrow M_C = 0$$

رسمة عزم الانثناء تتكون من منحنى تربيعي ثم خط مستقيم

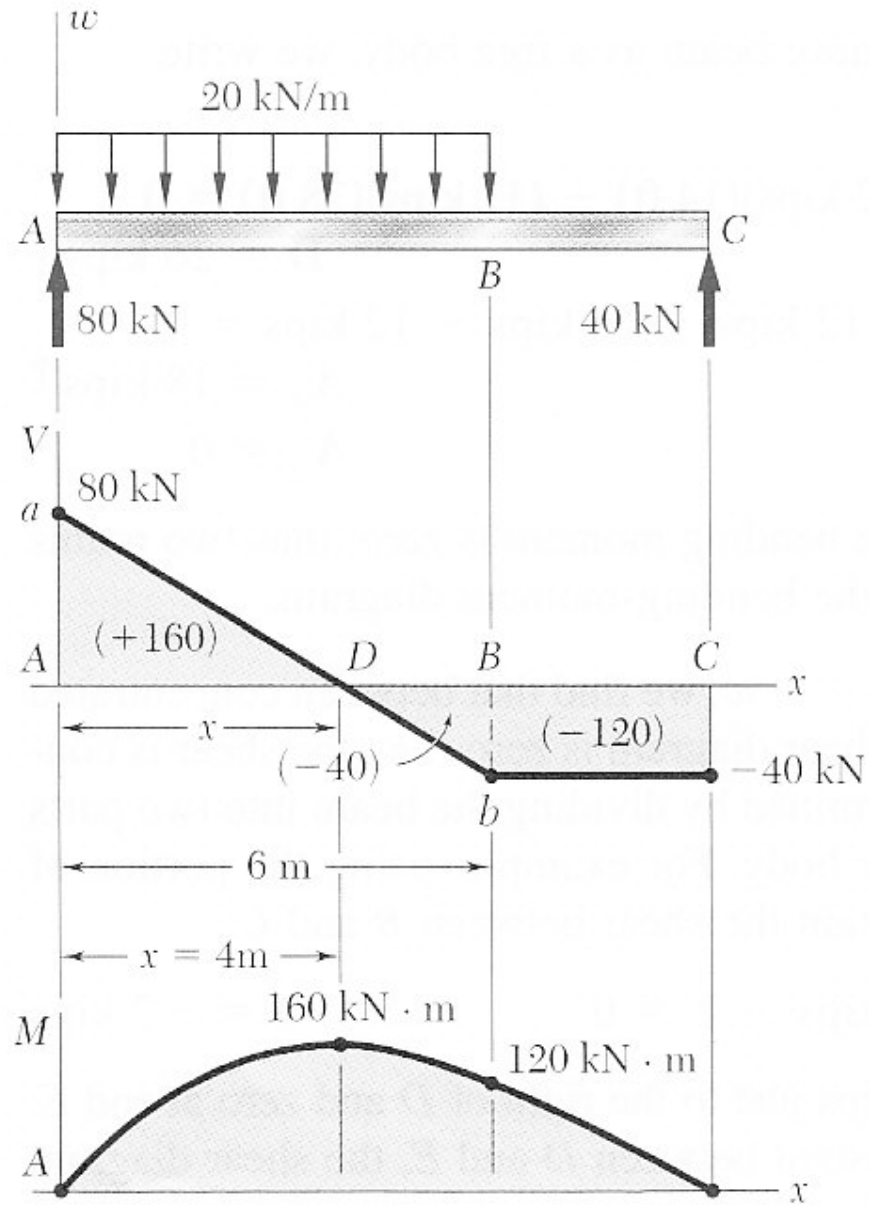
الاجهاد العمودي الأقصى:

ويحصل عند D حيث  $|M|$  في أقصى قيمها . ومن المعطيات  $\frac{I}{c} = 1280 \times 10^{-6} m^3$

نعوض هذه القيمة وقيمة  $|M| = |M_D| = 160 \times 10^3 N.m$  في معادلة 5.1 لنحصل على :

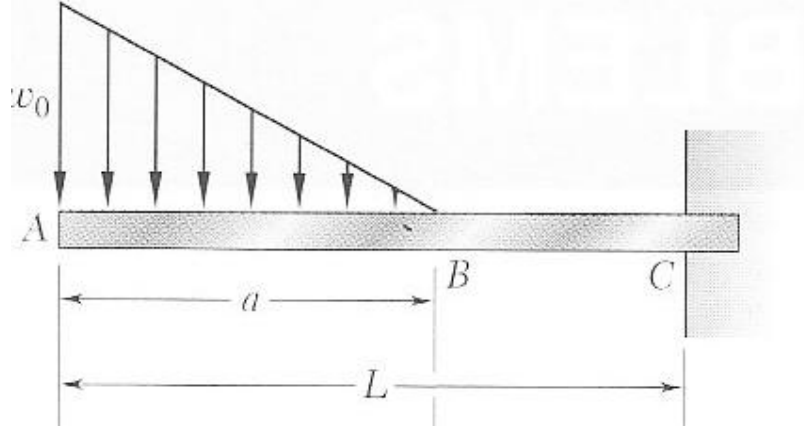
$$s_m = \frac{|M_D|c}{I} = \frac{|M_D|}{\frac{I}{c}} = \frac{160 \times 10^3 N.m}{1280 \times 10^{-6} m^3} = 125 \times 10^6 Pa$$

إذن الاجهاد العمودي الأقصى في العارضة هو  $125MPa$



### مثال نموذجي 5.5

أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة المبينة في الشكل



الحل

رسمه القص:

عند النهاية الحرة للعارضة  $V_A = 0$ . بين A و B المساحة تحت منحنى الحمل  $\frac{1}{2} w_0 a$ ، ونحسب  $V_B$  بواسطة:

$$V_B - V_A = -\frac{1}{2} w_0 a$$

$$\Rightarrow V_B = -\frac{1}{2} w_0 a$$

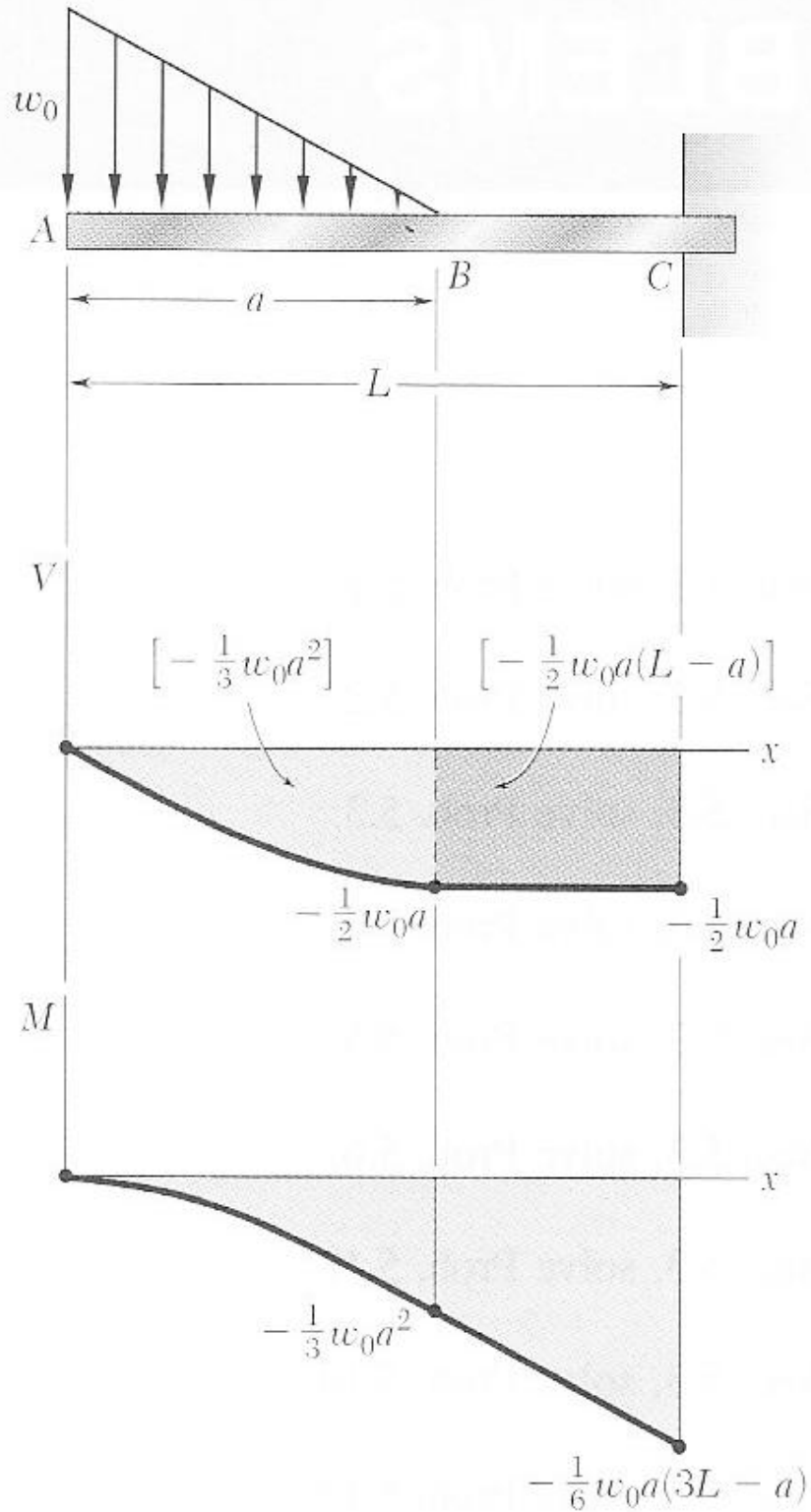
بين B و C العارضة غير محملة لذا  $V_C = V_B$ . عند A لدينا  $w = w_0$  وتبعاً لمعادلة 5.5 فإن ميل منحنى القص عند هذه النقطة  $\frac{dV}{dx} = -w_0$ ، بينما عند B الميل  $\frac{dV}{dx} = 0$ . بين A و B الحمل يتناقص خطياً، لذا منحنى القص يكون منحنى تربيعي. بين B و C  $w=0$  ورسمه القص تكون خط أفقي.

رسمه عزم الانثناء: عزم الانثناء عند الطرف الحر من العارضة يساوي صفر. نحسب المساحة تحت منحنى القص، ونكتب

$$M_B - M_A = -\frac{1}{3} w_0 a^2 \quad \Rightarrow M_B = -\frac{1}{3} w_0 a^2$$

$$M_C - M_B = -\frac{1}{2} w_0 a(L - a) \quad \Rightarrow M_C = -\frac{1}{6} w_0 a(3L - a)$$

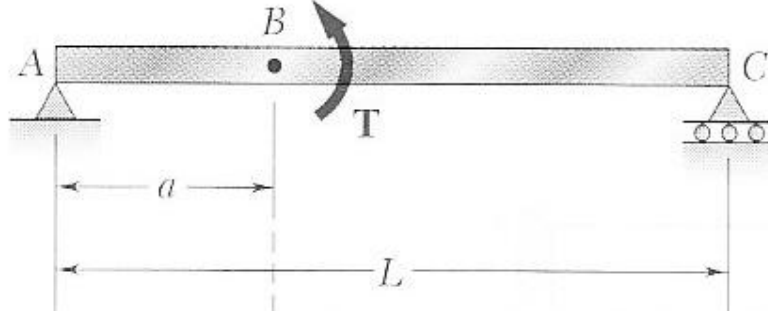
نكمل رسمه عزم الانثناء بواسطة تذكر أن  $\frac{dM}{dx} = V$ ، ونجد أنه بين A و B تكون الرسمه هي منحنى تكعيبي له الميل صفر عند A، وبين B و C تكون خط مستقيم.





### مثال نموذجي 5.6

العارضة AC المبيّنة في الشكل معرضة لعزم (حمل) T عند النقطة B. أرسم رسمة القص وعزم الانثناء للعارضة

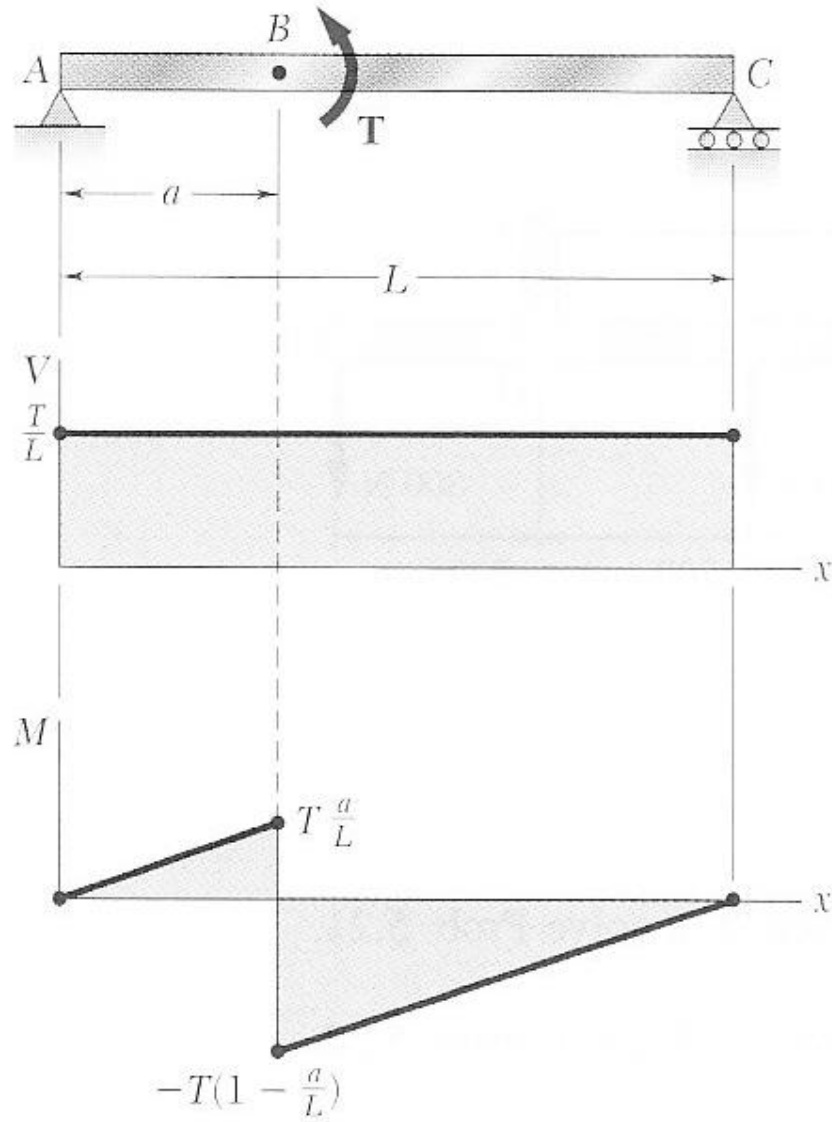


الحل

نأخذ العارضة كاملة على انها جسم حر لنحصل على

$$R_A = \frac{T}{L} \uparrow \quad R_C = \frac{T}{L} \downarrow$$

القص عند أي مقطع ثابت ومقداره  $\frac{T}{L}$ . وبما أن العزم T يؤثر عند B، فإن رسمة عزم الانثناء غية متصلة عند B؛ ونرسم خطين مستقيمين مائلين، وتتناقص قيمة العزم فجأة عند B بمقدار T



### مسائل

- 5.1 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.1 5.41
- 5.2 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.2 5.42
- 5.3 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.3 5.43
- 5.4 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.4 5.44
- 5.5 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.5 5.45
- 5.6 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.6 5.46
- 5.13 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.13 5.47
- 5.14 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.14 5.48

- 5.51 أرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة المبينة في الشكل. وحدد أقصى قيمة مطلقة لـ (أ) القص (ب) عزم الانثناء (مساعدة: استبدل الحمل عند E بحمل مكافئ عند C وهو قوة مقدارها  $120\text{ N}$  وعزم مقداره  $(120\text{ N})(60\text{ mm})$ ، ونفس الكلام عند F) الجواب: (أ)  $140\text{ N}$  (ب)  $33.6\text{ N.m}$

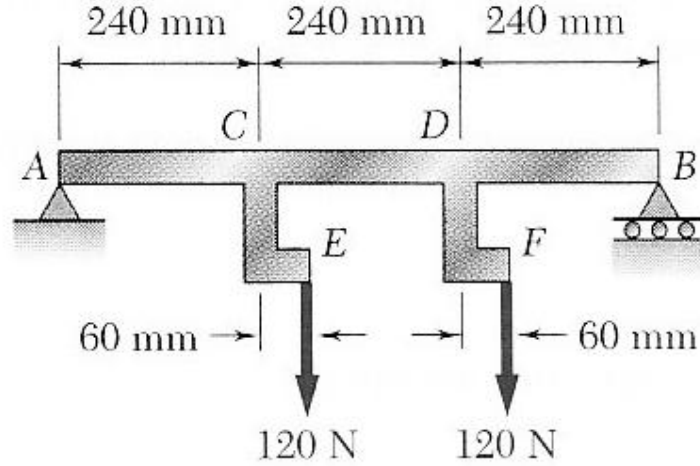


Fig. P5.51

- 5.53 بواسطة طريقة درس 5.3؛ حل مسألة 5.21

- 5.57 حدد (أ) معادلة منحنى القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبين في الشكل (ب) القيمة المطلقة القصوى لعزم الانثناء في العارضة

الجواب: (أ)  $V = -w_0x + w_0x^2 / 2L + w_0L / 3$

$M = -w_0x^2 / 2 + w_0x^3 / 6L + w_0Lx / 3$

(ب)  $0.06415w_0L^2$

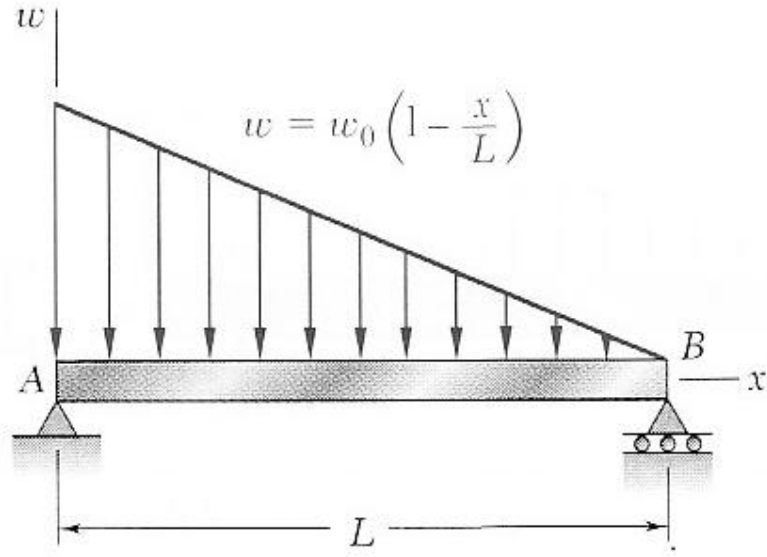


Fig. P5.57

5.59 حدد (أ) معادلة منحنى القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل المبين في الشكل (ب) القيمة المطلقة القصوى لعزم الانثناء في العارضة

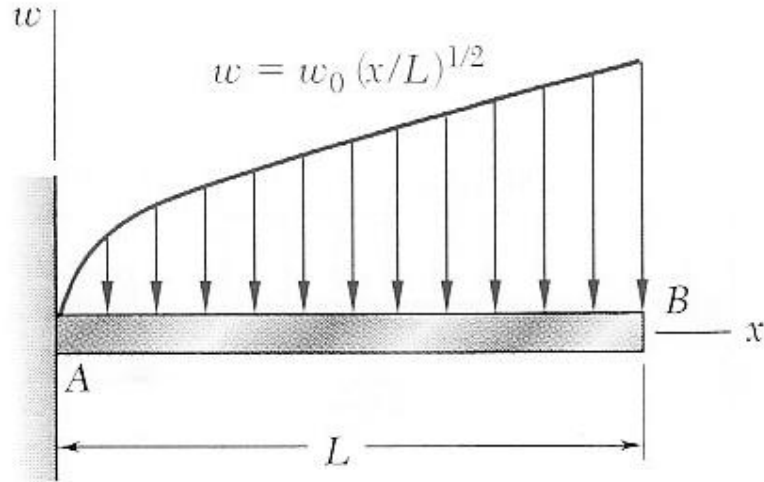


Fig. P5.59

5.61 ارسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل في الشكل. وحدد أقصى اجهاد عمودي ناتج من عزم الانثناء (حيث  $I/c = 164 \times 10^{-6} m^3$ )

الجواب:  $V_{\max} = 20.7 \text{ kN}$  ؛  $M_{\max} = 9.75 \text{ kN.m}$  ؛  $S_{\max} = 59.5 \text{ MPa}$

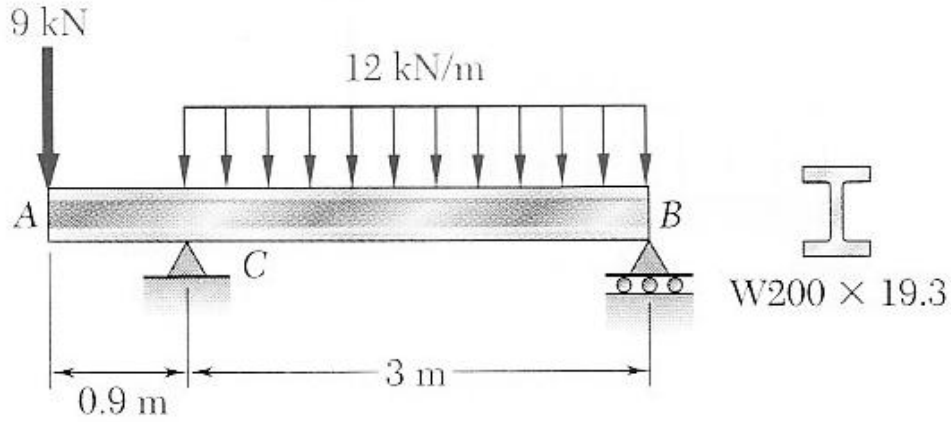


Fig. P5.61

5.62 ارسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل في الشكل. وحدد أقصى اجهاد

عمودي ناتج من عزم الانثناء (حيث  $I/c = 120 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ )

الجواب:  $V_{\max} = 16.8 \text{ kN}$  ؛  $M_{\max} = 8.82 \text{ kN.m}$  ؛  $S_{\max} = 73.5 \text{ MPa}$

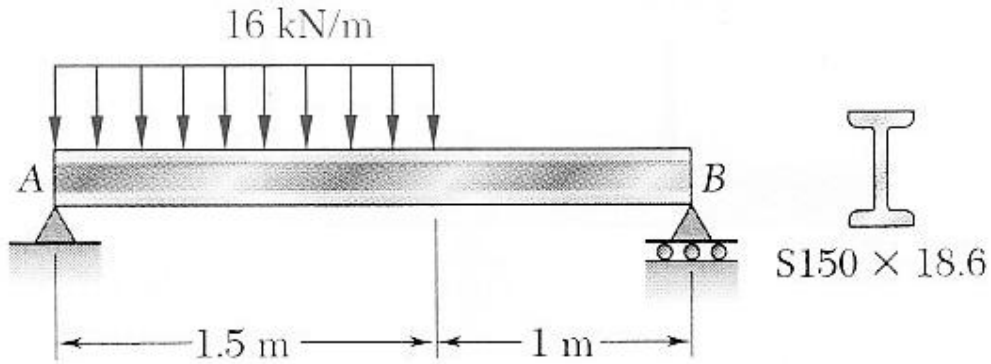


Fig. P5.62

5.67 ارسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل في الشكل. وحدد أقصى اجهاد

عمودي ناتج من عزم الانثناء (حيث  $I/c = 2200 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ )

الجواب:  $V_{\max} = 200 \text{ kN}$  ؛  $M_{\max} = 300 \text{ kN.m}$  ؛  $S_{\max} = 136.4 \text{ MPa}$

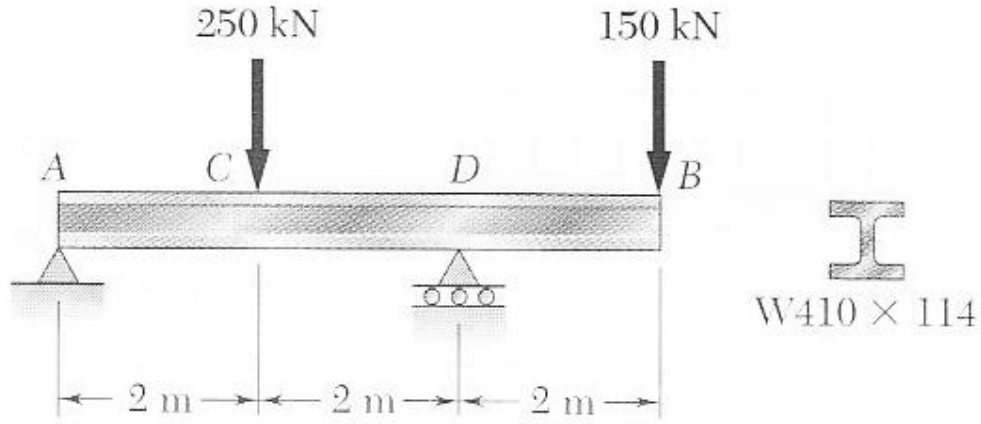


Fig. P5.67

5.68 ارسم رسمتي القص وعزم الانثناء للعارضة والحمل في الشكل. وحدد أقصى اجهاد عمودي ناتج من عزم الانثناء (حيث  $I/c = 49.6 \times 10^{-6} m^3$ )  
 الجواب:  $S_{\max} = 38.7 MPa$  ؛  $|M|_{\max} = 1.92 KN.m$  ؛  $|V|_{\max} = 5.6 KN$

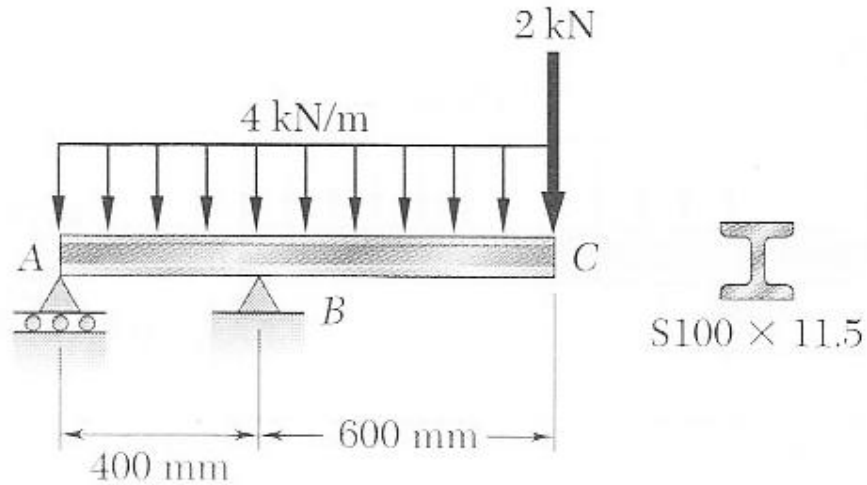


Fig. P5.68

#### 5.4 تصميم العوارض المنشورية المعرضة للاثناء

(منشورية: أي ذات المقطع العرضي الثابت على طول العارضة)

كما أشرنا في درس 5.1 ، تصميم العارضة محكوم عادةً بالقيمة المطلقة القصوى

لعزم الانثناء  $|M|_{\max}$  في العارضة. الاجهاد العمودي الأقصى  $S_m$  للعارضة يكون على

سطح العارضة عند المقطع الحرج الذي تحصل عنده  $|M|_{\max}$ ، ويمكن الحصول عليه بواسطة تعويض  $|M|_{\max}$  مكان  $|M|$  في معادلة 5.1، لذا

$$S_m = \frac{|M|_{\max} c}{I} \dots\dots\dots 5.1'$$

من أجل أن يكون التصميم آمن لا بد أن تكون  $S_m \leq S_{\max}$ ، حيث  $S_{all}$  هو الاجهاد المسموح به للمادة المستخدمة. بتعويض  $S_{all}$  بدل  $S_m$  في معادلة (5.1') والحل لـ  $(I/c)$  (وتسمى معامل المقطع S) نحصل على أقل قيمة لـ  $(I/c)$  للعارضة، أي

$$\left(\frac{I}{c}\right)_{\min} = \frac{|M|_{\max}}{S_{all}} \dots\dots\dots 5.9$$

سوف نتكلم في هذا الدرس عن تصميم العوارض ذات المقطع العرضي المستطيل، وعن اختيار العارضة المناسبة من بين عدة عوارض جاهزة بغض النظر عن شكل مقطعها العرضي (بشرط أن تكون متماثلة ومنشورية). الطريقة المناسبة للتصميم هي التي تؤدي إلى التصميم الاقتصادي (الأوفر). هذا يعني أنه من بين العوارض المتماثلة في النوع والمادة وغيره؛ نقوم باختيار العارضة ذات أقل وزن لكل وحدة طول - وبالتالي ذات أقل مساحة مقطع عرضي - ، لأن هذه هي العارضة ذات أقل سعر. طريقة التصميم تتضمن الخطوات التالية:

1 - أولاً نحدد قيمة  $S_{all}$  للمادة المختارة من جداول خواص المادة أو من متطلبات التصميم. نستطيع أيضاً حساب هذه القيمة بواسطة قسمة الاجهاد النهائي  $S_u$  للمادة على معامل الأمان المناسب (درس 1.13). لنفرض حالياً أن قيمة  $S_{all}$  هي نفسها لحالتي الشد والانضغاط، ولنكمل ...

2 - نرسم رسمتي القص وعزم الانثناء للحمل المعطى، ونحدد أقصى قيمة مطلقة لعزم الانثناء  $|M|_{\max}$  في العارضة.

3 - من معادلة 5.9 نحدد أقل قيمة مطلقة مسموحة لـ  $(I/c)$   $( (I/c)_{\min} )$

4 - للعارضة المستطيلة التي نعرف لها قيمة العمق  $h$  أو العرض  $b$  (أي  $\frac{h}{b}$ ) أو النسبة  $h/b$ ، نحدد القيمة المجهولة بواسطة المعادلة

$$\frac{1}{6}bh^2 \left( = \frac{I}{c} \right) \geq \left( \frac{I}{c} \right)_{\min}$$

5 - للعوارض الجاهزة (المتماثلة المنشورية بغض النظر عن شكل مقطعها) نختار العوارض التي تحقق الشرط  $\left(\frac{I}{c}\right) \geq \left(\frac{I}{c}\right)_{\min}$ ، ثم نختار من هذه المجموعة العارضة ذات أقل وزن

لكل وحدة طول. لكن في بعض الحالات قد نختار العارضة التي تحقق شروط أخرى مثل عمق مقبول أو غيره.

اقتصر كلامنا السابق على المادة التي لها نفس  $S_{all}$  في حالتها الشد والانضغاط. إذا كانت  $S_{all}$  مختلفة في الشد والانضغاط، عندها يجب أن نتأكد من أن العارضة المختارة لها  $S_m \leq S_{all}$  في الشد والانضغاط.

أخيراً، تذكر أنه في طريقة التصميم هذه أخذنا بعين الاعتبار فقط الاجهادات العمودية في العارضة. العوارض القصيرة، خصوصاً الخشبية، يمكن أن تنهار بسبب قص الحمل المستعرض. وسوف نأخذ تحديد اجهادات القص في العارضة في وحدة 6 .

### مثال 5.3

اختار العارضة المناسبة من بين قائمة العوارض الجاهزة من نوع W المعطاة في الجدول ، بحيث تتمكن من تحمل حمل مقداره 67KN كما هو مبين في الشكل. الاجهاد العمودي المسموح به للفولاذ هو 165MPa .

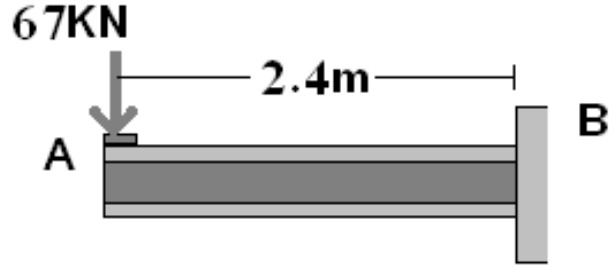


Fig5.15

الشكل	$(I/c) \times 10^3 \text{ mm}^3$
W 530×66	1340
W 410×60	1060
W 250×80	984
W 200×86	853
W 150×24	168

حيث W معناها Wide flang أي الشكل **I** والرقم الذي بعدها هو العمق بوحدة mm والرقم الذي بعدها هو الكتلة لكل وحدة طول بوحدة Kg/m .

الحل

1. الاجهاد المسموح به هو  $S_{all} = 165 \text{ MPa}$

2. القص ثابت ومقداره 67KN ، أقصى عزم انثناء يكون عند B وقيمته

$$|M|_{\max} = (67 \text{ KN})(2.4 \text{ m}) = 160.8 \text{ KN.m}$$



3. أقل قيمة مسموحة لـ  $(I/c)$

$$\left(\frac{I}{c}\right)_{\min} = \frac{|M|_{\max}}{s_{all}} = \frac{160.8 \text{ KN.m}}{165 \text{ MPa}} = 9.75 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 975 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

4. من الجدول المعطى في المثال نختار الحالات التي تحقق الشرط

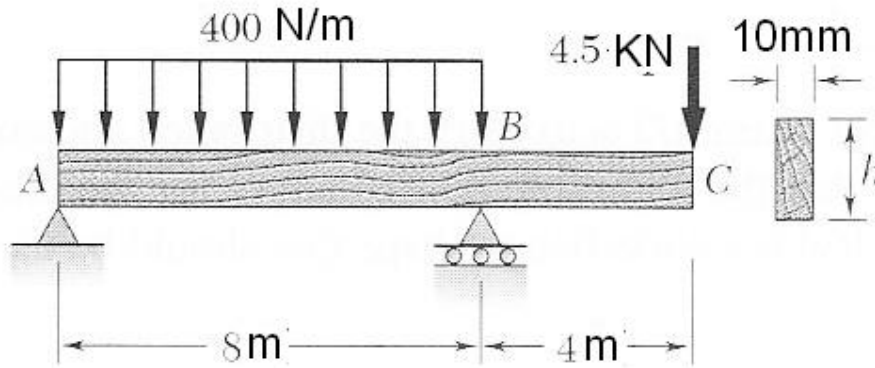
$(I/c) \geq 975 \times 10^3 \text{ mm}^3$ ، ونضعها في جدول جديد

الشكل	$(I/c) \times 10^3 \text{ mm}^3$
W530×66	1340
W410×60	1060
W250×80	984

نلاحظ أن العارضة الأوفر اقتصادياً هي W410×60 لأن كتلتها هي الأقل (60Kg/m).  
نلاحظ أن الكتلة الكلية للعمود هي  $(2.4\text{m})(60\text{Kg/m})=144\text{Kg}$  ، وبالتالي الوزن هو  $1.411\text{KN}$ <sup>1</sup> وهو قليل مقارنة بالحمل 67KN لذا يمكن اهماله في تحليلنا.

### مثال نموذجي 5.7

نريد تصميم العارضة الخشبية المبينة في الشكل بحيث تدعم الحمل المبين في الشكل. إذا كان عرض مقطع العارضة 10mm وقيمة الاجهاد المسموح به 12MPa . حدد أقل عمق h ممكن استخدامه للعارضة.



الحل

ردود الفعل

نأخذ العارضة كاملة على أنها جسم حر، ونكتب

$$\sum M_A = 0:$$

$$B(8\text{m}) - (3.2\text{KN})(4\text{m}) - (4.5\text{KN})(12\text{m}) = 0$$

<sup>1</sup> الوزن يساوي الكتلة ضرب تسارع الجاذبية الأرضية  $(9.8\text{m/s}^2)$

$$B = 8.35 \text{ KN} \Rightarrow \mathbf{B} = 8.35 \text{ KN} \uparrow$$

$$\sum F_x = 0: \quad A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y + 8.35 \text{ KN} - 3.2 \text{ KN} - 4.5 \text{ KN} = 0$$

$$A_y = -0.65 \text{ KN} \Rightarrow \mathbf{A} = 0.65 \downarrow$$

رسمة القص : القص مباشرة على يمين A هو  $V_A = A_y = -0.65 \text{ KN}$ . بما أن التغير في

القص بين A و B يساوي سالب المساحة تحت منحنى الحمل بين هاتين النقطتين، إذن

نحصل على  $V_B$  بكتابة :

$$V_B - V_A = -(400 \text{ N/m})(8 \text{ m}) = -3200 \text{ N} = -3.2 \text{ KN}$$

$$V_B = V_A - 3.2 \text{ KN} = -0.65 - 3.2 = -3.85 \text{ KN}$$

رد الفعل عند B يُسبب زيادة مفاجئة في القص مقدارها  $8.35 \text{ KN}$ ، مما يجعل قيمة القص

على يمين B تساوي  $4.5 \text{ KN}$ . بما أنه لا يوجد حمل بين B و C، فإن القص يبقى ثابت

بين هاتين النقطتين .

تحديد  $|M|_{\max}$

أولاً نلاحظ أن عزم الانثناء يساوي صفر عند نهايتي العارضة:  $M_A = M_C = 0$ . بين A

و B عزم الانثناء يتناقص بمقدار المساحة تحت منحنى القص. وبين B و C يزداد بنفس

المقدار. لذا القيمة المطلقة القصوى لعزم الانثناء هي  $|M|_{\max} = 18 \text{ KN.m}$ .

(I/c) الصغرى

بالتعويض في معادلة 5.9 لقيم  $S_{all}$  و  $|M|_{\max}$  نحصل على

$$\left( \frac{I}{c} \right)_{\min} = \frac{|M|_{\max}}{S_{all}} = \frac{18 \text{ KN.m}}{12 \text{ MPa}} = 1.525 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

أقل عمق مسموح به

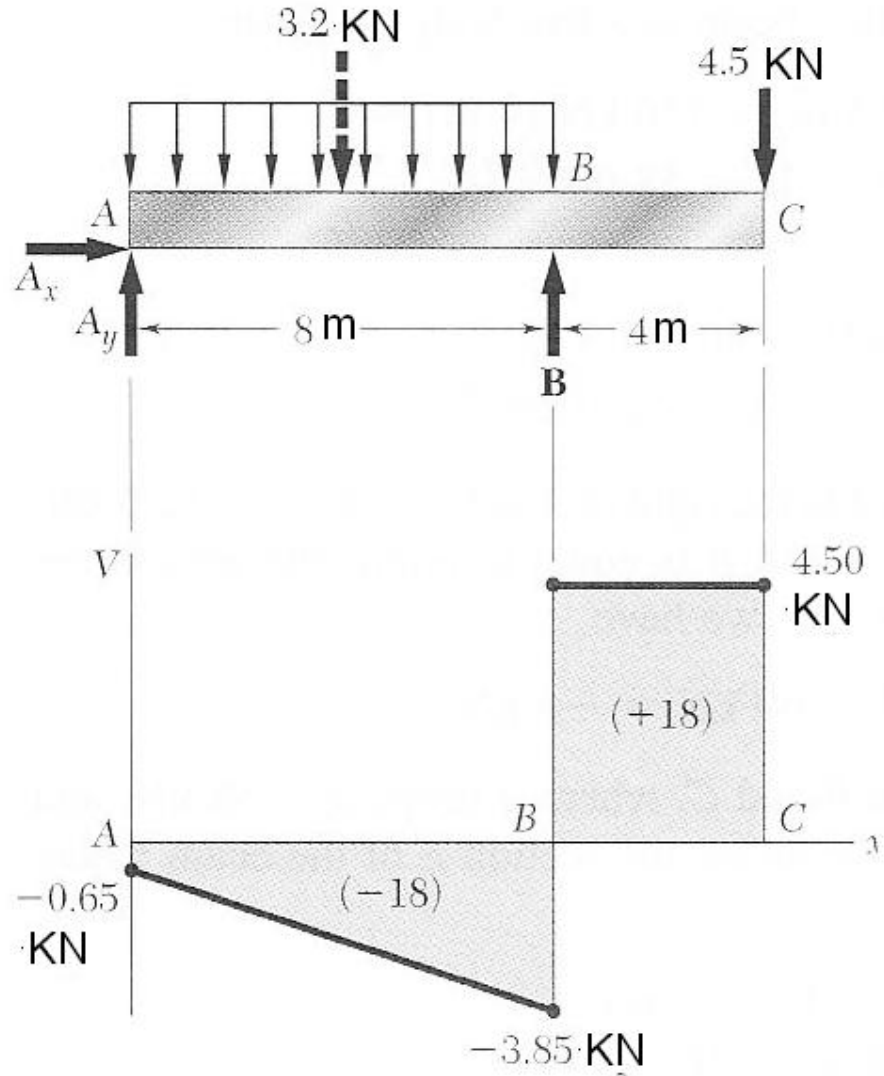
تذكر العلاقة التي أخذناها في النقطة 4 من طريقة التصميم المشروحة في هذا الدرس،

وبتعويض قيمة b و  $(I/c)_{\min}$  في هذه العلاقة نحصل على

$$\frac{1}{6} b h^2 \geq (I/c)_{\min} \Rightarrow \frac{1}{6} (10 \times 10^{-3}) h^2 \geq 1.525 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

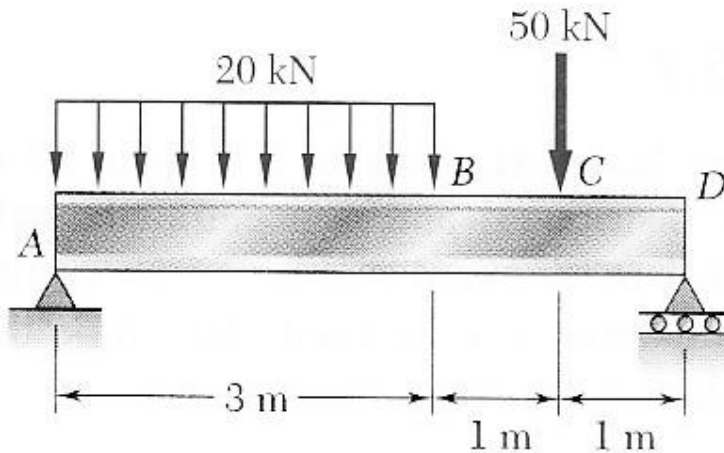
$$\Rightarrow h \geq 30.248 \text{ mm}$$

إذن أقل عمق مسموح به هو  $h = 30.25 \text{ mm}$



### مثال نموذجي 5.8

اختر العارضة الفولاذية المناسبة لتحمل الحمل المبين في الشكل.



إذا علمت أن الاجهاد المسموح به لهذا الفولاذ هو 160MPa ، وأن العوارض المتوفرة عندنا هي المبينة في الجدول التالي

الشكل	$(I/c) \times 10^3 \text{ mm}^3$
W100×19.3	90
W410×38.8	637
W360×32.9	474
W310×38.7	549
W250×44.8	535
W200×46.1	448
W150×24	168

حيث W معناها Wide flang أي الشكل I والرقم الذي بعدها هو العمق بوحدة mm والرقم الذي بعدها هو الكتلة لكل وحدة طول بوحدة Kg/m .

**الحل**

ردود الفعل

نأخذ العارضة كاملة على أنها جسم حر، ونكتب

$$\sum M_A = 0:$$

$$D(5m) - (60KN)(1.5m) - (50KN)(4m) = 0$$

$$D = 58KN \Rightarrow \mathbf{D = 58KN \uparrow}$$

$$\sum F_x = 0: \quad A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y + 58KN - 60KN - 50KN = 0$$

$$A_y = 52KN \Rightarrow \mathbf{A = 52 \uparrow}$$

رسمة القص: القص مباشرة على يمين A هو  $V_A = A_y = +52KN$  . بما أن التغير في

القص بين A و B يساوي سالب المساحة تحت منحنى الحمل بين هاتين النقطتين، إذن:

$$V_B = 52 - 60 = -8KN$$

القص يبقى ثابت بين B و C، حيث ينقص فجأة ليصبح -58KN ، ويحافظ على هذه القيمة

بين C و D . نحدد المقطع E للعارضة الذي تكون له  $V=0$ ، ونكتب

$$V_E - V_A = -wx$$

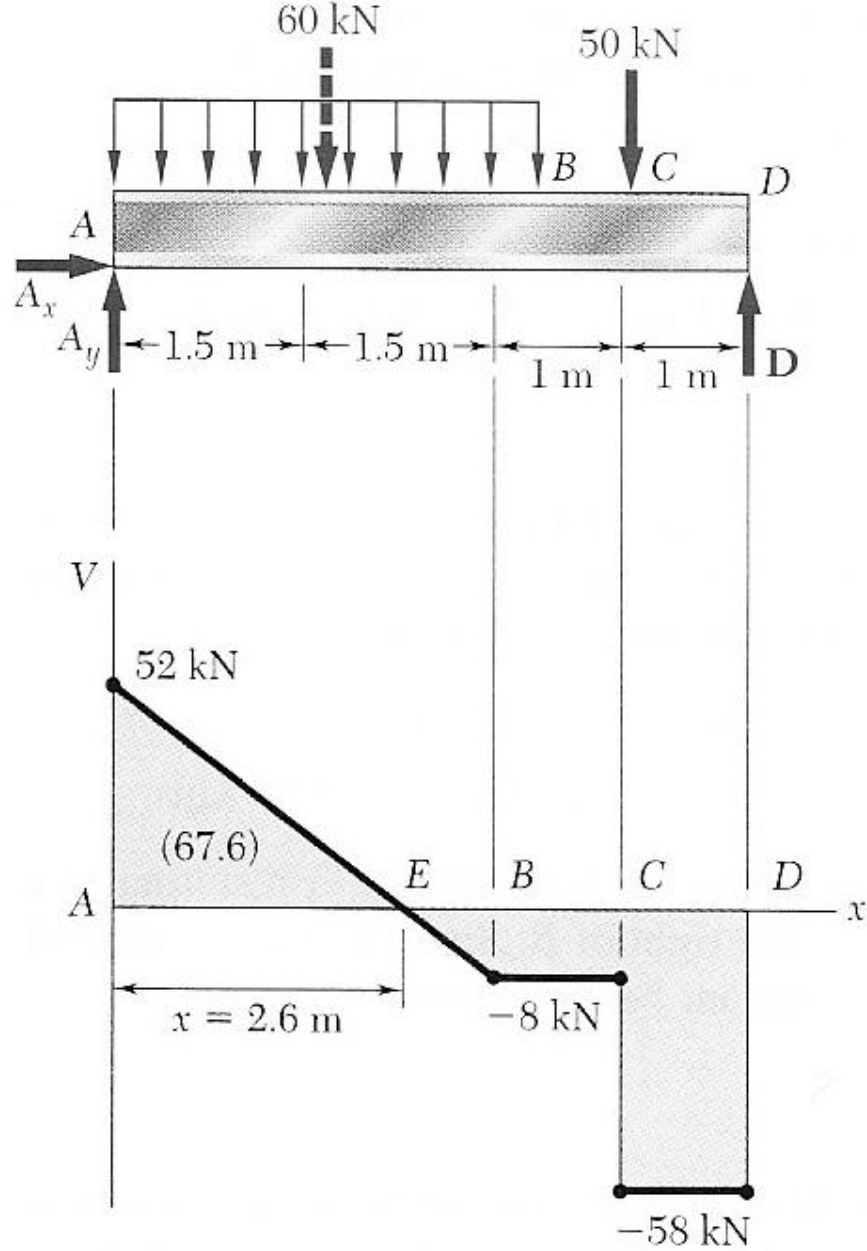
$$0 - 52KN = -(20KN/m)x$$

نحل لـ x لنحصل على  $x=2.6m$

تحديد  $|M|_{\max}$

أقصى عزم انثناء يحصل عند E، حيث  $V=0$ . بما أن قيمة M تساوي صفر عند الدعامات ، فإن قيمة M القصوى عند E تساوي المساحة تحت منحنى القص بين A و E . لذا

$$|M|_{\max} = M_E = 67.6 \text{ KN.m}$$



(I/c) الصغرى

بالتعويض في معادلة 5.9 لقيم  $S_{all}$  و  $|M|_{\max}$  نحصل على

$$\left(\frac{I}{c}\right)_{\min} = \frac{|M|_{\max}}{s_{all}} = \frac{67.6 \text{ KN.m}}{160 \text{ MPa}} = 422.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 422.5 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

اختيار العارضة المناسبة

من الجدول المعطى في المثال نختار الأشكال التي لها  $(I/c)$  أكبر من  $(I/c)_{\min}$ ، ونضعها في جدول، أي:

الشكل	$(I/c) \times 10^3 \text{ mm}^3$
W410×38.8	637
W360×32.9	474
W310×38.7	549
W250×44.8	535
W200×46.1	448

ومن الجدول نختار الشكل الأخف وزناً، أي W360×32.9

مسائل

5.75] للعارضة والحمل المبينات في الشكل ، صمم المقطع العرضي للعارضة، علماً بأن

العارضة مصنوعة من خشب له قيمة الاجهاد المسموح به 12MPa

الجواب: 173.2mm

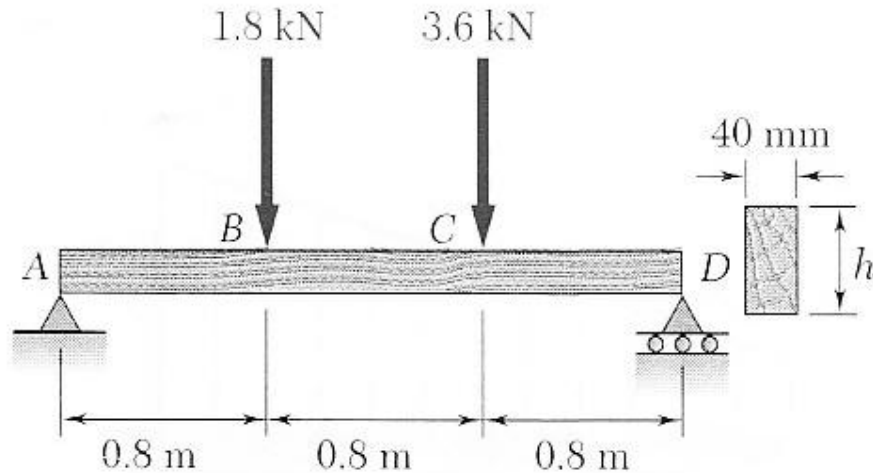
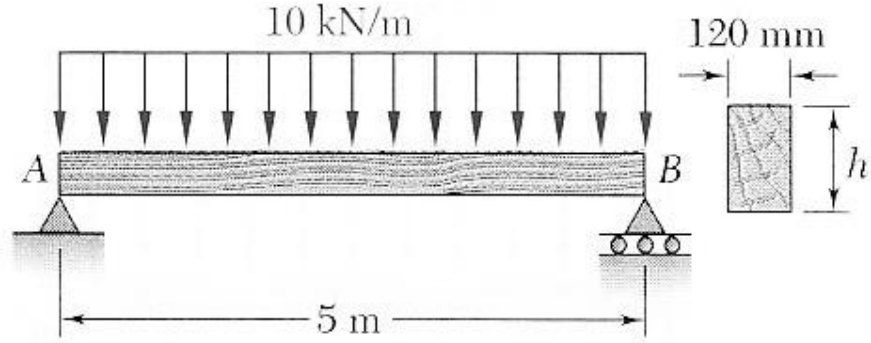


Fig. P5.75

5.76] للعارضة والحمل المبينات في الشكل ، صمم المقطع العرضي للعارضة، علماً بأن

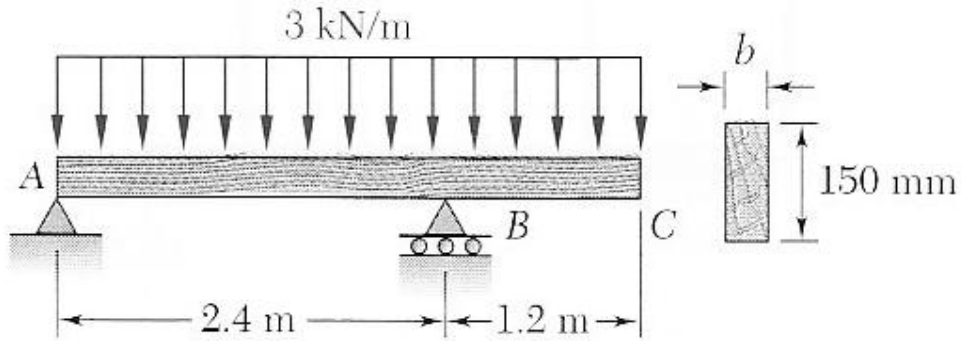
العارضة مصنوعة من خشب له قيمة الاجهاد المسموح به 12MPa

الجواب: 361mm



**Fig. P5.76**

5.79 للعارضة والحمل المبينات في الشكل ، صمم المقطع العرضي للعارضة، علماً بأن العارضة مصنوعة من خشب له قيمة الاجهاد المسموح به 12MPa



**Fig. P5.79**

5.80 للعارضة والحمل المبينات في الشكل ، صمم المقطع العرضي للعارضة، علماً بأن العارضة مصنوعة من خشب له قيمة الاجهاد المسموح به 12MPa

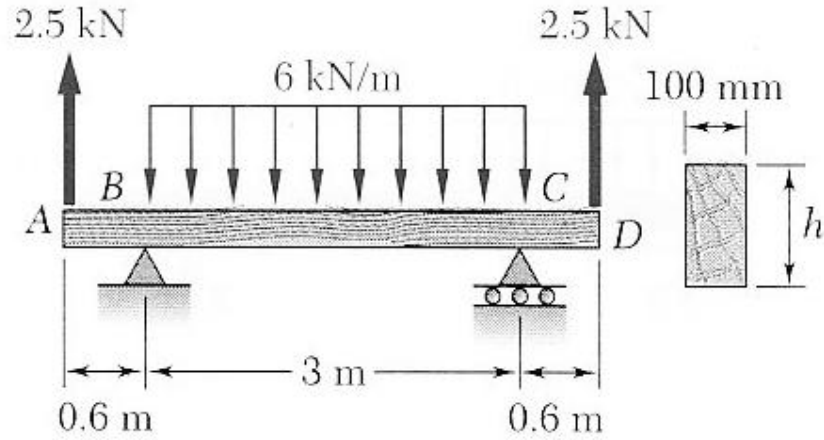


Fig. P5.80

5.92 قضيب فولاذي له قطر خارجي (d) مقداره 100mm معرض للحمل المبين في الشكل. إذا كان لدينا مجموعة من المواسير سمك جدارها (t) هو (6mm، 10mm، 13mm)، والاجهاد المسموح به للفولاذ المستخدم هو 165MPa؛ أحسب أقل سمك جدار (t) ممكن استعماله. (مساعدة:  $\left(\frac{I}{c}\right) = \frac{P}{32d}(d^4 - (d - 2t)^4)$ )

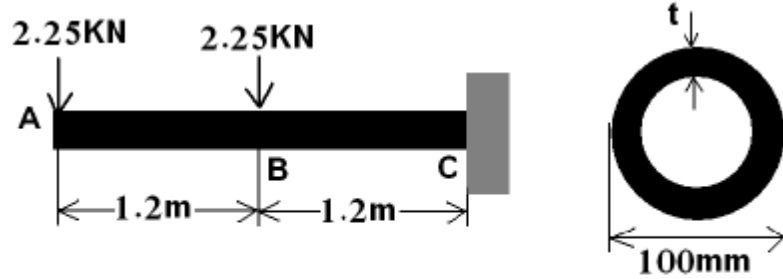


Fig. P5.92

الجواب: 10mm

5.95 حدد أقصى قيمة مسموح بها لـ P للعارضة والحمل المبينات في الشكل، علماً بأن قيمة الاجهاد المسموح به في حالة الشد هي +80MPa وفي حالة الانضغاط -140MPa

الجواب: 7.48kN



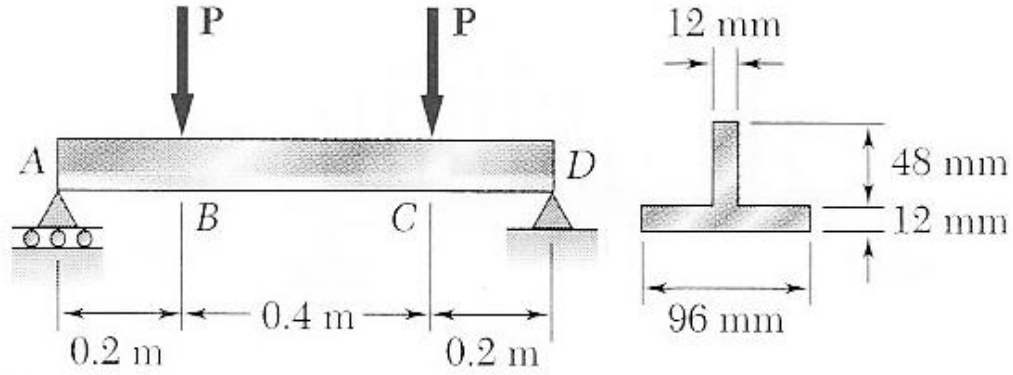


Fig. P5.95

5.96 حدد أقصى قيمة مسموح بها لـ  $P$  للعارضة والحمل المبينات في الشكل، علماً بأن قيمة الاجهاد المسموح به في حالة الشد هي  $+80\text{MPa}$  وفي حالة الانضغاط  $-140\text{MPa}$ .  
الجواب:  $7.32\text{KN}$

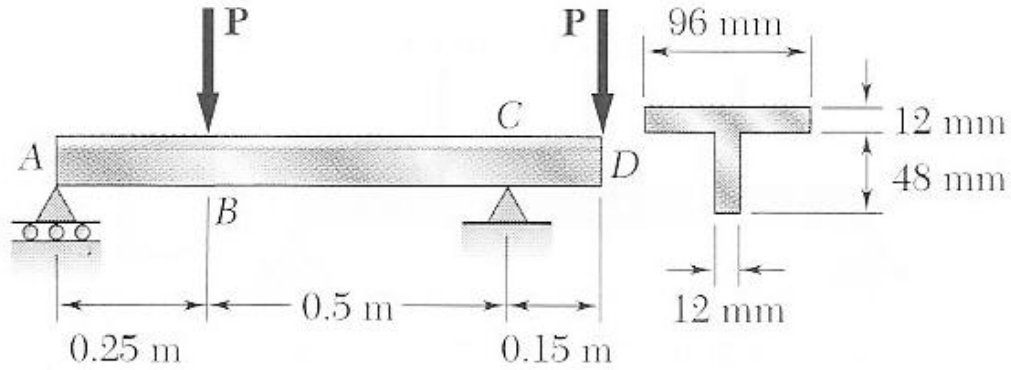


Fig. P5.96

### قائمة ترجمة المصطلحات

Beam	عارضة
Transverse	مستعرض
Support	دعامة
Statically determinant	محددة ستاتيكيًا
Statically indeterminant	غير محددة ستاتيكيًا
Load	حمل (قوة أو عزم خارجيين)
Reaction	رد فعل (قوة أو عزم من الدعامات (خارجي))

Concentrated load	حمل مركز
distributed load	حمل موزع
uniformly distributed load	حمل موزع بانتظام
bending-moment diagram	رسمه عزم الانثناء
shearing diagram	رسمه القص
just to the right (left)	مباشرة على يمين (يسار)
prismatic	منشوري
section modulus	معامل المقطع

بسم الله الرحمن الرحيم

6

اجهادات القص في الأعضاء

والعوارض رقيقة الجدران

## Shearing Stresses In Beams And Thin-Walled Members

### 6.1 مقدمة

رأينا في درس 5.1 أن الحمل المستعرض المؤثر على عارضة يسبب اجهاد عمودي واجهاد قص في أي مقطع مستعرض من العارضة. الاجهاد العمودي ينتج من عزم الانثناء  $M$  في المقطع واجهاد القص ينتج من قوة القص . بنا أن العامل المهم في تصميم العوارض هو الاجهاد العمودي، فقد كان حديثنا في وحدة 5 مقتصر على الاجهاد العمودي. لكن اجهاد القص أيضاً قد يكون مهم، خصوصاً في تصميم العوارض القصيرة، وهذا هو موضوع هذه الوحدة.

عند تأثير قوة مستعرضة على عارضة معينة كالتالي في الشكل التالي مثلاً ،

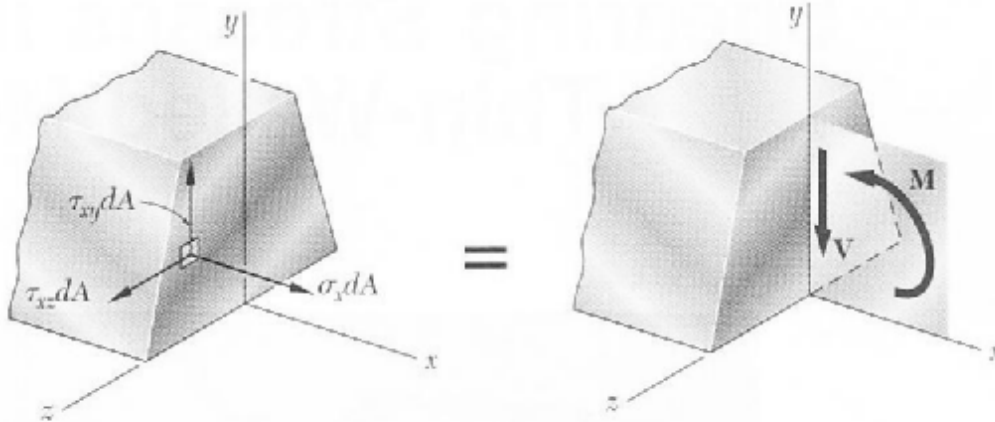


Fig. 6.1

الشكل 6.1

ينتج لدينا الاجهادات التالية عند كل نقطة في العارضة: اجهاد عمودي  $\sigma_x$  والمسؤول عنه هو عزم الانثناء، اجهدا قص  $t_{xy}$  و  $t_{xz}$  والمسؤول عنهما هو قوة القص  $V$  (وهما موضوع هذه الوحدة).

اجهاد القص  $t_{xy}$  يكون في المقطع المستعرض، لذا يكون سبب حصول الانهيار مثل الذي في الشكل التالي



أيضاً من المهم جداً معرفة أن هذا الاجهاد نفسه ( لكن للدقة يسمى  $t_{yx}$  ) يؤثر أيضاً في سطح آخر وهو السطح الأفقي، إذن فهو مسؤول أيضاً عن حصول انهيار من النوع المبين في الشكل 6.4

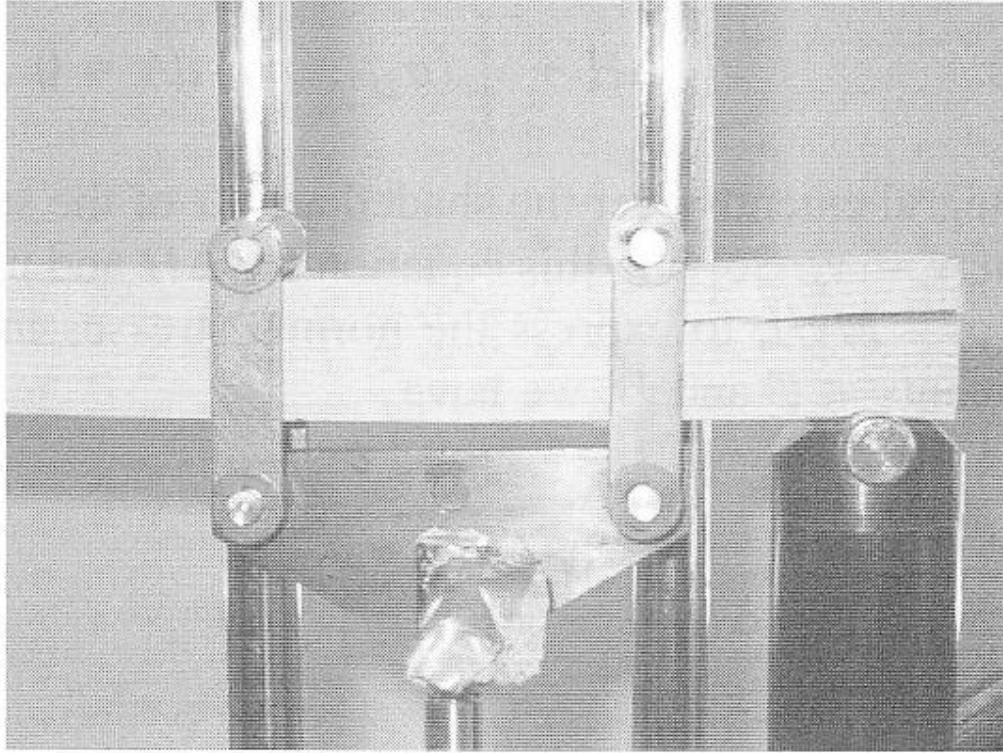


Fig. 6.4

الشكل 6.4

## 6.2 القص على الوجه الأفقي لجزء من العارضة

لنأخذ العارضة المنشورية AB التي لها سطح تماثل عمودي والتي تحمل أحمال موزعة

ومركزة كما في الشكل 6.5

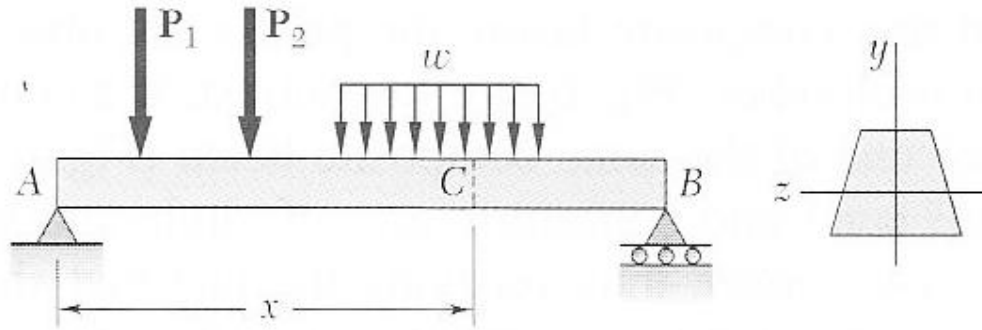


Fig. 6.5

الشكل 6.5

على مسافة  $x$  من النهاية  $A$  نأخذ الجزء الحجمي (element)  $C'D'D'C$  الذي له الطول  $\Delta x$  ، وسطحه السفلي يبعد مسافة  $y_1$  عن محور التماثل (الشكل 6.6)

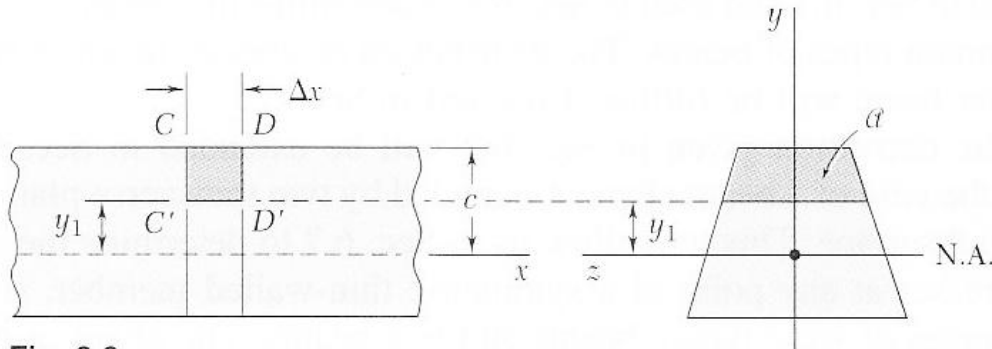


Fig. 6.6

الشكل 6.6

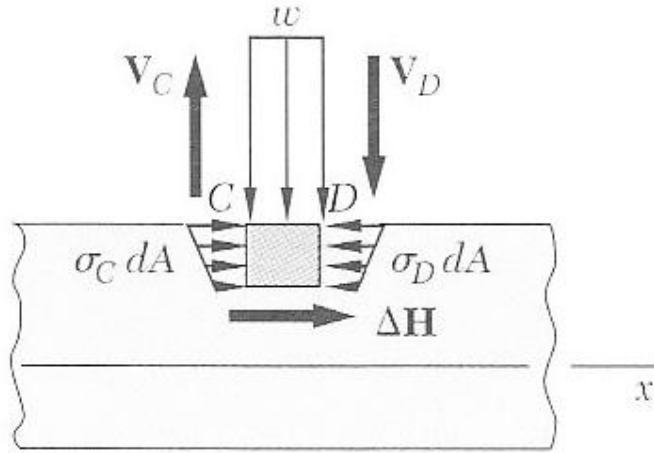


Fig. 6.7

الشكل 6.7

الشكل 6.7 يبين القوى المؤثرة هذا الجزء ، الذي يهنا هنا هو قوة القص الأفقية ( $\Delta H$ ) المؤثرة على السطح السفلي للجزء (المؤثرة على السطح الواقع على مسافة  $y_1$  من محور التماثل)، وتعطى بالعلاقة

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x \dots\dots\dots(6.4)$$

حيث  $Q$ : هي العزم الأول حول محور التماثل للجزء من المقطع العرضي الواقع فوق (أو حتى تحت) النقطة التي نحسب عندها  $\Delta H$  ، وطرق حسابها مشروحة في ملحق A  
 $I$ : عزم القصور الذاتي للمقطع العرضي الكامل حول محور التماثل ، وسبق الحديث عنه ، وهو مشروح في ملحق A  
 $V$ : قوة القص العمودي الداخلية عند المقطع (التي درسناها في وحدة 5)

لاحظ أن أقصى قيم  $Q$  تكون عند  $y_1 = 0$  .

القص الأفقي لكل وحدة طول ، ويرمز له بالرمز  $q$  ، ونحصل عليه بقسمة طرفي

معادلة 6.4 على  $\Delta x$  ، أي

$$q = \frac{\Delta H}{\Delta x} = \frac{VQ}{I} \dots\dots\dots 6.5$$

$q$  يسمى أيضا تدفق القص

### مثال 6.01

عارضة مصنوعة من ثلاثة ألواح لها المقطع العرضي (20mmx100mm) ممسمة معاً (الشكل 6.9). إذا علمت أن المسافة بين المسامير 25mm وأن القص العمودي  $V=500N$  ، أوجد قيمة قوة القص على كل مسمار .

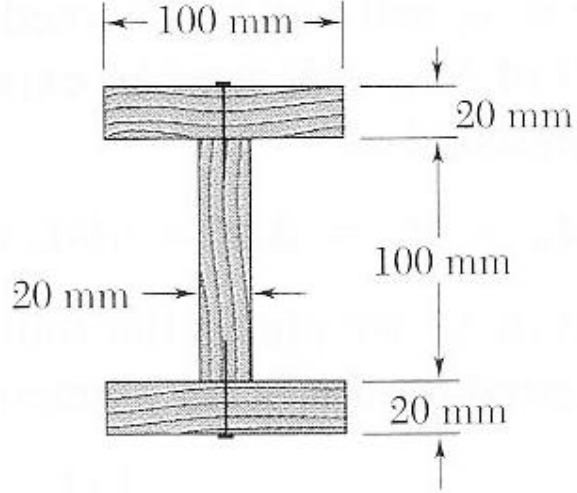


Fig. 6.9

الشكل 6.9

الحل

أولاً نحدد القوى الأفقية لكل وحدة طول  $q$  ، التي تؤثر على السطح السفلي للوح العلوي. نستخدم المعادلة 6.5 ، حيث  $Q$  هي العزم الأول حول محور التماثل للمساحة المظللة  $A$  المبينة في الشكل 6.10a ، و  $I$  هي عزم القصور الذاتي حول نفس المحور للمقطع العرضي كامل (الشكل 6.10b) . من ملحق A نعرف أن العزم الأول لمساحة معينة حول محور معين تساوي حاصل ضرب مساحته بالمسافة بين مركزه المتوسط وذلك المحور.

$$Q = A\bar{y} = (0.02m \times 0.1m)(0.06m) = 120 \times 10^{-6} m^3$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{12}(0.02m)(0.1m)^3 \\ &+ 2\left[\frac{1}{12}(0.1m)(0.02m)^3\right. \\ &\left.+ (0.02m \times 0.1m)(0.06m)^2\right] \\ &= 1.667 \times 10^{-6} + 2(0.0667 + 7.2)10^{-6} \\ &= 16.2 \times 10^{-6} m^4 \end{aligned}$$

نعوض في معادلة 6.5 لنحصل على

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(500N)(120 \times 10^{-6} m^3)}{16.2 \times 10^{-6} m^4} = 3704 N/m$$

بما أن المسافة بين المسامير 25mm فإن قوة القص على كل مسمار هي  
 $F = (0.025m)q = (0.025)(3704N/m) = 92.6N$

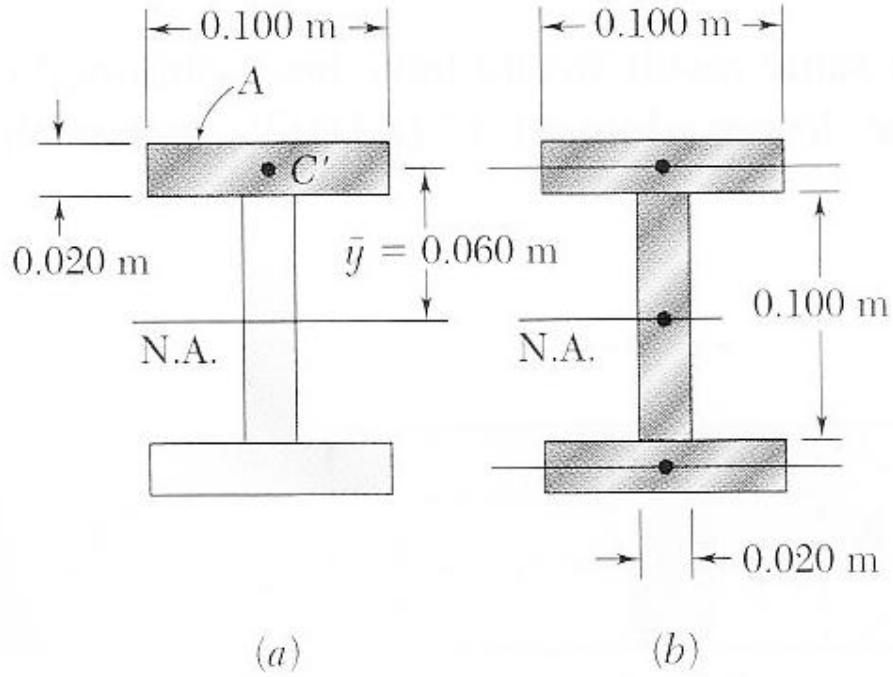


Fig. 6.10

الشكل 6.10

### 6.3 تحديد اجهادات القص في عارضة

لنأخذ مرة ثانية العارضة التي لها مستوى تماثل عمودي والمعرضة لعدة قوى مركزة وموزعة مؤثرة في هذا المستوى. رأينا في الدرس السابق أنه إذا أخذنا الجزء من العارضة الواقع بين سطحين عموديين و سطح أفقي والذي له الطول  $\Delta x$  (الشكل 6.11)، فإن قيمة  $\Delta H$  قوة القص المؤثرة على الوجه الأفقي للجزء تحسب بواسطة معادلة 6.4، ومعدل اجهاد القص  $t_{ave}$  على ذلك الوجه يمكن الحصول عليها بواسطة قسمة  $\Delta H$  على المساحة  $\Delta A$ . لاحظ أن  $\Delta A = t \Delta x$ ، حيث  $t$  هي عرض الجزء عند الوجه، أي

$$t_{ave} = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{VQ}{I} \frac{\Delta x}{t \Delta x}$$

$$t_{ave} = \frac{VQ}{I t} \dots \dots \dots 6.6$$



لاحظ أنه بما أن اجهادي القص  $t_{yx}$  و  $t_{xy}$  الذان يؤثران -على التوالي - على السطحين المستعرض والأفقي عند  $D'$  متساويين ، إذن فإن العلاقة السابقة تمثل أيضاً معدل  $t_{xy}$  على الخط  $D_1'D_2'$  (الشكل 6.12) (أي العلاقة السابقة تعطي معدل  $t_{yx}$  و  $t_{xy}$ )

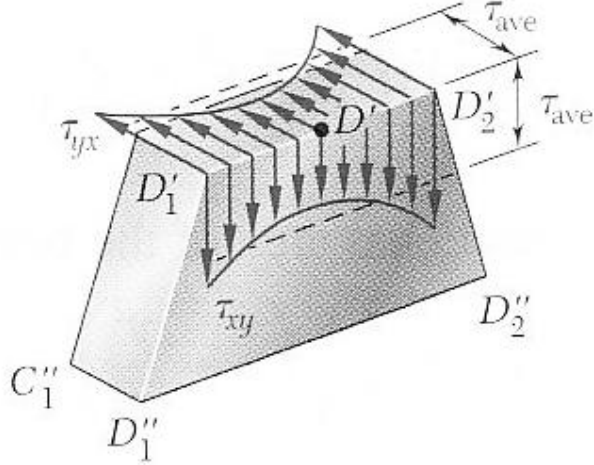


Fig. 6.12

الشكل 6.12

نلاحظ أيضاً أن  $t_{yx} = 0$  عند السطحين العلوي والسفلي للعارضة ، لأنه لا توجد قوى مؤثرة على هذين السطحين. لذا  $t_{xy} = 0$  على طول الحافتين العلوية والسفلية للمقطع العرضي (الشكل 6.13)

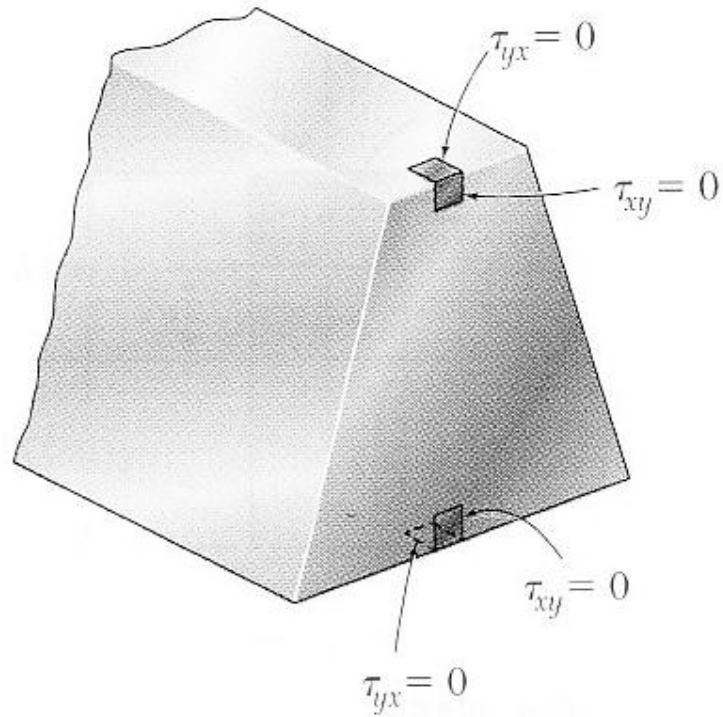


Fig. 6.13

### الشكل 6.13

نلاحظ أيضاً أنه بالرغم من أن  $Q$  تكون لها قيمة قصوى عند  $y = 0$  (كما أشرنا في درس 6.2) إلا أن هذا لا يعني بالضرورة أن  $t_{ave}$  ستكون لها قيمة قصوى على طول محور التماثل، والسبب أن  $t_{ave}$  تعتمد على العرض  $t$  للمقطع، وليس فقط على  $Q$ . كلما كان عرض المقطع العرضي للعارضة صغير مقارنة بعمقها، فإن اجهاد القص يتغير بمقدار صغير على طول الخط  $D_1'D_2'$  (الشكل 6.12). ويمكن استخدام معادلة (6.6) لحساب  $t_{xy}$  عند أي نقطة على طول  $D_1'D_2'$ . فعلياً  $t_{xy}$  تكون عند  $D_1'$  و  $D_2'$  أكبر منها عند  $D'$ ، لكن للمقطع المستطيل ذو العرض  $b$  و العمق  $h$  والذي له  $b \leq h/4$ ، فإن قيمة  $t_{xy}$  عند  $C_1$  و  $C_2$  (الشكل 6.14) لا تتجاوز 0.8% من قيمة  $t_{ave}$  على محور التماثل.

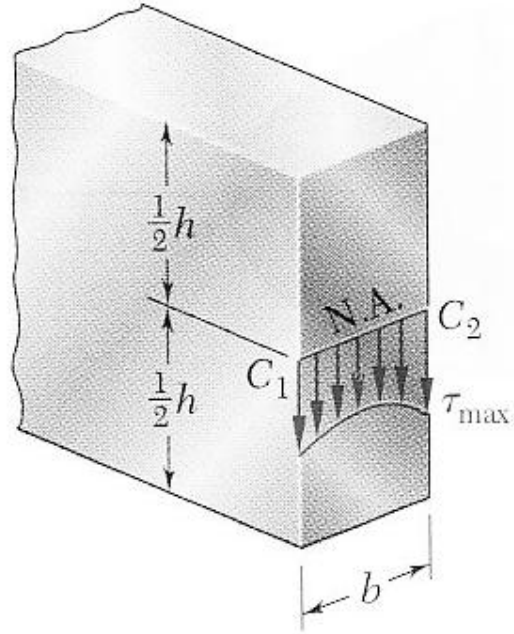


Fig. 6.14

الشكل 6.14

#### 6.4 اجهادات القص $t_{xy}$ في أنواع شائعة من العوارض

رأينا في الدرس السابق أنه للعوارض المستطيلة الرفيعة (أي التي له العرض  $b$  و العمق  $h$  بحيث  $b \leq h/4$ ) يكون التغير في اجهاد القص  $t_{xy}$  على طول عرض العارضة أقل من 0.8% من قيمة  $t_{ave}$ . لذا نستطيع استخدام معادلة 6.6 لحساب اجهاد القص عند أي نقطة في المقطع العرضي للعارضة، ونكتب

$$t_{xy} = \frac{VQ}{It} \dots\dots\dots 6.7$$

حيث  $t$  عرض العارضة و  $b$  عمقها، و  $Q$  هي العزم الأول حول محور التماثل للمساحة المظللة  $A'$  (الشكل 6.15)

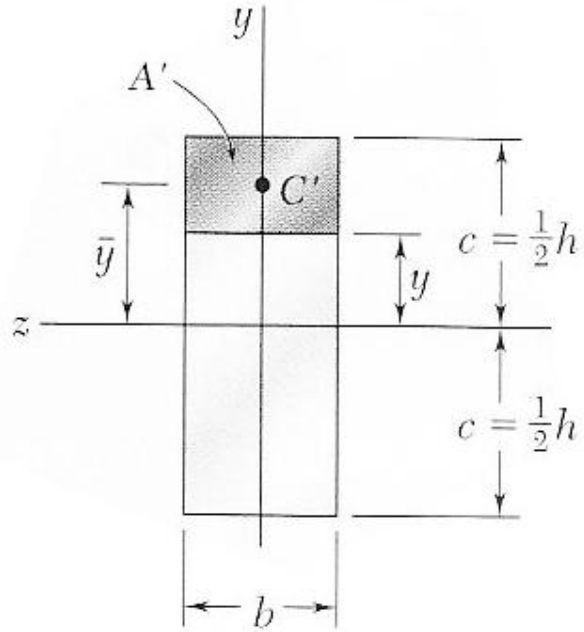


Fig. 6.15

الشكل 6.15

لاحظ أن المسافة بين محور التماثل والمركز المتوسط لـ  $A'$  هو  $\bar{y} = \frac{c+y}{2}$ ، أيضاً

$$Q = A' \bar{y} \text{، أي}$$

$$Q = A' \bar{y} = b(c-y) \frac{1}{2}(c+y) = \frac{1}{2}(c^2 - y^2) \dots\dots\dots 6.8$$

أيضاً تذكر أن  $I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{2}{3}bc^3$ ، إذن :

$$t_{xy} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{3}{4} \frac{c^2 - y^2}{bc^3} V$$

أيضاً  $A=2bc$ ، إذن

$$t_{xy} = \frac{3V}{2A} \left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right) \dots\dots\dots 6.9$$

المعادلة 6.9 تبين أن توزيع اجهاد القص يكون على شكل منحنى تربيعي كما في

الشكل 6.16

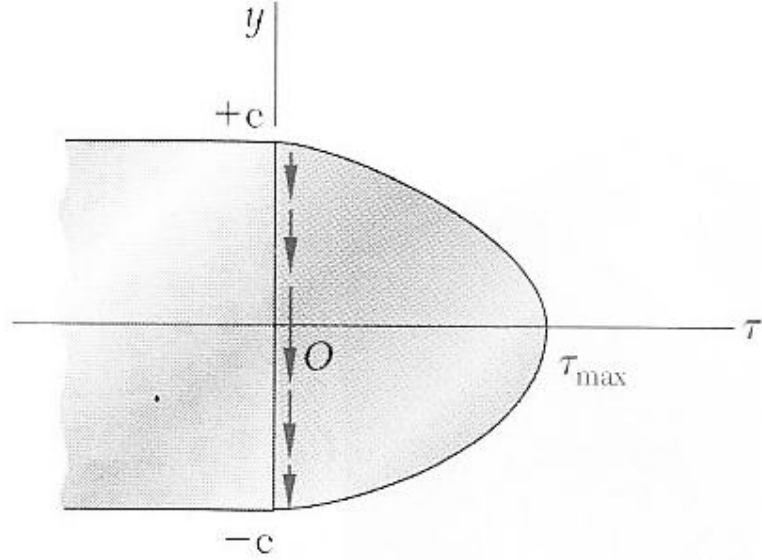


Fig. 6.16

الشكل 6.16

وكما رأينا في الدرس السابق اجهاد القص عند السطح العلوي والسفلي ( $y = \pm c$ ) يساوي صفر. والاجهاد الأقصى يكون عند  $y=0$  ، أي من معادلة 6.9

$$t_{\max} = \frac{3V}{2A} \dots\dots\dots 6.10$$

العلاقة السابقة تبين أن القيمة القصوى لاجهاد القص في عارضة مستطيلة المقطع العرضي تكون أكبر بـ 50% من قيمة  $V/A$  التي سوف نحصل عليها لو افترضنا - مخطئين - أن اجهاد القص موزع بانتظام على كل المقطع العرضي.

في حالة العوارض الجاهزة من نوع W و S (أي مثل التي في الشكل التالي



يمكن استخدام معادلة 6.6 لتحديد معدل القص في المقطعين aa` أو bb` ، أي

$$t_{ave} = \frac{VQ}{It} \dots\dots\dots 6.6$$

حيث  $V$  هو القص العمودي،  $t$  عرض المقطع عند الارتفاع المطلوب ،  $Q$  العزم الأول للمساحة المظللة، لو رسمنا  $t_{ave}$  مع المسافة العمودية  $y$  فنحصل على الشكل 6.17c ، نلاحظ التغير المفاجئ في قيمة  $t_{ave}$  وهو بسبب التغير المفاجئ في قيمة  $t$  للشيفر (flange) (وهو القطعة ABGD و A`B`G`D` في الشكل 6.17) والنسيج (web) (وهو القطعة (EFF`E`

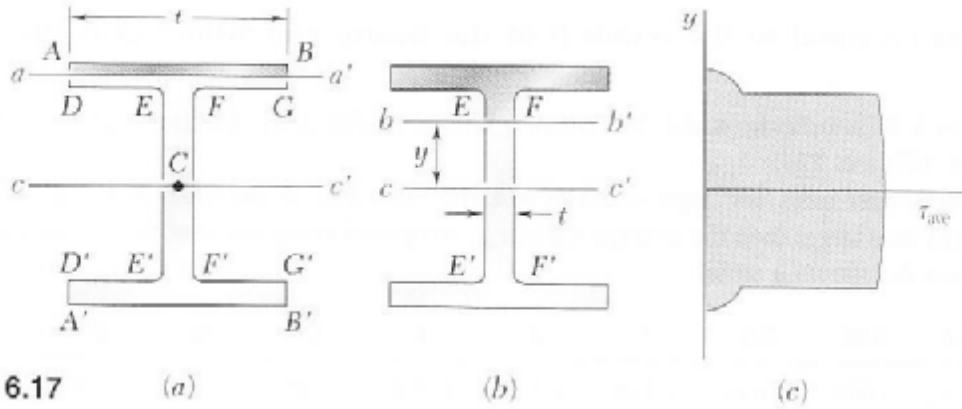


Fig. 6.17

الشكل 6.17

في حالة النسيج (web) ، اجهاد القص  $t_{xy}$  يتغير بصورة بسيطة خلال المقطع  $bb'$  ، ويمكن اعتباره مساوي لمعدله  $t_{ave}$  . لكن هذا غير صحيح للشيفر (flange) (أنظر الشكل 6.17c) . عملياً يمكن اعتبار النسيج (web) هو المسؤول الوحيد عن تحمل حمل القص، وأن الاجهاد الأقصى يساوي تقريباً قوة القص مقسومة مساحة النسيج (web)

$$t_{max} = \frac{V}{A_{web}} \dots\dots\dots 6.11$$

لا بد أن نشير إلى أنه بالرغم من امكانية اهمال قيمة  $t_{xy}$  لاجهاد القص في الشيفر (flange) ، لكن قيمة اجهاد القص الأفقية  $t_{xz}$  لها قيمة مؤثرة وسوف ندرسها في درس 6.7

### مثال 6.02 (مشكوك فيه)

إذا أخذنا قيمة اجهاد القص المسموح به في مثال نمودجي 5.7 ؛  $t_{all} = 1.7MPa$  ، تأكد إن كان التصميم الذي وضعناه في ذلك المثال النمودجي مقبول من جهة القص

### الحل

تذكر أنه من رسمة القص في مثال نمودجي 5.7 لدينا  $V_{max} = 4.5KN$  ، وأن العرض هو  $b=10mm$  ، وأن القيمة التي حصلنا عليها للعمق هي  $h=30.25mm$  . باستخدام معادلة 6.10 لاجهاد القص الأقصى في العارضة المستطيلة الرقيقة ، نحصل على

$$t_{max} = \frac{3V}{2A} = \frac{3}{2} \frac{V}{bh} = \frac{3(4.5KN)}{2(10mm)(30.25mm)} = 22.3MPa$$

وبنا أن  $t_{max} > t_{all}$  ، إذن التصميم الذي حصلنا عليه في المثال النمودجي غير مقبول

### 6.3 مثال

إذا علمت أن اجهاد القص المسموح به للقضيب الفولاذي في مثال نموذجي 5.8 هو  $t_{all} = 90MPa$  ، تأكد إن كانت العارضة من نوع W360x32.9 ، التي حصلنا عليها في المثال النموذجي مقبولة من ناحية اجهاد القص (مساعدة: من الجداول لـ W360x32 مساحة النسيج (web) هي (349mmx5.8mm))

#### الحل

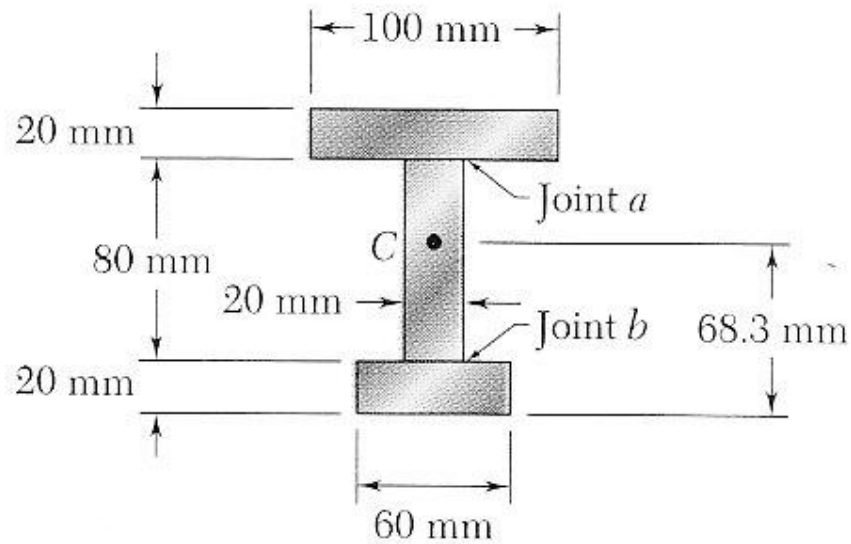
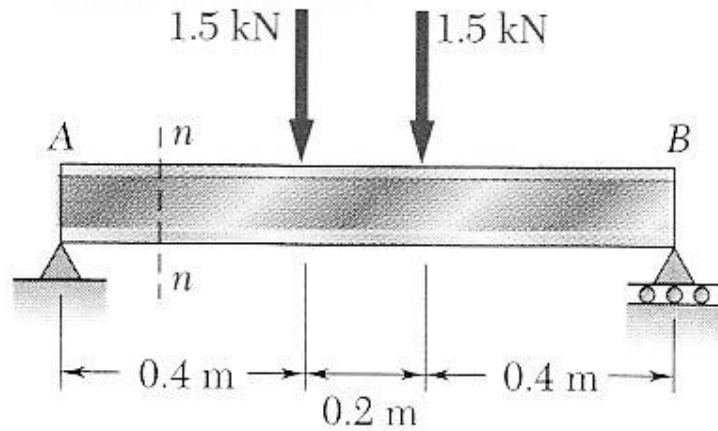
من رسمة القص للمثال النموذجي 5.8 نعرف أن القيمة المطلقة القصوى للقص هي  $|V|_{max} = 58KN$  . كما رأينا في الدرس أنه يمكن اعتبار النسيج (web) وحده مسؤول عن تحمل القص ، وأن قيمة اجهاد القص القصوى تحسب من معادلة 6.11 ، إذن

$$A_{web} = \frac{|V|_{max}}{A_{web}} = \frac{58KN}{2024mm^2} = 28.7MPa$$

وبما أن  $t_{max} < t_{all}$  إذن التصميم الذي حصلنا عليه في مثال نموذجي 5.8 مقبول

### 6.1 مثال نموذجي

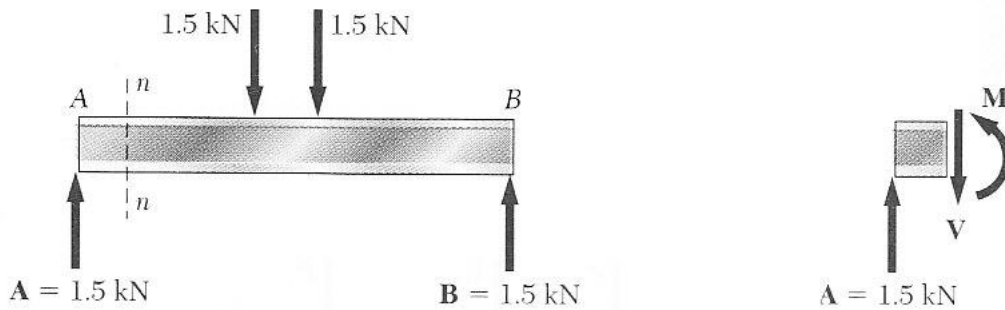
العارضة AB مصنوعة من ثلاثة ألواح ملصوقة معاً ومعرضة - في مستوى تماثلها - للحمل المبيّن . إذا علمت أن عرضة وصلة (المنطقة الملصقة) هو 20mm ، احسب قيمة معدل اجهاد القص في كل وصلة عند المقطع n-n من العارضة . موقع المركز المتوسط للمقطع العرضي مبيّن في الشكل وقيمة عزم القصور الذاتي هي  $I = 8.63 \times 10^{-6} m^4$



الحل

القص العمودي عند المقطع n-n

بما أن الحمل والعارضة متماثلين حول مركز العارضة، إذن  $A = B = 1.5 \text{ kN} \uparrow$



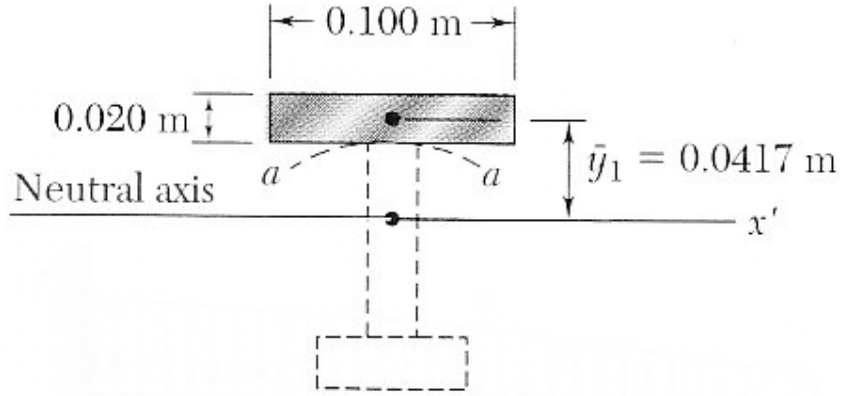
لنأخذ الجزء من العارضة على يسار المقطع n-n على أنه جسم حر ، إذن



$$\sum F_y = 0: 1.5KN - V = 0 \Rightarrow V = 1.5KN$$

اجهاد القص عند الوصلة a:

نمرر المقطع a-a خلال الوصلة ونفصل المقطع العرضي إلى قطعتين، ونحسب Q



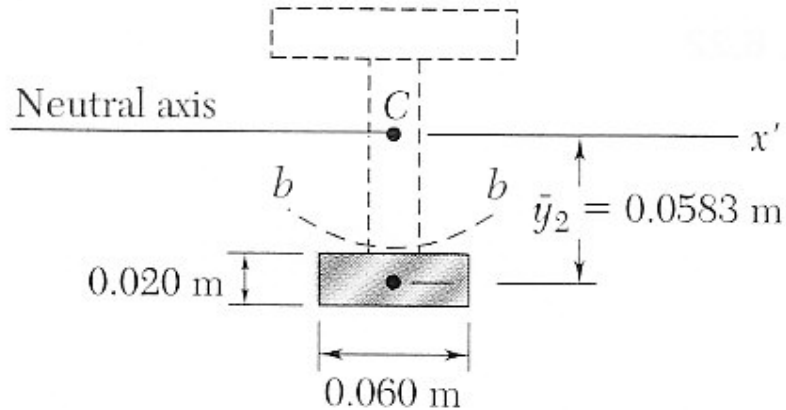
$$Q = A\bar{y}_1 = [(0.1m)(0.02m)][0.047] = 83.4 \times 10^{-6} m^3$$

تذكر أن عرض الوصلة  $t=0.02m$ ، وباستخدام معادلة 6.7 نحدد معدل اجهاد القص

$$t_{ave} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500N)(83.4 \times 10^{-6} m^3)}{(8.63 \times 10^{-6} m^4)(0.02m)} = 725 KPa$$

اجهاد القص عند الوصلة b:

نمرر المقطع b-b خلال الوصلة ونفصل المقطع العرضي إلى قطعتين، ونحسب Q



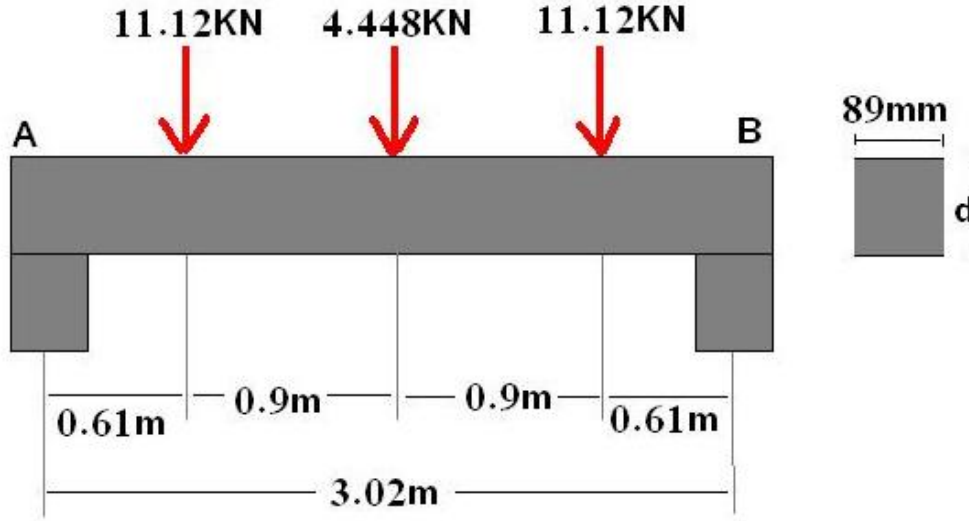
$$Q = A\bar{y}_2 = [(0.06m)(0.02m)][0.0583] = 70 \times 10^{-6} m^3$$

تذكر أن عرض الوصلة  $t=0.02m$ ، وباستخدام معادلة 6.7 نحدد معدل اجهاد القص

$$t_{ave} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500N)(70 \times 10^{-6} m^3)}{(8.63 \times 10^{-6} m^4)(0.02m)} = 608 KPa$$

## مثال نموذجي 6.2

العارضة الخشبية AB المبينة في الشكل ، يجب ان تتحمل الأحمال الثلاثة المبينة في الشكل . إذا علمت أن هذا النوع من الخشب له  $s_{all} = 12.4MPa$  و  $t_{all} = 0.827MPa$  ، حدد أقل عمق d يمكن استخدامه.



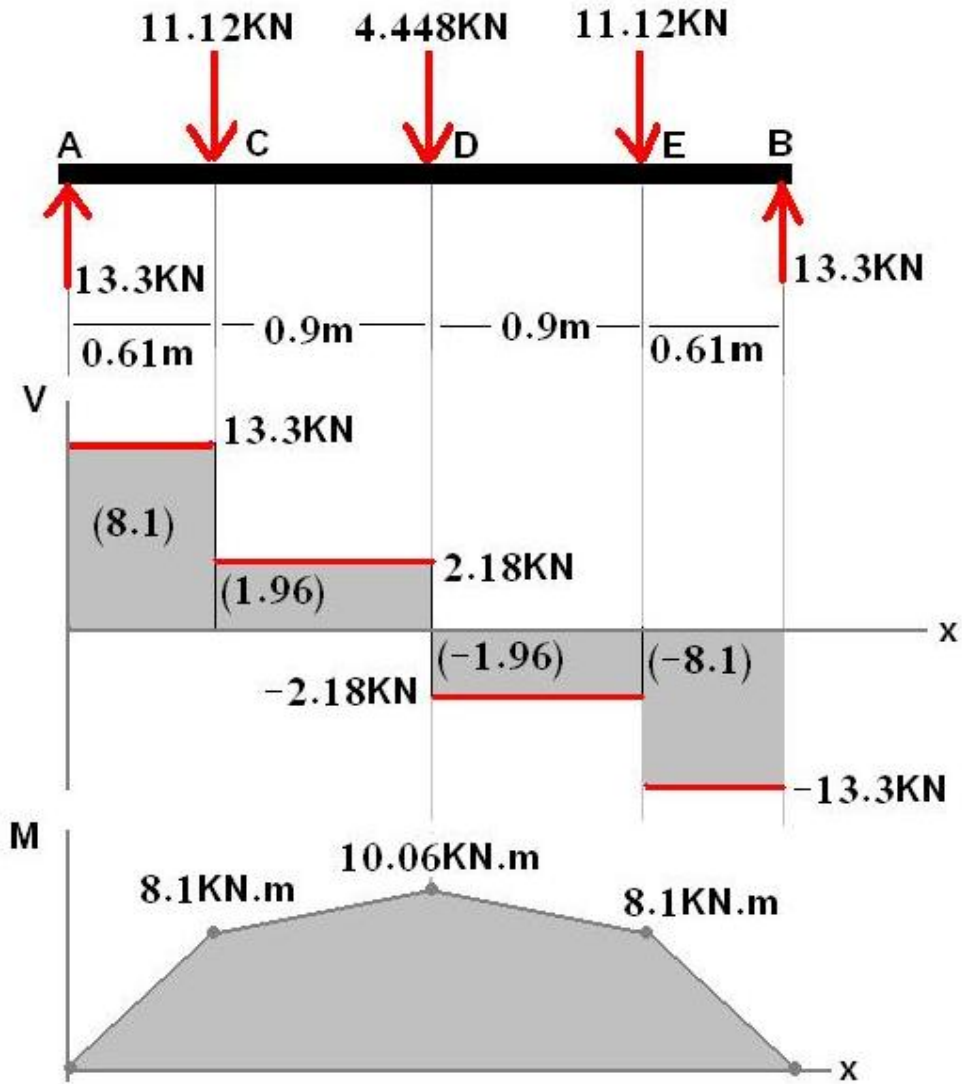
الحل

القص الأقصى وعزم الانثناء الأقصى

بعد رسم رسمتي القص وعزم الانثناء ، نلاحظ أن

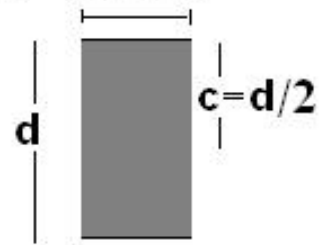
$$M_{\max} = 10.06KN.m = 10KN.m$$

$$V_{\max} = 13.3KN$$



التصميم بالاعتماد على الاجهاد العمودي المسموح به

$$b = 89\text{mm}$$



أولاً نوجد علاقة  $I/c$  ،

$$I = \frac{1}{12}bd^3$$

$$\frac{I}{c} = \frac{I}{d/2} = \frac{1}{6}bd^2 = \frac{1}{6}(89\text{mm})d^2 = \frac{1}{6} \times 89 \times 10^{-3} \times d^2 = 0.0148d^2$$

عند  $M_{\max} = 10KN.m$  و  $s_{all} = 12.4MPa$  ، نكتب

$$\frac{I}{c} = \frac{M_{\max}}{s_{all}} \Rightarrow 0.0148d^2 = \frac{10KN.m}{12.4MPa}$$
$$d^2 = 0.054 \Rightarrow d = 0.233m = 233mm$$

إذن حققنا المتطلب  $s_m \leq 12.4MPa$

اختبار اجهاد القص

عند  $V_{\max} = 13.3KN$  و  $d = 233mm$

$$t_m = \frac{3 V_{\max}}{2 A} = \frac{3}{2} \frac{13.3 \times 10^3 N}{2(89mm)(233mm)} = 0.96MPa$$

بما أن  $t_{all} = 0.827MPa$  العمق  $d = 233mm$  غير مقبول، ولا بد من أن نعيد التصميم

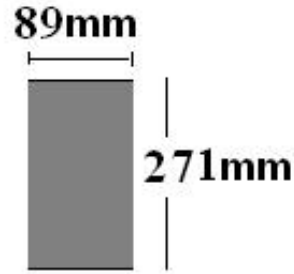
بالاعتماد على  $t_m \leq 0.827MPa$

التصميم بالاعتماد على اجهاد القص المسموح به

بما أننا نعرف الآن أن اجهاد القص المسموح به هو الذي يحدد التصميم ، نكتب

$$t_m = t_{all} = \frac{3 V_{\max}}{2 A} \quad 0.827MPa = \frac{3}{2} \frac{13.3KN}{(89mm)d}$$

$$\Rightarrow d = 271mm$$



والاجهاد العمودي هو بالطبع أقل من  $s_{all} = 12.4MPa$  ، إذن العمق 271mm مقبول طبعاً

### مسائل

6.1 ثلاثة ألواح ممسمة معاً لتشكل عارضة (كما في الشكل). ومعرضة لقوة قص عمودية

مقدارها 1500N، إذا علمت أن قوة القص المسموح بها في كل مسمار هي 400N ، حدد

أكبر مسافة طولية s يمكن استخدامها بين أزواج المسامير.

الجواب: 60mm

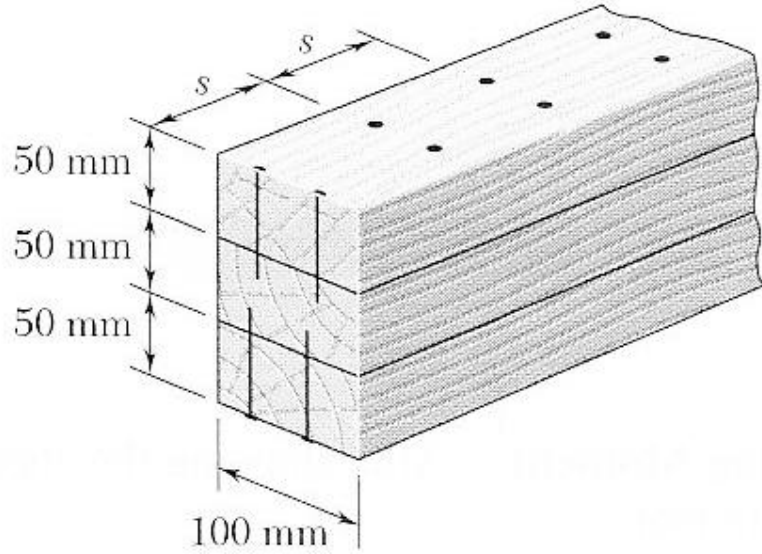


Fig. P6.1

6.2] للعارضة في المسألة 6.1 حدد قيمة أقصى قوة قص مسموح بها إذا كانت المسافة بين أزواج المسامير هي  $s=45\text{mm}$   
الجواب: 2KN

6.11] للعارضة والحمل المبينين في الشكل ؛ خذ المقطع n-n وحدد (أ) أكبر اجهاد قص في المقطع (ب) اجهاد القص عند النقطة a  
الجواب: (أ) 920KPa (ب) 765KPa

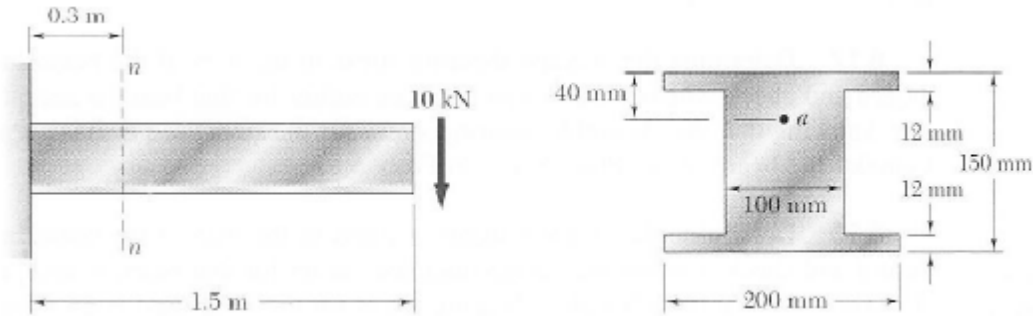


Fig. P6.11

6.12] للعارضة والحمل المبينين في الشكل ؛ خذ المقطع n-n وحدد (أ) أكبر اجهاد قص في المقطع (ب) اجهاد القص عند النقطة a  
الجواب: (أ) 141.1MPa (ب) 96.9MPa

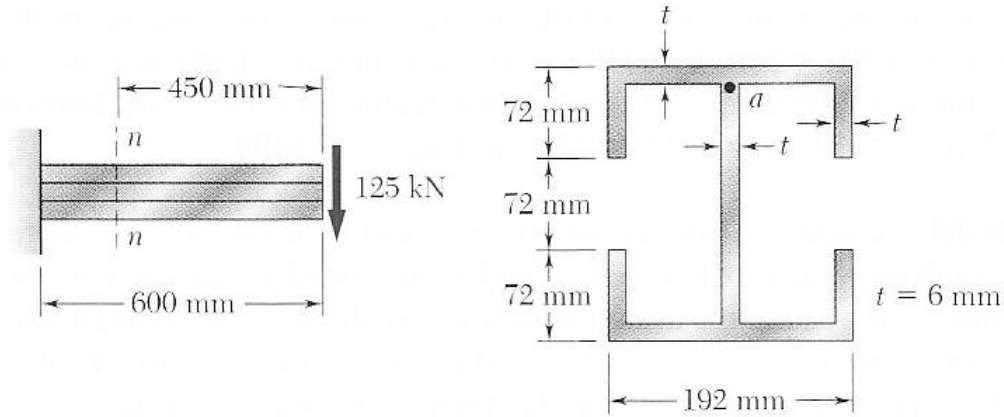


Fig. P6.12

6.15 إذا علمت أن اجهاد القص المسموح به للخشب المستخدم في المسألتين 5.75 و 5.76 هو 825KPa ، اختبر إذا كان التصميم الذي حصلنا عليه مقبول، وإذا لم يكن مقبول ، أعد تصميم المقطع العرضي للعارضة . العوارض هي للمسائل (أ) 5.75 (ب) 5.76 ، الجواب: (أ) مقبول (ب) غير مقبول ،  $h=379\text{mm}$  ،

6.21 للعارضة والحمل المبينين ،خذ المقطع n-n ، وحدد اجهاد القص عند (أ) النقطة a (ب) النقطة b

الجواب: (أ) 12.55MPa (ب) 18.82MPa

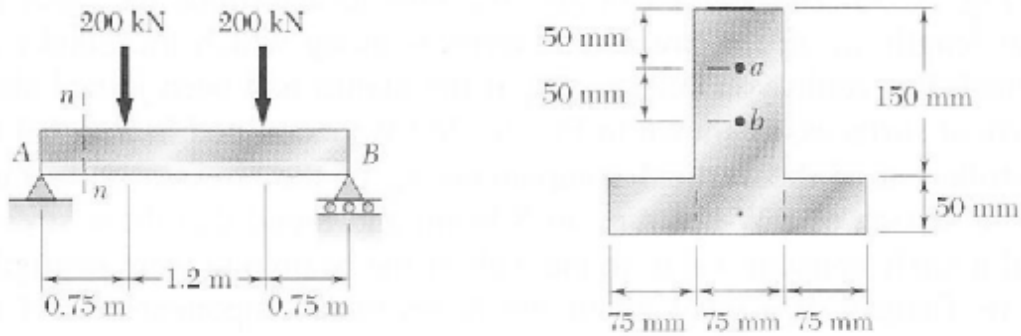


Fig. P6.21 and P6.23

6.23 للعارضة والحمل المبينين ، حدد أقصى اجهاد قص عند المقطع n-n الجواب: 19.61Mpa

## 6.6 القص الطولي على جزء من مقطع من عارضة ذو شكل عشوائي (arbitrary)

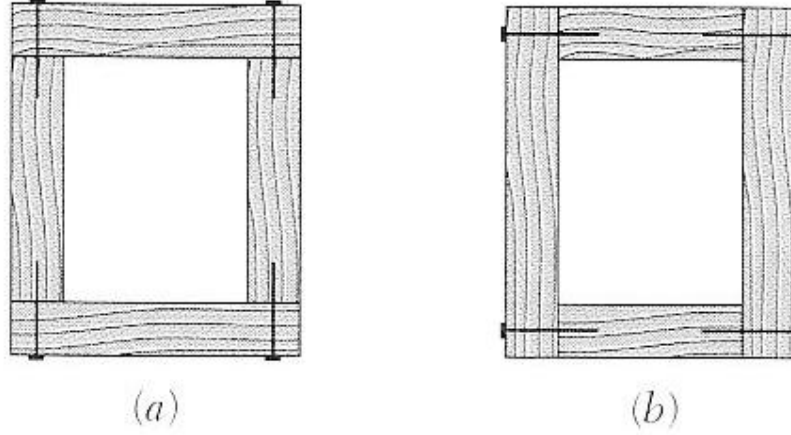


Fig. 6.23

الشكل 6.23

لنأخذ عارضة تم الحصول عليها بمسمة أربعة ألواح ، كما في الشكل 6.23a . تعلمنا في درس 6.2 كيف نحدد القص لكل وحدة طول ( $q$ ) على السطح الأفقي الذي يصل بين الألواح . لكن ماذا عن إيجاد  $q$  إذا كانت الألواح موصولة على طول السطح العمودي، كما في الشكل 6.23b ؟ درسنا في درس 6.4 توزيع المركبة العمودية لاجهاد القص  $t_{xy}$  على المقطع العرضي للعارضة من نوع  $W$  و  $S$  ، ووجدنا أن هذه الاجهادات ثابتة تقريباً في النسيج (web) ومهملة في الشفير (flanges) . لكن ماذا عن المركبة الأفقية  $t_{xz}$  لاجهاد القص في الشفير ؟

للإجابة على هذه الأسئلة لا بد من توسيع الطريقة التي أخذناها في درس 6.2 لتحديد القص لكل وحدة طول ( $q$ ) ، بحيث يمكن تطبيقها على الحالات التي ذكرناها للتو . لنأخذ العارضة المنشورية  $AB$  (الشكل 6.5) ، والتي لها مستوى تماثل عمودي ومعرضة للحمل المبين

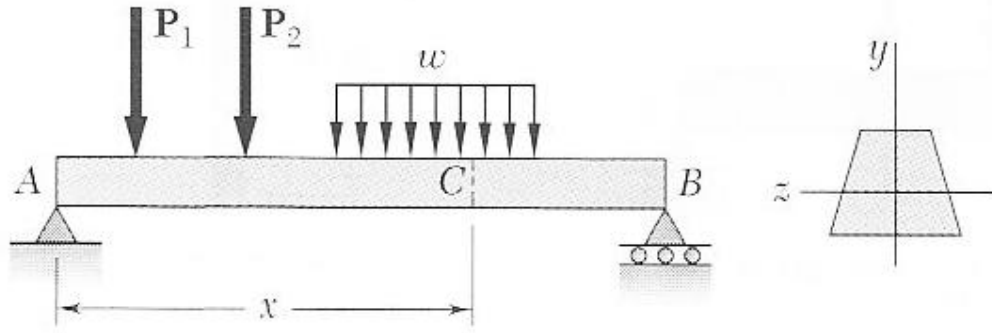


Fig. 6.5 (repeated)

الشكل 6.5 (مكرر)

لنأخذ الآن جزء صغير من العارضة له مقطع عشوائي (منحني) ، كما هو في الشكل 6.24

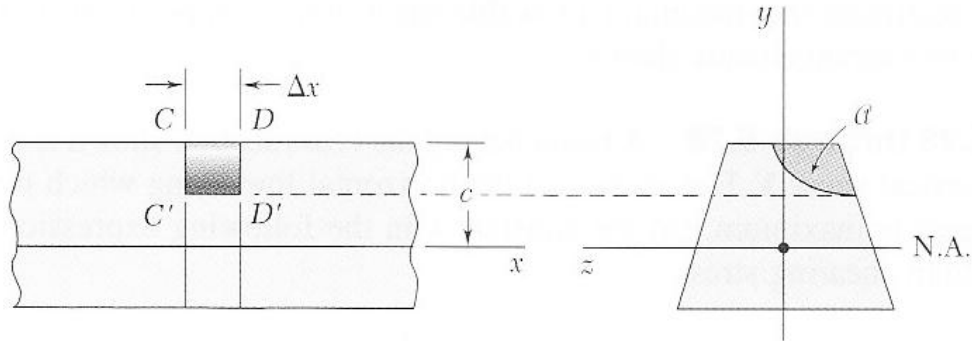


Fig. 6.24

الشكل 6.24

قيمة القص  $\Delta H$  المؤثرة على السطح المنحني (أو العشوائي عموماً) يعطى بنفس العلاقة التي أخذناها في درس 6.2 ، أي

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x \dots\dots\dots 6.4$$

بحيث  $I$  هي (كما في درس 6.2) للمقطع العرض كاملاً ، أما  $Q$  فهي العزم الأول للمساحة المظللة  $Q$  حول محور التماثل. و  $V$  القص العمودي و  $\Delta x$  طول الجزء . القص الأفقي لكل وحدة طول  $q$  ( ويسمى تدفق القص) يعطى بالعلاقة (كما في درس 6.2) :

$$q = \frac{VQ}{I} \dots\dots\dots 6.5$$



### مثال 6.04

عارضة مربعة مصنوعة من لوحين  $0.75 \times 3 \text{mm}$  و  $0.75 \times 4.5 \text{mm}$  ، ومسمرات معاً كما في الشكل 6.26 . إذا علمت أن المسافة بين المسامير هي  $1.75 \text{mm}$  وأن العارضة معرضة لقص عمودي قيمته  $V=600 \text{N}$  ، أحسب قيمة قوة القص على كل مسمار .

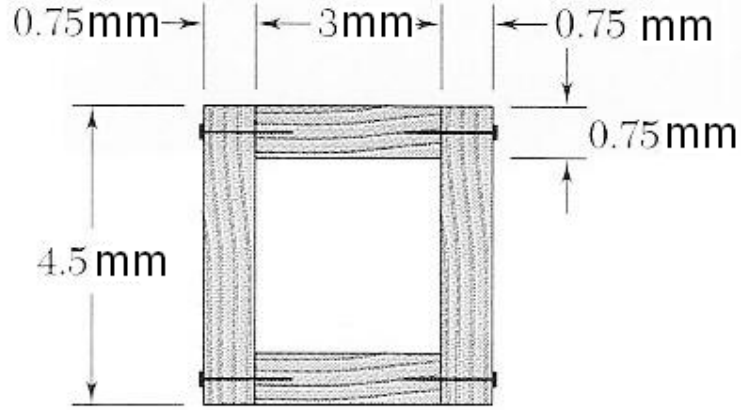


Fig. 6.26

### الحل

نعزل اللوح العلوي ونحسب القوة الكلية لكل وحدة طول ( $q$ ) المؤثرة على الحافتين . باستخدام معادلة 6.5 حيث  $Q$  العزم الأول حول محور التماثل للمساحة المظللة  $A'$  المبينة في الشكل 6.27a ، و  $I$  هو عزم القصور الذاتي للمقطع العرضي الكامل حول محور التماثل (الشكل 6.27b)

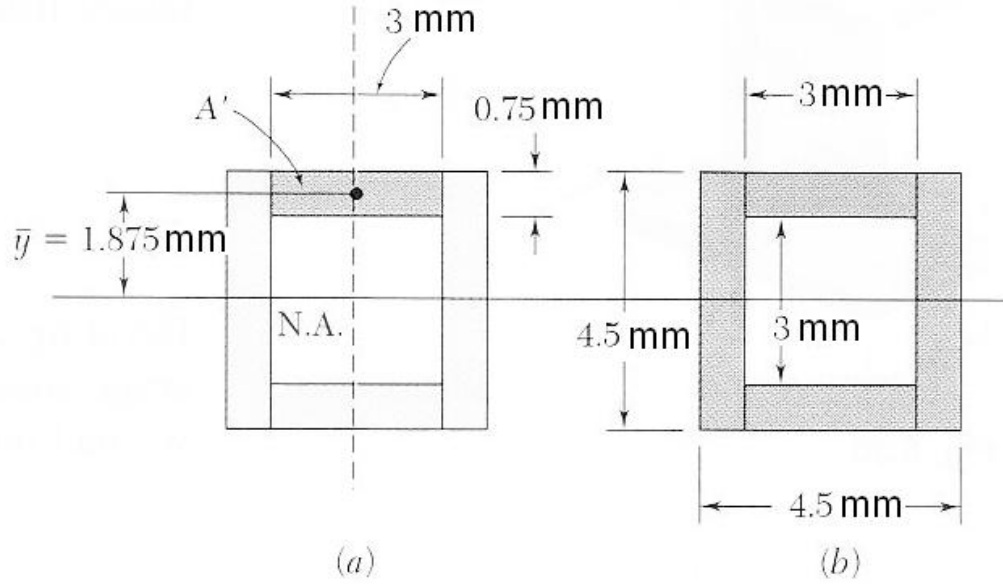


Fig. 6.27

إذن :

$$Q = A \bar{y} = (0.75 \text{ mm})(3 \text{ mm})(1.875 \text{ mm}) = 4.22 \text{ mm}^3$$

تذكر أن عزم القصور الذاتي للمربع الذي له طول الضلع  $a$  حول محور التماثل هو

$$I = \frac{1}{12} a^4$$

$$I = \frac{1}{12} (4.5 \text{ mm})^4 - \frac{1}{12} (3 \text{ mm})^4 = 27.42 \text{ mm}^4$$

وبالتعويض في معادلة 6.5 نحصل على

$$q = \frac{V Q}{I} = \frac{(600 \text{ N})(4.22 \text{ mm}^3)}{27.42 \text{ mm}^4} = 92.3 \text{ N/mm}$$

بما أن العارضة واللوح العلوي متماثلين حول المستوى العمودي ، إذن القوى التي تؤثر على جانبي اللوح متساوية . أي أن القوة لكل وحدة طول على كل جانب من اللوح هي

$$\frac{1}{2} q = \frac{1}{2} (92.3) = 46.15 \text{ N/mm}$$

قوة القص على كل مسمار هي

$$F = (1.75 \text{ mm})(46.15 \text{ N/mm}) = 80.8 \text{ N}$$

## 6.7 اجهادات القص في الأعضاء رقيقة الجدران

رأينا في الدرس السابق أنه يمكن استخدام معادلة 6.4 لتحديد القص الطولي  $\Delta H$

الذي يؤثر على جدران جزء عشوائي من العارضة ، وأن معادلة 6.5 يمكن استخدامها

لحساب تدفق القص  $q$  . وسوف نستخدم هاتين المعادلتين في هذا الدرس لحساب تدفق القص

ومعدل اجهاد القص في الأعضاء ذات الجدران الرقيقة، مثل العوارض من نوع W (الشكل 6.28) ، ومثل العوارض المبينة في الشكل 6.29

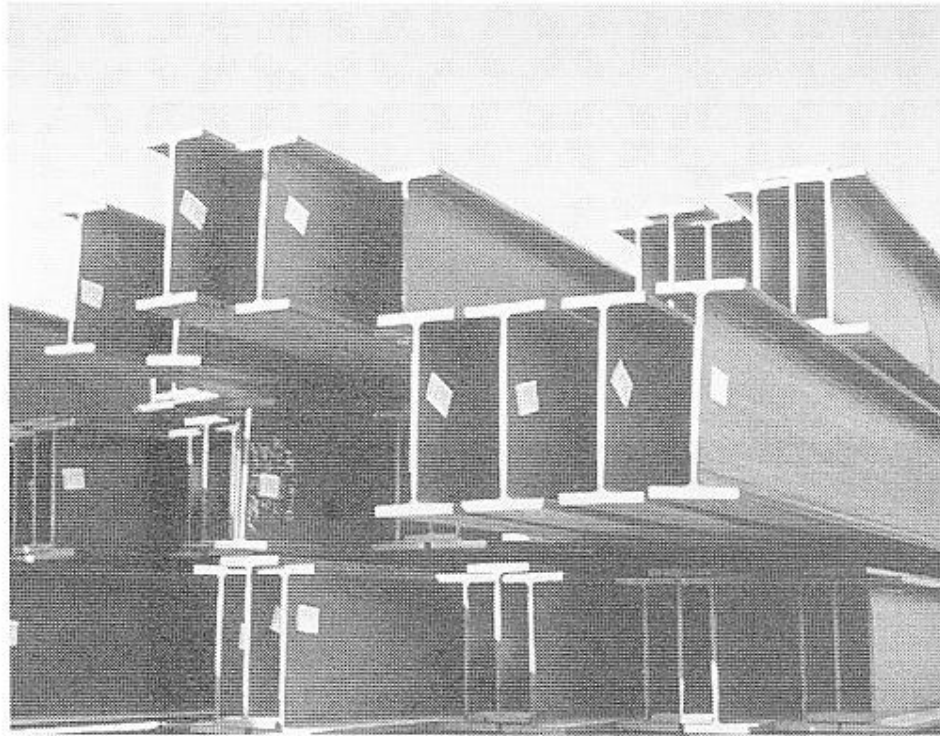


Fig. 6.28

الشكل 6.28

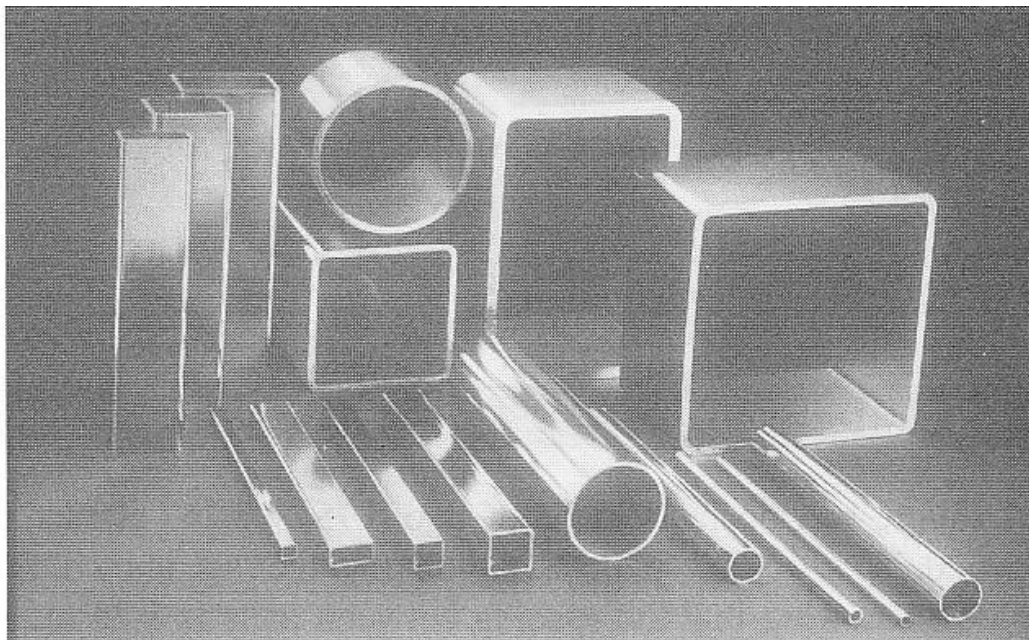


Fig. 6.29

الشكل 6.29

لنأخذ الآن المقطع ذو الطول  $\Delta x$  من شفير (flange) عارضة من نوع W (الشكل 6.30a) ، و  $V$  هو القص العمودي على المقطع العرضي المبين

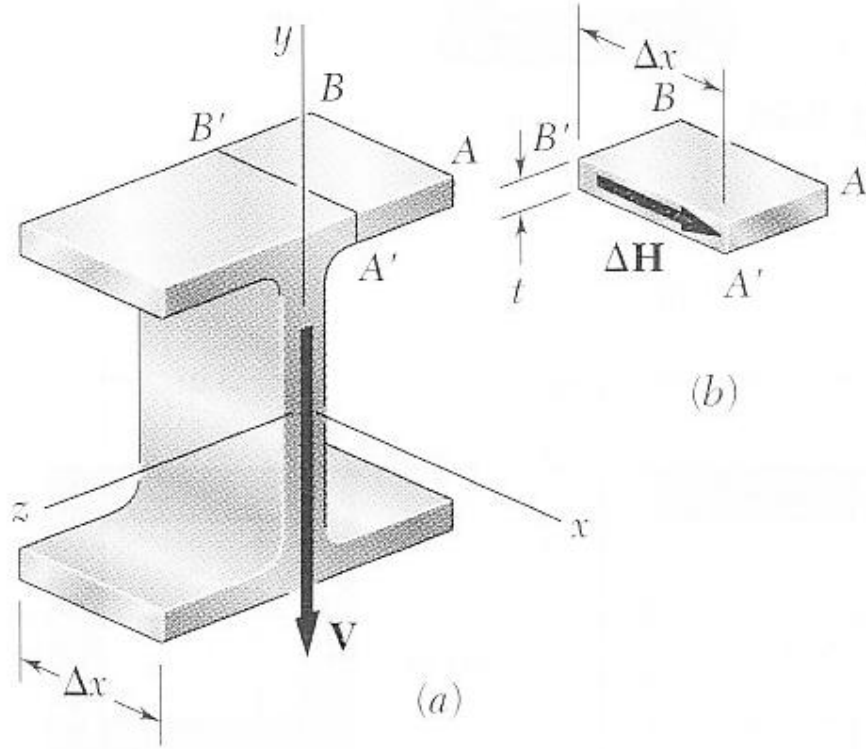


Fig. 6.30

الشكل 6.30

لنأخذ الجزء  $ABB'A'$  من الشفير (الشكل 6.30b) . القص الطولي  $\Delta H$  المؤثر على الجزء يعطى بالعلاقة

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x \dots\dots\dots 6.4$$

وبقسمة  $\Delta H$  على المساحة  $t \Delta x$  نحصل على معدل الاجهاد القص المؤثر على الجزء (وهو نفسه الذي أخذناه في درس 6.3)

$$t_{ave} = \frac{VQ}{It} \dots\dots\dots 6.6$$

قلنا  $t_{ave}$  هي معدل اجهاد القص على السطح العمودي  $t_{zx}$  ، لكن بما أن السمك  $t$  للشفير صغير ؛ فالتغير في  $t_{zx}$  قليل جداً. لكن تذكر أن  $t_{zx} = t_{xz}$  (الشكل 6.31)

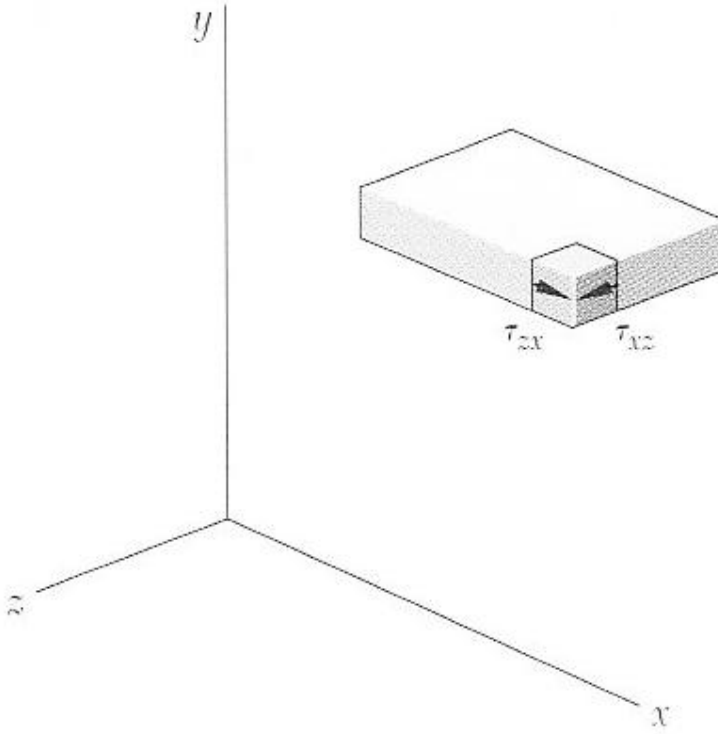


Fig. 6.31

الشكل 6.31

إذن نستنتج أن المركبة الأفقية  $t_{xz}$  لاجهاد القص عند أي نقطة نم المقطع العرضي في الشفير يمكن الحصول عليها من معادلة 6.6 ، حيث Q هي العزم الأول للمنطقة المظللة حول محور التماثل (الشكل 6.32a)



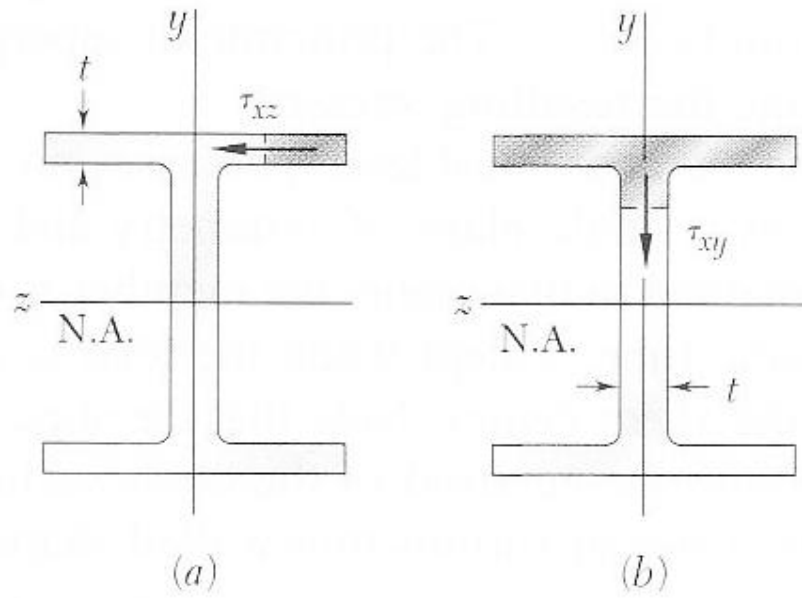


Fig. 6.32

الشكل 6.32

أيضاً تذكر أن نتيجة مشابهة كنا قد حصلنا عليها في درس 6.4 للمركبة العمودية  $t_{xz}$  لاجهاد القص في النسيج (web) (الشكل 6.32b). معادلة 6.6 يمكن استخدامها لتحديد اجهاد القص في العارضة الصندوقية (الشكل 6.33) وفي نصف الأنبوب (الشكل 6.34) وأشكال أخرى من العوارض رقيقة الجدران ، بشرط أن تكون الأحمال مؤثرة في مستوى تماثل العضو

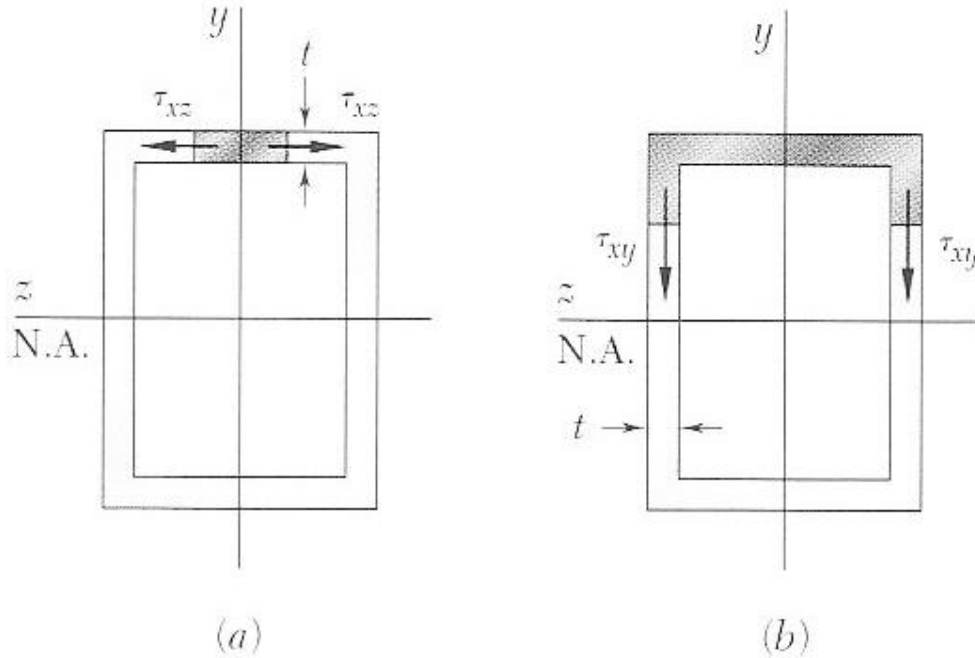


Fig. 6.33

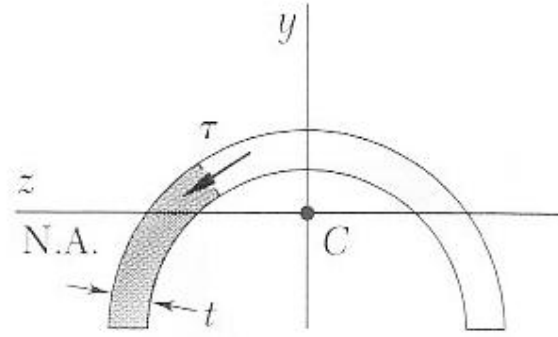
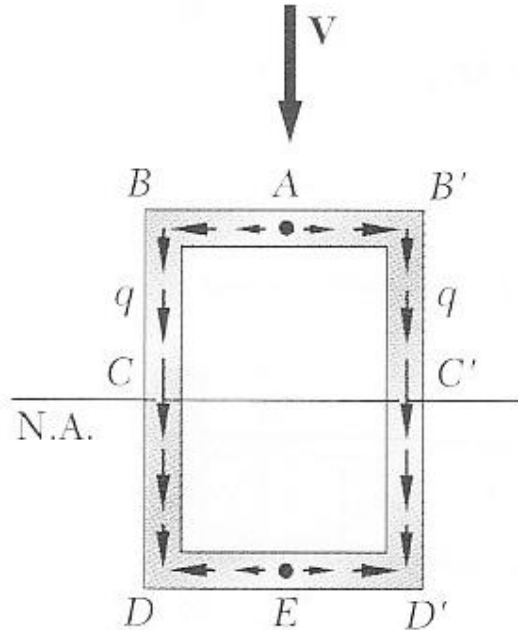


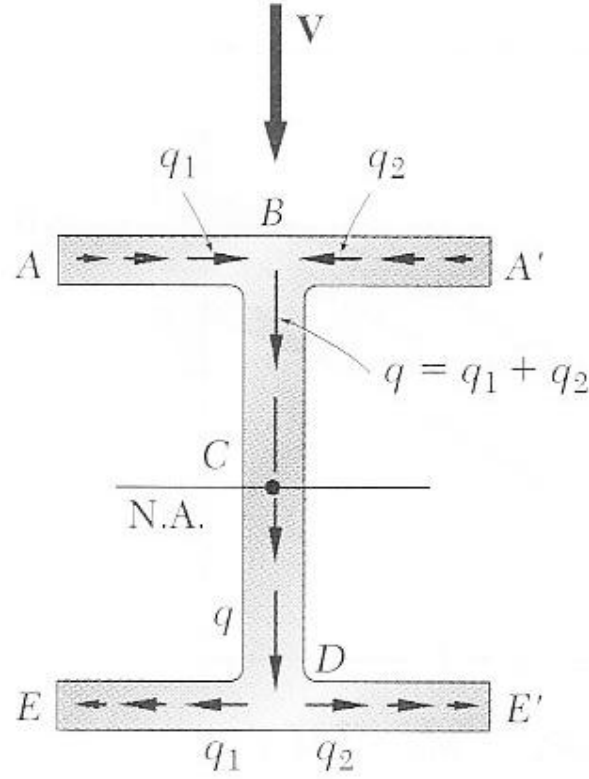
Fig. 6.34

المعادلة 6.6 تعطي مركبة اجهاد القص في الاتجاه المماسي على السطح (المركبة الثانية نعتبرها صفر).

من معادلة 6.5 (الصالحة أيضاً هنا) نلاحظ أن تدفق القص ( $q$ ) يعتمد فقط على العزم الأول ( $Q$ ) في مقطع معين، وبالتالي يمكن رسمها بسهولة على المقطع. مثلاً في حالة العارضة الصندوقية الشكل 6.35، نلاحظ أن  $q$  تزداد بانتظام من صفر عند  $A$  إلى قيمة قصوى عند  $C$  و  $C'$  (على محور التماثل)، ثم تعود وتتناقص حتى تصبح صفر عند  $E$ .

Fig. 6.35 Variation of  $q$  in box-beam section.

في حالة العارضة من نوع W (الشكل 6.36) قيمة  $q$  في المقطعين AB و  $A'B'$  للشفير العلوي تتوزع بالتماثل. عند الوصول إلى النقطة B في النسيج (web) فإن  $q$  لشطري الشفير تتحدان. ثم تتزايد  $q$  وتصل لأقصى قيمها عند C (على محور التماثل)، ثم تتناقص ثم تنقسم عند D إلى قسمين متساويين. (نلاحظ أن هذا الكلام يشبه نوعاً ما تدفق السوائل، ومن هنا جاء الاسم تدفق القص)



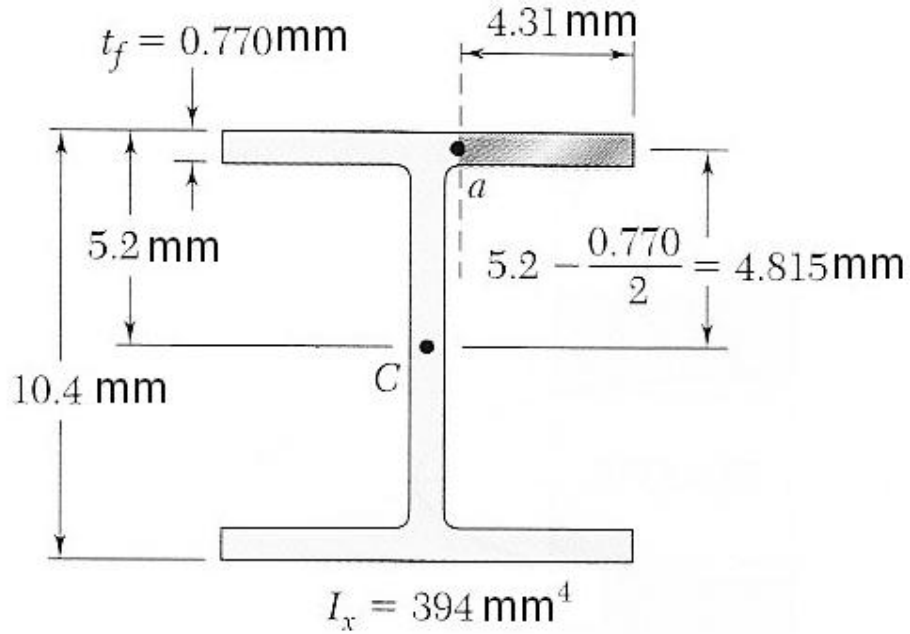
**Fig. 6.36** Variation of  $q$  in wide-flange beam section.

الشكل 6.36

### مثال نمونجي 6.3

إذا علمت أن قوة القص العمودية المؤثرة على العارضة المبينة هي 50N ، أحسب اجهاد القص العمودي في الشفير العلوي عند النقطة a الواقعة على مسافة 4.31mm من حافة العارضة.





الحل:

نعزل المنطقة المظللة من الشفير بواسطة قطعها على طول الخط المتقطع المار بالنقطة a

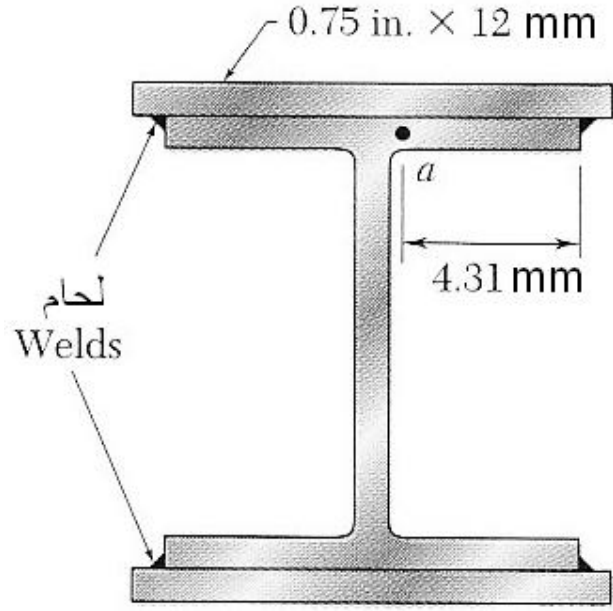
$$Q = (4.31 \text{ mm})(0.77 \text{ mm})(4.815 \text{ mm}) = 15.89 \text{ mm}^3$$

$$t = \frac{VQ}{It} = \frac{(50 \text{ N})(15.98 \text{ mm}^3)}{(394 \text{ mm}^4)(0.77 \text{ mm})} = 2.63 \text{ MPa}$$

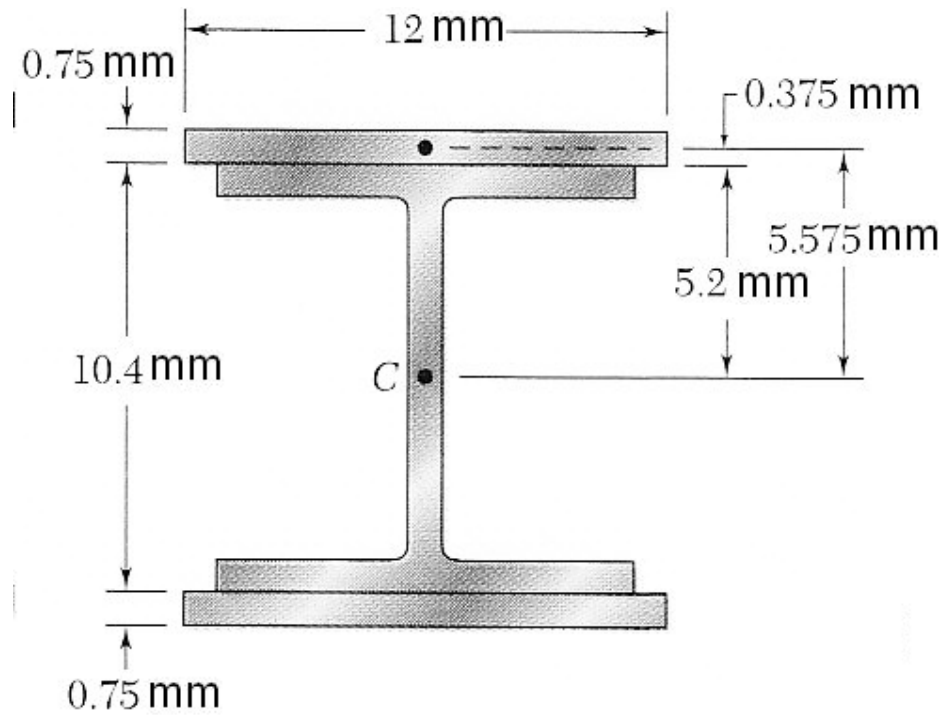
#### مثال نموذجي 6.4

حل مثال نموذجي 6.3 على فرض أن صفيحتين  $0.75 \times 12 \text{ mm}$  تم لحامهما مع الشفيرين

على طول العارضة كما في الشكل



الحل



للمقطع المركب (الكلي) عزم القصور الذاتي حول محور التماثل هو

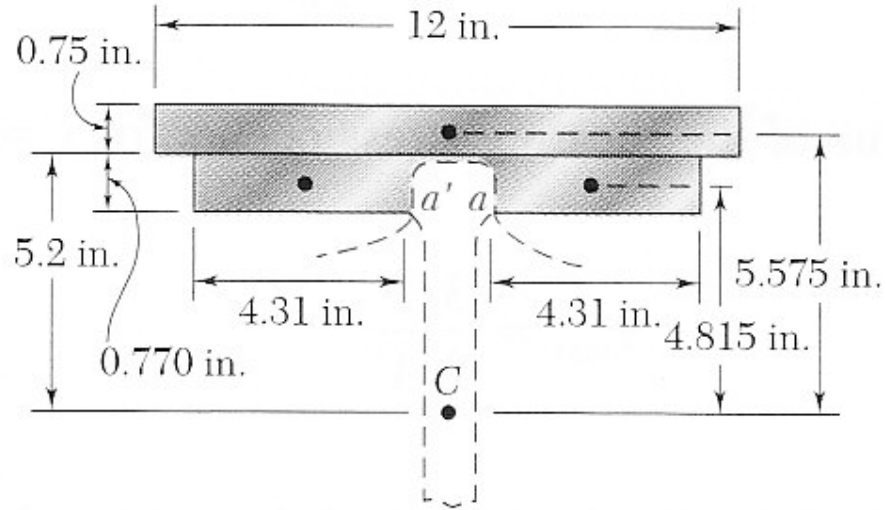
$$I = 394mm^4 + 2\left[\frac{1}{12}(12mm)(0.75mm)^3 + (12mm)(0.75mm)(5.575mm)^2\right]$$

$$= 954mm^4$$

بما أن الصفيحتين العلويتين و الشفيرين متصلات فقط عبر اللحام ، فإننا نجد اجهاد القص عند

a بواسطة تمرير مقطع خلال الشفير عند النقطة a ثم بين الشفير والصفيحة ثم خلال الشفير

عند a` ، كما في الشكل التالي



للمساحة المظللة التي فصلناها ، نحصل على :

$$t = 2t_f = 2(0.77\text{mm}) = 1.54\text{mm}$$

(حيث f في المعادلة السابقة ترمز للشيفير (flange))

$$Q = 2[(4.31\text{m})(0.77\text{mm})(4.815\text{mm})] + (12\text{mm})(0.75\text{mm})(5.575\text{mm})$$

$$= 82.1\text{mm}^3$$

$$t = \frac{VQ}{It} = \frac{(50\text{N})(82.1\text{mm}^3)}{(954\text{mm}^4)(1.54\text{mm})} = 2.79\text{MPa}$$

### مسائل

6.29 العارضة الخشبية المبينة في الشكل معرضة لقص عمودي مقداره 5KN ، إذا علمت

أن المسافة الطولية بين المسامير هي s=45mm وأن طول كل مسمار هو 90mm ، أحسب

قوة القص في كل مسمار

الجواب: 336N

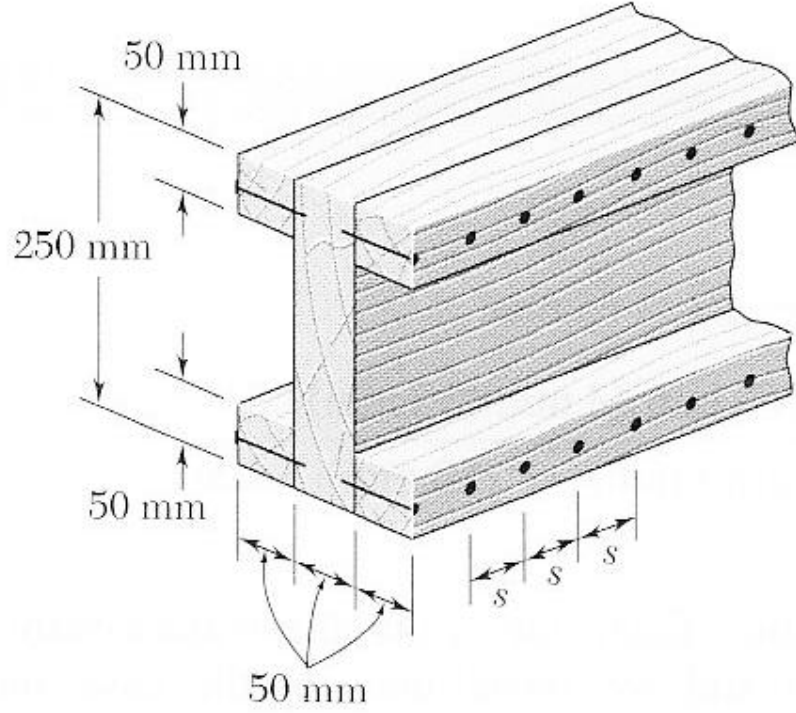
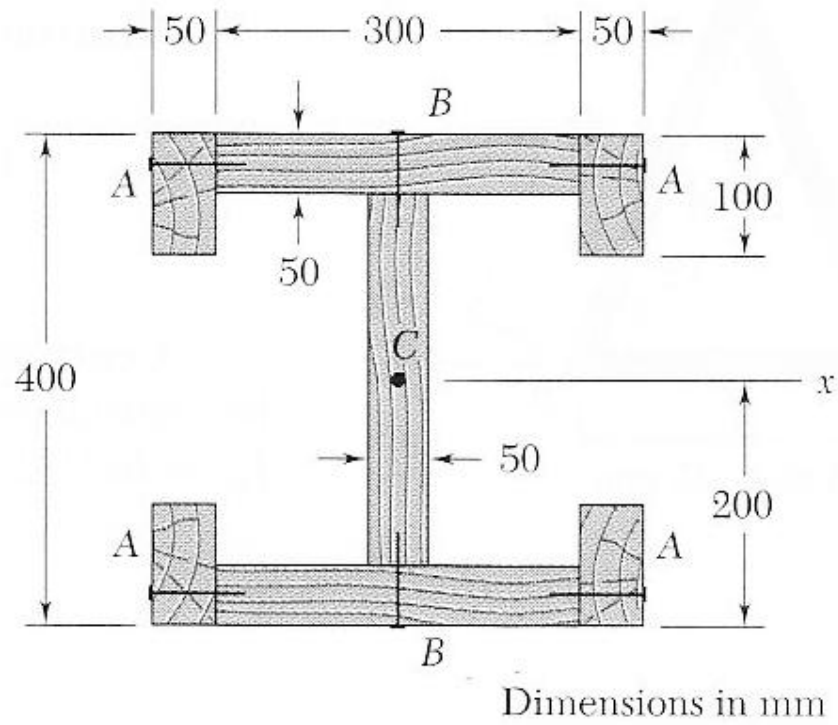


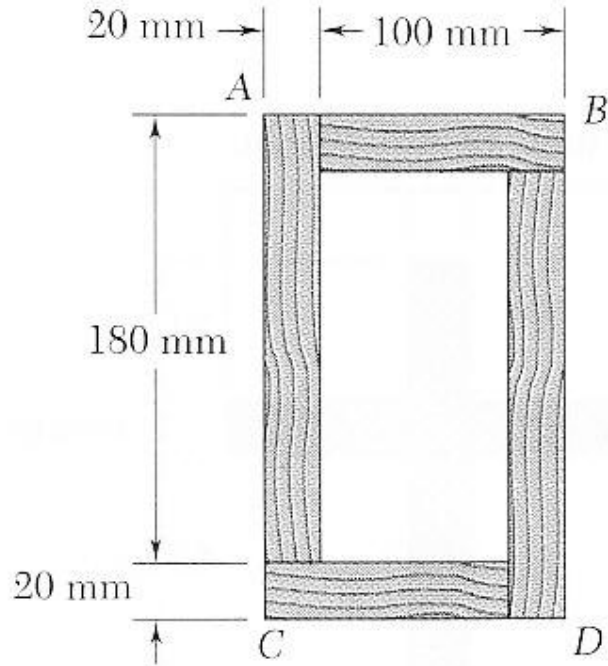
Fig. P6.29

6.30 العارضة الخشبية المبينة في الشكل معرضة لقص عمودي مقداره 8 kN ، إذا علمت أن المسافة الطولية بين المسامير هي 60 mm عند A و 25 mm عند B ، أحسب قوة القص في المسامير (أ) عند A (ب) عند B (مساعدة:  $I_x = 1.504 \times 10^9 \text{ mm}^4$ )  
 الجواب: (أ) 239 N (ب) 549 N



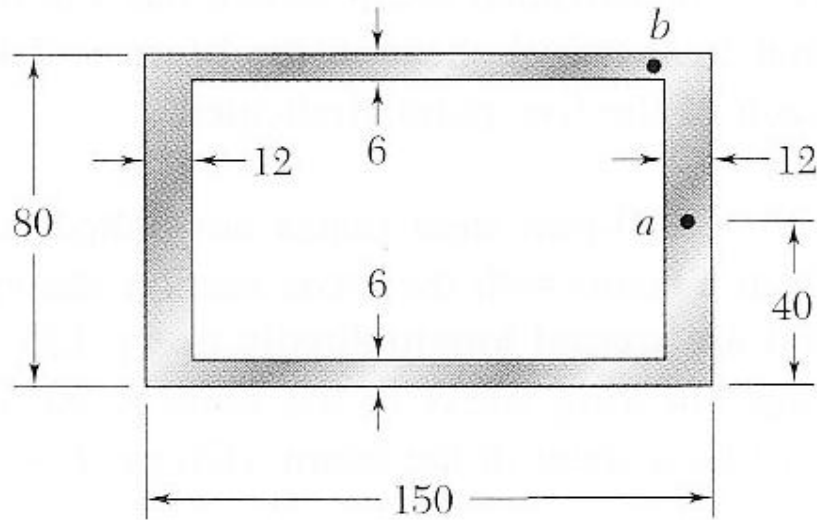
**Fig. P6.30**

6.33 أربعة ألواح تم لصقها معاً لتشكل العارضة المبينة في الشكل ، إذا علمت أن العارضة معرضة لقص عمودي مقداره  $3.5\text{KN}$  ، أحسب معدل اجهاد القص في الوصلة المصقة (أ) عند A (ب) عند B



**Fig. P6.33**

6.35 عارضة من الألمنيوم لها المقطع العرضي المبين ، إذا علمت أن القص العمودي على العارضة هو 150KN ، أحسب اجهاد القص (أ) عند A (ب) عند B  
 الجواب: (أ) 95.2MPa (ب) 112.9MPa



Dimensions in mm

**Fig. P6.35**

6.36 عارضة من الألمنيوم لها المقطع العرضي المبين ، إذا علمت أن القص العمودي

على العارضة هو 150KN ، أحسب اجهاد القص (أ) عند A (ب) عند B

الجواب: (أ) 101.6MPa (ب) 79.9MPa

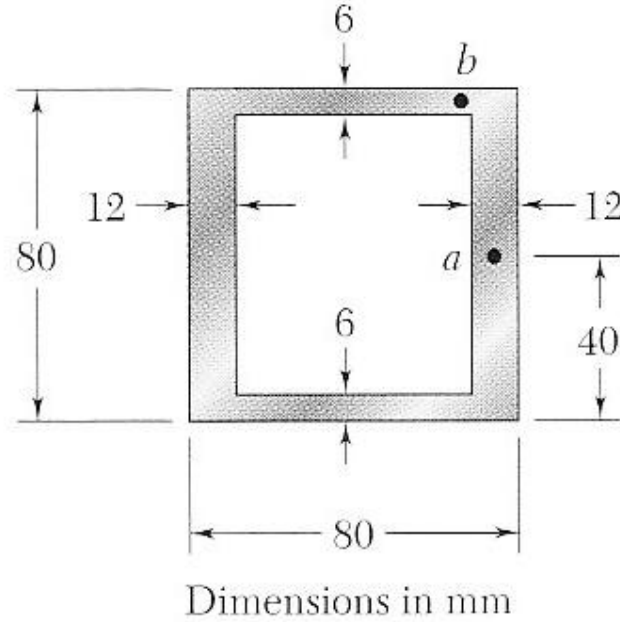


Fig. P6.36

6.39 إذا علمت أن القص العمودي V يسبب اجهاد قص له قيمة قصوى مقدارها 75MPa

في العارضة المبينة ، أحسب اجهاد القص عند (أ) النقطة a (ب) النقطة b

الجواب: (أ) 41.4MPa (ب) 41.4MPa

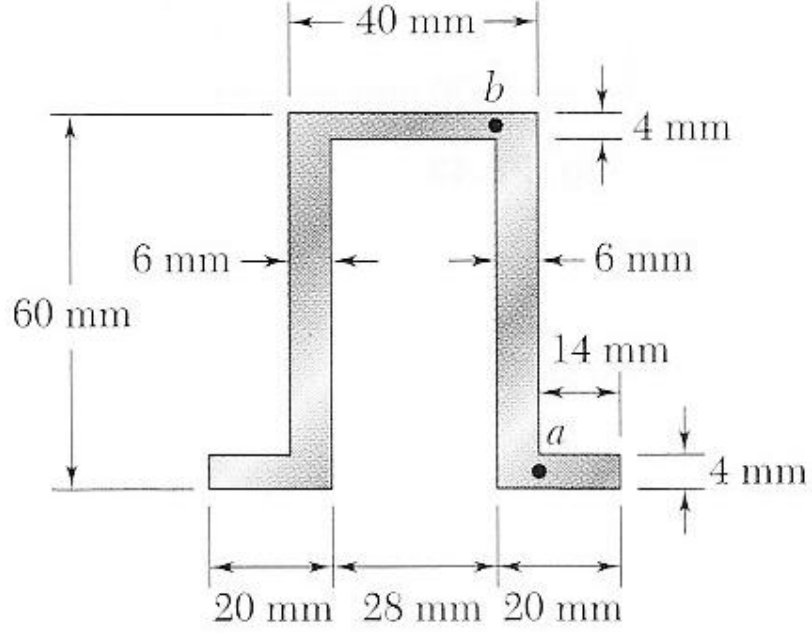


Fig. P6.39

6.40 إذا علمت أن القص العمودي  $V$  يسبب اجهاد قص له قيمة قصوى مقدارها 50MPa في العارضة المبينة ، أحسب اجهاد القص عند (أ) النقطة *a* (ب) النقطة *b* (ج) النقطة *c* الجواب: (أ) 18.23MPa (ب) 14.59MPa (ج) 46.2MPa



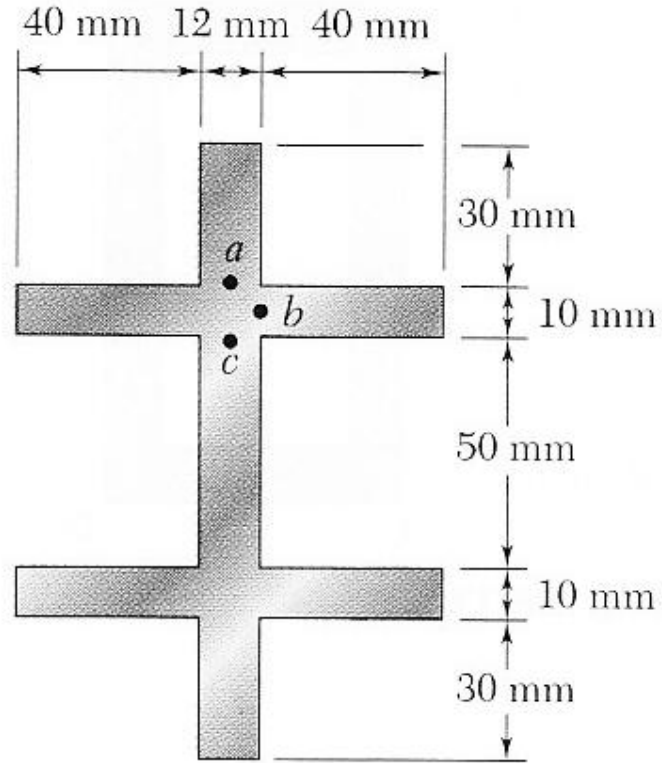
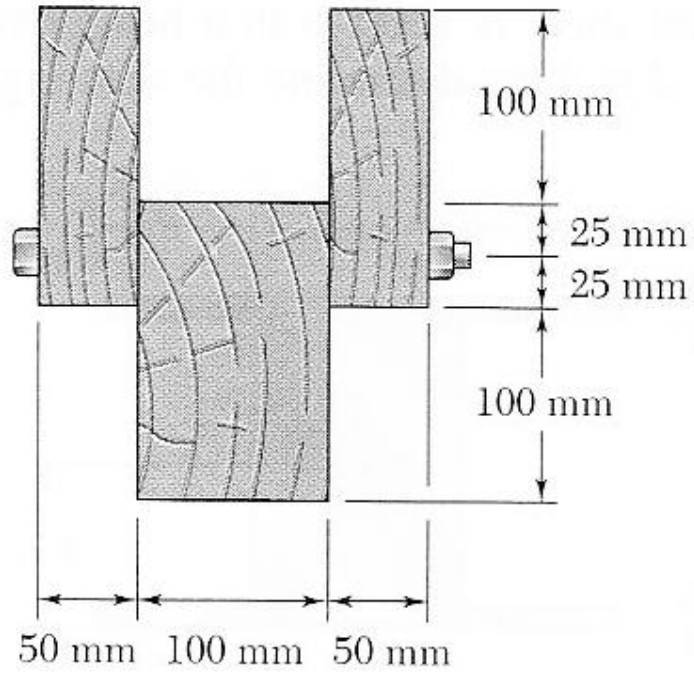


Fig. P6.40

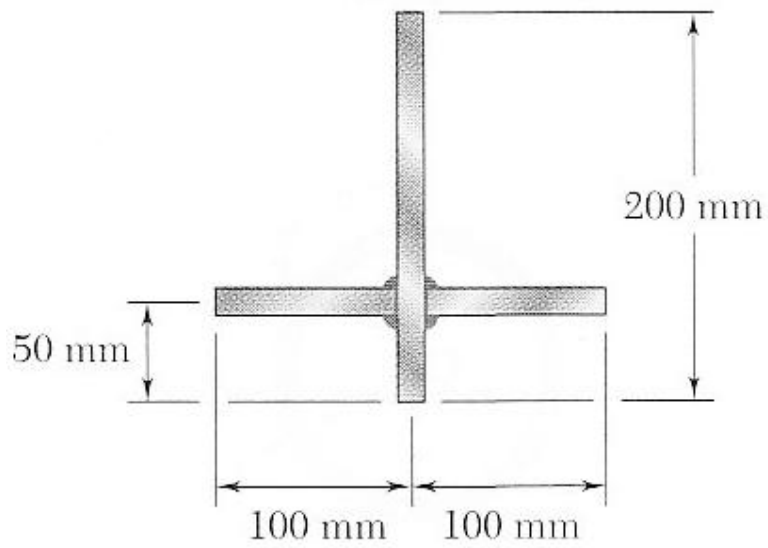
6.44 عارضة مكونة من ثلاثة ألواح موصولة معاً بواسطة براغي فولاذية ، المسافة الطولية بين البراغي 225mm ، إذا علمت أن القص العمودي على العارضة يساوي 6KN ، وأن معدل الاجهاد المسموح به في كل برغي هو 60MPa حدد أقل قطر يمكن استخدامه للبرغي

الجواب: 9.05mm



**Fig. P6.44**

6.47 ثلاث صفائح لكل منها السمك 12mm لُحِمَتْ معاً لتشكل العارضة ذات المقطع العرضي المبين في الشكل . عند قص عمودي مقداره 100KN ، أحسب تدفق القص خلال سطح اللحام وأرسم تدفق القص في المقطع العرضي الجواب: 266KN/m



**Fig. P6.47**

6.48 صفيحة سمكها 2mm تُثَبِّت لتكون العارضة ذات المقطع المبين في الشكل. إذا أثر قص مقداره 5KN ، أحسب اجهاد القص عند النقاط الخمسة المبينة وارسم تدفق الاجهاد في المقطع العرضي .

الجواب:  $t_a = 10.76MPa$  ،  $t_b = 0$  ،  $t_c = 11.21MPa$  ،  $t_d = 22.0MPa$  ،  $t_e = 9.35MPa$

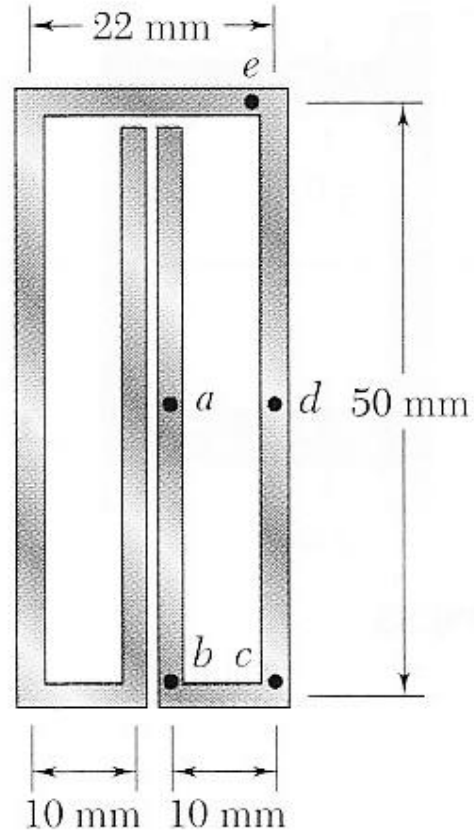


Fig. P6.48

قائمة ترجمة المصطلحات

Shear flow	تدفق القص
Flange	شفير
Web	نسيج

بسم الله الرحمن الرحيم

7

تحويل الاجهاد

## Transformation of stress

### 7.1 مقدمة

الحالة العامة للاجهاد عند نقطة معينة Q يمكن تمثيلها بيانياً بستة مركبات. ثلاث من هذه المركبات  $(s_x, s_y, s_z)$  هي الاجهاد العمودي المؤثر على وجه جزء (element) مكعب صغير مركزه هو Q واتجاهها هو نفس اتجاه المحاور الاحداثية (الشكل 7.1a). والثلاث الأخرى هي اجهاد القص  $(t_{xy}, t_{yz}, t_{zx})$  (وللعلم:  $t_{xy} = t_{yx}, t_{yz} = t_{zy}, t_{zx} = t_{xz}$ ). لكن يمكننا تمثيل نفس حالة الاجهاد بهذه مجموعة أخرى من المركبات وذلك إذا قمنا بتدوير المحاور الاحداثية كما في الشكل 7.1b. سوف يكون هذا الفصل مخصص لدراسة كيف تحولت مركبات الاجهاد عند تدوير المحاور الاحداثية.

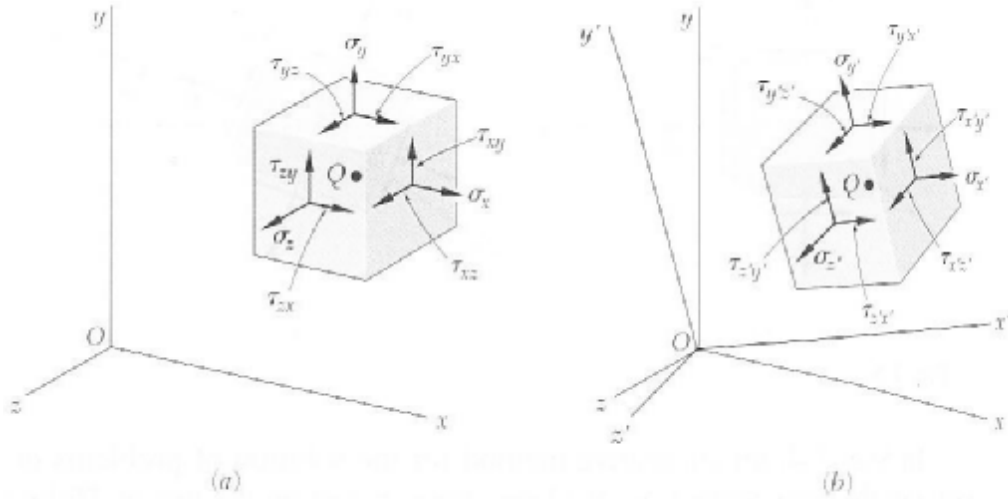


Fig. 7.1

### الشكل 7.1

حديثنا عن تحويل الاجهاد سوف يركز على الاجهاد المستوية (plane stresses)، أي الحالة التي يكون فيها وجهان متقابلان من وجه الجزء المكعب خاليان من الاجهاد. إذا اخترنا المحور z بحيث يكون عمود ي على هذين الوجهين، فسينتج لدينا  $s_z = t_{zx} = t_{zy} = 0$ ، والاجهاد الباقية هي  $s_x, s_y, t_{xy}$  (الشكل 7.2)،

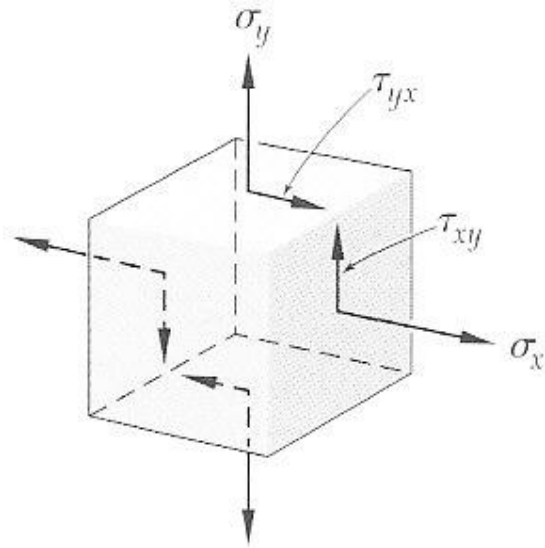


Fig. 7.2

الشكل 7.2

مثل هذه الحالة تحدث في بلاطة (plate) معرضة لقوى ضمن السطح المتوسط فيها (الشكل 7.3). أيضاً تحصل في السطح الخالي لعضو ما، أي عند أي نقطة على سطح عضو غير معرض (أي السطح) لأي قوة خارجية (الشكل 7.4)

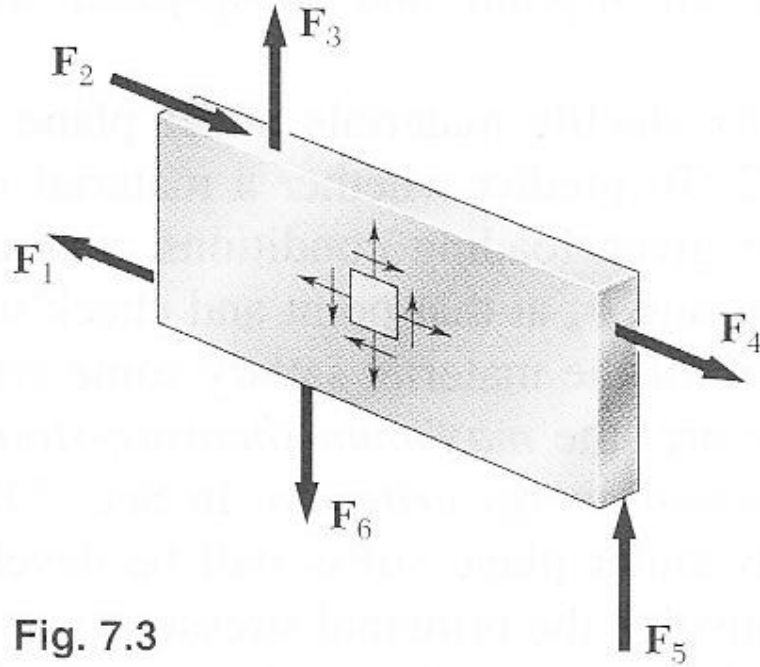


Fig. 7.3

الشكل 7.3

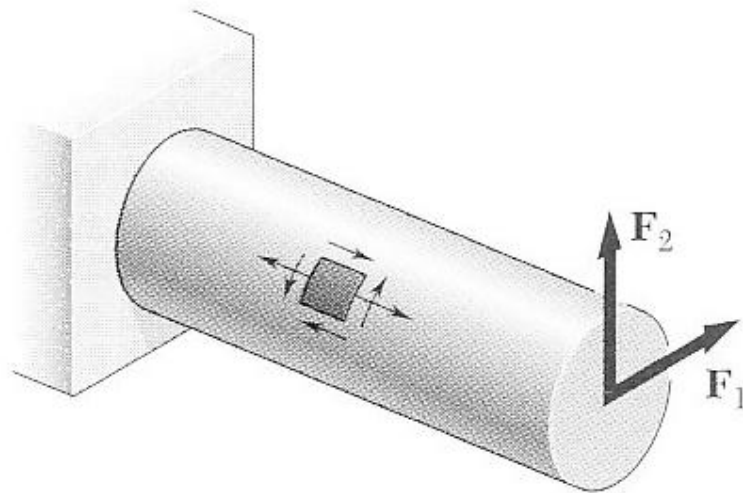


Fig. 7.4

الشكل 7.4

**7.2 تحويل الاجهادا تة المستوية**

لنفرض أنه لدينا حالة اجهاد مستوي عند النقطة Q (حيث  $s_z = t_{zx} = t_{zy} = 0$ )، وأنها ممثلة بمركبات الاجهاد  $s_x, s_y, t_{xy}$  كما في الشكل 7.5a. نريد ايجاد علاقة لـ  $s_{x'}, s_{y'}, t_{x'y'}$  الناتجة عند تدوير الجزء بزواوية  $q$  حول المحور z (الشكل 7.5b)، ونريد كتابة هذه المركبات بدلالة  $s_x, s_y, t_{xy}, q$ .

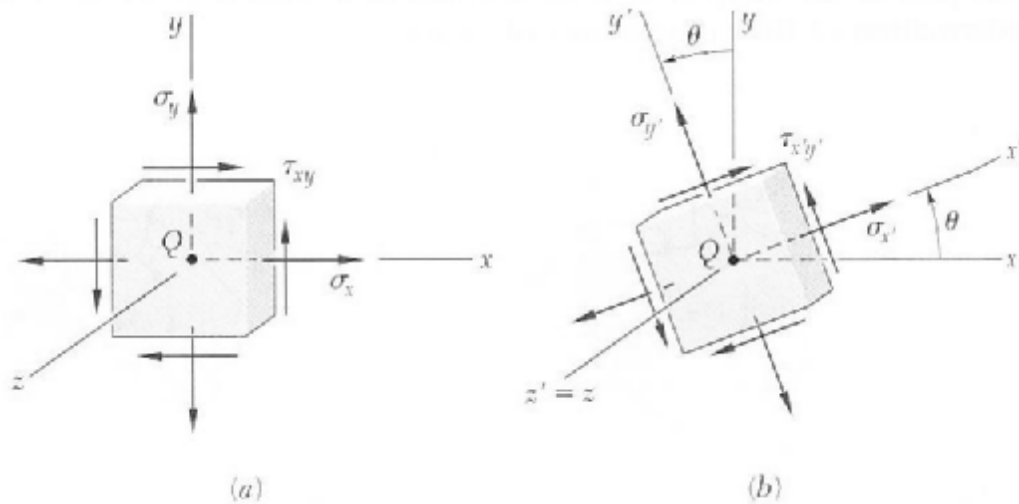


Fig. 7.5

الشكل 7.5  
والعلاقات هي

$$s_{x'} = \frac{s_x + s_y}{2} + \frac{s_x - s_y}{2} \cos(2q) + t_{xy} \sin(2q) \dots\dots\dots 7.5$$

$$t_{x'y'} = -\frac{s_x - s_y}{2} \sin(2q) + t_{xy} \cos(2q) \dots \dots \dots 7.6$$

$$s_{y'} = \frac{s_x + s_y}{2} - \frac{s_x - s_y}{2} \cos(2q) - t_{xy} \sin(2q) \dots \dots \dots 7.7$$

والعلاقة التالية مفيدة

$$s_{x'} + s_{y'} = s_x + s_y \dots \dots \dots 7.8$$

### 7.3 الاجهادا ت الرئيسية ؛ اجهاد القص الأقصى

لاحظنا من الدر سد السابق أنه عند تدوير الجزء بزاوية معينة فإن قيم الاجهادين العموديين واجهاد القص تتغير. وأكثر ما يهمنا في التصميم هو قيمة الاجهاد الأقصى ؛ لذا في هذا الدر سد سوف نبحث عن أقصى قيمة ممكنة للاجهادا ت ، وزاوية التدوير التي تنتج عندها هذه القيم .

لنأخذ الشكل 7.11

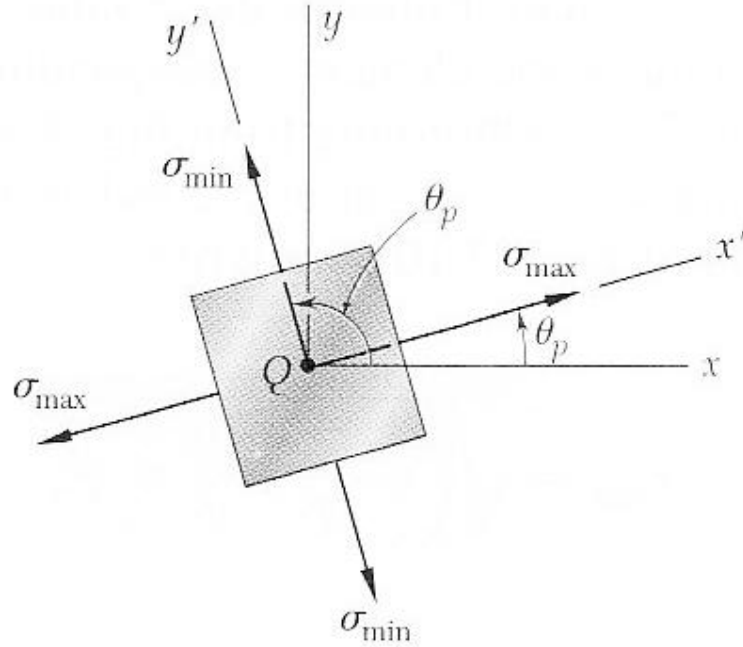


Fig. 7.11

الشكل 7.11

الذي يوضح زاوية التدوير  $q_p$  التي تحصل عندها قيمة قصوى  $s_{max}$  وصغرى  $s_{min}$  للاجهاد العمودي، وهذه الزاوية تحسب بالمعادلة :

$$\tan(2q_p) = \frac{2t_{xy}}{s_x - s_y} \dots \dots \dots 7.12$$

نلاحظ من المعادلة أنه يوجد قيمتين لـ  $q_p$  تحققانها (والفرق بينهما  $90^\circ$ ). ويمكننا استخدامها أي من هاتين القيمتين لتحديد دورا ن الجزء. المستويات التي تضم وجوه الجزء الناتج تسمى المستويات الرئيسية للاجهاد عند النقطة Q ، والقيم الناتجة  $s_{min}$  و  $s_{max}$  على هذه المستويات

تسمى الاجهادا الرئيسة عند Q . ولا بد من الاشارة إلى أن قيمة  $t_{x'y'}$  على هذه الوجوه تساوي صفر. أما قيمة الاجهادا الرئيسة فتعطى بالمعادلة

$$s_{\max,\min} = \frac{s_x + s_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} \dots\dots\dots 7.14$$

أما إذا أردنا تحديد أي المستويين معرض لـ  $s_{\max}$  أو  $s_{\min}$  فلا بد من تعويض إحدى قيم  $q_p$  في معادلة 7.5

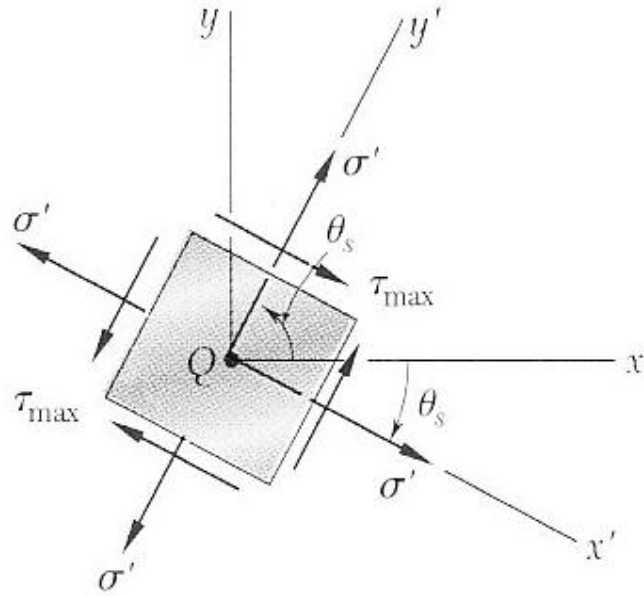


Fig. 7.12

الشكل 7.12

الآن لناخذ الشكل 7.12 الذي يوضح زاوية التدوير  $q_s$  التي تحصل عندها قيمة قصوى لاجهاد القص ( $t_{\max}$ ) . وهذه الزاوية تحسب بالمعادلة 7.15

$$\tan(2q_s) = -\frac{s_x - s_y}{2t_{xy}} \dots\dots\dots 7.15$$

نلاحظ من المعادلة أنه يوجد قيمتين لـ  $q_s$  تحققانها (والفرق بينهما  $90^\circ$ ) ، ويمكننا استخدام أي من هاتين القيمتين لتحديد دورا ن الجزء الذي ينتج قيمة قصوى للقص. وقيمة القص القصوى الناتجة هي

$$t_{\max} = \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} \dots\dots\dots 7.16$$

وعندها تكون قيمة الاجهاد العمود يـ  $s'$  تساوي

$$s' = s_{ave} = \frac{s_x + s_y}{2} \dots\dots\dots 7.17$$



بمقارنة معادلة 7.12 بمعادلة 7.15 نلاحظ أن الفرق بين الزاويتين  $q_p$  و  $q_s$  هو  $45^\circ$ .  
 إذ نستنتج أن الزاوية بين مستويات اجهاد القص الأقصى والمستويات الرئيسية للاجهاد هي  $45^\circ$ .

يجب أن ننبه إلى أن كلامنا عن تحويل الاجهادا ت المستوية كان محصور للدورا ن في مستوى الاجهاد. أما إذا كان الجزء المكعب في شكل 7.5 سيدور حول محور غير المحور z؛ عندها وجوهه قد تكون معرضة لاجهادا ت قص أكبر من المعطاة بمعادلة 7.16. وهذا يحصل عندما تكون قيمة الاجهادا ت الرئيسية المعطاة بمعادلة 7.14 لها نفس الإشارة، أي عندما يكون كلا الاجهادين اجهاد يشد أو كلاهما اجهاد يانضغاط. عندها القيمة المعطاة في معادلة 7.16 هي أقصى اجهاد قص داخلي المستوى.

### مثال 7.01

لحالة الاجهاد المستوي المبين في شكل 7.13، حدد (أ) المستويات الرئيسية (ب) الاجهادا ت الرئيسية (ج) اجهاد القص الأقصى؛ والاجهاد العمود ي عنده

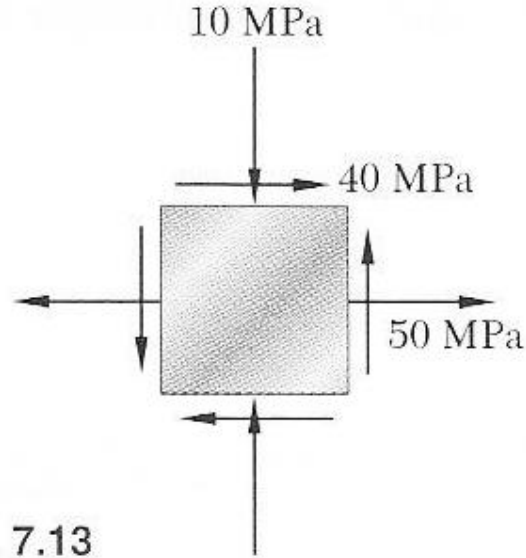


Fig. 7.13

الشكل 7.13

الحل

(أ) المستويات الرئيسية

باستخدام عُرف الاشارة ت الذي تعلمناه؛ فإن لدينا  $t_{xy} = +40MPa$  و  $s_y = -10MPa$  و

$$s_x = +50MPa$$

وبالتعويض في معادلة 7.12 لدينا

$$\tan(2q_p) = \frac{2t_{xy}}{s_x - s_y} = \frac{2(+40)}{50 - (-10)} = \frac{80}{60} =$$

$$2q_p = 53.1^\circ \quad \text{and} \quad 180^\circ + 53.1^\circ$$

$$q_p = 26.6^\circ \quad \text{and} \quad 116.6^\circ$$

(ب) الاجهادا ت الرئيسية :

من معادلة 7.14 نحصل على

$$s_{\max,\min} = \frac{s_x + s_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2}$$

$$= 20 \pm \sqrt{(30)^2 + (40)^2}$$

$$s_{\max} = 20 + 50 = 70 \text{ MPa}$$

$$s_{\min} = 20 - 50 = -30 \text{ MPa}$$

المستويات الرئيسية والاجهادا الرئيسة مبينة في شكل 7.14 . بتعويض  $q = 26.6^\circ$  في معادلة 7.5 ؛ نستطيع التأكد أن الاجهاد العمود ي على الوجه BC للجزء هو نفس  $s_{\max}$  الذي حصلنا عليه للتو، أ ي :

$$s_{x'} = \frac{50 - 10}{2} + \frac{50 + 10}{2} \cos(53.1^\circ) + 40 \sin(53.1^\circ)$$

$$= 70 \text{ MPa} = s_{\max}$$

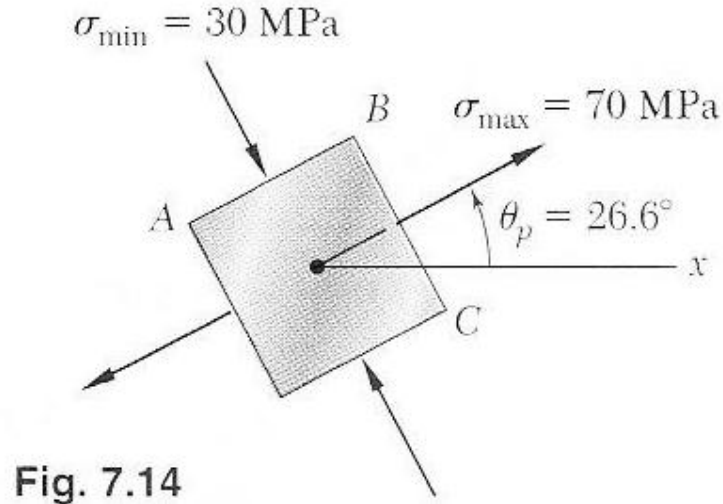


Fig. 7.14

الشكل 7.14

(ج) اجهاد القص الأقصى  
من معادلة 7.16 نحصل على :

$$t_{\max} = \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ MPa}$$

قيمة الاجهاد العمود ي هنا تحسب من معادلة 7.17 ، أ ي

$$s' = s_{ave} = \frac{s_x + s_y}{2} = \frac{50 - 10}{2} = 20 \text{ MPa}$$

أما قيمة  $q_s$  فتحسب من معادلة 7.15 ، أو من الملاحظة التي سبق أن أشرنا إليها وهي

$$q_p - q_s = 45^\circ$$

$$\Rightarrow q_s = q_p - 45^\circ = 26.6^\circ - 45^\circ = -18.4^\circ$$

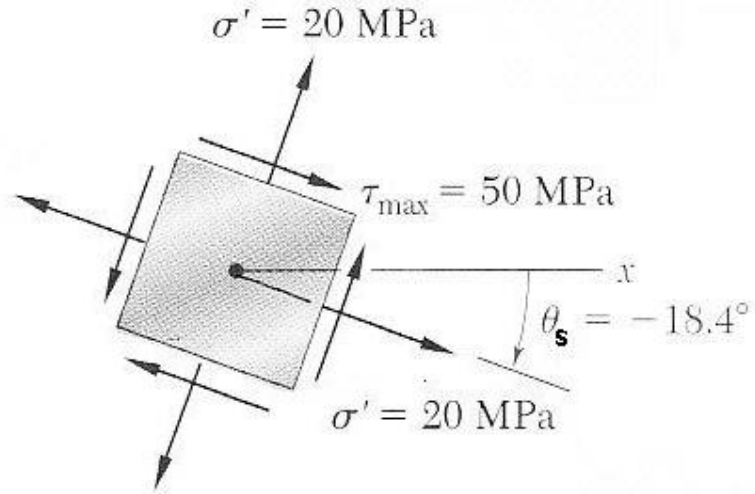
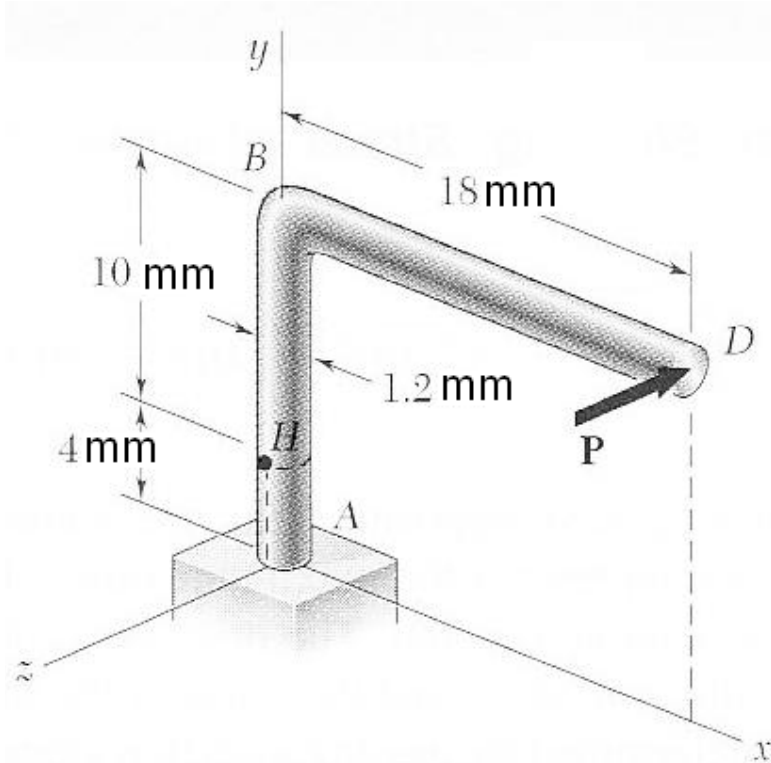


Fig. 7.16

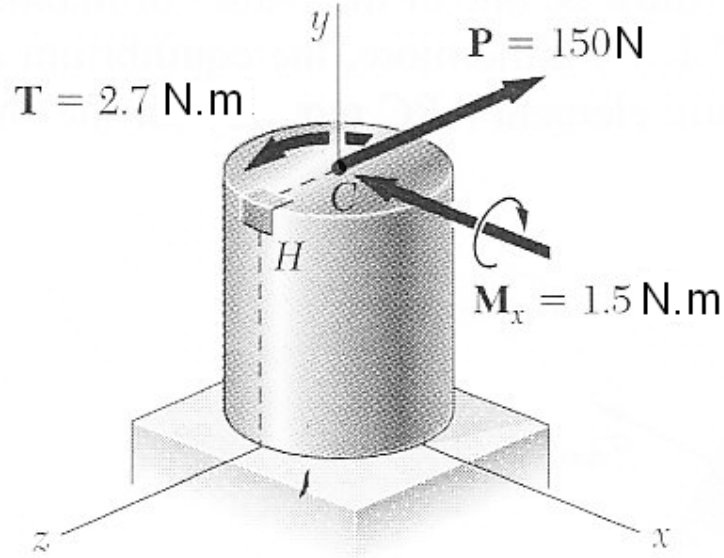
الشكل 7.16

### مثال نمونجي 7.1

قوة  $P$  أفقية مقدارها  $150 \text{ N}$  تؤثر عند النهاية  $D$  من القطعة  $ABD$  المبينة في الشكل . إذا علمت أن قطر الجزء  $AB$  هو  $12 \text{ mm}$  ، حدد (أ) الاجهاد العمود ي واجهاد القص عند الجزء الموجود عند النقطة  $H$  والذي له جوانب موازية للمحاور الاحداثية  $x$  و  $y$  (ب) المستويات والاجهادا ت الرئيسية عند النقطة  $H$  .



الحل



للنظام المكافئ بـ استبدال القوة P بنظام مكافئ عند المركز C للمقطع العرضي عند النقطة H  
 $P=150\text{N}$      $T=(150\text{N})(18\text{mm})=2.7\text{ N.m}$   
 $M_x = (150\text{N})(10\text{mm}) = 1.5\text{N.m}$

(أ) الاجهادا تـ  $s_x, s_y, t_{xy}$  عند النقطة H

نستخدم عرف الاشارا تـ الموضح في الشكل 7.2 ، ونحدد اتجاه واشارا تـ كل مركبة اجهاد بواسطة الدراسة الحذرة للنظام المكافئ عند C

$$s_x = 0$$

$$s_y = + \frac{Mc}{I} = + \frac{(1.5\text{N.m})(0.6\text{mm})}{\frac{P}{4}(0.6\text{mm})^4} = 8.84\text{GPa}$$

$$s_y = + \frac{Tc}{J} = + \frac{(2.7\text{N.m})(0.6\text{mm})}{\frac{P}{2}(0.6\text{mm})^4} = 7.96\text{GPa}$$

نلاحظ ان قوة القص P لا تسبب اجهاد قص عند النقطة H  
 (ب) المستويات والاجهادا تـ الرئيسية

بتعويض قيم مركبات الاجهاد في معادلة 7.12 ، نحدد زاوية المستويات الرئيسية ، أ يـ

$$\tan(2q_p) = \frac{2t_{xy}}{s_x - s_y} = \frac{2(7.96)}{0 - 8.84} = -1.8$$

$$2q_p = -61.0^\circ \quad \& \quad 180^\circ - 61.0^\circ = +119^\circ$$

$$q_p = -30.5^\circ \quad \& \quad +59.5^\circ$$

بالتعويض في معادلة 7.14 نحدد قيم الاجهادا تـ الرئيسية ؛

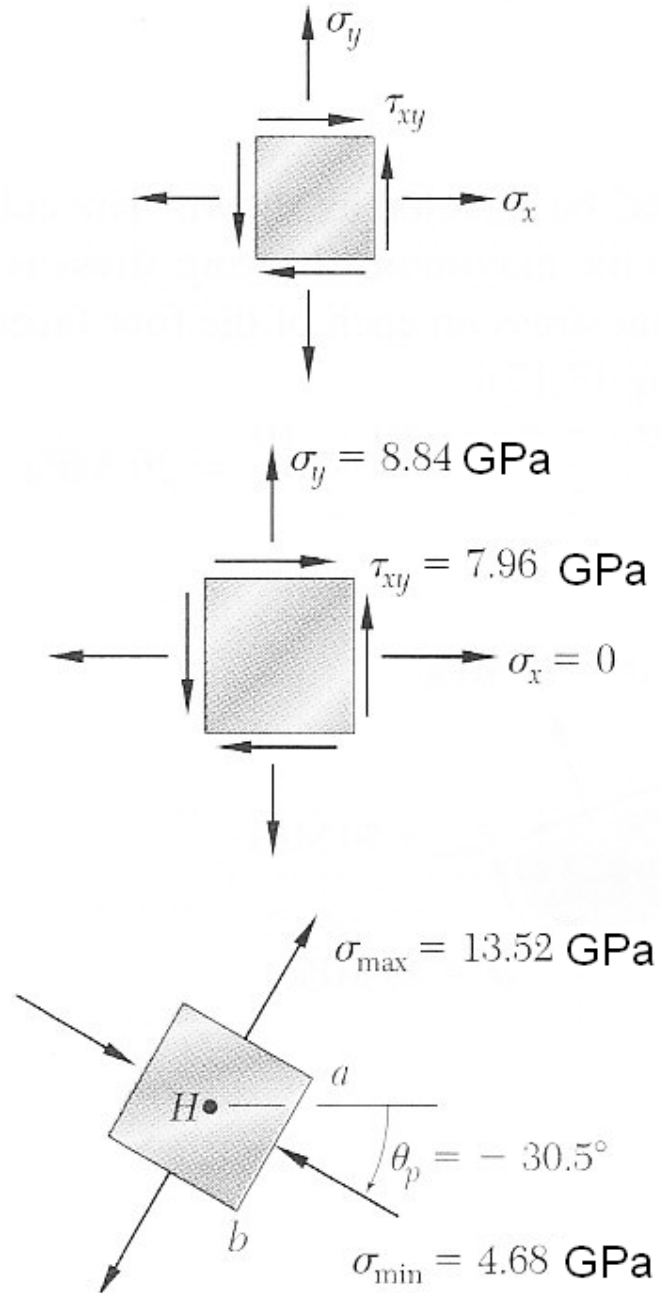
$$s_{\max,\min} = \frac{s_x + s_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{s_x - s_y}{2}\right)^2 + t_{xy}^2}$$

$$= \frac{0 + 8.84}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - 8.84}{2}\right)^2 + (7.96)^2} = +4.42 \pm 9.1$$

$$s_{\max} = +13.52 \text{ GPa}$$

$$s_{\min} = -4.68 \text{ GPa}$$

بأخذ الوجه ab من الشكل الأخير ، نعوض  $q_p = -30.5^\circ$  في معادلة 7.5 ونجد أن  $s_{x'} = -4.68 \text{ GPa}$  . أي أن الاجهادا الرئيسية هي كما في الشكل .



مسائل

7.7 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد: (أ) المستويات الرئيسية (ب) الاجهادا ت الرئيسية الجواب: (أ)  $53.0^\circ$  ؛  $-37.0^\circ$

(ب)  $s_{\min} = -86.4MPa$  ؛  $s_{\max} = -13.6MPa$  ( $q = 53.0^\circ$ )

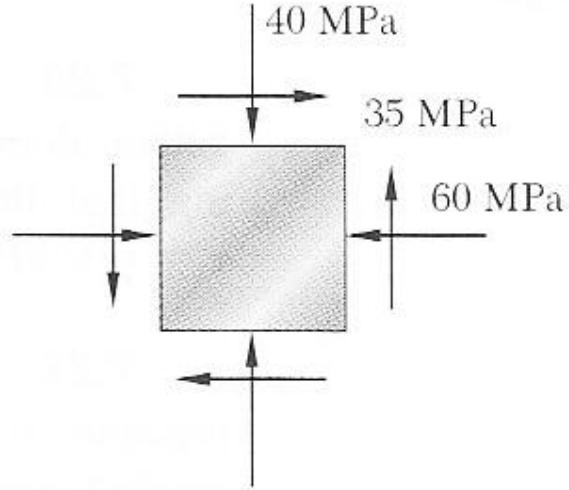


Fig. P7.7 and P7.11

7.8 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد: (أ) المستويات الرئيسية (ب) الاجهادا الرئيسية  
 الجواب: (أ)  $-31.0^\circ$  ؛  $59.0^\circ$   
 (ب)  $s_{\min} = -84MPa$  ؛  $s_{\max} = 52MPa$  ( $q = -31.0^\circ$ )

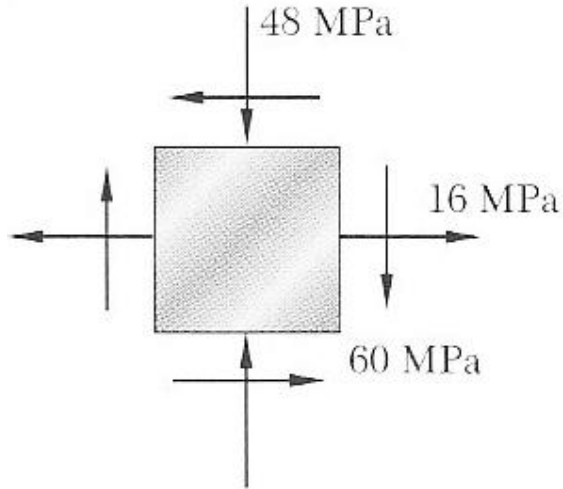


Fig. P7.8 and P7.12

7.11 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد: (أ) زاوية مستويات اجهاد القص (داخلي المستوى)  
 الأقصى (ب) قيمة اجهاد القص (داخلي المستوى) الأقصى (ج) الاجهاد العمود ي عندها  
 الجواب: (أ)  $8.0^\circ$  ؛  $98.0^\circ$  (ب)  $36.4MPa$  (ج)  $-50MPa$

7.12 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد: (أ) زاوية مستويات اجهاد القص (داخلي المستوى)  
 الأقصى (ب) قيمة اجهاد القص (داخلي المستوى) الأقصى (ج) الاجهاد العمود ي عندها

7.13 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد الاجهادا تالعمودية واجهادا تالقص الناتجة بعد تدوير الجزء المبين بزواوية مقدارها (أ)  $25^\circ$  مع عقار بالساعة (ب)  $10^\circ$  عكس عقار بالساعة الجوا بـ:  
 (أ)  $-25.4MPa$  ،  $57.5MPa$  ،  $-37.5MPa$   
 (ب)  $35.9MPa$  ،  $50.1MPa$  ،  $-30.1MPa$

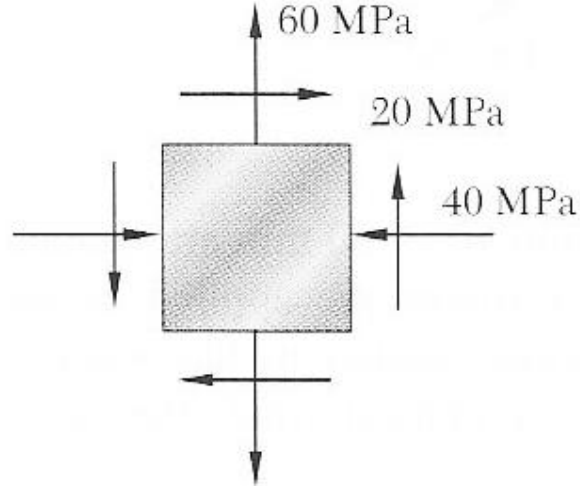


Fig. P7.13

7.14 لحالة الاجهاد المبينة ، حدد الاجهادا تالعمودية واجهادا تالقص الناتجة بعد تدوير الجزء المبين بزواوية مقدارها (أ)  $25^\circ$  مع عقار بالساعة (ب)  $10^\circ$  عكس عقار بالساعة

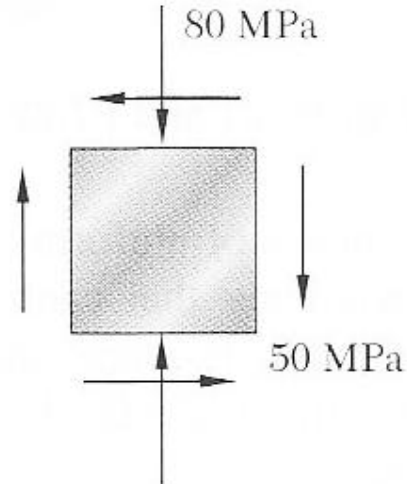


Fig. P7.14

7.17 ألياف العضو الخشبي المبين تشكل زواوية  $15^\circ$  مع الرأسى ، لحالة الاجهاد المبينة حدد (أ) اجهاد القص (داخلي المستوى) الأقصى المواز يلالألياف (ب) الاجهاد العمود ي على الألياف الجوا بـ:  
 (أ)  $-0.3MPa$  (ب)  $-2.92MPa$



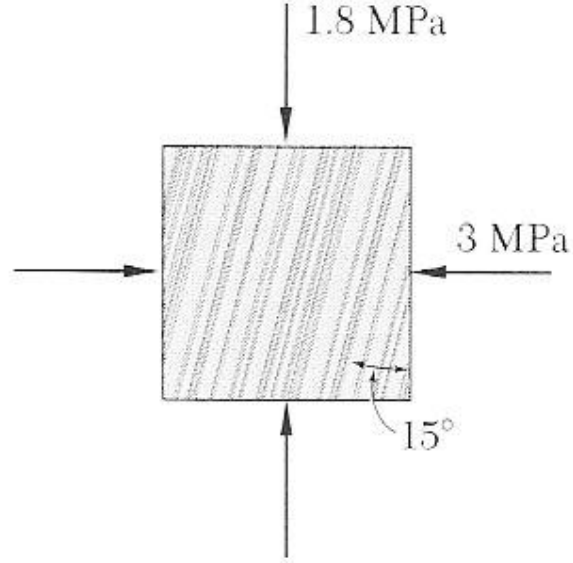


Fig. P7.17

7.20 عضوين لهما المقطع المستطيل نفسه (50x80mm) تم لصقهما معاً على طول السطح a-a الذي يشكل زاوية مقدارها  $25^\circ$  مع الأفقي . إذا علمت أن  $t = 600\text{KPa}$  و  $s = 800\text{KPa}$  هو المصقة هو ، حدد أقصى قوة محورية  $P$  يمكن التأثير بها

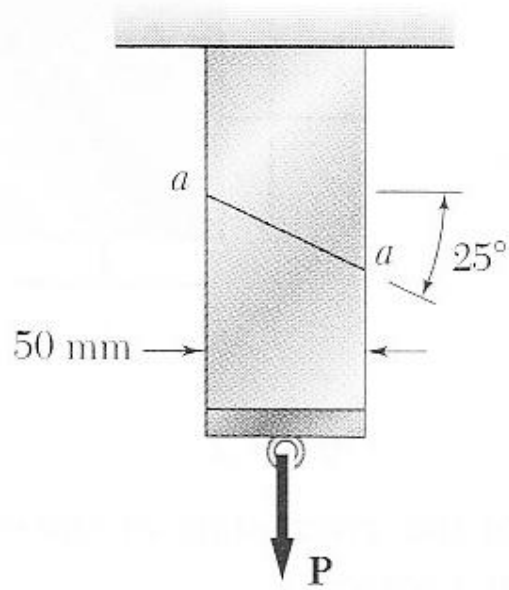


Fig. P7.20

7.21 بلاطتين فولاذيتين لهما المقطع المستطيل نفسه (10x80mm) تم لحمهما معاً كما هو في الشكل. إذا علمت أن قوة محورية مقدارها 100KN أثرت على البلاطتين وأن  $b = 25^\circ$  حدد (أ) اجهاد القص (داخلي المستوى) الموازي للحمال (ب) الاجهاد العمودي على اللحام

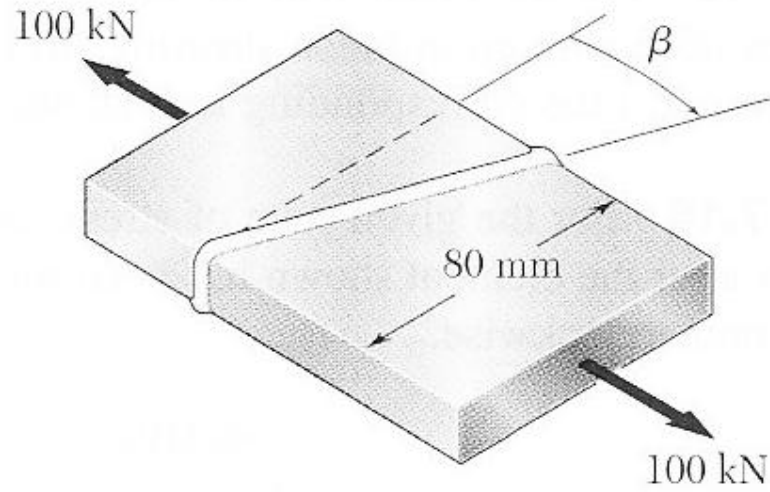


Fig. P7.21 and P7.22

7.22 بلاطتين فولاذيتين لهما المقطع المستطيل نفسه (10x80mm) تم لحمهما معاً كما هو في الشكل. إذا علمت أن قوة محورية مقدارها 100KN أثرت على البلاطتين، وأن إجهاد القص داخلي المستوى هو 30MPa ، حدد (أ) الزاوية  $\beta$  (ب) الإجهاد العمودي على اللحام الجواب: (أ)  $14.3^\circ$  (ب)  $117.3MPa$

7.23 الماسورة الفولاذية AB لها قطر خارجي مقدارها 102mm وسمك الجدار 6mm . إذا علمت أن الزرء CD مثبت باحكام بالماسورة ، حدد الاجهادا الرئيسية وأقصى إجهاد قص عند النقطة H

الجواب:  $t_{\max} = 35.4MPa$  ؛  $s_{\min} = -35.4MPa$  ؛  $s_{\max} = 35.4MPa$

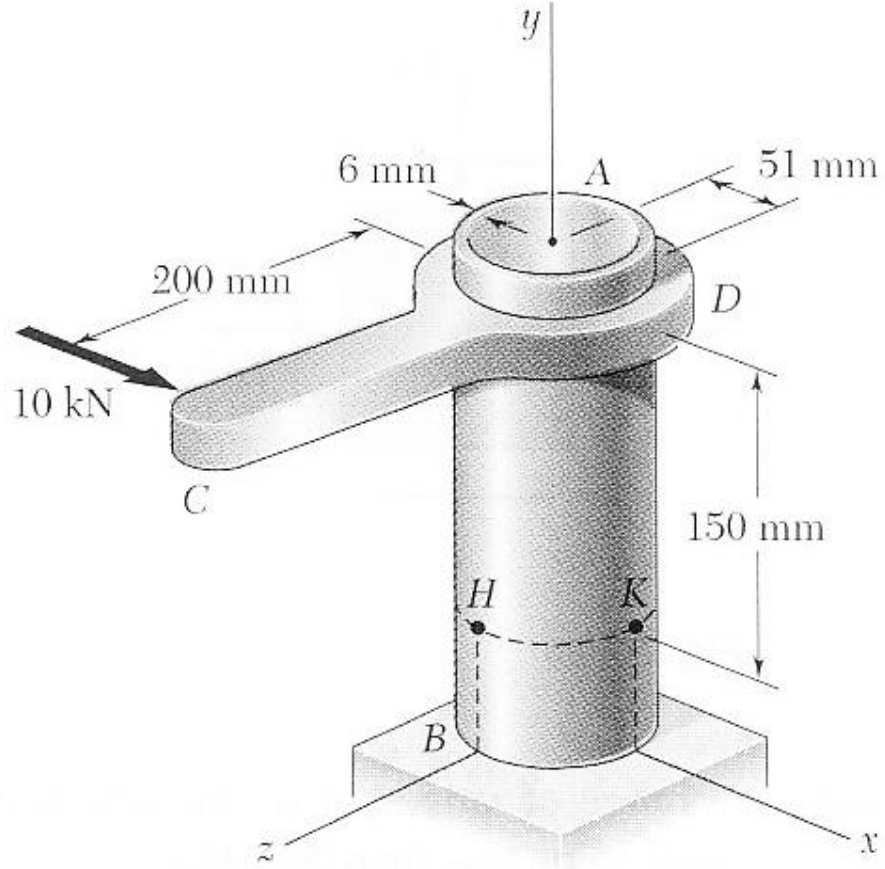


Fig. P7.23 and P7.24

7.24 الماسورة الفولاذية AB لها قطر خارجي مقدارها 102mm وسمك الجدار 6mm . إذا علمت أن الذراع CD مثبت باحكام بالماسورة ، حدد الاجهادا الرئيسة وأقصى اجهاد قص عند النقطة K

الجواب:  $t_{\max} = 30.5MPa$  ؛  $s_{\min} = -48.7MPa$  ؛  $s_{\max} = 12.18MPa$

7.29 حدد مجال قيم  $s_x$  التي تكون لها أقصى قيم للاجهاد (داخلي المستوى) أقل أو تساوي 50MPa

الجواب:  $15MPa \leq s_x \leq 135MPa$

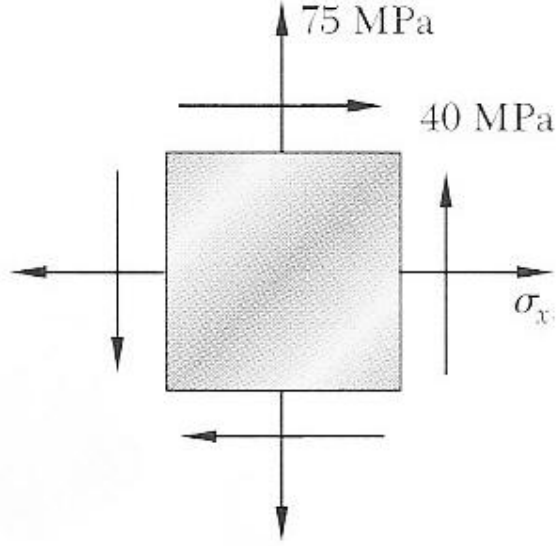


Fig. P7.29

7.30 حالة الاجهاد المبينة ، حدد (أ) قيمة  $t_{xy}$  التي لها اجهاد القص (داخلي المستوى) المواز ي للحم يساو ي صفر (ب) قيمة الاجهادا الرئيسة لهذه الحالة الجواب: (أ)  $-2.89MPa$  (ب)  $12.77MPa$  ،  $1.23MPa$

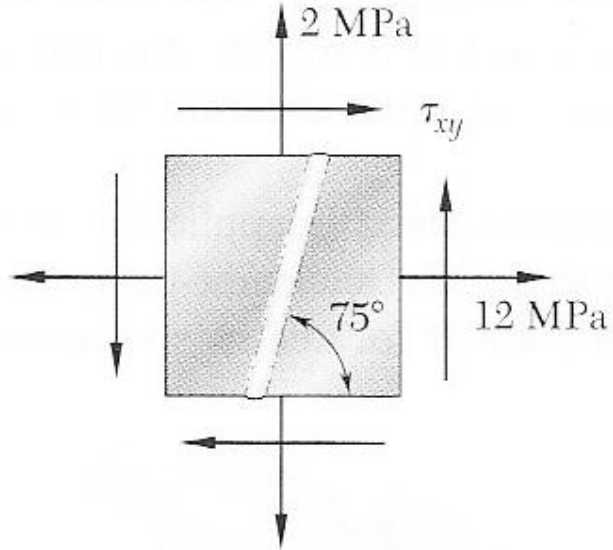


Fig. P7.30

\*7.3 اجهاد القص الأقصى (الحالة العامة) <sup>1</sup> للعد الفقرة الأخيرة من شرح الدرس السابق:

<sup>1</sup> هذا الدرس مستفاد من الدرس 7.3 والدرس 7.6 من الكتاب الأصلي

" يجب أن ننبه إلى أن كلامنا عن تحويل الاجهادا ت المستوى كان محصور للدورا نفي مستوى الاجهاد. أما إذا كان الجزء المكعب في شكل 7.5 سيدور حول محور غير المحور z ؛ عندها وجوهه قد تكون معرضة لاجهادا ت قص أكبر من المعطاة بمعادلة 7.16 . وهذا يحصل عندما تكون قيمة الاجهادا ت الرئيسية المعطاة بمعادلة 7.14 لها نفس الاشارة ، أ ي عندما يكون كلا الاجهادين اجهاد يشد أو كلاهما اجهاد يانضغاط. عندها القيمة المعطاة في معادلة 7.16 هي أقصى اجهاد قص داخلي المستوى. "

أ ي عندما تكون  $s_{\min}$  و  $s_{\max}$  مختلفتين في الاشارة تكون قيمة أقصى اجهاد قص هي المعطاة بمعادلة 7.16 ؛ أ يتساو ي أقصى اجهاد قص داخلي المستوى. أما عندما تكون  $s_{\min}$  و  $s_{\max}$  لهما نفس الاشارة ؛ فإن قيمة أقصى اجهاد قص تساو ي

$$\frac{|s_{\max}|}{2} \text{ و } \frac{|s_{\min}|}{2}$$

### مسائل

7.66 لحالة الاجهاد المستوي المبينة حدد أقصى قيمة لاجهاد القص عندما (أ)

$$s_y = 140MPa \text{ (ب) } s_y = 20MPa$$

الجوا ب: (أ) 100MPa (ب) 110MPa

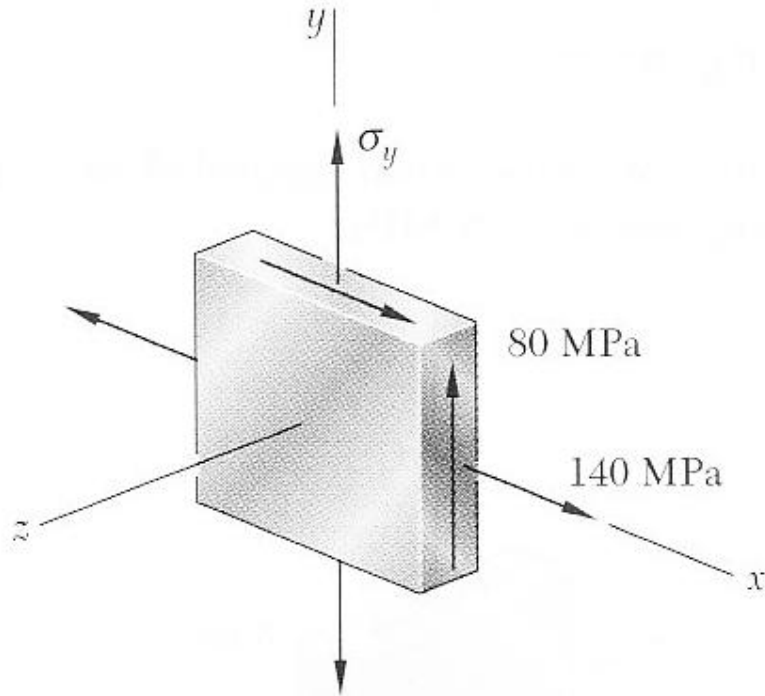


Fig. P7.66 and P7.67

7.67 لحالة الاجهاد المستوي المبينة حدد أقصى قيمة لاجهاد القص عندما (أ)

$$s_y = 120MPa \text{ (ب) } s_y = 40MPa$$

الجوا ب: (أ) 94.3MPa (ب) 105.3MPa

## 7.9 الاجهادا تفي أوعية الضغط رقيقة الجدران

أوعية الضغط رقيقة الجدران هي تطبيق مهم على الاجهادا تالمستوية . بما أن جدرانها توفر مقاومة ضعيفة للانثناء ، فإنه يمكن افتراضاً أن القوى الداخلية المؤثرة على جزء معين من الجدار هي مماسية على سطح الوعاء (الشكل 7.48) . لذا فإن الاجهادا تالناجة على جزء من الجدار تكون ضمن المستوى المماسي على سطح الوعاء

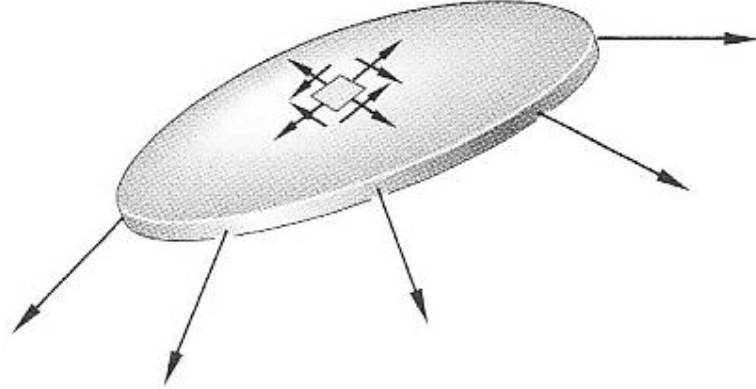


Fig. 7.48

الشكل 7.48

دراستنا للاجهادا تفي الأوعية رقيقة الجدران وسوف تقتصر على نوعين من الأوعية المشهورة وهي : وعاء الضغط الاسطواني ووعاء الضغط الكروي ( الشكلين 7.49 و 7.50 )

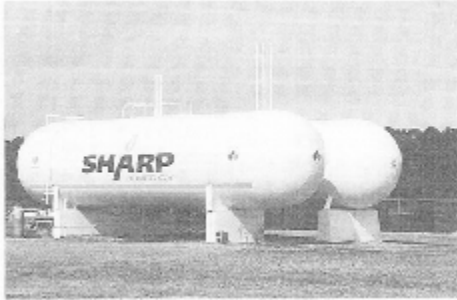


Fig. 7.49

الشكل 7.49

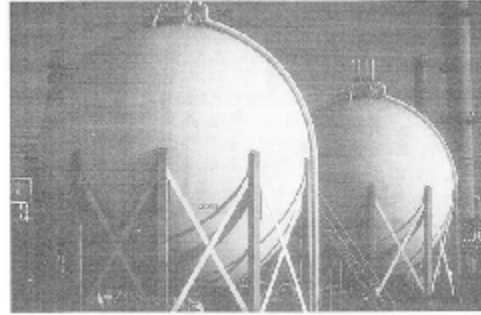


Fig. 7.50

الشكل 7.50

افرض أن لدينا وعاء أسطواني نصف قطره الداخلي  $r$  وسمك جداره  $t$  ويحوي مائع ( سائل أو غاز ) له ضغط معين كما في الشكل 7.51

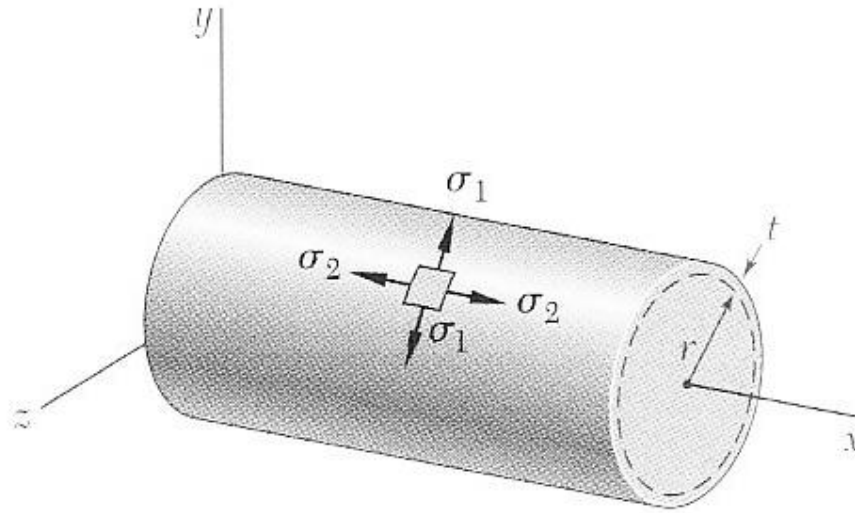


Fig. 7.51

الشكل 7.51

نحن نريد تحديد قيم الاجهاد المؤثرة على جزء صغير من الجدار له جوانب موازية وعمودية على محور الاسطوانة. بسبب التماثل المحور ي للوعاء ومحتوياته نستنتج أن لا اجهاد قص يؤثر على هذا الجزء. لذا فإن الاجهادا ت العمودية  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  المبينة في الشكل 7.51 هي الاجهادا ت الرئيسية. الاجهاد  $\sigma_1$  يعرف باسم اجهاد الطوق (hoop stress)  $\sigma_2$ ، والاجهاد  $\sigma_2$  يسمى الاجهاد الطولي (longitudinal stress). أما قيم هذه الاجهادا ت فهي

$$\sigma_1 = \frac{Pr}{t} \dots\dots\dots 7.30$$

$$\sigma_2 = \frac{Pr}{2t} \dots\dots\dots 7.31$$

حيث  $P$  هو الضغط المعياري (gage pressure) للمائع؛  $A$  الفرق بين ضغط المائع والضغط الجوي الخارجي<sup>3</sup> أما اجهاد القص الأقصى (وهو خارجي المستوى) فيساو ي

$$t_{\max} = \frac{Pr}{2t} \dots\dots\dots 7.34$$

الآن ننتقل إلى وعاء الضغط الكروي الذي له نصف القطر  $r$  وسمك الجدار  $t$  والضغط المعياري للمائع هو  $P$ . بسبب التماثل فإن الاجهادا ت المؤثرة على الجوانب الأربعة لجزء من الجدار يجب أن تكون متساوية (الشكل 7.55)

2 وسبب التسمية هو أنه نفس الاجهاد الموجود في الطوق المستخدم لتثبيت ألواح البرميل الخشبي.  
3 الضغط الجزئي في الضرو العادية يساوي  $0.1 \text{MPa}$



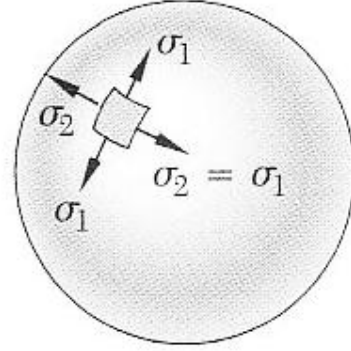


Fig. 7.55

الشكل 7.55  
وقيمة هذه الاجهادا تهي

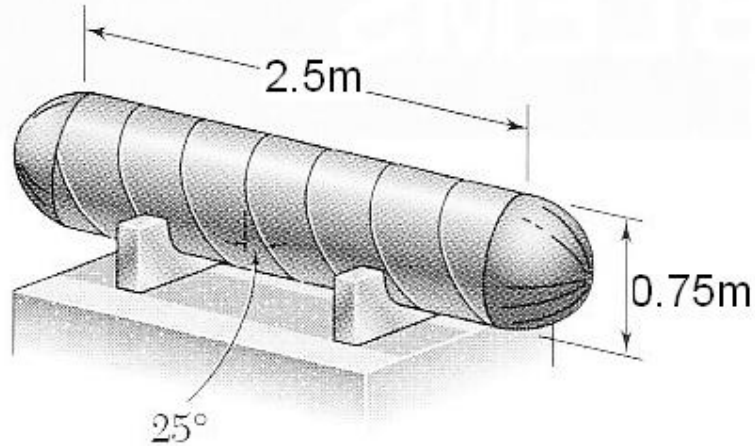
$$s_1 = s_2 = \frac{Pr}{2t} \dots\dots\dots 7.36$$

أما اجهاد القص الأقصى (وهو خارجي المستوى) فيساو ي :

$$t_{\max} = \frac{1}{2}s_1 = \frac{Pr}{4t} \dots\dots\dots 7.37$$

### مثال نموذجي 7.5

لدينا وعاء هواء مضغوط كما هو مبين في الشكل . الجزء الاسطواني من الوعاء له قطر خارجي مقداره 0.75m ومصنوع من صفيحة فولاذية سمكها 11mm ؛ وذلك بلحمها بشكل لولبي يشكل زاوية مقدارها 25° مع المستوى المستعرض . الجزئين الجانبين كرويان ولهما سمك جدار مقداره 9mm . لضغط معيار يداخلي مقداره 1.25MPa ؛ أحسب (أ) الاجهاد العمود ي واجهاد القص الأقصى في الجزئين الكرويين (ب) الاجهادا ت في الاتجاهات العمودية والموازية للحام اللولبي



الحل  
(أ) الجزء الكروي ي:  
باستخدام معادلة 7.36 نكتب

$$P=1.25\text{MPa} \text{ ، } t=9\text{mm}=9\times 10^{-3}\text{m} \text{ ، } r=\frac{0.75}{2}-9\times 10^{-3}=0.366\text{m}$$



$$s_1 = s_2 = \frac{Pr}{2t} = \frac{1.25MPa \times 0.366m}{2 \times 9 \times 10^{-3}m} = 25.4MPa$$

اجهاد القص الأقصى

$$t_{\max} = \frac{1}{2}s_1 = \frac{1}{2}(25.4) = 12.7MPa$$

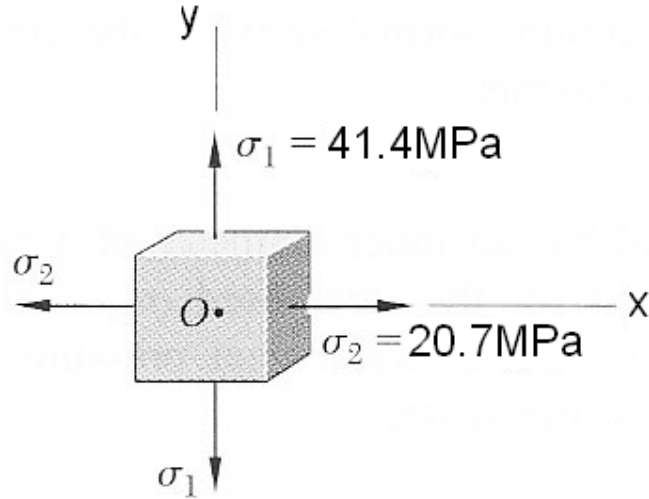
(ب) الجزء الاسطواني

أولاً نحسب  $s_1$  و  $s_2$  من معادلة 7.30 و معادلة 7.32 ، أ ي :

$$P=1.25MPa ، t=11mm=11 \times 10^{-3}m ، r = \frac{0.75}{2} - 11 \times 10^{-3} = 0.364m$$

$$s_1 = \frac{Pr}{t} = \frac{1.25MPa \times 0.364m}{11 \times 10^{-3}m} = 41.4MPa$$

$$s_2 = \frac{s_1}{2} = \frac{41.4}{2} = 20.7MPa$$



الاجهادا ت على اللحام

لو أخذنا المحاور كما في الشكل السابق ؛ أ ي

$$s_x = s_2 = 20.7MPa$$

$$s_y = s_1 = 41.4MPa$$

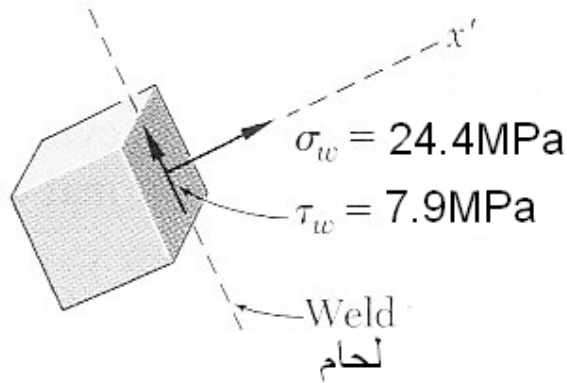
$$t_{xy} = 0 \quad (\text{كما بيّنا في الدر سد})$$

فإننا نحصل على الجزء الذي له وجه مواز ي اللحام بواسطة تدوير الجزء السابق  $25^\circ$  عكس عقار ب الساعة. أ ي الاجهاد العمود ي على سطح اللحام هو  $s_{x'}$  المعطى في معادلة 7.5 ، أ ي

$$\begin{aligned} s_w = s_{x'} &= \frac{s_x + s_y}{2} + \frac{s_x - s_y}{2} \cos(2q) + t_{xy} \sin(2q) \\ &= \frac{20.7 + 41.4}{2} + \frac{20.7 - 41.4}{2} \cos(50) + 0 \sin(50) \\ &= 24.4MPa \end{aligned}$$

واجهاد القص المواز ي اللحام يحسب من معادلة 7.6 ، أ ي

$$\begin{aligned}
t_w = t_{x'y'} &= -\frac{s_x - s_y}{2} \sin(2q) + t_{xy} \cos(2q) \\
&= -\frac{20.7 - 41.4}{2} \sin(50) + 0 \cos(50) \\
&= 7.9 \text{ MPa}
\end{aligned}$$



#### مسائل

7.100 إذا علمت أن ذقيمة أقصى ضغط معيار يهـي 8MPa لوعاء ضغط فولاذ يـكرو يـله قطر خارجي مقدارـه 250mm وسمك جدار مقدارـه 6mm . إذا علمت أن ذالاجهاد النهائي للفولاذ المستخدم هو  $s_u = 400 \text{ MPa}$  . أحسب ذقيمة معامل الأمان بالنسبة لانـهيار الشد الجوا بـ: 5.04

7.101 وعاء ضغط كرو يـقطره الخارجـي 900mm نريد صناعتـه من فولاذ له اجهاد نهائي  $s_u = 400 \text{ MPa}$  . إذا علمت أن ذمعامل الأمان المطلوب مقدارـه 4 وأ ذالضغط المعيار يـيمكن أن ذيصل إلى 3.5MPa ، حدد أقل سمك جدار يـمكن استخدامه الجوا بـ: 7.74mm

7.107 خزا ذيشبه الخزا ذالمبين في الشكل 7.49 له قطر خارجي مقدارـه 3.3m وسمك جدار مقدارـه 18mm . عندما يـكون مقدار الضغط الداخلي 1.5MPa ، حدد أقصى اجهاد عمود يـوأقصى اجهاد قص في الخزا ذ الجوا بـ:  $s_{\max} = 136 \text{ MPa}$  ،  $t_{\max} = 68 \text{ MPa}$

7.110 الجزء الأسطوانـي لـخزا ذالغاز المضغوط المبين في الشكل مصنوع من شريحة سمكها 6mm ملحومة على شكل لولب يصنع زاوية  $b = 30^\circ$  مع الأفقي . إذا علمت أن ذالاجهاد العمود يـعلى اللحام المسموح به هو 75MPa ، أحسب أقصى ضغط معيار يـيمكن استخدامه. الجوا بـ: 2.95MPa

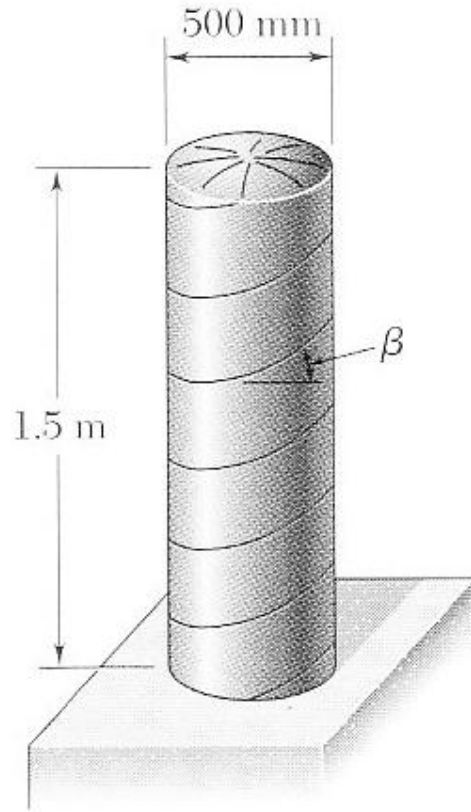


Fig. P7.110 and P7.111

7.111 الجزء الأسطواناني لخزنا نالغاز المضغوط المبين في الشكل مصنوع من شريحة سمكها 6mm ملحومة على شكل لولب يصنع زاوية  $b = 30^\circ$  مع الأفقي . أحسب الضغط المعياري الذي سيجعل قيمة اجهاد القص الموازي للحام تساوي 30MPa الجواب: 3.41MPa

#### قائمة ترجمة المصطلحات

Transformation	تحويل
Coordinate axes	المحاور الاحداثية
Plane stresses	اجهادا تمستوية
Plate	بلاطة
Components	مركبات
Rotate	تدوير
Element	جزء
Principal stresses	الاجهادا تالرئيسية
Principal planes	المستويات الرئيسية

In-plane	داخليّ المستوى
Out-of-plane	خارجيّ المستوى
Fluid	مائع
Hoop stress	اجهاد الطوق
Longitudinal stress	الاجهاد الطولي
Gage pressure	الضغط المعياري

بسم الله الرحمن الرحيم

10

الأعمدة

Columns

### 10.1 مقدمة

في الوحدات السابقة كان تركيزنا على مقاومة (strength) البنية ؛ أي قابليتها لتحمل حمل معين دون تعرضها لاجهاد زائد. في هذه الوحدة سنتكلم عن ثبات البنية ؛ أي قابليتها لتحمل حمل معين دون تعرضها لتغير مفاجئ في شكلها . كلامنا سوف يكون حصرياً عن الأعمدة، أي تحليل وتصميم الأعضاء العمودية المنشورية المعرضة لأحمال محورية.

### 10.2 ثبات البنى (جمع بنية)

افرض أننا نريد تصميم عمود AB طوله L الذي يجب أن يسند حمل P (الشكل 10.1)

(

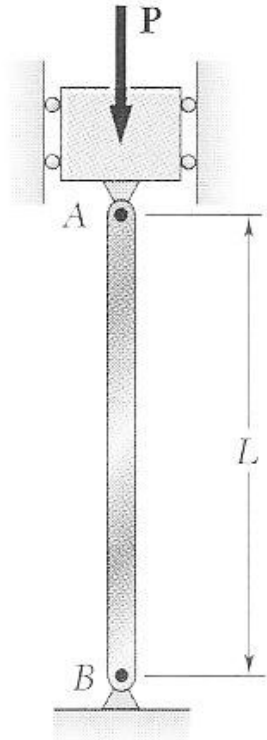


Fig. 10.1

الشكل 10.1



Fig. 10.2

الشكل 10.2

العمود سيكون موصول مسامرياً من كلا طرفيه، ونفرض أن حمل محوري متراكز. إذا اخترنا المساحة  $A$  للمقطع العرضي للعمود بحيث تكون القيمة  $S = P/A$  للاجهاد على المقطع العرضي أقل من الاجهاد المسموح به  $S_{all}$  للمادة المستخدمة ، عندها قد نستنتج أن العمود مصمم بصورة جيدة لكن قد يحدث أنه عند تعرض العمود للحمل فإن العمود ينبعج بدل البقاء مستقيماً، أي فجأة يصبح منثني بشدة (الشكل 10.2)



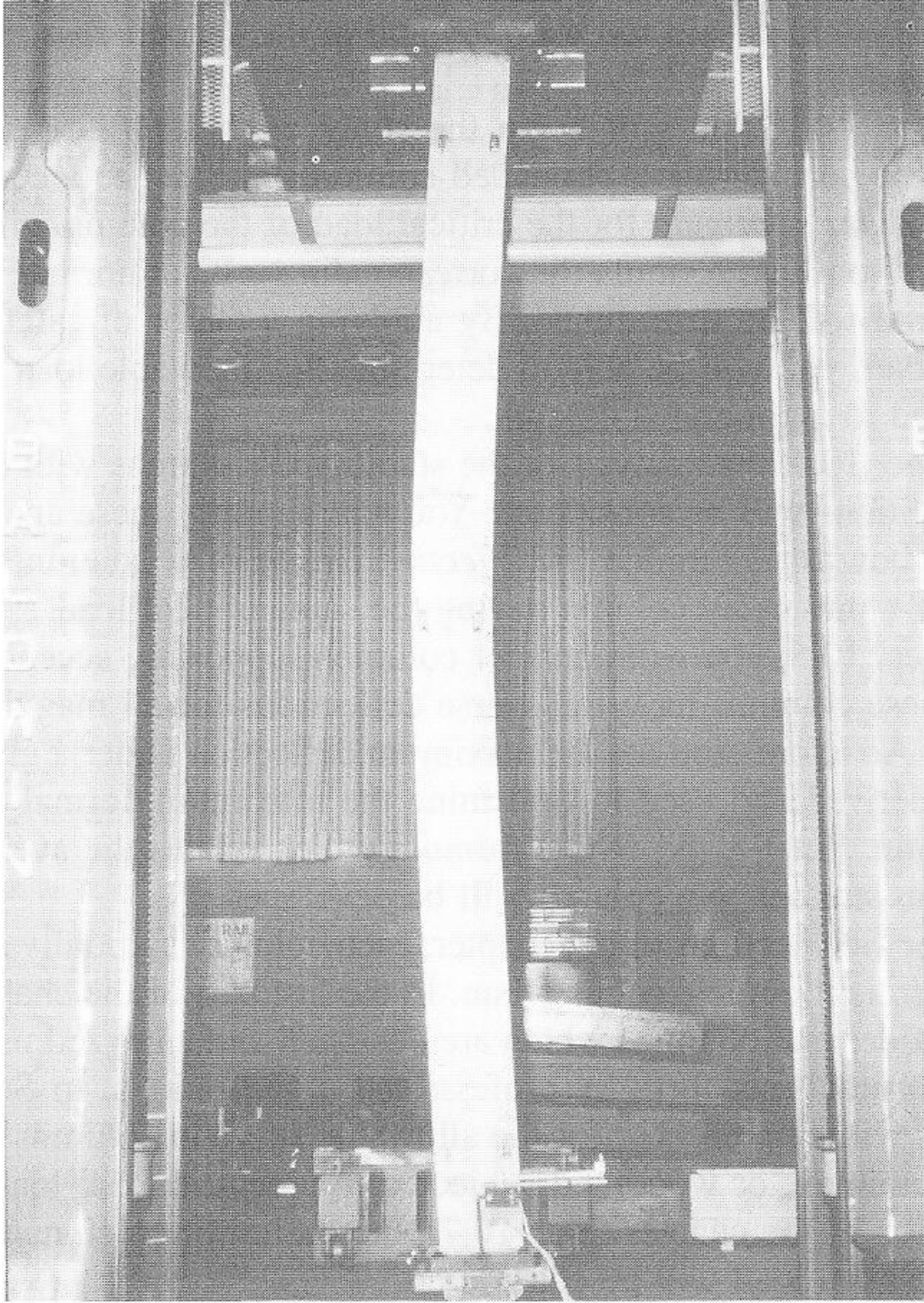


Fig. 10.3 Buckled column

الشكل 10.2

طبعاً العمود الذي ينبعج تحت الحمل المفترض له أن يسنده يكون غير مصمم بصورة صحيحة.

قبل الدخول في الموضوع الفعلي لثبات الأعمدة، من الأفضل أن نبدأ بمثال لنظام مبسط نوضح فيه مسألة الانبعاج. والمثال هو كما في الشكل 10.4، وهو قضيبان صلبان AC و BC متصلان عند C بواسطة مسمار وزنبرك انفتال له الثابت K .

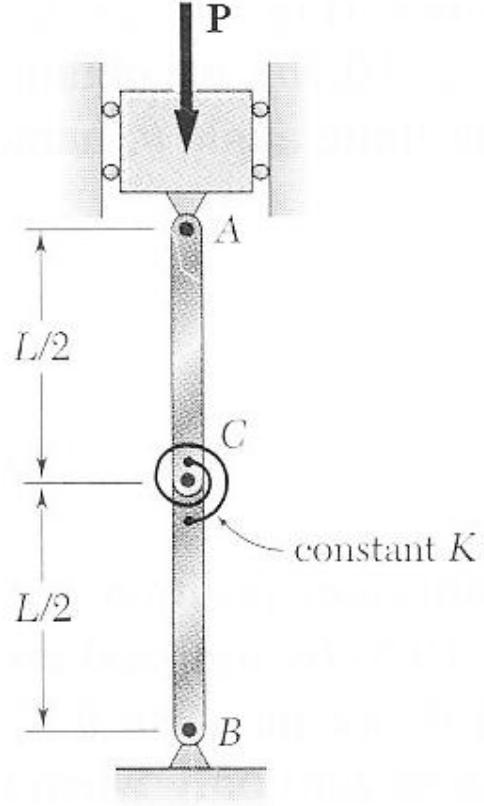


Fig. 10.4

الشكل 10.4



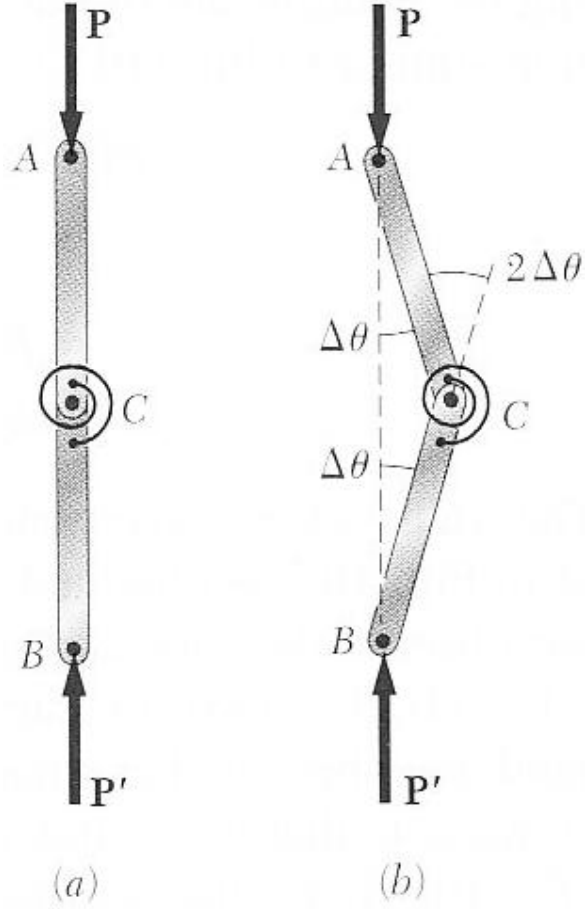


Fig. 10.5

الشكل 10.5

إذا كان القضيبان والقوتان  $P$  و  $P'$  متصافان فوق بعضهما بصورة دقيقة جداً (أي تقع جميعها على خط مستقيم واحد)، عندها يبقى النظام في وضع الاتزان المبين في الشكل 10.5a طالما أنه لم يُحرَّك جانباً. لكن افرض أننا حركنا  $C$  قليلاً نحو اليمين، بحيث أن كل قضيب يشكل زاوية صغيرة  $\Delta\theta$  مع العمودي (الشكل 10.5b)؛ فهل سيرجع النظام إلى وضعه الاتزان الأصلي، أم سوف يبتعد أكثر عن وضع الاتزان؟ في الحالة الأولى نسمي النظام بالثابت (stable)، وفي الحالة الثانية نسميه بغير الثابت (unstable). من أجل تحديد إذا كان النظام السابق ثابت أم غير ثابت، نقوم بدراسة القوى والعزوم المؤثرة على القضيب  $AC$  (الشكل 10.6)

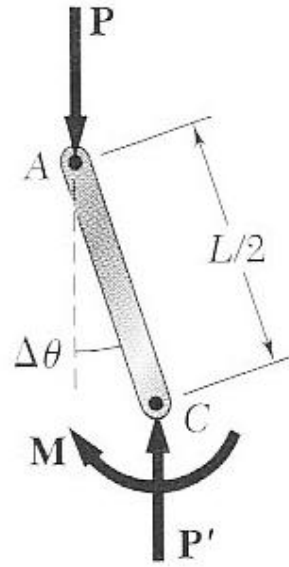


Fig. 10.6

الشكل 10.6.

نلاحظ أن هناك عزمين : العزم الناتج من القوة  $P$  و  $P'$  (وقيمته  $(P(L/2)\sin(\Delta q))$  ، والذي يحاول ابعاد القضيب عن وضعه العمودي، وعزم الزنبرك ( $M$ ) والذي يحاول ارجاع القضيب إلى وضعه العمودي (وقيمته  $(K(2\Delta q))$  . إذا كان العزم الثاني أكبر من العزم الأول ، فإن النظام السابق سوف يرجع إلى وضع الثبات الأصلي؛ أي وضع الثبات. أما إذا كان العزم الأول أكبر من العزم الثاني فإن النظام سيبتعد عن وضع الاتزان الأصلي، أي النظام غير ثابت . قيمة الحمل التي يكون عندها العزمان متساويان تسمى الحمل الحرج ويرمز له بالرمز  $P_{cr}$  . ويحسب بـ

$$P_{cr}(L/2)\sin(\Delta q) = K(2\Delta q)$$

وبما أن  $\sin(\Delta q) \approx \Delta q$  نحصل على

$$P_{cr} = 4K/L$$

من الواضح أن النظام يكون ثابت عندما  $P < P_{cr}$  ، أي قيمة الحمل أقل من القيمة الحرجة ، وغير ثابت عندما  $P > P_{cr}$  .

نفرض أن حمل  $P > P_{cr}$  تم التأثير به على القضيب في الشكل 10.4 وأن النظام تم تحريكه جانباً . بما أن  $P > P_{cr}$  فإن النظام سوف يبتعد عن موضع الاتزان العمودي ، ثم بعد بعض الاهتزازات سوف يستقر عند وضع اتزان جديد (الشكل 10.7a)

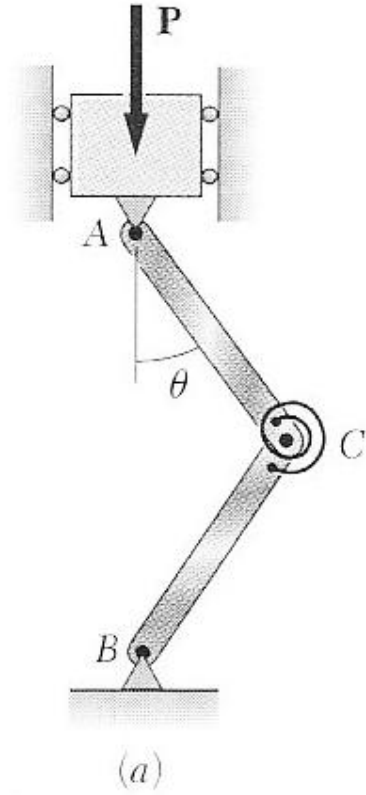


Fig. 10.7

الشكل 10.7a

هذا الكلام ينطبق على البنى والأنظمة الميكانيكية بشكل عام، وسوف نستخدمه في  
الدرس التالي ، والذي سنتكلم فيه عن ثبات الأعمدة اللدنة.

### 10.3 صيغة أويلر (Euler`s formula) للأعمدة الموصولة مسمارياً

لنعد للعمود  $AB$  الذي أخذناه في الدرس السابق (الشكل 10.1)

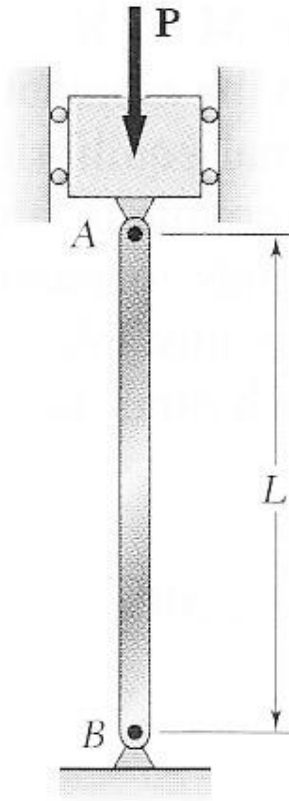


Fig. 10.1  
(repeated)

الشكل 10.1 (مكرر)

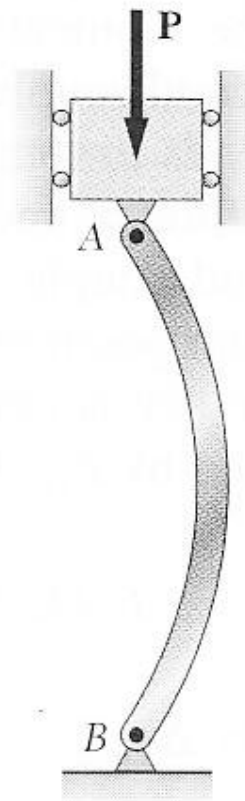


Fig. 10.2  
(repeated)

الشكل 10.2 (مكرر)

نحن نريد تحديد القيمة الحرجة للحمل  $P$  ، أي قيمة  $P_{cr}$  للحمل التي يصبح عندها الوضع الموضح في الشكل 10.1 غير ثابت . إذا كانت  $P > P_{cr}$  فإن عدم تراكز بسيط أو حركة جانبية بسيطة تجعل العمود ينبعج ، أي يصبح بالشكل المنحني الموضح في الشكل 10.2 . قيمة  $P_{cr}$  تعطى بصيغة أويلر ، وهي

$$P_{cr} = \frac{p^2 EI}{L^2} \dots\dots\dots 10.11$$

في حالة العمود الذي له مقطع عرضي دائري أو مربع ، تكون قيمة عزم القصور الذاتي  $I$  للمقطع العرضي هي نفسها حول أي محور المركز المتوسط (centroidal axis) ، قابلية العمود للانبعاج هي نفسها لكلا المستويين ، إلا إذا كان هناك قيود معينة على طرفي العمود. أما لأشكال أخرى من المقطع فإن الحمل الحرج يحسب بأخذ  $I = I_{min}$  في المعادلة 10.11 ؛ إذا حدث انبعاج فإنه يحصل في المستوى المتعامد مع محور العزم المعني.

قيمة الاجهاد الحاصلة عند الحمل الحرج تسمى الاجهاد الحرج ويرمز لها بالرمز  $S_{cr}$ . من معادلة 10.11 وبأخذ  $I = Ar^2$  حيث  $A$  هي المقطع العرضي و  $r$  هي نصف قطر التدويم للمقطع ، نحصل على

$$S_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{p^2 E A r^2}{A L^2}$$

$$S_{cr} = \frac{p^2 E}{(L/r)^2} \dots\dots\dots 10.13$$

القيمة  $L/r$  تسمى نسبة النحالة للعمود. تبعاً لما قلناه في الفقرة السابقة فإنه يجب استخدام قيمة نصف قطر التدويم الصغرى لحساب نسبة النحالة والاجهاد الحرج للعمود.  
 المعادلة 10.13 تبين أن الاجهاد الحرج يتناسب طردياً مع معامل المرونة  $E$  للمادة وعكسياً مع مربع نسبة النحالة للعمود. رسمة  $S_{cr}$  مع  $L/r$  مبينة في الشكل 10.9 لحديد البناء، بافتراض  $E=200GPa$  و  $S_y = 250MPa$ . يجب أن نتذكر أن لا معامل امان تم إدخاله في رسم  $S_{cr}$ . يجب أن نلاحظ أيضاً أنه إذا كانت قيمة  $S_{cr}$  - التي حصلنا عليها في معادلة 10.13 أو من المنحنى في شكل 10.9 - أكبر من اجهاد المطاوعة  $S_y$  فإن هذه القيمة لا تهمننا ، لأن العمود سوف يطاوع في الانضغاط ولا يعود مرناً (elastic) قبل ان يحصل له انبعاج.

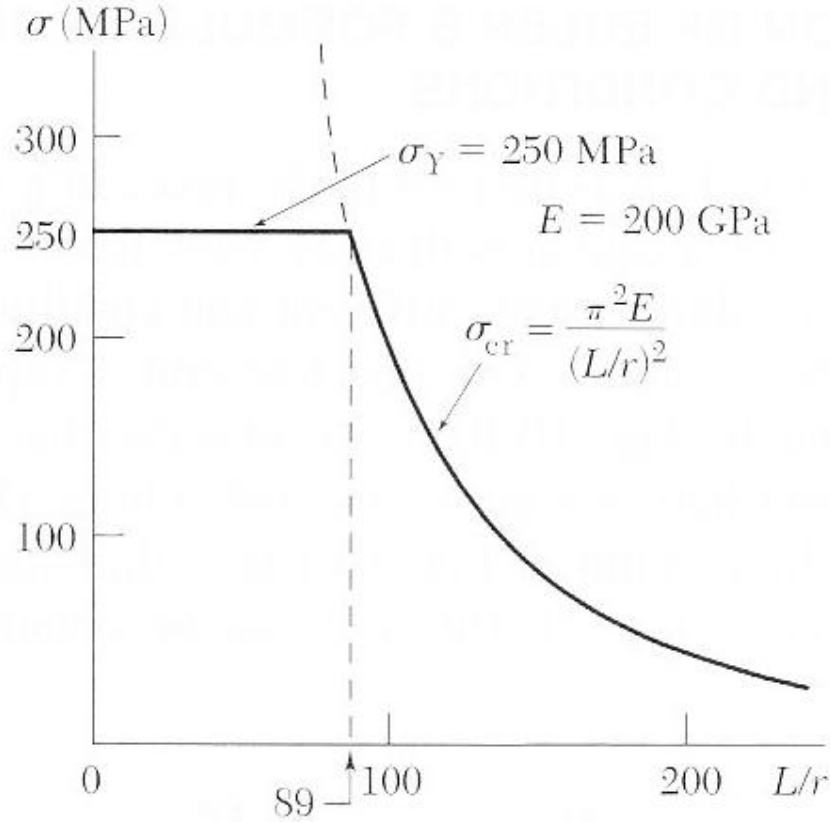


Fig. 10.9

الشكل 10.9

كلامنا حتى الآن كان عن الأعمدة المعرضة لحمل محوري متراكز متصاف تماماً . لكن عملياً هذا نادر الحدوث ، لذا سوف يكون الدرس 10.7 عن حالة الأحمال اللامتراكزة.

### مثال 10.01

عمود خشبي مسماري التوصيل طوله 2m مربع المقطع العرضي . بافتراض  $E=13\text{GPa}$  و  $S_{all} = 12\text{MPa}$  و باستخدام معامل أمان مقداره 2.5 في الحمل الحرج للانبعاج ؛ أحسب أبعاد المقطع العرضي للعمود آمن الاسناد لـ (أ) حمل 100KN (ب) حمل 200KN

الحل

#### 100KN للحمل (أ)

باستخدام معامل الأمان المعطى ، نحسب

$$P_{cr} = 2.5(100\text{KN}) = 250\text{KN} \quad , \quad L=2\text{m} \quad , \quad E=13\text{GPa}$$

لصيغة أويلر (10.11) نحل لـ I ونعوض ، أي

$$I = \frac{P_{cr} L^2}{p^2 E} = \frac{(250 \times 10^3)(2m)}{p^2 (13 \times 10^9 Pa)} = 7.794 \times 10^{-6} m^4$$

تذكر أنه للمربع الذي طول ضلعه  $a$  لدينا  $I = a^4 / 12$  ، نكتب

$$\frac{a^4}{12} = 7.794 \times 10^{-6} m^4 \Rightarrow a = 98.3mm \approx 100mm$$

نختبر هذه القيمة للاجهاد العمودي على العمود

$$s = \frac{P}{A} = \frac{100KN}{(0.1m)^2} = 10MPa$$

بما ان  $s$  أقل من الاجهاد المسموح به ( $s_{all}$ ) فإن المقطع العرضي المربع  $100 \times 100mm$  مقبول .

#### (ب) للحمل 200KN

نحل معادلة 10.11 لـ  $I$  ، لكن نعوض الآن  $P_{cr} = 2.5(200) = 500KN$  فنحصل على

$$I = 15.588 \times 10^{-6} m^4$$

$$\frac{a^4}{12} = 15.588 \times 10^{-6} m^4 \Rightarrow a = 116.95mm$$

قيمة الاجهاد العمودي هي

$$s = \frac{P}{A} = \frac{200KN}{(0.11695m)^2} = 14.62MPa$$

بما أن هذه القيمة أكبر من الاجهاد المسموح به فإن الأبعاد التي حصلنا عليها غير مقبولة ، ويجب علينا اختيار المقطع العرضي على أساس المقاومة للانضغاط ؛ لذا نكتب

$$A = \frac{P}{s_{all}} = \frac{200KN}{12MPa} = 16.67 \times 10^{-3} m^2$$

$$a^2 = 16.67 \times 10^{-3} m^2 \Rightarrow a = 129.1mm$$

إذن المقطع العرضي المربع  $130 \times 130mm$  مقبول

#### 10.4 تعميم صيغة أويلر لأعمدة ذات أطراف موصولة بطرق أخرى

صيغة أويلر (10.11) اشتقت للأعمدة الموصولة مسامياً عند كلا الطرفين . الآن

نريد تحديد قيمة  $P_{cr}$  لأعمدة ذات ظروف توصيل مختلفة عند الأطراف.

التعامل مع هذه الحالات يتم باستبدال الطول  $L$  في معادلة 10.11 و 10.13 بالطول

الفعال  $L_e$  للعمود ، أي

$$P_{cr} = \frac{p^2 EI}{L_e^2} \dots\dots\dots 10.11'$$

$$s_{cr} = \frac{p^2 E}{(L_e / r)^2} \dots\dots\dots 10.13`$$

والنسبة  $L_e / r$  تسمى النحالة الفعالة للعمود ، والطول الفعال لبعض الحالات مبين في الشكل 10.18

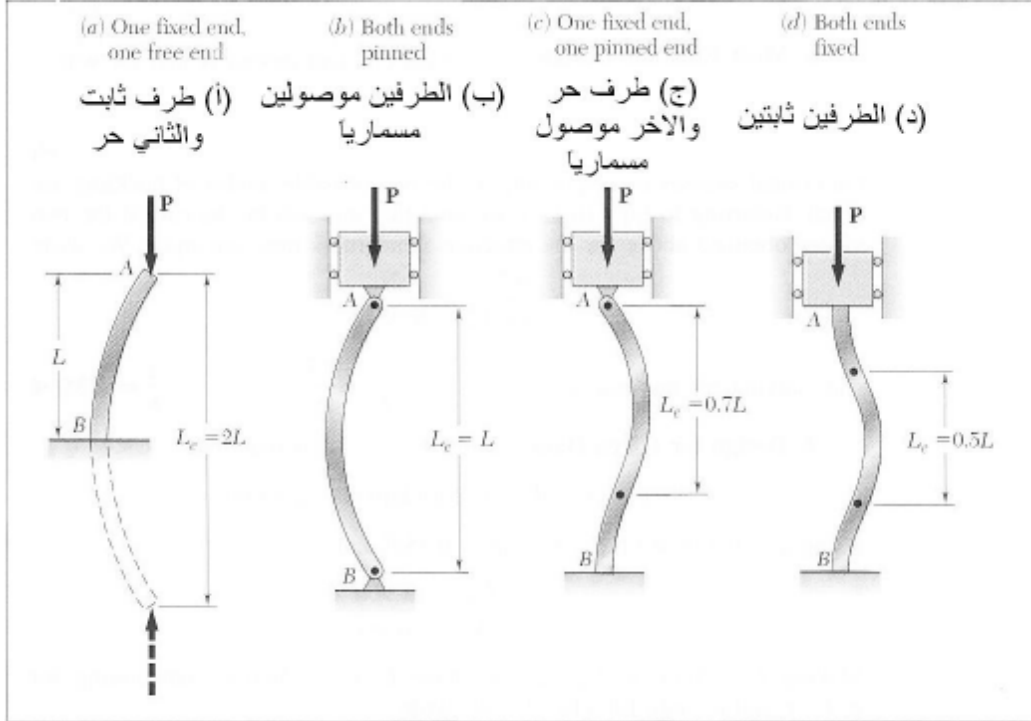


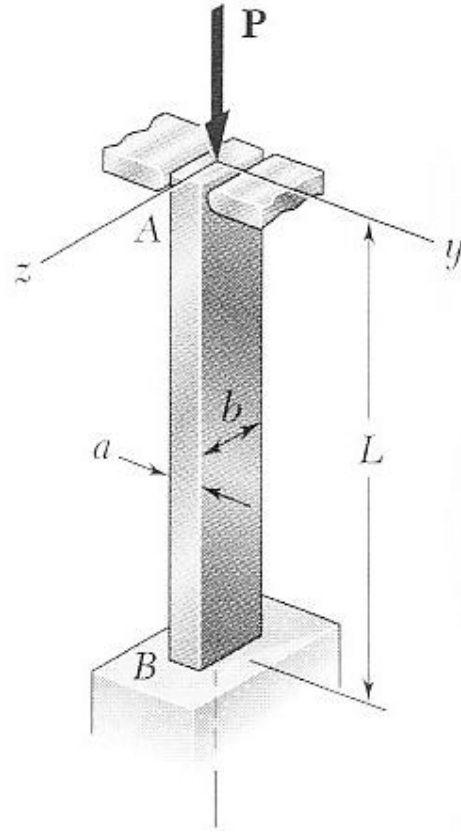
Fig. 10.18 Effective length of column for various end conditions.

الشكل 10.18

**مثال نموذجي 10.1 (بعد التعديل)**

عمود ألمنيوم طوله L ومقطعه العرضي مستطيل وله طرف ثابت B ويسند حمل متراكز عند A . قطعتان أملستان ودائرتي الحواف تمنعان الطرف A من التحرك في أحد مستويي التماثل العموديين للعمود ، لكن يسمحان له بالحركة في المستوى العمودي الآخر (أ) أحسب النسبة a/b لبعدي المقطع العرضي للعمود ذو أكفاً تصميم (ب) صمم أكفاً مقطع عرضي إذا علمت أن L=0.5m و E=70GPa و P=22KN ومعامل الأمان يساوي 2.5





الحل

### الانبعاج في المستوى xy

بالرجوع إلى الشكل 10.18 نلاحظ أن الطول الفعال للعمود بالنسبة للانبعاج في هذا المستوى هو  $L_e = 0.7L$ . نحصل على نصف قطر التدويم  $r_z$  للمقطع العرضي بكتابة

$$I_z = \frac{1}{12}ba^3 \quad A = ab$$

$$I_z = Ar_z^2 \quad \text{وبما أن}$$

$$r_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{\frac{1}{12}ba^3}{ab} = \frac{a^2}{12} \Rightarrow r_z = \frac{a}{\sqrt{12}}$$

نسبة النحالة الفعالة للعمود بالنسبة للانبعاج في المستوى xy هي

$$\frac{L_e}{r_z} = \frac{0.7L}{a/\sqrt{12}} \quad \dots (1)$$

### الانبعاج في المستوى xz

الطول الفعال للعمود بالنسبة للانبعاج في هذا المستوى هو  $L_e = 2L$  ونصف قطر التدويم هو

$$r_y = b/\sqrt{12}$$

$$\frac{L_e}{r_y} = \frac{2L}{b/\sqrt{12}} \dots (2)$$

(أ) التصميم الأكفأ:

التصميم الأكفأ (الأخف) هو ذلك الذي يتساوى فيه الاجهادين الحرجين التابعين للانبعاج في المستويين . بالرجوع إلى معادلة 10.13` نلاحظ أن هذا يحصل عندما تساوي نسبتي النحالة الفعالين اللتين حصلنا عليهما للتو ، أي

$$\frac{0.7L}{a/\sqrt{12}} = \frac{2L}{b/\sqrt{12}}$$

نحل لـ a/b لنحصل على

$$\frac{a}{b} = 0.35$$

(ب) التصميم للقيم المعطاة

بما أن معامل الأمان المطلوب هو F.S.=2.5

$$P_{cr} = (F.S)P = (2.5)(22KN) = 55KN$$

باستخدام a=0.35b نحصل على  $A = ab = 0.35b^2$  ، و

$$S_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{55 \times 10^3 N}{0.35b^2}$$

بتعويض L=0.5m في معادلة (2) نحصل على

$$L_e / r_y = \frac{3.46}{b}$$

بتعويض قيمة E و  $L_e / r$  و  $S_{cr}$  في معادلة 10.13` ؛ نكتب

$$S_{cr} = \frac{p^2 E}{(L_e / r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{55 \times 10^3}{0.35b^2} = \frac{p^2 (70 \times 10^3)}{(3.46/b)^2}$$

$$b = 0.04m = 40mm$$

$$a = 0.35b = 14mm$$

مسائل (ملاحظة : طرق حساب I تجدها في ملحق الكتاب (آخر شيء))

10.10 أحسب الحمل الحرج لأنبوب فولاذي طوله 5m وقطره الخارجي 100mm وسمك

جداره 16mm . استخدم E=200GPa

الجواب: 305KN

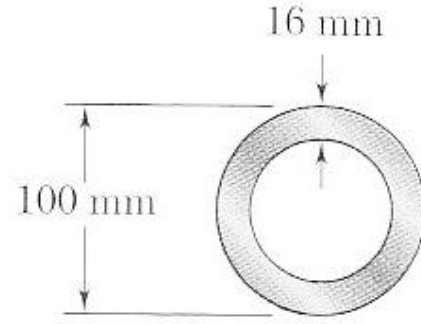
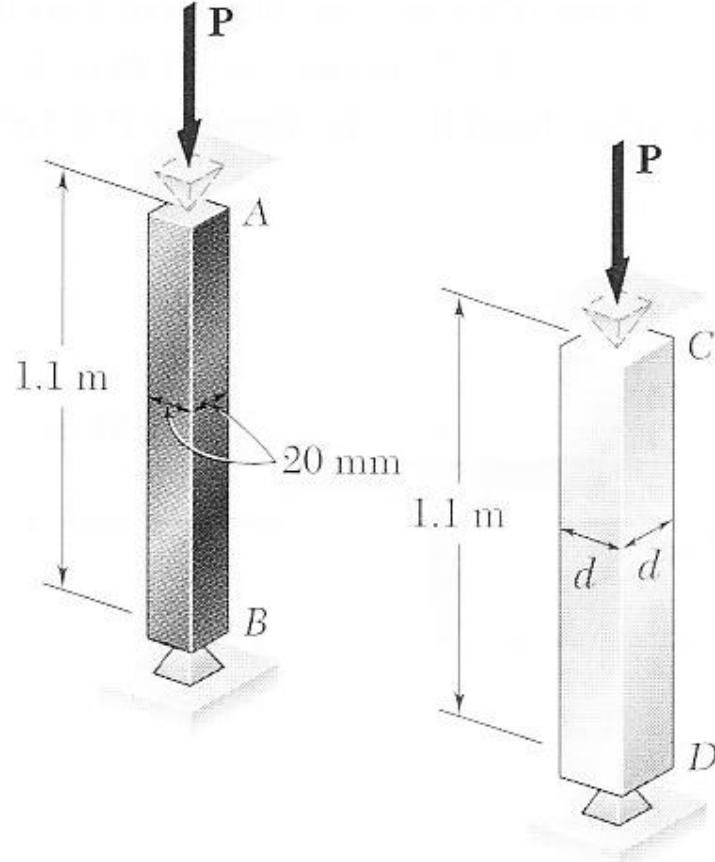


Fig. P10.10

10.11 أحسب (تبعاً للشكل) (أ) الحمل الحرج للعمود النحاسي (brass) (ب) البعد  $d$  الذي يجعل لعمود الألمنيوم نفس الحمل الحرج (ج) وزن عمود الألمنيوم كنسبة مئوية من وزن عمود النحاس  
الجواب: (أ) 13.06KN (ب) 22.9mm (ج) 40.6%



Brass

$$E = 120 \text{ GPa}$$

$$\rho = 8740 \text{ kg/m}^3$$

Aluminum

$$E = 70 \text{ GPa}$$

$$\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$$

**Fig. P10.11**

10.13 قضيبين نحاسيين يستخدمان كأعضاء انضغاط ، الطول الفعال لكل منهما 3m ،  
 لهما المقطع العرضي المربع (أ) أحسب سمك الجدار للقضيب المربع الأجويف الذي تكون فيه  
 مساحة المقطع العرضي للقضيبين متساوية (ب) استخدم  $E=105\text{GPa}$  وأحسب الحمل  
 الحرج لكلا القضيبين

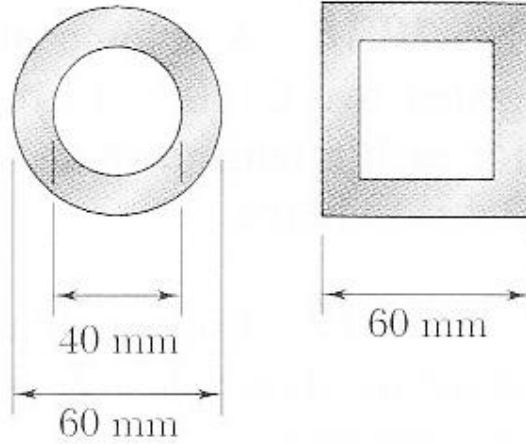


Fig. P10.13

10.14 عمود له طول فعال  $L$  يمكن عليه بلصق ثلاث ألواح خشبية متماثلة باحدى الطريقتين في الشكل . أحسب النسبة بين الحمل الحرج المحسوب للحالة  $a$  والحمل الحرج للحالة  $b$

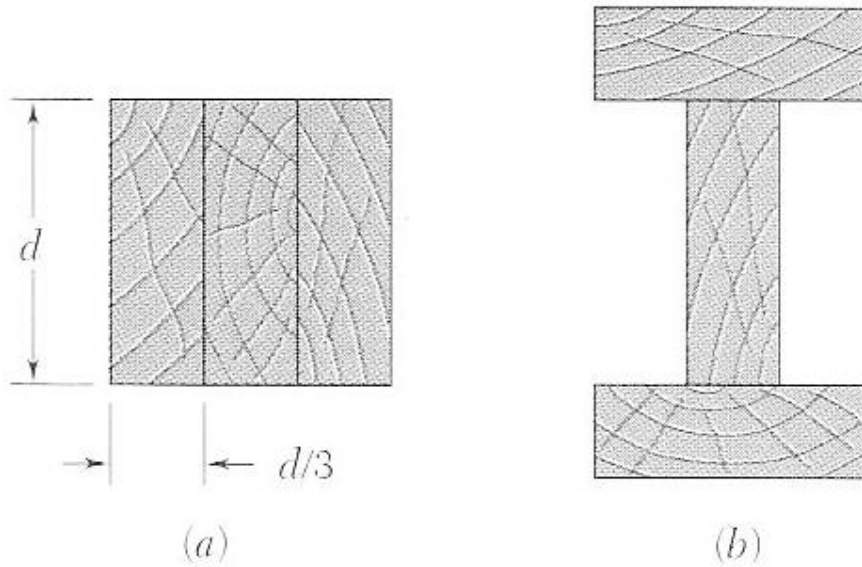


Fig. P10.14

10.21 الدعامات الخمسة المبينة مصنوعة من أنبوب الألمنيوم الذي له قطر خارجي مقداره  $32\text{mm}$  وسمك جدار مقداره  $4\text{mm}$  . استخدم  $E=70\text{GPa}$  ومعامل أمان  $2.3$  ، واحسب الحمل المسموح  $P_o$  لكل دعامة.

الجواب : (1)  $2.64\text{KN}$  (2)  $0.661\text{KN}$  (3)  $10.57\text{KN}$  (4)  $5.39\text{KN}$  (5)  $2.64\text{KN}$  (

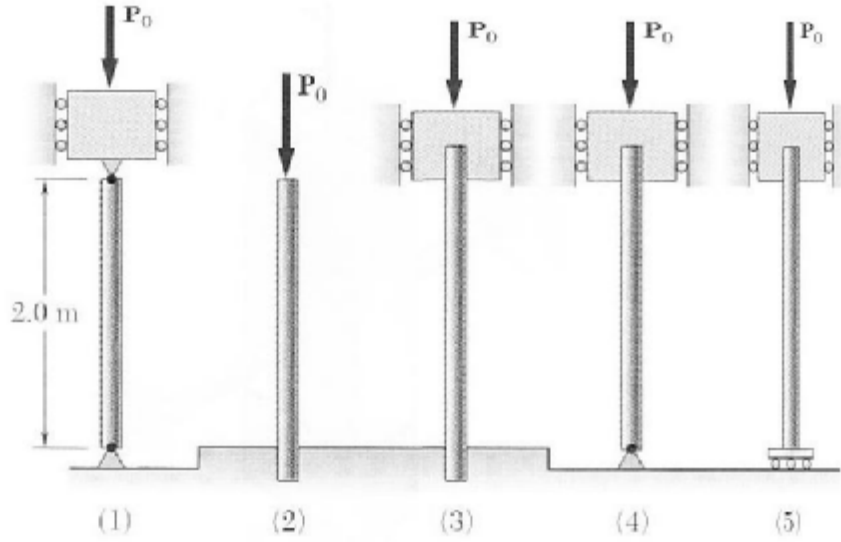


Fig. P10.21

10.23 دعامة ألومنيوم مربعة المقطع العرضي بطول ضلع 25mm مدعومة كما في الشكل بوصلة مسمارية عند A وبمجموعة كرات معدنية عند C و B تمنع الدوران للدعامة في مستوى الشكل. إذا علمت أن  $L_{AB} = 1m$  و  $L_{BC} = 1.25m$  و  $L_{CD} = 0.5m$  ، أحسب الحمل المسموح به P مستخدماً معامل أمان مقداره 2.8 بالنسبة للانبعاج . تعامل فقط مع الانبعاج في مستوى الشكل واستخدم  $E = 75GPa$

الجواب: 8.61KN

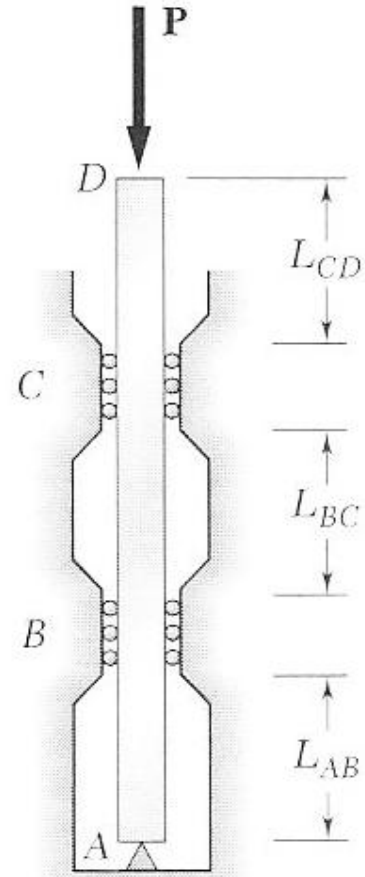


Fig. P10.23 and P10.24

10.24 دعامة ألومنيوم مربعة المقطع العرضي بطول ضلع 32mm مدعومة كما في الشكل بوصلة مسمارية عند A وبمجموعة كرات معدنية عند C و B تمنع الدوران للدعامة في مستوى الشكل. إذا علمت أن  $L_{AB} = 1.4m$  ، أحسب (أ) أكبر قيمة لـ  $L_{BC}$  و  $L_{CD}$  التي يمكن استخدامها إذا كنا نريد أن يكون الحمل المسموح به P أكبر ما يمكن (ب) قيمة هذا الحمل المسموح به إذا كان معامل الأمان يساوي 2.8 . تعامل فقط مع الانبعاج في مستوى الشكل واستخدم  $E = 72GPa$

الجواب: (أ)  $L_{BC} = 1.96m$  (ب)  $L_{CD} = 0.49m$  (ج) 23.1kN

10.28 العمود AB يسند حمل متراكز قيمته 72kN . الحبلان (الكيلان) BC و BD مسنودان ويمنعان حركة النقطة B في المستوى xz . استخدم صيغة أويلر ومعامل أمان مقداره 2.3 ، وأهمل الشد في الحبلين ، وأحسب أقصى طول مسموح به لـ L . استخدم

$E=200\text{GPa}$  . (المقطع العرضي W250x32.7 لدينا  $A = 4180\text{mm}^2$  و

$I_x = 48.9 \times 10^6 \text{mm}^4$  و  $I_y = 4.73 \times 10^6 \text{mm}^4$

الجواب: 12.08m

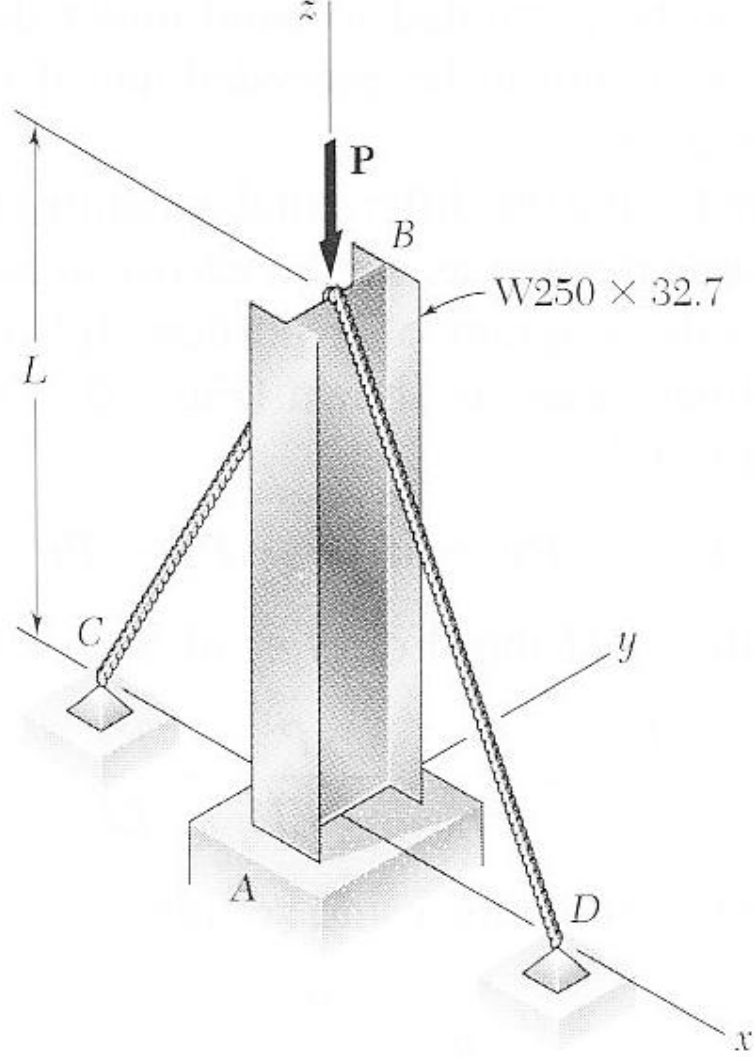


Fig. P10.28

### 10.6 تصميم الأعمدة المعرضة لحمل متراكز

في الدروس السابقة حددنا الحمل الحرج لعمود باستخدام صيغة أولير، حيث افترضنا أن الاجهادات في العمود تبقى ضمن نطاق العلاقة الخطية (أي  $s < s_y$  للمواد اللدنة) وأن الأعمدة مستقيمة ابتداءً ومنشورية . الأعمدة الحقيقية لا تكون دائماً هكذا، وعملياً تصميم الأعمدة يعتمد على علاقات تجريبية تعتمد على نتائج الكثير من الاختبارات .



في القرن الماضي أجريت العديد من التجارب على الأعمدة الفولاذية المعرضة لحمل متراكم يتم زيادته إلى أن يحصل انهيار . نتائج مثل هذه التجارب موضح في الشكل 10.25 ، حيث كل عدد من التجارب يمثل نقطة بحيث يكون المحور العمودي في الشكل هو الاجهاد العمودي  $\sigma_{cr}$  عند الانهيار، والمحور الأفقي هو نسبة النحالة  $L_e/r$  . بالرغم من هناك تبعد للقيم إلا أنه يمكن تمييز مناطق لثلاث أنواع من الانهيار . للأعمدة الطولية ، حيث  $L_e/r$  كبيرة ، فإن الانهيار يمكن توقعه بصيغة أويلر ، وقيمة  $\sigma_{cr}$  تعتمد على معامل المرونة  $E$  للفولاذ المستعمل ولا تعتمد على اجهاد المطاوعة  $S_y$  . للأعمدة القصيرة جداً يحدث الانهيار أساساً كنتيجة للمطاوعة، ولدينا  $\sigma_{cr} \approx S_y$  . الأعمدة ذات الطول المتوسط تعتمد على  $E$  و  $S_y$  . وفي هذا النطاق يكون الانهيار ظاهرة معقدة جداً ، ونتائج التجارب تستخدم بشكل أساسي لتطوير صيغ التصميم.

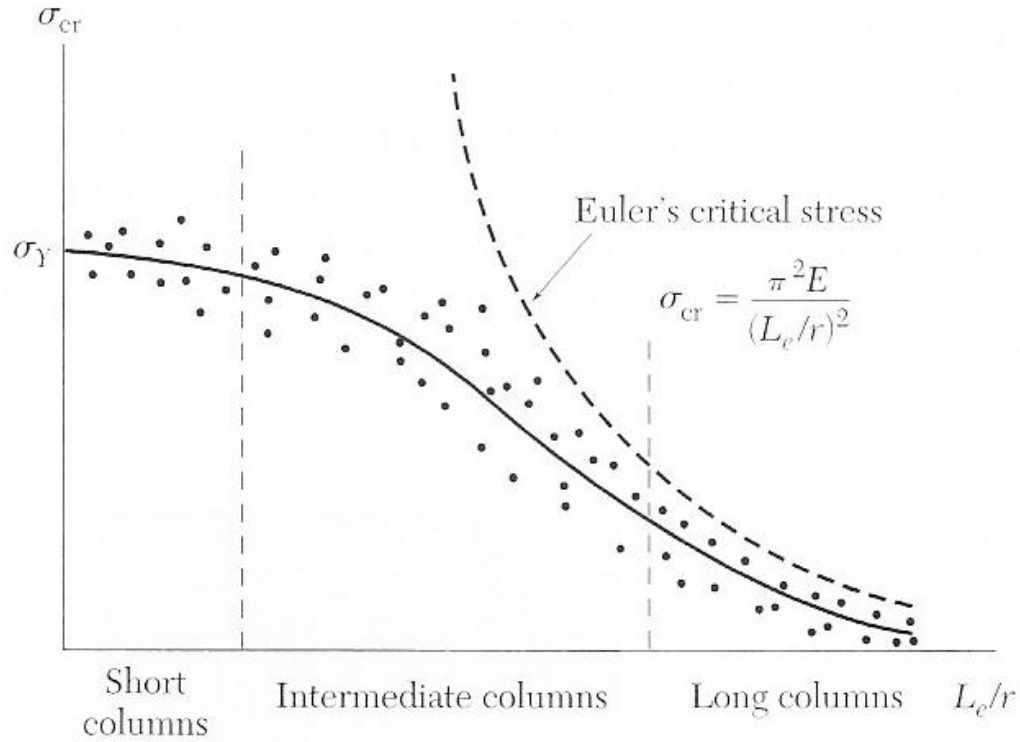


Fig. 10.25

الشكل 10.25

الصيغ التجريبية التي تحدد الاجهاد المسموح به أو الاجهاد الحرج اعتماداً على نسبة النحالة تم العمل بها قبل أكثر من قرن ثم تم تطويرها . نموذج على هذه الصيغ التي تستخدم لتقريب نتائج التجارب موضح في الشكل 10.26 . ليس من السهل دامتاً استخدام واحدة لجميع قيم  $L_e/r$  .

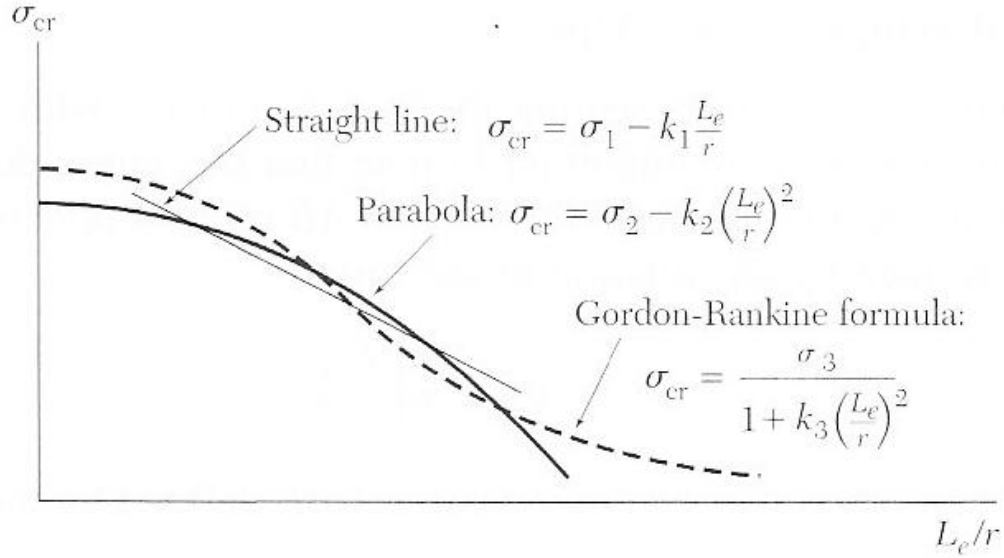


Fig. 10.26

الشكل 10.26

لكل حالة لا بد من التأكد أن الصيغة التي ننوي استخدامها مناسبة لقيمة  $L_e/r$  للعمود. أيضاً لا بد أن نعرف هل الصيغة تعطينا قيمة الاجهاد الحرج - وعندها يجب أن لا ننسى معامل الأمان - أو أنها تعطي مباشرة قيمة الاجهاد المسموح به .  
سوف نأخذ الآن بعض الصيغ التجريبية لتصميم أعمدة الفولاذ والألمنيوم والخشب المعرضة لحمل متراكز.

### فولاذ البناء

نأخذ الصيغ من الجداول والهيئات المتخصصة. في الصيغة التي سنأخذها الآن سنستخدم منحنى تربيعي لتقدير  $S_{all}$  للأعمدة القصيرة والمتوسطة ، وصيغة أويلر للأعمدة الطويلة. كما في الشكل 10.28

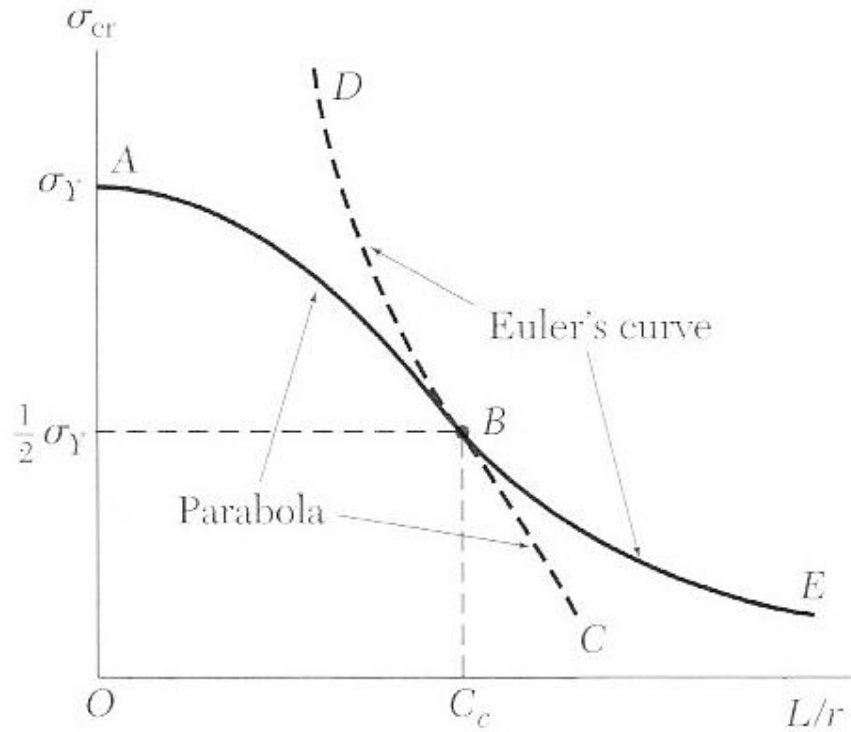


Fig. 10.28

الشكل 10.28

لكن لا بد من الإشارة إلى أن هذا الشكل لا يتضمن معامل امان ، والمعادلات هي

$$\text{for } L/r \leq C_c: s_{cr} = s_y \left[ 1 - \frac{(L/r)^2}{2C_c^2} \right] \dots\dots\dots 10.40$$

$$\text{for } L/r \geq C_c: s_{cr} = \frac{p^2 E}{(L/r)^2} \dots\dots\dots 10.41$$

حيث

$$C_c^2 = \frac{2p^2 E}{s_y} \dots\dots\dots 10.$$

ومقدار معامل الأمان المناسب التجريبي لحالة  $L/r \geq C_c$  هو 1.92 ، نعدل معادلة

10.41 لتصبح

$$\text{for } L/r \geq C_c: s_{all} = \frac{p^2 E}{1.92(L/r)^2} \dots\dots\dots 10.43$$

ومعامل الأمان للأعمدة القصيرة والمتوسطة يحسب بالعلاقة

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \left( \frac{L/r}{C_c} \right) - \frac{1}{8} \left( \frac{L/r}{C_c} \right)^3 \dots\dots\dots 10.44$$

نقسم العلاقة 10.40 لـ  $s_{cr}$  على هذا المعامل فنحصل على :

$$\text{for } L/r \leq C_c: s_{all} = \frac{s_y}{F.S.} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{L/r}{C_c} \right)^2 \right] \dots\dots\dots 10.45$$

إذن لتحديد الاجهاد المسموح به لنوع معين من الفولاذ ؛ نقوم أولاً بحساب  $C_c$  بتعويض قيمة  $s_y$  في معادلة 10.42 . لقيم  $L/r$  أكبر من  $C_c$  نستخدم معادلة 10.43 لتحديد  $s_{all}$ ، ولقيم  $L/r$  أقل من  $C_c$  نحسب  $s_{all}$  من معادلة 10.44 و 10.45 .

### مثال 10.02

أحسب أكبر طول  $L$  ممكن للعمود الفولاذي AB من نوع S100x11.5 قادر على اسناد آمن للحمل المبين في الشكل 10.30 ، افرض  $s_y = 250MPa$  و  $E=200GPa$  . ( ملاحظة المقطع S100x11.5 له  $A = 1460mm^2$  و  $r_x = 41.6mm$  و  $r_y = 14.8m$  )

.....

الشكل 10.30

### الحل

إذا رغينا بالاسناد الآمن للحمل 60KN فيجب أن يكون

$$s_{all} = \frac{P}{A} = \frac{60 \times 10^3 N}{1460 \times 10^{-6} m^2} = 41.1 \times 10^6 Pa$$

من جهة أخرى نستخدم معادلة 10.42 لحساب  $C_c$

$$C_c^2 = \frac{2p^2 E}{s_y} = \frac{2p^2 (200 \times 10^3)}{250 \times 10^6} = 15.79 \times 10^3$$

$$C_c = 125.7$$

نفرض أن  $L/r \geq C_c$  ، إذن نستخدم معادلة 10.43 ونكتب

$$s_{all} = \frac{p^2 E}{1.92(L/r)^2} = \frac{p^2 (200 \times 10^9)}{1.92(L/r)^2} = \frac{1.028 \times 10^{12} Pa}{(L/r)^2}$$

بمساواة هذه الصيغة مع القيمة المطلوبة لـ  $s_{all}$  نحصل على

$$\frac{1.028 \times 10^{12} Pa}{(L/r)^2} = 41.1 \times 10^6 Pa \Rightarrow L/r = 158.2$$

إذن افتراضنا بأن  $L/r \geq C_c$  كان صحيح . نختار أصغر نصف قطر تدويم ، ونكتب

$$\frac{L}{r_y} = \frac{L}{14.8 \times 10^{-3}} = 158.2 \Rightarrow L = 2.34m$$

### الألمنيوم

العديد من أنواع الألمنيوم تستخدم في البناء وصناعة الآلات . لمعظم الأعمدة قيمة  $s_{all}$  تحسب بصيغتين كما في الشكل 10.31

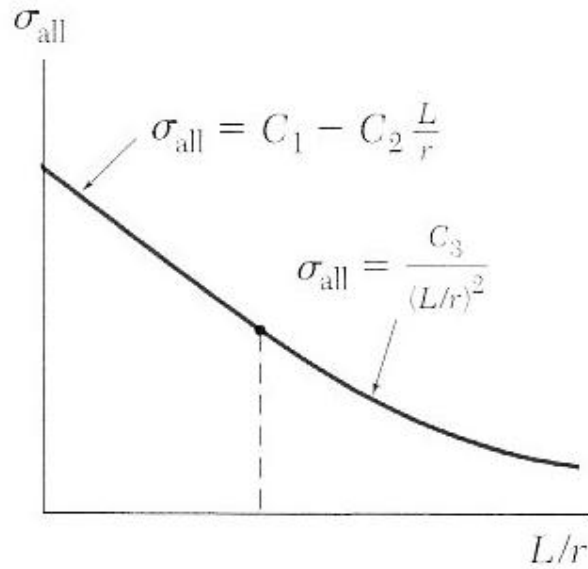


Fig. 10.31

الشكل 10.31

الصيغة الأولى وهي خطية وتستخدم للأعمدة القصيرة . والصيغة الثانية وهي من أويلرية النوع وتستخدم للأعمدة الطويلة . الآن نأخذ مثال على هذه الصيغ لأنواع من الألمنيوم كثيرة الاستعمال

Alloy 6061-T6 :

$$L/r < 66 : s_{all} = [139 - 0.868(L/r)] MPa \dots\dots\dots 10.46$$

$$L/r \geq 66 : s_{all} = \frac{351 \times 10^3 MPa}{(L/r)^2} \dots\dots\dots 10.47$$

Alloy 2014-T6 :

$$L/r < 66 : s_{all} = [212 - 1.585(L/r)]MPa \dots\dots\dots 10.48$$

$$L/r \geq 66 : s_{all} = \frac{372 \times 10^3 MPa}{(L/r)^2} \dots\dots\dots 10.49$$

### الخشب

في تصميم الأعمدة الخشبية يمكننا استخدام معادلة واحدة لحساب الاجهاد المسموح به للأعمدة القصيرة والمتوسطة والطويلة ، المعرضة لحمل متراكز . للأعمدة ذات المقطع المستطيل ذو الأضلاع b و d ، حيث  $d < b$  ، يكون تغير  $s_{all}$  مع  $L/d$  مشابه لما في الشكل 10.32

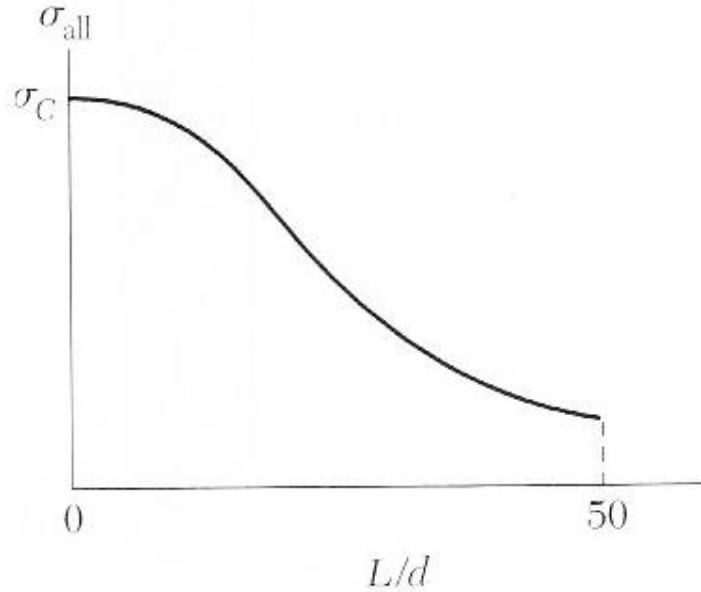


Fig. 10.32

### الشكل 10.32

للأعمدة الخشبية المصنوعة من قطعة واحدة من الخشب أو من صفائح خشبية ملصقة معاً ؛ يكون الاجهاد المسموح به هو

$$s_{all} = s_C C_P \dots\dots\dots 10.50$$

حيث  $s_C$  هو الاجهاد المسموح به المعدل للانضغاط الموازي للالياف الخشبية . التعديلات المستخدمة لايجاد  $s_C$  تتضمن التغيرات المختلفة، مثل مدة تأثير الحمل . معامل ثبات العمود  $C_P$  يهتم بطول العمود ويعرّف بالمعادلة التالية :

$$C_P = \frac{1 + (s_{CE} / s_C)}{2c} - \sqrt{\left[ \frac{1 + (s_{CE} / s_C)}{2c} \right]^2 - \frac{s_{CE} / s_C}{c}} \dots\dots\dots 10.51$$

الحد  $c$  يهتم بنوع العمود ، ويساوي 0.8 للألواح المنشورة و 0.9 للألواح المصنوعة من صفائح ملصقة . قيمة  $S_{CE}$  تعطى بالعلاقة

$$S_{CE} = \frac{K_{CE}E}{(L/d)^2} \dots\dots\dots 10.52$$

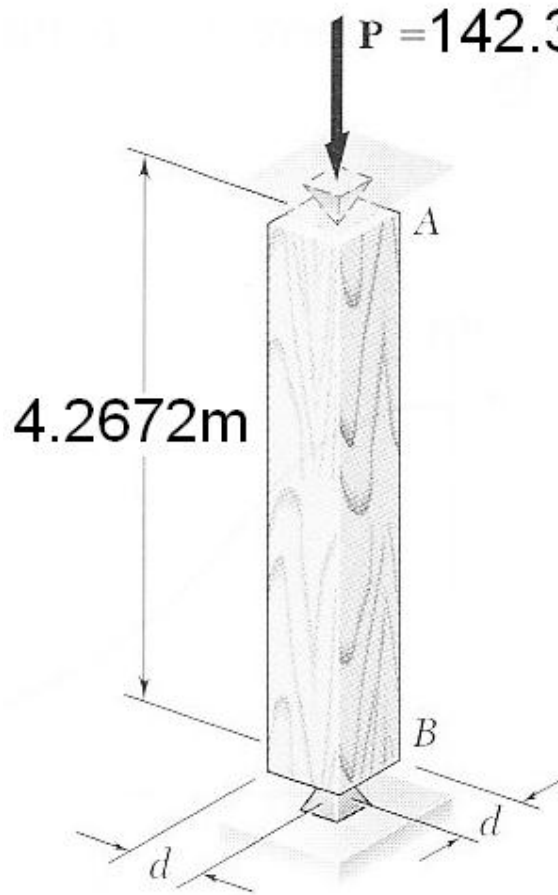
حيث  $K_{CE}$  هو معامل انبعاج أويلر . قيم هي 0.3 للأعمدة  $K_{CE}$  المصنوعة من قطعة خشبية واحدة و 4.18 للأعمدة المصنوعة من صفائح خشبية ملصقة .

**مثال 10.03** (بعد التعديل)

إذا علمت أن العمود  $AB$  (الشكل 10.33) له طول فعال مقداره 4.2672m ويجب أن يسند قوة مقدارها 142.336kN . صمم عمود مربع المقطع العرضي باستخدام صفائح خشبية ملصقة . معامل المرونة للخشب هو  $E=11.032GPa$  ، والاجهاد المسموح به المعدل

$$S_c = 7.3087MPa$$

للانضغاط الموازي للألياف هو



**Fig. 10.33**

الشكل 10.33

## الحل

نلاحظ أن  $c=0.9$  و  $K_{CE}=0.418$  لأعمدة الخشب المصنوعة من ألواح ملصقة . يجب أن نحسب قيمة  $S_{CE}$  باستخدام معادلة 10.52

$$S_{CE} = \frac{0.418(11.032 \times 10^9)}{(4.2672/d)^2} = 253.247 \times 10^6 d^2$$

ثم نستخدم معادلة 10.51 لكتابة معامل ثبات العمود بدلالة  $d$  حيث

$$\frac{S_{CE}}{S_C} = \frac{253.247 \times 10^6 d^2}{7.3087 \times 10^6} = 34.65 d^2$$

$$C_P = \frac{1 + (S_{CE}/S_C)}{2c} - \sqrt{\left[ \frac{1 + (S_{CE}/S_C)}{2c} \right]^2 - \frac{S_{CE}/S_C}{c}}$$
$$\Rightarrow C_P = \frac{1 + 34.65 d^2}{2(0.9)} - \sqrt{\left[ \frac{1 + 34.65 d^2}{2(0.9)} \right]^2 - \frac{34.65 d^2}{0.9}} \dots\dots (1)$$

وبما أن العمود يجب أن يسند 14.2336KN ، والذي يساوي  $S_C d^2$  ، نستخدم معادلة 10.50 ونكتب

$$S_{all} = \frac{14.2336 \times 10^3}{d^2} = S_C C_P = 7.3087 \times 10^6 C_P$$

نحل هذه المعادلة لـ  $C_P$  أي

$$C_P = \frac{142.336 \times 10^3}{d^2 (7.3087 \times 10^6)} = \frac{1.9475 \times 10^{-2}}{d^2}$$

ثم نعوض هذه القيمة في معادلة (1) لنحصل على

$$\frac{1.9475 \times 10^{-2}}{d^2} = \frac{1 + 34.65 d^2}{2(0.9)} - \sqrt{\left[ \frac{1 + 34.65 d^2}{2(0.9)} \right]^2 - \frac{34.65 d^2}{0.9}}$$

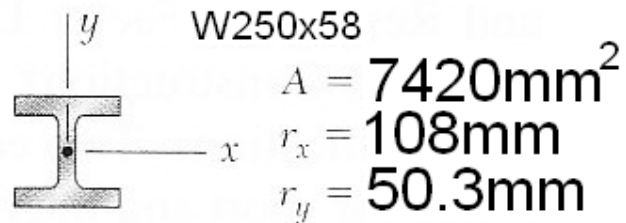
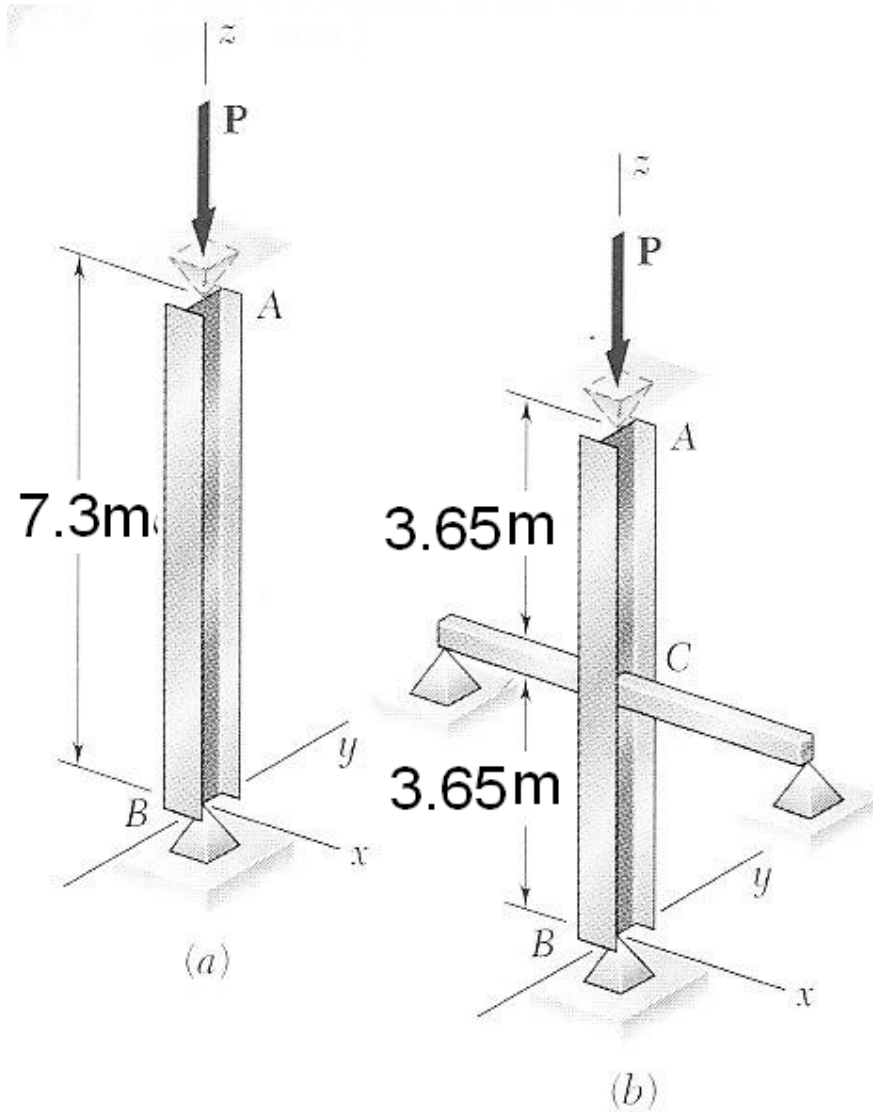
بالحل لـ  $d$  بطريقة التجريب والخطأ نحصل على

$$d=0.163576m$$

### مثال نموذجي 10.3 (بعد التعديل)

العمود AB ذو المقطع العرضي من نوع W250x58 مصنوع من الفولاذ الذي له  $E=200GPa$  و  $S_y=250MPa$  . حدد الحمل المتراكز المسموح به  $P$  (أ) إذا كان الطول الفعال للعمود هو 7.3m لجميع الاتجاهات (ب) إذا وفرنا دعامة لمنع حركة نقطة المنتصف C في المستوى xz (افرض أن حركة النقطة C في المستوى yz لم تتأثر بالدعامة)



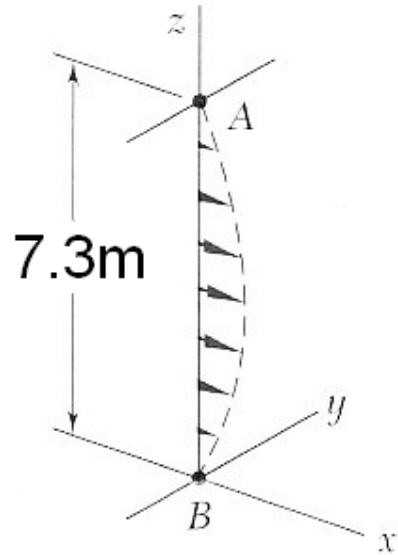


الحل

أولاً نحسب قيمة  $C_c$  عند  $s_y = 250 \text{ MPa}$

$$C_c^2 = \frac{2p^2 E}{s_y} = \frac{2p^2 (200 \times 10^9)}{250 \times 10^6} = 15.79 \times 10^3 \Rightarrow C_c = 125.7$$

(أ) عند الطول الفعال 7.3m :

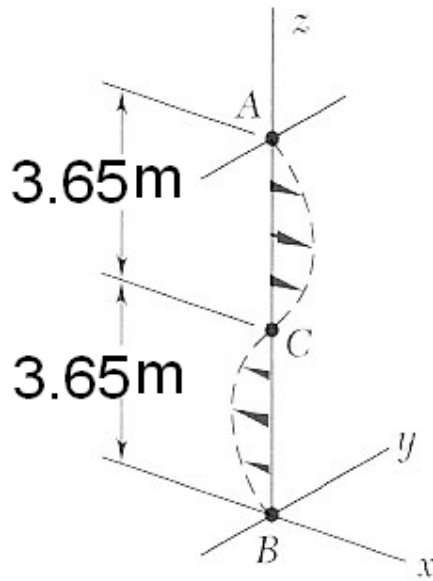


بما أن  $L/r > C_c$  نستخدم معادلة 10.43 عند  $E=200\text{GPa}$

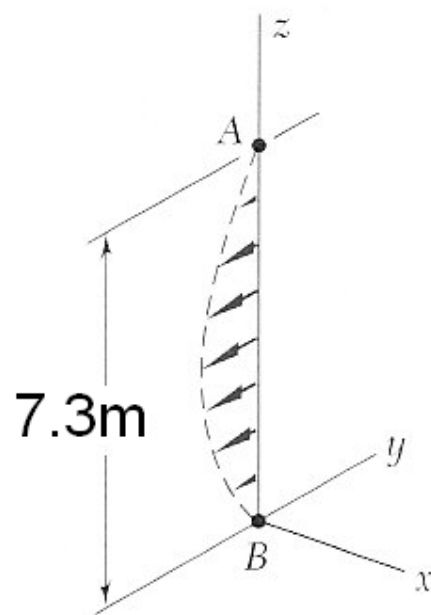
$$s_{all} = \frac{p^2 E}{1.92(L/r)^2} = \frac{p^2 (200 \times 10^9)}{1.92(145)^2} = 48.9 \text{MPa}$$

$$P_{all} = s_{all} A = 48.9 \text{MPa} \times 7420 \text{mm}^2 = 362.8 \text{KN}$$

(ب) الدعامة عند C



Buckling in  $xz$  plane



Buckling in  $yz$  plane

بما أ، الدعامة تمنع حركة النقطة C في المستوى xz وليس في المستوى yz؛ لذا لا بد أن نحسب معامل النحالة للانبعاج في كلا المستويين ونأخذ الأكبر

المستوى xz الطول الفعال يساوي 3.65 و  $r = r_y = 50.3mm$

$$\frac{L}{r} = \frac{3.65m}{50 \times 10^{-3}m} = 72.6$$

المستوى yz الطول الفعال يساوي 7.3 و  $r = r_x = 108mm$

$$\frac{L}{r} = \frac{3.65m}{50 \times 10^{-3}m} = 67.6$$

بما أن نسبة النحالة الأصغر تعطي الحمل المسموح الأصغر نختار  $L/r=72.6$  . بما أن  $L/r < C_c$  فإن طول العمود متوسط ونستخدم معادلة 10.44 و 10.45 . أولاً نحسب معامل

الأمان ، ثم الاجهاد المسموح به ثم في النهاية الحمل المسموح P

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \left( \frac{L/r}{C_c} \right) - \frac{1}{8} \left( \frac{L/r}{C_c} \right)^3 = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \left( \frac{72.6}{125.7} \right) - \frac{1}{8} \left( \frac{72.6}{125.7} \right)^3 = 1.86$$

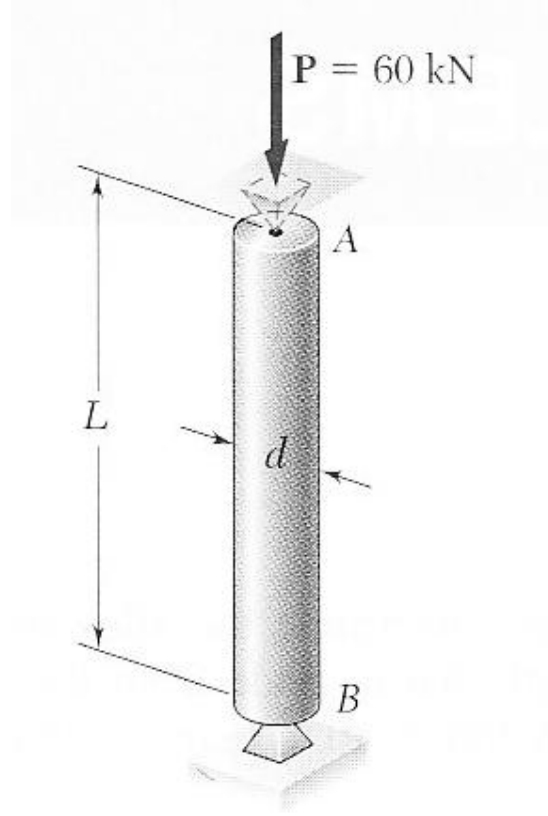
$$s_{all} = \frac{s_y}{F.S.} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{L/r}{C_c} \right)^2 \right] = \frac{250MPa}{1.86} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{72.6}{125.7} \right)^2 \right] = 112MPa$$

$$P_{all} = s_{all} A = 112MPa \times 7420mm = 831KN$$

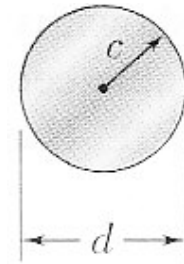
#### مثال نموذجي 10.4

باستخدام الألمنيوم 2014-T6 ؛ حدد أقل قطر لقضيب يمكن استعماله لاسناد حمل مترالكز

P=60KN عندما (أ) L=750mm (ب) L=300mm



الحل



للمقطع العرضي للقضيب الدائري لدينا

$$I = \frac{p}{4} c^4 \quad , \quad A = p c^2 \quad , \quad r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{p c^4 / 4}{p c^2}} = \frac{c}{2}$$

(أ) عند الطول **750mm** : بما أن قطر القضيب غير معروف، فإنه يجب افتراض قيمة لـ

$L/r$  ، نفترض أن  $L/r > 55$  ونستخدم معادلة 10.49 . للحمل المتراکز  $P$  ، لدينا

$s = P / A$  ؛ نكتب

$$\frac{P}{A} = S_{all} = \frac{372 \times 10^3 \text{ MPa}}{(L/r)^2}$$

$$\frac{60 \times 10^3 \text{ N}}{p c^2} = \frac{372 \times 10^9 \text{ Pa}}{\left(\frac{0.75 \text{ m}}{c/2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow c^4 = 115.5 \times 10^{-9} \text{ m}^4 \Rightarrow c = 18.44 \text{ mm}$$

لـ  $c = 18.4 \text{ mm}$  نسبة النحالة هي

$$L/r = \frac{L}{c/2} = \frac{750 \text{ mm}}{(18.44 \text{ mm})/2} = 81.3 > 55$$

افتراضنا صحيح ، والقطر المطلوب هو

$$d = 2c = 2 \times (18.44 \text{ mm}) = 36.9 \text{ mm}$$

(ب) الطول **300mm** : نفرض أيضاً أن  $L/r > 55$  . وباستخدام معادلة 10.49 ، وباتباع الطريقة في فرع (أ) نجد أن  $c = 11.66 \text{ mm}$  و  $L/r = 51.5$  . بما أن  $L/r$  أقل من 55 فإن افتراضنا كان خاطئاً . الآن نفترض أن  $L/r < 55$  ونستخدم معادلة 10.48 لتصميم القضيب

$$\frac{P}{A} = S_{all} = [212 - 1.585(L/r)] \text{ MPa}$$

$$\frac{60 \times 10^3 \text{ N}}{p c^2} = \left[ 212 - 1.585 \left( \frac{0.3 \text{ m}}{c/2} \right) \right] 10^6 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow c = 12.00 \text{ mm}$$

لـ  $c = 12 \text{ mm}$  ، نسبة النحالة هي

$$L/r = \frac{L}{c/2} = \frac{300 \text{ mm}}{(12 \text{ mm})/2} = 50$$

إذن افتراضنا الثاني  $L/r < 55$  كان صحيحاً . إذن القطر المطلوب هو

$$d = 2c = 2 \times (12 \text{ mm}) = 24 \text{ mm}$$

### مسائل

**10.57** باستخدام التصميم للجهاد المسموح به ، أحسب الحمل المتراكز المسموح به لعمود

طوله الفعال  $6.5 \text{ m}$  مصنوع من الفولاذ وأنواع المقطع العرضي المستعملة هي (أ)

W250x49.1 (ب) W250x80 . استخدم  $S_y = 250 \text{ MPa}$  و  $E = 200 \text{ GPa}$

(ملاحظة : للنوع W250x49.1 يكون  $A = 6250 \text{ mm}^2$  و  $r_x = 106 \text{ mm}$  و

$r_y = 49.2 \text{ mm}$  أما النوع W250x80 فلدينا  $A = 10200 \text{ mm}^2$  و  $r_x = 111 \text{ mm}$  و

$r_y = 65 \text{ mm}$

الجواب: (أ) 368KN (ب) 916KN

10.60 عمود مصنوع من الفولاذ على شكل T ، الخصائص مبينة في الشكل . استخدم التصميم للاجهاد المسموح به ؛ واحسب الحمل المتراكز المسموح إذا كان الطول الفعال للعمود هو (أ) 4m (ب) 6.5m . استخدم  $E = 200GPa$  و  $S_y = 345MPa$

الجواب: (أ) 1568KN (ب) 633KN

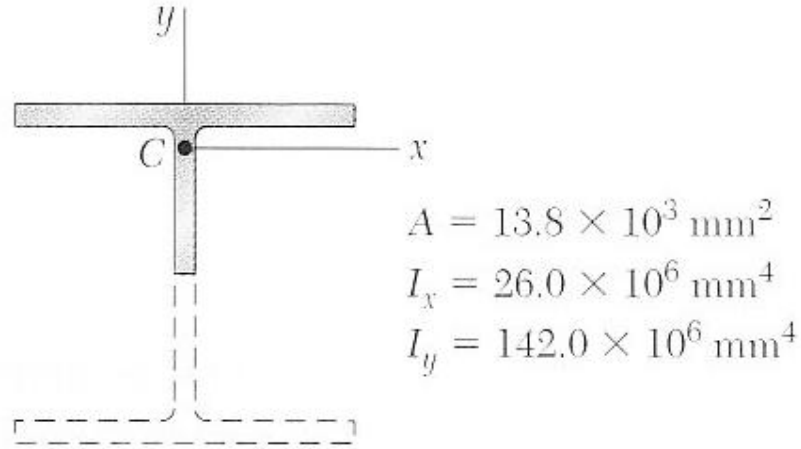


Fig. P10.60

10.61 عمود له طول فعال مقداره 3.5m مصنوع من لوح خشب منشور له المقطع العرضي المستطيل 114x140mm . إذا علمت أن قيمة الاجهاد المسموح به المعدل لنوع من الخشب المستعمل عند الانضغاط الموازي للألياف هي  $S_c = 7.6MPa$  و  $E=10GPa$  ، أحسب أقصى حمل مسموح به للعمود .

الجواب: 45.4KN

10.64 عضو انضغاط له المقطع المبين ، وطول فعال مقداره 1.55m . إذا علمت أن الألمنيوم المستخدم هو من نوع 6061-T6 ، أحسب الحمل المتراكز المسموح

الجواب: 319KN

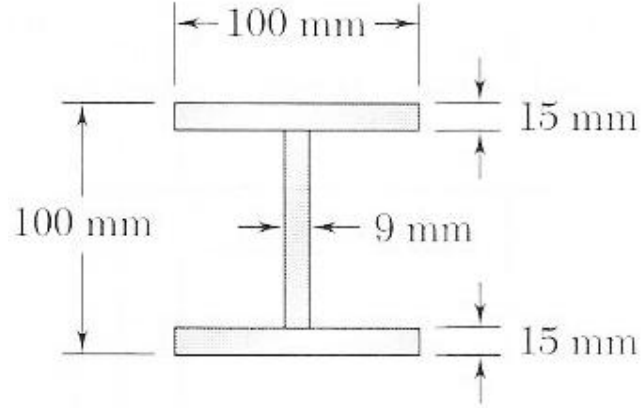


Fig. P10.64

10.69 عمود مستطيل طوله الفعال 4.4m مصنوع من ألواح خشبية ملصقة كما في الشكل. إذا علمت أن قيمة الاجهاد المسموح به المعدل للخشب المستعمل عند الانضغاط الموازي للألياف هي  $S_c = 8.3MPa$  و  $E = 10GPa$  ، أحسب أقصى حمل مسموح به للعمود .

الجواب: 117.5KN

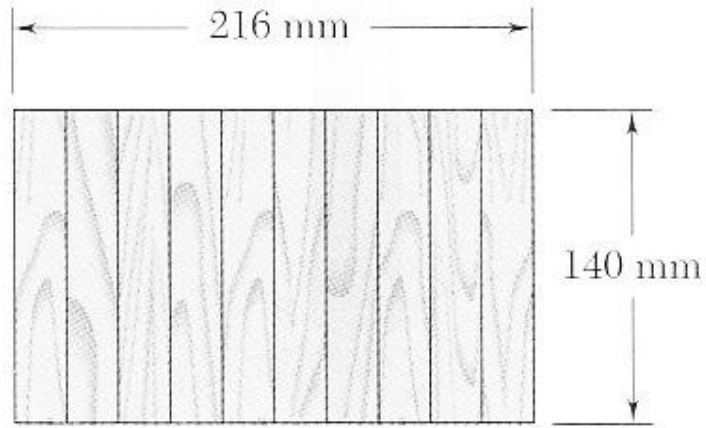


Fig. P10.69

10.70 أنبوب ألومنيوم تم تقويته بواسطة وصله بالبراغي مع صفيحتي ألومنيوم لتكون الشكل المبين. إذا علمت ان الطول الفعال لهذا العمود هو 1.7m . وإذا كان الألومنيوم المستخدم هو من نوع 2014-T6 ، أحسب أقصى حمل متراكز مسموح .

الجواب: 156.2KN

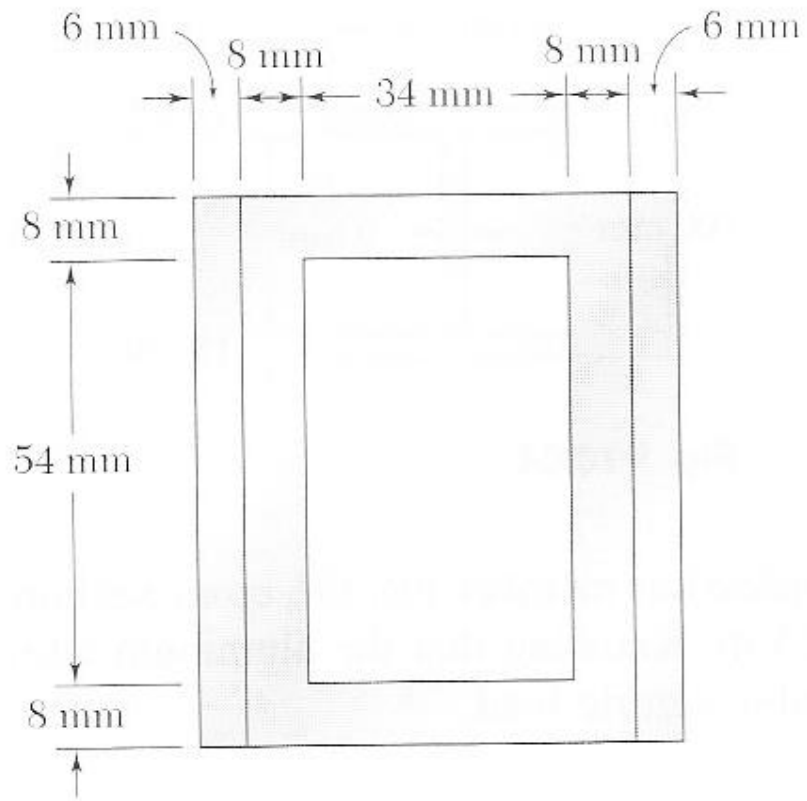


Fig. P10.70

10.71 حمل متراكز مقداره 280KN تم التآثير به على العمود المبين ، والذي هو حر الطرف A وثابت عند القاعدة B . استعمل الألمنيوم من نوع 2014-T6 ، واحسب أصغر مقطع عرضي مربع يمكن استعماله



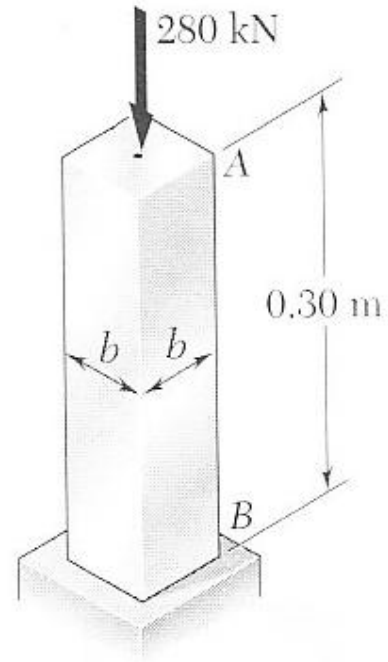


Fig. P10.71

10.73 أنبوب ألومنيوم قطره الخارجي 90mm يجب أن يسند حمل متراکز قيمته 120KN . إذا علمت أن أنابيب الألومنيوم المتوفرة هي من نوع 2014-T6 وسمك الجدار هو 6mm و 9mm و 12mm و 15mm ، أحسب أخف أنبوب يمكن استعماله.  
الجواب: 9mm

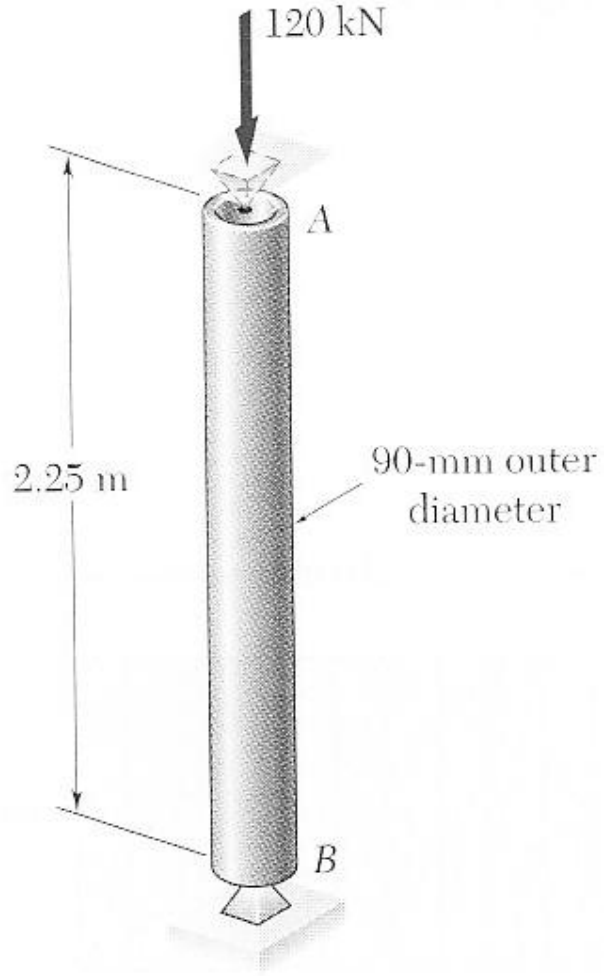
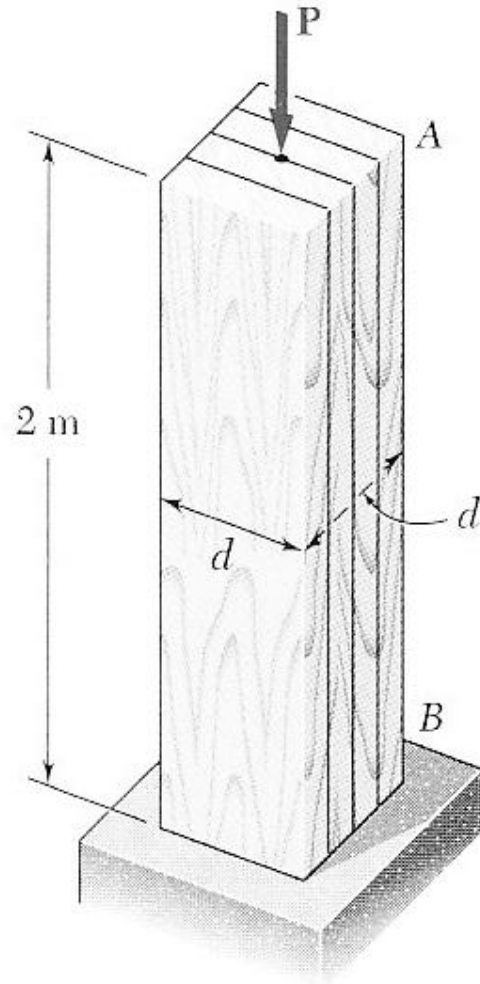


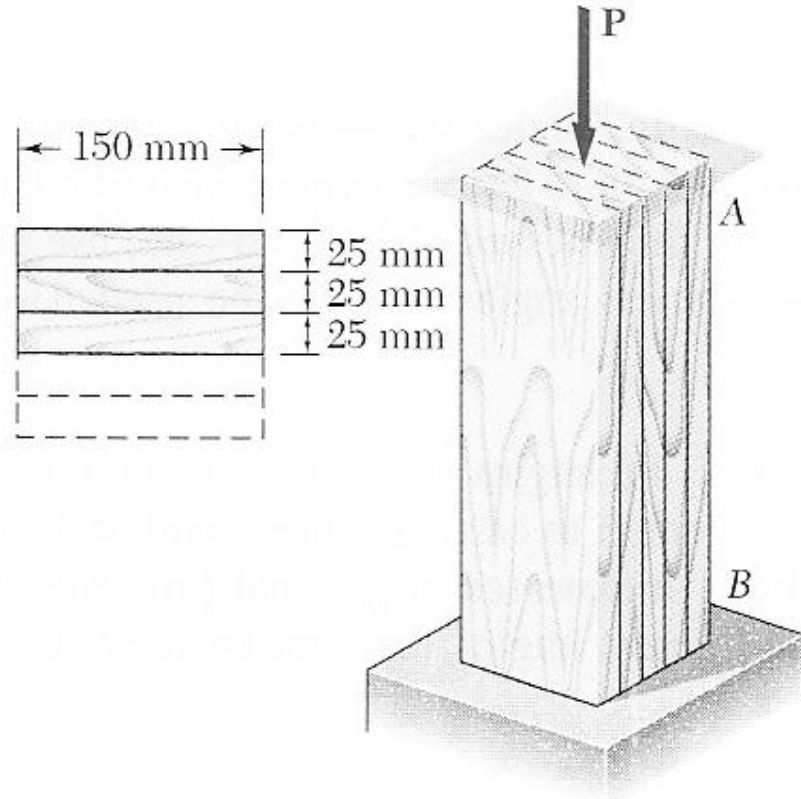
Fig. P10.73

10.75 العמוד الخشبي المكون من ألواح ملصقة كما في الشكل هو حر عند الطرف العلوي A وثابت عند القاعدة B. باستخدام الخشب الذي له قيمة الاجهاد المسموح به المعدل للخشب المستعمل عند الانضغاط الموازي للألياف هي  $s_c = 9.2 \text{ MPa}$  و  $E = 12 \text{ GPa}$  ، أحسب أصغر مقطع عرضي يستطيع اسناد الحمل المتراكم 62kN الجواب: 121mm



**Fig. P10.75**

10.76 عمود طوله الفعال 2.1m نريد صناعته بواسطة لصق ألواح من الخشب ذات المقطع العرضي 25x150mm . إذا علمت أن قيمة الاجهاد المسموح به المعدل للانضغاط الموازي للألياف هي  $s_c = 7.7MPa$  و  $E = 10.5GPa$  ، حدد عدد الألواح الخشبية الواجب استخدامها لاسناد الحمل المتراكز المبين عندما (أ)  $P = 52KN$  (ب)  $P = 108KN$



**Fig. P10.76**

10.81 حمل متراكز  $P$  نريد اسناده بواسطة العمود الفولاذي  $AB$ . باستخدام التصميم للاجهاد المسموح به، أحسب أقل بعد  $d$  للمقطع العرضي المبين يمكن استخدامه عندما (أ)  $P=108\text{KN}$  (ب)  $P=166\text{KN}$ . استخدم  $s_y = 250\text{MPa}$  و  $E=200\text{GPa}$   
 الجواب: (أ) 30.1mm (ب) 33.5mm

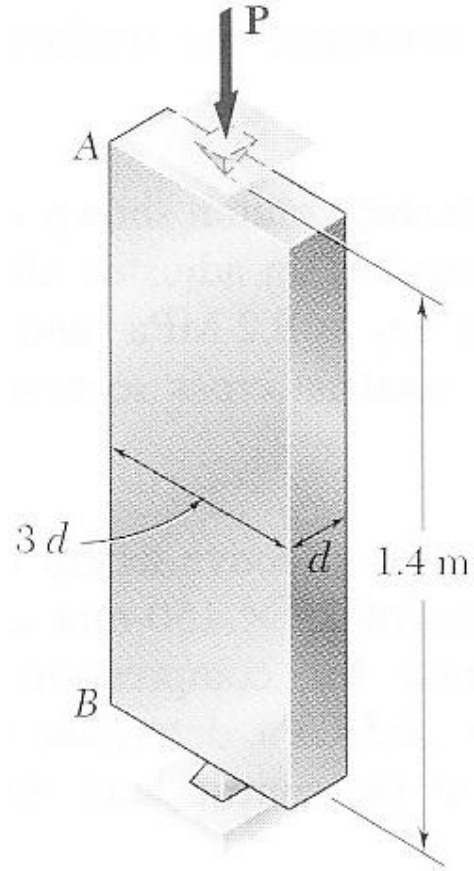


Fig. P10.81

10.84 أنبوب فولاذي أجوف له المقطع العرضي المبين نريد استخدامه كعمود طوله الفعال 3.1m لاسناد حمل مقداره 129KN . إذا علمت أن الأنابيب المتوفرة لها السمك 3.2mm و 4.8mm و 6.4mm و 7.9mm ، استخدم التصميم للاجهاد المسموح به لتحديد أخف أنبوب يمكن استخدامه . استخدم  $E=200\text{GPa}$  و  $S_y = 250\text{MPa}$

الجواب: 6.4mm

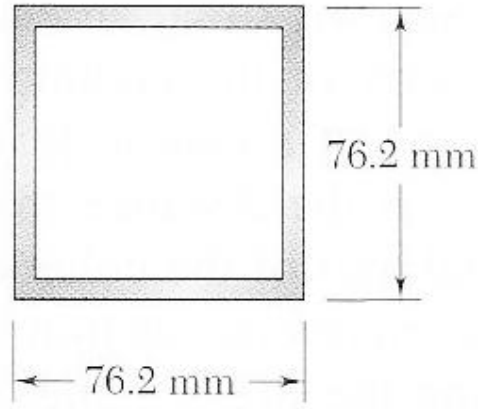


Fig. P10.84

### 10.7 تصميم الأعمدة المعرضة لحمل لامتراكز

في هذا الدرس سنتعرض لتصميم الأعمدة المعرضة لحمل متراكز لنستخدمها عندما يكون الحمل  $P$  المؤثر على العمود له لا تراكز مقداره  $e$ .  
 أولاً تذكر من درس 4.12 أن القوة اللامتراكزة  $P$  المؤثرة في مستوى التماثل للعمود يمكن استبدالها بنظام بديل يتكون من قوة متراكزة  $P$  وعزم  $M$  له القيمة  $M=Pe$ ، حيث  $e$  هي المسافة من خط تأثير الحمل إلى المحور الطولي للعمود (أنظر الشكل 10.34).

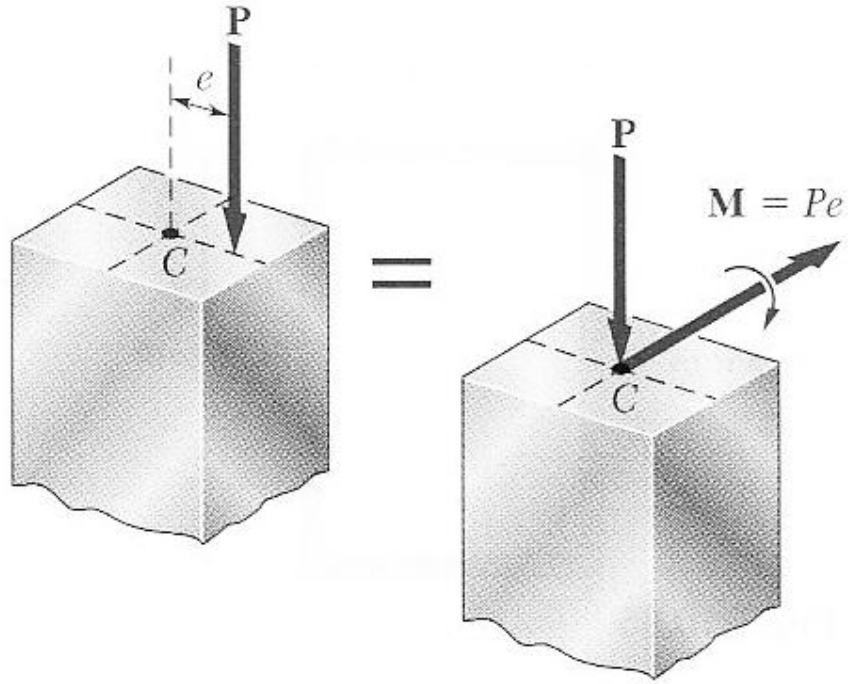


Fig. 10.34

الشكل 10.34

الاجهادات العمودية المؤثرة على المقطع العرضي للعمود يمكن الحصول عليها بواسطة جمع الاجهادات للحمل المتراكز والاجهادات للعزم (الشكل 10.35) بشرط أن يكون المقطع العرضي المعني غير قريب جداً من أحد أطراف العمود ، وان الاجهادات ضمن نطاق الخطية (أي  $s < s_y$  للمادة اللدنة) .

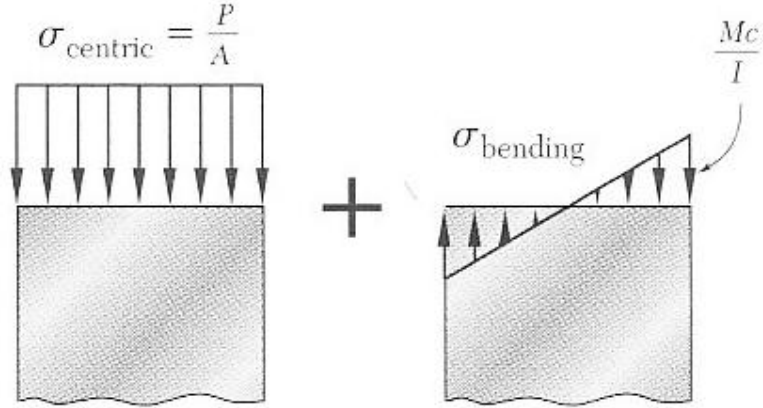


Fig. 10.35

الشكل 10.35

عندها يمكن كتابة الاجهاد العمودي للحمل اللامتراكز P كالتالي

$$s = s_{centric} + s_{bending} \dots\dots\dots 10.56$$

(centric: متراكز (محوري) ، bending: انثناء)

وبأخذ نتيجة درس 4.12 نجد أن اجهاد الانضغاط الأقصى في العمود هو :

$$s_{max} = \frac{P}{A} + \frac{M c}{I} \dots\dots\dots 10.57$$

للعמוד المصمم جيداً؛ الاجهاد الأقصى المعطى بالمعادلة السابقة يجب أن لا يتجاوز الاجهاد المسموح به للعمود. يوجد طريقتان مختلفتان تحققان هذا الشرط يمكن استخدامهما ، وهما : طريقة الاجهاد المسموح وطريقة التفاعل.

#### أ. طريقة الاجهاد المسموح

الطريقة تعتمد على الافتراض أن الاجهاد المسموح به للحمل اللامتراكز على العمود هو نفسه إذا كان الحمل متراكز. إذن لا بد أن تكون  $s_{max} < s_{all}$  ، حيث  $s_{all}$  هي الاجهاد المسموح للحمل المتراكز. نعوض قيمة  $s_{max}$  من معادلة 10.57 لنحصل على

$$\frac{P}{A} + \frac{M c}{I} \leq s_{all} \dots\dots\dots 10.58$$

الاجهاد المسموح به نحصل عليه من المعادلات في درس 10.6 . والتي تصف  $s_{all}$  لمادة ما على شكل اقتران يعتمد على نسبة النحالة للعمود . هذه الطريقة تعطي نتيجة محتاطة ، و احياناً محتاطة أكثر من اللازم.

#### مثال 10.04 (معدل)

عمود له المقطع عرضي مربع  $50 \times 50 \text{mm}$  وطول فعال مقداره  $0.7 \text{m}$  مصنوع من الألمنيوم 2014-T6 . استخدم طريقة الاجهاد المسموح ، وحدد أقصى حمل  $P$  يمكن اسناده بأمان مع لاتراكز مقداره  $20 \text{mm}$  .

#### الحل

نحسب أولاً نصف قطر التدويم  $r$

$$A = (50 \text{mm})^2 = 2500 \text{mm}^2$$

$$I = \frac{1}{12} (50 \text{mm})^4 = 521 \times 10^3 \text{mm}^4$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{521 \times 10^3}{2500}} = 14.4 \text{mm}$$

ثم نحسب  $L/r$

$$L/r = 0.7 \text{m} / 0.0144 \text{m} = 48.5$$

بما أن  $L/r < 55$  نستخدم معادلة 10.48 لنحسب الاجهاد المسموح به لعمود الألمنيوم المعرض لحمل متراكز ، إذن :

$$s_{all} = [212 - 1.585(48.5)] = 135 \text{MPa}$$

الآن نستخدم معادلة 10.58 ، حيث  $M = Pe$  و  $c = \frac{1}{2}(50 \text{mm}) = 25 \text{mm}$

$$\frac{P}{2500 \text{mm}^2} + \frac{P(20 \text{mm})(25 \text{mm})}{521 \times 10^3 \text{mm}^4} \leq 135 \text{MPa}$$

$$\Rightarrow P \leq 99 \text{KN}$$

أقصى حمل يمكن اسناده بأمان هو  $P = 99 \text{KN}$

انتهى المثال

#### (ب) طريقة التفاعل

نستذكر أن الاجهاد المسموح به لعمود معلض لحمل متراكز (الشكل 10.36a) هو عموماً أصغر من الاجهاد المسموح به لعمود معرض لانثناء خالص (الشكل 10.36b) ، لأن الأول يأخذ في حسابه حصول انبعاج.



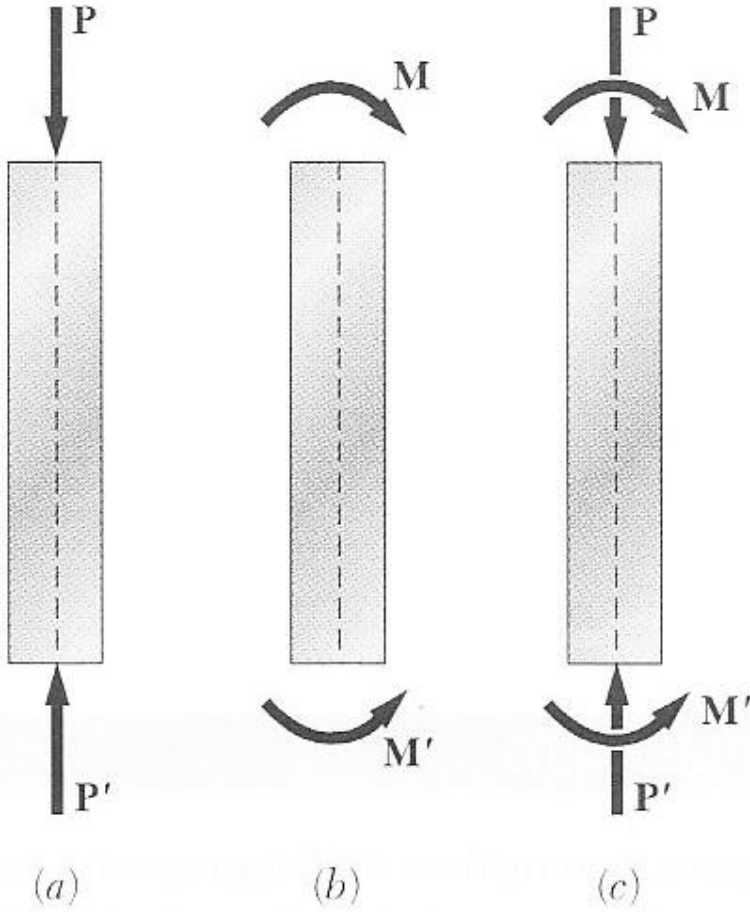


Fig. 10.36

الشكل 10.36

لذا عند استخدام طريقة الاجهاد المسموح لتصميم عمود عليه حمل لامتراكز ، ونكتب أن مجموع الاجهادات الناتجة من الحمل المتراكز P والعزم M (الشكل 10.36c) لا يزيد على الاجهاد المسموح للحمل المتراكز، يكون التصميم الناتج محتاط أكثر من اللازم . نستطيع الحصول على طريقة مطورة للتصميم بكتابة معادلة 10.58 على الشكل

$$\frac{P/A}{s_{all}} + \frac{M c/I}{s_{all}} \leq 1 \dots\dots\dots 10.59$$

ثم نعوض بدل  $s_{all}$  في الحد الأول بالاجهاد المسموح للحمل المتراكز  $(s_{all})_{centric}$  وفي الحد الثاني بالاجهاد المسموح للانثناء الخالص  $(s_{all})_{bending}$

$$\frac{P/A}{(s_{all})_{centric}} + \frac{M c/I}{(s_{all})_{bending}} \leq 1 \dots\dots\dots 10.60$$

هذه المعادلة تسمى طريقة التفاعل .

نلاحظ أنه عندما تكون  $M=0$  ، استخدام هذه المعادلة يعطي التصميم للحمل المتراكز كما في درس 10.6 . أيضاً عندما يكون  $P=0$  ، استخدام هذه المعادلة يعطي التصميم للانثناء الخالص كما في وحدة 4 . عندما تكون  $P$  و  $M$  لا تساويان صفر، فإن طريقة التفاعل تعطي تصميم يأخذ في حسابه قدرة العمود على تحمل الانثناء بالإضافة إلى تحمل الحمل المحوري. في كل الحالات  $(s_{all})_{centric}$  تحسب باستخدام أكبر نسبة نحالة للعمود بغض النظر عن المستوى الذي يحصل فيه الانثناء .

عندما يكون الحمل اللامتراكز  $P$  لا يؤثر في مستوى التماثل للعمود، فإنه يسبب انثناء حول المحورين الرئيسيين للمقطع العرضي . نستذكر من درس 4.14 أن  $P$  يمكن استبدالها بحمل متراكز  $P$  وعزمي انثناء  $M_x$  و  $M_z$  كما في الشكل 10.37

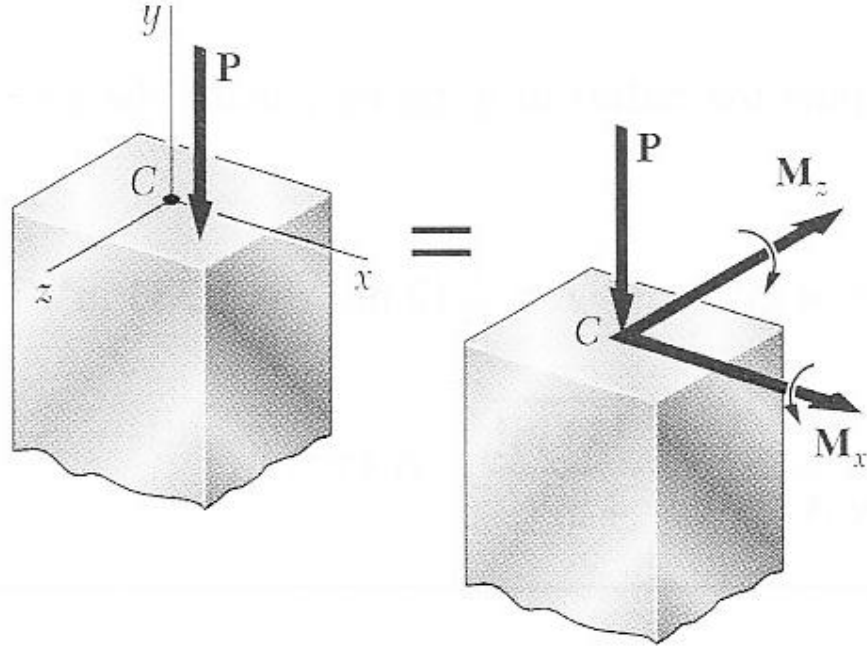


Fig. 10.37

الشكل 10.37

معادلة طريقة التفاعل عندها تصبح

$$\frac{P/A}{(s_{all})_{centric}} + \frac{|M_x| z_{max} / I_x}{(s_{all})_{bending}} + \frac{|M_z| x_{max} / I_z}{(s_{all})_{bending}} \leq 1 \dots \dots \dots 10.61$$

### مثال 10.05

استخدم طريقة التفاعل لحساب أقصى حمل  $P$  يمكن اسناده بأمان بواسطة العمود في مثال 10.04 حيث قيمة اللاتراكز هي 20mm . والاجهاد المسموح للانثناء هو 165MPa

الحل

قيمة  $(s_{all})_{centric}$  تم حسابها في مثال 10.04 وكانت

$$(s_{all})_{centric} = 135MPa$$

أيضاً لدينا

$$(s_{all})_{bending} = 165MPa$$

بتعويض هذه القسم في معاددة 10.60 نحصل على

$$\frac{P/A}{135MPa} + \frac{M c/I}{165MPa} \leq 1$$

نأخذ القيم من مثال 10.04 ، ونكتب

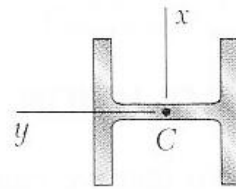
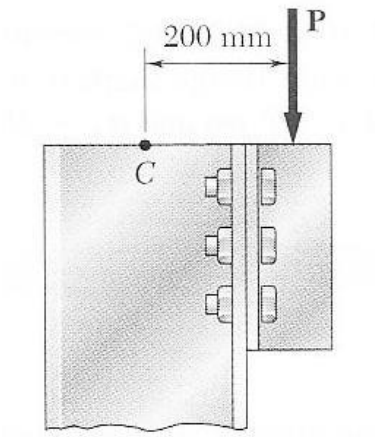
$$\frac{P/2500}{135} + \frac{P(20)(25)/(521000)}{165} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 114KN$$

### مثال نمونجي 10.5

باستخدام طريقة الاجهاد المسموح، أحسب أقصى حمل  $P$  يمكن اسناده بأمان بعمود فولاذ مقطعه العرضي من نوع  $W310 \times 74$  وطوله الفعال  $4.5m$  استخدم  $E=200GPa$  و

$$s_y = 250MPa$$



$W310 \times 74$

$$A = 9480 \text{ mm}^2$$

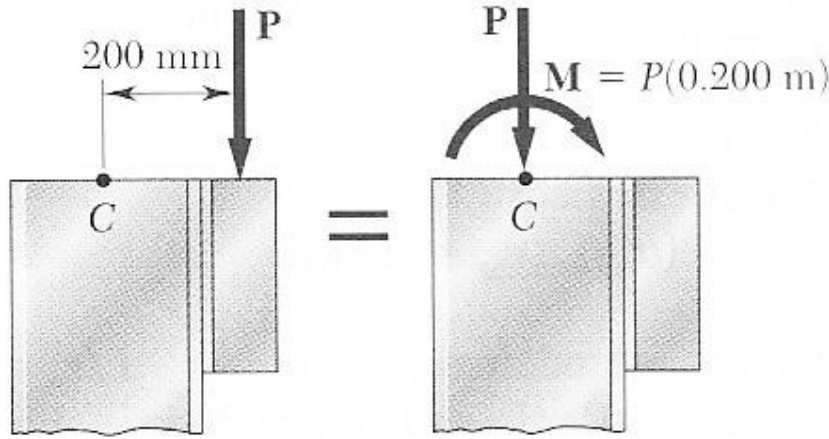
$$r_x = 132 \text{ mm}$$

$$r_y = 49.7 \text{ mm}$$

$$S_x = 1060 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

(ملاحظة  $S$  في الشكل تعني  $I/c$ )

الحل



أقصى نسبة نحالة للعمود هي  $L/r_y = 4.5\text{m}/0.0497 = 90.5$  . نستخدم معادلة 10.44 و 10.45 ونجد أن  $F.S.=1.89$

$$s_{all} = (s_{all})_{centric} = 97.9\text{MPa}$$

لعمود والحمل المعطيين، لدينا

$$\frac{P}{A} = \frac{P}{9.48 \times 10^{-3} \text{m}^2} \quad , \quad \frac{M c}{I} = \frac{M}{S} = \frac{P(0.2\text{m})}{1.06 \times 10^{-3} \text{m}^3}$$

نعوض في معادلة 10.58 ، ونكتب

$$\begin{aligned} \frac{P}{A} + \frac{M c}{I} &\leq s_{all} \\ \frac{P}{9.48 \times 10^{-3} \text{m}^2} + \frac{P(0.2\text{m})}{1.06 \times 10^{-3} \text{m}^3} &\leq 97.9\text{MPa} \\ \Rightarrow P &\leq 333\text{KN} \end{aligned}$$

أقصى حمل مسموح به هو إذن  $P = 333\text{KN}$  ↓

### مثال نمونجي 10.6

استخدم طريقة التفاعل ، وحل مثال نمونجب 10.5 ، افرض أن  $(s_{all})_{bending} = 150\text{MPa}$

الحل

باستخدام 10.60 ، نكتب

$$\frac{P/A}{(s_{all})_{centric}} + \frac{M c/I}{(s_{all})_{bending}} \leq 1$$

بتعويض الاجهاد المسموح به للانشاء والاجهاد المسموح به للحمل المتراكز الذي حصلنا عليه في مثال نمونجي 10.5 ، وأيضاً بتعويض القيم الأخرى ، نحصل على

$$\frac{P/(9.48 \times 10^{-3})}{97.9 \times 10^6} + \frac{P(0.2)/(1.06 \times 10^{-3})}{150 \times 10^6} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 428 \text{KN}$$

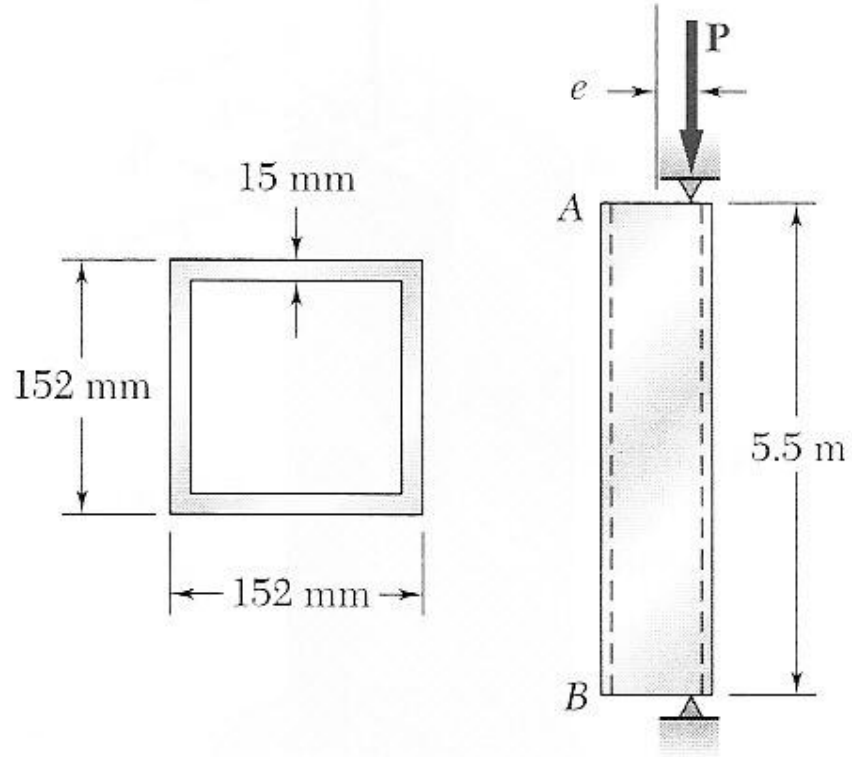
أقصى حمل مسموح به هو إذن  $P = 428 \text{KN}$  ↓

### مسائل

**10.89** عمود من لوح خشبي منشور مقطعه العرضي مربع بطول ضلع 125mm وطوله الفعال 3.6m مصنوع من خشب له الاجهاد المسموح له المعدل  $S_c = 9.2 \text{MPa}$  للانضغاط الموازي للألياف و  $E = 12 \text{GPa}$  . باستخدام طريقة الاجهاد المسموح ؛ حدد أقصى حمل  $P$  يمكن اسناده بأمان مع لاتراكز بمقدار 50mm .  
الجواب: 17.48KN

**10.90** حل مسألة 10.89 باستخدام طريقة التفاعل حيث الاجهاد المسموح به للانتشاء يساوي 12.8MPa  
الجواب: 34.7KN

**10.93** عمود طوله الفعال 5.5m مصنوع من الألمنيوم 2014-T6 ، الذي له الاجهاد المسموح للانتشاء هو 220MPa . استخدم طريقة التفاعل؛ واحسب الحمل المسموح  $P$  ، علماً أن قيمة اللاتراكز هي (أ)  $e=0$  (ب)  $e=40 \text{mm}$



**Fig. P10.93**

10.94 حل مسألة 10.93 بافتراض أن الطول الفعال للعمود يساوي 3m .

10.97 عمود مستطيل مصنوع من لوح خشب منشور له الاجهاد المسموح به المعدل للانضغاط الحراري للألياف  $s_c = 8.3MPa$  و  $E=11.1GPa$  . استخدم طريقة الاجهاد المسموح وأحسب أكبر طول فعال  $L$  يمكن استخدامه .  
الجواب: 4.81m

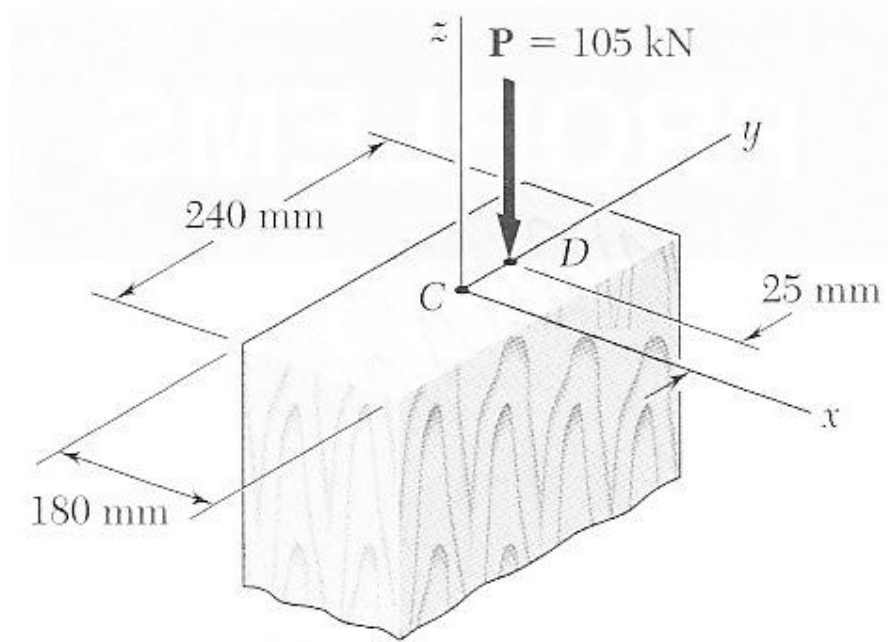


Fig. P10.97

10.98 حل مسألة 10.97 بافتراض أن  $P=85\text{KN}$

الجواب: 5.48m

10.101 عضو انضغاط AB مصنوع من الفولاذ الذي له  $s_y = 250\text{MPa}$  و  $E=200\text{GPa}$ . وهو حر عند الطرف العلوي A وثابت عند القاعدة B. باستخدام طريقة

الاجهاد المسموح، أحسب أكبر قيمة للاتراكز  $e_x$ ، إذا علمت أن (أ)  $e_y = 0$  (ب)

$$e_y = 8\text{mm}$$

الجواب: (أ) 11.76mm (ب) 6.43mm

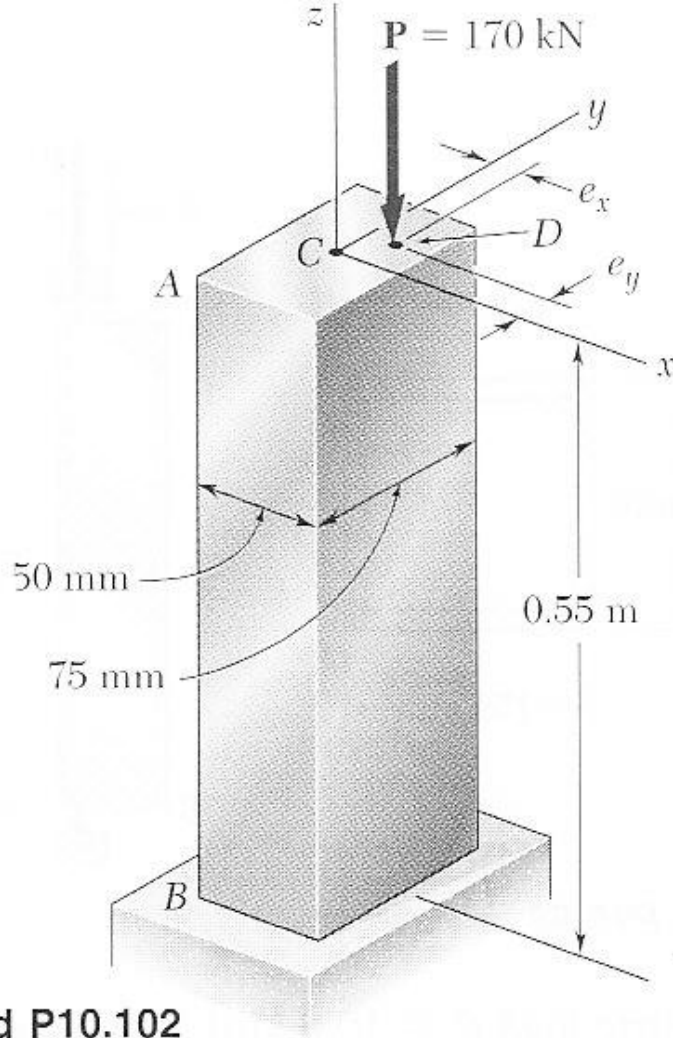


Fig. P10.101 and P10.102

10.102 عضو انضغاط AB مصنوع من الفولاذ الذي له  $s_y = 250 \text{ MPa}$  و  $E = 200 \text{ GPa}$ . وهو حر عند الطرف العلوي A وثابت عند القاعدة B. باستخدام طريقة التفاعل مع قيمة اجهاد مسموح به للانضغاط تساوي  $120 \text{ MPa}$ ، وعلماً بأن اللاتراكزين  $e_x$  و  $e_y$  متساويين؛ أحسب أكبر قيمة ممكنة لهما الجواب:  $7.75 \text{ mm}$

10.105 حمل عمودي P مقداره  $32 \text{ kN}$  يؤثر على منتصف أحد جوانب الطرف العلوي لعمود من الألمنيوم ذو مقطع عرضي مربع، والذي هو حر عند الطرف العلوي A وثابت عند القاعدة B. إذا علمت أن الألمنيوم المستخدم هو 6061-T6؛ باستخدام طريقة التفاعل، أحسب أقل قيمة ممكنة لـ d



الجواب: 70.9mm

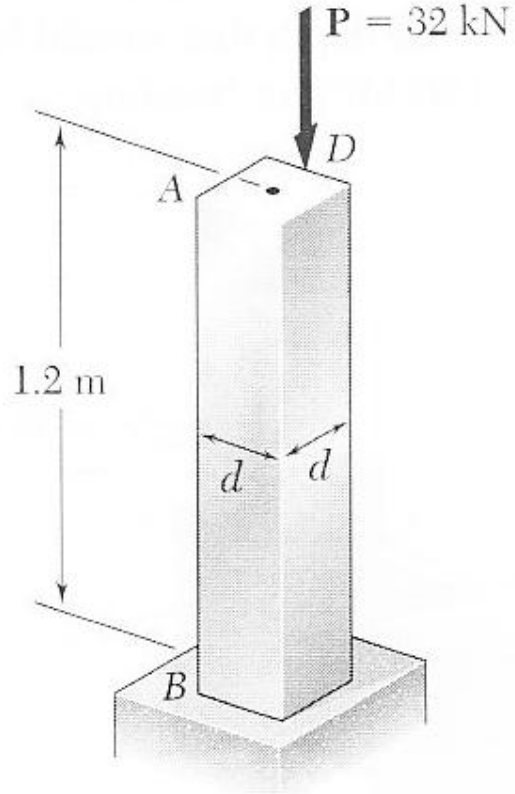


Fig. P10.105

10.106 حل مسألة 10.105 بافتراض أن الحمل العمودي  $P$  يؤثر على زاوية الطرف

العلوي للعمود .

الجواب: 81.5mm

10.107 عضو انضغاط مصنوع من الفولاذ له طول فعال مقداره 720mm يجب أن يسند

حمل  $P$  مقداره 198kN . للمادة المستخدمة  $E=200\text{GPa}$  و  $S_y = 250\text{MPa}$  . استخدم طريقة التفاعل مع قيمة الاجهاد المسموح به للانبثاء تساوي 150MPa ، وأحسب أقل قيمة لـ

$d$  يمكن استخدامها

الجواب: 83.9mm

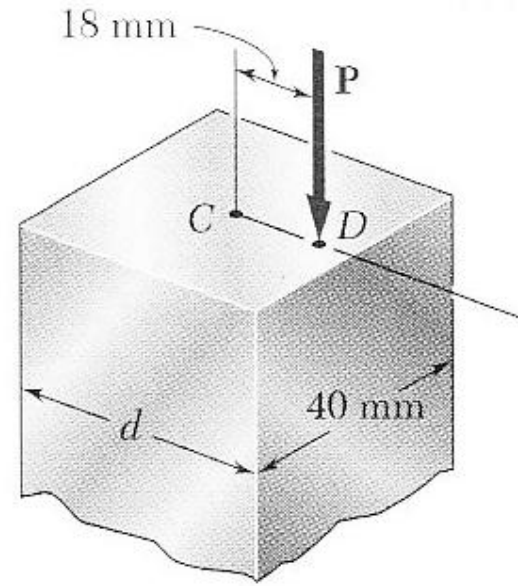


Fig. P10.107

10.108 حل مسألة 10.107 مع افتراض أن الطول الفعال 1.62m و قيمة الحمل

اللامتراكز P تساوي 128KN

الجواب: 87.6mm

10.109 الحمل اللامتراكز P ذو المقدار 85KN يؤثر على نقطة تبعد مسافة  $e=30\text{mm}$

من محور قضيب مصنوع من الألمنيوم 6016-T6 . باستخدام طريقة التفاعل مع قيمة

الاجهاد المسموح به للانثناء 140MPa ؛ أحسب قيمة أقل قطر d يمكن استعماله

الجواب: 70mm

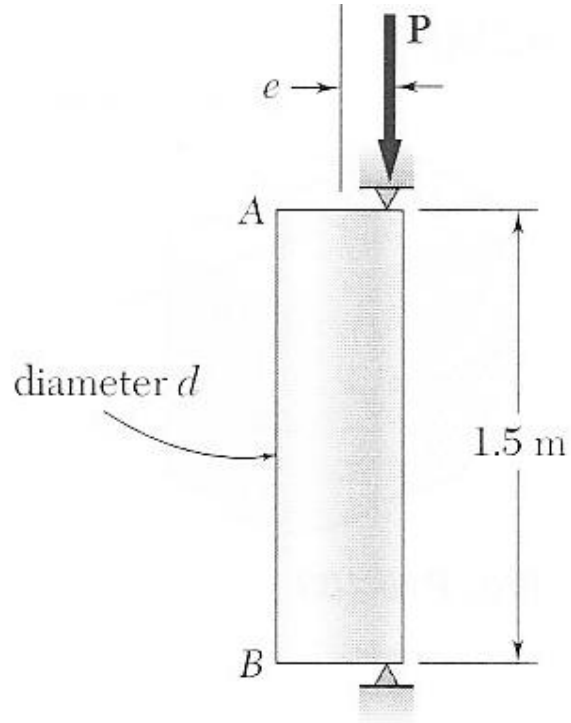


Fig. P10.109

10.110 حل مسألة 10.109 باستخدام طريقة الاجهاد المسموح وافترض أن الألمنيوم هو

من نوع 2014-T6

الجواب: 80.4mm

10.115 أنبوب فولاذي قطره الخارجي 80mm يسند حمل P قيمته 93KN مع لاتراكز

مقداره 20mm . سمك الأنابيب المتوفرة هو 6mm و 9mm و 12mm و 15mm .

استخدم طريقة الاجهاد المسموح واحسب أخف أنبوب ممكن استعماله . علماً أن

$$E=200\text{GPa} \text{ و } s_y = 250\text{MPa}$$

الجواب: 12mm

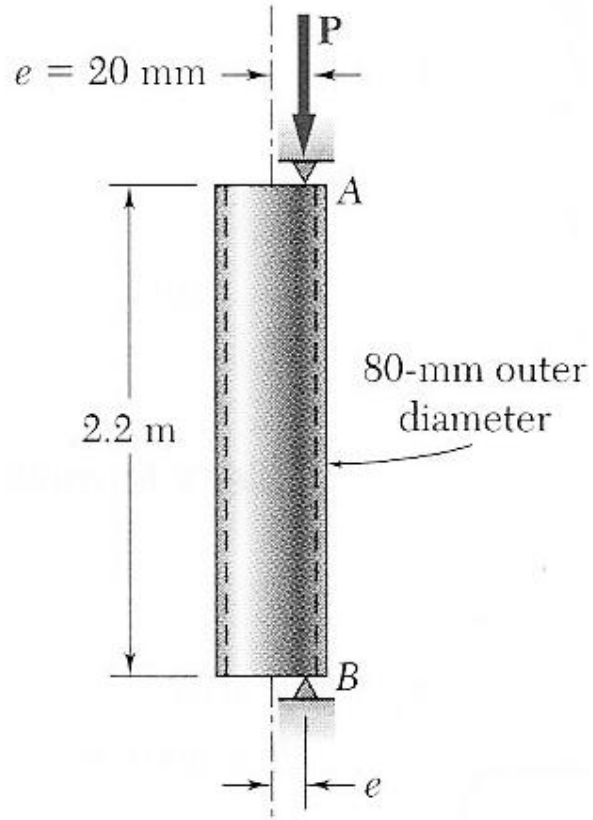


Fig. P10.115

10.116 حل مسألة 10.115 باستخدام طريقة التفاعل حيث  $P=165\text{KN}$  و  $e=15\text{mm}$  ،  
والاجهاد المسموح للانثناء هو  $150\text{MPa}$  .

### قائمة ترجمة المصطلحات

Columns	أعمدة
Stability	ثبات
Strength	مقاومة
Pin-Connected	موصول مسمارياً
Buckle	ينبعج
Aligned	متصاف
Critical	حرج
Euler's formula	صيغة أويلر

Radius of gyration	نصف قطر التدويم
Slenderness ratio	نسبة النحالة
Effective length	الطول الفعال
Centric	متراكز
Eccentric	لامتراكز
Eccentricity	لاتراكز
Allowable stress method	طريقة الاجهاد المسموح
Interaction method	طريقة التفاعل

# بسم الله الرحمن الرحيم

## ملحق

### عزوم المساحات

1. العزم الأول لمساحة، المركز المتوسط لمساحة

لنأخذ المساحة A الموجودة في المستوى xy (الشكل 1)

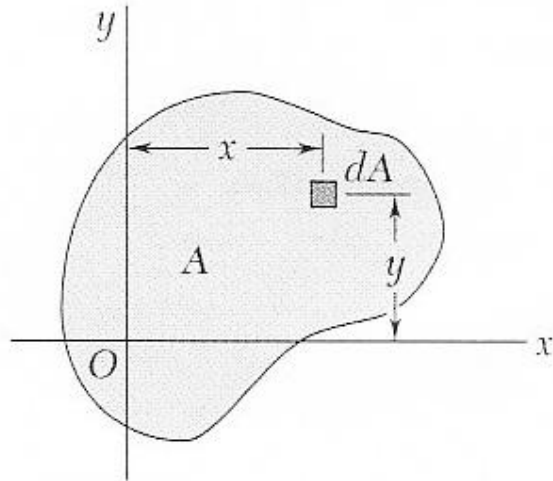


Fig. A.1

الشكل 1

x و y هي المحاور و dA هو جزء المساحة ، نعرف العزم الأول للمساحة A بالنسبة للمحور x على صورة التكامل

$$Q_x = \int_A y dA \dots\dots\dots(1)$$

أيضاً نعرف العزم الأول للمساحة A بالنسبة للمحور y بالتكامل التالي

$$Q_y = \int_A x dA \dots\dots\dots(2)$$

المركز المتوسط للمساحة A يعرف بأنه النقطة C ذات الاحداثيات  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  (الشكل 2)

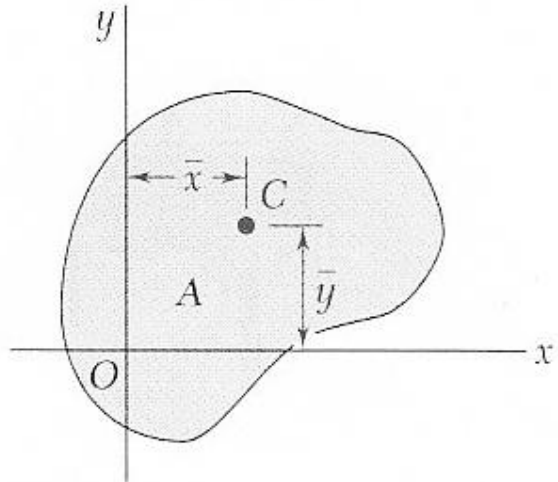


Fig. A.2

الشكل 2

حيث

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{A} \dots\dots\dots(3)$$

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$$

ومن المعادلات الثلاث السابقة نستنتج أيضاً أن

$$Q_x = A\bar{y} \quad , \quad Q_y = A\bar{x} \dots\dots\dots(4)$$

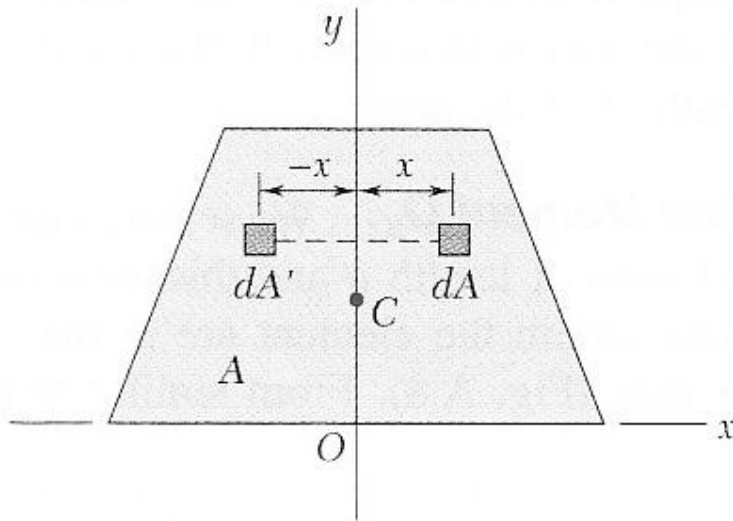


Fig. A.3

الشكل 3

عندما تمتلك المساحة محور تماثل ، يكون العزم الأول للمساحة بالنسبة لهذا المحور يساوي صفر، ومركزه المتوسط يقع على هذا المحور، مثلاً في الشكل 3 نلاحظ أن المساحة متماتلة حول المحور  $y$  لذا  $Q_y = 0$  و  $\bar{x} = 0$ .

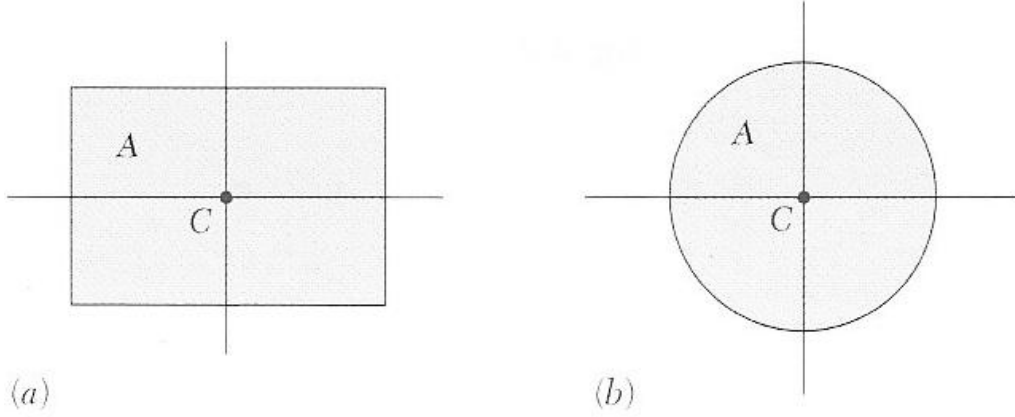


Fig. A.4

الشكل 4

الشكل 4 يبين دائرة ومستطيل وهما يمتلكان محوري تماثل لذا  $\bar{x} = 0$  و  $\bar{y} = 0$  أي المركز المتوسط يقع في منتصف كل شكل .



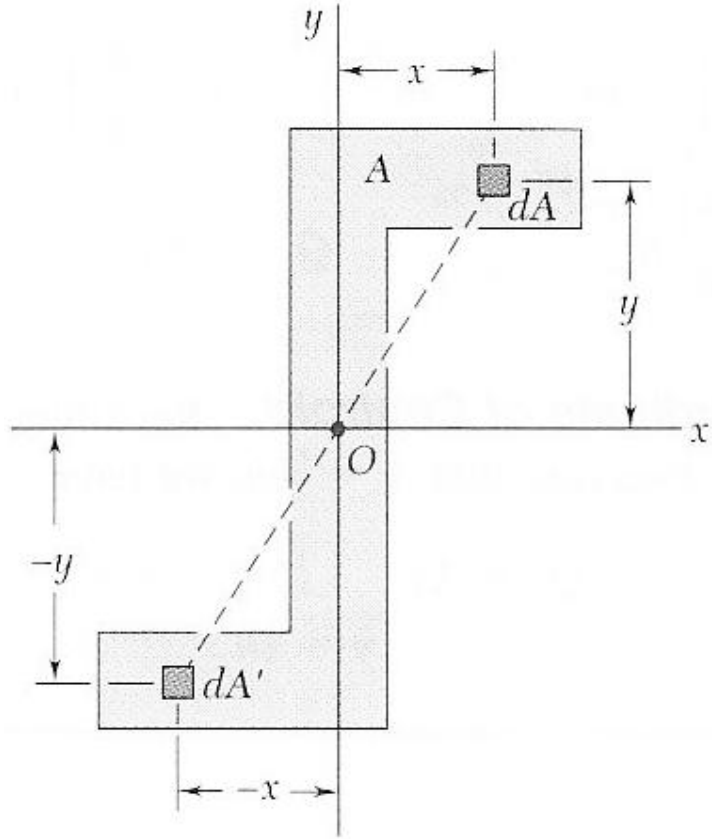


Fig. A.5

الشكل 5

عندما تمتلك المساحة مركز تماثل  $O$  كما في الشكل 5 ، فإن العزم الأول للمساحة بالنسبة لأي محور يساوي صفر أي  $Q_x = Q_y = 0$  لذا  $\bar{x} = \bar{y} = 0$  ، أي المركز المتوسط يطابق مركز التماثل .

في الحالات البسيطة التي نتمكن فيها من تحديد المركز المتوسط بواسطة التماثل (مثل الأمثلة السابقة)؛ نستطيع حساب العزم الأول للمساحة بواسطة معادلة 4 . مثلاً للمستطيل في

الشكل 6

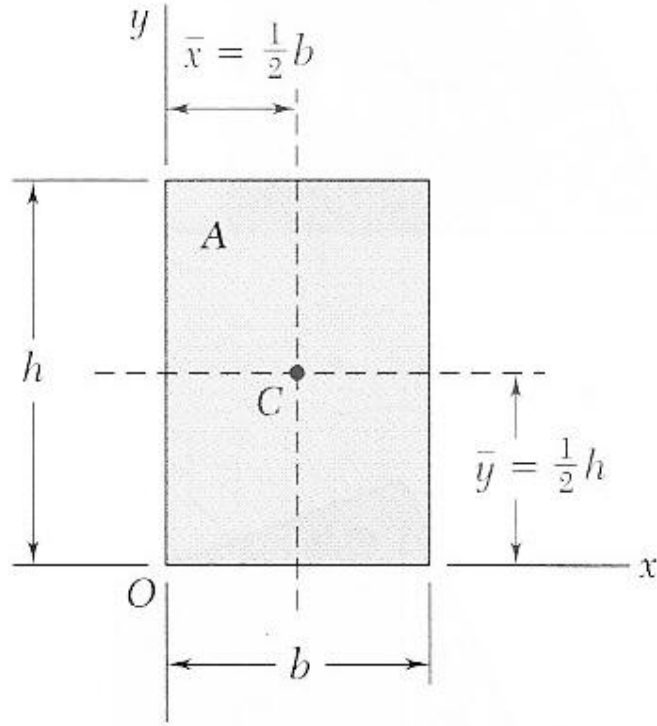


Fig. A.6

الشكل 6

نحدد  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  بالنظر إلى الشكل، حيث نعرف أن المركز المتوسط للمستطيل يقع في منتصفه، لذا من الشكل نستنتج أن  $\bar{x} = b/2$  و  $\bar{y} = h/2$  (انتبه إلى موضع المحاور x و y في الشكل)، ثم نحسب  $Q_x$  و  $Q_y$  من معادلة 4، أي

$$Q_x = A \bar{y} = (bh) \left(\frac{1}{2}h\right) = \frac{1}{2}bh^2$$

$$Q_y = A \bar{x} = (bh) \left(\frac{1}{2}b\right) = \frac{1}{2}hb^2$$

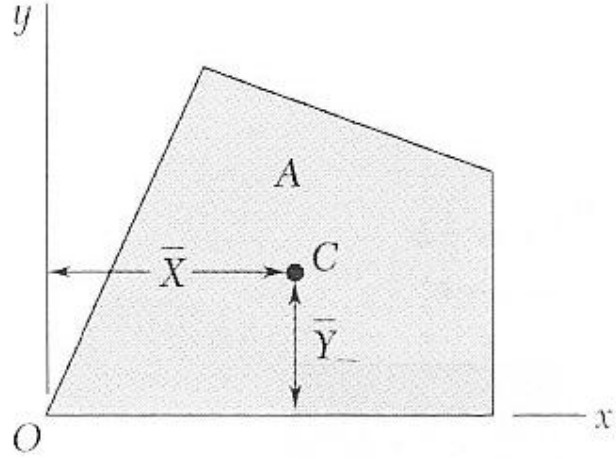
لكن في الحالات العامة لا بد من إجراء التكامل المذكور في معادلات 1 2 3 لإيجاد  $Q_x$  و

$Q_y$  و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$ .

والجدول (1) (في آخر هذا الملحق) يبين المركز المتوسط لبعض الأشكال البسيطة

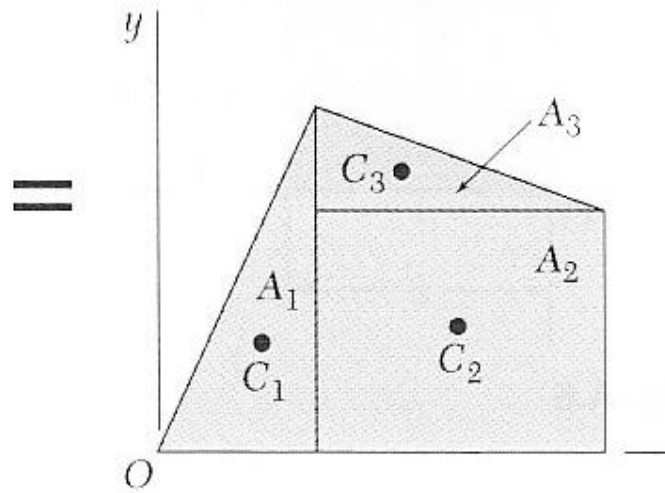
## 2. إيجاد العزم الأول والمركز المتوسط للمساحات المركبة

لنأخذ مساحة مثل المبينة في الشكل 9a



الشكل 9a

إذا أردنا إيجاد العزم الأول والمركز المتوسط لهذه المساحة دون إجراء تكامل . نستطيع تقسيم هذه المساحة إلى ثلاث أشكال كالمبينة في الشكل 9b



الشكل 9b

ثم نحسب المساحة والمركز المتوسط لكل شكل على حدة بالاستعانة بالجدول (1) ، ثم نحسب Q الكلية كالتالي

$$Q_x = A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2 + A_3 \bar{y}_3$$

$$Q_y = A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2 + A_3 \bar{x}_3$$

واحداثيات المركز المتوسط الكلي

$$\bar{X} = \frac{A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2 + A_3 \bar{x}_3}{A_1 + A_2 + A_3} \quad , \quad \bar{Y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + A_2 \bar{y}_2 + A_3 \bar{y}_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

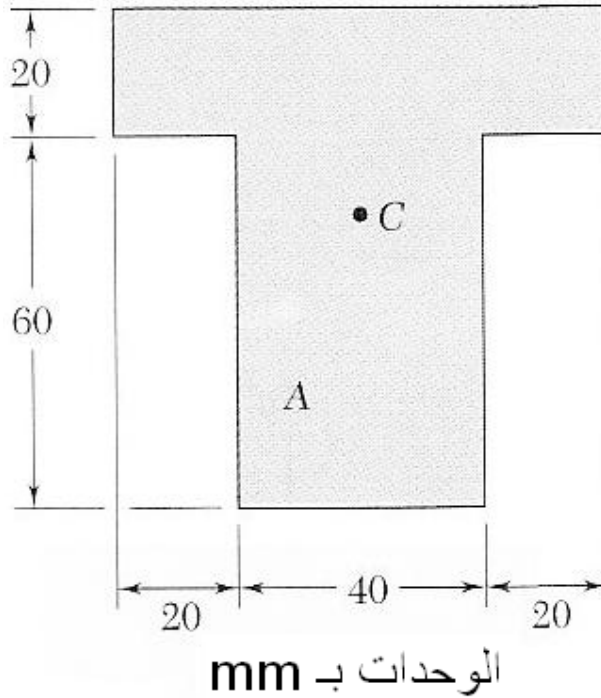
والقاعدة العامة للمساحة المركبة من عدة مساحات

$$Q_x = \sum_i A_i \bar{y}_i \quad , \quad Q_y = \sum_i A_i \bar{x}_i \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_i A_i \bar{x}_i}{\sum_i A_i} \quad , \quad \bar{Y} = \frac{\sum_i A_i \bar{y}_i}{\sum_i A_i} \quad \dots\dots\dots(6)$$

**مثال 2**

حدد المركز المتوسط C للمساحة A المبينة في الشكل 10

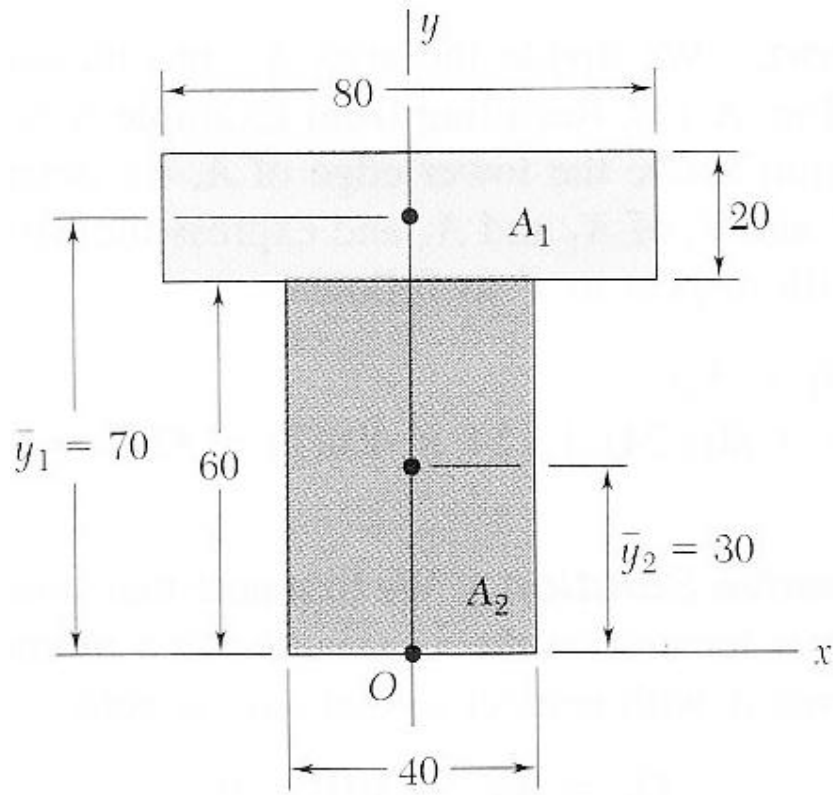


**Fig. A.10**

الشكل 10

**الحل**

نختار المحاور المبينة في الشكل 11



الوحدات بالـ mm

Fig. A.11

الشكل 11

ونلاحظ أن المركز المتوسط C يجب أن يقع على المحور y (لأن هذا المحور محور تماثل) أي  $\bar{X} = 0$  الآن نقسم المساحة A إلى جزئين  $A_1$  و  $A_2$  ونستخدم المعادلة الثانية من معادلات 6 لنحسب  $\bar{Y}$  للمركز المتوسط . ونستخدم جدول للتسهيل:

	المساحة ( $mm^2$ )	$\bar{y}_i$ (mm)	$A_i \bar{y}_i$ ( $mm^3$ )
$A_1$	$(20)(80)=1600$	70	$112 \times 10^3$
$A_2$	$(40)(60)=2400$	30	$72 \times 10^3$
	$\sum_i A_i = 4000$		$\sum_i A_i \bar{y}_i = 184 \times 10^3$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_i A_i \bar{y}_i}{\sum_i A_i} = \frac{184 \times 10^3 \text{ mm}^3}{4 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 46 \text{ mm}$$

مثال 3

بالرجوع إلى المساحة  $A$  في المثال 2 ، لنأخذ المحور الأفقي  $x'$  بحيث يمر بالمركز المتوسط  $C$  (مثل هذا المحور يسمى المحور المتوسط) . ولنرمز من الجزء من  $A$  الواقع فوق  $x'$  بالرمز  $A'$  (الشكل 12) . أحسب العزم الأول للمساحة  $A'$  بالنسبة للمحور  $x'$  .

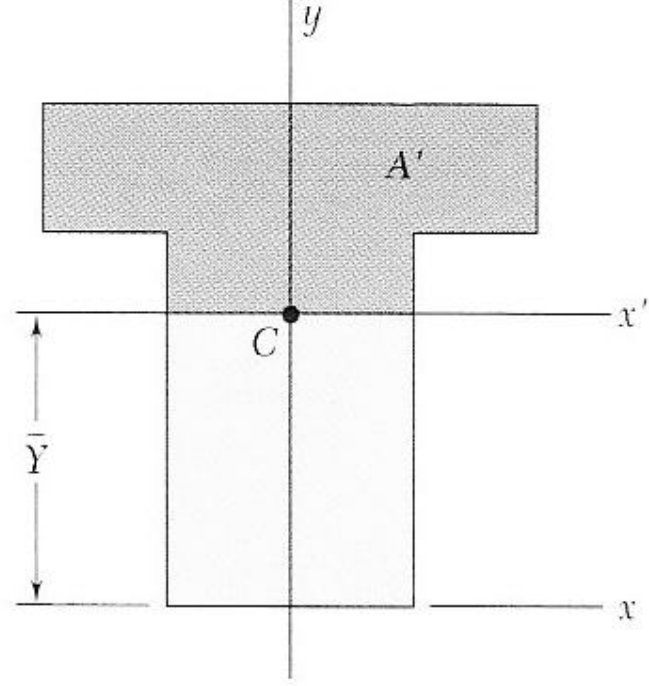
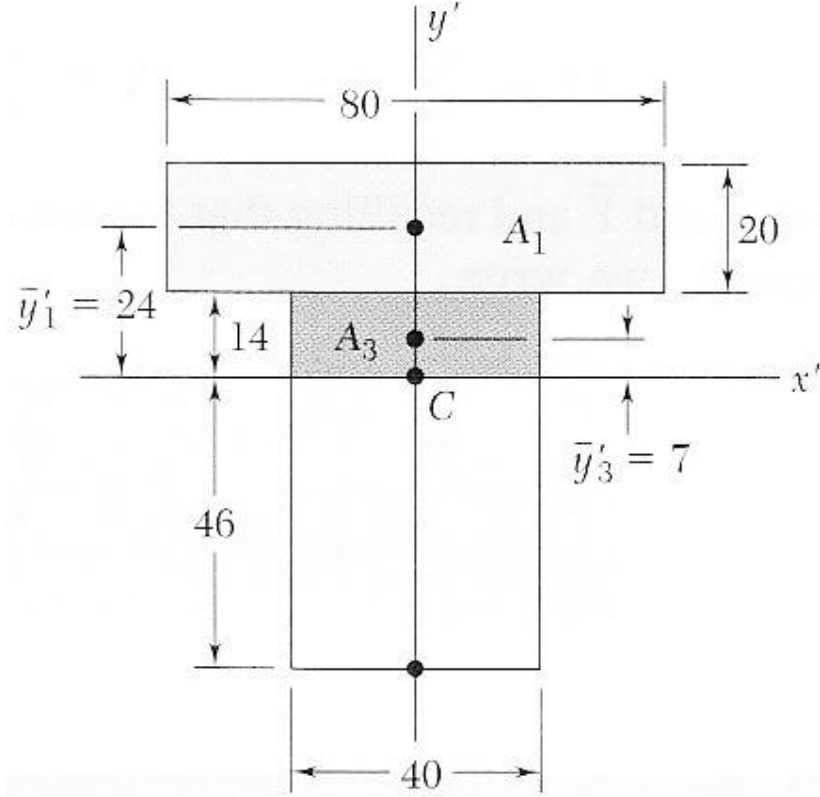


Fig. A.12

الشكل 12

الحل

نقسم المساحة  $A'$  إلى أجزائها  $A_1$  و  $A_3$  (كما في الشكل 13)



Dimensions in mm

Fig. A.13

الشكل 13

ونستذكر من مثال 2 أن تقع على مسافة 46mm فوق الحافة السفلى من A ، نحدد مكان  $\bar{y}_1$  و  $\bar{y}_3$  للمساحة  $A_1$  و  $A_3$  ونكتب العزم الأول  $Q'_{x'}$  بالنسبة لـ  $x'$  كالتالي

$$Q'_{x'} = A_1 \bar{y}_1 + A_3 \bar{y}_3 = (20 \times 80)(24) + (14 \times 40)(7) = 42.3 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

3. العزم الثاني (عزم القصور الذاتي) لمساحة، ونصف قطر التدويم

لنأخذ ثانية المساحة A في المستوى xy (الشكل 1)

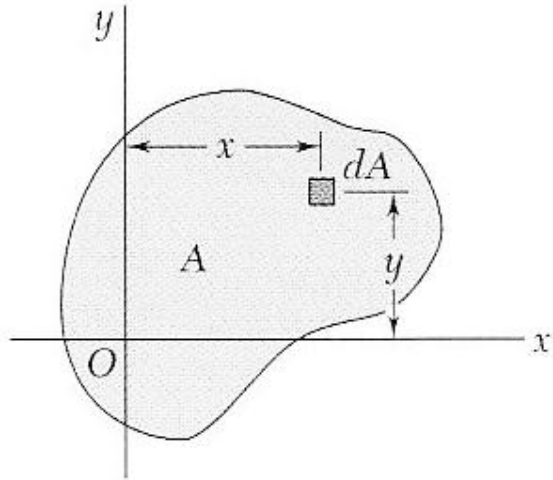


Fig. A.1 (repeated)

الشكل 1 (مكرر)

العزم الثاني أو عزم القصور الذاتي لمساحة A بالنسبة للمحور x، وعزم القصور الذاتي لمساحة A بالنسبة للمحور y، يعرفان كالتالي

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad , \quad I_y = \int_A x^2 dA \dots\dots\dots(7)$$

حيث x و y هي إحداثيات جزء المساحة dA

أيضاً نعرف عزم القصور الذاتي القطبي للمساحة A بالنسبة للنقطة O (الشكل 15) كالتالي

$$J_o = \int_A r^2 dA \dots\dots\dots(8)$$

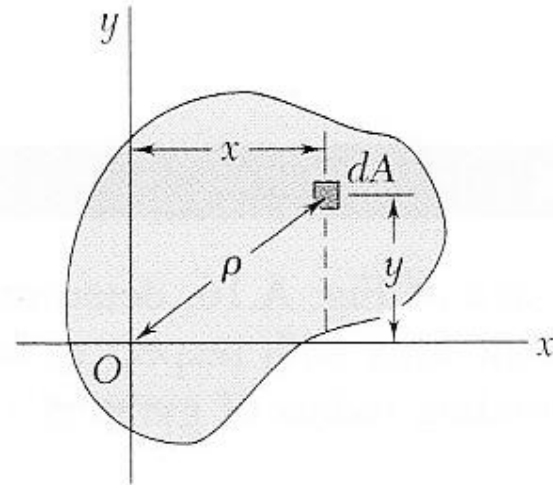


Fig. A.15

الشكل 15

حيث r هي المسافة من O إلى الجزء dA  
ومن الممكن اثبات أن



$$J_O = I_x + I_y \dots\dots\dots(9)$$

نصف قطر التدويم للمساحة A بالنسبة للمحور x يسمى  $r_x$  ويحسب بالمعادلة

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \dots\dots\dots(11)$$

حيث  $I_x$  هو عزم القصور الذاتي للمساحة A بالنسبة للمحور x

ونصف قطر التدويم للمساحة A بالنسبة للمحور y يسمى  $r_y$  ويحسب بالمعادلة

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \dots\dots\dots(12)$$

حيث  $I_y$  هو عزم القصور الذاتي للمساحة A بالنسبة للمحور y

نصف قطر التدويم للمساحة A بالنسبة للنقطة O يسمى  $r_O$  ويحسب بالمعادلة

$$r_O = \sqrt{\frac{J_O}{A}} \dots\dots\dots(13)$$

حيث  $J_O$  هو عزم القصور الذاتي للمساحة A بالنسبة للنقطة O

ومن الممكن اثبات أن

$$r_O^2 = r_x^2 + r_y^2$$

عزم القصور الذاتي لبعض الأشكال المشهورة مبين في الجدول (2) (في آخر هذا الملحق)

#### مثال 4

للمساحة المستطيلة في الشكل 16 ، أحسب (أ) عزم القصور الذاتي  $I_x$  للمساحة بالنسبة

للمحور المتوسط x (ب) نصف قطر التدويم  $r_x$

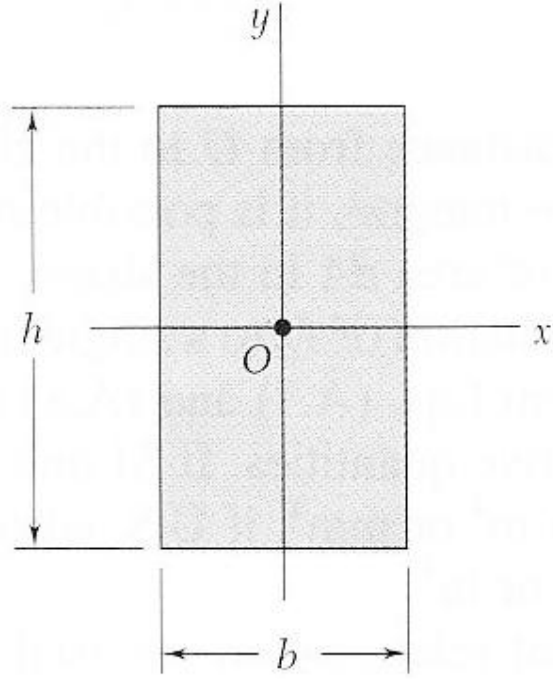


Fig. A.16

الشكل 16

(أ) عزم القصور الذاتي  $I_x$

بالرجوع إلى الجدول (2) نلاحظ أن المحور x في هذا المثال هو نفس المحور  $x'$  في الجدول ؛ لذا من الجدول

$$I_x = \frac{1}{12} b h^3$$

(ب) نصف قطر التدويم  $r_x$

من معادلة 11

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{b h^3 / 12}{b h}} = h / \sqrt{12}$$

4. نظرية المحاور المتوازية

أنظر الشكل 20

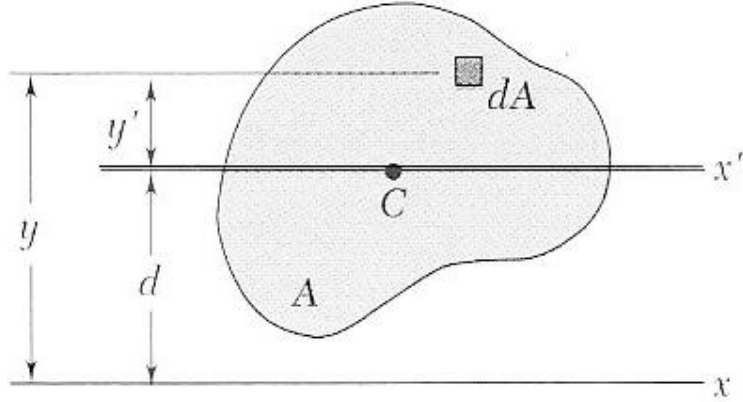


Fig. A.20

الشكل 20

x محور عشوائي و  $x'$  المحور المتوسط (أي محور موازي لـ  $x$  ويمر بالمركز المتوسط للمساحة  $A$ ) ،  $d$  هي المسافة بين  $x$  والمحور المتوسط  $x'$  ،  $I_x$  هو عزم القصور الذاتي بالنسبة للمحور  $x$  ،  $\bar{I}_{x'}$  هو عزم القصور الذاتي بالنسبة للمحور المتوسط  $x'$  .  
نظرية المحاور المتوازية

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad^2 \dots\dots\dots(16)$$

أي عزم القصور الذاتي  $I_x$  لمساحة معينة بالنسبة لمحور عشوائي  $x$  يساوي عزم القصور الذاتي  $\bar{I}_{x'}$  للمساحة حول المحور المتوسط  $x'$  الموازي للمحور  $x$  زائد الحد  $Ad^2$  أي زائد حاصل ضرب المساحة  $A$  بمربع المسافة  $d$  بين المحورين.  
هذه النظرية تمكننا تحديد عزم القصور الذاتي لمساحة بالنسبة لمحور معين عندما نعرف عزم القصور الذاتي بالنسبة للمحور المتوسط الذي له نفس الاتجاه . وبالعكس، النظرية تمكننا تحديد عزم القصور الذاتي  $\bar{I}_{x'}$  لمساحة  $A$  بالنسبة للمحور المتوسط  $x'$  عندما نعرف عزم القصور الذاتي  $I_x$  لـ  $A$  بالنسبة لمحور موازي معروف ؛ وذلك بواسطة طرح  $Ad^2$  من  $I_x$  . لا بد من الانتباه إلى أن نظرية المحاور المتوازية ستعمل فقط عندما يكون أحد المحورين هو المحور المتوسط .  
أيضاً

$$J_o = \bar{J}_c + Ad^2 \dots\dots\dots(17)$$

حيث  $J_o$  عزم القصور الذاتي القطبي بالنسبة للنقطة العشوائية  $O$  و  $\bar{J}_c$  هي عزم القصور الذاتي القطبي بالنسبة للمركز المتوسط  $C$  ، و  $d$  المسافة بين  $C$  و  $O$  .

5. تحديد عزم القصور الذاتي لمساحة مركبة

لنأخذ المساحة المركبة A المكونة من عدة مساحات ( $A_1, A_2, \dots$ ) نحصل على عزم القصور الذاتي لـ A بالنسبة لمحور معين بواسطة جمع عزم القصور الذاتي للمساحات ( $A_1, A_2, \dots$ ) بالنسبة لنفس المحور. عزم القصور الذاتي المكون من عدة مساحات من الاشكال المبينة في الجدول (2)، يمكن ايجادها بواسطة ايجاد عزم القصور الذاتي لكل مساحة ثم جمع العزوم . لكن قبل جمع العزوم لا بد من استخدام نظرية المحاور المتوازية لتحويل جميع العزوم للمحور المطلوب . المثال التالي يوضح هذه النقاط:

## مثال 6

حدد عزم القصور الذاتي  $\bar{I}_x$  للمساحة المبينة في الشكل 21 بالنسبة للمحور المتوسط x

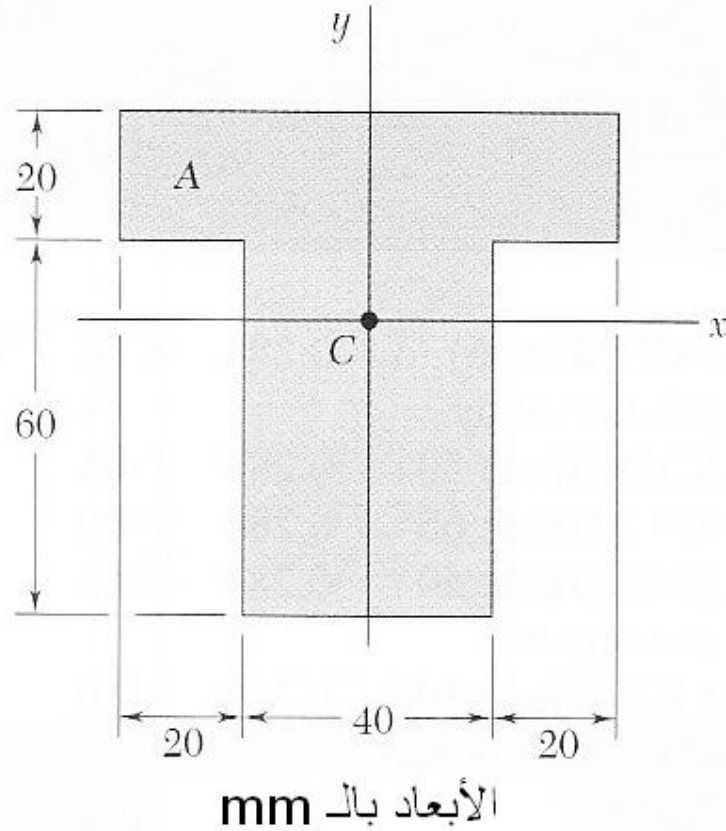


Fig. A.21

الشكل 21

موقع المركز المتوسط :

يجب أولاً ايجاد موقع المركز المتوسط C للمساحة. لكن نحن أوجدناه في مثال 2 ، وكان فوق

الحافة السفلى لـ A بـ 46mm

حساب عزم القصور الذاتي :

نقسم المساحة A إلى مساحتين مستطيلتين  $A_1$  و  $A_2$  (الشكل 22) ونحسب عزم القصور الذاتي لكل مساحة بالنسبة للمحور x .

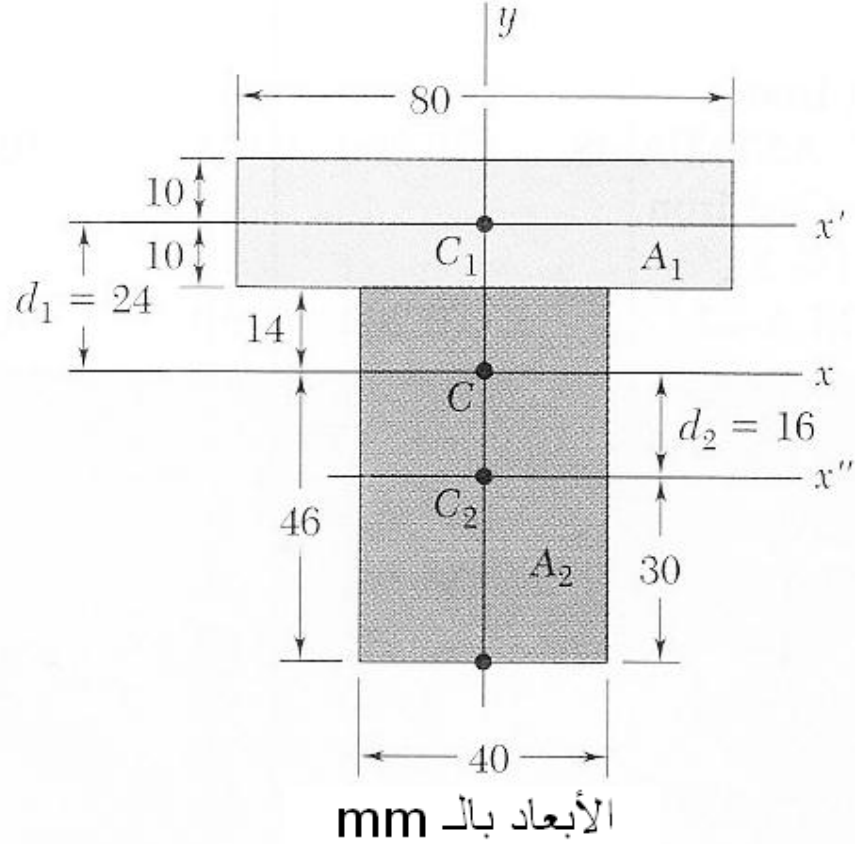


Fig. A.22

الشكل 22

المساحة المستطيلة  $A_1$  :

لايجاد عزم القصور الذاتي  $(I_x)_1$  لـ  $A_1$  بالنسبة للمحور x ، نقوم أولاً بحساب عزم القصور الذاتي لـ  $A_1$  بالنسبة لمحوره المتوسط  $x'$  ، أي :

$$(\bar{I}_{x'})_1 = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (80 \text{ mm})(20 \text{ mm})^3 = 53.3 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

وباستخدام نظرية المحاور المتوازية، نحول عزم القصور الذاتي للمساحة  $A_1$  من المحور  $x'$  إلى المحور الموازي x ، أي

$$(I_x)_1 = (\bar{I}_{x'})_1 + A_1 d_1^2 = 53.3 \times 10^3 + (80 \times 20)(24)^2 = 975 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

المساحة المستطيلة  $A_2$  :

نحسب عزم القصور الذاتي لـ بالنسبة لمحورها المتوسط  $x''$  ، ونستخدم نظرية المحاور المتوازية لتحويلها بالنسبة للمحور  $x$  ، أي:

$$(\bar{I}_{x''})_2 = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} (40)(60)^3 = 720 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$(I_x)_2 = (\bar{I}_{x''})_2 + A_2 d_2^2 = 720 \times 10^3 + (40 \times 60)(16)^2 = 1334 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

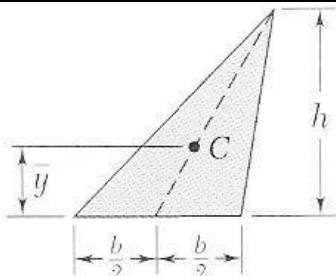
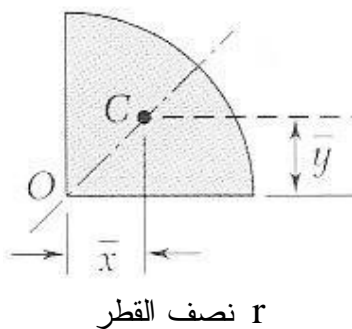
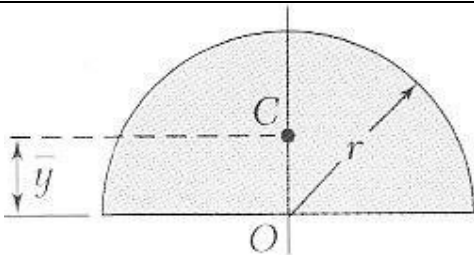
المساحة الكلية **A** :

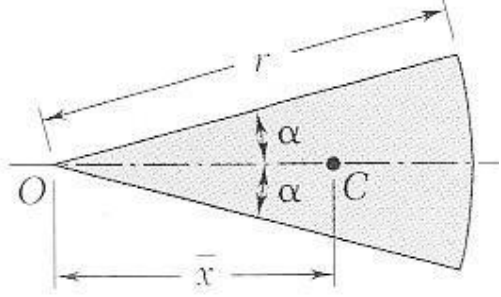
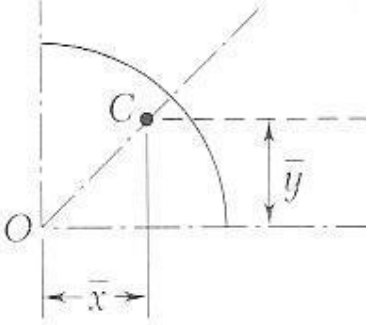
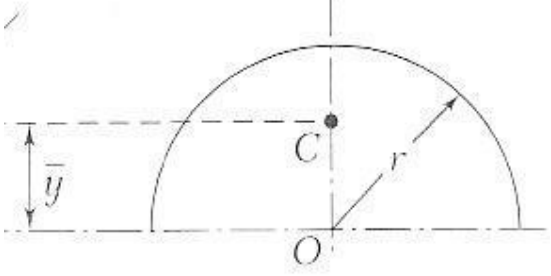
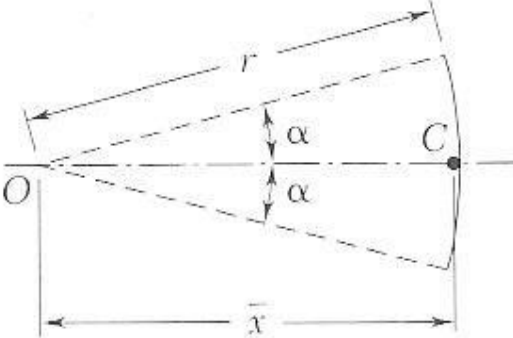
بجمع القيم التي حصلنا عليها لعزوم القصور الذاتي لـ  $A_1$  و  $A_2$  حول المحور  $x$  ، نحصل على عزم القصور الذاتي  $\bar{I}_x$  للمساحة الكلية :

$$\bar{I}_x = (I_x)_1 + (I_x)_2 = 975 \times 10^3 + 1334 \times 10^3$$

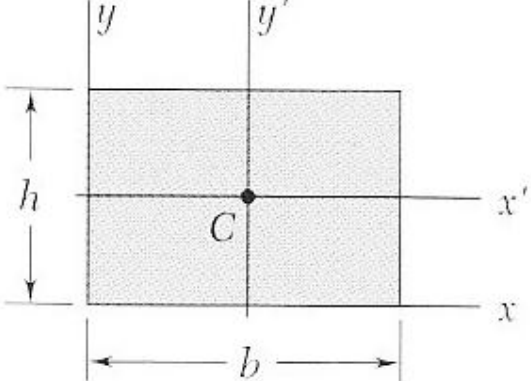
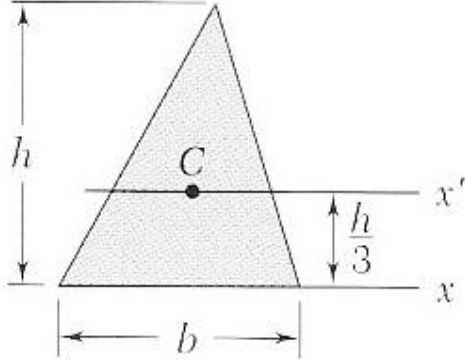
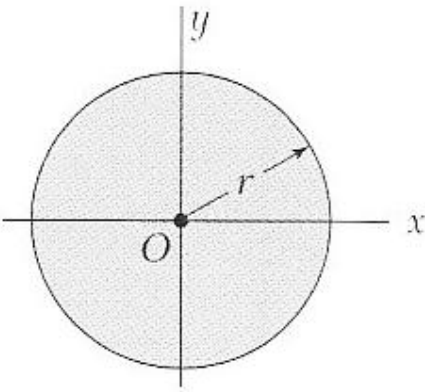
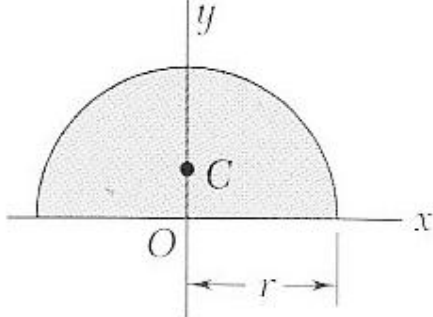
$$\Rightarrow \bar{I}_x = 2.31 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

الجدول (1) (المركز المتوسط لبعض المساحات والخطوط البسيطة)

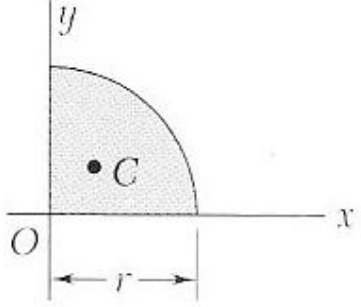
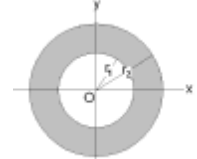
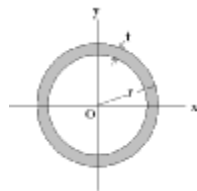
المساحة	$\bar{y}$	$\bar{x}$	الشكل
$\frac{bh}{2}$	$\frac{h}{3}$		 <p>مساحة مثلثية</p>
$\frac{pr^2}{4}$	$\frac{4r}{3p}$	$\frac{4r}{3p}$	 <p>مساحة ربع دائرة</p>
$\frac{pr^2}{2}$	$\frac{4r}{3p}$	0	 <p>مساحة نصف دائرة</p>

$ar^2$	0	$\frac{2r \sin(a)}{3a}$		مقطع دائري
$\frac{pr}{2}$	$\frac{2r}{p}$	$\frac{2r}{p}$	 <p style="text-align: center;">r نصف القطر</p>	ربع قوس دائري
$pr$	$\frac{2r}{p}$	0		نصف قوس دائري
$2ar$	0	$\frac{r \sin(a)}{a}$		قوس من دائرة

الجدول (2) (عزم القصور الذاتي لبعض الأشكال الشائعة)

$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{3}bh^3$ $I_y = \frac{1}{3}b^3h$ $J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$		مستطيل
$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$		مثلث
$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}pr^4$ $J_O = \frac{1}{2}pr^4$		دائرة
$I_x = I_y = \frac{1}{8}pr^4$ $J_O = \frac{1}{4}pr^4$		نصف دائرة



$I_x = I_y = \frac{1}{16} p r^4$ $J_o = \frac{1}{8} p r^4$		<p>ربع دائرة</p>
$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4} p (r_2^4 - r_1^4)$ $J_o = \frac{1}{2} p (r_2^4 - r_1^4)$		<p>دائرة مجوفة</p>
$\bar{I}_x = \bar{I}_y = p t r^3$ $J_o = 2 p t r^3$		<p>دائرة مجوفة ذات سمك صغير جداً مقارنة بنصف قطرها (<math>t \ll r</math>)</p>

### قائمة ترجمة المصطلحات

Moment	عزم
Centroid	المركز المتوسط
Centroidal axis	المحور المتوسط
Moment of inertia	عزم القصور الذاتي
Polar Moment of inertia	عزم القصور الذاتي القطبي
Parallel axis theorem	نظرية المحاور المتوازية

بسم الله الرحمن الرحيم

# بنى الطائرات

اختصار وترجمة وانتقاء من كتاب

## **Aircraft structures**

For engineering students

تأليف

**T.H.G Megson**

الطبعة الثانية

مع بعض الاستفادة من كتاب

## **Mechanics of aircraft structures**

تأليف

**C. T. Sun**

اعداد

المهندس عبد الرحمن

الطبعة الأولى

## مقدمة المساق

هذا المساق يتحدث عن بنى الطائرات. وهو من المواضيع المهمة في تصميم الطائرات. مادة الكتاب الأصلي متقدمة بعض الشيء لكنني حاولت قدر الامكان انتقاء المهم منها وتقديمه بصورة مباشرة ومختصرة مع الاشارة أحياناً إلى بعض المواضيع في الكتاب الأصلي. لا بد لمن أراد دراسة هذا المساق أن يكون قد درس المساق السابق "ميكانيكا المواد".

## منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

### الانتقاء:

قمت بانتقاء مواضيع الكتاب التي تفيد الدارس في هذه الدورة ؛ مسترشداً بخطة تخصص هندسة الطيران في الجامعات، مع بعض الاجتهادات الشخصية في حذف بعض المواضيع قليلة الأهمية. وأحياناً أشرت إلى مواضع بعض المواضيع في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع. وشمل الانتقاء أيضاً المسائل والأمثلة.

### الاختصار:

لم أقم بتلخيص النصوص حتى لا أخل بالمعنى. بل تركز الاختصار على حذف معظم الاشتقاقات الرياضية؛ حيث حاولت إعطاء العلاقة النهائية مباشرة دون الاهتمام الكبير بكيفية الوصول إليها. كما اختصرت بعض النصوص التي رأيت أن اختصارها أفضل.

### الترجمة:

حاولت أن أترجم ما انتقيته من هذا الكتاب ترجمة حرفية قدر الامكان. أما المصطلحات التخصصية فقد استخدمت معجم متخصص، لكن للأسف لا توجد فيه جميع المصطلحات التي واجهتها؛ ولذلك سأكتب الترجمة التي اعتمدها للمصطلحات اللازمة في قائمة في نهاية كل وحدة وسأسميها " قائمة ترجمة المصطلحات ". لكن للعلم لم أضع بعض المصطلحات قليلة التكرار في "قائمة ترجمة المصطلحات"؛ بل ترجمتها وأتبعتها بالأصل الانجليزي بين قوسين. ونفس الكلام عندما تكون الترجمة لا تعطي المعنى الدقيق للكلمة الانجليزية، أو عندما تكون هناك عدة مرادفات انجليزية لنفس الكلمة العربية، وأحياناً أفعل نفس الشيء للكلمات التي اعتمدت ترجمة لها في " قائمة ترجمة المصطلحات " ! . وأنصح الدارس أن يهتم بالمصطلحات الانجليزية؛ حتى

يتمكن من فهم المراجع الانجليزية - إذا احتاجها - ، وأيضاً كي يسهل عليه فهم المراجع العربية التي تستخدم ترجمة مصطلحات مختلفة عن التي اخترتها (والتي تضع الأصل الانجليزي عادة) . هذا بالاضافة إلى ارتباط الرموز - حتى في هذه الدورة - بالمصطلحات الانجليزية.

### ملاحظة:

الوحدات والدروس والمسائل والمعادلات والأشكال والأمثلة - لها نفس الأرقام الموجودة في الكتاب الأصلي، لذا عندما يأتي الدرس 3.4 بعد الدرس 3.2 فهذا يعني فقط أن الدرس 3.3 ليس موجوداً في هذا المختصر.

### مختصر مقدمة الكتاب:

هذا الكتاب مخصص لدراسة المبادئ التي تستخدم في انشاء بنى الطائرات. الوحدة السادسة (الأولى في هذا المختصر) تتحدث عن اللاتبات البنيوي أي الانبعاج. حيث نبدأ بانبعاج الأعمدة الذي درسناه في كتاب ميكانيكا المواد، ثم نتحدث عن مواضيع أخرى مهمة في بنى الطائرات مثل انبعاج الشرائح الرقيقة. الوحدة السابعة تتحدث عن المواد المستخدمة في صناعة الطائرات وعن بناء ووظيفة الأجزاء البنيوية. الوحدة الثامنة نتحدث فيها أحد المواضيع المتخصصة في بنى الطائرات، وهو انثناء وقص والتواء العوارض رقيقة الجدران المفتوحة والمغلقة. ثم في الوحدة التاسعة نطبق ما تعلمناه في الوحدة السابقة لتحليل مكونات الطائرات.

### الفهرس:

مقدمة المساق

منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

مختصر مقدمة الكتاب

الفهرس

## 6

### اللاتبات البنيوي

#### Structural instability

- 6.1 انبعاج أويلر للأعمدة
- 6.2 الانبعاج غير المرن
- 6.6 انبعاج الشرائح الرقيقة
- 6.7 الانبعاج غير المرن للشرائح
- 6.9 اللاتبات الثانوي
- 6.10 اللاتبات للألواح المقواة
- 6.11 اجهاد الانهيار (Failure) للشرائح والألواح المقواة
- 6.12 الانبعاج الالتوائي الانتثائي للأعمدة رقيقة الجدران

## 7

### مبادئ الإنشاء مجهد الغشاء

#### Principles Of Stressed Skin Construction

- 7.1 المواد المستخدمة في صناعة هياكل الطائرات
- 7.2 الأحمال على الأجزاء البنيوية
- 7.3 وظيفة الأجزاء البنيوية
- 7.4 صناعة الأجزاء البنيوية

## 8

### انتشاء وقص والتواء العوارض رقيقة الجدران المفتوحة والمغلقة

#### Bending, Shear & Torsion Of Open & Closed, Thin-Walled Beams

- 8.1 انتشاء العوارض مفتوحة ومغلقة المقطع
- 8.3 القص في العوارض ذات المقطع المفتوح
- 8.4 القص للعوارض ذات المقطع المغلق
- 8.5 التواء عارضة ذات مقطع مغلق
- 8.6 التواء العوارض ذات المقطع المفتوح
- 8.7 تحليل المقاطع المركبة من مفتوحة ومغلقة
- 8.8 المثولة البنيوية (structural idealization)

8.9 أثر المثولة على تحليل العوارض ذات المقاطع المفتوحة والمغلقة

## 9

تحليل الاجهاد لمكونات الطائرة

### Stress analysis to aircraft components

9.1 العوارض المستدقة

9.2 جسم الطائرة

9.3 الأجنحة

9.4 اطارات جسم الطائرة ، وأضلاع الأجنحة

9.5 الفتحات في الأجنحة وجسم الطائرة

بسم الله الرحمن الرحيم

6

الثبات البنيوي

Structural instability

جزء كبير من بنية الطائرة يتكون من غلاف مقوى بأعضاء تقوية. وكلاهما معرض للانهييار بواسطة الانبعاج عند اجهاد الانبعاج (الاجهاد الحرج) وهو عادةً أقل من اجهاد المطاوعة  $S_y$ . من الواضح أنه لمثل هذه البنى يكون الانبعاج هو أخطر نمط للانهييار، لذا فإن توقع حمل الانبعاج لعمود أو شريحة رقيقة أو لوح مقوى هو موضوع مهم جداً في تصميم الطائرات. في هذه الوحدة سوف نتكلم عن انهيار الانبعاج لجميع هذه الأجزاء البنيوية بالإضافة إلى الانهييار الانتنائي الالتوائي للأنايب المفتوحة رقيقة الجدران ذات قليلة الصلابة الالتوائية.

هناك نوعين من لا ثبات البنى؛ رئيسي وثنائي. الرئيسي يحصل فيه انبعاج للعضو كامل، وعادة يحصل في الأعمدة المصمتة وسميكة الجدران. الثنائي يحصل فيه تغير في شكل المقطع العرضي، وقد يحصل في الأعمدة رقيقة الجدران والألواح المقواة بأعضاء تقوية.

### 6.1 انبعاج أويلر للأعمدة

أول مساهمة حقيقية في نظرية الانبعاج كانت بواسطة أويلر سنة 1774. طريقته الكلاسيكية ما زالت صحيحة ويتوقع ان تبقى - للأعمدة الرفيعة التي لها ظروف توصيل مختلفة عند أطرافها. إذن دراستنا ستبدأ بنظرية أويلر للأعمدة المنبجعة ضمن نطاق المرونة.

حمل الانبعاج  $P_{CR}$  يعطى بالمعادلة

$$P_{CR} = \frac{p^2 EI}{l_e^2} \dots\dots\dots 6.7$$

والاجهاد الحرج

$$s_{CR} = \frac{p^2 E}{(l_e / r)^2} \dots\dots\dots 6.8$$

حيث E هو معامل المرونة للمادة

I هو عزم القصور الذاتي للمقطع العرضي للعمود

$l_e$  الطول الفعال للعمود

$r = \sqrt{I/A}$  نصف قطر التدويم للمقطع العرضي للعمود ويساوي  $r$  ، حيث  $A$  هي

مساحة المقطع العرضي للعمود

والنسبة بين الطول الفعال للعمود والطول الحقيقي تعتمد على طرق تثبيت طرفي

العمود، أنظر الجدول التالي

### جدول 6.1

الأطراف	$l_e / l$
الطرفين موصولين مسمارياً	1
الطرفين ثابتين	0.5
طرف ثابت والآخر حر	2
طرف ثابت والآخر موصول مسمارياً	0.7

(راجع درسين 10.3 و 10.4 في كتاب ميكانيكا المواد للمزيد من المعلومات في موضوع هذا الدرس)

### 6.2 الانبعاج غير المرن

رأينا في الدرس السابق أن الاجهاد الحرج (معادلة 6.8) يعتمد على معامل المرونة  $E$

للمادة وعلى نسبة النحالة  $l/r$  . لمادة ما الاجهاد الحرج يزداد مع تناقص نسبة النحالة، أي عندما يصبح العمود أقصر وأسمك. عندما نصل إلى نقطة يكون فيها الاجهاد الحرج أكبر من اجهاد المطاوعة  $S_y$  للمادة (خارج نطاق المرونة)، تصبح معادلة 6.8 غير قابلة للتطبيق لأحد أنواع الفولاذ (mild steel) هذه النقطة تحصل عند اجهاد حرج يساوي 100 (الشكل 6.5) . لذا لا بد من طريقة أخرى للتعاب بالانبعاج للعمود عند قيم نسبة نحالة منخفضة.



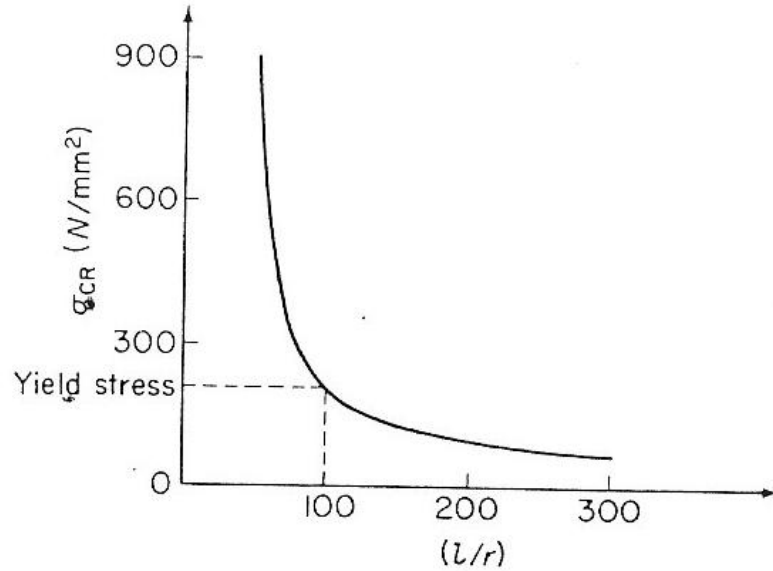


Fig. 6.5 Critical stress-slenderness ratio for a column

الشكل 6.5

(هنا يشرح الكتاب الأصلي طريقتين نظريتين لحساب  $s_{CR}$  خارج نطاق المرونة، لكن يمكن الاستعاضة عنهما بالعلاقات التجريبية التي أشرنا إليها في درس 10.6 من كتاب ميكانيكا المواد، أو أن نتجنب اقتراب قيمة  $s$  من  $s_y$  في تصاميمنا كي نطبق صيغة أويلر بأمان.

## 6.6 انبعاج الشرائح الرقيقة

الشريحة الرقيقة قد تتبع بصور مختلفة؛ وذلك يعتمد على أبعادها وعلى التحميل وطريقة التثبيت. عادة تكون أحمال الانبعاج أصغر بكثير من الأحمال المسببة للانهياب في مادة الشريحة. أبسط صور الانبعاج تحصل عندما تؤثر أحمال الانضغاط على حافتين متقابلتين مثبتتان تثبيت بسيط والحافتين الأخرين حرتين (كما في الشكل 6.14). الشريحة في هذه الحالة تتصرف بنفس الطريقة التي يتصرف بها العمود الموصول مسامياً، لذا الاجهاد الحرج هو نفس المحسوب بنظرية أويلر. عند الوصول إلى هذا الحمل الحرج تكون الشريحة غير قادرة على اسناد أي حمل آخر

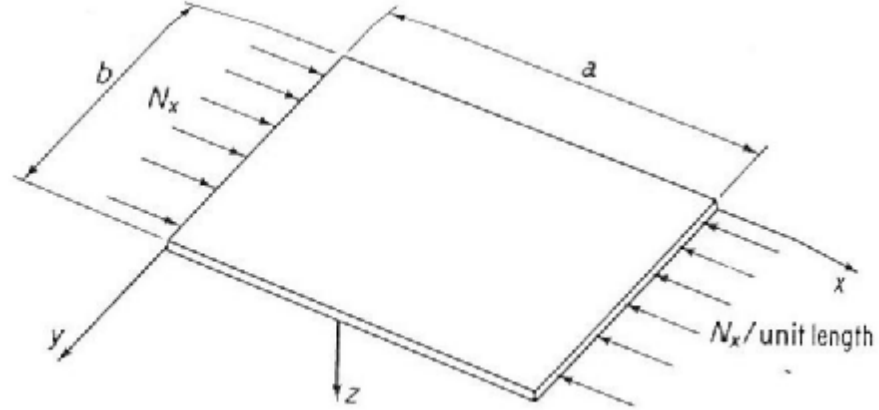


Fig. 6.14 Buckling of a thin flat plate

الشكل 6.14

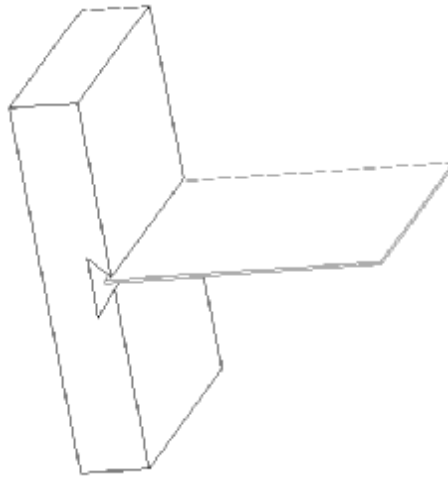
لكن هذا ليس هو الوضع عندما تكون الحواف الغير محملة مثبتة لمنع حركتها خارج المستوى  $xy$ . الانبعاج لمثل هذه الشرائح يأخذ شكل انتفاخ للمنطقة الوسطى من الشريحة بينما تبقى الأجزاء القريبة من الحواف مستقيمة. وهذا يسمح للشريحة بأن تسند أحمال أكبر ، وهذا عامل مهم في تصميم الطائرات.

في هذه المرحلة نحن غير مهتمين لما يحصل بعد الانبعاج ، لكن نهتم بحساب قيمة الحمل الذي يسبب بداية الانتفاخ في المنطقة الوسطى.

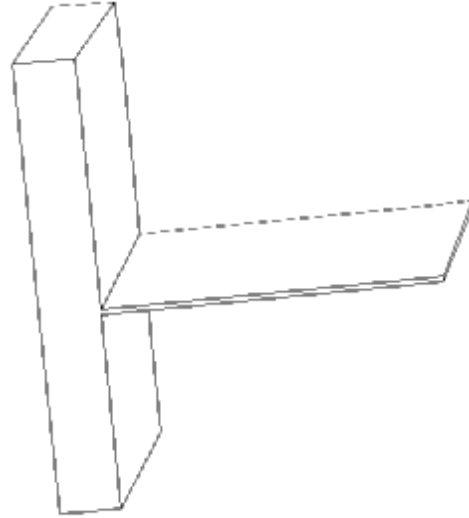
لكن قبل أخذ العلاقات يجب توضيح معنى بعض المصطلحات:

Edge : حافة الشريحة

Simply supported : (بسيط الاسناد) أي الحافة مثبتة بطريقة تشبه التي في الشكل التالي، بحيث لا يسمح للحافة بالحركة العمودية لكن يسمح لها بالميلان.



Clamped : (ملزم الاسناد) أي الحافة مثبتة بطريقة تشبه التي في الشكل التالي، بحيث لا يسمح للحافة بالحركة العمودية ولا يسمح لها بالميلان.



Free : (حررة) أي لا يوجد اسناد للحافة

Loaded : (محملة) أي عليها حمل

unloaded : (غير محملة) أي ليس عليها حمل

لشريحة أبعادها  $a$  و  $b$  وسمكها  $t$  قيمة الاجهاد الحرج  $S_{CR}$  تعطى بالعلاقة

$$S_{CR} = \frac{kp^2 E}{12(1-n^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \dots\dots\dots 6.57$$

حيث  $n$  هي نسبة بوازون للمادة. و  $k$  ثابت يسمى معامل الانبعاج ويعتمد على قيمة  $a/b$  وعلى طريقة التثبيت وعلى طريقة التحميل، ونأخذ قيمته من الشكل 6.16a لحالة الانضغاط (وهي الحالة التي تهمننا)، أيضاً الشكلان 6.16b و 6.16c يعطيان قيمة  $k$  لحالتي الانثناء والقص (حيث  $b$  هي دائماً بعد الشريحة الأصغر)

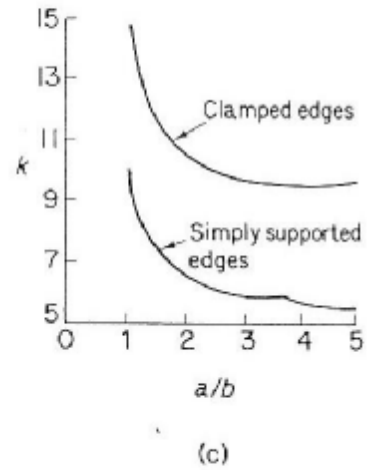
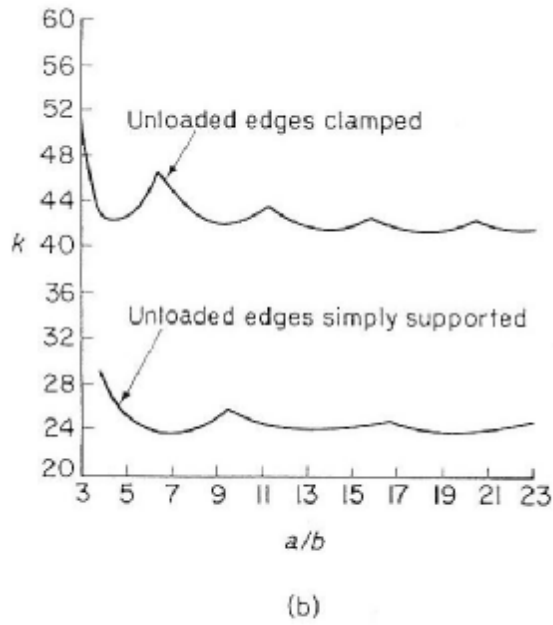
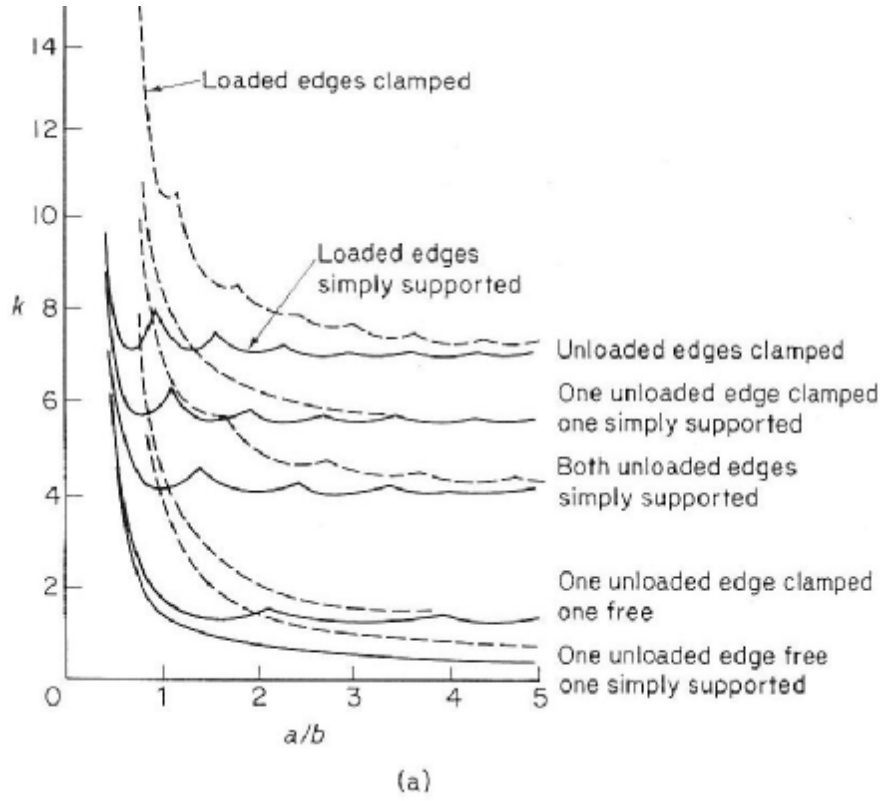


Fig. 6.16 (a) Buckling coefficients for flat plates in compression; (b) Buckling coefficients for flat plates in bending; (c) Shear buckling coefficients for flat plates

### الشكل 6.16

نلاحظ من الشكل 6.16 أن قيمة  $k$  ثابتة تقريباً عندما  $a/b > 3$ . هذه الحقيقة مفيدة عملياً في تصميم بنى الطائرات حيث نستخدم أعضاء التقوية الطولية لتقسيم غلاف الطائرة إلى ألواح ضيقة (قليلة  $b$ ) مما يزيد قيمة اجهد الانبعاج على الغلاف.

## 6.7 الانبعاج غير المرن للشرائح

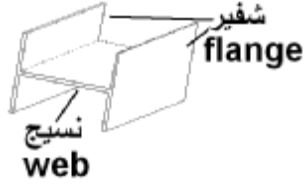
للشرائح التي تكون فيها قيمة  $b/t$  صغيرة فإن الاجهاد الحرج قد يتجاوز نطاق المرونة لمادة الشريحة، في مثل هذه الحالات معادلة 6.57 لا تعود قابلة للتطبيق ، لكن يمكن تعديل المعادلة بضربها بمعامل جديد  $h$  ويسمى معامل تصحيح اللدونة ، أي

$$S_{CR} = \frac{h k p^2 E}{12(1-n^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \dots\dots\dots 6.58$$

وتقدير قيمة  $h$  خارج نطاق هذا الكتاب ، (هناك علاقة في الكتاب الأصلي) لتقدير قيمته ، لكن نفضل عدم السماح لـ  $S_{CR}$  في تصميمنا بتجاوز نطاق المرونة وعندها معادلة 6.57 تكفي (وهي تكافئ معادلة 6.58 حيث  $h = 1$  عندها) .

## 6.9 اللاتبات الثانوي

فرقنا في مقدمة هذه الوحدة بين اللاتبات الرئيسي واللاتبات الثانوي (ويسمى أيضاً اللاتبات الموضعي). اللاتبات (أو الانبعاج) الثانوي يحصل عادة في الشفير (flange)



والنسيج (web) للأعمدة رقيقة الجدران التي لها  $l_e/r < 20$  .  
 عندما  $l_e/r > 80$  فإن هذا النوع من الأعمدة معرض لللاتبات الرئيسي. في النطاق المتوسط لـ  $l_e/r$  بين 20 و 80 يحصل الانبعاج على صورة مركبة من النمطين الرئيسي والثانوي.  
 الأعمدة رقيقة الجدران توجد عادة في بنى الطائرات على شكل أعضاء تقوية طولانية، والتي تصنع عادة بواسطة عملية البثق (extrusion) أو بشكيلها من شريحة منبسطة (flat sheet) ، والشكل 6.17 يبين بعض الأشكال للمقطع العرضي لهذه الاعضاء.

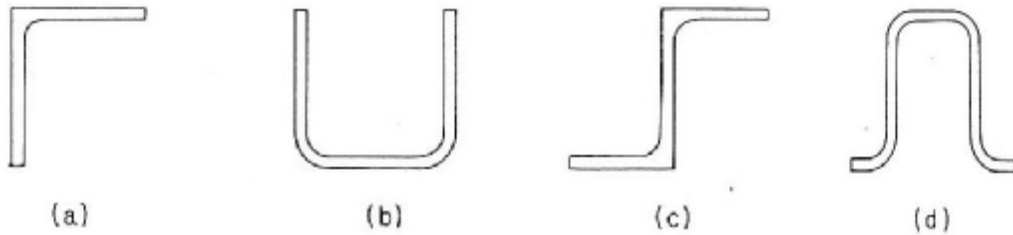
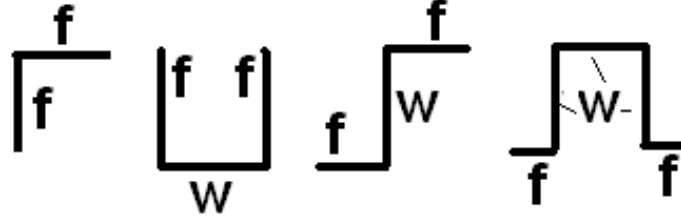


Fig. 6.17 (a) Extruded angle; (b) Formed channel; (c) Extruded Z; (d) Formed 'top hat'

الشكل 6.17

نلاحظ أن الجزء الشريحي يقع في صنفين مختلفين ؛ الشفير (flange) والذي له حافة حرة غير محملة ، والنسيج (web) والذي تكون حوافه غير المحملة مسندة بالأجزاء الشريحية الأخرى (أي كما في الشكل 6.17)



**f: flange (شفير)**  
**w: web (نسيج)**

الشكل 6.17

في اللاتبات الثانوي ينبع الشفير والنسيج مثل الشرائح. يحصل الانبعاج عندما يصل الاجهاد في الجزء الشريحي الأضعف (عادة الشفير) إلى القيمة الحرجة . لكن في بعض الحالات تصل جميع الأجزاء الشريحية إلى قيمتها الحرجة معاً، عندما يحصل هذا فإن الاسناد المتبادل الذي توفره الأجزاء الشريحية المتجاورة لبعضها يختفي، وتتصرف الأجزاء كأنها شرائح بسيطة الاسناد عند هذه الحواف. تحليل مثل هذه الحالات هو الأبسط عندما يكون



المقطع العرضي له أحد الأشكال التالية . قيم الاجهاد الحرج الثانوي للأعمدة من هذا النوع يمكن حسابها من معادلة 6.58 بأخذ القيمة المناسبة لـ k . مثلاً للشكل متساوية k نحصل عليها من شكل 6.16a لشريحة بسيطة الاسناد لثلاث حواف والحافة الرابعة حرة و  $a/b > 3$  أي  $k=0.43$ ، أي

$$S_{CR} = \frac{0.43hp^2 E}{12(1-n^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

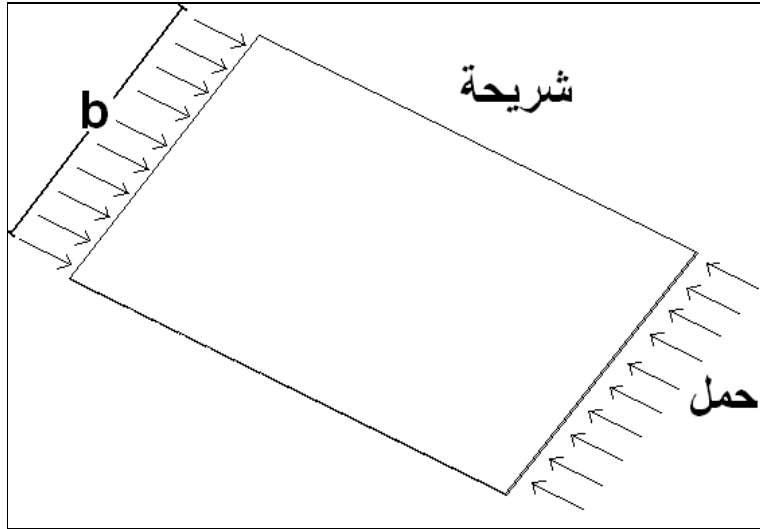
لا بد من التنبيه إلى أن حساب اجهادات الانبعاج الثانوي عادة معقدة ولا يوجد طريقة ذات قبول عالمي ، معظم المعلومات المتوفرة تجريبية . ومتابعة هذا الموضوع خارج نطاق هذا الكتاب . ولمزيد من المعلومات يمكن الرجوع إلى المراجع الموجودة في نهاية هذه الوحدة من الكتاب الأصلي.

ملاحظة من كتاب Sun : نستطيع تقدير  $S_{CR}$  للأجزاء الشريحية باستخدام معادلة 6.58 . بحيث أن الأجزاء الشريحية المتجاورة توفر لبعضها اسناد بسيط ، (أي مثلاً نعم

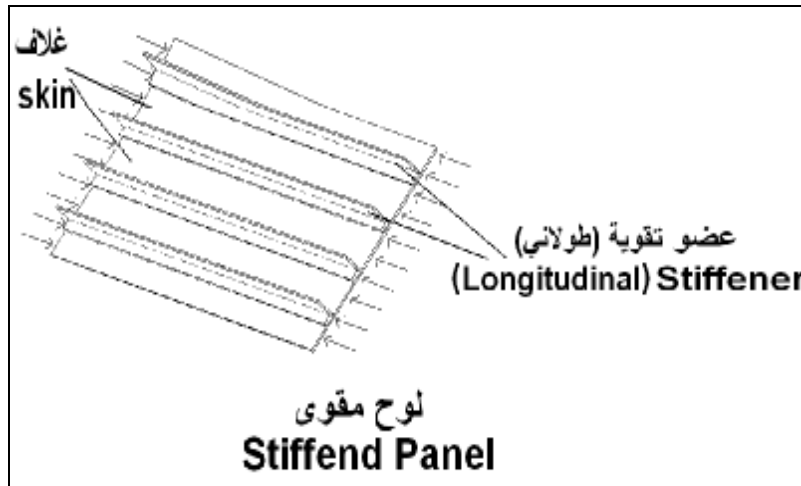
(من باب التقريب) الحالة التي قلناها لـ **متساوية** على **L** مثلاً)، لكن هنا نتكلم عن الانبعاج لكل جزء شريحي عل حدة وليس عن انبعاج العمود كامل.

## 6.10 اللاتبات للألواح المقواة

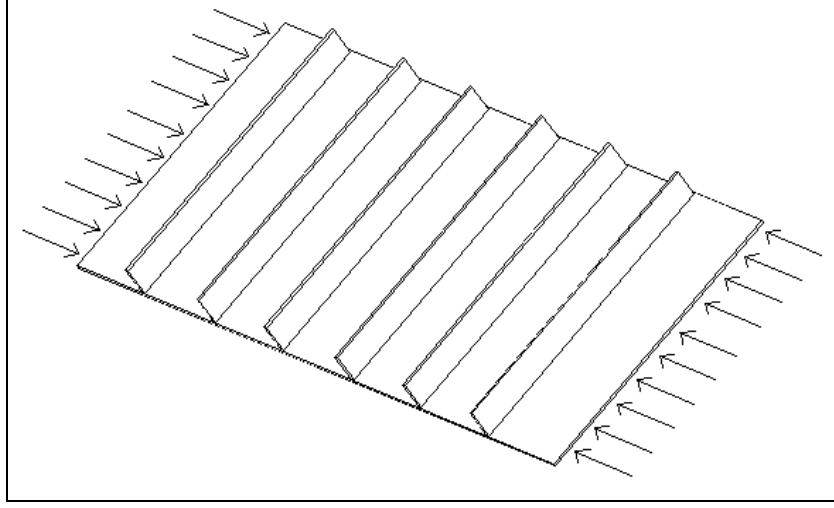
واضح من معادلة 6.58 أن الشرائح ذات قيمة عالية لـ  $b/t$  تتبعج تحت قيمة صغيرة للاجهاد الحرج. هناك طريقة فعالة لتقليل هذا العامل وهي وضع أعضاء تقوية (stiffener) على طول الشريحة مما يقسم الشريحة العريضة عدد من الشرائح الضيقة الأكثر ثبات (الشكل 6m.2) أيضا يمكن تقسيم الشريحة إلى سلسلة من الأعمدة العريضة والقصيرة بواسطة أعضاء تقوية ممددة على عرض الشريحة (الشكل 6m.3). الطريقة الأولى للتقوية تتحمل فيها أعضاء التقوية طولانية جزء من حمل الانضغاط، أما في الطريقة الثانية فتتحمل الشريحة جميع الحمل لوحدها. وعادة يتم استخدام الطريقتين معاً (الشكل 6m.4).



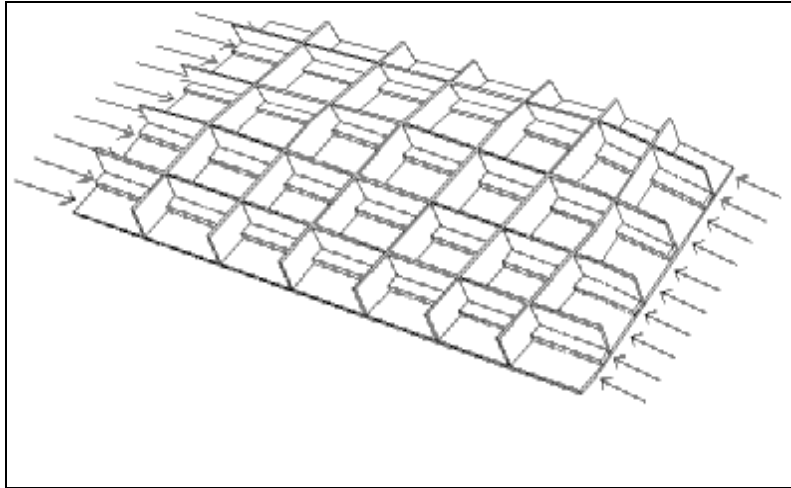
الشكل 6m.1



الشكل 6m.2



الشكل 6m.3



الشكل 6m.4

قديمًا كانت أعضاء التقوية في تصاميم الألواح المقواة تمتلك مقاومة (قدرة على التحمل) عالية نسبيًا مقارنة مع غلاف (skin) رقيق، مما يسبب انبعاج للغلاف عند اجهادات أقل بكثير من المسببة للانبعاج في أعضاء التقوية. مثل هذه الألواح يمكن دراستها بافتراض أن أعضاء التقوية توفر اسناد بسيط لحافة سلسلة من الشرائح الرقيقة المسطحة. تصاميم أكثر كفاءة نحصل عليها بواسطة تعديل مقطع أعضاء التقوية بحيث يحصل الانبعاج في أعضاء التقوية والغلاف عند نفس الاجهاد تقريباً . هذا يتم بواسطة بنى تتضمن أعضاء تقوية متقاربة ذات سمك قريب من سمك الغلاف . بما أن اجهاداتها الحرجة متقاربة



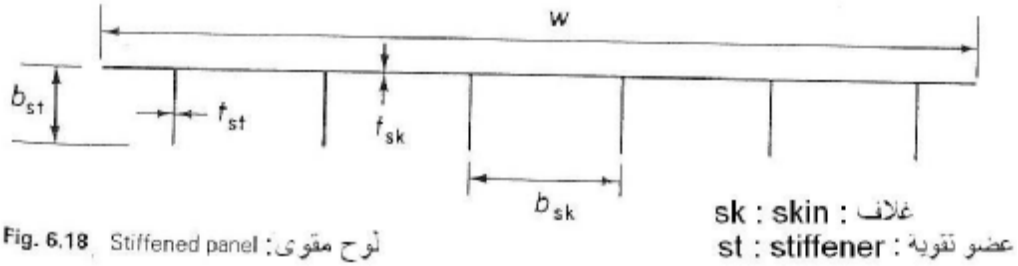
فهناك تفاعل عند الانبعاج بين الغلاف وأعضاء التقوية ؛ لذا لا بد من دراسة اللوح كوحدة واحدة.

التنبأ بالاجهاد الحرج للوح المقوى بعدد كبير من أعضاء التقوية الطولية مسألة صعبة ، وتعتمد على طرق نظرية وتجريبية (وذكر الكتاب الأصلي عدد من المراجع للراغبين في التوسع) .

الآن نشرح أحد الطرق البسيطة لمعالجة هذه المسألة. الشكل 6.18 يبين لوح عرضه  $w$  مقوى بعدد من أعضاء التقوية الطولية والتي قد تكون مسطحة (مثل التي في الشكل) أو على شكل  $\square \square \square \square$  أو أشكال أخرى. من الممكن أن يتصرف اللوح كأنه عمود أويلري ، مقطعه العرضي هو المبين في الشكل 6.18 ، وعندها قيمة الاجهاد الحرج لانبعاج أويلر هي

$$S_{CR} = \frac{p^2 E}{(l_e / r)^2}$$

كما في معادلة 6.8 .



الشكل 6.18

بالإضافة إلى انبعاج العمود فقد تتبعج أجزاء اللوح بنمط انبعاج الشرائح . اجهاد الانبعاج إذن معطى بمعادلة 6.58

$$S_{CR} = \frac{h k p^2 E}{12(1-n^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

حيث قيمة  $b t k$  تعتمد على الجزء المعني من اللوح. مثلاً الجزء من الغلاف بين أعضاء التقوية قد ينبعج على أنه شريحة مسندة باسناد بسيط من حوافها الأربعة. لذا عند  $a/b > 3$  تكون  $k=4$  (من شكل 6.16a) ، وبافتراض أن الانبعاج يحصل ضمن نطاق المرونة ، نحصل على

$$S_{CR} = \frac{4 p^2 E}{12(1-n^2)} \left( \frac{t_{sk}}{b_{sk}} \right)^2$$

أيضاً الانبعاج قد يحصل لأعضاء التقوية على أساس أنها شرائح طويلة مسندة من ثلاث حواف باسناد بسيط والحافة الرابعة حرة، لذا

$$S_{CR} = \frac{0.43p^2 E}{12(1-n^2)} \left( \frac{t_{st}}{b_{st}} \right)^2$$

من البديهي أن القيمة الأقل من الاجهادات الحرجة الثلاث هي قيمة الاجهاد الحرج للوح ككل.

حمل الانضغاط يؤثر على المقطع العرضي من اللوح المقوى كاملاً ، لذا قيمة اجهاد

الانضغاط  $S_A$  المؤثرة على كل جزء من المقطع العرضي تساوي

$$S_A = \frac{P}{t_{sk} b_{sk} + t_{st} b_{st}}$$

$$\frac{b_{sk}}{b_{st}}$$

حيث P هي الجزء من حمل الانضغاط المؤثر على الجزء  $\frac{b_{sk}}{b_{st}}$  نوع آخر من اللاتبات الموجود في الألواح المقواة يحصل عندما تكون أعضاء التقوية مثبتة مع الغلاف بالبراغي أو نقاط اللحام. في مثل هذه البنى قد يحدث انبعاج بين البراغي أو تجعد (راجع الدرس في الكتاب الأصلي لمعرفة المراجع) .

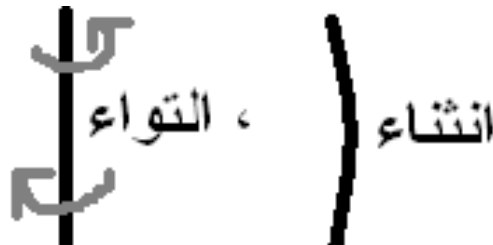
### 6.11 اجهاد الانهيار (Failure) للشرائح والألواح المقواة

درسنا في الدروس السابقة التي تكلمنا فيها عن الشرائح والألواح المقواة كيفية تقدير اجهاد الانبعاج. لكن الشرائح - كما أشرنا سابقاً - تحافظ على بعض القدرة على اسناد الحمل حتى عندما ينبعج جزء منها . ف بالحقيقة الانهيار لا يحصل إلا عندما تتجاوز قيمة الاجهاد في معظم الشريحة نطاق المرونة. الحساب النظري لاجهاد الانهيار صعب، لكن هناك علاقات تجريبية يمكن استخدامها. (والكتاب الأصلي أشار إلى بعض هذه العالقت والطرق، وأشار إلى المراجع لمن أراد التوسع، كما اشار إلى وجود برامج كمبيوتر تعالج هذه المشكلة المعقدة).

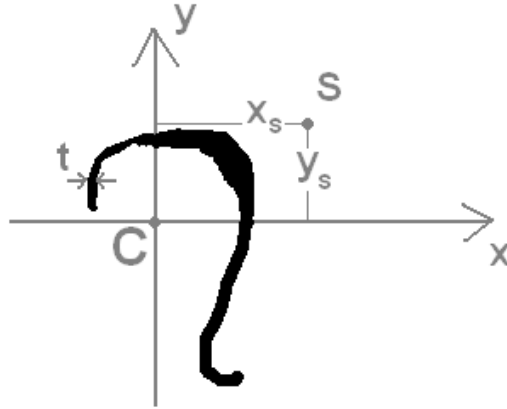
### 6.12 الانبعاج الالتوائي الانتثائي للأعمدة رقيقة الجدران (هامش جزء من هذا الدرس

مأخوذ من كتاب sun)

أحياناً الأعمدة رقيقة الجدران ذات المقطع العرضي المفتوح - (مفتوح □ مغلق) - لا تنبعج بالانتشاء كما توقعنا في نظرية أويلر، لكن تلتوي بدون انتشاء أو يحصل لها التواء وانتشاء معاً مما يسبب انبعاج التوائي انتثائي

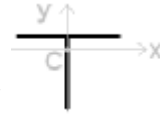


وسوف ندرس حالة بسيطة نسبياً وهي حالة العمود بسيط الاسناد عند طرفيه.  
الشكل التالي يبين مقطع عرضي عشوائي لعمود رقيق الجدار



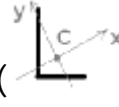
الآن نعرف بعض الرموز والعلاقات المهمة التي ستلزمنا في متابعة هذا الموضوع:  
C المركز المتوسط (centriod) (راجع الملحق في كتاب ميكانيكا المواد)

x و y هما المحاور المتوسطة الرئيسية (principal centriodal axes) ، أي المحاور التي تمر بالمركز المتوسط C؛ ويكون أحدها نفس محور التماثل إن كان هناك محور تماثل (مثلاً



) ، أما إن لم يكن هناك محور تماثل فتحديدها قد لا يحتاج إلى حساب مثل

الحالة البسيطة التالية حيث المحاور المتوسطة الرئيسية هي المبينة في الشكل ، لكن



عادة يحتاج إلى حساب (مثل ) ، لكن لن نتطرق إلى طرق تحديدها.

S مركز القص (shear center) وتحديد موضعه مشروح في درس 8.3 من الكتاب  
الأصلي ، وبعض الحالات مبينة في الجدول التالي (الجدول(Sun7.2)).

$x_s$  المسافة الأفقية بين مركز القص والمركز المتوسط

$y_s$  المسافة العمودية بين مركز القص والمركز المتوسط

A مساحة المقطع العرضي

$I_x$  عزم القصور الذاتي حول المحور المتوسط الرئيس x (راجع الملحق في كتاب

ميكانيكا المواد)

$I_y$  عزم القصور الذاتي حول المحور المتوسط الرئيس  $y$  (راجع الملحق في كتاب ميكانيكا المواد)

$I_o$  عزم القصور الذاتي القطبي حول مركز القص  $S$  وتساوي

$$I_o = I_x + I_y + A(x_s^2 + y_s^2)$$

$\Gamma$  ثابت الانفعال (warping constant) وطريقة حسابه مشروحة في درس 10.5 في الكتاب الأصلي، وبعض العلاقات لحالات خاصة مبينة في الجدول التالي (الجدول (Sun7.2)).

$J$  معامل الالتواء (torsion coefficient) ويساوي  $J = \frac{1}{3} \int t^3 ds$  حيث  $ds$  جزء من

محيط المقطع العرضي و  $t$  سمك المقطع العرضي. أيضا عندما يكون المقطع العرضي من عدة قطع لكل قطعة سمك ثابت عندها تتبسط العلاقة لـ  $J = \frac{1}{3} \sum_i t_i^3 s_i$ ، بعض العلاقات

لحالات خاصة مبينة في الجدول التالي (الجدول (Sun7.2)).

$G$  معامل الصلابة (Rigidity coefficient) وهو من خواص المادة وتأخذ قيمة من

الجدول الخاصة (أنظر درس 2.15 في كتاب ميكانيكا المواد).

$L$  طول العمود

الجدول (Sun7.2) من كتاب Sun

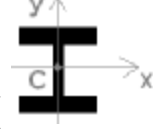
TABLE 7.2 Sectional Properties for Thin-Walled Sections

	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $\Gamma = \frac{t_f h^2 b^3}{24}$
	$e = h \frac{b_1^3}{b_1^3 + b_2^3}$ $J = \frac{(b_1 + b_2)t_f^3 + ht_w^3}{3}$ $\Gamma = \frac{t_f h^2}{12} \frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}$
	$e = \frac{3b^2 t_f}{6bt_f + ht_w}$ $J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $\Gamma = \frac{t_f b^3 h^2}{12} \frac{3bt_f + 2ht_w}{6bt_f + ht_w}$
	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $\Gamma = \frac{b^3 h^2}{12(2b + h)^2} \times [2t_f(b^2 + bh + h^2) + 3t_w bh]$
	$e = 2a \frac{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$ $J = \frac{2aat^3}{3}$ $\Gamma = \frac{2ta^5}{3} \times \left[ \alpha^3 - \frac{6(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)^2}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha} \right]$

<sup>a</sup>O is shear center.

الآن لنقسم دراستنا للأعمدة رفيقة الجدران بسيطة الاسناد إلى ثلاث مستويات (حالة خاصة ثم أعم ثم أعم):

1 - الأعمدة ذات المقطع العرضي ثنائي التماثل (doubly symmetrical) (مثل)



(، وله  $x_s = y_s = 0$  ، وله الأحمال الحرجة التالية:

$$\begin{aligned} P_{CR(x)} &= \frac{p^2 EI_x}{L^2} \\ P_{CR(y)} &= \frac{p^2 EI_y}{L^2} \\ P_{CR(q)} &= \frac{A}{I_o} \left( GJ + \frac{p^2 E \Gamma}{L^2} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots 6.90$$

يحصل الانبعاج عند الحمل الأقل من هذه الأحمال الثلاثة ، مثلاً لو كان  $P_{CR(x)}$  هو الأقل فإن الانبعاج يحصل عند وصول قيمة الحمل المؤثر على العمود إلى هذه القيمة ويكون الانبعاج انبعاج انثناء حول المحور  $x$  . أما إذا كان  $P_{CR(q)}$  هو الأقل فإن الانبعاج سيكون انبعاج التواء حول المحور الطولاني  $z$  (أي ينفقل العمود)

### 6.1 مثال

عمود رفيع الجدران طوله 2m بسيط الاسناد له المقطع العرضي المبين في الشكل 6.22 . أحسب أقل قيمة ممكنة للحمل المحوري يمكنها احداث انبعاج واذكر نمط هذا الانبعاج. خذ  $E = 75000\text{N/mm}^2$  و  $G = 21000\text{N/mm}^2$

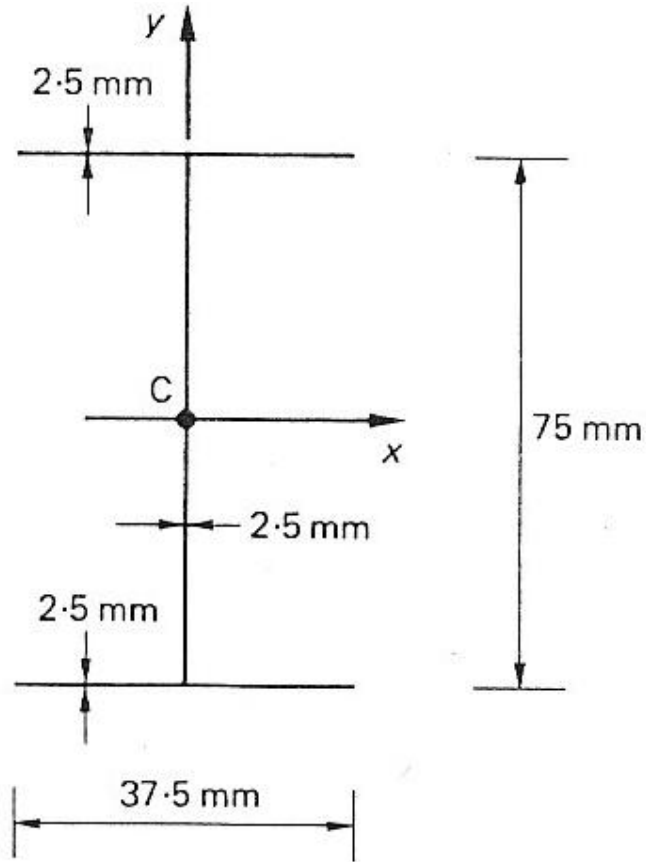


Fig. 6.22 Column section of Ex. 6.1

الشكل 6.22

الحل

بما أن المقطع العرضي ثنائي التماثل إذن  $x_s = y_s = 0$ ، الآن نحسب:

نحسب  $I_x$  و  $I_y$  بالطريقة المذكورة في ملحق كتاب ميكانيكا المواد (وهي نفس مثال ..... في الملحق المذكور)

$$A = 2.5(2 \times 37.5 + 75) = 375 \text{ mm}^2$$

$$I_x = 2 \times 37.5 \times 2.5 \times 37.5^2 + 2.5 \times 75^3 / 12 = 3.52 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 2 \times 2.5 \times 37.5^3 / 12 = 0.22 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_o = I_x + I_y + A(x_s^2 + y_s^2) = 3.52 \times 10^5 + 0.22 \times 10^5 = 3.74 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

وبالاستعانة بالجدول السابق (الجدول (Sun7.2))

$$J = \frac{2 \times 37.5 \times 2.5^3 + 75 \times 2.5^3}{3} = 781.3 \text{ mm}^4$$

$$\Gamma = \frac{2.5 \times 75^2 \times 37.5^3}{24} = 30.9 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

بتعويض هذه القيم في معادلات 6.90 نحصل على

$$P_{CR(x)} = \frac{p^2 \times 75000 N / mm^2 \times 3.52 \times 10^5 mm^4}{(2 \times 10^3 mm)^2} = 6.5 \times 10^4 N$$


$$P_{CR(y)} = \frac{p^2 \times 75000 N / mm^2 \times 0.22 \times 10^5 mm^4}{(2 \times 10^3 mm)^2} = 0.41 \times 10^4 N$$

$$P_{CR(q)} = \frac{A}{I_o} \left( GJ + \frac{p^2 E \Gamma}{L^2} \right)$$

$$= \frac{375}{3.74 \times 10^5} \left( 21000 \times 781.3 + \frac{p^2 \times 75000 \times 30.9 \times 10^6}{(1 \times 10^3)^2} \right)$$

$$= 2.22 \times 10^4 N$$

العمود إذن سوف ينبعج منثنياً حول المحور y عندما نعرضه لحمل مقداره  $0.41 \times 10^4 N$

**2 - الأعمدة ذات المقطع العرضي أحادي التماثل ، تماثل حول المحور x مثلاً ، (مثل )** ، حمل الانبعاج يساوي القيمة الأقل من القيم التالية

$$P_{CR(y)}$$

$$\frac{(P_{CR(x)} + P_{CR(q)}) I_o}{A} - \sqrt{\left( \frac{(P_{CR(x)} + P_{CR(q)}) I_o}{A} \right)^2 - \frac{4 P_{CR(x)} P_{CR(q)} I_o}{A} \left( \frac{I_o}{A} - x_s^2 \right)}$$

$$2 \left( \frac{I_o}{A} - x_s^2 \right)$$

إذا كانت القيمة الأقل هي الأولى ( $P_{CR(y)}$ ) فسينبعج العمود حول المحور y (انتشاء خالص) ، أما إذا كانت القيمة الأقل هي الثانية فسيكون الانبعاج التوائي انتشائي (انبعاج حول المحور الطولاني وحول المحور x في نفس الوقت )

## 6.2 مثال

عمود طوله 1m له المقطع العرضي المبين في الشكل 6.23 . إذا كانت الأطراف بسيطة الاسناد ، أحسب حمل الانبعاج ، حيث  $E = 70000 N/mm^2$  و  $G = 30000 N/mm^2$



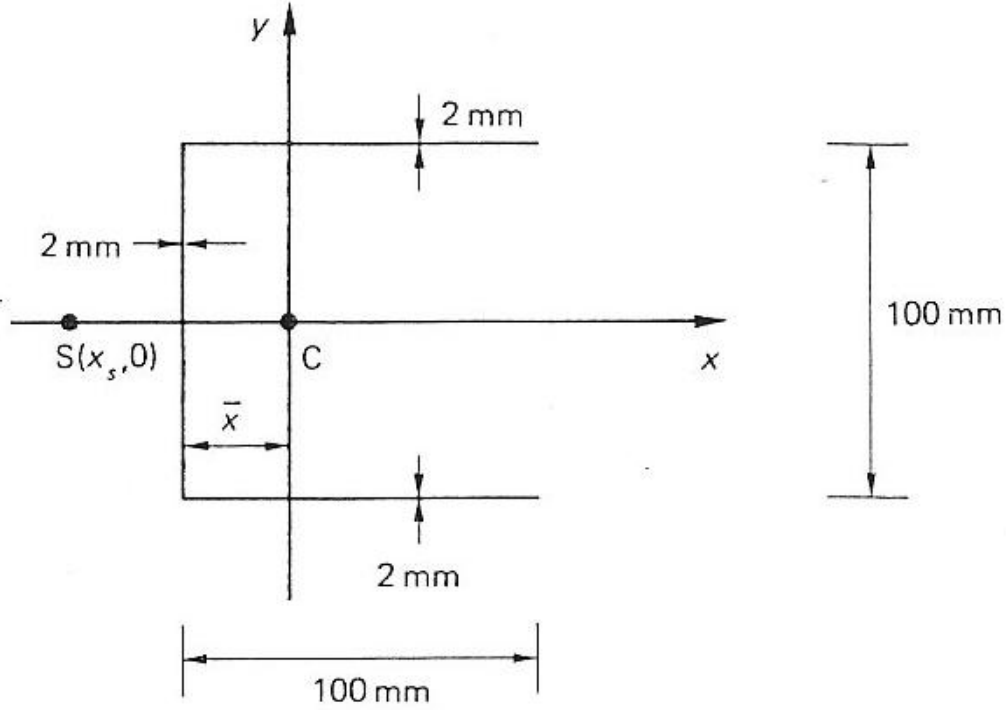


Fig. 6.23 Column section of Ex. 6.2

الشكل 6.23

الحل

نحسب موقع  $C$  ( $\bar{x}$ ) وقيم  $I_x$  و  $I_y$  بالطرق التي تعلمناها في ملحق كتاب ميكانيكا المواد (وهي نفس مثال ..... في الملحق المذكور)، ومنها نجد أن

$$A = 600 \text{ mm}^2$$

$$\bar{x} = 33.3 \text{ mm}$$

$$I_x = 1.17 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 0.67 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

وبالاستعانة بالجدول السابق (الجدول (Sun7.2))

$$e = \frac{3 \times 100^2 \times 2}{6 \times 100 \times 2 + 100 \times 2} = 42.86 \text{ mm}$$

$$x_s = -(\bar{x} + e) = -(33.3 + 42.86) = -76.2 \text{ mm}$$

$$J = \frac{2 \times 100 \times 2^3 + 100 \times 2^3}{3} = 800 \text{ mm}^4$$

$$\Gamma = \frac{2 \times 100^3 \times 100^2}{12} + \frac{3 \times 100 \times 2 + 2 \times 100 \times 2}{6 \times 100 \times 2 + 100 \times 2} = 1.19 \times 10^9 \text{ mm}^6$$

هذه هي قيمة  $\Gamma$  المحسوبة بالاستعانة بالجدول لكن الكتاب الأصلي أعطى قيمة أخرى ولم يبين طريقة الحل، ونحن سوف نعتمد القيمة التي حصلنا عليه وبالمناسبة نفس المثال موجود في كتاب sun وحصل على نفس قيمتنا لـ  $\Gamma$  )

الآن نحسب  $I_o$

$$I_o = I_x + I_y + A(x_s^2 + y_s^2) = 1.17 \times 10^6 + 0.67 \times 10^6 + 600 \times (76.2^2 + 0^2)$$

$$\Rightarrow I_o = 5.32 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$P_{CR(x)} = \frac{p^2 EI_x}{L^2} = \frac{p^2 \times 70000 \text{ N/mm}^2 \times 1.17 \times 10^6 \text{ mm}^4}{(1 \times 10^3 \text{ mm})^2} = 8.08 \times 10^5 \text{ N}$$

$$P_{CR(y)} = \frac{p^2 EI_y}{L^2} = \frac{p^2 \times 70000 \text{ N/mm}^2 \times 0.67 \times 10^6 \text{ mm}^4}{(1 \times 10^3 \text{ mm})^2} = 4.63 \times 10^5 \text{ N}$$

$$P_{CR(q)} = \frac{A}{I_o} \left( GJ + \frac{p^2 E \Gamma}{L^2} \right)$$

$$= \frac{600}{5.32 \times 10^6} \left( 30000 \times 800 + \frac{p^2 \times 70000 \times 1.19 \times 10^9}{(1 \times 10^3)^2} \right)$$

$$= 9.54 \times 10^4 \text{ N}$$

قلنا أن قيمة الحمل الحرج هي الأقل من القيم التالية

$$P_{CR(y)} = 4.63 \times 10^5 \text{ N}$$

$$\frac{(P_{CR(x)} + P_{CR(q)}) I_o}{A} - \sqrt{\left( \frac{(P_{CR(x)} + P_{CR(q)}) I_o}{A} \right)^2 - \frac{4 P_{CR(x)} P_{CR(q)} I_o}{A} \left( \frac{I_o}{A} - x_s^2 \right)}$$

$$= \frac{(8.08 \times 10^5 + 9.54 \times 10^4) \times 5.32 \times 10^6}{600} - \sqrt{\left( \frac{(8.08 \times 10^5 + 9.54 \times 10^4) \times 5.32 \times 10^6}{600} \right)^2 - \frac{4 \times 8.08 \times 10^5 \times 9.54 \times 10^4 \times 5.32 \times 10^6}{600} \left( \frac{5.32 \times 10^6}{600} - 76.2^2 \right)}$$

$$= \frac{2 \left( \frac{I_o}{A} - x_s^2 \right)}{2 \left( \frac{5.32 \times 10^6}{600} - 76.2^2 \right)}$$


$$= 0.88 \times 10^5 \text{ N}$$

إذن الانبعاج يحصل عند الحمل  $P = 0.88 \times 10^5 \text{ N}$  ويكون انتثائي التوائي. نلاحظ أيضاً أن

هذه القيمة أقل من القيم  $P_{CR(x)}$  و  $P_{CR(y)}$  و  $P_{CR(q)}$ . وهذا الانخفاض سببه التفاعل بين

نمطي الانبعاج الالتوائي والانتثائي.



3 - الأعمدة ذات المقطع العرضي الذي ليس له أي محور تماثل (مثل ) حمل الانبعاج يكون هو أصغر حل من حلول المعادلة التكميلية الناتجة من **determinant** التالية

$$\begin{vmatrix} 0 & P - P_{CR(x)} & -P x_s \\ P - P_{CR(y)} & 0 & P y_s \\ P y_s & -P x_s & I_o(P - P_{CR(q)})/A \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots 6.91$$

وعندها يكون الانبعاج انثنائي التوائي. لكن لا بد من التذكير أن المحاور x و y التي نحسب  $I_x, I_y, I_o, x_s, y_s$  بالنسبة لها هي المحاور المتوسطة الرئيسة

#### مسائل

6.20 عمود مسماري التوصيل طوله 1m له المقطع العرضي المبين في الشكل (P6.20) . إذا كان العمود مسند اسناد بسيط ؛ أحسب أقل حمل محوري يسبب الانبعاج في العمود، وحدد نمط الانبعاج ، حيث  $E = 70000N/mm^2$  و  $E = 25000N/mm^2$  (استعن بالجدول السابق (الجدول(Sun7.2)))  
الجواب: 5527N ، ينبعج العمود بالانثناء حول المحور العمودي y .

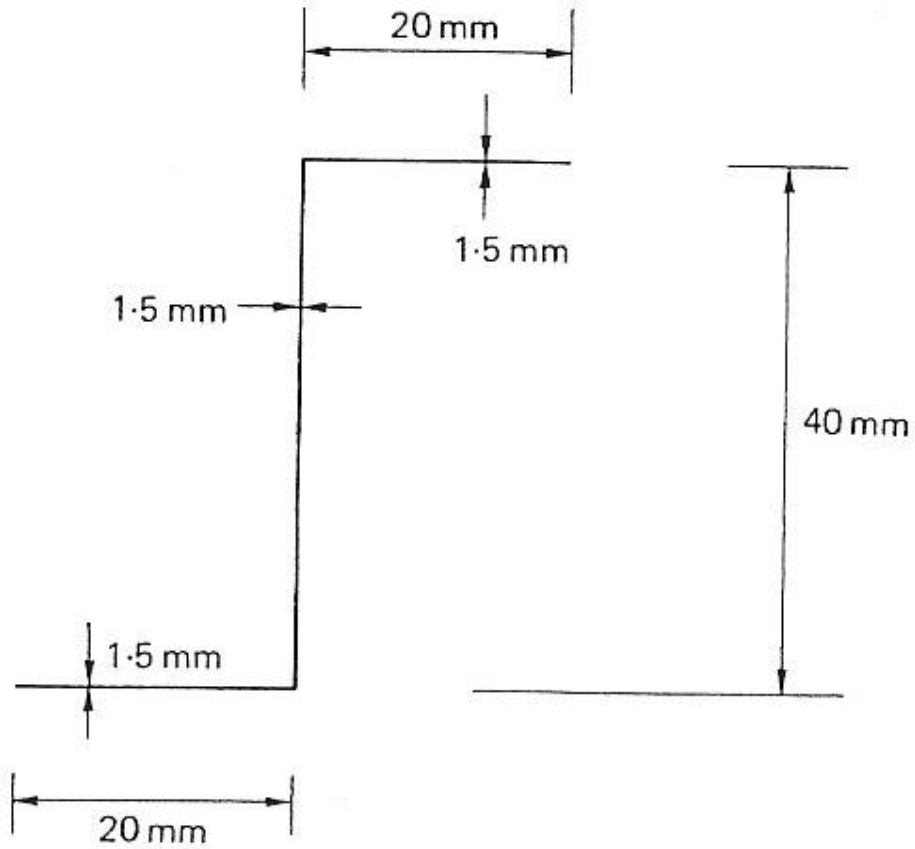



Fig. P.6.20

الشكل (P6.20)

6.21 (معدّل) عمود مسماري التوصيل طوله 3m له مقطع عرضي دائري مفتوح قطره 80mm ، وسمك الجدار 2mm ، حيث تم تحويله إلى مقطع مفتوح  بواسطة شقه طولياً . أطراف العمود بسيطة الاسناد . أحسب قيمة حمل الانبعاج وأذكر نمطه ، حيث  $E = 22000N/mm^2$  و  $E = 70000N/mm^2$  (استعن بالجدول السابق (الجدول ((Sun7.2))

قائمة مصطلحات الترجمة

Instability	لائثات
Structural instability	اللائثات البنوي
Yield stress	اجهاد المطاوعة

Longeron	ضلع طولاني
Stinger	مداد
Stiffener	عضو تقوية
Structure	بنية
Plate	شريحة
Panel	لوح
Flexural-Torsional failure	الانهيار الالتوائي
Euler	أويلر
Modulus of elasticity	معامل المرونة
Poisson`s ratio	نسبة بواسون
Moment of inertia	عزم القصور الذاتي
Radius of gyration	نصف قطر التدويم
Slenderness ratio	نسبة النحالة
Effective length	الطول الفعال
Elastic	مرن
inelastic	غير مرن
inelastic	غير مرن
edge	حافة
Critical stress	الاجهاد الحرج
Simply supported	بسيط الاسناد
Clamped	ملزم الاسناد
Free	حر
Buckling coefficient	معامل الانبعاج
Longitudinal Stiffener	عضو تقوية طولاني
Plasticity correction factor	معامل تصحيح اللدونة
Primary	رئيسي
Secondary	ثانوي
Local	موضعي
Flange	شفير
Web	نسيج

Stiffened panel	لوح مقوى
Skin	غلاف
Failure	انهيار
warping constant	ثابت الانفتال
torsion coefficient	معامل الالتواء
Rigidity coefficient	معامل الصلابة

بسم الله الرحمن الرحيم

7

مبادئ الانشاء مجهد الغشاء

## Principles Of Stressed Skin Construction

بهذه الوحدة نبدأ أول درس طيراني خالص والذي سندرس فيه البنى الموجودة في مجال هندسة الطيران . هذه البنى تتضمن الأغلفة والاطارات وأعضاء التقوية ، المصنوعة من مواد خفيفة وقوية ، وأكثر المواد المستعملة هي سبائك الألمنيوم .  
من باب التمهيد لتحليل الأجزاء البنيوية الرئيسية للطائرة المشروح في الوحدات التالية ؛ لا بد من مناقشة المبادئ العامة لصناعة الغلاف المعرض للاجهاد ، أي المواد والتحميل ووظيفة وصناعة الأجزاء البنيوية.

### 7.1 المواد المستخدمة في صناعة هياكل الطائرات

هناك عوامل كثيرة تؤثر على اختيار المادة المستخدمة لصناعة الطائرة . لكن أهم هذه العوامل هو القوة والخفة . هناك عوامل أخرى مهمة هي مقاومة التآكل ومقاومة تغيرات الحرارة وسهولة التصنيع وتوفير المواد والتكلفة .  
أهم المواد التي استخدمت في بناء الطائرات هي الخشب والفولاذ وسبائك الألمنيوم وحديثاً سبائك التيتانيوم والألياف المركبة المقواة (fiber reinforced composites) .  
الآن نتكلم عن تاريخ مواد صناعة الطائرات . الجيل الأول من الطائرات صنعت من الخشب وقماش القنب . خشب الصنوبر (spruce) والبتولا (birch) كانا أكثر أنواع الخشب المستخدم ولهما قيمة tensile strength (لعل الكاتب يقصد  $s_y$ ) في حالة الشد  $70N/mm^2$  و  $100N/mm^2$  على التوالي ، وكثافة مقدارها  $400Kg/m^3$  و  $630Kg/m^3$  ومعامل مرونة (E) مقداره  $9000N/mm^2$  و  $14250N/mm^2$  . بالرغم من أن نسب القوى على الوزن تقارب النسب الموجودة في سبائك الألمنيوم الحديثة، إلا أن للخشب بعض السيئات . منها التغير في شكلها وأبعادها الناتج من امتصاص الرطوبة أو التغيرات في الرطوبة الجوية ، أيضاً التباين في الصفات الناتج من التغير في اتجاه الألياف الخشبية ، وهو الذي يعطي تغير في معامل المرونة E بنسبة 1:150 حسب اتجاه الحمل

بالنسبة لاتجاه الألياف ، أيضاً يسبب تغير في معامل القص ونسبة بوازون بنسب 20:1 و 40:1 على التوالي .

تقدم صناعة الخشب الرقائقي والأصماغ أعطى تطور في قوة العوارض الرئيسية والأغلفة الخشبية ، وساعد على الغاء أو تقليل تأثير الصفات باتجاه الألياف الخشبية . في الحرب العالمية الأولى كان القضاء على الثروة الخشبية وصعوبة الشحن للخشب أهم أسباب التفكير في الاستغناء عن استعمال الخشب في صناعة الطائرات في المستقبل. في الحرب العالمية الثانية استمر استعمال الخشب في صناعة أجزاء الطائرات لكن بدأ استبداله بالمعادن ، وصنعت بعض الطائرات المعدنية الخالصة.

في الوقت الحالي تم الاستغناء عن الخشب في صناعة الأجزاء البنيوية للطائرات، بسبب الاحمال العالية والتراكيب المعقدة لأجزاء الطائرات الحديثة، أيضاً اتجاه الألياف الخشبية يسبب مشاكل للمصممين، اضافة إلى أن الطائرات الخشبية تحتاج إلى عناية أكثر من المعدنية ، وعامل الرطوبة والنمل الأبيض أعطى مشاكل اضافية.

أول طائرة معدنية خالصة صنعت عام 1915 من الفولاذ والحديد . الفولاذ له حسنة منها قيمة معامل المرونة العالية وقيمة اجهاد المطاوعة أو الانهيار العالية. لكن يقابل هذه الحسنة سيئة الكثافة العالية حيث تساوي ثلاث أضعاف كثافة سبائك الفولاذ وعشر أضعاف كثافة الخشب الرقائقي. التصاميم في الثلاثينات حاولت استخدام الفولاذ بأرفع صورة ممكنة ، ومن أجل الحصول على مقاومة للانبعاج كانت الصفائح الفولاذية تصنع بأشكال غريبة مثل المبينة في الشكل 7.1 .

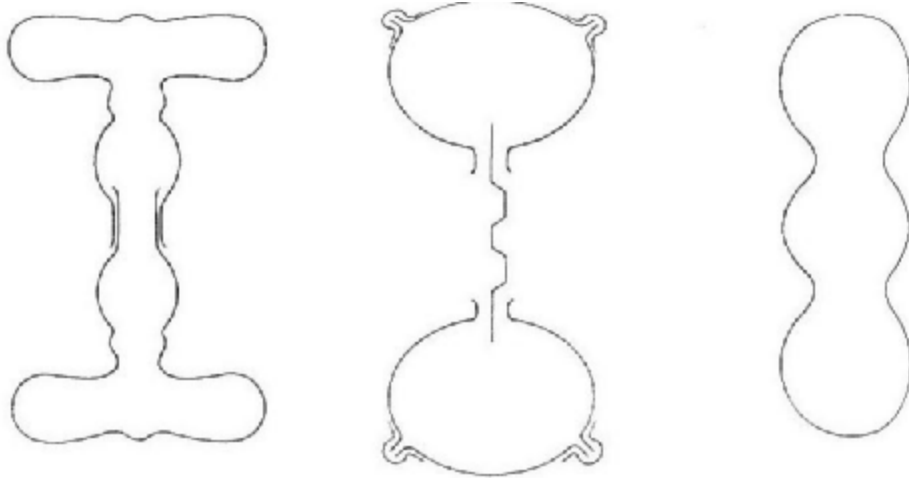


Fig. 7.1 Typical spar sections fabricated from thin steel sheet

الشكل 7.1



أما الألمنيوم الخاص فهو خفيف لكن ليس قوي. إلا أنه في سنة 1909 اكتشف عالم ألماني بالصدفة أن إضافة 3.5% من النحاس و 0.5% من المغنيسيوم والسليكون والحديد إلى الألمنيوم المذاب والتبريد من درجة حرارة  $480^{\circ}C$  يكسب الألمنيوم قوة إضافية (أي يحل مشكلة قلة قوة الألمنيوم دون التأثير على حسنة قلة وزنه) . كان هذا الاكتشاف بداية اكتشافات سبائك الألمنيوم ؛ والتي تم استخدامها في الطائرات لاحقاً .

للمواد الثلاث التي تكلمنا عنها (الخشب والفولاذ والألمنيوم ) فقط الخشب لم يعد له دور رئيسي في صناعة هياكل الطائرات. معظم الطائرات الحديثة تعتمد بصورة كبيرة على سبائك الألمنيوم المعدلة عالية القوة. أما الفولاذ فيستخدم في الأجزاء التي تحتاج قوة عالية. مواد أخرى مثل التيتانيوم الذي بدأ استخدامه سنة 1950 يزداد استخدامه في صناعة أجزاء الطائرات.

(معلومات إضافية عن هذه المواد ومواد أخرى موجودة في الكتاب الأصلي)

## 7.2 الأحمال على الأجزاء البنوية

بنية الطائرة يجب أن تتحمل صنفين من الأحمال : الصنف الأول هو الأحمال الأرضية ؛ وهي تعني جميع الأحمال على الطائرة خلال تحركها على الأرض مثل السير والاقلاع والهبوط . الصنف الثاني هو الأحمال الهوائية وهي الأحمال على الطائرة خلال طيرانها مثل المناورة والمطبات الهوائية. أيضاً هناك أحمال أخرى تعتمد على وظيفة الطائرة؛ فالطائرات المحمولة على حاملة الطائرات معرضة لحمل منجنيق الاقلاع وحمل مكابح الهبوط . أيضاً معظم الطائرات المدنية الكبيرة وجميع الطائرات العسكرية لها حجلات مضغوطة للطيران على ارتفاع عالي وهذا يسبب اجهادات أخرى. وهناك حمل خاص بالطائرات التي ترسو على الماء وآخر للطائرات التي تطير على ارتفاعات منخفضة .

هذان الصنفان من الأحمال يمكن تقسيمهما أيضاً إلى قوى سطحية ؛ أي تؤثر على سطح البنية مثل القوة الهوائية، وقوى جسمية أي تؤثر على حجم البنية مثل القوة الناتجة من الجاذبية الأرضية. الحسابات الخاصة بالقوى الهوائية لن نأخذها هنا فهي مشروحة في كتب الايروديناميات (Aerodynamics) ، لكن سوف نتكلم عن الأحمال الناتجة عنها على الأجزاء البنوية المختلفة.

جميع القوى الهوائية تنتج من الضغط الموزع على سطح الغلاف الناتج عند الطيران المستقر أو المناورة أو المطبات الهوائية. وهذا يسبب قوى مباشرة وانتشاء وقص والتواء على جميع الأجزاء البنوية في الطائرة ، بالإضافة إلى الأحمال الموضعية الناتجة من الضغط على الغلاف .

الطائرة العادية تتكون من جسم الطائرة (Fuselage) والأجنحة والذيل. جسم الطائرة يضم الطاقم والأجهزة، وأيضاً الركاب والحمولة والسلاح والوقود وهذا حسب نوع الطائرة. الأجنحة توفر قوة الرفع أما الذيل فهو المساهم الرئيسي في التحكم الاتجاهي. بالإضافة إلى ذلك الجنيحان (ailerons) والرافعين (elevators) والدفة (rudder) تمكن الطيار من المناورة بالطائرة والمحافظة على استقرارها، بينما تقوم زوائد الجناح (wing flaps) بتوفير الزيادة الضرورية لقوة الرفع اللازمة في الاقلاع والهبوط. الشكل 7.3 يوضح محصلة القوى الايرودينامية المؤثرة على الطائرة في حالة الطيران المستقر. (القيم الفعلية لهذه الأحمال لعدد من ظروف المناورة موجودة في وحدة 12 من الكتاب الأصلي)

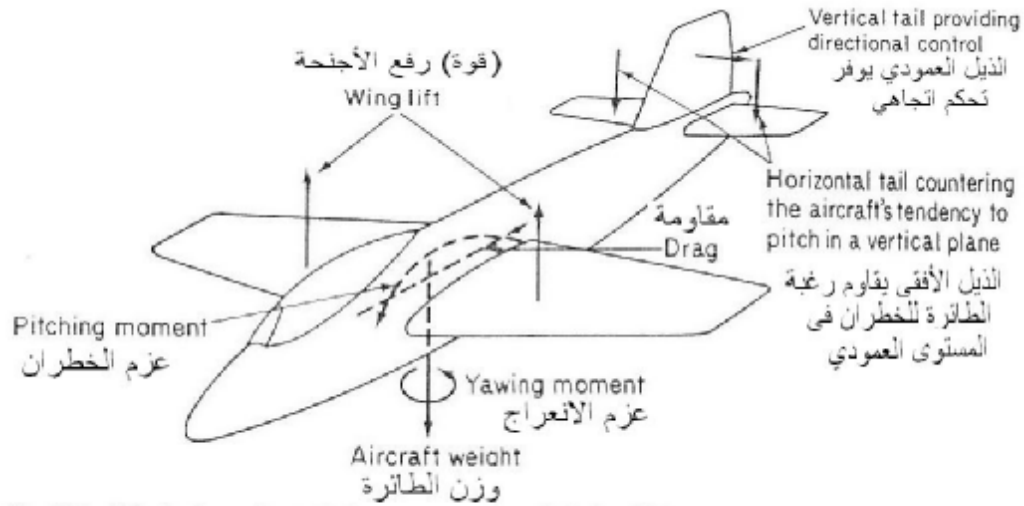


Fig. 7.3 Principal aerodynamic forces on an aircraft during flight  
الشكل 7.3 القوى الايرودينامية الرئيسية على الطائرة خلال الطيران

### الشكل 7.3

القوة على السطح الايرودينامي (الجناح والذيل) تنتج من الفرق في توزيع الضغط الناتج من احديداب وزاوية ميل السطح الايرودينامي. توزيع الضغط هذا (مثل المبين في الشكل 7.4a) له محصلة عمودية (رفع) ومحصلة أفقية (مقاومة) تؤثران عند مركز الضغط C.P (centre of pressure). موقع الـ C.P يتغير مع تغير توزيع الضغط الناتج من تغير السرعة وزاوية ميل السطح الايرودينامي. لكن هناك نقطة على المقطع العرضي للجناح يكون حولها العزم الناتج من قوى الرفع والمقاومة ثابت ؛ لذا نستبدل قوى الرفع والمقاومة المؤثرة عند C.P بقوى الرفع والمقاومة المؤثرة عند المركز الايرودينامي (Aerodynamic A.C centre) زائد عزم ثابت  $M_o$  كما هو في الشكل 7.4b.

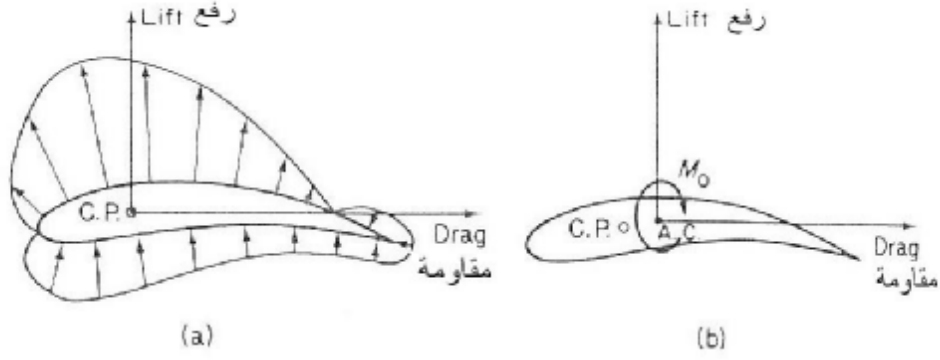


Fig. 7.4 (a) Pressure distribution round aerofoil; (b) Transference of lift and drag loads to the aerodynamic centre  
 الشكل 7.4 (a) توزيع الضغط حول المقطع الايرودينامي (b) تحويل الرفع والمقاومة إلى المركز الايرودينامي

#### الشكل 7.4

هذا الذي تكلمنا عنه للتو هو توزيع الضغط في الاتجاه الوترى (على طول المقطع العرضي للجناح (أو الذيل) كما في الشكل السابق) ؛ لكن هناك توزيع ضغط آخر مهم وهو التوزيع بالاتجاه الباعي (أي مثل الذي في الشكل 7.5) .

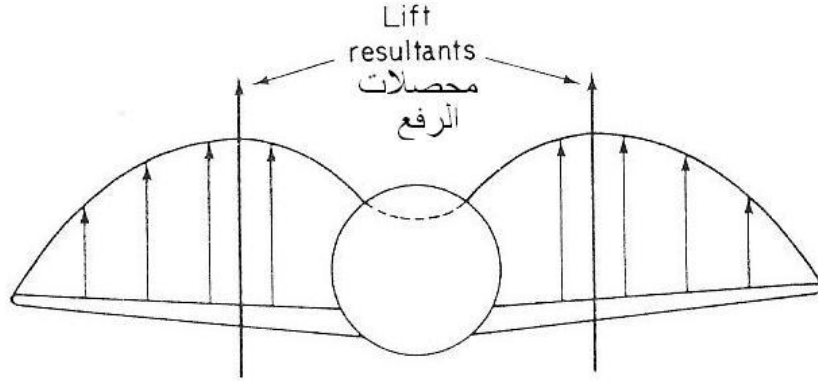


Fig. 7.5 Typical lift distribution for a wing/fuselage combination  
 الشكل 7.5 توزيع ضغط نموذجي لـ (جسم الطائرة-الجناح)

#### الشكل 7.5

رأينا أيضاً أن الأجنحة والذيل وجسم الطائرة كل منها معرض لأحمال انثناء وقص والتواء ويجب أن تُصمم لتحمل المجموع الحرج لهذه الأحمال . لاحظ أن المناورة والمطب الهوائي لا تنتج أحمال مختلفة عن التي أخذناها ، لكن تنتج تغير في موقع القوى المبينة في الشكل 7.3 . بالإضافة إلى هذه الأحمال الأساسية قد يكون هناك أحمال أخرى مثلاً وجود

أسلحة أو خزانات وقود إضافية على الجناح مما يسبب قوى إيرودينامية وجسمية وتزيد القصر والانتشاء والالتواء.

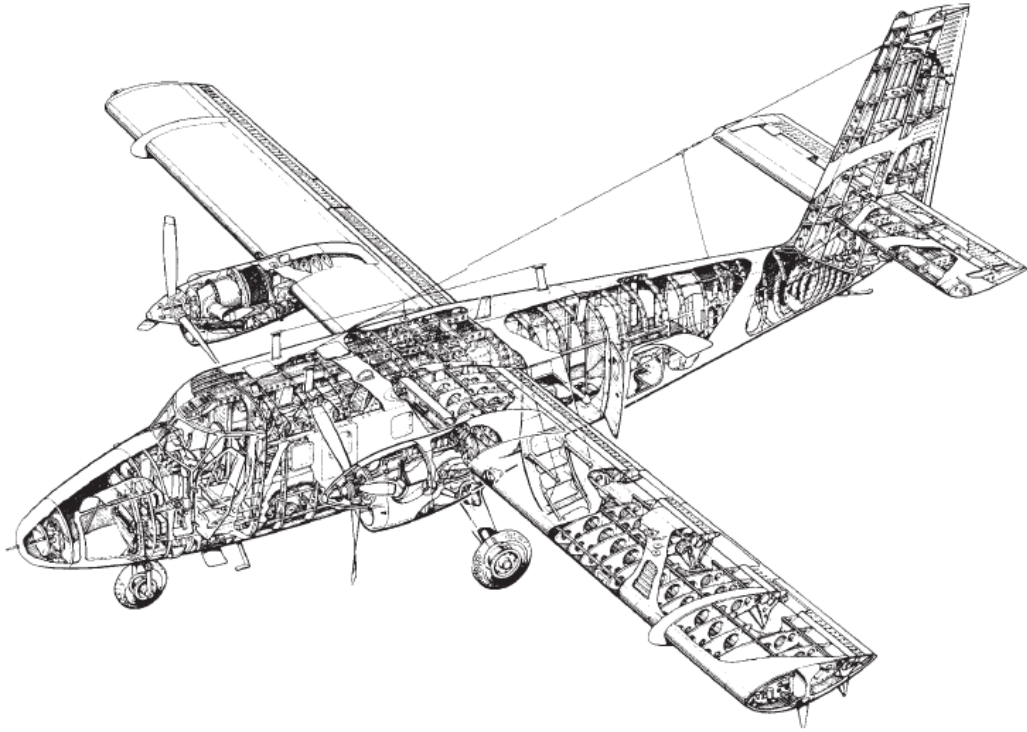
الأحمال الأرضية التي تواجهها الطائرة عند الإقلاع والهبوط عبارة عن أحمال مركزة صادة . عادةً تكون العجلات مثبتة بالأجنحة مع عجل إضافي أمامي أو خلفي مثبت بجسم الطائرة. من الواضح أن هذه العجلات يجب أن تكون في الموقع الذي يسبب أقل أحمال ممكنة على الأجنحة وفي نفس الوقت في الموقع المناسب لحصول الاستقرار أثناء السير والمناورة على الأرض ( راجع الكتاب الأصلي لبعض التفاصيل) .  
هناك أحمال أخرى مثل أثر دفع المحرك على الأجنحة وجسم الطائرة.

### 7.3 وظيفة الأجزاء البنيوية

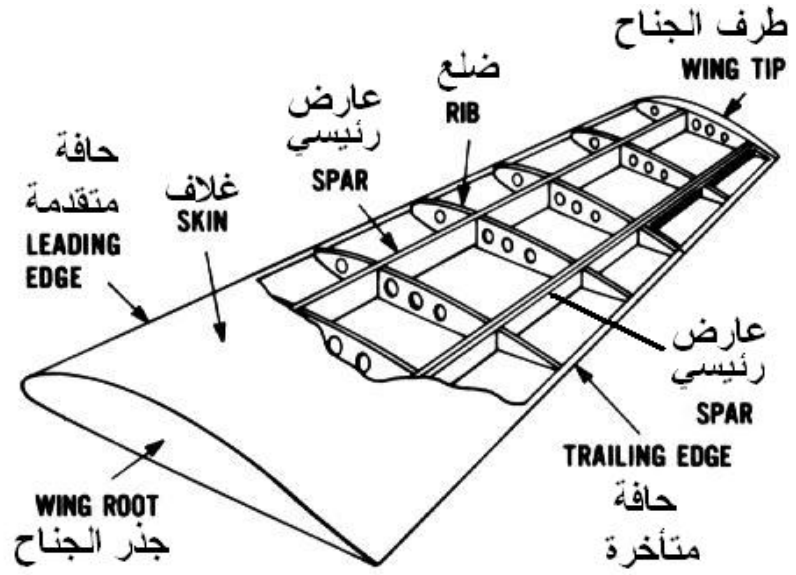
الوظيفة الرئيسية لبنية الطائرة هي تمرير واسناد الأحمال المؤثرة، وتوفير الشكل الايرودينامي ، وتوفير الحماية للركاب والأجهزة والحمولة من العوامل البيئية خلال الطيران. هذه الوظائف في معظم الطائرات تعني بنية قشرية رقيقة حيث يكون السطح الخارجي ( الغلاف ) عادةً مقوى بأعضاء تقوية طولانية واطارات مستعرضة لجعل الغلاف قادر على اسناد أحمال الانتشاء والانضغاط والالتواء دون حصول انبعاج . أمثال هذه البنى تسمى Semi-monocoque (شبه أحادي القشرة) ، بينما تسمى القشرة الرقيقة التي تعتمد على نفسها فقط في اسناد الأحمال بالاسم monocoque (أحادي القشرة).

أولاً يجب أن نتحدث عن أجزاء الجناح - والتي وبالرغم من تشابه وظيفتها - إلا أنها تتنوع كثيراً في تعقيد بنيتها (قارن الشكل 7.7 بالشكل 7.8). الشكل 7.7 هو جناح لطائرة ركاب صغيرة ، ويتكون ببساطة من عارضين رئيسيين (two spars) وأضلاع (ribs) ومدادات (جمع مداد) (stringers) وغلاف (skin) ، بينما جناح الطائرة العسكرية في شكل 7.8 يتكون من عدد كبير من العوارض الرئيسية والأضلاع والغلاف . لكن بغض النظر عن تعقيد البنية الداخلية فإن الأجزاء المختلفة تؤدي نفس الوظائف. شكل المقطع العرضي للجناح محكوم بالاعتبارات الإيرودينامية ، وطبعاً لا بد أن يحافظ على شكله عند التعرض للأحمال ، وهذه إحدى وظائف الأضلاع. كما تعمل الأضلاع مع الغلاف على مقاومة أحمال الضغط الايرودينامي الموزع وتوزع الأحمال المركزة (مثل أحمال العجلات والخزانات لبعض أنواع الأجنحة) ، وتعيد توزيع الاجهادات الموجودة حول الفتحات في غلاف الجناح (مثل فتحات العجلات في الغلاف ) وتوزعها على الغلاف . الأضلاع تزيد قيمة الاجهادات الحرجة لانبعاج الأعمدة لأعضاء التقوية الطولية بواسطة توفير دعائم تقلل الطول الفعال للأعمدة؛ وبنفس الطريقة تزيد قيمة الاجهاد الحرج لانبعاج الشريحي في ألواح الغلاف. أبعاد الأضلاع

محكومة بموقعها بالنسبة للاتجاه الباعي للجناح ، ومحكومة أيضاً بالأحمال التي يجب أن تسندها. للأقسام الخارجية للجناح (أطراف الجناح (wing tips) ) التي يكون فيها المقطع العرضي صغير نسبياً والأحمال صغيرة تكون الوظيفة الرئيسية للأضلاع هي اعطاء شكل ثابت للمقطع الايرودينامي للجناح . بنية خفيفة مناسبة لتحقيق هذا الهدف بينما عند المقاطع الأقرب من جذر الجناح (wing root) - حيث من المفترض أن تقوم الأضلاع بامتصاص وتوزيع أحمال عالية ومركزة مثل حمل العجلات وحمل دفع المحرك وحمل رد فعل اتصال الجناح بجسم الطائرة - فلا بد أن تكون البنية أقوى. أيضاً بين هذين الطرفين هناك أضلاع تتحمل رد فعل مفاصل الجنيحات وسطوح التحكم الأخرى ، بالإضافة إلى أحمال كثيرة داخلية تنتج من وزن الوقود وبعض المعدات .



الشكل 7.7



شكل اضافي



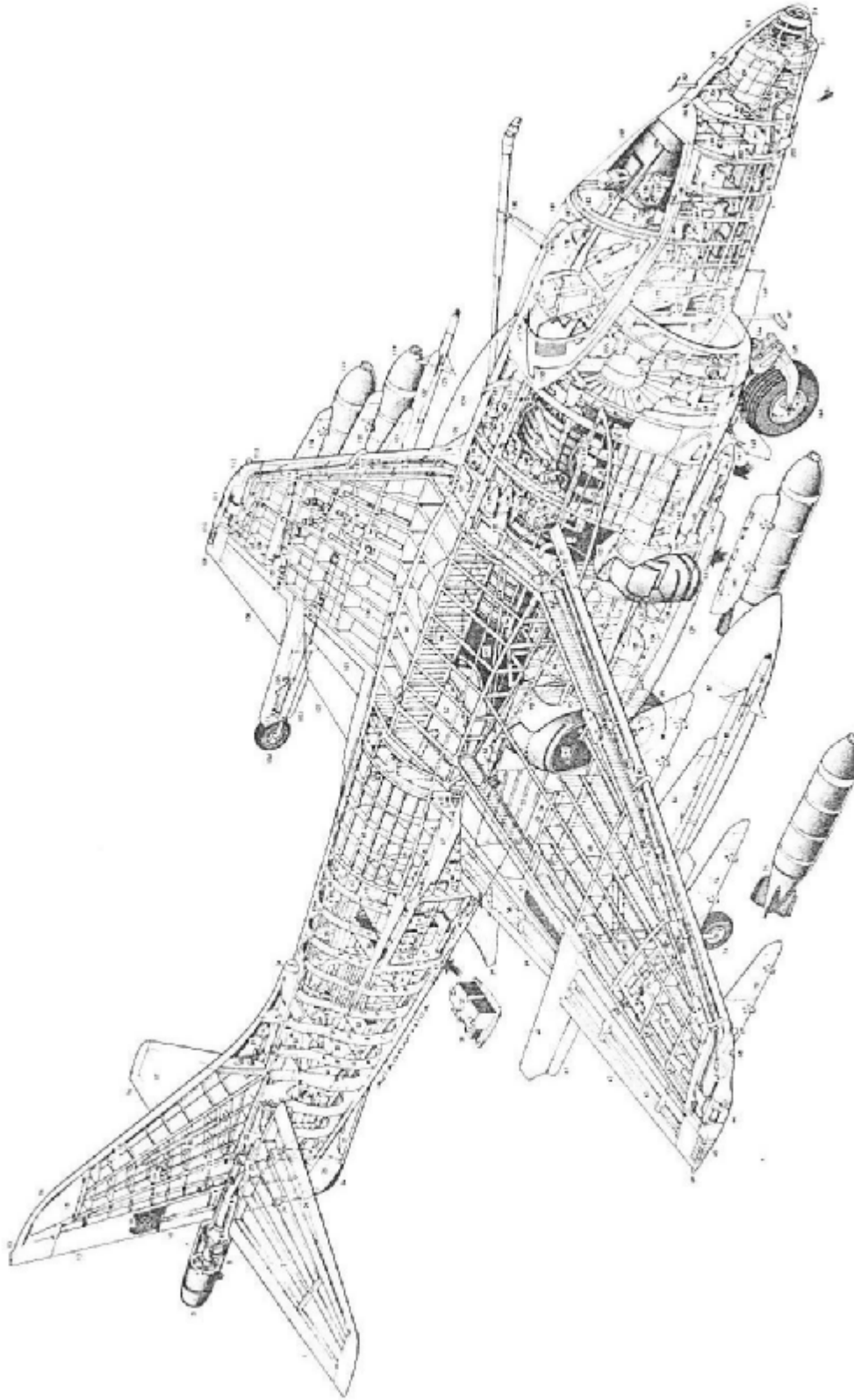


Fig. 7.8 Harrier (courtesy of Pilot Press Ltd.)

الشكل 7.8

الهدف الرئيسي لغلاف الجناح هو تشكيل سطح كتيمة يسند الضغط الايرودينامي الموزع والذي بسببه تحصل القدرة على الرفع. هذه القوى الايرودينامية تنتقل بدورها إلى الأضلاع والمدادات بواسطة الغلاف . مقاومة أحمال القص والالتواء تحصل بفضل الغلاف وأنسجة العوارض الرئيسية بينما اسناد حمل الانتشاء يحصل بفضل الغلاف والمدادات. بالرغم من أن الغلاف الرقيق قادر على تحمل اجهادات القص والشد إلا أنه ينبغي تحت أحمال انضغاط منخفضة نسبياً. بدلاً من زيادة سمك الغلاف والمعانة من سيئة زيادة الوزن الناتج ؛ نقوم بوصل المدادات بالغلاف والقواطع ، مما يقسم الغلاف إلى ألواح صغيرة ويزيد قيم اجهادات الانبعاج والانهيار. لكن أيضاً هذه المدادات معرضة للانبعاج. المدادات تعتمد على وصلات الأضلاع لمنع انبعاج العمود في هذا الاتجاه. لاحظنا سابقاً الدور المشترك بين المدادات والغلاف في مقاومة الحمل المحوري وحمل الانتشاء.

دور أنسجة العوارض الرئيسية في تكوين اجهادات قص لمقاومة حمل القص والالتواء تم الإشارة إليه سابقاً؛ لكنها تقوم أيضاً بدور ثانوي لكن مؤثر - بالاشتراك مع الغلاف - في احداث ثبات لشفائر العوارض الرئيسية مما يسمح له بتحمل اجهادات انضاط عالية من أحمال محورية أو انثنائية. بدورها تقوم أنسجة العوارض الرئيسة باحداث ثبات للغلاف بطريقة تشبه دور المدادات .

بالرغم من أن معظم الكلام السابق كان عن الأجنحة، إلا أنه ينطبق أيضاً - كما هو واضح في الشكلين 7.7 و 7.8 - على جميع السطوح الايرودينامية ( الأجنحة والذبول العمودية والأفقية)، إلا طبعاً في حالات حمل العجلات ودفع المحرك و هكذا.

جسم الطائرة - المختلف في شكله عن الجناح - يحتوي على أعضاء تؤدي وظائف مشابهة للأعضاء المقابلة في الجناح. لكن هناك اختلافات في نوع الأحمال المؤثرة . الأحمال الايرودينامية على غلاف جسم الطائرة صغيرة نسبياً ؛ من جهة أخرى جسم الطائرة يتحمل أحمال مركزة كبيرة مثل رد فعل الأجنحة والذيل والعجلات والحمولة. أيضاً الطائرات المصممة للطيران على ارتفاعات عالية يجب أن تتحمل الضغط الداخلي. شكل المقطع العرضي لجسم الطائرة يتحدد تبعاً لوظيفته في الطائرة. على سبيل المثال الشكل الأمثل للمقطع العرضي لجسم الطائرة المضغوط داخلياً هو الشكل الدائري أو المكون من قطع دائرية . بغض النظر عن الشكل بنية جسم الطائرة هي بشكل أساسي خلية أحادية أنبوبية رقيقة الجدران وهي الغلاف، و اطارات (frames) مستعرضة و مدادات ؛ الاطارات المستعرضة التي تمتد على كامل مقطع جسم الطائرة تسمى فواصل انشائية مستعرضة (bulkheads). ثلاث أنواع مختلفة من أجسام الطائرات مبينة في الأشكال 7.7 و 7.8 و 7.9 . في الشكل 7.7 جسم الطائرة غير مضغوط داخلياً لذا في منطقة حمل الركاب يتم استخدام شكل مقطع



قريب من المستطيل لزيادة الحيز. جسم الطائرة في الشكل 7.8 يحتوي المحرك وخزانات الوقود وغيره وبالتالي يكاد يكون شكل مقطعه العرضي محدد مسبقاً. جسم طائرة نقل الركاب الموضح في الشكل 7.9 مضغوط داخلياً وبالتالي يستخدم الشكل الدائري للمقطع العرضي.

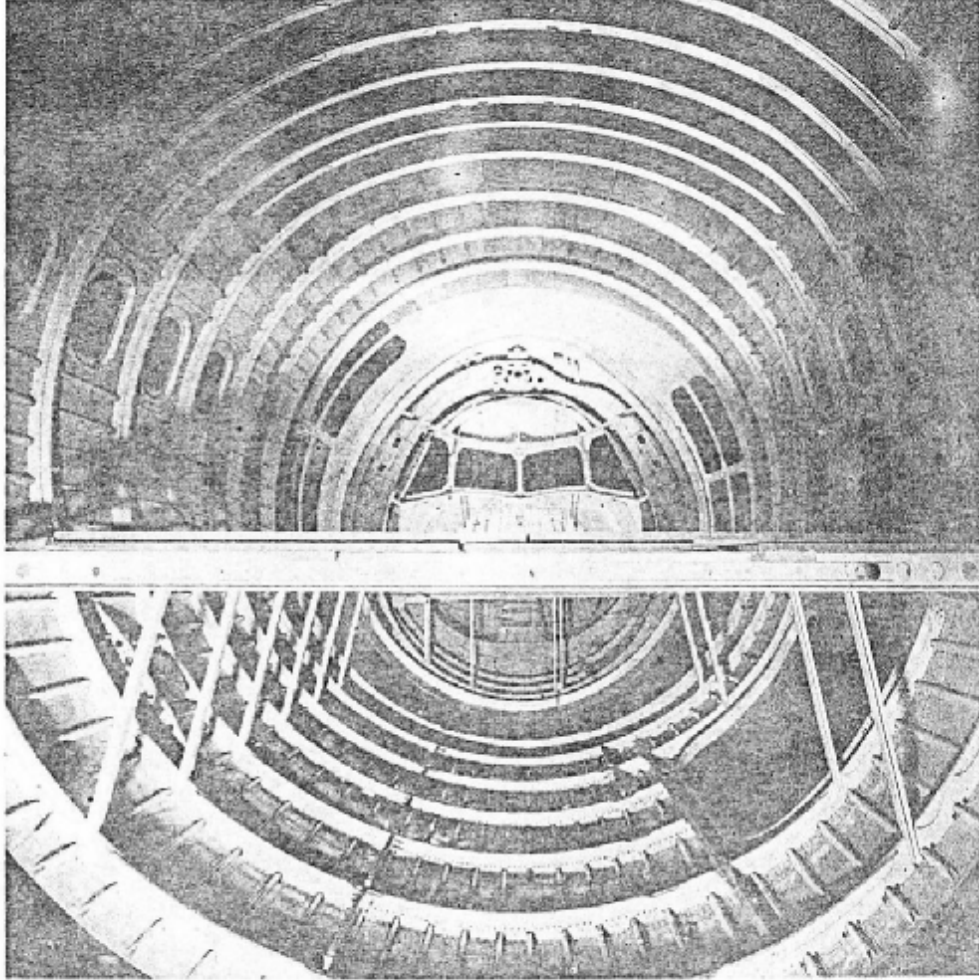


Fig. 7.9 British Aerospace 146 (courtesy of British Aerospace)

الشكل 7.9

#### 7.4 صناعة الأجزاء البنيوية

اختراع الطائرة المصنوعة بشكل كامل من المعدن أنتجت طرق صناعة ما زالت تستخدم حتى اليوم. لكن تطور أداء المحركات والتقدم في الايروديناميكا أدى إلى قوى رفع أعلى وسرعات أعلى وبالتالي أحمال أجنحة أعلى لذا كان لا بد من تطوير طرق صناعة الطائرات، خصوصاً في صناعة الأجنحة. زيادة حمل الجناح من  $350N/m^2$  في الطائرة المصنوعة سنة 1917-1918 إلى  $4800N/m^2$  في الطائرات الحديثة، بالإضافة إلى

انخفاض نسبة وزن البنية للوزن الكلي من 30-40% إلى 22-25% ، أعطى بعض الاشارات إلى التطوير في تصميم البنية والمواد.

من أجل بناء الطائرة لا بد من تقسيمها إلى عدد من الأقسام . وكل منها يصنع بآلة خاصة في المصنع أو في عدة مصانع ، ثم يتم تزويد محلات القطع بها . مثال نموذجي على هذا التقسيم لطائرة مدنية متوسطة الحجم مبين في الشكل 7.10 . كل قسم يعتمد على أقسام فرعية مثل العوارض الرئيسية والأضلاع والاطارات ، وهذه تزود بها محلات القطع مع كل قسم من الأقسام سألفة الذكر .

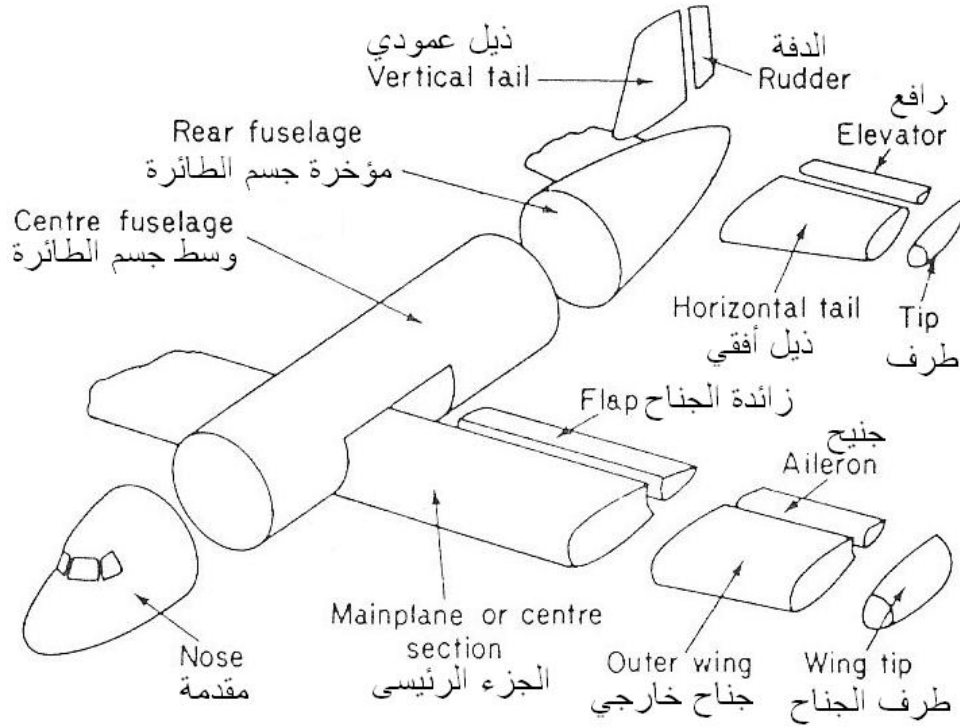


Fig. 7.10 Typical sub-assembly breakdown

الشكل 7.10 أقسام نموذجية للطائرة

الشكل 7.10

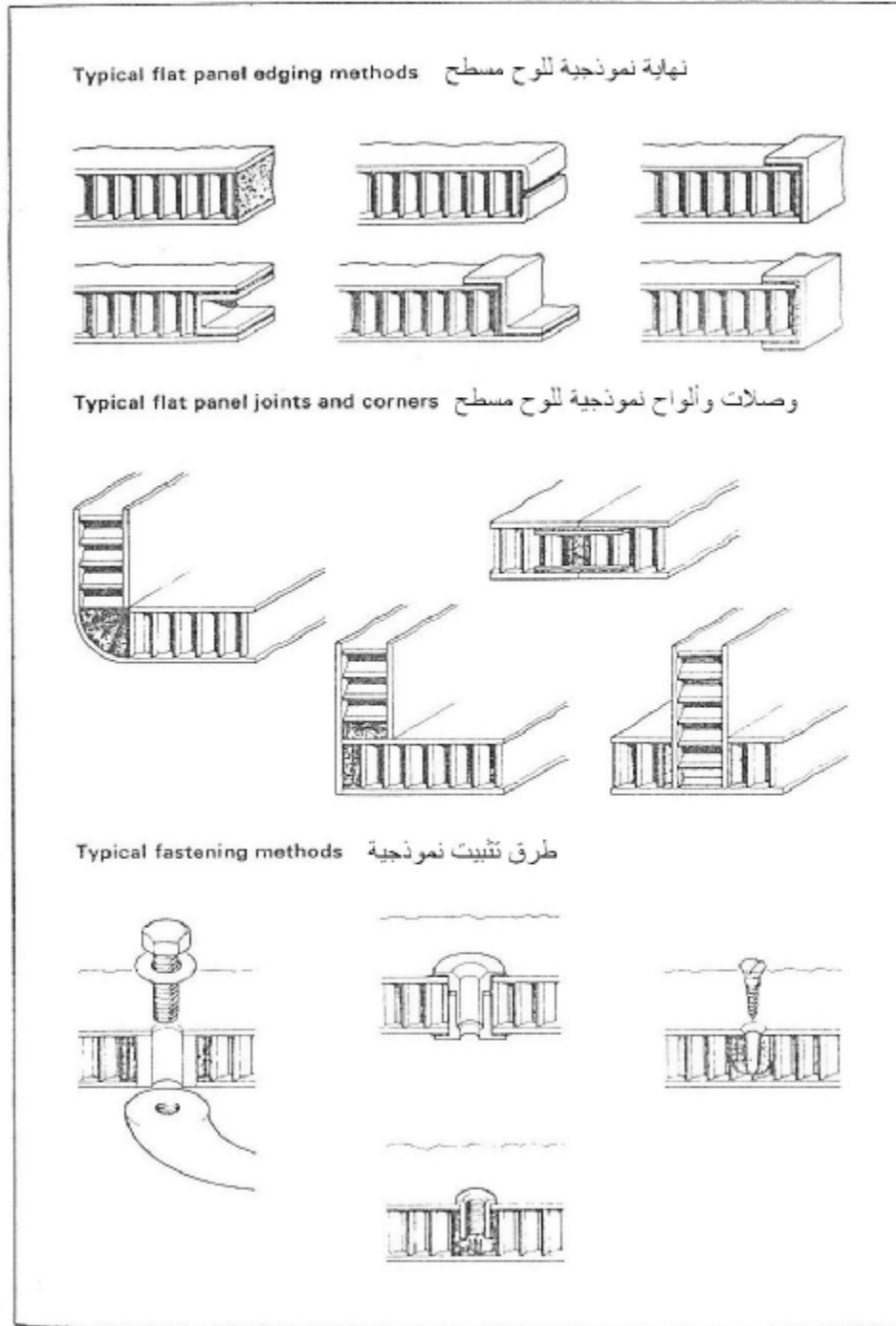
بالرغم من أن الجناح (والذيل) يتكون عموماً من العوارض الرئيسية والأضلاع والمدادات، إلا أن طرق صناعتها وتركيبها (تجميعها) تختلف. الجناح في الشكل 7.7 يعتمد على طرق تصنيع تم استخدامها للعديد من السنوات. لهذه الطريقة من البناء تتكون العارضة الرئيسية من شفير (flange) ونسيج (web) من سبيكة ألومنيوم ، بحيث يصنع الشفير بواسطة بئقه أو تشكيله آلياً ثم يوصل مع النسيج بواسطة البرايشيم (rivet) أو المسامير الملولبة (bolts) . الأضلاع تصنع بثلاثة أجزاء من صفيحة معدنية بواسطة مكابس ضخمة وقوالب مطاطية ولهذه الأضلاع شفائر (flanges) عند حوافها من أجل برشمتها مع الغلاف ونسيج

العارضة الرئيسية؛ ويوجد فتحات (cut-outs) على حافة الحواف تسمح بمرور المدادات (Stringers) الباعية . يوجد فتحات (holes) داخل الأضلاع في المناطق قليلة الاجهاد لتقليل الوزن وتمرير التمديدات الكهربائية والوقود وتمديدات التحكم.

أخيراً يتم وصل الجناح مع جسم الطائرة بواسطة اطارات مقواة موجودة في جسم الطائرة ، عادة يتم الوصل بواسطة المسامير الملولبة (bolts) . في بعض الطائرات تكون العوارض الرئيسية ممتدة خلال جسم الطائرة وهذا يعتمد على الحيز المتاح. الأبواب المغطية للعجلات والأسلحة في الطائرة غير قادرة على تحمل اجهادات الجناح ، لذا لا بد من أخذ الاحتياطات اللازمة لنقل هذه الأحمال من الغلاف والشفائر والأنسجة إلى حول الفتحة . وهذا يمكن الحصول عليه بواسطة وضع فواصل انشائية مستعرضة (bulkheads) قوية أو زيادة مساحة شفير العارضة الرئيسية ، وهذا كله يزيد الوزن والتكلفة.

المتطلبات البنوية المختلفة للطائرة التابعة لمهام الطائرة المختلفة تعطي تنوع كبير في أبنية الأجنحة. مثلاً الطائرات عالية السرعة تحتاج إلى أجنحة وقيقة نسبياً قادرة على تحمل أحمال عالية. لذا فمن أجل تحمل الضغط السطحي العالي الناتج ومن أجل الحصول على قوة كافية لا بد من استعمال أغلفة أسمك. عندها عادةً ألواح الجناح والمدادات تكون مصنوعة كقطعة واحدة (مدمجة) ونفس الكلام عن الأضلاع.

طريقة بناء أخرى هي الألواح الساندويشية والتي تحتوي على أمثال خلايا النحل أو التجاعيد المعدنية بين الغلافين الخارجين (الشكل 7.12)



الشكل 7.12 الألواح الساندوتشية Fig. 7.12 Sandwich panels (courtesy of Ciba-Geigy Plastics)

الشكل 7.12

المبادئ العامة المستخدمة في بناء الجناح مطبقة أيضاً في صناعة جسم الطائرة ( باستثناء أن الجزء الداخلي من جسم الطائرة مفرغ بطبيعة الحال) . الأشكال 7.7 و 7.8 و 7.9 توضح أن الطرق الرئيسية للبناء هي نفسها للطائرات مختلفة المهام. عموماً اطرادات

(frames) جسم الطائرة التي تتحمل أحمال مركزة عالية (من الأرض أو الأجنحة أو الذيل) تكون أثقل من الاطارات ذات الحمل الخفيف كما أنها تحتاج إلى تقوية واحتياطات لتوزيع الأحمال عليها وعلى الغلاف.

بعض وضع الاطارات في مكانها في جسم الطائرة وتميرير المدادات من خلال الفتحات (cut-outs) ، يتم تبشيم أشفار الاطارات مع المدادات. قبل تبشيم الغلاف مع الاطارات والمدادات نقوم بتثبيت الاطارات الاضافية مثل اطارات الأبواب والشبابيك بواسطة البراشيم أو المسامير الملولبة. يتم تقوية جسم الطائرة في هذه المنطقة (منطقة الأبواب والشبابيك) بواسطة مدادات اضافية وأجزاء من اطارات وتتم زيادة سمك الغلاف من أجل مقاومة اجهادات القص والاجهادات المباشرة العالية في هذه المناطق.

بعد اكمال صناعة كل قسم من أقسام الطائرة يتم تجميعها معاً . أقسام جسم الطائرة يتم وصلها بمسامير ملولبة عادةً من خلال الأشفار (flanges) المتطرفة، بينما الأجنحة والذيل يتم وصلها بنقاط محددة من اطارات جسم الطائرة . العوارض الرئيسية للجناح في الطائرات المدنية ذات الجناح السفلي تمر عادةً خلال جسم الطائرة مما يسهل تصميم الجناح وطريقة تثبيته مع جسم الطائرة. بينما في الطائرات الحربية الأصغر فإن المحرك عادةً يمنع هذا مما يحتم وصل العوارض الرئيسية لكل جناح مع الاطارات وهذا يعني أن الاطارات والمدادات والغلاف عند منطقة الاتصال تحتاج إلى تقوية اضافية.

#### قائمة ترجمة المصطلحات

Stressed skin construction	انشاء مجهد الغشاء
Alloy	سبيكة
Structural components	الأعضاء البنوية
Aerodynamics	الايروديناميات
Fuselage	جسم الطائرة
Wing	جناح
Tail	ذيل
Aileron	جنيح
Elevator	رافع
Rudder	الدفة
wing flaps	زوائد الجناح

Lift	رفع
Drag	مقاومة ايرودينامية
Camber	احدياب
Center of pressure	مركز الضغط
Aerodynamic center	مركز ايرودينامي
Chordwise	اتجاه وتري
Spanwise	اتجاه باعي
Pitch	خطران
Yaw	انعراج
Airfoil	مقطع ايرودينامي
Semi-monocoque	شبه أحادي القشرة
Spar	عارضة رئيسية
Rib	ضلع
Stringer	مداد
Skin	غلاف
Web	نسيج
Flange	شفير
Rivet	برشام
Bolt	مسمار ملولب
Bulkheads	فواصل انشائية مستعرضة
Frame	اطار
Leading edge	حافة متقدمة
rear edge	حافة متأخرة
wing tip	طرف الجناح
wing root	جذر الجناح



## Bending, Shear & Torsion Of Open & Closed, Thin-Walled Beams

في وحدة 7 درسنا الأجزاء البنيوية المختلفة الموجودة في بناء الطائرات ودرسنا الأحمال المنوعة التي تسندها. رأينا أن الطائرة هي أساساً نظام من بنى الأغلفة المقواة ، ابتداءً من الخلية الواحدة المغلقة مثل جسم الطائرة إلى الأجنحة والذبول متعددة الخلايا، وكل منها معرض لانثناء وقص والتواء وحمل محوري. وهناك بنى أخرى أصغر مثل الأعمدة رقيقة الجدران التي تستخدم لتقوية الأغلفة الرقيقة للجزء الخلوي وتقدم اسناداً للأحمال الداخلية من الأرضية والمحركات وهكذا. الأعضاء النيبوية مثل هذه تسمى عوارض مفتوحة المقطع *open section beams* ، بينما الأجزاء الخلوية تسمى عوارض مغلقة المقطع *closed section beams* ؛ ومن الواضح أن كل نوع من هذين النوعين من العوارض معرض لأحمال محورية وانثناء وقص والتواء.

في هذه الوحدة سوف ندرس الاجهادات في العوارض مفتوحة المقطع والعوارض مغلقة المقطع أحادية الخلية - الناتجة من أحمال الانثناء والقص والالتواء ، أيضاً سوف ندرس الأثر على التحليل عندما نمودح مثالي لهذه المقاطع عند تقويتها بمدادات.

### 8.1 انثناء العوارض مفتوحة ومغلقة المقطع

سوف نرى أن قيمة الاجهاد على عند نقطة على المقطع العرضي لعارضة ما معرضة لانثناء تعتمد على موضع النقطة وعلى الحمل المؤثر والخواص الهندسية (geometric properties) للمقطع العرضي (أي مثل  $I_{xx}$  و  $I_{yy}$  و  $I_{xy}$ ). أي أن لا فرق أساسي هنا بين المقطع المفتوح والمغلق.

سوف نفرض أن المواد التي نتعامل معها متجانسة وأن الاجهادات ضمن نطاق المرونة. لكن يجب أولاً أن نحدد عُرف الاشارات للعزوم والقوى ، وأن نعرف أثر اختيار مقطع في الاتجاهات الموجبة لهذه الحدود وأن نناقش ايجاد مركبات عزم الانثناء المؤثر في اي مستوى طولاني.

## عرف الاشارات والرموز

القوى والعزوم بالنسبة إلى نظام محاور عشوائي Oxyz حيث Oz موازي للمحور الطولاني للعارضة و Oxy هي المحاور في مستوى المقطع العرضي. سوف نستخدم الرموز  $w$   $T$   $P$   $S$   $M$  لعزم الانثناء وقوة القص والحمل المحوري المباشر وعزم الالتواء وكثافة الحمل الموزع على التوالي مع لوائح مناسبة لتحديد الحس (sense) أو الاتجاه. لذا  $M_x$  هو عزم الانثناء حول المحور  $x$ ،  $S_x$  هي قوة القص باتجاه  $x$ ، وهكذا. الشكل 8.1 يبين الاتجاه والحس الموجب للأحمال والعزوم السابقة المؤثرة خارجياً على عارضة وأيضاً الاتجاه الموجب لمركبات الازاحات  $w$   $v$   $u$ . طريقة أخرى لتعريف الاشارة الموجبة للعزوم  $M_x$  و  $M_y$  هي أنهما موجبتان عندما تحدثان شد في الربع  $xy$  الموجب من المقطع العرضي للعارضة.

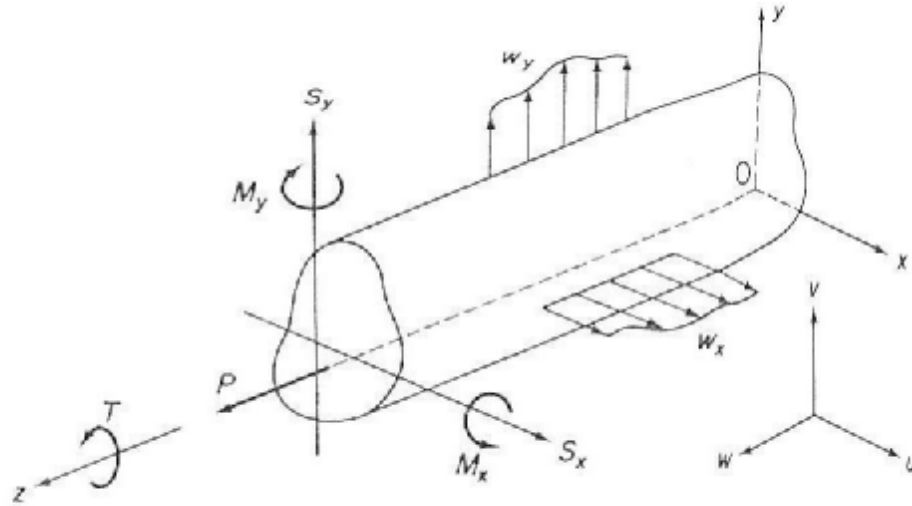


Fig. 8.1 Notation and sign convention for forces, moments and displacements

الشكل 8.1

إذا تكلمنا عن القوى والعزوم الداخلية فالاتجاهات الموجبة هي المبينة في الشكل 8.2



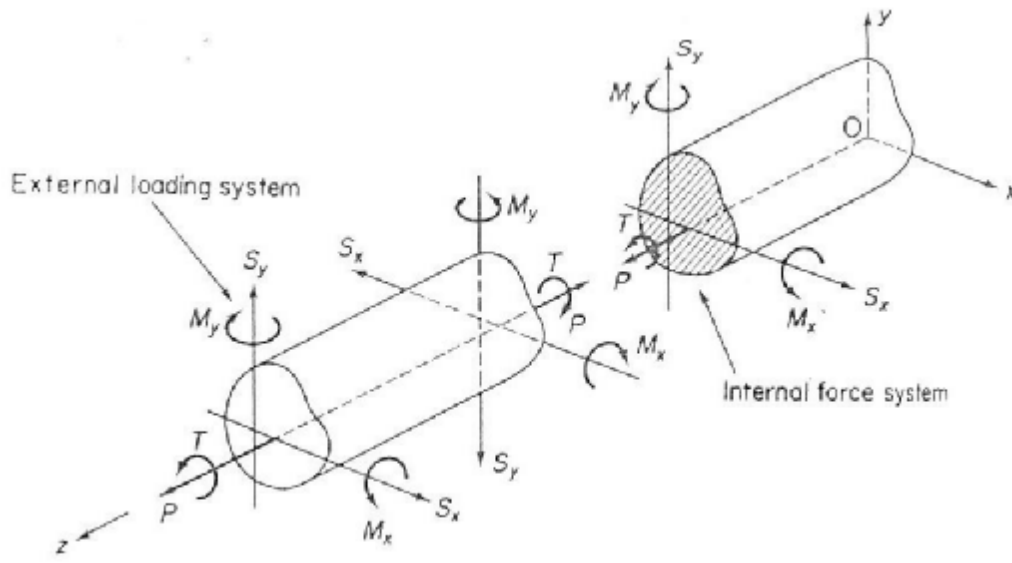


Fig. 8.2 Internal force system

الشكل 8.2

### تحليل عزم الانثناء إلى مركباته

عزم الانثناء  $M$  الذي يؤثر في أي مستوى طولاني موازي للمحور  $z$  يمكن تحليله إلى مركبتين  $M_x$  و  $M_y$  بطرق المتجهات المعروفة. مثلاً بالرجوع إلى الشكل 8.3 نرى أن العزم  $M$  الذي هو في المستوى الذي يصنع الزاوية  $q$  مع  $Ox$  يمكن تحليله إلى المركبات

$$M_x = M \sin q$$

$$M_y = M \cos q$$

فعندما  $q < p/2$  و  $M_x$  و  $M_y$  موجبتين (الشكل 8.3a) وعندما  $q > p/2$  موجبة و  $M_y$  سالبة (الشكل 8.3b)

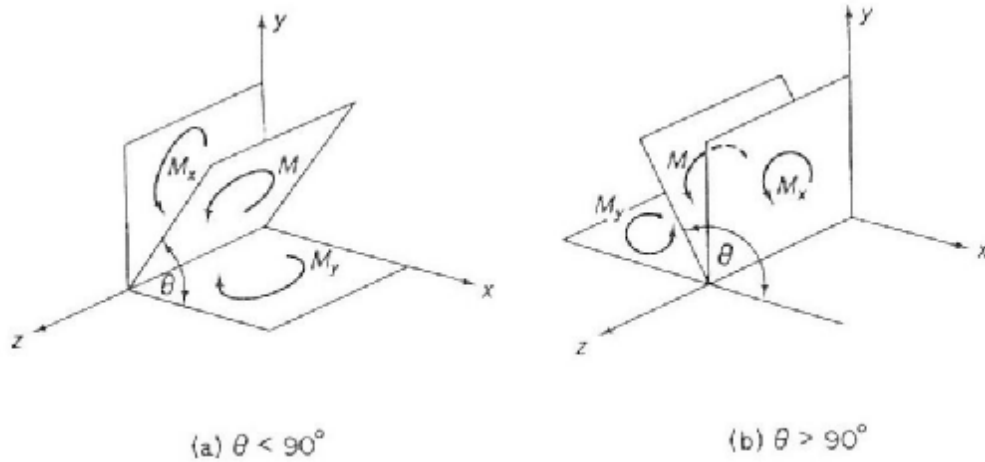


Fig. 8.3 Resolution of bending moments

الشكل 8.3

## توزيع الاجهاد المباشر الناتج من الانثناء

لنأخذ العارضة ذات المقطع العرضي العشوائي المبين في شكل 8.4a . العارضة تسند عزوم الانثناء  $M_x$  و  $M_y$  وتنتهي حول محور في مقطعها العرضي وبالتالي هو المحور الذي يكون عنده الاجهاد يساوي صفر أي محور التعادل (N.A) (Neutral axis). لنفرض أن مركز المحاور يتطابق مع المركز المتوسط C للمقطع العرضي وأن محور التعادل على مسافة p من C . يمكن اثبات أنه في حالة الانثناء الخالص التي نتحدث عنها يكون محور التعادل مار بالمركز المتوسط (كما في الشكل 8.4b)

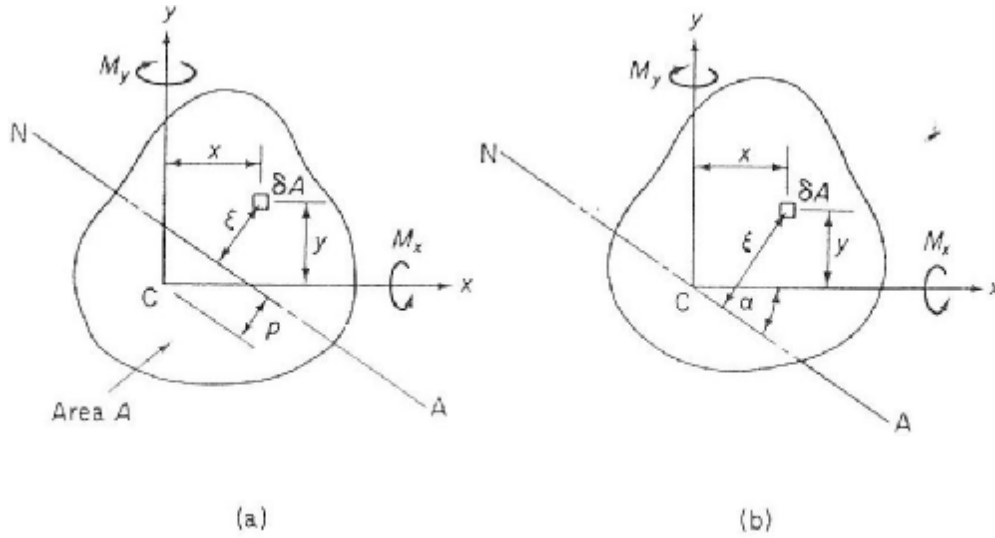


Fig. 8.4 Determination of neutral axis position and direct stress due to bending

الشكل 8.4

الاجهاد المباشر  $S_z$  يعطى بالعلاقة

$$S_z = \left( \frac{M_y I_{xx} - M_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) x + \left( \frac{M_x I_{yy} - M_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) y \dots \dots \dots 8.6$$

وإن أعدنا ترتيب الحدود للمعادلة السابقة نحصل على

$$S_z = M_x \left( \frac{I_{yy} y - I_{xy} x}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) + M_y \left( \frac{I_{xx} x - I_{xy} y}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \dots \dots \dots 8.7$$

حيث  $I_{xx}$   $I_{yy}$   $I_{xy}$  هي العزوم الثانية للمساحة حول المحاور Cx و Cy أي

$$I_{xx} = \int_A y^2 dA \quad I_{yy} = \int_A x^2 dA \quad I_{xy} = \int_A xy dA$$

للحالة التي يكون فيها المقطع العرضي للعمود له إحدى (أو كلا) المحورين Cx و Cy محور تماثل يكون  $I_{xy}$  يساوي صفر وتكون المحاور Cxy محاور متوسطة رئيسة (principal centroidal axes)

إذن لهذه الحالة (التماثل) تصبح معادلة 8.7

$$s_z = \frac{M_x}{I_{xx}} y + \frac{M_y}{I_{yy}} x \dots\dots\dots 8.8$$

أيضاً عندما تكون  $M_x$  أو  $M_y$  تساوي صفر نحصل على

$$s_z = \frac{M_x}{I_{xx}} y \quad \text{أو} \quad s_z = \frac{M_y}{I_{yy}} x \dots\dots\dots 8.9$$

المعادلة 8.9 هي التي أخذناها في كتاب ميكانيكا المواد (حيث اشترطنا أن يكون هناك تماثل) حيث كانت  $s_z = 0$  عند محور التعادل وهذا الحاصل هنا أيضاً.

هناك دائماً للمقطع العرضي العشوائي محاور متوسطة يكون عندها  $I_{xy} = 0$ . وهذه

المحاور عندها تسمى محاور رئيسة، والاجهاد المباشر يعطى بالعلاقة 8.8. لذا معرفة المحاور الرئيسية يسهل الحسابات. لكن هذا غير مفيد إلا إذا كانت هذه المحاور سهلة التحديد بالتوقع، لأن تحديد موقع هذه المحاور وحساب الخصائص للمقطع عند هذه المحاور يحتاج الكثير من الوقت، لذا استخدام معادلة 8.6 و 8.7 لمحاور متوسطة مقبولة أفضل.

### مثال 8.1

عارضة لها المقطع العرضي المبين في الشكل 8.5 معرضة لعزم انثناء 1500Nm في المستوى العمودي. أحسب أقصى قيمة للاجهاد المباشر الناتج من الانثناء وحدد موقع هذا الاجهاد

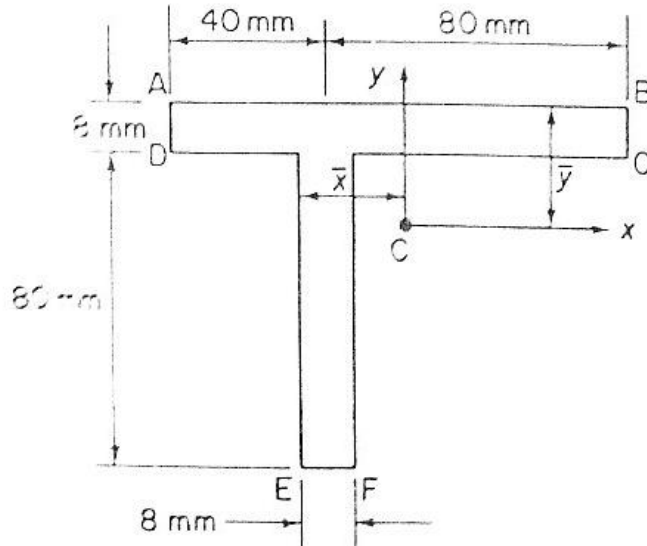


Fig. 8.5 Cross-section of beam in Ex. 8.1

الشكل 8.5

## الحل

ملاحظة أول هذا المثال محلول بالتفصيل في ملحق كتاب ميكانيكا المواد

نحدد موقع المركز المتوسط بالنسبة لنقطة مناسبة

$$\bar{y} = \frac{120 \times 8 \times 4 + 80 \times 8 \times 48}{120 \times 8 + 80 \times 8} = 21.6 \text{ mm}$$

$$x = \frac{80 \times 8 \times 4 + 120 \times 8 \times 24}{120 \times 8 + 80 \times 8} = 16 \text{ mm}$$

الآن نحسب خصائص المقطع بالنسبة للمحور Cxy أي

$$I_{xx} = \frac{120 \times 8^3}{12} + 120 \times 8 \times 17.6^2 + \frac{8 \times 80^3}{12} + 80 \times 8 \times 26.4^2$$

$$= 1.09 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{8 \times 120^3}{12} + 120 \times 8 \times 8^2 + \frac{80 \times 8^3}{12} + 80 \times 8 \times 12^2$$

$$= 1.31 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{xy} = 120 \times 8 \times 8 \times 17.6 + 80 \times 8 \times (-12) \times (-26.4)$$

$$= 0.34 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

بما أن  $M_x = 1500 \text{ Nm}$  و  $M_y = 0$  من معادلة 8.7 نحصل على

$$s_z = 1.5y - 0.39x$$

حيث الوحدات هي N و mm ، ببساطة من هذه المعادلة نعرف أن موقع  $s_z$  القصوى يكون

عند النقطة F أي  $x = -8 \text{ mm}$  و  $y = -66.4 \text{ mm}$  ، لذا

$$s_{z, \max} = -96 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{انضغاط})$$

في بعض الحالات تحديد نقطة الاجهاد الاقصى ليس بديهي لذا لا بد من التجريب لعدة نقاط.

### التقريب للمقاطع ذات الجدران الرقيقة

بامكاننا الاستفادة من حقيقة أن معظم الاجزاء البنوية في الطائرة مكونة من جدران

رقيقة. حيث نفرض أن السمك t للمقطع ذو الجدار الرقيق صغير بالمقارنة بالأبعاد الأخرى

للمقطع العرضي وعليه نفرض أن نفرض أن الاجهاد ثابت خلال السمك . أيضاً نهمل حدود t

ذات الأس التربيعي فما فوق في حساب خواص المقطع أي  $(I_{xx} \ I_{yy} \ I_{xy})$  ، حيث نمثل

المقطع بالخط المار في منتصف المقطع . لتوضيح الطريقة لنأخذ المقطع المبين في الشكل

8.9a . وهو مقطع أحادي التماثل حول المحور x ، لذا  $I_{xy} = 0$  ،  $I_{xx}$  هي

$$I_{xx} = 2 \left[ \frac{(b+t/2)t^3}{12} + \left( b + \frac{t}{2} \right) t h^2 \right] + t \frac{[2(h-t/2)]^3}{12}$$

وبفك الحد التكعيبي نحصل على

$$I_{xx} = 2 \left[ \frac{(b+t/2)t^3}{12} + \left( b + \frac{t}{2} \right) t h^2 \right] + \frac{t}{12} \left[ 2^3 \left( h^3 - 3h^2 \frac{t}{2} + 3h \frac{t^2}{4} - \frac{t^3}{8} \right) \right]$$

والتي تصبح عند اهمال حدود t ذات الأس التريبعي فما فوق

$$I_{xx} = 2bth^2 + \frac{t(2h)^3}{12}$$

و  $I_{yy}$  تحسب بطريقة مشابهة.

لذا من أجل حساب خصائص المقطع بإمكاننا اعتبار أن المقطع عبارة عن خط كما في

الشكل 8.9b

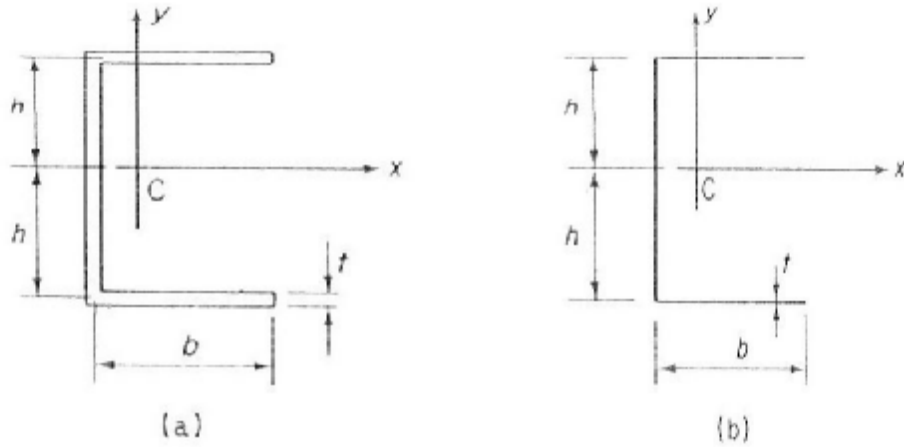


Fig. 8.9 (a) Actual thin-walled channel section; (b) Approximate representation of section

الشكل 8.9

### مثال 8.3

حدد توزيع الاجهاد المباشر في المقطع المبين في الشكل 8.12 الناتج من عزم موجب  $M_x$

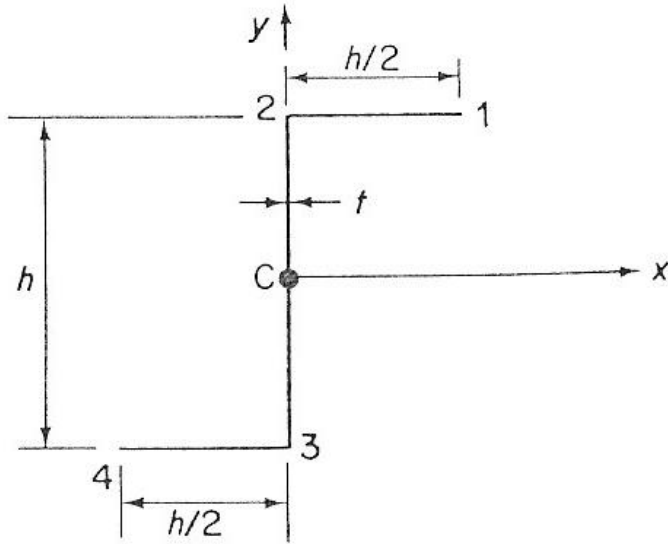


Fig. 8.12 Z-section beam of Ex. 8.3

الشكل 8.12

الحل

موقع المركز المتوسط نحدد بديهياً أنه في منتصف المقطع (كما في الشكل) . وبما أن  $M_y = 0$  نحصل من معادلة 8.7 على

$$s_z = \frac{M_x (I_{yy}y - I_{xy}x)}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2} \dots\dots\dots(i)$$

وخواص المقطع تحسب بـ

$$I_{xx} = 2 \frac{ht}{2} \left( \frac{h}{2} \right)^2 + \frac{th^3}{12} = \frac{h^3 t}{3}$$

$$I_{yy} = 2 \frac{t}{3} \left( \frac{h}{2} \right)^3 = \frac{h^3 t}{12}$$

$$I_{xy} = \frac{ht}{2} \left( \frac{h}{4} \right) \left( \frac{h}{2} \right) + \frac{ht}{2} \left( -\frac{h}{4} \right) \left( -\frac{h}{2} \right) = \frac{h^3 t}{8}$$

بالتعويض في معادلة (i) نحصل على

$$s_z = \frac{M_x}{h^3 t} (6.86y - 10.3x)$$

في الشفير الأعلى حيث  $y = h/2$  و  $0 \leq x \leq h/2$  يكون توزيع الاجهاد المباشر كالتالي

$$s_z = \frac{M_x}{h^3 t} (3.43h - 10.3x)$$

وهو خطي، أيضاً

$$s_{z,1} = -\frac{1.72 M_x}{h^3 t} \quad (\text{انضغاط})$$

$$s_{z,2} = \frac{3.43 M_x}{h^3 t} \quad (\text{شد})$$

في النسيج  $-h/2 \leq y \leq h/2$  و  $x=0$  ، يكون التوزيع أيضاً خطي ونحصل عليه بالمعادلة

$$s_z = \frac{M_x}{h^3 t} 6.86 y$$

$$s_{z,2} = \frac{3.43 M_x}{h^3 t} \quad (\text{شد})$$

$$s_{z,1} = -\frac{3.43 M_x}{h^3 t} \quad (\text{انضغاط})$$

التوزيع في الشفير السفلي يمكن التنبأ به منطقياً بالاعتماد على التوزيع في الشفير العلوي، أو نحسبه . التوزيعات للاجهاد مبينة في الشكل 8.13

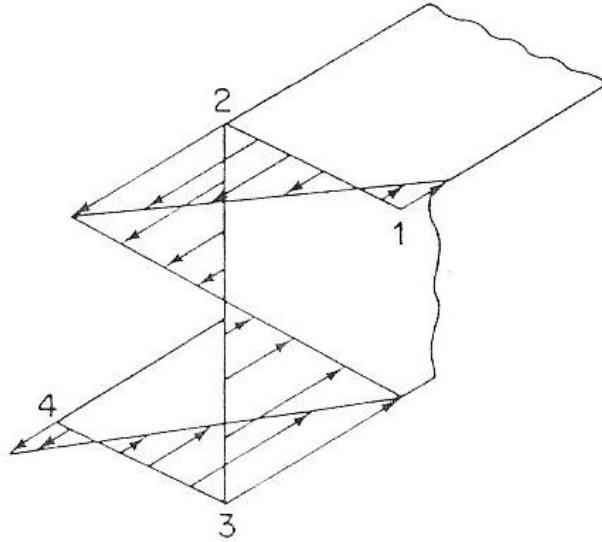


Fig. 8.13 Distribution of direct stress in Z-section beam of Ex. 8.3

الشكل 8.13

### 8.3 القص في العوارض ذات المقطع المفتوح

العارضة ذات المقطع العشوائي المفتوح المبين في الشكل 8.18 تسند أحمال قص  $S_x$  و  $S_y$  بحيث أنه لا يوجد التواء للمقطع العرضي للعمود. من أجل أن يكون هذا الشرط متوفر يجب أن تمر أحمال القص خلال نقطة معينة في المقطع العرضي تسمى مركز القص shear centre .

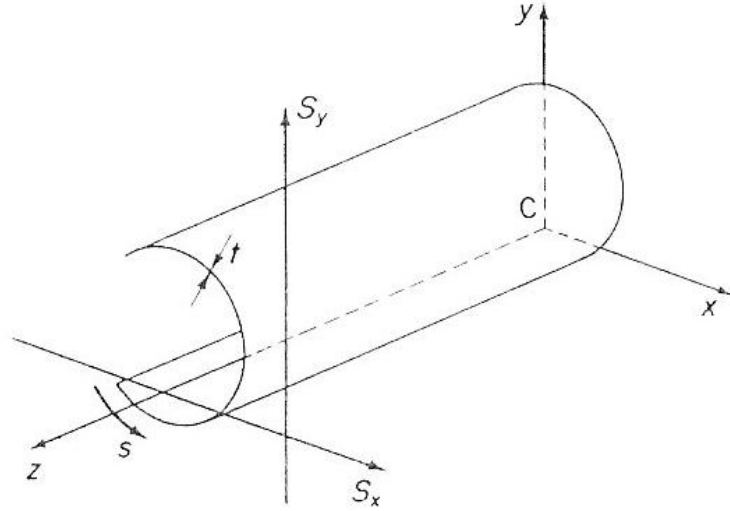


Fig. 8.18 Shear loading of open section beam

### الشكل 8.18

نرمز لتدفق القص  $q$  عند النقطة  $s$  الواقعة على المقطع العرضي بالرمز  $q_s$  ويعطى

بالعلاقة

$$q_s = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t x ds - \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t y ds \dots\dots\dots 8.34$$

حيث مركز  $s$  يكون عند حافة المقطع (حيث تكون  $q_s = 0$ )

للمقطع الذي يكون له  $Cx$  أو  $Cy$  محور تماثل ( $I_{xy} = 0$ ). معادلة 8.34 تصبح

$$q_s = - \frac{S_x}{I_{yy}} \int_0^s t x ds - \frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s t y ds$$

(تذكر أن  $t = q/t$ )

### مثال 8.4

حدد توزع تدفق القص في المقطع رقيق الجدران المبين في الشكل 8.19 الناتج من حمل القص  $S_y$  المؤثر خلال مركز القص للمقطع.



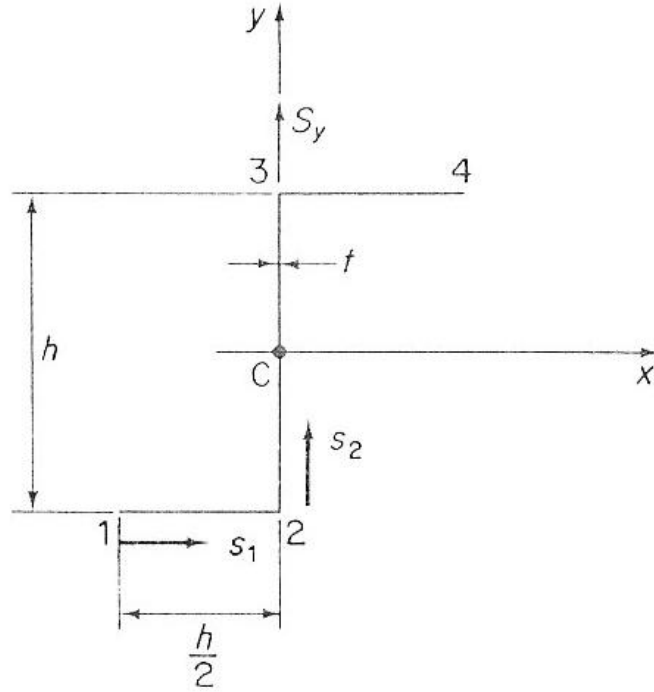


Fig. 8.19 Shear loaded Z-section of Ex. 8.4

الشكل 8.19

الحل

مركز المحاور لدينا ينطبق على المرطز المتوسط للمقطع الموجود في منتصف النسيج . تذكر من درس 6.12 أن مركز القص لهذه الحالة يقع في نفس النقطة . بما أن  $S_y$  تمر خلال مركز القص إذن لا يوجد التواء ويمكن استعمال معادلة 8.34 لتحديد توزيع تدفق القص

$$q_s = \left( \frac{S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t x ds - \left( \frac{S_y I_{yy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t y ds$$

أو

$$q_s = \frac{S_y}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \left( I_{xy} \int_0^s t x ds - I_{yy} \int_0^s t y ds \right) \dots \dots \dots (i)$$

العزوم الثانية للمساحة تم ايجادها في مثال 8.3 وكانت

$$I_{xx} = \frac{h^3 t}{3} \quad I_{yy} = \frac{h^3 t}{12} \quad I_{xy} = \frac{h^3 t}{8}$$

بتعويض هذه القيم في معادلة (i) نحصل على

$$q_s = \frac{S_y}{h^3} \int_0^s (10.32x - 6.84y) ds \dots \dots \dots (ii)$$

للتدفير السفلي 12 ،  $y = -h/2$  و  $x = -\frac{h}{2} + s_1$  ، حيث  $0 < s_1 < h/2$  ، لذا

$$q_{12} = \frac{S_y}{h^3} \int_0^{s_1} (10.32s_1 - 1.74h) ds_1$$

ويعطي

$$q_{12} = \frac{S_y}{h^3} (5.16s_1^2 - 1.74hs_1) \dots \dots \dots (iii)$$

لذا عند 1 ( $s_1 = 0$ )  $q_1 = 0$  وعند 2 ( $s_1 = h/2$ )  $q_2 = \frac{0.42S_y}{h}$  . في النسيج 23

حيث  $y = -\frac{h}{2} + s_2$  و  $0 \leq s_2 \leq h$  ، لذا  $x=0$  ،

$$q_{23} = \frac{S_y}{h^3} \int_0^{s_2} (3.42h - 6.84s_2) ds_2 + q_2 \dots \dots \dots (iv)$$

نلاحظ من (iv) أن تدفق القص ليس صفر عند  $s_2 = 0$  بل يساوي القيمة التي حصلنا عليها

عندما عوضنا  $s_1 = h/2$  في معادلة (iii) أي  $q_2 = \frac{0.42S_y}{h}$  . نكامل معادلة (iv) لنحصل

على

$$q_{23} = \frac{S_y}{h^3} (0.42h^2 + 3.42hs_2 - 3.42s_2^2)$$

هذا التوزيع متمائل حول  $Cx$  مع قيمة قصوى عند  $s_2 = h/2$  ( $y=0$ ) وتدفق القص موجب عند جميع النقاط.

تدفق القص للتدفير الأعلى يمكن توقعه بديهياً والتوزيع مبين في الشكل 8.20

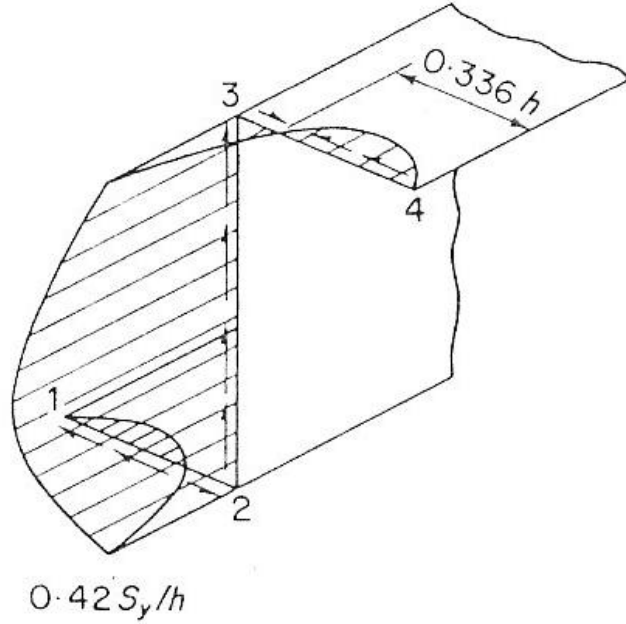


Fig. 8.20 Shear flow distribution in Z-section of Ex. 8.4

الشكل 8.20

### مركز القص

عرّفنا موقع مركز القص بأنه النقطة في المقطع العرضي التي عندما تؤثر أحمال القص عندها لا ينتج أي التواء ، من الواضح أنه في العديد من الحالات العملية لا يمكن ضمان أن حمل القص يؤثر خلال مركز القص للمقطع. لكن كل حمل قص يمكن تمثيله بنظام مكافئ مكون من حدين حمل قص يمر في مركز القص وعزم التواء. إذن نحسب اجهاد القص الناتج عن الحد الأول بطريقة هذا الدرس ، ثم نحسب اجهاد القص الناتج عن الحد الثاني بالطريقة المذكورة في درس 8.6 ، ثم نقوم بجمع توزعي الاجهاد الناتجين . لذا لا بد من تحديد موقع مركز القص لأي مقطع . عندما يكون المقطع له محور تماثل عندها لا بد أن يقع مركز القص عليه . بعض الحالات البسيطة مبينة في الشكل 8.21 . أيضاً الجدول (Sun7.2) في درس 6.12 يبين بعض الحالات . والمثال 8.5 في الكتاب الأصلي يبين طريقة حساب موقع مركز القص لإحدى الحالات.



Fig. 8.21 Shear centre position for type of open section beam shown

الشكل 8.21

#### 8.4 القص للعوارض ذات المقطع المغلق

الحل لعارضة مغلقة المقطع العرضي معرضة لحمل قص يشبه ما أخذناه في درس 8.3 للعارضة مفتوحة المقطع العرضي . أولاً ، حمل القص يمكن ان يؤثر على نقطة في المقطع العرضي غير مركز القص لذا يكون هناك التواء وقص . ثانياً لا يوجد عموماً نقطة مرجعية لـ  $s$  نعرف عندها قيمة تدفق القص مباشرة. لنأخذ العارضة ذات المقطع العرضي المغلق في الشكل 8.23 . أحمال القص  $S_x$  و  $S_y$  تؤثران خلال أي نقطة في المقطع العرضي .

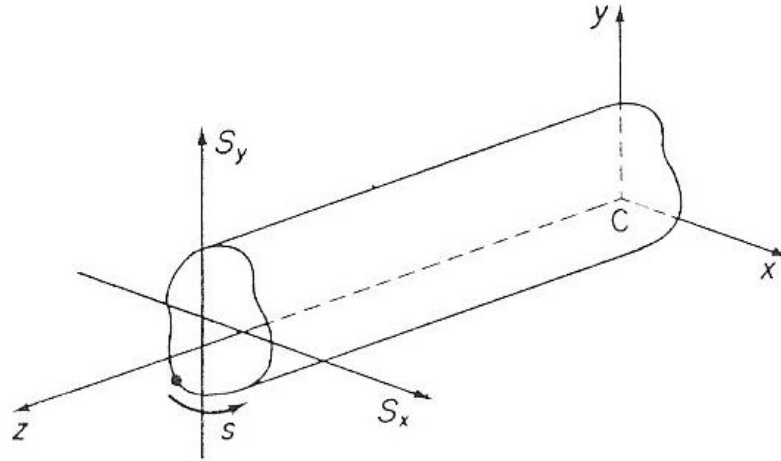


Fig. 8.23 Shear of closed section beams

الشكل 8.23

لنفرض أننا اخترنا مركز لـ  $s$  والذي عنده يكون تدفق القص يساوي  $q_{s,o}$ ، عندها  $q_s$  أي تدفق القص عند النقطة  $s$  هو

$$q_s = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t x ds - \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t y ds + q_{s,o} \dots \dots \dots 8.35$$

نلاحظ بمقارنة معادلة 8.34 مع معادلة 8.35 أن أول حدين في الجانب الأيمن من معادلة 8.35 هما نفس توزع القص للمقطع المفتوح المحمل عند مركز القص الخالص به (أي المعادلة 8.34). هذه الحقيقة تعطينا طريقة الحل للعارضة ذات المقطع المغلق المعرض لحمل قص. لنرمز لتدفق القص للمقطع المفتوح بالرمز  $q_b$  (b:base)، فتصبح معادلة 8.35 بالصيغة التالية

$$q_s = q_b + q_{s,o} \dots \dots \dots 8.36$$

حيث نحصل على  $q_b$  بواسطة افتراض أن المقطع العرضي المغلق للعارضة تم فتحه عند نقطة مناسبة ليصبح مقطع عرضي مفتوح (انظر الشكل 8.24b) توزع تدفق القص ( $q_b$ ) على هذا المقطع المفتوح يعطى بالعلاقة

$$q_b = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t x ds - \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \int_0^s t y ds$$

كما في درس 8.3

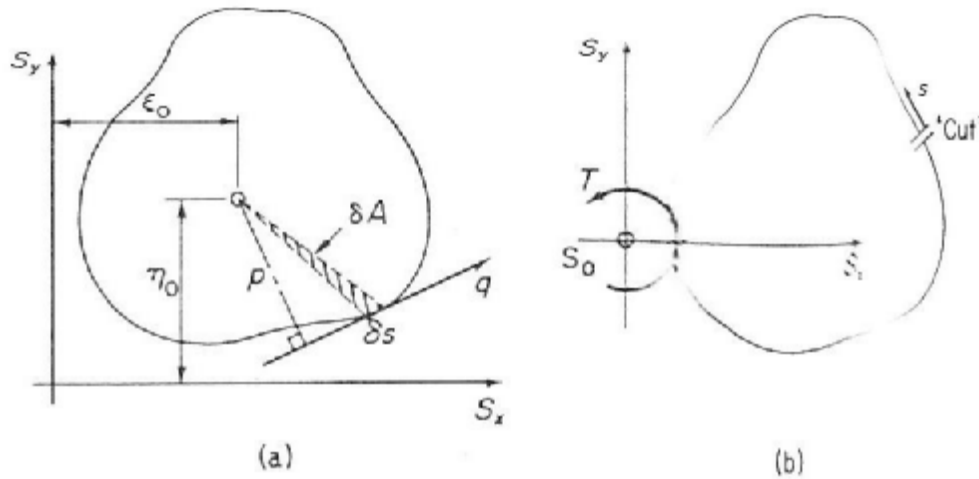


Fig. 8.24 (a) Determination of  $q_{s,o}$ ; (b) Equivalent loading on 'open' section beam

الشكل 8.24

ثم نحسب  $q_{s,o}$  عند الفتحة ( $s=0$ ) بواسطة المعادلة

$$S_x h_o - S_y x_o = \oint P q_b ds + 2A q_{s,o} \dots \dots \dots 8.37$$

حيث نفرض نقطة تسمى مركز العزم في مكان مناسب (أو حتى عشوائي) مثل المبينة في الشكل 8.24a، حيث  $x_o$  هي المسافة الأفقية بين هذه النقطة (مركز العزم) وخط تأثير  $S_y$

(كما في الشكل 8.24b)، و  $h_o$  هي المسافة العمودية بين هذه النقطة (مركز العزم) وخط تأثير  $S_x$  (كما في الشكل 8.24b). و  $p$  هي المسافة المبينة في الشكل المذكور، و  $A$  هي المساحة التي يحيط بها المقطع العرضي. إذا اخترنا مكان مركز العزم بحيث يقع على خط تأثير  $S_x$  و  $S_y$  عندها تصبح المعادلة 8.37 على الشكل

$$0 = \oint P q_b ds + 2Aq_{s,o}$$

إذن نحصل على المجهول  $q_{s,o}$  من المعادلة 8.37 أو 8.38

بحاجة مثال

### 8.5 التواء عارضة ذات مقطع مغلق

عندما يكون لدينا عارضة معرضة لعزم التواء خالص  $T$  كما في الشكل 8.27 يكون تدفق القص ثابت عند أي نقطة في المقطع العرضي وقيمته تعطى بالمعادلة التالية

$$q = \frac{T}{2A} \dots\dots\dots 8.49$$

حيث  $A$  هي المساحة التي يحيط بها المقطع العرضي

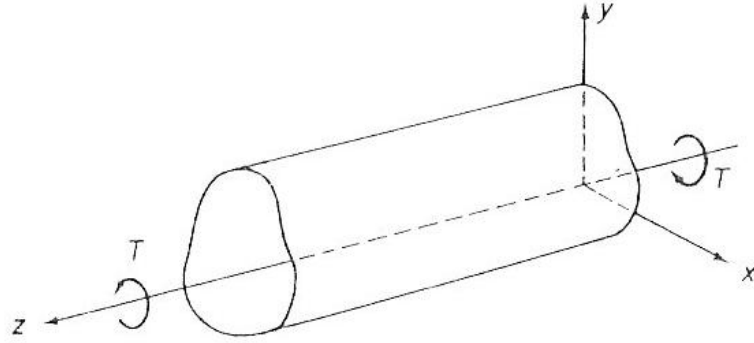
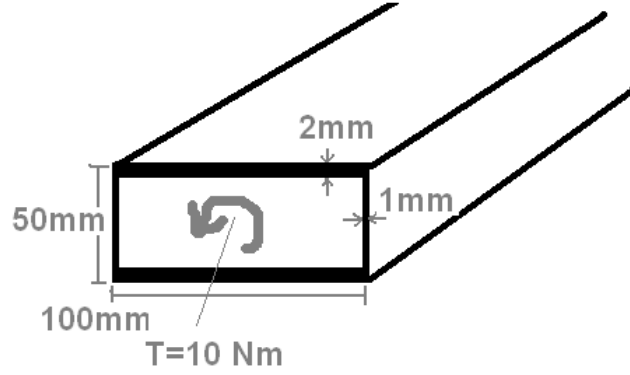


Fig. 8.27 Torsion of a closed section beam

الشكل 8.27

مثال

لدينا العارضة ذات المقطع العرضي المبين في الشكل، أحسب قيمة تدفق القص، وقيمة اجهاد القص الأقصى.



الحل

تدفق القص ثابت وقيمته

$$q = \frac{T}{2A} = \frac{10 \times 10^3 \text{ N.mm}}{2 \times (50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm})} = 1 \text{ N/mm}$$

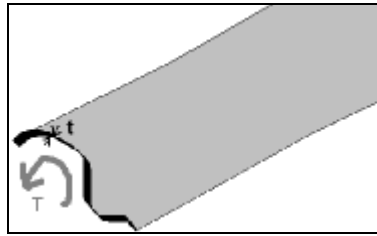
اجهاد القص للجدران يعطى بالعلاقة  $t = \frac{q}{t}$  ، أي أن اجهاد القص الأقصى يكون عند السمك الأقل (1mm) ،

$$t_{\max} = \frac{q}{t} = \frac{1 \text{ N/mm}}{1 \text{ mm}} = 1 \text{ N/mm}^2 = 1 \text{ MPa}$$

### 8.6 التواء العوارض ذات المقطع المفتوح

لنأخذ الآن عارضة مفتوحة لها المقطع العشوائي المبين في الشكل ومعرضة لعزم

T التواء



قيمة اجهاد القص على وجهي العارضة يعطى بالعلاقة

$$t_{\max} = \pm \frac{tT}{J} \dots\dots\dots(8.61)$$

(حيث تكون موجبة على وجه وسالبة على الآخر وبينهما تتدرج بين هاتين القيمتين مروراً بالصفر، إذن اللاحقة max تعني أن قيمة الاجهاد تكون قصوى عند وجهي العارضة ، أما القيمة القصوى الكلية فتكون على وجه العارضة عند السمك الأقصى للمقطع العرضي )

J معامل الالتواء (torsion coefficient) ويساوي

$$J = \frac{1}{3} \int t^3 ds \dots\dots\dots 8.59$$

حيث ds جزء من محيط المقطع العرضي و t سمك المقطع العرضي. أيضا عندما يكون المقطع العرضي من عدة قطع لكل قطعة سمك ثابت عندها تتبسط العلاقة لـ

$$J = \frac{1}{3} \sum_i t_i^3 s_i \dots\dots\dots 8.59'$$

**مثال 8.9 (معدل)**

أحسب أقصى اجهاد قص للعارضة ذات المقطع العرضي المبين في الشكل 8.38 المعرضة لعزم التواء مقداره 10Nm

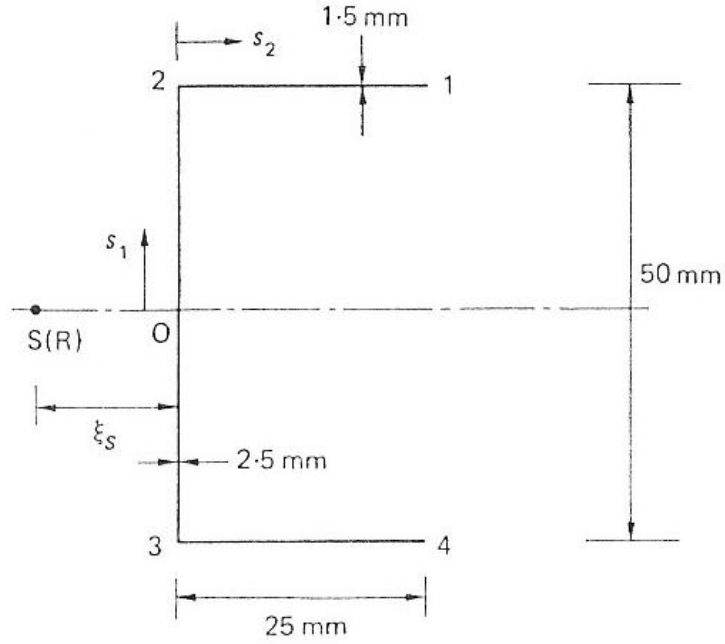


Fig. 8.38 Channel section of Ex. 8.9

الشكل 10.38

الحل

من معادلة 5.89`

$$J = \frac{1}{3} \sum_i t_i^3 s_i = \frac{1}{3} (2 \times 25 \times 1.5^3 + 50 \times 2.5^3) = 316.7 \text{ mm}^4$$

أقصى اجهاد قص يكون عند السمك الأكبر (2.5mm) (النسيج)

$$t_{\max} = \pm \frac{tT}{J} = \pm \frac{2.5 \times 10 \times 10^3}{316.7} = \pm 78.9 \text{ N/mm}^2$$

**8.7 تحليل المقاطع المركبة من مفتوحة ومغلقة**



في بعض الحالات يكون المقطع العرضي للعارضة مكون من جزء مغلق وآخر مفتوح (مثل الشكل 8.41) . مثل هذه المقاطع المركبة يمكن تحليلها باستخدام طريقة تعتمد على الطرق التي أخذناها في هذه الوحدة.

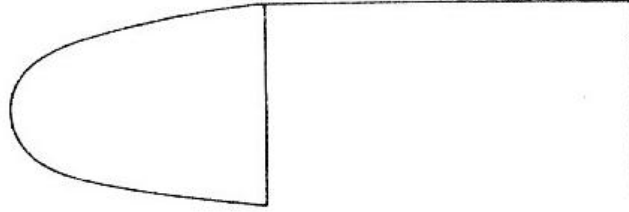


Fig. 8.41 Wing section comprising open and closed components

الشكل 8.41

الآن سوف نستعرض ظروف التحميل المختلفة على التوالي:

### الإنشاء

المعادلات 8.6 و 8.7 تصلح للمقاطع المفتوحة والمقاطع المغلقة والمقاطع المركبة ؛

إذن لا جديد.

### القص

الطرق التي أخذناها في الدرسين 8.3 و 8.4 يمكن استخدامها لحساب توزيع الجهود

القص لكن على خلاف المقطع المغلق بالكامل فإن أحمال القص يجب أن تؤثر في مركز القص للمقطع المركب وإلا فإنه سيكون هناك جهودات قص من النوع المذكور في الدرس 8.6 الناتجة من الالتواء . عندما لا تؤثر أحمال القص خلال مركز القص لا بد من تحديد موقعه ثم نستبدل الحمل بحمل مكافئ مؤثر خلال مركز القص وعزم التواء، ثم نحلل المسألتين بشكل مستقل.

### **مثال 8.10**

حدد توزيع تدفق القص في العارضة ذات المقطع المبين في الشكل 8.42 عندما تكون معرضة لحمل قص في مستوى التماثل العمودي. سمك الجدار لجميع المقطع يساوي 2mm

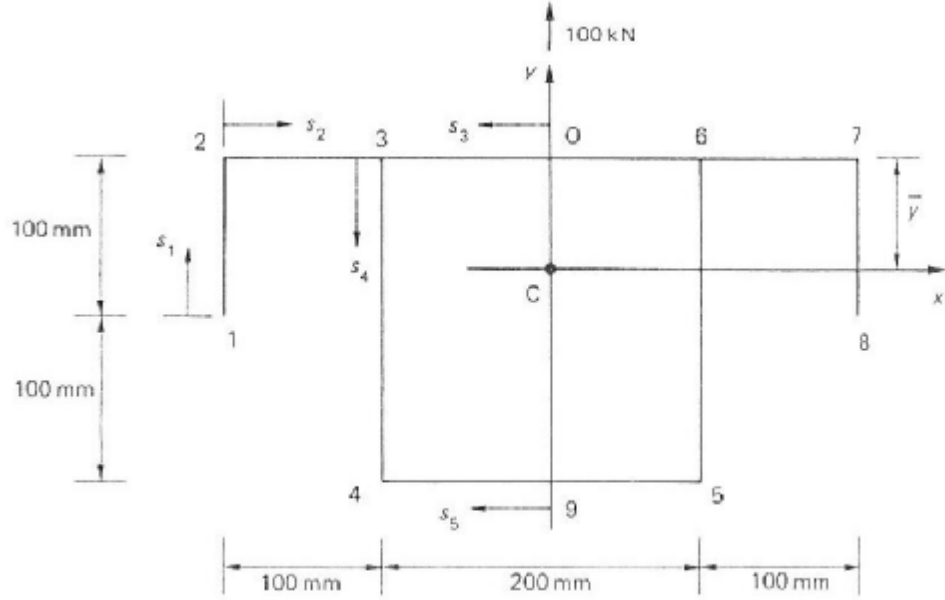


Fig. 8.42 Beam section of Ex. 8.10

الشكل 8.42

الحل

المركز المتوسط C يقع على محور التماثل على مسافة  $\bar{y}$  من السطح العلوي للمقطع العرضي . نحسب  $\bar{y}$  كالتالي

$$\bar{y} = \frac{2 \times 100 \times 2 \times 50 + 2 \times 200 \times 2 \times 100 + 200 \times 2 \times 200}{4 \times 100 \times 2 + 4 \times 200 \times 2}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 75 \text{ mm}$$

$I_{xx}$  تحسب كالتالي

$$I_{xx} = 2 \left( \frac{2 \times 100^3}{12} + 2 \times 100 \times 25^2 \right) + 400 \times 2 \times 75^2 + 200 \times 2 \times 125^2$$

$$+ 2 \left( \frac{2 \times 200^3}{12} + 2 \times 200 \times 25^2 \right)$$

$$\Rightarrow I_{xx} = 14.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

المقطع متماثل حول Cy لذا  $I_{xy} = 0$  وبما أن  $S_x = 0$  فإن توزيع تدفق القص في المقطع المغلق هو من معادلة 8.35

$$q_s = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s t y ds + q_{s,o}$$

أيضاً حمل القص يؤثر خلال مركز القص للمقطع الكامل (أي على محور التماثل) لذا للجزء المفتوح 123 و 678 توزيع تدفق القص هو من معادلة 8.34

$$q_s = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s t y ds$$

نلاحظ أن تدفق القص يساوي صفر عند النقطة 1 و 8 و عليه يمكن متابعة الحل بالطريقة

المفضلة (وليس المألوفة) بأن نبدأ من إحدى هاتين النقطتين وبالرجوع إلى الشكل 8.42

$$q_{12} = -\frac{100 \times 10^3}{14.5 \times 10^6} \int_0^{s_1} 2(-25 + s_1) ds$$

أي

$$q_{12} = -69 \times 10^{-4} (-50s_1 + s_1^2)$$

$$q_2 = -34.5 N/mm \text{ لذا}$$

للجدار 23

$$q_{23} = -69 \times 10^{-4} \int_0^{s_2} 2 \times 75 ds_2 - 34.5$$

أي

$$q_{23} = -1.04s_2 - 34.5$$

تحليل الجزء المفتوح من مقطع العارضة قد اكتمل لأن توزيع تدفق القص للجدار 67 و 78

هو مشابه لتوزيع تدفق القص للجدار 23 و 12 (بسبب التماثل). لتحديد توزيع تدفق القص في

الجزء المغلق من المقطع يجب أن نستخدم الطريقة التي أخذناها في درس 8.4. لذا نقطع

(cut) الجزء المغلق من المقطع عند نقطة مناسبة، لنحصل على  $q_b$  أي توزيع تدفق القص

للمقطع المفتوح الكامل، ثم نستخدم المعادلة 8.37 أو 8.38. لكن في حالتنا هذه يمكننا

الاستفادة من تماثل المقطع والحمل لنستنتج أن قيمة تدفق القص في منتصف الجدار 36 و 45

تساوي صفر أي  $q_s = q_{s,o} = 0$  عند هذه النقاط. لذا

$$q_{03} = -69 \times 10^{-4} \int_0^{s_3} 2 \times 75 ds_3$$

لذا

$$q_{03} = -1.04s_3$$

و  $q_3 = -104 N/mm$  للجدار 03. و عليه من أجل توازن تدفق القص عند النقطة 3 ( $q_3$ )

فإن  $q_3$  للجدار 34 تساوي  $-242.5 N/mm = -138.5 - 104$  (أي)

$$\begin{array}{c} -138.5 \quad -104 \\ \hline \Rightarrow q = -138.5 - 104 \\ = -242.5 \end{array}$$

لذا، (

$$q_{34} = -69 \times 10^{-4} \int_0^{s_4} 2(75 - s_4) ds_4 - 242.5$$

والذي يعطي

$$q_{34} = -1.04s_4 + 69 \times 10^{-4} s_4^2 - 242.5$$

أخيراً توزع تدفق القص في الجدار 94 يعطى بـ

$$q_{94} = -69 \times 10^{-4} \int_0^{s_5} 2(-125) ds_5$$

$$q_{94} = 1.73s_5$$

التوزيع الكامل لاجهاد القص مبين في الشكل 8.43

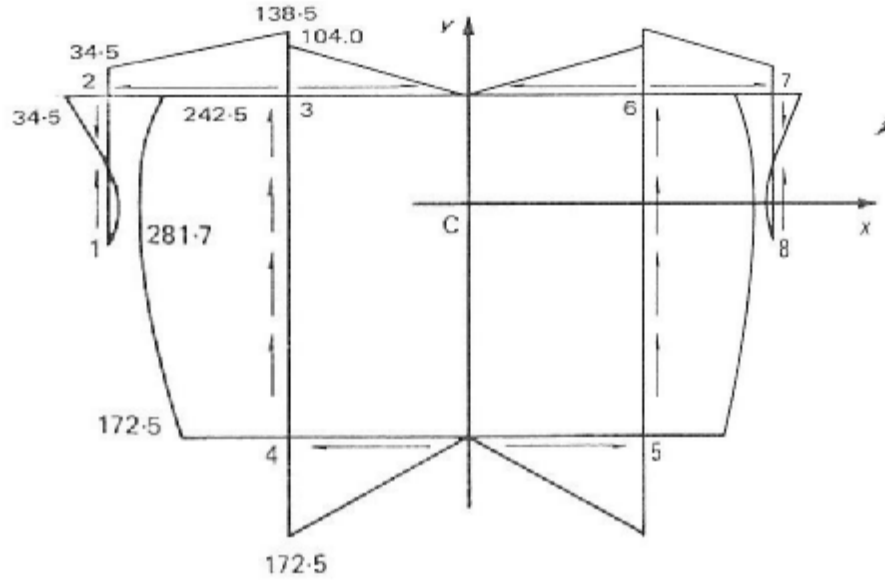


Fig. 8.43 Shear flow distribution in beam of Ex. 8.10 (all shear flows in N/mm)

الشكل 8.43

### الالتواء

عادة للالتواء في المقاطع المركبة ؛ الجزء المغلق هو المسيطر لأن قوته الالتوائية أكبر بكثير من القوة الالتوائية للجزء المفتوح، والذي يمكن عادةً إهماله ، لكن لا بد من اختبار قيمة الاجهاد للجزء المفتوح.

مزيد من التفصيل والمعادلات مبين في المثال التالي

### مثال 8.11

أحسب الاجهاد الأقصى لمقطع الجناح المبين في الشكل 8.44 عندما يكون معرض لعزم التواء مقداره  $10\text{KNmm}$  . حيث  $G = 25000\text{N/mm}^2$  ، طول الجدار 12 (الخارجي) هو  $900\text{mm}$  والمساحة التي يحيط بها الجدار للجزء المغلق هي  $A = 20000\text{mm}^2$

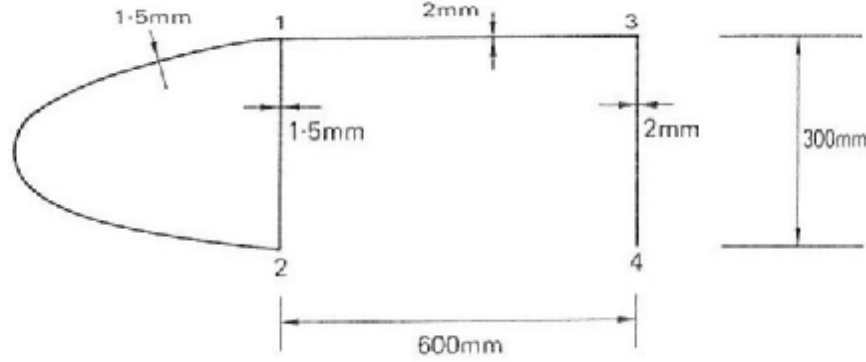


Fig. 8.44 Wing section of Ex. 8.11

الشكل 8.44

الحل

يمكن افتراض - من باب التقريب - أن  $GJ$  للمقطع الكامل تساوي مجموع هذه القيمة للجزء المفتوح والمغلق، أي

$$GJ = (GJ)_{op} + (GJ)_{cl}$$

(op:open:مفتوح) ، (cl:close:مغلق)

$GJ$  للمقطع المغلق تحسب من المعادلة التالية

$$(GJ)_{cl} = \frac{4A^2G}{\oint ds/t} = \frac{4 \times 20000^2 \times 25000}{(900 + 300)/1.5} = 5000 \times 10^7 \text{ N mm}^2$$

$GJ$  للمقطع المفتوح تحسب من المعادلة التالية

$$(GJ)_{op} = G \sum \frac{st^3}{3} = \frac{25000 \times (300 + 600) \times 2^3}{3} = 6 \times 10^7 \text{ N mm}^2$$

$GJ$  للمقطع الكامل تساوي

$$GJ = (GJ)_{op} + (GJ)_{cl} = 5000 \times 10^7 + 6 \times 10^7 = 5006 \times 10^7 \text{ N mm}^2$$

تدفق القص للمقطع المغلق يحسب بالمعادلة

$$q_{cl} = \frac{T}{2A} \frac{(GJ)_{cl}}{GJ} = \frac{10 \times 10^6}{2 \times 20000} \frac{5000 \times 10^7}{5006 \times 10^7} \approx 250 \text{ N/mm}$$

(لاحظ لو استعملنا المعادلة 49 من درس 8.5 بدل كل هذا الحل لحصلنا على نفس الجواب تقريباً لكن هذا الحل أحوط)  
 إذن اجهاد القص الأقصى هو

$$t_{\max,cl} = \frac{q}{t} = \frac{250}{1.5} = 166.7 \text{ N/mm}^2$$

للمقطع المفتوح اجهاد القص الأقصى يحسب بالمعادلة

$$t_{\max,op} = \frac{tT}{G} = G \frac{tT}{GJ} = 25000 \times \frac{2 \times 10 \times 10^6}{5006 \times 10^7} = 10 \text{ N/mm}^2$$

(لاحظ لو استخدمنا المعادلة 61 من درس 8.6 لحصلنا على نفس النتيجة ، لكن يجب الانتباه هنا إلى أن J هي للمقطع كامل )

نلاحظ من هذا المثال أن الجزء المغلق هو المسيطر (  $GJ \approx (GJ)_{cl}$  ) و  $t_{\max,cl}$  أكبر أي أهم (

### 8.8 المثولة البنيوية (structural idealization)

إلى حد الآن فس هذه الوحدة درسنا الأجزاء البنيوية غير المعقدة نسبياً ، والتي تصنع عملياً من صفيحة أو بواسطة عملية البثق (extrusion) . مثل هذه الأجزاء تستعمل - كما رأينا في وحدة 7 - لتقوية الأجزاء البنيوية الأكثر تعقيداً مثل جسم الطائرة والأجنحة والذيل. لذا المقطع العرضي للجناح ذو العارضتين الرئيسيتين يمكن أن يأخذ الشكل المبين في الشكل 8.45 . حيث تستخدم المدادات من نوع Z لتقوية الغلاف الرقيق بينما تتشكل شفير العارضتين الرئيسيتين . من الواضح أن تحليل مثل هذا النظام صعب ومتعب إلا إذا استخدمنا بعض الفرضيات التبسيطية. عموماً عدد وطبيعة هذه الفرضيات التبسيطية يحدد دقة ودرجة التعقيد للتحليل، كلما كان التحليل أعقد كلما حصلنا على دقة أعلى . للتصميم الأولي عادة تكون السرعة والبساطة أهم من الدقة العالية ، لكن الحل للتصميم النهائي يجب أن يكون دقيق.

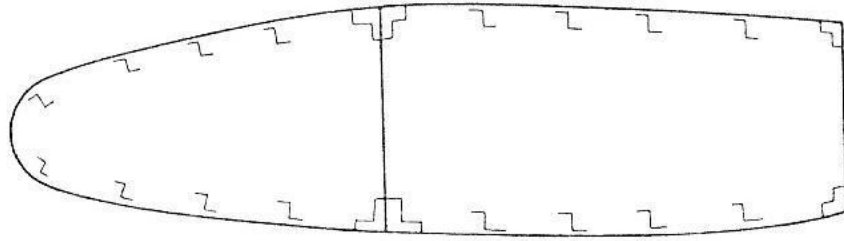


Fig. 8.45 Typical wing section

الشكل 8.45

المقاطع البنيوية المعقدة يمكن جعلها مثالية (مثولتها) بتحويلها إلى نموذج ميكانيكي أبسط، بحيث يتصرف تحت ظروف تحميل معطاة بنفس الطريقة التي تتصرف بها البنية الأصلية. سوف نرى أن هناك نماذج مختلفة لنفس البنية تبعاً لاختلاف نظام التحميل .

لمقطع الجناح المبين في الشكل 8.45 المدادات وشفائر العارضة الرئيسية لهما أبعاد المقطع العرضي صغيرة مقارنة بكامل المقطع. لذا تغير الاجهاد على المقطع العرضي لمداد ما - بسبب الانتشاء مثلاً - سيكون صغير . أيضاً المسافة بين المركز المتوسط للمداد والغلاف المحاور صغير. لذا من المناسب افتراض أن الاجهاد المباشر ثابت على جميع المقاطع العرضية للمدادات. لذا بإمكاننا استبدال المدادات وشفائر العوارض الرئيسية بمساحات مركزية نسميها المرافئ (booms)، والتي يكون عليها الاجهاد المباشر يساوي ثابت ، وتقع على منتصف خط الغلاف كما في الشكل 8.46

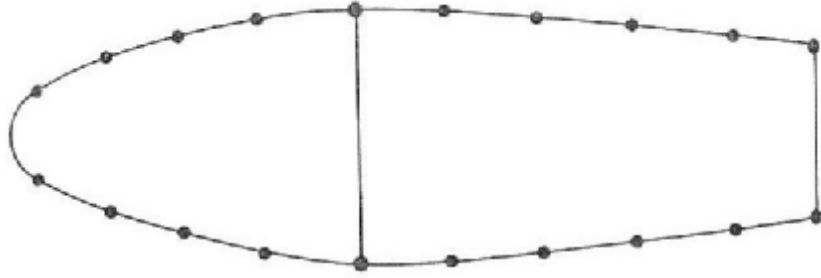


Fig. 8.46 Idealization of a wing section

#### الشكل 8.46

لمقاطع الجناح وجسم الطائرة من النوع المبين في الشكل 8.45 تتحمل المدادات وشفائر العوارض الرئيسية معظم الاجهاد المباشر بينما يكون الغلاف فعال في مقاومة اجهادات القص بالإضافة إلى تحمله بعض الاجهاد المباشر. المثولة المبينة في الشكل 8.46 يمكن أخذها خطوة أخرى بافتراض أن المرافئ مسؤولة عن تحمل كامل الاجهاد المباشرة، بينما الغلاف فعال فعال فقط في تحمل القص. قدرة الغلاف على تحمل اجهاد مباشر يمكن تضمينها في النموذج المثالي بواسطة زيادة مساحة كل مرفأ بمقدار مكافئ لقررة جزء الغلاف المجاور على تحمل الاجهاد المباشر. حساب هذه المساحة المكافئة سوف يعتمد على الافتراضات المستعملة.

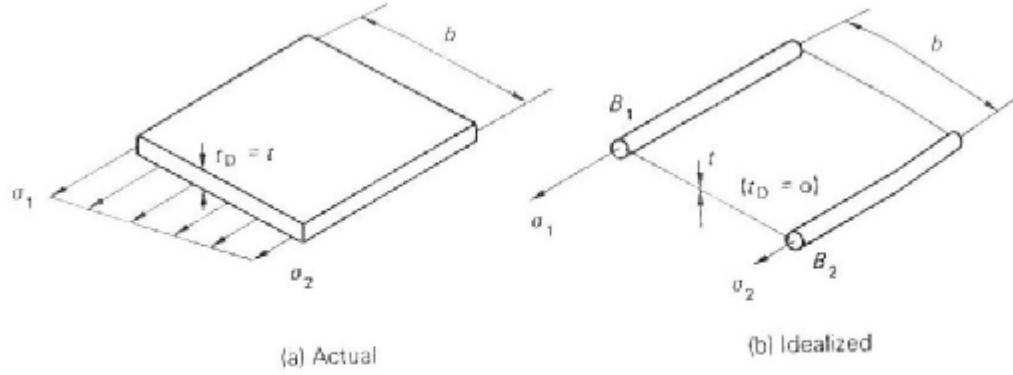


Fig. 8.47 Idealization of a panel

### الشكل 8.47

لنفرض أننا أردنا نثولة اللوح المبين في الشكل 8.47a بحيث تصبح المرفأئ مسؤولة عن تحمل الاجهاد المباشر والغلاف حامل لاجهاد القص فقط (الشكل 8.47b). في الشكل 8.47a السمك الحامل للاجهاد المباشر (Direct)  $t_D$  يساوي السمك الحقيقي للغلاف ، بينما في الشكل (8.47b)  $t_D = 0$  . يمكن اثبات أن مساحة المرفأئ التي تحقق هذا النموذج المثالي (الشكل 8.47b) هي

$$B_1 = \frac{t_D b}{6} \left( 2 + \frac{S_2}{S_1} \right) \dots\dots\dots 8.70$$

$$B_2 = \frac{t_D b}{6} \left( 2 + \frac{S_1}{S_2} \right) \dots\dots\dots 8.71$$

لهاتين المعادلتين إذا لم تكن نعرف النسبة  $S_1/S_2$  نقوم عادةً بافتراضها.

الاجهاد المباشر في الشكل 8.47a يحصل بفعل الحمل المحوري وعزم الانثناء . في حالة


الحمل المحوري وحده  $S_1/S_2 = 1$  أي  $B_1 = B_2 = t_D b/2$  لحالة الانثناء الخالص

$S_1/S_2 = -1$  أي  $B_1 = B_2 = t_D b/6$  لذا النموذج الممثل يختلف باختلاف ظروف

التحميل .

### مثال 8.12

جزء من مقطع جناح على صورة صندوق ثنائي الخلية (كما في الشكل 8.48a) . حيث أن

العوارض الرئيسية موصولة مع غلاف الجناح بواسطة  والتي لها مساحة مقطع مقدارها

$300mm^2$  . إذا حولنا مثلونا هذا المقطع إلى مقطع له المرفأئ مسؤولة وحدها عن اسناد

القص ، أحسب قيمة مساحة المقطع العرضي لكل مرفأ ، حيث أن المقطع يجب أن يسند

الانثناء في المستوى العمودي.



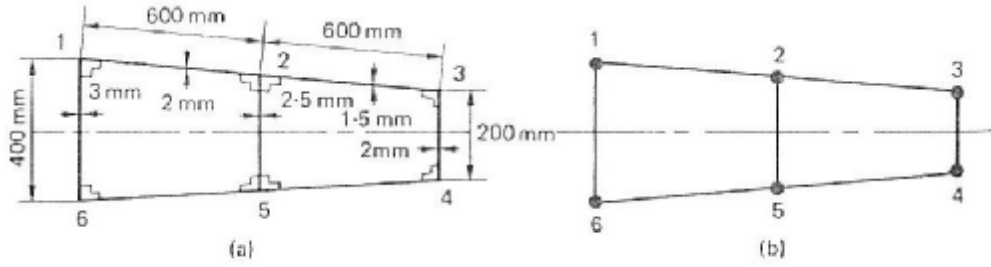


Fig. 8.48 Idealization of a wing section

الشكل 8.48

الحل

المقطع الممثل مبين في الشكل 8.48b والذي بسبب التماثل يكون فيه  $B_1 = B_6$  و  $B_2 = B_5$  و  $B_3 = B_4$ . بما أن المقطع يجب أن يسند عزم انثناء في المستوى العمودي فإن الاجهاد المباشر عند أي نقطة في المقطع الحقيقي للجناح يتناسب خطياً مع المسافة بينها وبين المحور الأفقي للتماثل ( أي  $s_6/s_1 = -200/200$  و  $s_2/s_1 = 150/200$  وهكذا ) باستخدام معادلة 8.70 أو 8.71 (مع اضافة حد مساوي لمساحة  $\blacksquare$ ) نحصل على

$$\begin{aligned}
 B_1 &= 300 + \frac{3.0 \times 400}{6} \left( 2 + \frac{s_6}{s_1} \right) + \frac{2.0 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{s_2}{s_1} \right) \\
 &= 300 + \frac{3.0 \times 400}{6} (2 - 1) + \frac{2.0 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{150}{200} \right) \\
 \Rightarrow B_1 (= B_6) &= 1050 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

أيضاً

$$\begin{aligned}
 B_2 &= 2 \times 300 + \frac{2.0 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{s_1}{s_2} \right) + \frac{2.5 \times 300}{6} \left( 2 + \frac{s_5}{s_2} \right) + \frac{1.5 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{s_3}{s_2} \right) \\
 &= 2 \times 300 + \frac{2.0 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{200}{150} \right) + \frac{2.5 \times 300}{6} (2 - 1) + \frac{1.5 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{100}{150} \right) \\
 \Rightarrow B_2 (= B_5) &= 1791.7 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

أخيراً

$$\begin{aligned}
 B_3 &= 300 + \frac{1.5 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{s_2}{s_3} \right) + \frac{2.0 \times 200}{6} \left( 2 + \frac{s_4}{s_3} \right) \\
 &= 300 + \frac{1.5 \times 600}{6} \left( 2 + \frac{150}{100} \right) + \frac{2.0 \times 200}{6} (2 - 1) \\
 \Rightarrow B_3 (= B_4) &= 891.7 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

## 8.9 أثر المثولة على تحليل العوارض ذات المقاطع المفتوحة والمغلقة

إضافة المرافئ الحاملة للاجهاد المباشر للمقطع المفتوح والمغلق سوف يعدل التحليل الذي أخذناه في هذه الوحدة. قبل دراسة الحالات يجب أن نناقش بعض الأمور المتعلقة بمثولة البنية. عموماً لأي بنية فإن ظروف التحميل المختلفة تحتاج مثولات مختلفة. في مثال 8.12 الحمل كان يؤثر في المستوى العمودي، لكن إن كان يؤثر في المستوى الأفقي فإن توزع الاجهادات سيكون مختلف مما ينتج قيم مختلفة لمساحات المرافئ.

لنفرض أن المقطع عارضة مفتوح أو مغلق المقطع العرضي لحمل انثناء أو قص وأنا قمنا بالمثولة المطلوبة. تحليل مثل هذا النظام عادةً يحتاج إلى تحديد موقع محور التعادل وحساب الخصائص للمقطع الممثول وهي كلها تعتمد على درجة المثولة المستخدمة.

### انثناء العوارض ذات المقطع المفتوح والمغلق

الطريقة التي أخذناها في درس 8.1 (المعادلات 8.6 و 8.7 و 8.9) تصلح للاستعمال هنا، مع مراعاة أن المقطع الذي نحسب له الخصائص هو المقطع الممثول (كما في المثال التالي)

### مثال 8.13

مقطع جسم الطائرة المبين في الشكل 8.49 معرض لعزم انثناء مقداره 100KNm يؤثر في مستوى التماثل العمودي. إذا مثولنا المقطع إلى مرافئ حاملة لكل لاجهاد المباشر وألواح حاملة لكل القص؛ أحسب الاجهادات المباشرة على كل مرافئ.

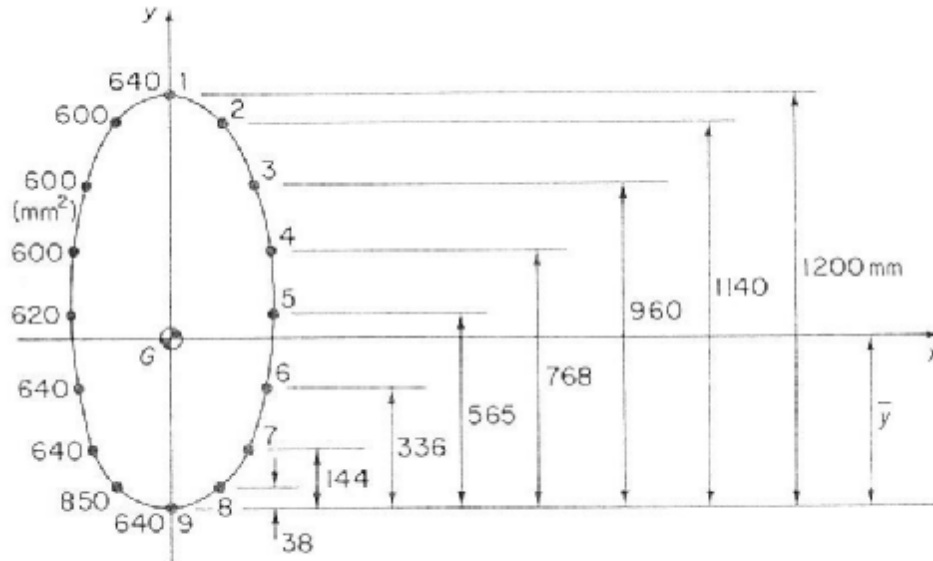


Fig. 8.49 Idealized fuselage section of Ex. 8.13

الشكل 8.49

الحل

المقطع له المحور Cy كمحور تماثل. ويقاوم عزم انثناء مقداره  $M_x = 100KNm$ . المعادلة 8.6 إذن تصبح

$$S_z = \frac{M_x y}{I_{xx}} \dots\dots\dots(i)$$

مركز المحاور Cxy يطابق المركز المتوسط للمقطع الممثل (وهو في هذه الحالة المركز المتوسط لمجموعة المرافئ) ، إذن  $\bar{y}$  تساوي

$$\bar{y} = \frac{(640 \times 1200 + 2 \times 600 \times 1140 + 2 \times 600 \times 960 + 2 \times 600 \times 768 + 2 \times 620 \times 565 + 2 \times 640 \times 336 + 2 \times 640 \times 144 + 2 \times 850 \times 38)}{6 \times 640 + 6 \times 600 + 2 \times 620 + 2 \times 850}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 540mm$$

باقي الحل في الجدول 8.1

### الجدول 8.1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
مرافئ (Boom)	y (mm)	B (mm <sup>2</sup> )	$\Delta I_{xx} = By^2 (mm^4)$	$S_z (N / mm^2)$
1	+660	640	$278 \times 10^6$	35.6
2	+600	600	$216 \times 10^6$	32.3
3	+420	600	$106 \times 10^6$	22.6
4	+228	600	$31 \times 10^6$	12.3
5	+25	620	$0.4 \times 10^6$	1.3
6	-204	640	$27 \times 10^6$	-11.0
7	-396	640	$100 \times 10^6$	-21.4
8	-502	850	$214 \times 10^6$	-27.0
9	-540	640	$187 \times 10^6$	-29.0

$I_{xx}$  الكلية تحسب بجمع  $\Delta I_{xx}$  في الجدول (عمود 4) ، ثم نعوض قيمة  $I_{xx}$  في معادلة (i) لحساب  $S_z$  (العمود 5 في الجدول)

### حمل القص للعوارض مفتوحة المقطع العرضي

يمكن اثبات أن معادلة 8.34 تصبح عند وجود المرافئ كالتالي:

$$q_s = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t x ds + \sum_{r=1}^n B_r x_r \right) \dots \dots \dots 8.75$$

$$- \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t y ds + \sum_{r=1}^n B_r y_r \right)$$

أنظر الشكل 8.50

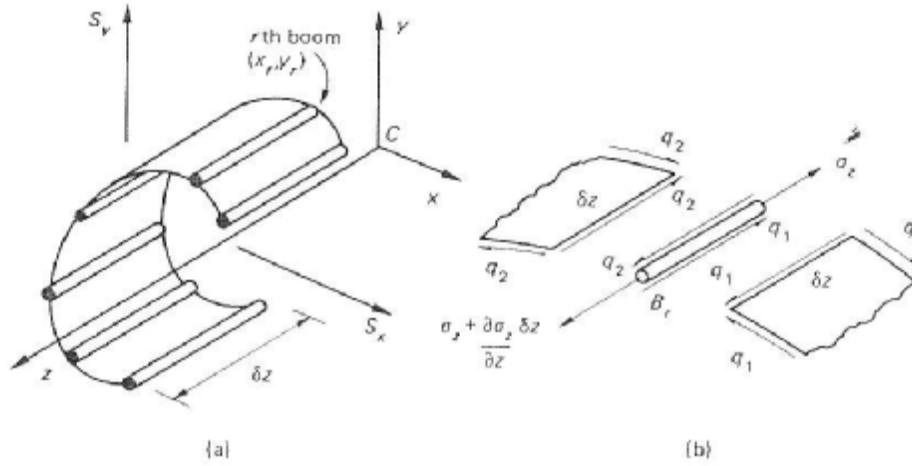


Fig. 8.50 (a) Elemental length of shear loaded open section beam with booms; (b) Equilibrium of boom element

الشكل 8.50

ولحالة المثولة التي ركزنا عليها (المرافئ مسؤولة وحدها عن تحمل جميع الاجهاد المباشر ، والغلاف مسؤول وحده عن تحمل جميع اجهاد القص) ، أي تكون قيمة  $t_D = 0$  ، وبالتالي تصبح المعادلة السابقة أسهل. والتوضيح في المثال التالي

### مثال 8.14

أحسب توزيع تدفق القص للمقطع المبين في الشكل 8.51 الناتج من حمل قص عمودي مقداره 4.8KN يؤثر خلال مركز القص. افترض أن جدران المقطع فعالة فقط في مقاومة اجهاد القص، بينما المرافئ (والتي مساحة كل واحد منها  $300mm^2$ ) تتحمل جميع الاجهاد المباشر.

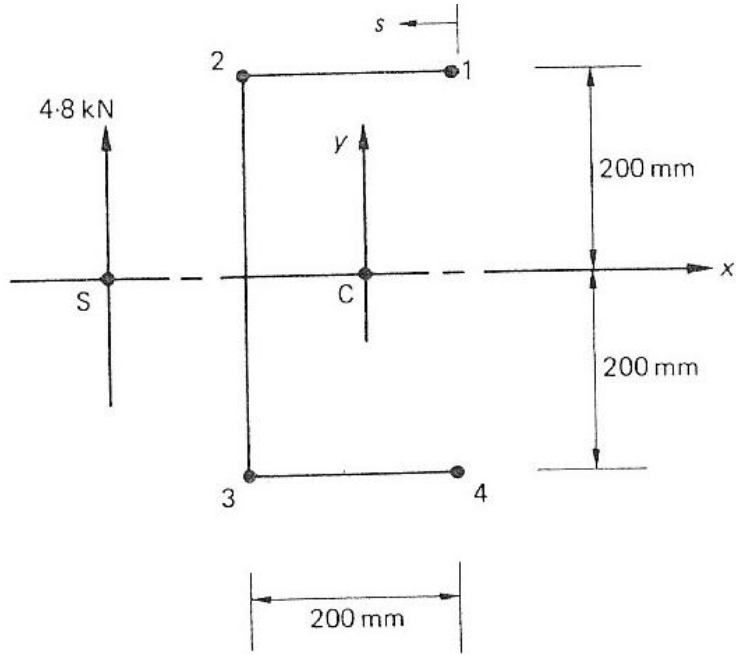


Fig. 8.51 Idealized channel section of Ex. 8.14

الشكل 8.51

الحل

سمك الجدران الفعال في حمل الاجهاد المباشر يساوي صفر ( $t_D = 0$ )؛ إذن نحسب المركز المتوسط وخصائص المقطع للمرافئ فقط. وبما أن  $Cx$  (و  $Cy$  لمجموعة المرافئ) هو محور تماثل إذن  $I_{xy} = 0$ ، وأيضاً  $S_x = 0$  إذن معادلة 8.75 تصبح

$$q_s = -\frac{S_y}{I_{xx}} \sum_{r=1}^n B_r y_r \dots\dots\dots(i)$$

حيث  $I_{xx}$  (للمرافئ) تساوي  $I_{xx} = 4 \times 300 \times 200^2 = 48 \times 10^6 \text{ mm}^4$  بتعويض قيمة  $S_y$  و  $I_{xx}$  في معادلة (i) نحصل على

$$q_s = -\frac{4.8 \times 10^3}{48 \times 10^6} \sum_{r=1}^n B_r y_r = -10^{-4} \sum_{r=1}^n B_r y_r$$

خارج المرفأ 1  $q_s = 0$ ، عند المرور بالمرفأ 1 تدفق القص يزداد بالمقدار التالي  $\Delta q_1 = -10^{-4} \times 300 \times 200 = -6 \text{ N/mm}$

لذا  $q_{12} = -6 \text{ N/mm}$  من معادلة (i) نلاحظ أن لا تغير آخر على تدفق القص يحصل إلى حين المرور بالمرفأ (2)، لذا

$$q_{23} = -6 - 10^{-4} \times 300 \times 200 = -12 \text{ N/mm}$$

$$q_{34} = -12 - 10^{-4} \times 300 \times (-200) = -6 \text{ N/mm}$$

بينما عند خارج مرفأ 4 يصبح تدفق القص  $0 = 6 - 10^{-4} \times 300 \times (-200)$  كما هو متوقع. توزع تدفق القص الكامل مبين في الشكل 8.52 .

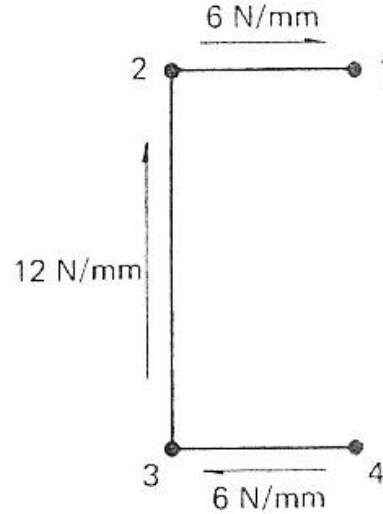


Fig. 8.52 Shear flow in channel section of Ex. 8.14

الشكل 8.52

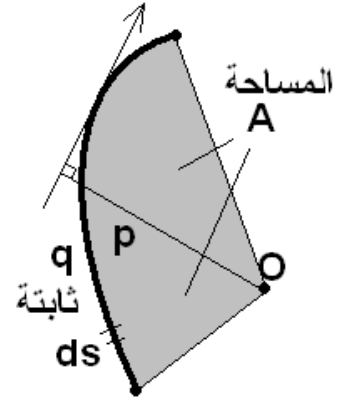
### حمل القص للعوارض مغلقة المقطع العرضي

يمكن اثبات أن معادلة 8.35 تصبح هنا كالتالي

$$q_s = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t x ds + \sum_{r=1}^n B_r x_r \right) - \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t y ds + \sum_{r=1}^n B_r y_r \right) + q_{s,o} \dots \dots \dots 8.80$$

(=  $q_b + q_{s,o}$ )

ولحالة المثولة التي نتعامل معها عادةً  $t_D = 0$ ، والمثال التالي يوضح طريقة الحل  
ملاحظة مفيدة : عندما تكون  $q$  ثابتة على مقطع معين من الجدار فإن التكامل  $\int q p ds$   
يساوي  $2Aq$ ، وهذه الملاحظة مفيدة لحساب  $q_{s,o}$  . أنظر الشكل



### مثال 8.15

العارضة ذات المقطع رقيق الجدران المبين في الشكل 8.55 تم مثولتها إلى مرافئ حاملة لجميع الاجهاد المباشر وحدها وجدران حاملة لجميع اجهاد القص وحدها . إذا كان المقطع يسند حمل قص مقداره 10KN ويؤثر في المستوى العمودي خلال المرافئ 3 و 4 ، أحسب توزيع اجهاد القص على هذا المقطع. مساحات المرافئ هي  $B_1 = B_8 = 200mm^2$  و  $B_4 = B_5 = 100mm^2$  و  $B_3 = B_6 = 400mm^2$  و  $B_2 = B_7 = 250mm^2$

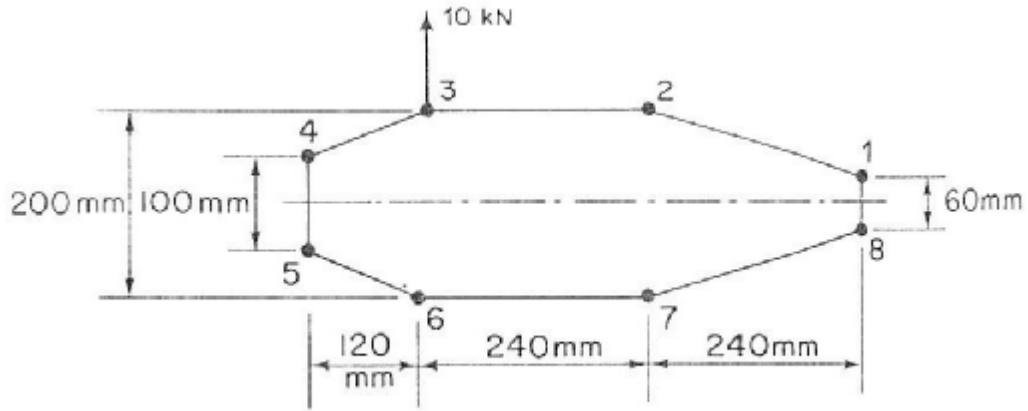


Fig. 8.55 Closed section of beam of Ex. 8.15

الشكل 8.55

الحل

من التماثل  $I_{xy} = 0$  ، أيضاً بما أن  $t_D = 0$  ولدينا قص عمودي فقط لذا معادلة 8.80 تصبح

$$q_s = -\frac{S_y}{I_{xx}} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o} \dots \dots \dots (i)$$

حيث

$$I_{xx} = 2(200 \times 30^2 + 250 \times 100^2 + 400 \times 100^2 + 100 \times 50^2) = 13.86 \times 10^6 mm^4$$

$$q_s = -\frac{10 \times 10^3}{13.86 \times 10^6} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o}$$

$$\Rightarrow q_s = -7.22 \times 10^{-4} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o} \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

نقطع (cut) المقطع في الجدار 23 (ويمكن اختيار أي جدار آخر) ونحسب توزيع  $q_b$ ، أي

$$q_{b,23} = 0$$

$$q_{b,34} = 0 - 7.22 \times 10^{-4} (400 \times 100) = -28.9 \text{ N/mm}$$

$$q_{b,45} = -28.9 - 7.22 \times 10^{-4} (100 \times 50) = -32.5 \text{ N/mm}$$

$$q_{b,56} = q_{b,34} = -28.9 \text{ N/mm} \quad (\text{بسبب التماثل})$$

$$q_{b,67} = q_{b,23} = 0 \quad (\text{بسبب التماثل})$$

$$q_{b,21} = 0 - 7.22 \times 10^{-4} (250 \times 100) = -18.1 \text{ N/mm}$$

$$q_{b,18} = -18.1 - 7.22 \times 10^{-4} (200 \times 30) = -22.4 \text{ N/mm}$$

$$q_{b,87} = q_{b,21} = -18.1 \text{ N/mm} \quad (\text{بسبب التماثل})$$

حساب  $q_{s,o}$  يتم باستخدام معادلة 8.38 مع الاستفادة من الملاحظة المذكورة قبل المثال، لذا

$$0 = [q_{b,81} \times 60 \times 480 + 2q_{b,12} (240 \times 100 + 70 \times 240) + 2q_{b,23} \times 240 \times 100 - 2q_{b,43} \times 120 \times 100 - q_{b,54} \times 100 \times 120] + 2 \times 97200 q_{s,o}$$

بتعويض قيم  $q_b$  التي حصلنا عليها للتو في المعادلة السابقة نحصل على

$$q_{s,o} = -5.4 \text{ N/mm}$$

(الإشارة السالبة تعني أن  $q_{s,o}$  تؤثر عكس عقارب الساعة)

تدفق القص في أي جدار هو

$$q_s = q_b + q_{s,o}$$

$$q_{21} = -18.4 + 5.4 = -12.7 \text{ N/mm} = q_{87}$$

$$q_{23} = -5.4 \text{ N/mm} = q_{67}$$

$$q_{34} = -34.3 \text{ N/mm} = q_{56}$$

$$q_{45} = -37.9 \text{ N/mm}$$

$$q_{81} = 17 \text{ N/mm}$$

مما يعطي تدفق القص المبين في الشكل 8.56



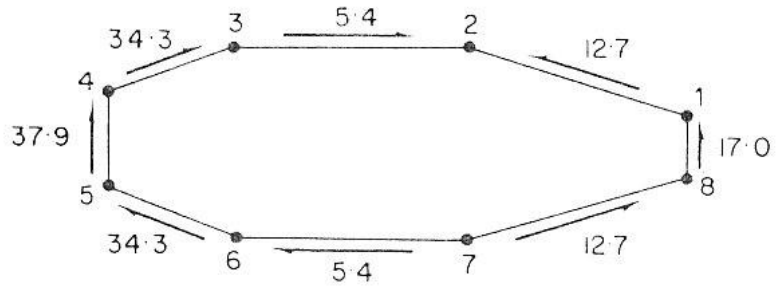


Fig. 8.56 Shear flow distribution N/mm in walls of beam section of Ex. 8.14

الشكل 8.56

### الالتواء للمقاطع ذات العوارض المفتوحة أو المغلقة

اجهاد القص لحمل الالتواء لا يتأثر بوجود المرافئ، لذا المعادلات المعطاة في الدرسين 8.5 و 8.6 صحيحتين هنا أيضاً.

### مسائل

**8.5** عارضة رقيقة الجدران لها المقطع العرضي ذو الجدار الرقيق الذي سمكه  $t$  ثابت كما هو مبين في الشكل . الأحمال هي حمل عمودي مقداره  $W$  عند طرف العارضة وحمل أفقي  $2W$  عند منتصف العارضة. كلتا القوتين تؤثران عند مركز القص. حدد وارسم توزيع تدفق القص على طول العارضة عند النقطتين 1 و 2 . (من أجل حساب خصائص المقطع  $I_{xx}$  و  $I_{yy}$  و ... ؛ يمكن اعتبار أن السمك  $t$  أقل بكثير من  $d$ )

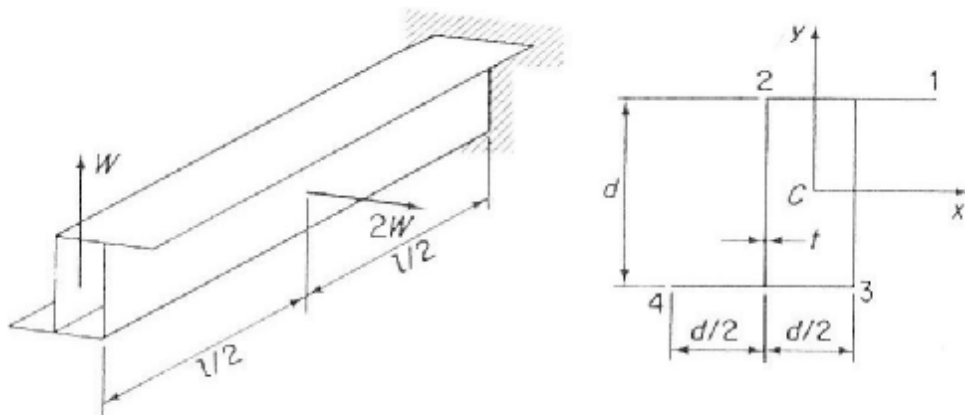


Fig. P.8.5

الشكل (P8.5)

الجواب:

$$s_{z,1}(\text{mid point}) = -0.047 \frac{Wl}{td^2} \quad , \quad s_{z,2}(\text{mid point}) = -0.627 \frac{Wl}{td^2}$$

$$s_{z,1}(\text{built-in end}) = 1.843 \frac{Wl}{td^2} \quad , \quad s_{z,2}(\text{built-in end}) = 0.103 \frac{Wl}{td^2}$$

8.21 عارضة ذات مقطع عرضي مستطيل له جدران رقيقة بالأبعاد المبينة في الشكل . إذا كانت قيمة كثافة عزم الالتواء (عزم الالتواء لكل وحدة طول) تساوي 20Nm/mm وموزعة على العارضة. أحسب أقصى إجهاد قص في العارضة.

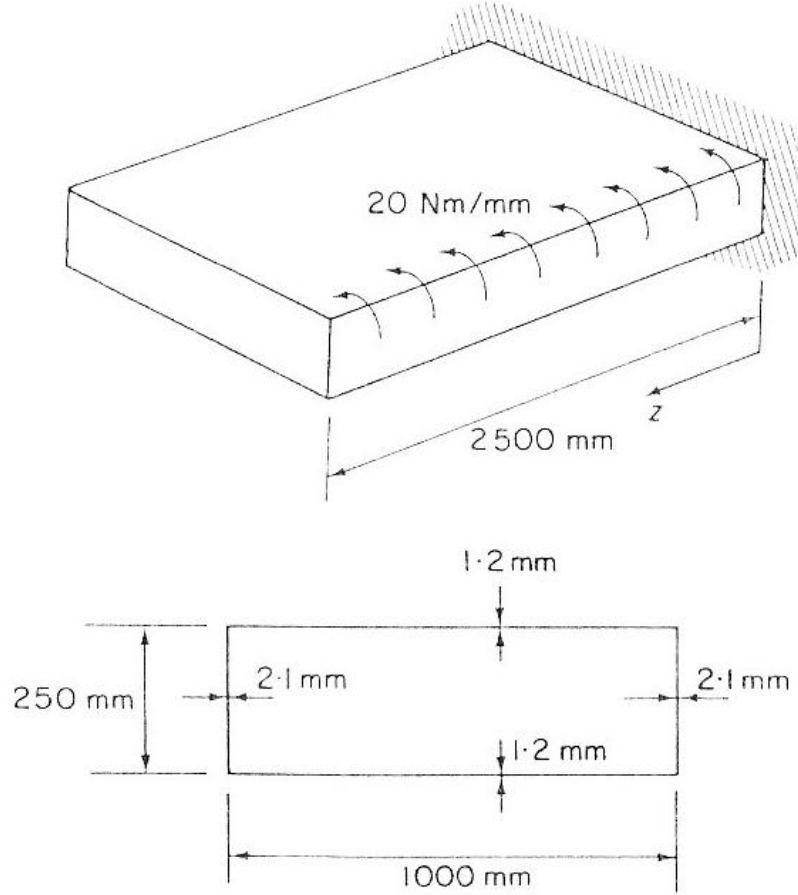


Fig. P.8.21

الشكل (P8.21)

$$t_{\max} = 83.3 \text{ N/mm}^2 \quad \text{الجواب:}$$

8.23 عارضة رقيقة الجدران دائرية المقطع العرضي لها سمك ثابت مقداره 2.5mm . طول العارضة 2000mm ، وتحمل عزم التواء عند النهايتين مقداره 450Nm بنفس الاتجاه، بالإضافة إلى عزم موزع كثافته 1Nm/mm . بالإضافة إلى وجود ردي فعل من الدعامات R عند المسافة المبينة في الشكل . أحسب أقصى إجهاد قص في العارضة

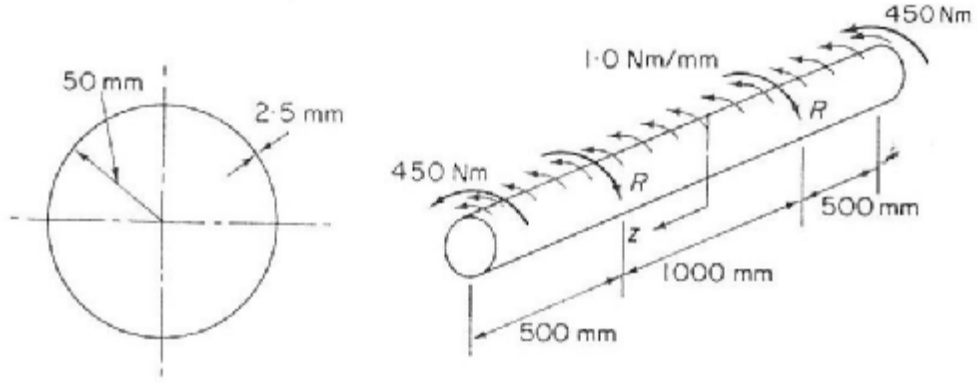


Fig. P.8.23

الشكل (P8.23)

الجواب:  $t_{\max} = 24.1 N/mm^2$

### قائمة ترجمة المصطلحات

Open section beams	عوارض مفتوحة المقطع
Closed section beams	عوارض مغلقة المقطع
Distributed load intensity	كثافة الحمل الموزع
Neutral axis	محور التعادل
Principal centroidal axes	محاور متوسطة رئيسية
Shear centre	مركز القص
Shear flow	تدفق القص
Bending	انثناء
Torsion	التواء
Idealization	المثولة
Boom	مرفأ
Frame	اطار

بسم الله الرحمن الرحيم

9

## تحليل الاجهاد لمكونات الطائرة

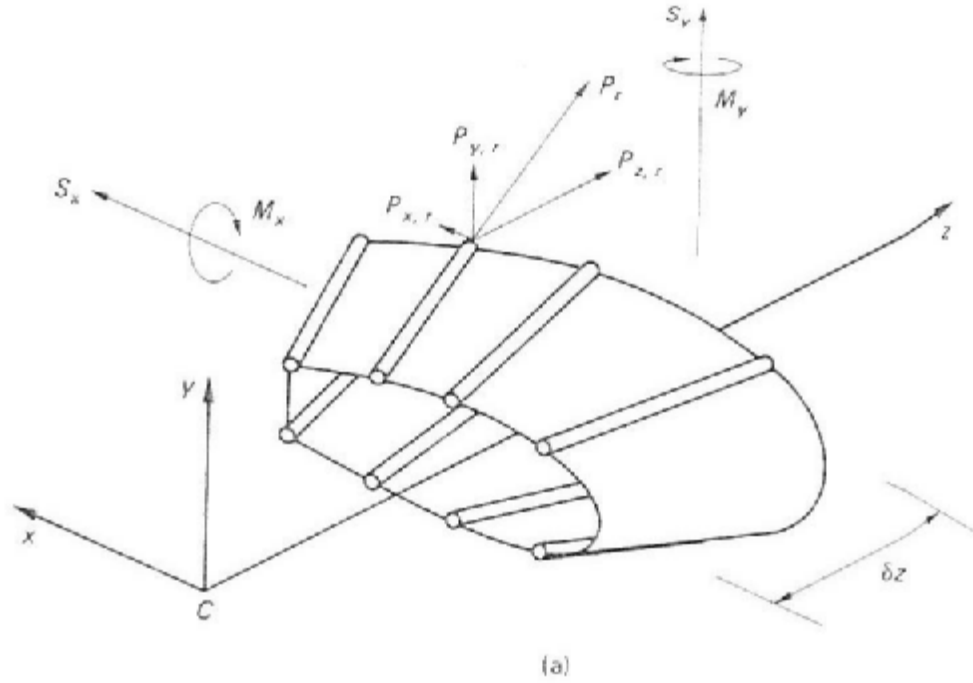
### Stress analysis to aircraft components

في وحدة 8 شرحنا النظرية الأساسية في تحليل العوارض رقيقة الجدران ذات المقطع العرضي المفتوح والمغلق. أيضاً أشرنا إلى طرق مثولة المقاطع المقواة بمدادات إلى مقاطع قابلة للتحليل . الآن نوسع تحليلنا ليشمل مكونات الطائرة والتي تتضمن جسم الطائرة والاطارات والأجنحة والأضلاع (العوارض المستدقة وأثر الفتحات في الجناح وجسم الطائرة مشروحة في الكتاب الأصلي وسنكتفي في هذا المختصر بالإشارة إليها).

المكونات البنوية للطائرة - كما رأينا في وحدة 7 - تتكون من شرائح معدنية رقيقة مقواة بمجموعة مدادات. هذه البنى معقدة وتحتاج بعض التبسيط أو المثولة قبل القيام بتحليلها . بالتالي التحليل المشروح هنا تقريبي ودرجة الدقة تعتمد على عدد الافتراضات المبسطة التي سنفترضها. الدقة العالية يمكن الحصول عليها ببرامج الكمبيوتر المعتمدة على طرق أهمها (finite element analysis method) (مبينة في وحدة 11 من الكتاب الأصلي. لكن الطرق التقريبية أبسط وأسرع وأرخص، لذا نستخدمها في المراحل الأولية من التصميم حيث نريد الاختيار بين العديد من الخيارات البنوية، كما تعطي هذه الطرق التقريبية فهم للسلوك الفيزيائي للبنى بينما برامج الكمبيوتر لا توفر هذا.

#### 9.1 العوارض المستدقة

معظم المكونات البنوية في الطائرة مثل الأجنحة وجسم الطائرة تكون عادةً مستدقة (متناقصة المقطع) من أجل زيادة الكفاءة . أنظر الشكل 9.4



الشكل 9.4

إذا كان الاستدقاق قليل فإن الاجهاد المباشر  $S_z$  الناتج من الانثناء يمكن حسابه بالمعادلة 8.10 في الوحدة السابقة. أما تدفق القص فإن طريقة حسابه تحتاج إلى تعديل ، والتوضيح موجود في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع ( في الدرس 9.1 بالاضافة إلى أجزاء من الدروس التالية في الكتاب الأصلي)

## 9.2 جسم الطائرة

جسم الطائرة يتكون - كما رأينا في وحدة 7 - من شرائح رقيقة مقواة بعدد كبير من المدادات الطولانية بالاضافة إلى الاطارات المستعرضة. عادةً جسم الطائرة معرض لعزم انثناء وقوة قص وحمل التواء مما ينتج اجهادات محورية في المدادات والغلاف بالاضافة إلى اجهادات قص في الغلاف ؛ مقاومة المدادات لقوة القص تهمل عادةً . أيضاً المسافة بين المدادات المتجاورة تكون عادة صغيرة لذا التغير في تدفق القص في الغلاف بين مداين متجاورين سيكون صغير. لذا يمكن اعتبار أن تدفق القص بين كل مداين متجاورين ثابت وهذا يبسط التحليل ليصبح المقطع مثالي (ممثل) تتحمل فيه المدادت (المرافئ ) جميع الاجهادات المباشرة بينما يكون الغلاف فعال فقط في القص. يمكننا أن نأخذ في الاعتبار قدرة الغلاف على تحمل الاجهاد المباشر بواسطة مساحة المرافئ للمقطع الممثل كما هو في الدرس 8.9 . إذن تحليل جسم الطائرة يتضمن حساب الاجهاد المباشر في المدادات وتوزع

اجهاد القص في الغلاف، وهذا الأخير مهم في تحليل المقاطع المستعرضة كما سنرى في درس 9.4 .

### الإنشاء

نمثول الغلاف والمدادات إلى مرافئ وغللاف بالطريقة المشروحة في درس 8.9 .  
نحسب الاحهاد المباشر على كل مرفأ بالمعادلة 8.6 أو 8.7 حيث تكون محاور الاسناد المعتمدة لحساب خصائص المقطع هي المحاور الخاصة بالمرافئ.

### مثال 9.4

جسم طائرة الركاب الخفيفة له المقطع العرضي الدائري المبين في الشكل 9.11a . مساحة المقطع العرضي لكل مداد هي  $100\text{mm}^2$  والمسافات الطولية معطاة في الشكل 9.11a . إذا كان جسم الطائرة معرض لعزم انثناء مقداره  $200\text{KNm}$  يؤثر في مستوى التماثل العمودي. أحسب توزع الاجهادات المباشرة.

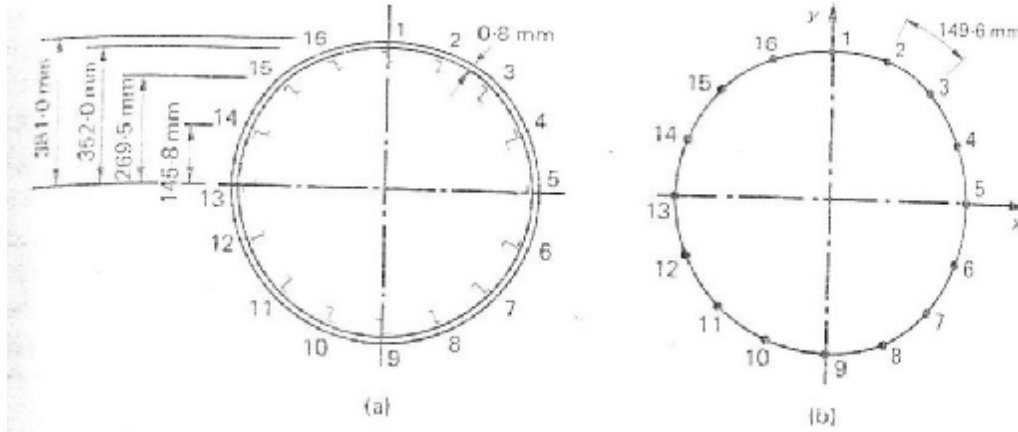


Fig. 9.11 (a) Actual fuselage section; (b) Idealized fuselage section

### الشكل 9.11

### الحل

أولاً نقوم بتمثولة المقطع باستخدام الطريقة المشروحة في درس 8.9 . من باب التقريب سوف نفترض أن الغلاف مسطح بين كل مدادين متجاورين، لذا يمكننا استخدام معادلة 8.70 أو 8.71 لحساب مساحة المرافئ ومن التماثل

$$B_1 = B_9, \quad B_2 = B_8 = B_{10} = B_{16}, \quad B_3 = B_7 = B_{11} = B_{15}, \quad B_4 = B_6 = B_{12} = B_{14}, \\ B_5 = B_{13}$$

من معادلة 8.70

$$B_1 = 100 + \frac{0.8 \times 149.6}{6} \left( 2 + \frac{S_2}{S_1} \right) + \frac{0.8 \times 149.6}{6} \left( 2 + \frac{S_{16}}{S_1} \right)$$

أي

$$B_1 = 100 + \frac{0.8 \times 149.6}{6} \left( 2 + \frac{352.0}{381.0} \right) \times 2 = 216.6 \text{ mm}^2$$

وبنفس الطريقة  $B_2 = 216.6 \text{ mm}^2$  و  $B_3 = 216.6 \text{ mm}^2$  و  $B_4 = 216.7 \text{ mm}^2$  . نلاحظ أن المداين 5 و 13 يقعان على محور التعادل للمقطع لذا فهما غير منضغطان، إذن لا داعي لحساب مساحة  $B_5$  و  $B_{13}$  . لهذا المقطع  $I_{xy} = 0$  (لأن  $C_x$  و  $C_y$  محور تماثل). أيضاً  $M_y = 0$  لذا معادلة 8.6 تصبح

$$s_z = \frac{M_x y}{I_{xx}}$$

حيث

$$I_{xx} = 2 \times 216.6 \times 381^2 + 4 \times 216.6 \times 352^2 + 4 \times 216.6 \times 2965^2 + 4 \times 216.7 \times 145.8^2 \\ = 2.52 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

نكمل باقي الحل في الجدول 9.2

جدول 9.2

المرفأ (المداد)	y (mm)	$s_z$ (N/mm <sup>2</sup> )
1	381	302.4
2, 16	352	279.4
3, 15	269.5	213.9
4, 14	145.8	115.7
5, 13	0	0
6, 12	-145.8	-115.7
7, 11	-269.5	-213.9
8, 10	-352	-279.4
9	-381	-302.4

القص

لجسم الطائرة ذو المقطع مثل المبين في الشكل 9.11a حساب تدفق القص على الغلاف الناتج من قوة القص هو أساساً تحليل عارضة ذات مقطع ممثل مغلفة لخلية أحادية مغلفة. إذن توزع تدفق القص يحسب بمعادلة 8.80 حيث نعتبر أن قدرة الغلاف على حمل الاجهاد المباشر تساوي صفر ( $t_D = 0$ ). لذا

$$q_s = - \left( \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \sum_{r=1}^n B_r x_r - \left( \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o} \dots \dots \dots 9.17^1$$

<sup>1</sup> هناك خطأ في هذه المعادلة في الكتاب الأصلي

معادلة 9.17 تنطبق لحالات التحميل التي تكون فيها أحمال القص لا تؤثر بالضرورة في مركز القص، أي أن أثر القص والالتواء متضمن فيها. أيضاً بإمكاننا استخدام فكرة أخرى للحمل (إذا كنا نعرف موقع مركز القص) وهي أن نستبدل حمل القص بنظام مكافئ من حمل قص يؤثر خلال مركز القص بالإضافة إلى التواء خالص، ثم نحسب توزيع تدفق القص لكل منهما ثم نجمع التوزيعين للحصول على التوزيع النهائي.

### مثال 9.5

جسم الطائرة في مثال 9.4 معرض لحمل قص عمودي مقداره 100KN يؤثر على مسافة 150mm من محور القص العمودي للمقطع الممثل المبين في الشكل 9.12 . أحسب توزيع تدفق القص في المقطع.

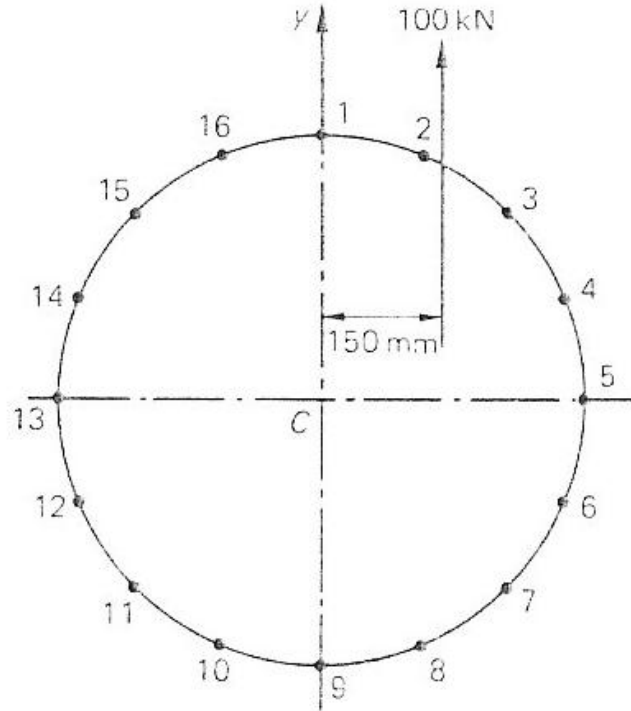


Fig. 9.12 Idealized fuselage section of Ex. 9.5

الشكل 9.12

الحل

كما في المثال 9.4 وبما أن  $I_{xy} = 0$  و  $S_x = 0$  معادلة 9.17 تصبح

$$q_s = -\frac{S_y}{I_{xx}} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o} \dots \dots \dots (i)$$

حيث  $I_{xx} = 2.52 \times 10^8 \text{ mm}^4$  كما في المثال السابق. لذا



$$q_s = -\frac{100 \times 10^3}{2.52 \times 10^8} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o}$$

أي

$$q_s = -3.97 \times 10^{-4} \sum_{r=1}^n B_r y_r + q_{s,o} \dots \dots \dots (ii)$$

الجزء الأول من الطرف الأيمن من معادلة (ii) هو تدفق القص للجزء المفتوح  $q_b$ . لذا نقطع (cut) احدى ألواح الغلاف (مثلاً 12) ونحسب  $q_b$ . النتائج مبينة في الجدول 9.3

### الجدول 9.3

لوح الغلاف	المرفأ	$B_r (mm^2)$	$y_r (mm)$	$q_b (N/mm)$
1 2	-	-	-	0
2 3	2	216.6	352	-30.3
3 4	3	216.6	269.5	-53.5
4 5	4	216.7	145.8	-66.0
5 6	5	-	0	-66.0
6 7	6	216.7	-145.8	-53.5
7 8	7	216.6	-269.5	-30.3
8 9	8	216.6	-352	0
1 16	1	216.6	381	-32.8
16 15	16	216.6	352	-63.1
15 14	15	216.6	269.5	-86.3
14 13	14	216.6	145.8	-98.8
13 12	13	-	0	-98.8
12 11	12	216.7	-145.8	-86.3
11 10	11	216.6	-269.5	-63.1
10 9	10	216.6	-352.0	-32.8

لاحظ في الجدول 9.3 أن المرفأ المعني هو المرفأ الذي نمر به عندما ننقل حساباتنا من لوح إلى اللوح التالي. الآن نحسب  $q_{s,o}$  بأخذ العزم حول أحد مراكز العزم المناسبة، C مثلاً، لذا من معادلة 8.37

$$100 \times 10^3 \times 150 = \int q_b p ds + 2A_{23} q_{s,o} \dots \dots \dots (iii)$$

حيث  $A = p \times 381^2 = 4.56 \times 10^5 mm^2$ . بما أن القص  $q_b$  ثابت بين المرفأئ معادلة (iii) تصبح (أنظر الملاحظة المذكورة قبل مثال 8.15)

$$100 \times 10^3 \times 150 = -2A_{12} q_{b,12} - 2A_{23} q_{b,23} \dots \dots \dots - 2A_{16} q_{b,16} + 2A q_{s,o} \dots \dots (iv)$$

حيث  $A_{12}$   $A_{23}$  ..... هي المساحات لمقاطع الدائرة C12 C13 ..... ، وهي كما هو واضح تساوي

$$A_{12} = A_{23} = \dots = \frac{4.56 \times 10^5}{16} = 28500 \text{ mm}^2$$

أيضاً العزوم عكس عقارب الساعة نعتبرها موجبة، لذا معادلة (iv) تصبح

$$100 \times 10^3 \times 150 = 2 \times 28500 (-q_{b,12} - q_{b,23} \dots q_{b,16}) + 2 \times 4.56 \times 10^5 q_{s,o} \dots (v)$$

بتعويض قيم  $q_b$  من جدول 9.3 في معادلة (v) نحصل على

$$100 \times 10^3 \times 150 = 2 \times 28500 (-262.4) + 2 \times 4.56 \times 10^5 q_{s,o}$$

ومنه

$$q_{s,o} = 32.8 \text{ N/mm} \quad (\text{تؤثر عكس عقارب الساعة})$$

نحصل على توزيع تدفق القص الكامل بجمع قيم  $q_b$  مع  $q_{s,o}$  . والناتج موضح في الشكل 9.13

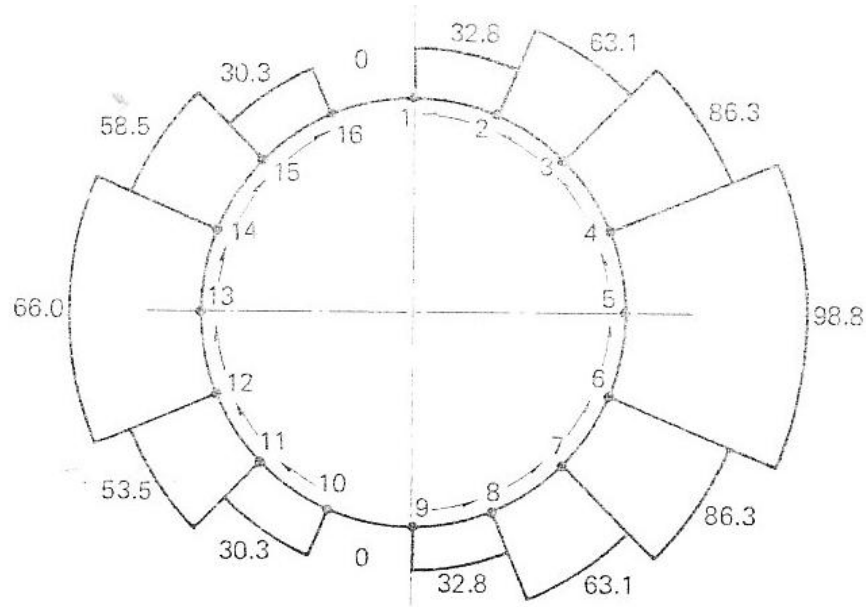


Fig. 9.13 Shear flow (N/mm) distribution in fuselage section of Ex. 9.5

الشكل 9.13

### الالتواء

مقطع جسم الطائرة هو أساساً مقطع مغلق لعارضة أحادية الخلية . إذن توزيع اجهاد القص الناتج من الالتواء الخالص هو

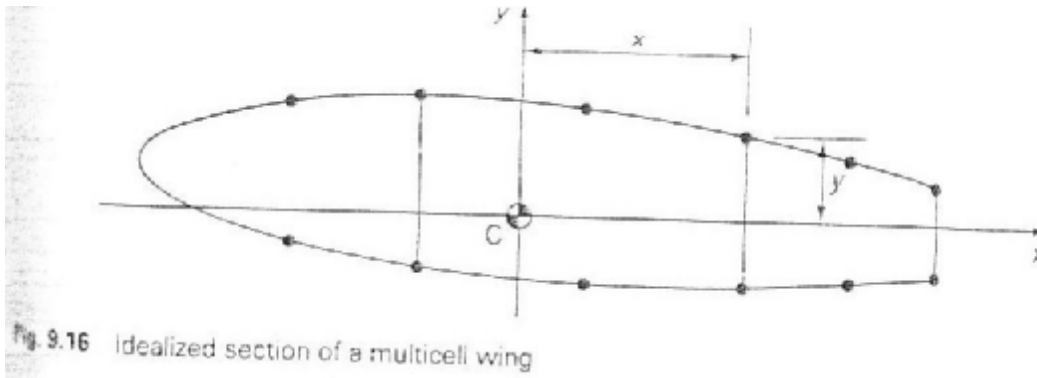
$$q = \frac{T}{2A} \dots \dots \dots 9.18$$

### 9.3 الأجنحة

رأينا في وحدة 7 و 8 أن مقطع الجناح يتكون من غلاف رقيق مقوى بمدادات وعوارض رئيسة وأضلاع . لكن كما هو الحال في مقطع جسم الطائرة فإن المدادات الكثيرة المترابطة تسمح لنا بافتراض أن تدفق القص ثابت في الغلاف بين كل مدادين متساويين، أي أنه يمكن تحليل مقطع الغلاف على أنه ممثل طالما أنه تم إضافة قدرة الغلاف على تحمل الاجهاد المباشر إلى مساحة المرافئ. سوف ندرس تحليل مقاطع الجناح متعددة الخلايا المعرضة لأحمال انثناء والتواء وقص.

#### الانثناء

عزم الانثناء عند أي مقطع من الجناح يكون عادةً ناتج من حمل قص عند مقطع آخر. الاجهاد المباشر على مقطع جناح مثل الذي في الشكل 9.16 يحسب بالمعادلة 8.6 و 8.7 حيث المحاور هي محاور النظام الممثل.



الشكل 9.16

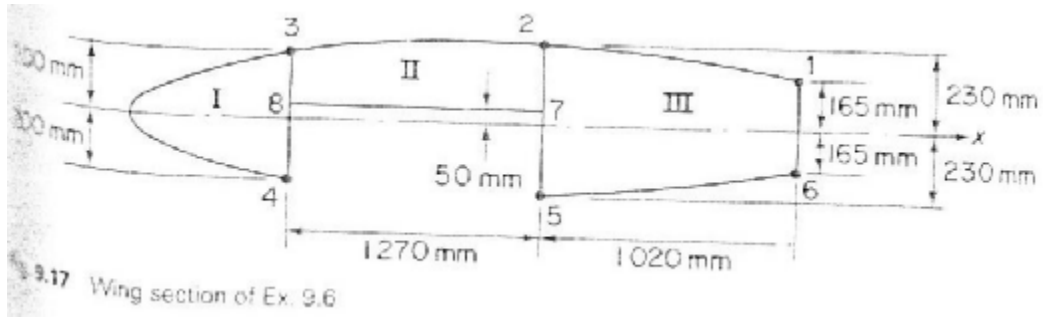
#### مثال 9.6

مقطع الجناح المبين في الشكل 9.17 تم مثولته بحيث أن المرافئ تتحمل جميع الاجهاد المباشر . إذا كان مقطع الجناح معرض لعزم انثناء مقداره 300KNm ويؤثر في المستوى العمودي ، أحسب الاجهادات المباشرة على المرافئ.  
مساحة المرافئ

$$B_1 = B_6 = 2580 \text{ mm}^2$$

$$B_2 = B_5 = 3880 \text{ mm}^2$$

$$B_3 = B_4 = 3230 \text{ mm}^2$$



الشكل 9.17

الحل

نلاحظ أن توزع مساحات المرفأئ متماثل حول المحور x . لذا فمن معادلة 8.6  $I_{xy} = 0$  .  
 أيضاً  $M_x = 300KNm$  و  $M_y = 0KNm$  . إذن معادلة 8.6 تصبح

$$s_z = \frac{M_x y}{I_{xx}}$$

$$I_{xx} = 2(2580 \times 165^2 + 3880 \times 230^2 + 3230 \times 200^2) = 809 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

إذن

$$s_z = \frac{300 \times 10^6}{809 \times 10^6} y = 0.371 y$$

الآن نكمل الحل في الجدول 9.4 حيث الاجهاد الموجب هو اجهاد شد والسالب انضغاط

الجدول 9.4

المرفأ	Y (mm)	$s_z (N / \text{mm}^2)$
1	165	61.2
2	230	85.3
3	200	74.2
4	-200	-74.2
5	-230	-85.3
6	-165	-62.1

الالتواء

توزع القص في الاتجاه الوتري (chordwise) على الجناح يمكن تمثيله بأحمال قص (أحمال الرفع والمقاومة) مؤثرة في المركز الايرودينامي مع عزم خطران  $M_o$  (أنظر الدرس 7.2) . هذا النظام من أحمال القص يمكن تحويله إلى مركز القص للمقطع على

صورة أحمال قص  $S_x$  و  $S_y$  مع عزم الالتواء T. سوف نتكلم الآن عن حالة الالتواء الخالص

مقطع الجناح المبين في الشكل 9.18 يتكون من خلايا عددها N ويتحمل عزم T والذي ينتج عزم (مجهول) على كل خلية . طريقة حساب تدفق القص مشروحة في الكتاب الأصلي لمن أراد.

### القص

سوف نتحدث عن الحالة العامة لمقطع جناح مكون من خلايا عددها N ، مكون من مرافئ وألواح غلاف . حيث ألواح الغلاف قادرة على تحمل الاجهاد المباشر واجهاد القص . مقطع الجناح معرض لأحمال قص  $S_x$  و  $S_y$  التي لا يمر خط تأثيرها بالضرورة في مركز القص S (أنظر الشكل 9.22) ؛ إذن توزع تدفق القص ناتج من القص والالتواء .

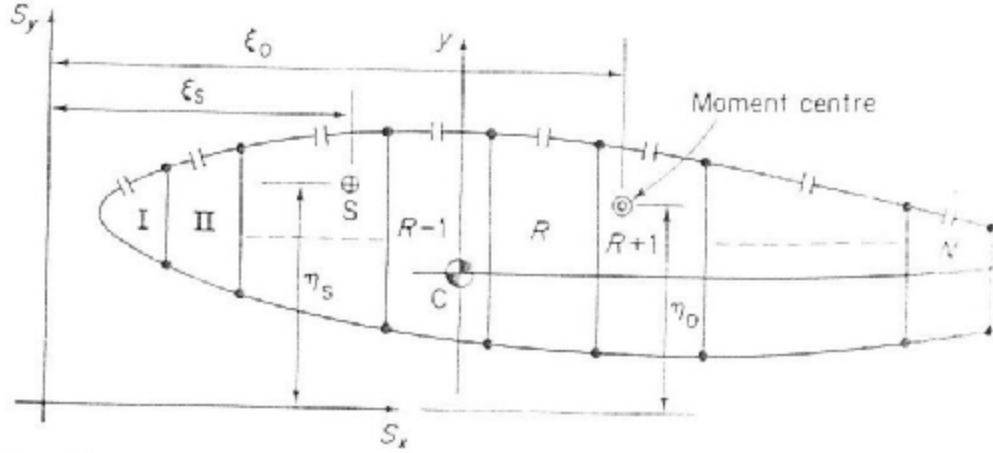


Fig. 9.22 N-cell wing section subjected to shear loads

### الشكل 9.22


طريقة حساب تدفق القص تعتمد على توسيع طريقة تحليل الخلية الأحادية المعرضة لحمل قص (الدرس 8.4 و 8.9). الطريقة مشروحة في الكتاب الأصلي لمن أراد .


### 9.4 اطارات جسم الطائرة ، وأضلاع الأجنحة

تتكون الطائرات بصورة رئيسية من أغلفة رقيقة قادرة على مقاومة أحمال الشد والقص لكنها تتبعج تحت أحمال الانضغاط الصغيرة نسبياً . لذا نقوي الاغلفة بواسطة مدادات طولانية لمقاومة أحمال الانضغاط داخل مستواها وبنفس الوقت تقاوم الأحمال الخفيفة الموزعة عمودياً على سطح الأغلفة. تقليل الطول الفعال للمدادات في جسم الطائرة يتم بواسطة اطارات مستعرضة أو فواصل انشائية مستعرضة ، أما في الجناح فيتم بواسطة الأضلاع. بالإضافة إلى ذلك تقوم الاطارات والأضلاع باسناد الأحمال المركزة في المستويات

المستعرضة وتنقلها إلى المدادات والأغلفة. مثلاً يتم نقل حمل العجلات إلى الجناح من خلال نقاط اتصال العارضة الرئيسة بالأضلاع .

عموماً الأضلاع والاطارات مصنوعة من شرائح رقيقة وتحتاج أعضاء تقوية لنقل الأحمال المركزة إلى نسيجها. إذا كان الحمل يؤثر في مستوى النسيج فلا بد أن يكون عضو

التقوية باتجاه الحمل (  ) ، لكن إن كان هذا غير ممكن فلا بد أن يؤثر الحمل عند نقطة

اتصال عضوي التقوية (  ) بحيث يسند كل عضو مركبة الحمل الذي في اتجاهه. هذا

كله يحدث اجهادات في عضو التقوية والنسيج ويجب التأكد من عدم حصول انهيار أو انبعاج في أي منهما . إذا كان الحمل ليس في مستوى النسيج فلا بد أن يكون هناك التقاء لنسيجين

مقويين لاسناد الحمل (الشكل 9.45) . لكن أحياناً يكون هذا الحل غير عملي، هناك حل آخر

مناسب عندما تكون مركبة الحمل الغير موازية للنسيج صغيرة وهو البنية المبينة في الشكل

9.46، أما إن لم تكن هذه المركبة صغيرة فلا بد من اضافة عضو جديد بين الاطار (أو

الضلع) والاطار (أو الضلع)المجاور. على العموم لا يجوز أن يقوم النسيج الغير مقوى باسناد

حمل عمودي بغض النظر عن صغر قيمة الحمل .

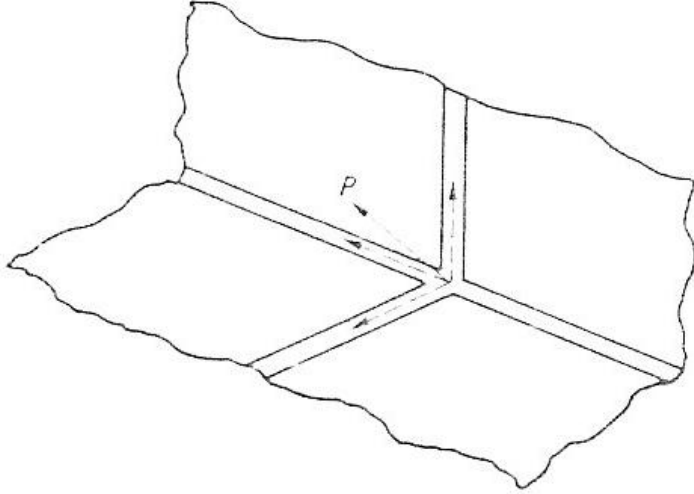


Fig. 9.45 Structural arrangement for an out of plane load

الشكل 9.45

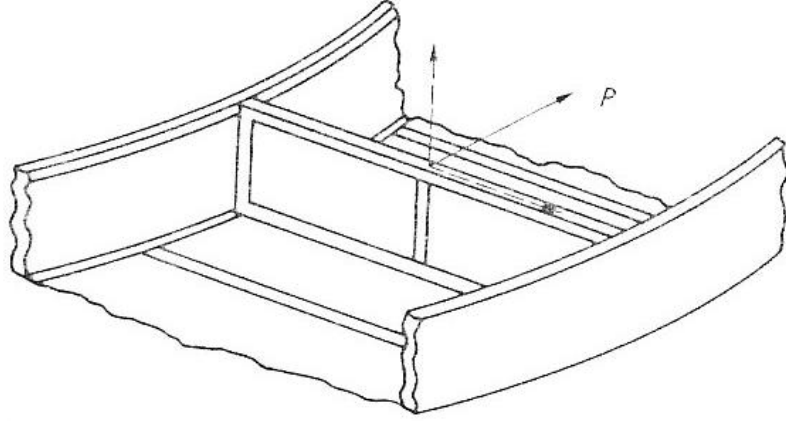


Fig. 9.46 Support of load having a component normal to a web

الشكل 9.46

### اطارات جسم الطائرة

لا حظ أن اطارات جسم الطائرة تنقل الأحمال إلى غلاف جسم الطائرة وتوفر اسناد للمدادات الطولية. عموماً الاطارات تأخذ شكل حلقات مفرغة كي يكون جسم الطائرة الداخلي غير مسدود. وهي موصولة باستمرار على طول محيطها مع غلاف جسم الطائرة وليست بالضرورة دائرية لكنها عادةً متماثلة حول محورها العمودي. اطار جسم الطائرة في حالة اتزان (equilibrium) تحت الاحمال الخارجية وتدفق القص الناتج من رد فعل غلاف جسم الطائرة. افرض أن الاطار له محور تماثل عمودي ومعرض لحمل عمودي خارجي  $W$  كما هو في الشكل 9.47. تم مثولة المقطع للغلاف والمدادات بحيث يكون غلاف جسم الطائرة فعال فقط في تحمل القص. قيمة رد فعل القص  $q_f$  التي يؤثر بها الغلاف على الاطار (frame) تحسب بالمعادلة

$$q_f = q_b + q_{s,o} = -\frac{W}{I_{xx}} \sum_r B_r y_r + q_{s,o}$$

حيث  $B$  مساحة المرفأ و  $I_{xx}$  هي لمجموعة المرفأ و  $q_{s,o}$  تحسب من معادلة 8.37. أي طريقة حساب  $q_f$  هي نفس طريقة حساب  $q_s$  للمقطع الممثول (مثل المثال 9.5).

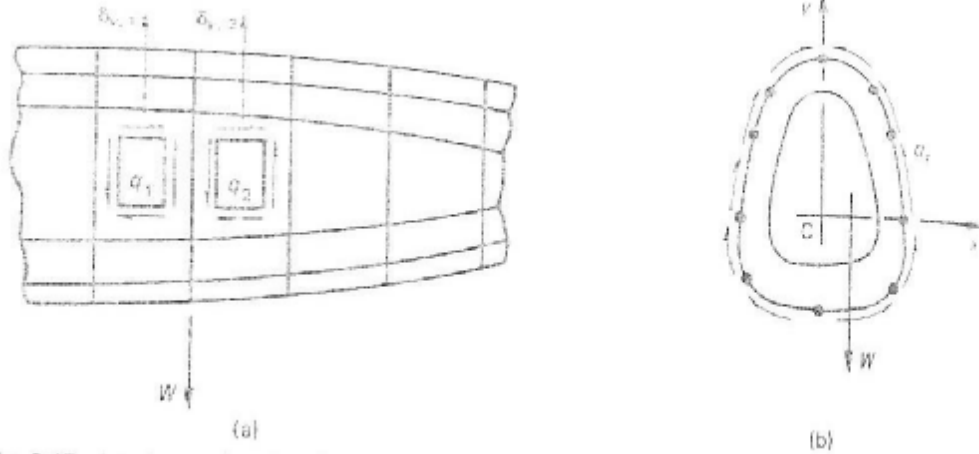


Fig. 9.47 Loads on a fuselage frame

### الشكل 9.47

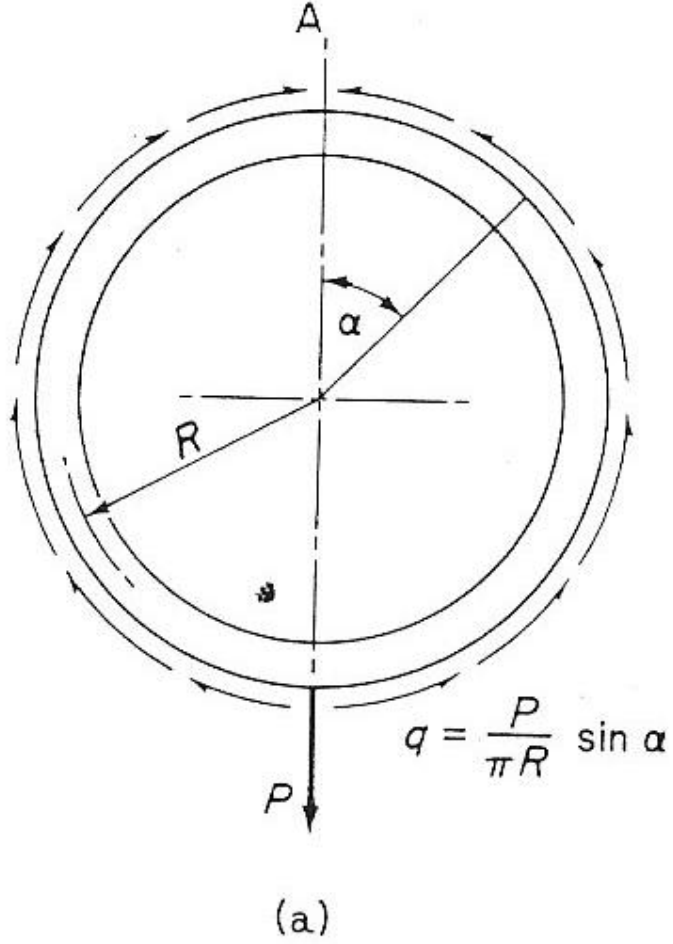
بعد حساب توزيع تدفق القص حول الاطار لا بد من تحليل الاطار نفسه لمعرفة توزيع عزم الانثناء وقوة القص الداخلية والقوة العمودية الداخلية كما في الدرس 4.7 .

]]]] من نتائج الدرس المذكور (درس 4.7) نأخذ الحالة المهمة البسيطة التالية، وهي حالة اطار دائري تؤثر عليه قوة مركزية خارجية P بالاضافة إلى تدفق قص ناتج من رد فعل الغلاف قيمته (كما يمكن أن نثبت) هي

$$q = \frac{P}{p R} \sin a$$

أنظر الشكل





الشكل 4.19a

قيمة العزم  $M$  عند الزاوية  $a$  هي

$$M = \frac{PR}{2p} (1 - \frac{1}{2} \cos a - a \sin a)$$

إن القيمة القصوى لعزم الانثناء في الاطار هي

$$M_{\max} = \frac{3PR}{4p}$$

[[ [

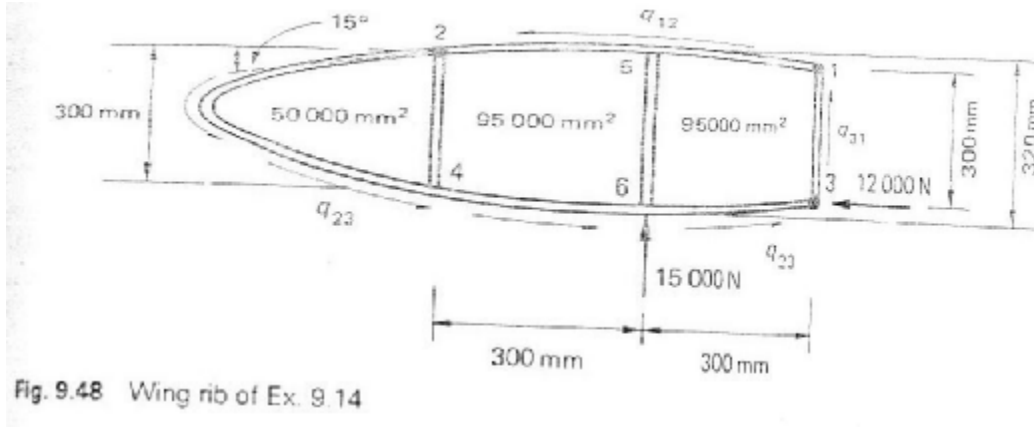
### أضلاع الجناح

أضلاع الجناح تقوم بوظيفة مماثلة لما تقوم به الاطارات في جسم الطائرة . حيث تحافظ على شكل مقطع الجناح ، وتساعد على نقل الأحمال المركزة إلى غلاف الجناح، وتقلل الطول الفعال للمدات . شكلها على كلٍ مختلف عادةً عن شكل الاطارات، فهو غير متماثل

عادةً وأنسجته مستمرة (غير مفرغة) باستثناء بعض الفتحات لتخفيف الوزن وتميرير تمديدات التحكم .

أضلاع الجناح معرضة لأحمال مشابهة لتلك الموجودة على اطارات جسم الطائرة.

القوى الخارجية المؤثرة على الضلع خلال مستواه تنتج رد فعل تدفق قص على طول الضلع. أنظر الشكل 9.48 (و الشكل جزء من مثال في الكتاب الأصلي والهدف حساب تدفق في أنسجة الضلع وأمور أخرى).



الشكل 9.48

## 9.5 الفتحات في الأجنحة وجسم الطائرة

لغاية الآن تعاملنا مع الأجنحة وجسم الطائرة على أنها صناديق مغلقة مقواة بأضلاع أو اطارات مستعرضة ومدادات طولانية. لكن عملياً لا بد من وجود فتحات في الغلاف المقوى مثل فتحات في الأجنحة لادخال العجلات أو لخزانات الوقود أو للأسلحة أو للمحركات وغيره ، وفي جسم الطائرة مثل الأبواب والنوافذ وغيرها. هذه الفتحات تحدث انفصال في الغلاف المتصل مما يسبب إعادة توزيع الأحمال قرب الفتحة ويؤثر على أحمال الغلاف والمدادات والأضلاع والاطارات للجناح وجسم الطائرة . عادةً هذه الفتحات يجب أن تقوى كثيراً مما يسبب زيادة في الوزن. (التفصيل وبعض طرق الحل موجودة في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع).

### مسائل

9.4 مقطع جسم طائرة ثنائي التماثل موضح في الشكل تم مثولته إلى مرافئ حاملة للاجهاد المباشر وغلاف حامل لاجهاد القص؛ مسافة كل مرفاً هي  $150\text{mm}^2$ . أحسب الاجهاد المباشر في المرافئ وتدفق القص في ألواح الغلاف عندما يكون المقطع معرض لحمل قص مقداره 50KN وعزم انثناء مقداره 100KNm .

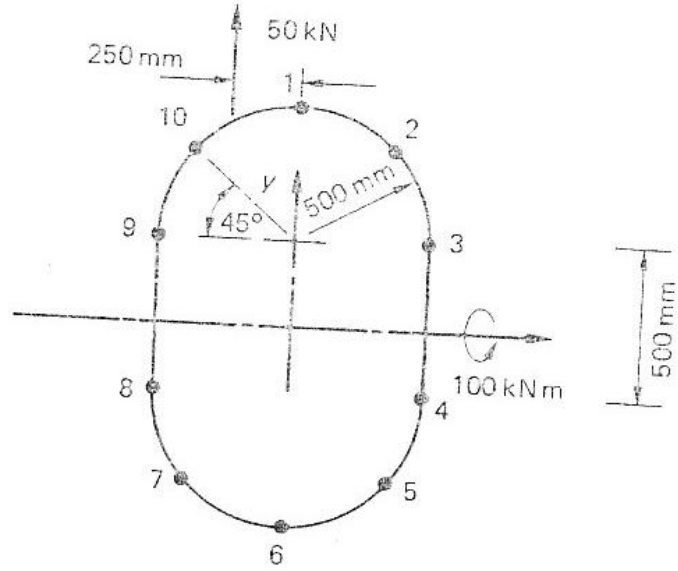


Fig. P.9.4

الشكل P9.4

الجواب:

$$s_{z,1} = -s_{z,6} = 180 \text{ N/mm}^2, \quad s_{z,2} = s_{z,10} = -s_{z,5} = -s_{z,7} = 144.9 \text{ N/mm}^2,$$

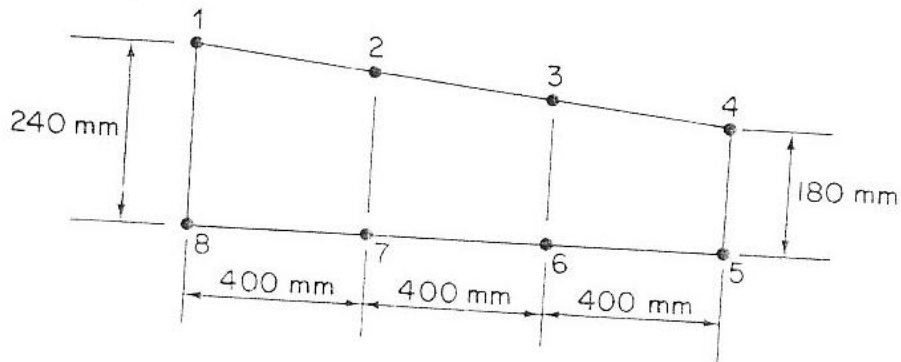
$$s_{z,3} = s_{z,9} = -s_{z,4} = -s_{z,8} = 60 \text{ N/mm}^2$$

$$q_{21} = q_{65} = 0.7 \text{ N/mm}, \quad q_{32} = q_{54} = 11.6 \text{ N/mm}, \quad q_{43} = 16.1 \text{ N/mm}$$

$$q_{67} = q_{101} = 12.8 \text{ N/mm}, \quad q_{78} = q_{910} = 23.7 \text{ N/mm}, \quad q_{89} = 28.2 \text{ N/mm}$$

9.6 الخلية المركزية في جناح طائرة ممثلة بالمقطع المبين في الشكل . إذا كانت أحمال الرفع والمقاومة على الجناح تنتج عزمي انثناء مقدارهما  $-120000 \text{ Nm}$  و  $-30000 \text{ Nm}$  على التوالي . عند المقطع المبين أحسب الاجهاد المباشر في المرافئ . افرض أن متجهات الرفع والمقاومة تقع في المستويات العمودية والأفقية . مساحة المرافئ :

$$B_1 = B_4 = B_5 = B_8 = 1000 \text{ mm}^2, \quad B_2 = B_3 = B_6 = B_7 = 600 \text{ mm}^2$$



P.9.6

الشكل P9.6

الجواب:

$$\begin{aligned} s_1 &= -191 N/mm^2 , s_2 = -182 N/mm^2 , s_3 = -173 N/mm^2 , \\ s_4 &= -164 N/mm^2 , s_5 = 140 N/mm^2 , s_6 = 165 N/mm^2 , \\ s_7 &= 189 N/mm^2 , s_8 = 214 N/mm^2 \end{aligned}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

# الايروديناميات

اختصار وترجمة وانتقاء من كتاب

## **Aerodynamics for Engineers**

تأليف

**John J. Bertin**  
**Michael L. Smith**

طبعة سنة 1979

اعداد

المهندس عبد الرحمن

الطبعة الأولى

## مقدمة المساق

هذا المساق يتحدث عو الايروديناميات؛ أي علم الهواء المتحرك. ويتوقع من الطالب بعد اتمام هذا المساق أن يتمكن من تقدير العزوم وقوى الرفع والمقاومة المؤثرة على طائرة أثناء طيرانها في الهواء. والمساق سيركز على السرعات دون الصوتية، لكن دون اهمال السرعات الفوق صوتية.

## منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

### الانتقاء:

قمت بانتقاء مواضيع الكتاب التي تفيد الدارس في هذه الدورة ؛ مسترشداً بخطة تخصص هندسة الطيران في الجامعات، مع بعض الاجتهادات الشخصية في حذف بعض المواضيع قليلة الأهمية. وأحياناً أشرت إلى مواضع بعض المواضيع في الكتاب الأصلي لمن أراد التوسع. وشمل الانتقاء أيضاً المسائل والأمثلة.

### الاختصار:

لم أقم بتلخيص النصوص حتى لا أخل بالمعنى. بل تركز الاختصار على حذف معظم الاشتقاقات الرياضية؛ حيث حاولت إعطاء العلاقة النهائية مباشرة دون الاهتمام الكبير بكيفية الوصول إليها. كما اختصرت بعض النصوص التي رأيت أن اختصارها أفضل.

### الترجمة:

حاولت أن أترجم ما انتقيته من هذا الكتاب ترجمة حرفية قدر الامكان. أما المصطلحات التخصصية فقد استخدمت معجم متخصص، لكن للأسف لا توجد فيه جميع المصطلحات التي واجهتها؛ ولذلك سأكتب الترجمة التي اعتمدها للمصطلحات اللازمة في قائمة في نهاية كل وحدة وسأسميها " قائمة ترجمة المصطلحات ". لكن للعلم لم أضع بعض المصطلحات قليلة التكرار في "قائمة ترجمة المصطلحات"؛ بل ترجمتها وأتبعها بالأصل الانجليزي بين قوسين. ونفس الكلام عندما تكون الترجمة لا تعطي المعنى الدقيق للكلمة الانجليزية، أو عندما تكون هناك عدة مرادفات انجليزية لنفس الكلمة العربية، وأحياناً أفعل نفس الشيء للكلمات التي اعتمدت ترجمة لها

في " قائمة ترجمة المصطلحات " . وأنصح الدارس أن يهتم بالمصطلحات الانجليزية؛ حتى يتمكن من فهم المراجع الانجليزية - إذا احتاجها - ، وأيضاً كي يسهل عليه فهم المراجع العربية التي تستخدم ترجمة مصطلحات مختلفة عن التي اخترتها (والتي تضع الأصل الانجليزي عادة) . هذا بالإضافة إلى ارتباط الرموز - حتى في هذه الدورة - بالمصطلحات الانجليزية.

#### ملاحظة:

الدروس في الكتاب الأصلي ليس لها أرقام، وأنا قمت بترقيمها تبعاً لتسلسلها في الكتاب الأصلي (وليس تبعاً لتسلسلها في هذا المختصر).

#### ملاحظة:

الوحدات و(الدروس) والمسائل والمعادلات والأشكال والأمثلة - لها نفس الأرقام الموجودة في الكتاب الأصلي، لذا عندما يأتي الشكل 3.4 بعد الشكل 3.2 فهذا يعني فقط أن الشكل 3.3 ليس موجوداً في هذا المختصر.

#### مختصر مقدمة الكتاب:

هذا الكتاب مخصص لمساق الايروديناميات في هذه الدورة. الوحدة الأولى هي مقدمة في ميكانيكا الموائع، والوحدات (2 و 4 و 6) تتحدث عن مجالات الدفع التي يمكن اعتبار الكثافة فيها ثابتة، والوحدات (7 و 8 و 9 و 10) تتحدث عن مجالات الدفع التي تكون فيها تغيرات الكثافة مهمة، والوحدة الثالثة لها علاقة بكلتا الحالتين السابقتين.

#### الفهرس:

مقدمة المساق

منهج الترجمة والاختصار والانتقاء

مختصر مقدمة الكتاب

الفهرس

## Fundamentals Of Fluids

- 1.1 مقدمة
- 1.2 خصائص المائع
- درجة الحرارة
- الضغط
- الكثافة
- اللزوجة
- 1.3 الجو
- 1.4 مقدمة في ديناميات الموائع
- 1.5 معادلة الاستمرارية
- 1.6 حفظ الزخم الخطي
- 1.7 رقم رينولدس ورقم ماخ كحدود تشابه
- 1.8 مفهوم الطبقة المتاخمة
- 1.9 الدفق غير اللزج
- 1.10 التداول
- 1.11 الدفق اللادوراني

## 2

ديناميات مجال الدفق اللا لزج اللا تضاعطي

### Dynamics of incompressible inviscid flow field

- 2.1 معادلة برنولي
- 2.2 استخدام معادلة برنولي لتحديد سرعة الهواء
- 2.3 معامل الضغط
- خط التيار
- الانفصال

## 3

الحدود المميزة للمقطع الايرودينامي وايروديناميات الجناح



## Characteristic Parameters For Airfoil & Wing Aerodynamics

3.1 حدود جيومترية المقطع الايرودينامي

رموز المقاطع الايرودينامية

نصف قطر الحافة المتقدمة

خط الوتر

خط الاحدياب المتوسط

السك الأقصى وتوزيع السك

زاوية الحافة الخلفية

3.2 حدود جيومترية الجناح

3.3 مميزات القوى الايرودينامية

الحدود التي تحكم القوى الايرودينامية

3.4 معاملات القوى والعزوم الايرودينامية

معامل الرفع

معاملات العزم

معامل المقاومة

تحول الطبقة المتاخمة

أثر خشونة السطح على القوى الايرودينامية

الأجنحة ذات المقطع المحدود

التضاغطية

نسبة الرفع/المقاومة

## 4

الدفق اللاتضاغطي حول ثنائي الأبعاد حول المقاطع الايرودينامية الرقيقة

### Tow-dimensional incompressible flows around thin airfoils

4.1 التدوير وانتاج الرفع

4.2 نظرية المقطع الايرودينامي الرقيق

4.3 المقطع الايرودينامي الرقيق المتمائل (الصفحة المسطحة)

- المعاملات الايرودينامية للمقطع المتماثل  
4.4 المقاطع الايرودينامية المحدبة  
المعاملات الايرودينامية للمقاطع الايرودينامية المحدبة

## 6

### الدفق اللاتضاغطي حول الأجنحة محدودة الباع Incompressible flow about wings of finite span

- 6.2 الأجنحة غير الممتدة  
الدرادير الخلفية والاجتراف السفلي  
حالة توزع التدوير الاهليجي (في الاتجاه الباعي) :  
طريقة توزيع التدوير الباعي العام  
4.3 الأجنحة الممتدة  
4.4 أجنحة دلتا  
6.5 الجناح/جسم الطائرة

## 7

### ديناميات مجال الدفق اللالزج التضاغطي Dynamics of a compressible inviscid flow field

الموجات الصدمية

## 8

### الدفق دون الصوتي التضاغطي والدفق الصوتي الانتقالي Compressible subsonic flows & transonic flows

- 8.1 الدفق التضاغطي دون الصوتي  
النظرية الخطية للدفق التضاغطي دون الصوتي حول جناح رقيق عند زوايا هجوم صغيرة نسبياً  
8.2 الدفق الصوتي الانتقالي حول مقطع ايرودينامي غير ممتد  
8.3 الأجنحة الممتدة عند سرعات صوتية انتقالية  
تفاعلات الجناح- جسم الطائرة و "قاعدة المساحة"  
8.4 الطائرة الصوتية الانتقالية

**10 & 9**

**الأجنحة في الدفق فوق الصوتي**  
**Wings in supersonic flow**

بسم الله الرحمن الرحيم

1

أساسيات ميكانيكا الموائع

Fundamentals Of Fluids

## 1.1 مقدمة

(ملاحظة: Geometry تترجم أحياناً هندسة لكني سأترجمها جيومتري حتى لا نخلط بينها وبين ترجمة Engineering . ومعنى جيومتري هو هندسة الأشكال مثل المثلثات والمربعات والزوايا، ومثل ذلك).

من أجل التنبأ الدقيق للقوى والعزوم الايرودينامية المؤثرة على المركبة أثناء الطيران، فمن الضروري أن نكون قادرين على وصف نمط الدفق حول المركبة. نمط الدفق الناتج يعتمد على جيومتري المركبة. نمط الدفق الناتج يعتمد على جيومتري المركبة و على اتجاهها بالنسبة للتيار الحر و على الارتفاع والسرعة التي تطير بها المركبة. القوانين الرئيسية التي تستخدم للحل لحركة مائع في مسألة عامة هي :

1. قانون حفظ الكتلة ( أو معادلة الاستمرارية)

2. قانون حفظ الزخم الخطي.

3. قانون حفظ الطاقة

لأن أنماط الدفق عادةً معقدة، فقد يكون من الضروري استخدام الطرق التجريبية بالإضافة إلى الطرق النظرية لوصف الدفق الناتج. الطرق النظرية قد تستخدم بعض التقريبات التبسيطية من أجل الحصول على الحل. لا بد من الاختبار التجريبي لصدقية التقريبات التبسيطية للتأكد من صدقيتها وفعاليتها. لذلك من المهم أن نفهم القوانين العامة التي تحكم حركة المائع بحيث نستطيع ربط الحلول النظرية التي حصلنا عليها باستخدام النماذج التقريبية مع النتائج التجريبية .

## 1.2 خصائص المائع (fluid)

المائع هو مادة يتشوه شكلها باستمرار تحت تأثير قوى القص. أي هو الغاز أو السائل.  
وخصائص المائع هي درجة الحرارة والضغط والكثافة واللزوجة وسرعة الصوت

### درجة الحرارة (Temperature)

ويرمز لها بالرمز T وتقاس بوحدة كلفن ( $^{\circ}K$ ) وهي الوحدة التي تهمننا، أيضا تقاس بوحدة سيلسيوس ( $^{\circ}C$ ) وللتحويل من سيلسيوس إلى كلفن نجمع 273.15 .

### الضغط (Pressure)

ويرمز له بالرمز P ويقاس بوحدة ( $N/m^2$ ) والتي تسمى باسكال (Pa) . ضغط المائع يؤثر عمودياً على السطح. الضغط الجوي المعياري (standard atmospheric pressure) يساوي  $1.01325 \times 10^5 N/m^2$  .

في الكثير من المسائل الايرودينامية ؛ نكون مهتمين بالفرق بين الضغط الموضعي (المطلق) والضغط الجوي، الكثير من أدوات القياس تعطي الفرق بين الضغط المطلق (absolute Pressure) والضغط الجوي الموجود، وهذا الفرق يسمى ضغط المقياس (gauge Pressure) وهو مبين في الشكل 1.1 .

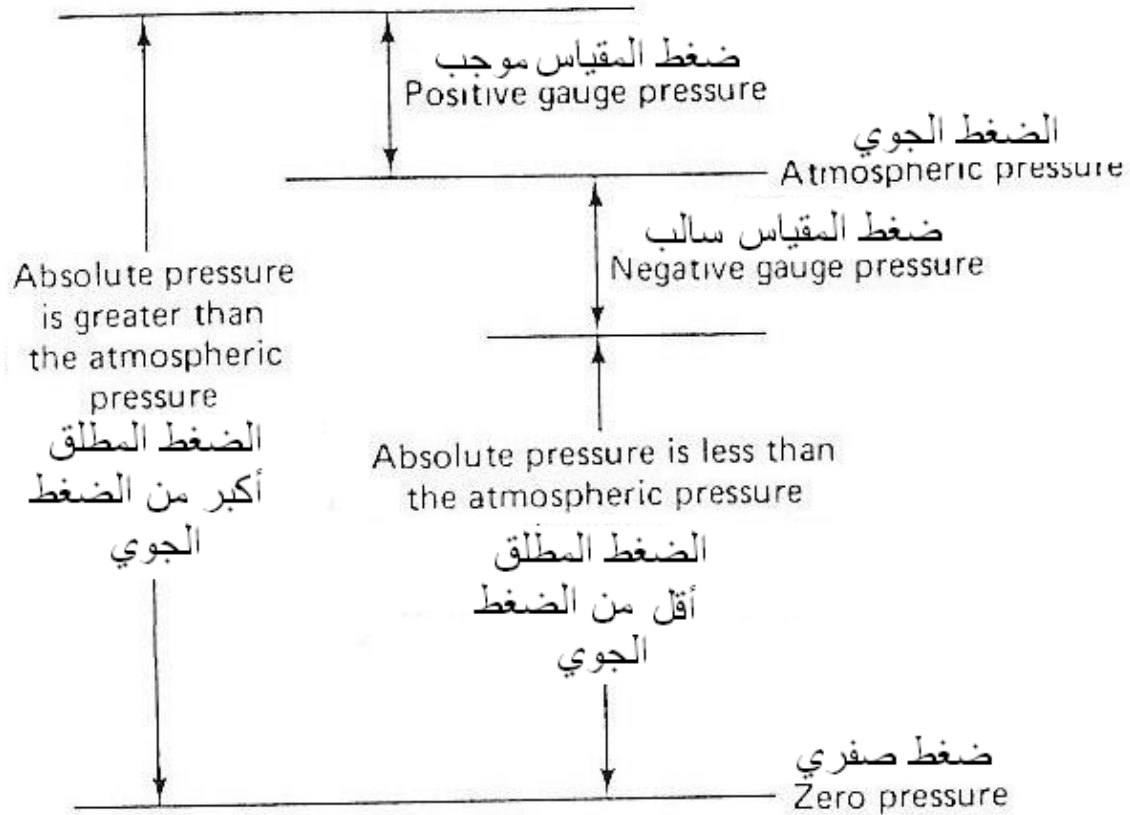


FIGURE 1-1 Illustration of terms used in pressure measurements.

## الشكل 1.1 عرض للمصطلحات المستخدمة في قياسات الضغط

الشكل 1.1

### الكثافة (density)

ويرمز له بالرمز  $r$  وتقاس بوحدة  $(kg/m^3)$ ، كثافة مائع عند نقطة معينة هي كتلة المائع الموجودة في حجم صغير محيط بهذه النقطة مقسومة على هذا الحجم. على العموم، كثافة الغاز تعتمد على تركيب (composition) الغاز وعلى درجة الحرارة والضغط. العلاقة:

$$r(\text{composition}, T, P)$$

تسمى معادلة الحالة (equation of state)

للغاز المثالي (Perfect gas) معادلة الحالة هي :

$$r = \frac{P}{RT} \dots\dots\dots 1.3$$

R، والتي لها قيمة محددة لكل مادة، تسمى ثابت الغاز (Gas constant) . وثابت الغاز للهواء هو  $287.05 N.m/kg.^{\circ} K$

### مثال 1.1

أحسب كثافة الهواء عندما يكون الضغط  $1.01325 \times 10^5 N/m^2$  ودرجة الحرارة  $288.15^{\circ}$  . بما أن الهواء عند درجة الحرارة والضغط المذكورين يتصرف كغاز مثالي نستطيع استعمال معادلة 1.3 .

### الحل

$$r = \frac{1.01325 \times 10^5 N/m^2}{(287.05 N.m/kg.^{\circ} K)(288.15^{\circ} K)} = 1.2250 kg/m^3$$

عندما تطير المركبة عند سرعة  $100m/s$  أو أقل، فإن كثافة الهواء المار حول المركبة تعتبر ثابتة عند ايجاد حل مجال الدفع .

### اللزوجة (Viscosity)

في الموائع الحقيقية يكون تشوه القص ناتج من اجهادات القص . نحن نهتم بهذا الكتاب بالموائع ذات الطبيعة النيوتنانية (Newtonian) ، وهي التي يتناسب اجهاد القص لها مع معدل تشوه القص، ثابت التناسب يسمى معامل اللزوجة (coefficient of viscosity)  $(m)$ ، أي اجهاد القص =  $m \times$  الممال المستعرض للسرعة

هناك العديد من المسائل المهمة التي يمكن فيها اهمال اللزوجة. في هذه المسائل تكون قيمة حاصل ضرب معامل اللزوجة  $(m)$  بالممال المستعرض للسرعة في مجال الدفع مهمل مقارنة بقوى القصور (Inertia) وقوى الضغط المؤثرة على جزيئات المائع. سوف نستعمل مصطلح "الدفق غير اللزج" (inviscid flow) لمثل هذه الحالة.

لدرجات حرارة أقل من  $3000^{\circ} K$  ، تكون لزوجة الهواء لا تعتمد على الضغط . في نطاق درجة الحرارة نستطيع استخدام المعادلة:

$$m = 1.458 \times 10^{-6} \frac{T^{1.5}}{T + 110.4}$$

حيث T هي درجة الحرارة (بوحد  $^{\circ} K$ ) ووحدات m هي  $kg/s.m$

## مثال 1.2

احسب لزوجة الهواء عندما تكون درجة الحرارة  $288.15^{\circ} K$

الحل

$$m = 1.458 \times 10^{-6} \frac{(288.15)^{1.5}}{288.15 + 110.4} = 1.789 \times 10^{-5} \text{ kg / s.m}$$

سرعة الصوت (speed of sound)

السرعة التي تنتقل بها قفلة (disturbance) معينة في مائع ساكن تسمى سرعة الصوت، ونرمز لها بالرمز  $a$ . سرعة الصوت تحددها خواص المائع. للغاز المثالي  $a = \sqrt{gRT}$  حيث  $g$  هي نسبة الحرارة النوعية (ratio of specific heats) (الوحد 7) و  $R$  هي ثابت الغاز. في نطاق درجات الحرارة التي يتصرف بها الهواء كغاز مثالي  $g = 1.4$ ، وسرعة الصوت تعطى بـ

$$a = 20.047 \sqrt{T}$$

حيث  $T$  هي درجة الحرارة (بوحد  $K^{\circ}$ )، ووحدة سرعة الصوت هي (m/s).

## 1.3 الجو (atmosphere)

مجال الدفع حول المركبة يعتمد على الخواص الفيزيائية للهواء الذي تطير فيه. قيمة التيار الحر (free stream) لخصائص الهواء تعتمد على الارتفاع. ويمكن استعمال الجداول المتخصصة لاجاد خصائص الهواء عند ارتفاع معين. مثل الجدول 1.1

الجدول 1.1



TABLE 1-1

U.S. Standard Atmosphere, 1962.

الارتفاع Altitude (km)	الضغط Pressure (mm Hg)	درجة الحرارة Tempera- ture (°K)	الكثافة Density (kg/m <sup>3</sup> )	اللزوجة Viscosity (kg/s·m) × 10 <sup>5</sup>	سرعة الصوت Speed of Sound (m/s)
0	760.000	288.150	1.2250	1.7894	340.294
1	674.127	281.651	1.1117	1.7579	336.435
2	596.309	275.154	1.0066	1.7260	332.532
3	525.952	268.659	0.9092	1.6938	328.583
4	462.491	262.166	0.8194	1.6612	324.589
5	405.395	255.676	0.7364	1.6282	320.545
6	354.161	249.187	0.6601	1.5949	316.452
7	308.315	242.700	0.5900	1.5612	312.306
8	267.409	236.215	0.5258	1.5271	308.105
9	231.024	229.733	0.4671	1.4926	303.848
10	198.765	223.252	0.4135	1.4577	299.532
11	170.263	216.774	0.3648	1.4223	295.154
12	145.508	216.650	0.3119	1.4216	295.069
13	124.357	216.650	0.2666	1.4216	295.069
14	106.286	216.650	0.2279	1.4216	295.069
15	90.846	216.650	0.1948	1.4216	295.069
16	77.653	216.650	0.1665	1.4216	295.069
17	66.378	216.650	0.1423	1.4216	295.069
18	56.744	216.650	0.1216	1.4216	295.069
19	48.510	216.650	0.1040	1.4216	295.069
20	41.473	216.650	0.0889	1.4216	295.069
21	35.470	217.581	0.0757	1.4267	295.703
22	30.359	218.574	0.0645	1.4322	296.377
23	26.004	219.567	0.0550	1.4376	297.049
24	22.290	220.560	0.0469	1.4430	297.720
25	19.121	221.552	0.0401	1.4484	298.389
26	16.414	222.544	0.0343	1.4538	299.056
27	14.101	223.536	0.0293	1.4592	299.722
28	12.123	224.527	0.0251	1.4646	300.386
29	10.429	225.518	0.0215	1.4699	301.048
30	8.978	226.509	0.0184	1.4753	301.709

ملاحظة للتحويل من mmHg إلى  $N/m^2$  نضرب بـ  $\frac{1.01325}{760}$

#### 1.4 مقدمة في ديناميات الموائع (fluid dynamics)

لحساب القوى الايرودينامية المؤثرة على طائرة، لا بد من حل المعادلات التي تحكم مجال الدفق حول المركبة. الحل لمجال الدفق يمكن صياغته بالنسبة بمشاهد (observer) على الأرض، أو حسب مشاهدة الطيار. بحيث يطبق كلا المشاهدين الظروف الحدية ( boundary conditions) المناسبة، عندها سيحصل المشاهدان على نفس القيم بقوى الايرودينامية المؤثرة على الطائرة.

لمشاهد على الأرض، فإن الطائرة تطير خلال كتلة ساكنة من الهواء (بافتراض أنه لا يوجد ربح). جزيئات الهواء المجاورة تتسارع وتتباطئ بواسطة الطائرة، ورد فعل الجزيئات يعطي قوى تؤثر على الطائرة. حركة جزيء هواء نموذجي مبينة في الشكل 1.2. الجزيء الذي يكون في الأصل ساكن، سوف يكون في مقدمة الطائرة المارة. وصف مجال الدفق بالنسبة لمشاهد أرضي يعتمد على الزمن وبالتالي الدفق غير مستقر (unsteady flow).

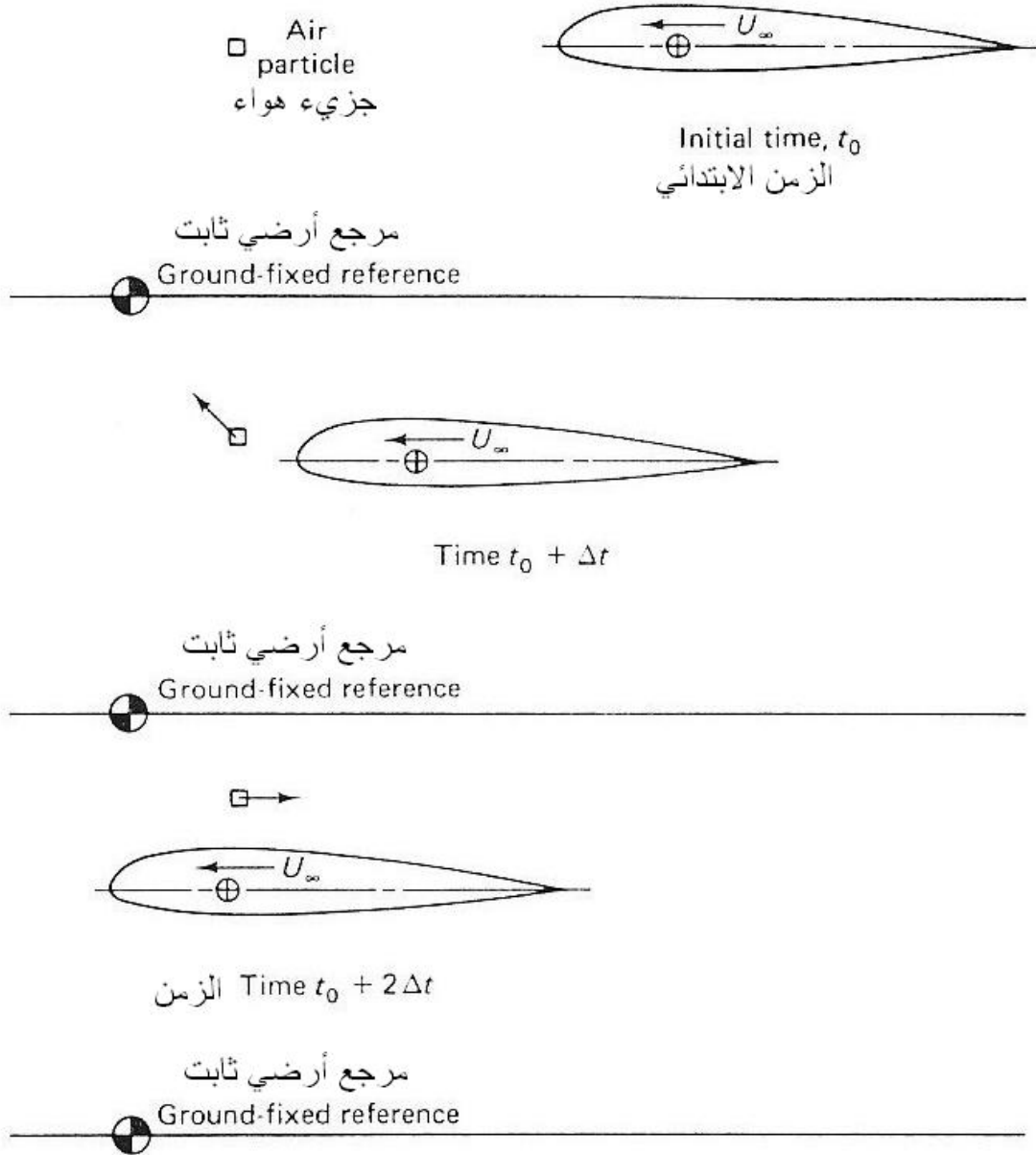
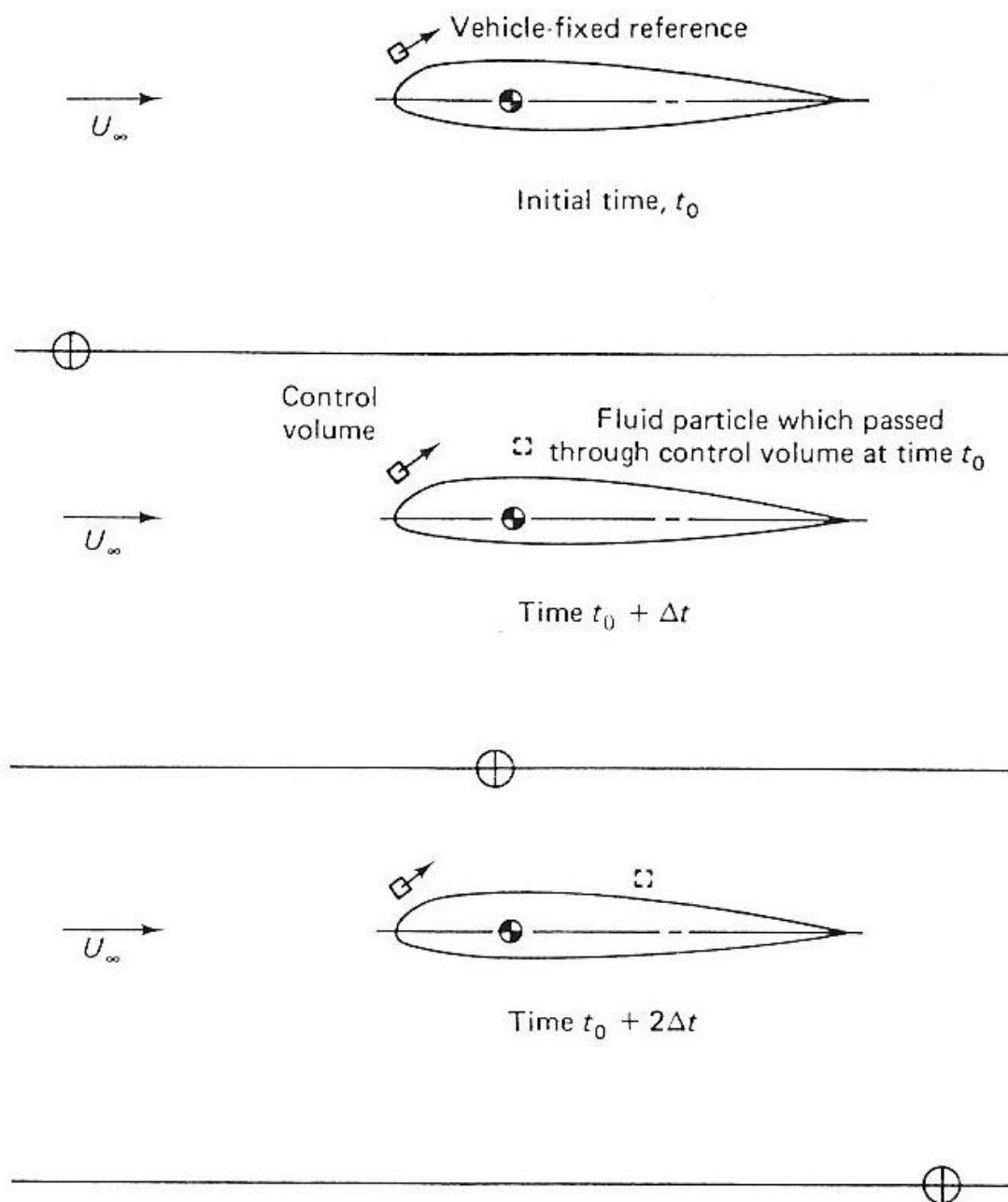


FIGURE 1-2 The (nonsteady) air flow around a wing in the ground-fixed coordinate system.

## الشكل 1.2

كما هو مشاهد من قبل الطيار، فإن الهواء يتدفق ماراً بالطائرة ويتحرك بفعل جيومترية الطائرة. أنظر الشكل 1.3 . إذا كانت الطائرة تطير عند سرعة ثابتة وارتفاع ثابت فإن مجال الدفع يكون مستقر (steady) بالنسبة لمرجع مثبت على الطائرة (أو الطيار) ، وبالتالي حل المعادلات لنظام الاحداثيات المثبت بالطائرة (أو الطيار) أسهل منه لنظام المحاور المثبت على المشاهد الأرضي.



**FIGURE 1-3** The (steady) air flow around a wing in a vehicle-fixed-coordinate system.

الشكل 1.3

في هذا الكتاب سوف نتعامل مع نظام الاحداثيات المثبت بالطائرة. لذا بدل وصف حركة المائع حول المركبة الطائرة خلال الهواء سوف ندرس الهواء المتدفق حول المركبة الثابتة. عند نقاط بعيدة عن المركبة ( أعني التيار الحر غير المقفل (undisturbed free stream) )، فإن

المائع يتقدم باتجاه المركبة بسرعة  $U_{\infty}$  (أنظر الشكل 1.3) والتي هي في الحقيقة سرعة الطائرة (أنظر الشكل 1.2) و الرمز  $\infty$  سوف يستخدم في هذا الكتاب للدلالة على الظروف غير المقلقة (أو التيار الحر) (أعني الظروف البعيدة عن المركبة) .

### مثال 1.3

طائرة تطير عند ماخ 3 وارتفاع 20km . إذا عملنا مع المسألة في نظام الاحداثيات المثبت بالطائرة، فإن التيار الحر يتحرك عند ماخ 3 . ما هي قيمة سرعة التيار الحر  $U_{\infty}$ ، وضغط التيار الحر  $P_{\infty}$ ، وكثافة التيار الحر  $r_{\infty}$ ؟

### الحل

رقم ماخ يعرف بـ

$$M = \frac{U}{a}$$

حيث  $U$  هي السرعة و  $a$  سرعة الصوت .

إذن نرجع إلى جدول 1.1 لنحصل على سرعة الصوت عند ارتفاع 20km ،

$$U = 3.0(295.069 \text{ m/s}) = 885.21 \text{ m/s} = 3186 \text{ km/h}$$

( $km/h$  أي كيلو متر لكل ساعة)

قيم  $P_{\infty}$  و  $r_{\infty}$  يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول 1.1 ، لذا :

$$P_{\infty} = 41.473 \text{ mm Hg} = 41.473 \times \frac{1.01325 \times 10^5}{760} = 5.5293 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$r_{\infty} = 0.0889 \text{ kg/m}^3$$

### 1.5 معادلة الاستمرارية (continuity equation)

وهي منبثقة من مبدأ حفظ الكتلة، وأساسية لاشتقاق معادلات هذا الكتاب، لكن بما أن الاشتقاقات لا تهمنا في هذا المختصر سوف نتجاوزها. ومن أراد الاستزادة فعليه بالكتاب الأصلي.

## 1.6 حفظ الزخم الخطي

وهو منبثقة من قانون نيوتن للزخم الخطي، وأساسي لاشتقاق معادلات هذا الكتاب، لكن بما أن الاشتقاقات لا تهمنا في هذا المختصر سوف نتجاوزه. ومن أراد الاستزادة فعليه بالكتاب الأصلي.

## 1.7 رقم رينولدس (Reynolds number) ورقم ماخ (mach number) كحدود تشابه (similarity Parameters)

بسبب صعوبة إيجاد حلول نظرية لمجال الدفق حول المركبة، أقيمت العديد من برامج ومشاريع الأبحاث التجريبية لقياس الحدود التي تعرف مجال الدفق. بعض أهداف هذه الأبحاث هي:

1. للحصول على المعلومات الضرورية لتطوير نموذج دفق يمكن استخدامه في الحلول النظرية.
  2. لدراسة أثر الحدود الجيومترية (geometric parameters) المختلفة على مجال الدفق (مثل تحديد أفضل موضع للمحركات في النقل الفوق صوتي)
  3. للتحقق من التنبأت النظرية للخصائص الايرودينامية لشكل معين.
  4. للقياس المباشر للخصائص الايرودينامية للمركبة كاملة
- عادةً، يتم استخدام إما النماذج المصغرة للمركبة كاملة أو النماذج الكبيرة (بالحجم الحقيقي) لبعض أجزاء المركبة أو النماذج (مثل الجناح) في أبحاث النفق الهوائي هذه. أيضاً، في الكثير من برامج الأبحاث هذه، خصائص التيار الحر (مثل السرعة والضغط ودرجة الحرارة.....) لاختبارات النفق الهوائي لا تكون مساوية للقيم في ظروف الطيران التي نريد محاكاتها. من المهم إذن تحديد تحت أي ظروف تكون النتائج التي حصلنا عليها لظروف دفق معينة قابلة للتطبيق لدفق آخر مقيد بحدود (boundaries) مشابهة (similar) جيومترياً (لكن بحجم مختلف). أنظر الشكل 1.8

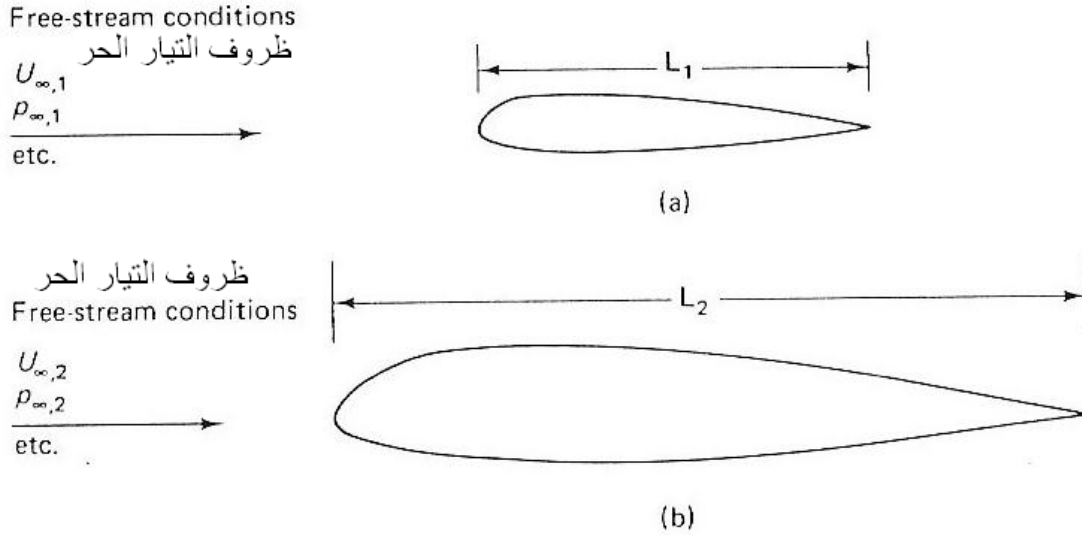


FIGURE 1-8 Flow around geometrically similar (but different size) configurations: (a) First flow; (b) Second flow.

الشكل 1.8 الدفق حول شكلين متماثلين جيومترياً (مع اختلاف الحجم)  
الشكل 1.8

الدفقين يكونان متشابهان إذا تساوت حدود التشابه للدفقين، وحدود التشابه (similarity parameters) هذه هي :

1. رقم ماخ (mach number)، ويساوي

$$M_{\infty} = \frac{U_{\infty}}{a_{\infty}}$$

2. رقم رينولدس (Reynolds number)، ويساوي

$$\frac{\rho_{\infty} U_{\infty} L}{\mu_{\infty}} \dots\dots\dots 1.25$$

كما ناقشنا سابقاً، قيم التيار الحر لخصائص المائع مثل الضغط الاستاتي ودرجة الحرارة الاستاتيية تعتمد على الارتفاع. لذا عندما نعرف السرعة والارتفاع والبعد المميّز (Characteristic dimension) للمركبة، فإننا نستطيع حساب رقم ماخ ورقم رينولدس للتيار الحر على صورة اقتران يعتمد على السرعة والارتفاع. وقد قمنا بهذا باستخدام القيم الموجودة في جدول 1.1 ، ورقم رينولدس للتيار الحر المعرف في معادلة 1.25 عند طول مميّز L (مثل طول وتر الجناح أو قطر الصاروخ) يساوي 1، للحصول على الشكل 1.9 .



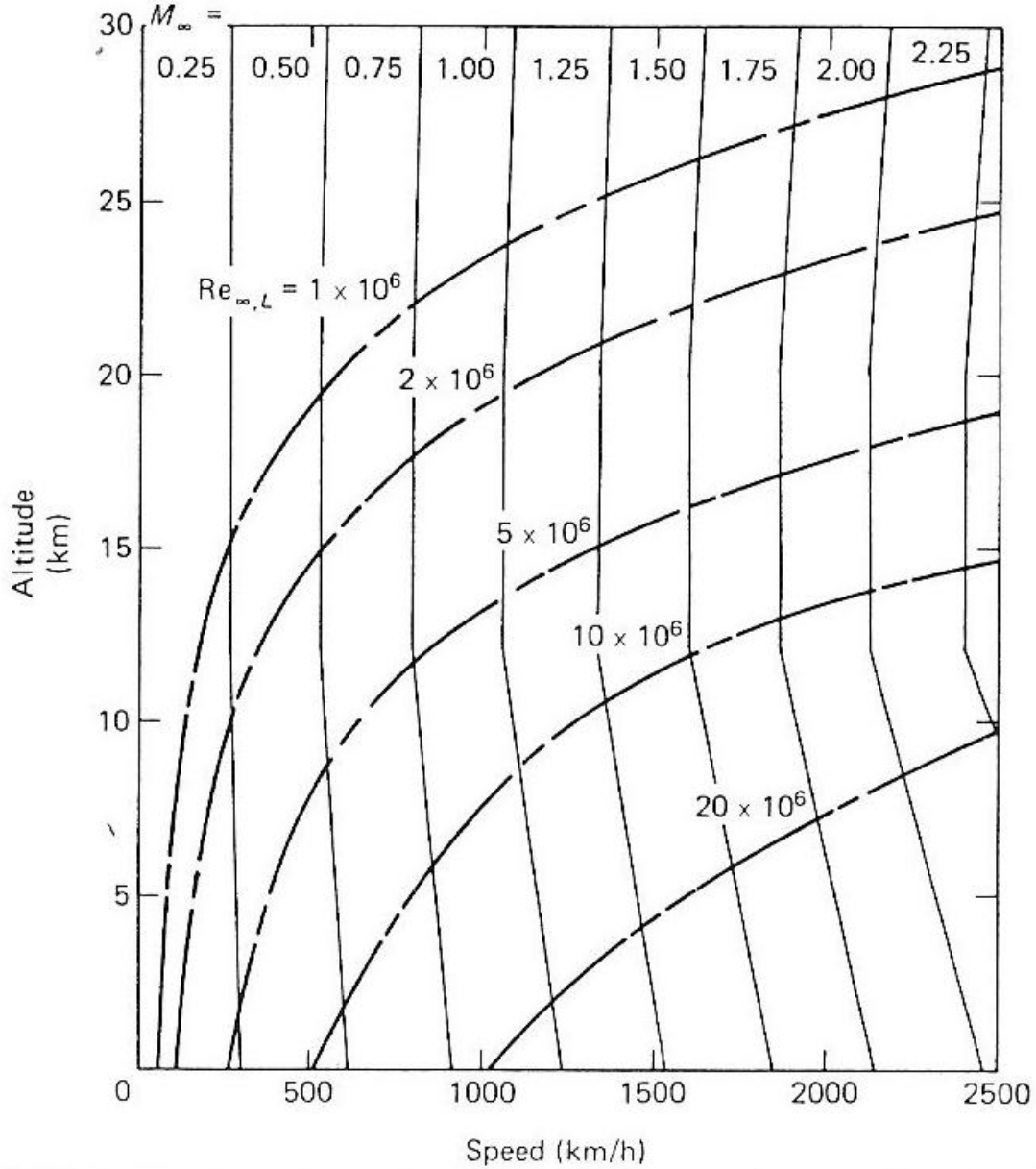


FIGURE 1-9 Reynolds number/Mach number correlations as a function of velocity and altitude for U.S. Standard Atmosphere.

الشكل 1.9 رقم رينولدس ورقم ماخ للتيار الحر كاقترانات تعتمد على السرعة والارتفاع

الشكل 1.9

### 1.8 مفهوم الطبقة المتاخمة (boundary layer)

لأرقام رينولدس العالية (المهمة في الايروديناميات) فإن مجال الدفق (flow field) يمكن

تقسيمه إلى منطقتين:



1. منطقة الطبقة المتاخمة (اللزجة) (viscous boundary layer) المجاورة لسطح المركبة
2. الدفق الغير لزج (تقريباً) الموجود خارج الطبقة المتاخمة.

سرعة جزيئات المائع تزداد من الصفر (بالنسبة للمحاور الاحداثية للمركبة) عند الجدار إلى قيمة تابعة للدفق الخارجي عديم الاحتكاك خارج الطبقة المتاخمة ، كما في الشكل 1.10 . خارج الطبقة المتاخمة تكون ممالات السرعة صغيرة، أي أن اجهاد القص بين أجزاء المائع يكون مهمل. وبالتالي يمكن اهمال حدود اللزوجة للحل خارج الطبقة المتاخمة.

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>. Relatively thin layer with limited mass transfer</li> <li>. Relatively low velocity gradient near the wall</li> <li>. Relatively low skin friction</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>. Thicker layer with considerable mass transport</li> <li>. Higher velocities near the surface</li> <li>. Higher skin friction</li> </ul> |
|--|--|

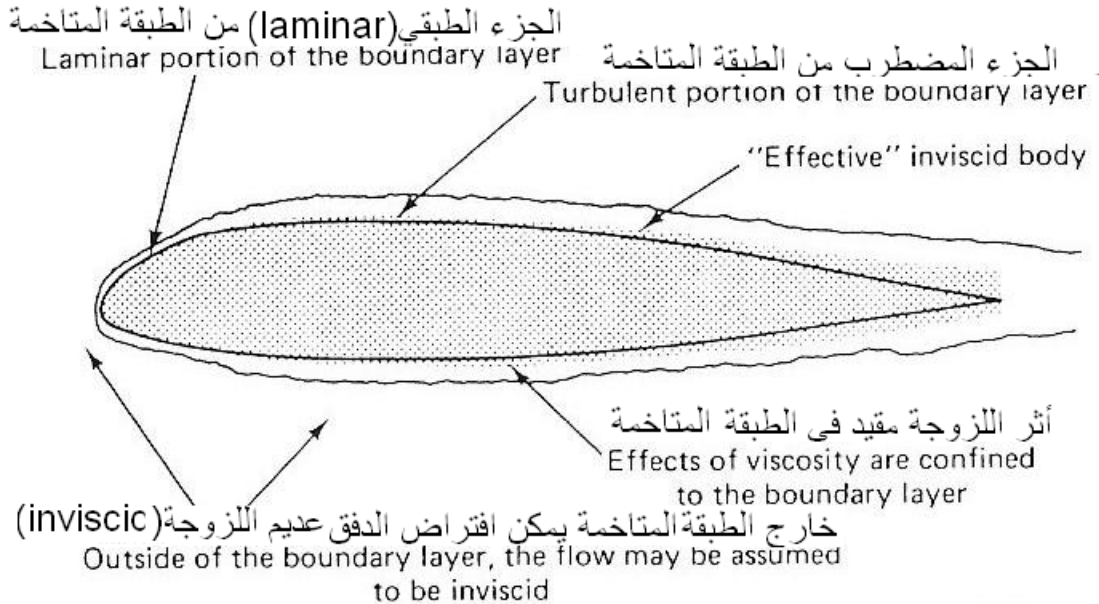
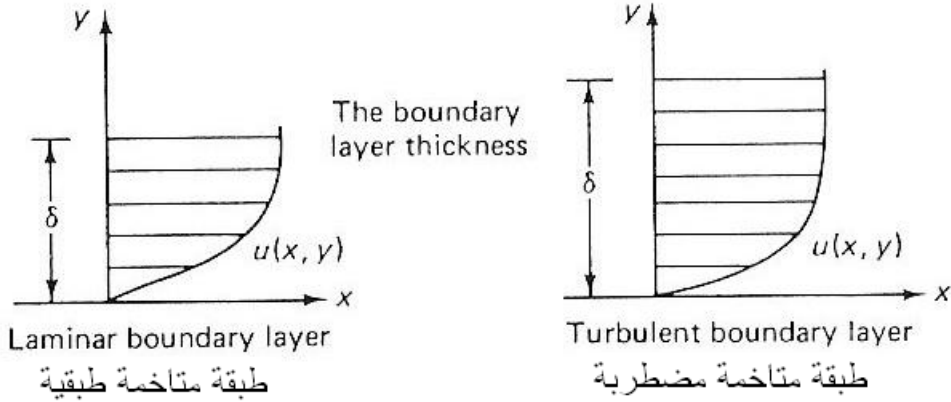


FIGURE 1-10 A sketch of the viscous boundary layer on an airfoil.

الشكل 1.10

### 1.9 الدفق غير اللزج (inviscid flow)

وهي في المناطق التي تكون فيها اجهادات القص اللزجة مهملة.

### 1.10 التداول (Circulation)

ويعرف بالتكامل الخطي للسرعة حول أي منحنى مغلق. أي للمنحنى C المعطى في

الشكل 1.11 التداول يعرف كالتالي:

$$\Gamma = \oint_C \vec{V} \cdot d\vec{r}$$

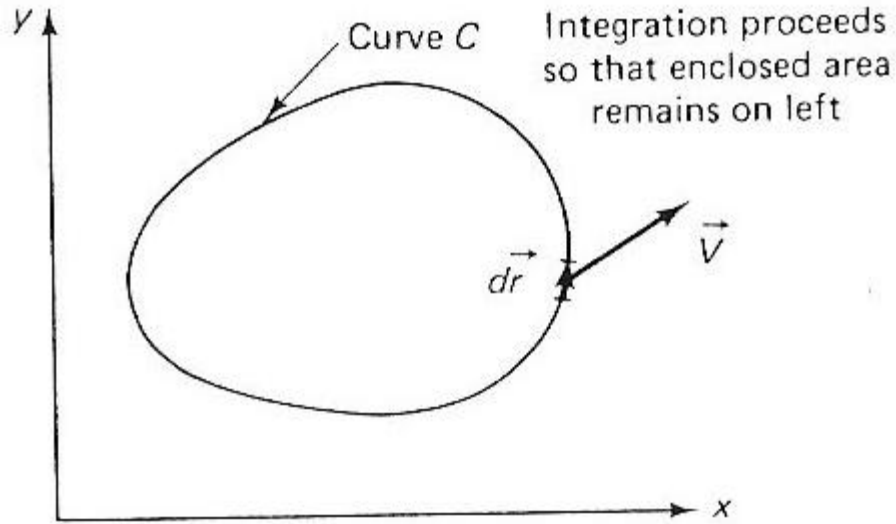


FIGURE 1-11 Sketch illustrating the concept of circulation.

الشكل 1.11

(التفاصيل الرياضية في الكتاب الأصلي لمن أراد)

### 1.11 الدفق اللادوراني (irrotational flow)

وهو الذي تكون له قيمة التداول (Γ) مساوية لصفر. وهذا الدفق له تبسيطاته الرياضية

الخاصة.

## قائمة ترجمة المصطلحات

Aerodynamics	الايروديناميات
Flow	دفق
Geometry	جيومترية
Stream	تيار
Vehicle	مركبة
Fluid	مائع (سائل أو غاز)
Temperature	درجة الحرارة
Pressure	ضغط
gauge Pressure	ضغط المقياس
Density	الكثافة
Flow field	مجال دفق
inviscid flow	الدفق غير اللزج
Static	استاتي
Dynamic	دينامي
Fluid Dynamics	ديناميات الموائع
Free stream	تيار حر
mach number	رقم ماخ
Reynolds number	رقم رينولدس
Characteristic dimension	البعد المميز
boundary layer	الطبقة المتاخمة
Laminar flow	دفق طبقي
Turbulent flow	دفق مضطرب
Circulation	تداول

بسم الله الرحمن الرحيم

2

ديناميات مجال الدفق اللا لزج اللا تضاعطي

## Dynamics of incompressible inviscid flow field

### 2.1 معادلة برنولي (Bernoulli's equation)

كما ناقشنا سابقاً، الكثافة تقريباً ثابتة في مجال الدفق حول المركبة عند السرعات الصغيرة نسبياً.

الآن لنحصر كلامنا عن دفق:

أ. لا لزج

ب. لا تضاعطي

ج. مستقر (steady)

د. لا دوراني (irrotational)، (أو إذا كان الدفق دوراني فإننا نتكلم فقط عن الحركة على

طول خط التيار (streamline)

ه. قوى الجسم محفوظة (conservative)

معادلة برنولي (بعد اهمال حد قليل الأهمية ايرودينامي) هي :

$$P + \frac{1}{2} \rho U^2 = \text{constant} \dots\dots\dots 2.8$$

(constant: ثابت)

هذه المعادلة تعطي علاقة مباشرة بين السرعة والضغط. إذن إذا عرفنا أحد هذين الحدين فإننا نستطيع إيجاد الآخر، بشرط أن لا نخرق الشروط السابقة. يمكن استعمال هذه المعادلة لربط الدفق عند نقاط مختلفة حول المركبة، مثلاً: (1) نقطة بعيدة عن المركبة، (2) النقطة التي تكون عندها السرعة تساوي صفر بالنسبة للمركبة (أعني نقطة الركود (stagnation))، (3) نقطة عامة خارج الطبقة المتاخمة. هذه النقاط مبينة في الشكل 2.1 :

$$P_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 = P_t = P_3 + \frac{1}{2} \rho U_3^2 \dots\dots\dots 2.9$$

ضغط الركود (أو الضغط الكلي (total)) ، والذي هو الثابت (constant) في المعادلة 2.8 ، هو مجموع الضغط الاستاتي للتيار الحر  $P_{\infty}$  والضغط الدينامي للتيار الحر  $(\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2)$  والذي يرمز له بالرمز  $q_{\infty}$

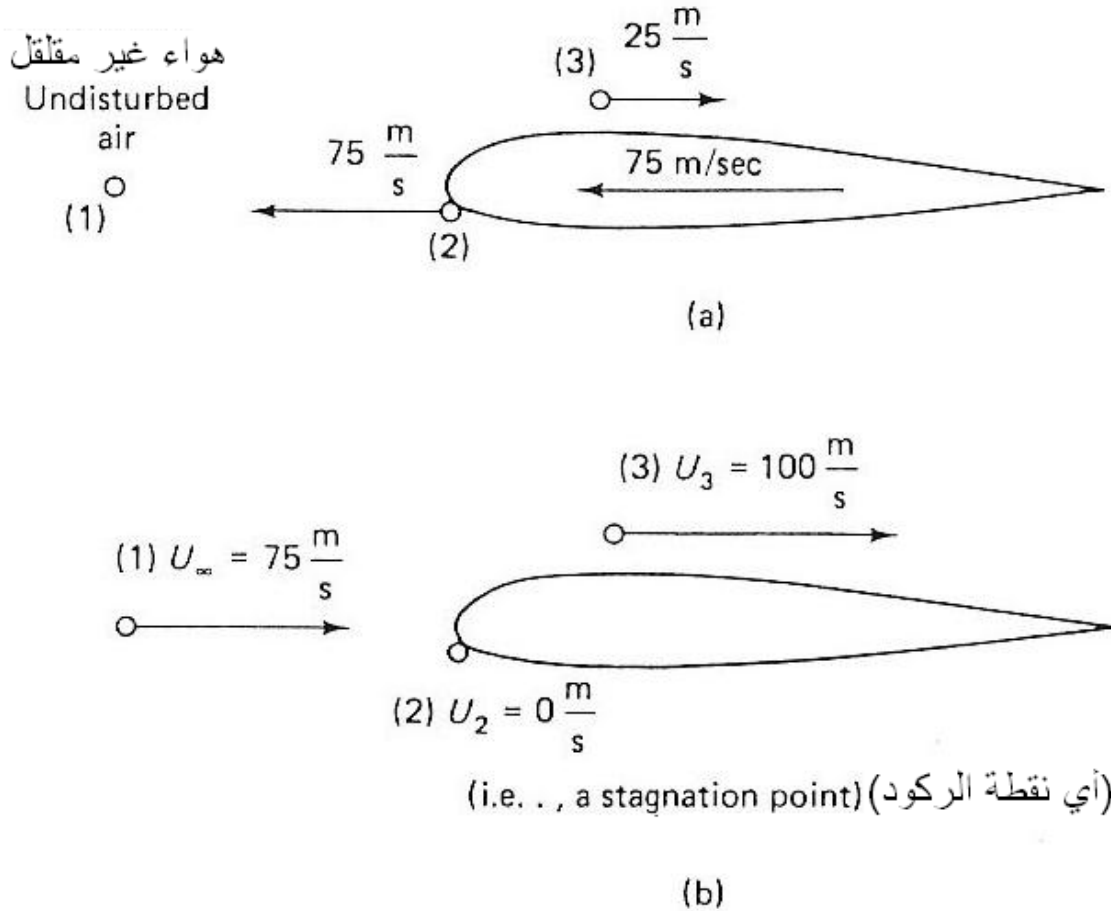
### مثال 2.1

المقطع الايرودينامي في الشكل 2.1a يتحرك خلال الهواء بسرعة 75m/s عند ارتفاع 2km . المائع عند النقطة 3 يتحرك بسرعة 25m/s مع التيار (downstream) بالنسبة لمرجع احداثيات مثبت بالأرض. ما هي قيمة الضغط الاستاتي عند النقاط 1 و 2 و 3 ؟

### الحل

لحل هذه المسألة، نحل بالنسبة لمرجع احداثيات مثبت بالطائرة، أي أن المقطع الايرودينامي ساكن وسرعة التيار الحر هي 75m/s باتجاه اليمين (كما في الشكل 2.1b) . السرعة عند النقطة 3 هي إذن 100m/s بالنسبة للمقطع الايرودينامي الساكن. الدفع الناتج مستقر (steady). نحصل على  $P_{\infty}$  من الجدول 1.1 وهي

$$P_{\infty} = 596.309 \text{ mm Hg} = 596.309 \times \frac{1.01325 \times 10^5}{760} \text{ N / m}^2 = 79,501 \text{ N / m}^2$$



**FIGURE 2-1** Velocity field around an airfoil: (a) Ground-fixed coordinate system; (b) Vehicle-fixed coordinate system.

الشكل 2.1 السرعة حول المقطع الايرودينامي : (a) المحاور المثبتة بالأرض  
(b) المحاور المثبتة بالمركبة

الشكل 2.1

ومن معادلة برنولي نحسب  $P_t$  و  $P_3$

$$P_t = P_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 = 79,501 \text{ N/m}^2 + \frac{1}{2} (1.0066 \text{ kg/m}^3) (75 \text{ m/s})^2$$

$$= 82,332 \text{ N/m}^2$$

$$P_3 + \frac{1}{2} \rho U_3^2 = P_\infty + \frac{1}{2} \rho U_\infty^2$$

$$\Rightarrow P_3 = 82,332 \text{ N/m}^2 - \frac{1}{2} (1.0066 \text{ kg/m}^3) (100 \text{ m/s})^2$$

$$= 77,299 \text{ N/m}^2$$

## 2.2 استخدام معادلة برنولي لتحديد سرعة الهواء

المعادلة 2.9 تشير إلى أنه يمكن استخدام مسبار بيتو الاستاتي (Pitot-static probe) (الشكل 2.2) لقياس سرعة الهواء (سرعة الطائرة ضمناً). رأس المسبار لا يوجد فيه سرعة دفق داخلية، والضغط في أنبوب بيتو يساوي الضغط الكلي لتيار الهواء ( $P_t$ ). الهدف من الفتحات (ports) الاستاتيّة هو احساس الضغط الاستاتي الفعلي للتيار الحر ( $P_\infty$ ). يمكن وصل خطوط الضغط الكلي والضغط الاستاتي لمقياس فرق الضغط (differential pressure gauge) من أجل تحديد سرعة الهواء باستخدام قيمة الكثافة للتيار الحر للارتفاع الذي تطير عنده الطائرة:

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2(P_t - P_\infty)}{\rho_\infty}}$$

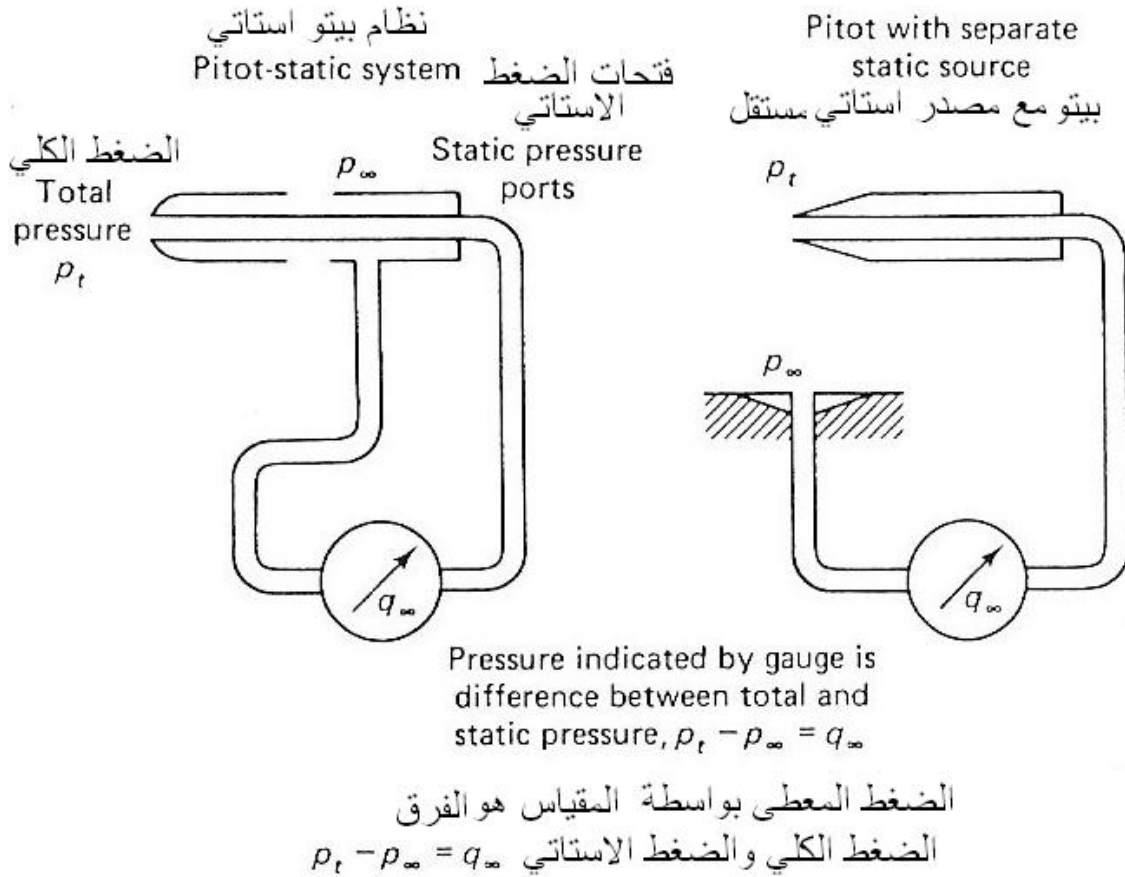


FIGURE 2-2 Sketches of pitot-static probes which can be used to "measure" the air speed.

الشكل 2.2 رسمة المسبار الاستاتي والذي يمكن استخدامه لقياس سرعة الهواء

الشكل 2.2

### 2.3 معامل الضغط

يستخدم المهندس عادةً البيانات التجريبية أو الحلول النظرية لظروف دفق معينة من أجل الحصول على فهم لمجال دفق موجود. عند ظروف دفق أخرى بيانات النفق الهوائي، هي نماذج مصغرة معرضة لظروف دفق تحاكي ظروف الطيران، ونستخدم هذه البيانات من أجل الحصول على فهم ووصف لمجال دفق النموذج الكامل عند ظروف دفق أخرى. لهذا، من المناسب تقديم العلاقات (التجريبية أو النظرية) بصيغة معاملات عديمة الوحدة (dimensionless) والتي تعتمد فقط على جيومترية الشكل وعلى زاوية الهجوم. أحد هذه المعاملات عديمة الوحدة هو معامل الضغط (pressure coefficient) :

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{P - P_\infty}{q_\infty} \dots\dots\dots 2.10$$

بالرجوع إلى معادلة برنولي 2.8 و 2.9 معامل الضغط يمكن كتابته بالصورة:

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \frac{U^2}{U_\infty^2}$$

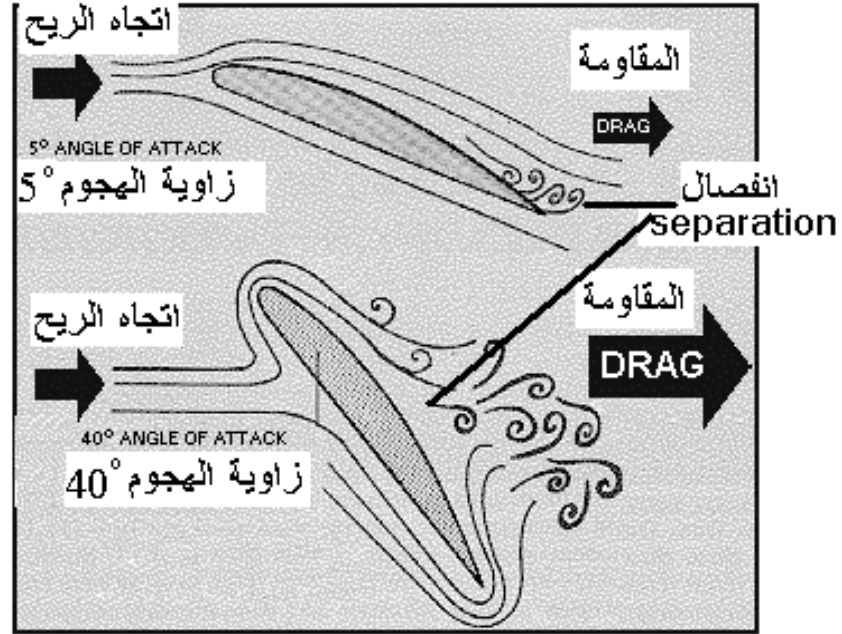
إذن عند نقطة الركود (stagnation) حيث تكون السرعة تساوي صفر،  $C_p = C_{p,t} = 1$  للدفق اللاتضاغطي. لاحظ أن نقطة الركود غير معتمدة على ظروف دفق التيار الحر أو على جيومترية الشكل.

### خط التيار (streamline)

هو منحنى له عند كل نقطة مماس موازي لاتجاه سرعة جزيء المائع. (أي جزيء الهواء يسير بمسارات (خطوط) تسمى خطوط التيار).

### الانفصال (separation)





عندما تواجه جزيئات الهواء في الطبقة المتاخمة ممال ضغط معاكس كبير نسبياً، فإنه يحصل انفصال للطبقة المتاخمة. الطبقة المتاخمة المضطربة (turbulent) تبقى متصلة أكبر من الطبقة المتاخمة الطبقيّة (laminar)، أي يتأخر الانفصال للمضطربة بدرجة أكبر منه للطبقيّة. ضغط منطقة الانفصال يكون كبير نسبياً وبالتالي حصول الانفصال هو من مصادر المقاومة الأيروديناميّة.

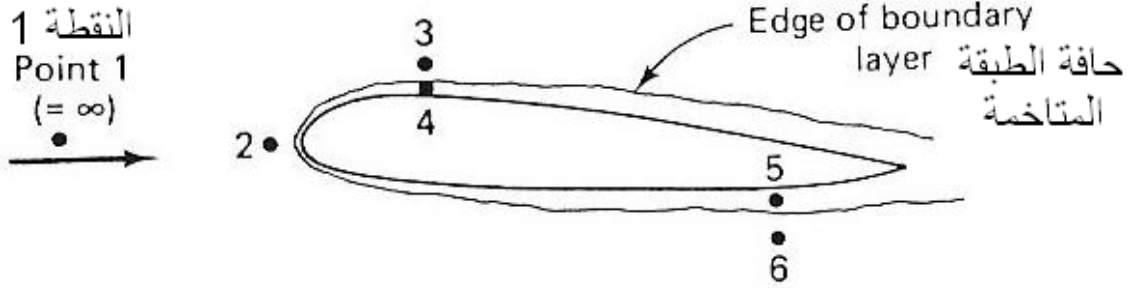
#### مسائل

2.1 ما هي الشروط التي يجب أن تتحقق قبل أن نتمكن من استخدام معادلة برنولي من أجل ربط خصائص الدفع بين نقطتين في مجال الدفع؟

2.3 لنأخذ الدفع المستقر قليل السرعة حول المقطع الأيرودينامي المبين في الشكل . نحن نعرف السرعة والارتفاع اللتان تطير عندها المركبة. إذن نعرف  $P_\infty$  (أي  $P_1$ ) و  $U_\infty$  وأيضاً حصلنا على قيم تجريبية للضغط الاستاتي الموضعي للنقاط 2 إلى 6 . عند أي من هذه النقاط نستطيع استخدام معادلة برنولي لتحديد السرعة الموضعية؟ إذا لم نستطع؛ لم لا؟  
النقطة 2 ( نقطة الركود)

النقطة 3 (نقطة في المنطقة اللا لزجة مباشرة خارج الطبقة المتاخمة الطبقيّة (laminar boundary layer)

النقطة 4 (نقطة في الطبقة المتاخمة الطبقة (laminar boundary layer)  
 النقطة 5 (نقطة في الطبقة المتاخمة المضطربة (turbulent boundary layer)  
 النقطة 6 (نقطة في المنطقة اللا لزجة مباشرة خارج الطبقة المتاخمة المضطربة (turbulent boundary layer)



### PROBLEM 2-3.

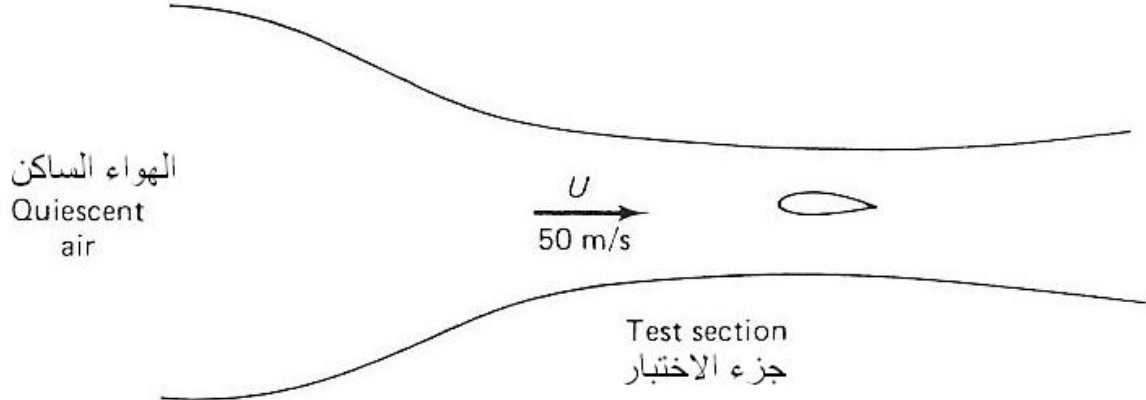
2.4] لنفرض أن المقطع الايرودينامي في المسألة 2.3 يطير بسرعة 300km/h وارتفاع 3km . قيم معاملات الضغط التجريبية هي

النقطة	2	3	4	5	6
$C_p$	1	-3	-3	+0.16	+0.16

- (أ) ما هو رقم ماخ ورقم رينولدس لهذا النظام؟ افترض أن الطول المميز هو 1.5m .  
 (ب) أحسب الضغط الموضعي (بوحد  $N/m^2$ ) . ما هي النسبة المئوية لتغير الضغط بالنسبة لقيم التيار الحر؟ أي ما هي  $\frac{P_1 - P_\infty}{P_\infty}$  ؟ هل كان افتراضنا أن تغيرات الضغط صغيرة افتراضاً مقبولاً (وهو الافتراض الذي سمح باعتبار الكثافة ثابتة)  
 (ت) لماذا الضغط عند النقاط 3 و 4 متساوي والضغط عند النقاط 5 و 6 متساوي؟  
 (ث) عند النقاط التي تصح عندها معادلة برنولي أحسب السرعة.

2.5] استخدمنا مسبار بيتو الاستاتي لتحديد سرعة طائرة تطير على ارتفاع 6000m . إذا كان الضغط الاستاتي هو  $4.85 \times 10^4 N/m^2$  ، ما هي سرعة الهواء؟ ما هي قراءة المقياس (gauge) الذي يقيس الفرق بين ضغط الركود والضغط الاستاتي (كما في الشكل 2.2) ؟ كم يجب أن تكون السرعة التي يجب أن تطير عندها الطائرة على مستوى سطح البحر لاعطاء نفس القراءة على هذا المقياس؟

2.6 الأنبوب الهوائي المبين في الشكل يأخذ الهواء الخارجي (من خارج النفق الهوائي) ويسارعه في الجزء المقارب، بحيث تكون سرعة الهواء في الجزء المقارب هي  $50\text{m/s}$ . ما هو الضغط الاستاتي عند هذه النقطة؟ ما هو الضغط عند نقطة الركود (stagnation) للنموذج في قسم الاختبار؟ استخدم الجدول 1.1 للحصول على خصائص الهواء الخارجي.



PROBLEM 2-6.

### قائمة ترجمة المصطلحات

Incompressible	لا تضاعطي
Inviscid	لا لزج
Bernoulli	برنولي
Airfoil	مقطع ايرودينامي
Total Pressure	الضغط الكلي
Dimensionless	عديم الوحدة
Pressure Coefficient	معامل الضغط
Stagnation	الركود
Local pressure	ضغط موضعي
Adverse pressure gradient	ممال ضغط معاكس

بسم الله الرحمن الرحيم

3

## الحدود المميزة للمقطع الايرودينامي وايروديناميات الجناح Characteristic Parameters For Airfoil & Wing Aerodynamics

### 3.1 حدود جيومترية المقطع الايرودينامي

إذا قمنا بقطع الجناح الأفقي بواسطة مستوى عمودي موازي للخط المركزي للطائرة، فإن المقطع الناتج يسمى المقطع الايرودينامي (airfoil). الرفع (Lift) الناتج وخصائص الانهيار (stall) للجناح تعتمد بشدة على جيومترية المقاطع الايرودينامية التي تكوّن الجناح. الحدود الجيومترية - والتي لها أثر مهم على الخصائص الايرودينامية للمقطع الايرودينامي - تتضمن:

1. نصف قطر الحافة المتقدمة (leading edge radius)
2. خط الاحيداب المتوسط (mean camber line)
3. السمك الأقصى (maximum thickness) وتوزع السمك للمقطع.
4. زاوية الحافة الخلفية (trailing edge angle)

أثر هذه الحدود - والمبينة في الشكل 3.1 - سوف نناقشه بعد مقدمة مختصرة في المصطلحات المستخدمة للمقاطع الايرودينامية

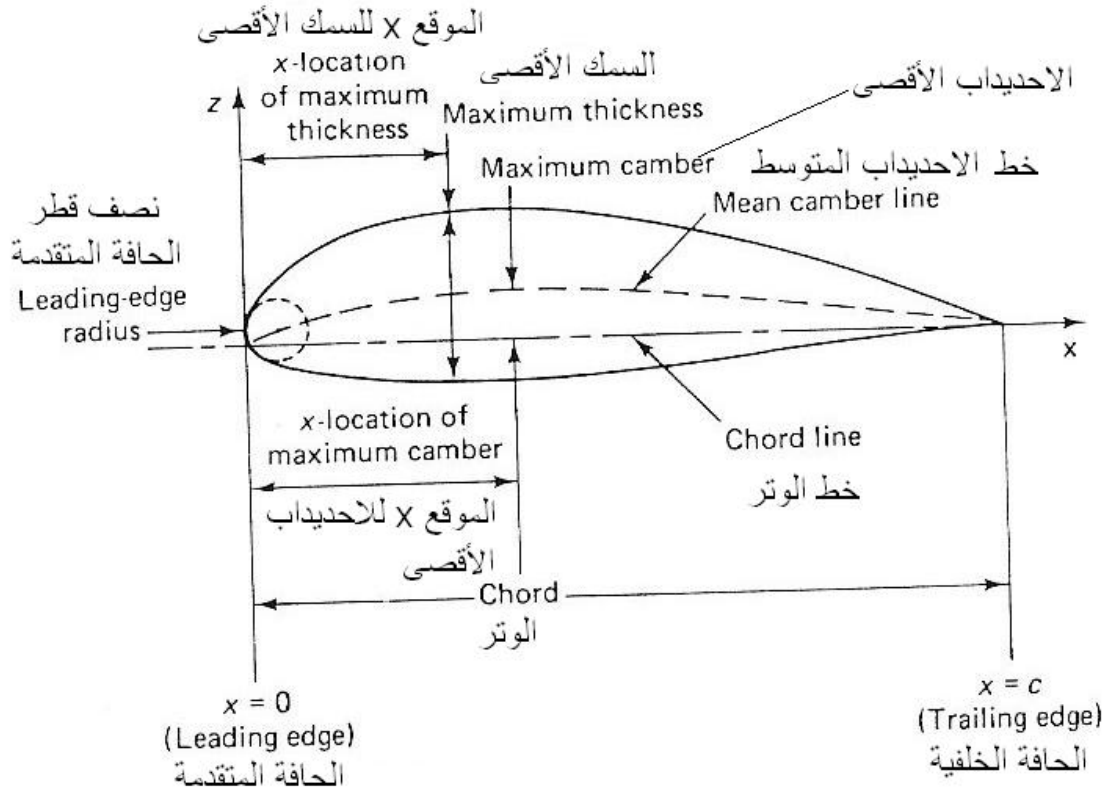


FIGURE 3-1 Sketch of an airfoil-section geometry and its nomenclature.

### الشكل 3.1

#### رموز المقاطع الايرودينامية

جيومترية المقطع الايرودينامي تعرف بواسطة تصنيف NACA للمقاطع الايرودينامية. هناك العديد من أنواع التصانيف، منها تصنيف NACA ذو الأربع أرقام و تصنيف NACA ذو الخمس أرقام و تصنيف NACA ذو الستة أرقام. لنأخذ تصنيف NACA ذو الأربع أرقام ؛ الرقم الأول يدل على القيمة القصوى لخط الاحدياب المتوسط كنسبة مئوية من طول الوتر. العدد الثاني يدل على المسافة من الحافة المتقدمة إلى الاحدياب الأقصى كنسبة عشرية من طول الوتر. الرقمان الأخيران يعينان السمك الأقصى كنسبة مئوية من طول الوتر. لذا، NACA0010 هو مقطع متماثل والذي يكون سمكه الأقصى 10% من طول الوتر. NACA4412 هو مقطع ايرودينامي سمكه الأقصى 12% وله 4% احدياب أقصى وموجود على مسافة 40% (=0.4) (بالنسبة لطول الوتر).

هناك تصنيف آخر هو نفس التصنيف السابق بالإضافة إلى رقمين آخرين. وهذين الرقمين يدلان على (1) التعديل على نصف قطر الحافة المتقدمة (2) التعديل على موقع السمك الأقصى (القيمة الاعتيادية هي 0.3c) ، لذا:



نصف قطر الحافة المتقدمة (Leading Edge Radius) :

الحافة المتقدمة للمقاطع الايرودينامية المستخدمة في الطيران دون الصوتي تكون مدوّرة، ولها نصف قطر برتبة 1% (in order of 1%) من طول الوتر. نصف قطر الحافة المتقدمة للمقطع الايرودينامي هو نصف قطر الدائرة التي يقع مركزها على خط الاحديداب المتوسط. قيمة نصف قطر الحافة المتقدمة لها تأثير على خصائص الانهيار (stall) (أو انفصال) (separation) الطبقة المتاخمة) للمقطع الايرودينامي.

خط الوتر (chord line)

خط الوتر يعرف بالخط المستقيم الذي يصل بين الحافة المتقدمة والحافة الخلفية. زاوية الهجوم (angle of attack) الجيومترية هي الزاوية بين خط الوتر واتجاه دفق "التيار الحر" غير المقلقل. للعديد من الطائرات تكون خطوط الوتر للمقاطع الايرودينامية مائلة بالنسبة لمحور الطائرة (ارجع إلى الجدول 3.1)

جدول 3.1 حدود جيومترية الجناح

خط الاحديداب المتوسط

هو المحل الهندسي (locus) للنقاط التي تقع في منتصف المسافة بين السطح العلوي والسطح السفلي - عندما تقاس عمودياً على خط الوتر - ، شكل خط الاحديداب المتوسط مهم جداً في تحديد الخصائص الايرودينامية للمقطع الايرودينامي. كما سنرى لاحقاً فإن المقاطع المحدودية تنتج رفع حتى عندما تكون زاوية الهجوم تساوي صفر. إذن أثر الاحديداب هو تغير قيمة زاوية الرفع الصفرية،  $a_{0l}$ . بينما للمقاطع الايرودينامية المتماثلة يكون الرفع يساوي صفر، فإن الرفع الصفري ينتج للمقاطع موجبة الاحديداب عند زاوية هجوم سالبة.

أيضاً، للاحديداب أثر ايجابي على القيمة القصوى لمعامل الرفع (lift coefficient) للمقطع. إذا كان معامل الرفع كبير، فإن سرعة الانهيار ستكون منخفضة، والحدود الأخرى تبقى

نفسها. لكن يجب أن نلاحظ أن السمك والاحدياب الكيريين الضروريين لقيم قصوى كبيرة لمعامل رفع المقطع ينتجان أرقام ماخ حرجة صغيرة (وحدة 8) وعزوم التواء (twisting moment) مرتفعة عند سرعات عالية. لذا، لا بد من الاعتناء بالمتناقضات أثناء اختبار قيمة تصميم معينة لأحد الحدود.

### السمك الأقصى وتوزيع السمك

السمك (thickness) الأقصى وتوزيع السمك يؤثران بقوة على الخصائص الايرودينامية للمقطع الايرودينامي. معامل الرفع الأقصى للجناح يزداد بازدياد السمك الأقصى للمقطع الايرودينامي. أيضاً المقطع الايرودينامي الأسماك أكثر فائدة للاستخدام في أدوات الرفع العالي (high lift devices) لكن له رقم ماخ حرج أقل.

السرعة الموضعية القصوى التي تتسارع لها جزيئات المائع عندما تتدفق حول المقطع الايرودينامي تزداد بازدياد السمك الأقصى. لذا، قيمة الضغط الصغرى تكون أقل للمقاطع الايرودينامية الأسماك؛ وكنتيجة لهذا، ممال الضغط المعاكس (adverse pressure gradient) المرتبط بتباطؤ التدفق من موقع هذا الضغط الأدنى إلى الحافة الخلفية يكون أكبر للمقاطع الايرودينامية السمكية. عندما يكون ممال الضغط المعاكس أكبر، تصبح الطبقة المتاخمة أسماك (وأكثر عرضة للانفصال) مما ينتج قيم أكبر (نسبياً) للمقاومة الشكلية (form drag). لذا التأثيرات المفيدة لزيادة السمك الأقصى محدودة.

توزع السمك (thickness distribution) للمقطع الايرودينامي يؤثر على توزع الضغط وأسلوب الطبقة المتاخمة. عندما يتحرك موقع السمك الأقصى للأمام، فإن ممال السرعة (وبالتالي ممال الضغط) في منطقة منتصف الوتر يقل. ممال الضغط الناتج (المفضّل) في منطقة وسط الوتر يحفز استقرار الطبقة المتاخمة ويزيد احتمالية بقاء الطبقة المتاخمة طبقية (laminar). الطبقة المتاخمة الطبقيّة (laminar) تنتج مقاومة احتكاك سطحي (skin friction drag) أقل مما هو في الطبقة المتاخمة المضطربة (turbulent)، لكنها أيضاً أكثر عرضة للانفصال تحت تأثير ممال الضغط المعاكس. سوف نناقش هذا بتفصيل أكبر لاحقاً في هذه الوحدة.

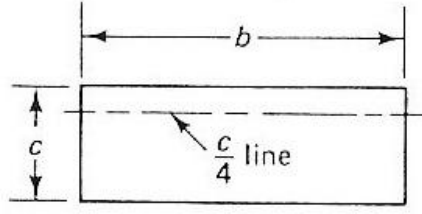
## زاوية الحافة الخلفية

زاوية الحافة الخلفية تؤثر على موقع المركز الايرودينامي (والذي سنعرفه لاحقاً في هذه الوحدة) . المركز الايرودينامي للمقاطع الايرودينامية الرقيقة في التيار دون الصوتي يكون موجود نظرياً عند ربع طول الوتر .

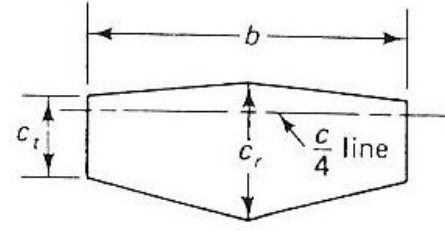
### **3.2 حدود جيومترية الجناح**

إذا وضعنا المقاطع الايرودينامية كمجاميع بالاتجاه الباعي فإننا نحصل على : الأجنحة والذبول الرأسية والذبول الأفقية والذبول المتصدرة (Canards) وغيرها من سطوح الرفع. عندما نتكلم عن الحدود التي تميز الهيئة المستوية (Planform) للجناح، لا بد من الانتباه إلى مُركّبات الدفق في الاتجاه الباعي. بكلمات أخرى، خصائص المقاطع الايرودينامية تتعامل مع الدفق في بعدين بينما خصائص الهيئة المستوية تتعامل مع الدفق الناتج في ثلاث أبعاد. من أجل الوصف الكامل للهيئة المستوية للجناح، نحتاج العديد من المصطلحات. وهذه المصطلحات موضحة في الشكل 3.2

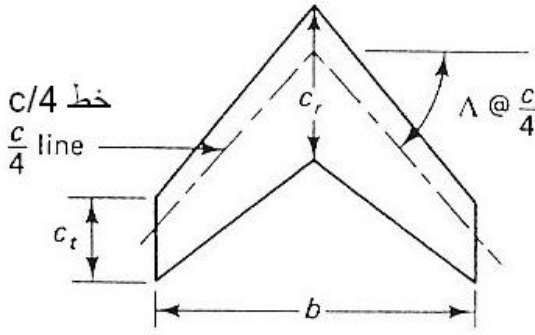




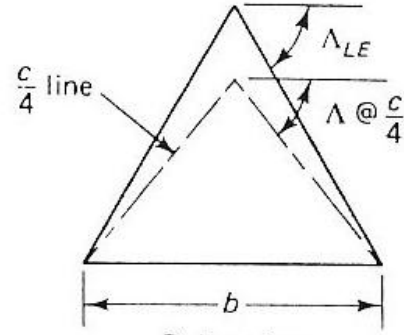
Rectangular wing  
جناح مستطيل



Unswept, trapezoidal wing  
جناح شبه منحرف، غير ممتد



Swept wing  
جناح ممتد



Delta wing  
جناح دلتا

FIGURE 3-2 Geometric characteristics of the wing planform.

الشكل 3.2 الخصائص الجيومترية لهيئة الجناح

### الشكل 3.2

1. مساحة الجناح  $S$  : هي ببساطة المساحة السطحية للجناح . بالرغم من أن جزء من هذه المساحة قد يُغطى بجسم الطائرة، إلا أن قدرة حمل الضغط لجسم الطائرة تعطي شرعية لاعتبار مساحة الجناح هي كامل المساحة.
2. باع (Span) الجناح  $b$  : ويقاس من الطرف (tip) إلى الطرف.
3. معدل الوتر (average chord)  $\bar{c}$  : هو المعدل الجيومترى للوتر. حاصل ضرب طول الباع بمعدل الوتر يعطي مساحة الجناح ( $b \times \bar{c} = S$ ).
4. النسبة الباعية (Aspect Ratio)  $AR$  : هي النسبة بين طول الباع ومعدل الوتر. للجناح المستطيل النسبة الباعية هي ببساطة :

$$AR = \frac{b}{c}$$

للأجنحة غير المستطيلة:

$$AR = \frac{b^2}{S}$$

النسبة الباعية هي نسبة نحالة الجناح وهي مفيدة لتحديد الخصائص الايرودينامية والوزن البنوي. النسبة الباعية النموذجية تتنوع من 35 للطائرات الشراعية عالية الكفاءة إلى 2 للطائرات المقاتلة النفاثة فوق الصوتية.

5. طول الوتر الجذري (root chord)  $c_r$  : هو طول الوتر عند الخط المركزي ، وطول الوتر الطرفي (tip chord)  $c_t$  : هو طول الوتر عند طرف الجناح.

6. لنأخذ الأجنحة ذات الهيئات المستوية التي لها خطوط مستقيمة للحافة المتقدمة والحافة الخلفية، فإن نسبة الاستدقاق (taper ratio)  $I$  هي نسبة طول الوتر الطرفي إلى طول الوتر الجذري:

$$I = \frac{c_t}{c_r}$$

نسبة الاستدقاق تؤثر على توزيع الرفع والوزن البنوي للجناح. الجناح المستطيل له نسبة استدقاق قيمتها 1.0 . بينما جناح دلتا ذو الطرف النقطي له نسبة استدقاق صفرية.

7. زاوية الامتداد (sweep angle)  $\Lambda$  وهي عادةً تقاس بين خط الـ  $c/4$  والعمودي على الوتر الجذري. زوايا الامتداد للحافة المتقدمة والحافة الخلفية تُعطى عادةً مع الحدود (parameters) ، حيث أنها مهمة للعديد من التطبيقات. امتداد الجناح يعطي تغيرات محددة في الرفع الأقصى وخصائص الانهيار وتأثير التضاغية.

8. الطول المتوسط للوتر الايرودينامي (mean aerodynamic chord) (m.a.c) ويستخدم مع  $S$  لكتابة عزوم الخطران بصيغة عديمة الوحدات. لذا الطول المتوسط للوتر الايرودينامي يمثل معدل الوتر. عندما نضربه بـ معامل العزم والضغط الايرودينامي ومساحة الجناح نحصل على العزم للجناح كله. الطول المتوسط للوتر الايرودينامي يعطى بـ:

$$\bar{c} = \frac{1}{S} \int_{-0.5b}^{0.5b} [c(y)]^2 dy$$

9. الزاوية الزوجية (dihedral angle) : هي الزاوية بين مستوى أفقي يضم الوتر الجذري ومستوى يقع في المنتصف بين السطحين العلوي والسفلي للجناح. إذا كان الجناح يقع تحت المستوى الأفقي فالزاوية تسمى زاوية سالبة الزوجية (anhedral angle) . زاوية الزوجية تؤثر على خصائص الاستقرار الجانبية (lateral stability) للطائرة.

10. الالتواء الجيومتري (geometric twist): هو الوضع الذي تكون فيه خطوط الوتر للتوزيع الباعي للمقاطع الايرودينامية لا تقع جميعها في نفس المستوى. لذا هناك تغير في الاتجاه الباعي للزاوية الجيومترية للسقوط (Incident) لهذه المقاطع. الوتر الجذري للجناح المبين في الشكل 3.3 يميل  $4^\circ$  بالنسبة لمحور الطائرة. بينما الوتر الطرفي يوازي محور الطائرة. في هذه الحالة، التي تقل فيها زاوية السقوط للمقاطع الايرودينامية بالنسبة لمحور الجناح كلما اتجهنا نحو طرف الجناح؛ نقول أن الجناح له اجتراف إلى الخارج (wash out). أجنحة العديد من الطائرات دون الصوتية لها اجتراف إلى الخارج من أجل التحكم بتوزيع الرفع في الاتجاه الباعي، وبالتالي التحكم بخصائص انفصال الطبقة المتاخمة (أعني الانهيار stall). إذا كانت زاوية السقوط تزداد باتجاه الطرف فإن الجناح له اجتراف إلى الداخل (wash in).

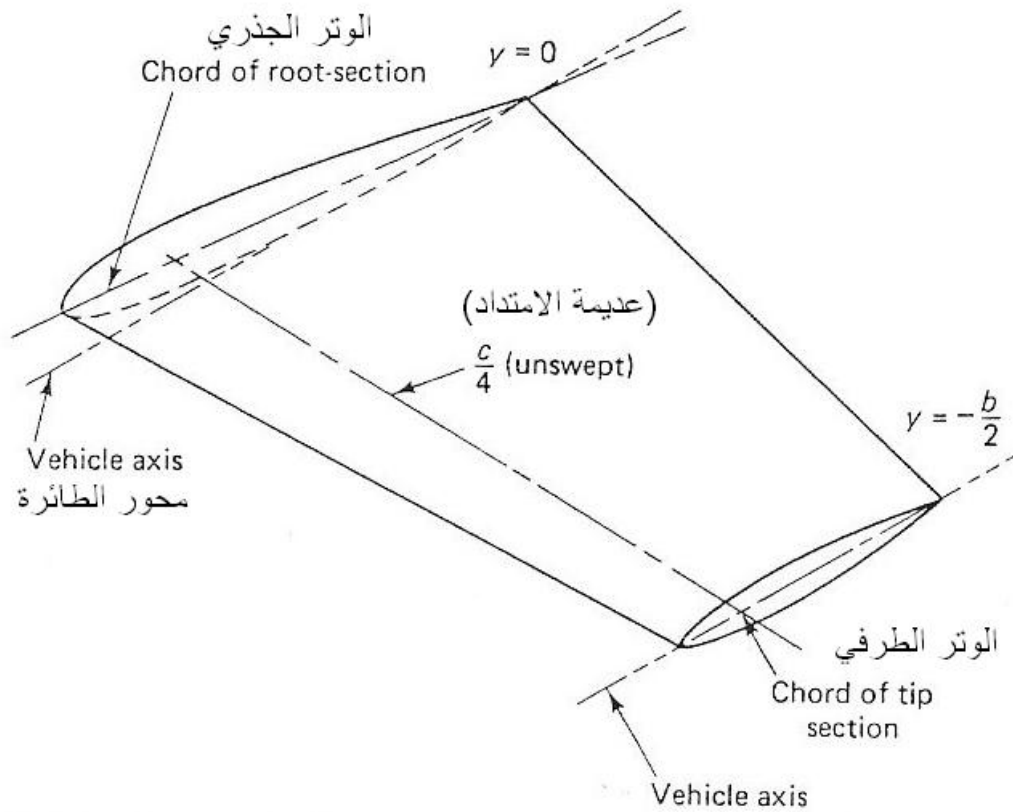


FIGURE 3-3 Sketch of an unswept, tapered wing with geometric twist (wash out).

الشكل 3.3 رسمة الجناح عديم الامتداد مستدق مع التواء جيومتري (اجتراف إلى الخارج)

الشكل 3.3

النسبة الباعية ونسبة الاستدقاق والالتواء والامتداد للهيئة المستوية للجناح هي العوامل الرئيسية التي تحدد الخصائص الايرودينامية للجناح ولها تأثير مهم على خصائص الانهيار. نفس هذه الكميات لها تأثير على الوزن ومتانة الجناح. قيم هذه الحدود لعدد من الطائرات ملخصة في الجدول 3.1 . هذه البيانات معطاة لثلاث أصناف من الطائرات: الطائرات أحادية المحرك ذات أربع ركاب (four-place single-engine aircraft)، طائرات الخطوط النفاثة والنقل التجارية (commercial jetliners and transports) و الطائرات العسكرية عالية السرعة (high speed military-aircraft) . لاحظ كيف تتغير قيم هذه الحدود من صنف طائرات إلى آخر .

### جدول 3.1 حدود جيومترية الجناح

جدول 3.1  
TABLE 3-1

حدود جيومترية الجناح  
Wing-geometry parameters (from Refs. 3.2 and 3.3).

النوع Type	الطول الباعى للجناح Wing Span [m (ft)]	النسبة الباعية Aspect Ratio, AR	زاوية الامتداد Sweep Angle	الزاوية الزوجية Dihedral	المقطع الايرودينامى Airfoil Section	السرعة Speed [km/h (mi/h)]
A. Four-Place Single-Engine Aircraft						
Socata Rallye (France)	9.61 (31.52)	7.57	None	7°	63A414 (mod), 63A416, inc. 4°	173-245 (108-152)
Ambrosini NF 15 (Italy)	9.90 (32.5)	7.37	None	6°	64-215, inc. 4°	325 (202)
Beechcraft Bonanza V35B	10.20 (33.46)	6.30	None	6°	23016.5 at root, 23012 at tip, inc. 4° at root, 1° at tip	298-322 (185-200)
Beechcraft Sierra	9.98 (32.75)	7.35	None	6°30'	63 <sub>2</sub> A415, inc. 3° at root, 1° at tip	211-281 (131-162)
Cessna 172	10.92 (35.83)	7.32	None	1°44'	NACA 2412, inc. 1°30' at root, -1°30' at tip	211 (131)
Piper Commanche	10.97 (36.0)	7.28	2°30' forward	5°	64 <sub>2</sub> A215, inc. 2°	298 (185)

تابع جدول 3.1

TABLE 3-1  
Continued

حدود جيومترية الجناح  
Wing-geometry parameters (from Refs. 3.2 and 3.3).

النوع Type	الطول الباعى للجناح Wing Span [m (ft)]	النسبة الباعية Aspect Ratio, AR	زاوية الامتداد Sweep Angle	الزاوية الزوجية Dihedral	القطع الايرودينامي Airfoil Section	السرعة Speed [km/h (mi/h)]
<b>B. Commercial Jetliners and Transports</b>						
Caravelle 210 (France)	34.3 (112.5)	8.02	20° at c/4	3°	NACA 65,212	790 (490)
BAC 111 (UK)	26.97 (88.5)	8.00	20° at c/4	2°	NACA cambered section (mod.), t/c = 0.125 at root, 0.11 at tip, inc. 2°30'	815 (507)
Tupolev 154 (USSR)	37.55 (123.2)	7.03	35° at c/4	—	—	975 (605)
McDonnell- Douglas DC9	27.25 (89.42)	8.25	24° at c/4	—	t/c = 0.116 (av.)	903 (561)
Boeing 727	32.92 (108.0)	7.67	32° at c/4	3°	Special Boeing sections t/c = 0.09 to 0.13, inc. 2°	975 (605)
Boeing 737	28.35 (93.0)	8.83	25° at c/4	6°	t/c = 0.129 (av.)	848 (527)
Boeing 747	59.64 (195.7)	6.95	37°30' at c/4	7°	t/c = 0.134 (inboard), 0.078 (midspan), 0.080 (outboard), inc. 2°	958 (595)
Lockheed C-5A	67.88 (222.8)	7.75	25° at c/4	Anhedral 5°30'	NACA 0011 (mod.) near midspan, inc. 3°30'	815 (507)

تابع جدول 3.1  
TABLE 3-1  
Continued  
حُدود جيوستيرية الجناح  
Wing-geometry parameters (from Refs. 3.2 and 3.3).

النوع Type	الطول الباعى للجناح Wing Span [m (ft)]	النسبة الباعية Aspect Ratio, AR	زاوية الامتداد Sweep Angle	الزاوية الزوجية Dihedral	المقطع الايرودينامي Airfoil Section	السرعة Speed [km/h (mi/h)]
C. High-Speed Military Aircraft						
SAAB-35 Draken	9.40 (30.8)	1.77	Central: leading edge 80°, outer: leading edge 57°	—	$t/c = 0.05$	Mach 1.4-2.0
Dassault Mirage III	8.22 (27.0)	1.94	Leading edge 60°34'	Anhedral 1°	$t/c = 0.045-0.0035$	Mach 2.2
Northrup F-5E	8.13 (26.67)	3.82	24° at $c/4$	None	65A004.8 (mod), $t/c = 0.048$	Mach 1.23
McDonnell- Douglas F4	11.70 (38.4)	2.78	45°	Outer panel 12°	$t/c = 0.051$ (av.)	Over Mach 2.0
LTV F-8	10.81 (35.7)	3.39	35°	Anhedral 5°	Thin, laminar flow section	Nearly Mach 2
LTV A-7	11.80 (38.75)	4.0	35° at $c/4$	Anhedral 5°	65A007, inc. -1°	1123 (698)

### 3.3 مميزات القوى الايرودينامية

حركة الهواء حول المركبة تنتج تغيرات في الضغط والسرعة والتي تنتج بدورها القوى والعزوم الايرودينامية. أيضاً للزوجية هي من خواص الموائع ، لذا تؤثر في مجال الدفع، قوى اللزوجية (قوى القص) تعتمد على ممال السرعة وعلى اللزوجية. للعديد من المسائل الايرودينامية ، قوى اللزوجية تكون ذات تأثير فقط ضمن منطقة ضيقة قرب الجدار حيث تكون ممالات السرعة كبيرة (أي الطبقة المتاخمة) . القوى العمودية والمماسية التي تؤثر على السطح بسبب حركة الموائع حول المركبة موضحة في الشكل 3.4 .

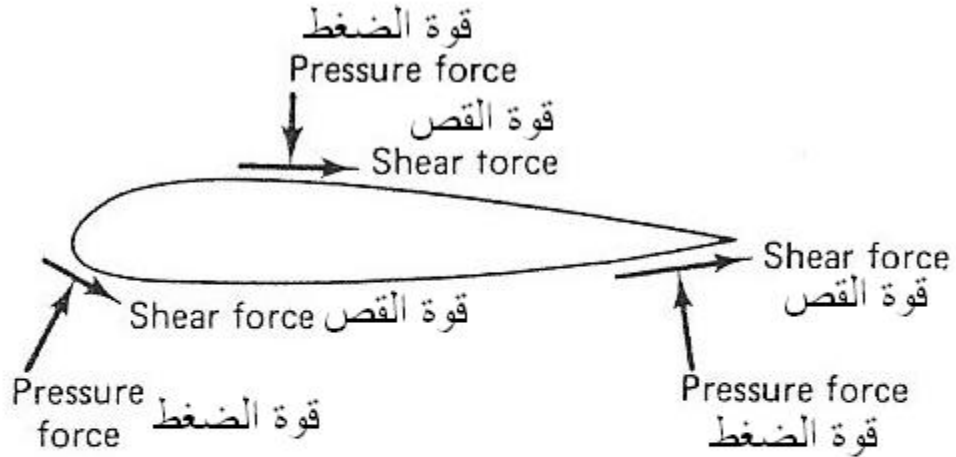


FIGURE 3-4 Normal (or pressure) and tangential (or shear) forces on an airfoil surface.

الشكل 3.4 القوى العمودية (الضغط) والقوى المماسية (القص) على سطح مقطع ايرو دينامي

الشكل 3.4

من المناسب تحليل مجموع القوى العمودية (الضغط) والمماسية (القص) إلى ثلاث مركبات على طول المحاور الموازية والعمودية على اتجاه التيار الحر. المركبات الثلاث تسمى الرفع (lift) والمقاومة (drag) والقوة الجانبية (side force). علاقة قوى الرفع والمقاومة باتجاه سرعة التيار الحر مبينة في الشكل 3.5.

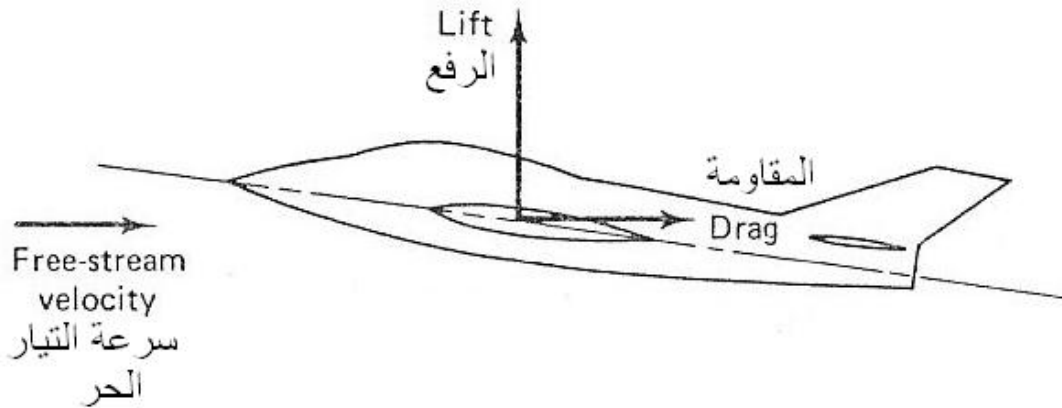


FIGURE 3-5 Aerodynamic forces in the plane of symmetry.

الشكل 3.5 القوى الايرو دينامية في مستوى التماثل

الشكل 3.5



1. الرفع (Lift) : الرفع هو مُركبة القوة المؤثرة للأعلى ، عمودياً على اتجاه الطيران، أو على اتجاه سرعة التيار الحر غير المقلقل. ينتج الرفع الايرودينامي بصورة رئيسية من قوى الضغط المؤثرة على سطح المركبة.
  2. المقاومة (Drag) : المقاومة هي صافي القوى الايرودينامية المؤثرة في نفس اتجاه سرعة التيار الحر غير المقلقل. المقاومة الايرودينامية تنتج من قوى الضغط وقوى الاحتكاك السطحي التي تؤثر على السطح.
  3. القوة الجانبية (side force) : القوة الجانبية هي مركبة القوة في الاتجاه العمودي على كل من الرفع والمقاومة. القوة الجانبية موجبة عندما تؤثر باتجاه الميمنة (starboard) (يمين الطيار).
- القوى الايرودينامية الناتجة لا تؤثر عادةً في مركز نظام محاور الطائرة ( أعني مركز الجاذبية) . العزوم الناتجة من القوى الايرودينامية المؤثرة على مسافة من المركز يمكن تقسيمها إلى ثلاث مُركبات ، بالرجوع إلى المحاور المرجعية للطائرة. مُركبات العزوم الثلاث هي عزم الخطران وعزم العطوف وعزم الانعراج كما هو مبين في الشكل 3.6



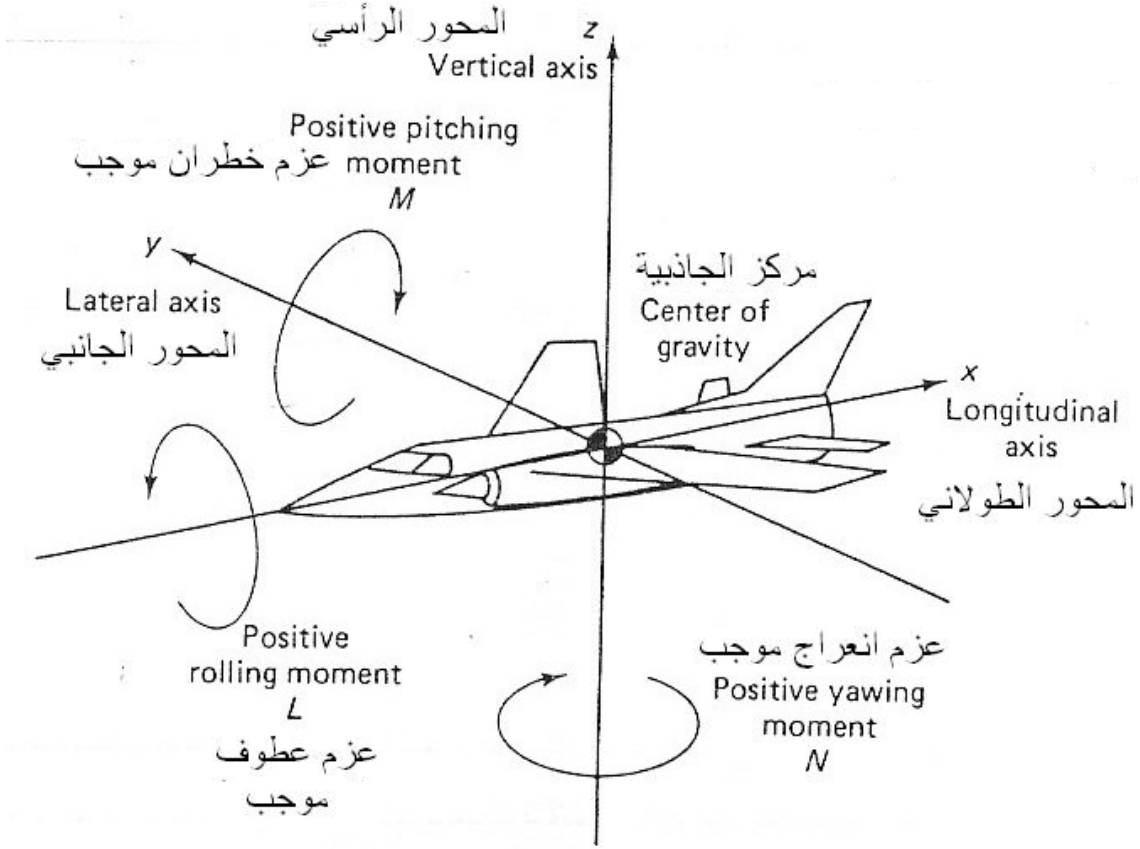


FIGURE 3-6 Reference axes of the airplane and the corresponding aerodynamic moments.

### الشكل 3.6 المحاور المرجعية للطائرة والعزوم الايرودينامية

الشكل 3.6

1. عزم الخطران (pitching moment) : العزم حول المحور الجانبي (lateral axis) (المحور y لنظام الاحداثيات المثبت في الطائرة) يسمى عزم الخطران. عزم الخطران ناتج من قوى الرفع والمقاومة المؤثرة على المركبة. العزم الموجب هو في اتجاه رفع مقدمة الطائرة (nose-up direction) .
2. عزم العطوف (rolling moment) : العزم حول المحور الطولاني (longitudinal direction) (المحور x) يسمى عزم العطوف. عزم العطوف ينشأ غالباً بسبب طرق الرفع الناتجة من الجنيحات (ailerons) و (spoilers) . عزم عطوف موجب يجعل طرف جناح اليمين يتجه نحو الأسفل.

3. عزم الانعراج (yawing moment): العزم حول المحور الرأسي للطائرة ( Vertical direction)(المحور z) يسمى عزم الانعراج. عزم انعراج موجب يحاول تدوير مقدمة الطائرة إلى يمين الطيار.

#### الحدود (parameters) التي تحكم القوى الايرودينامية

مقدار القوى والعزوم المؤثرة على المركبة تعتمد على تأثيرات مشتركة للعديد من المتغيرات المختلفة. الحدود التي تحكم مقدار القوى والعزوم الايرودينامية تتضمن:

1. جيومترية الشكل
  2. زاوية الهجوم
  3. حجم المركبة أو النموذج
  4. سرعة التيار الحر
  5. كثافة الهواء غير المقلقل
  6. رقم رينولدس (ويهتم بتأثيرات اللزوجة)
  7. رقم ماخ (ويهتم بتأثيرات التضاغطية)
- حساب القوى والعزوم الايرودينامية المؤثرة على مركبة عادةً يحتاج أن يكون المهندس قادر على ربط البيانات التي تم الحصول عليها عند ظروف دفق أخرى مع الظروف التي تهمننا (ظروف الطيران). لذا، يستخدم المهندس عادةً البيانات من النفق الهوائي، حيث تتعرض النماذج المصغرة لظروف دفق تحاكي البيئة المصمم لها، أو يستخدم البيانات من اختبارات الطيران عند ظروف طيران أخرى. لذا يستطيع الشخص الربط بين الربط بين البيانات عند ظروف تيار مختلفة أحجام نماذج مختلفة، القياسات عادةً تعطى بصيغة عديمة الوحدة (dimensionless). بصورة مثالية، للصيغ عديمة الوحدة، تكون النتائج غير معتمدة على الحدود السابقة باستثناء الحدين الأولين (جيومترية الشكل وزاوية الهجوم). عملياً، ظواهر الدفق - مثل انفصال الطبقة المتاخمة والتفاعل بين الطبقة المتاخمة والموجة الصدمية وتأثيرات التضاغطية - تحد من مجال ظروف الدفق الذي تبقى ضمنه معاملات القوى والعزوم عديمة الوحدة ثابتة.

#### 3.4 معاملات القوى والعزوم الايرودينامية

معامل الرفع (lift coefficient)

لنأخذ الآن معادلات معاملات القوى العمودية من أجل توضيح الأهمية الفيزيائية لعوامل القوى عديمة الوحدة. سوف نأخذ المركبة العمودية (أو  $z$ ) للقوة المحصلة لأنها سهلة الحساب نسبياً ولها نفس علاقة الرفع مع قوى الضغط والقص. للمقاطع الايرودينامية الرقيقة نسبياً عند زوايا هجوم منخفضة؛ فإنه من الواضح من الشكل 3.4 أن الرفع (وأيضاً القوة العمودية) ينتج بشكل رئيسي من قوى الضغط. قوى القص تؤثر بشكل أساسي في الاتجاه التوري (chordwise) (أي تساهم بصورة رئيسية في المقاومة). لذا من أجل حساب القوة في الاتجاه  $z$ ، نحتاج فقط للاهتمام بمساهمة الضغط وهو مبين في الشكل 3.7.

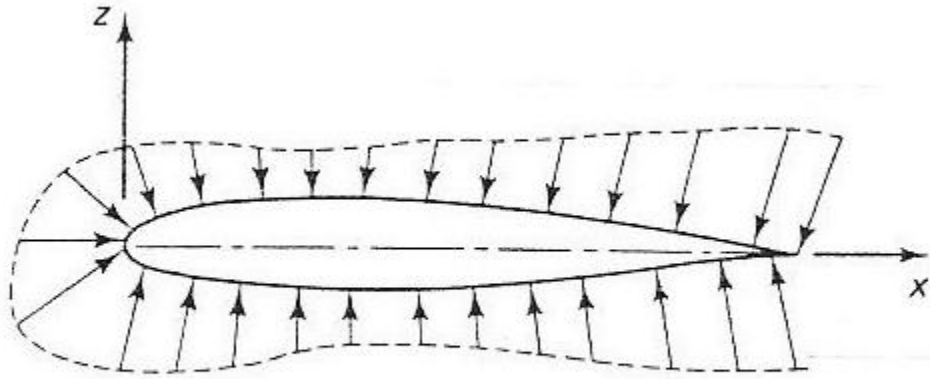


FIGURE 3-7 Pressure distribution for a lifting airfoil section.

الشكل 3.7

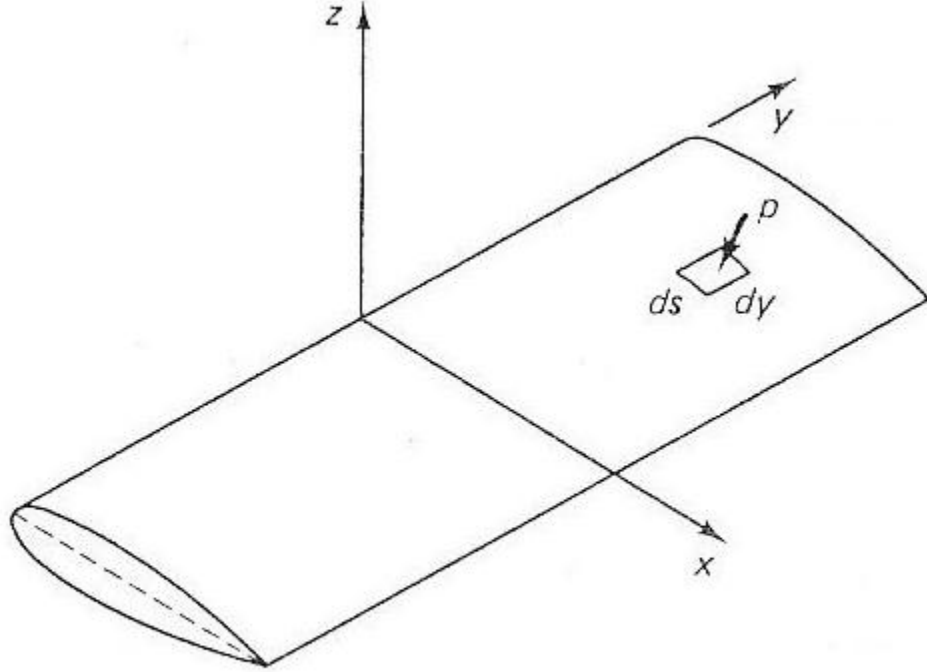


FIGURE 3-8 Pressure acting on an elemental surface area.

الشكل 3.8

يمكن اثبات أن مركبة القوة في الاتجاه z تعطى بالعلاقة التالية:

$$F_z = \iint (P - P_\infty) dx dy \dots\dots\dots 3.4$$

من أجل الغاء وحدات العوامل في الجانب الأيمن من المعادلة السابقة؛ نقسم على  $q_\infty cb$  (والتي لها وحدات قوة)، إذن:

$$\frac{F_z}{q_\infty cb} = \iint \frac{P - P_\infty}{q_\infty} d\left(\frac{x}{c}\right) d\left(\frac{y}{b}\right)$$

وبما أن  $cb$  يساوي مساحة الجناح  $S$ ؛ نحصل على

$$\frac{F_z}{q_\infty S} = \iint C_p d\left(\frac{x}{c}\right) d\left(\frac{y}{b}\right) \dots\dots\dots 3.5$$

عندما تكون الطبقة المتاخمة رقيقة يكون توزيع الضغط حول المقطع الايرودينامي هو نفسه تقريباً للدفق اللالزج. إذن توزيع الضغط لا يعتمد على رقم رينولدس ولا يعتمد على كون الطبقة المتاخمة طبقية أو مضطربة. عندما تكون الطبقة المتاخمة رقيقة؛ فإن معامل الضغط ( $C_p$ ) عند موقع معين على السطح معطى بالاحداثيات عديمة الوحدة ( $x/c, y/b$ ) يكون غير معتمد على حجم المركبة ولا على ظروف الدفق. خلال نطاق ظروف الدفق الذي يكون فيه

معامل الضغط هو اقتران يعتمد فقط على الاحداثيات عديمة الوحدة (x/c,y/b)؛ فإن قيمة التكامل في معادلة 3.5 تكون معتمدة على جيومترية الشكل وعلى زاوية الهجوم. إذن معامل القوة (force coefficient) الناتج لا يعتمد على حجم النموذج ولا على ظروف الدفق. يمكن استخدام تحليل شبيهه لحساب معامل الرفع، والذي يعرف بـ

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} \dots\dots\dots 3.6$$

البيانات الموضحة في الشكل 3.9 هي للمقطع الايرودينامي NACA23012 ؛ أي نموذج في نفق هوائي على شكل جناح لا متناهية الباع (infinite span) . لذا فإن قياسات الرفع تكون بدلالة معامل رفع المقطع (section lift coefficient)  $C_l$  . معامل رفع المقطع هو الرفع لكل وحدة باع ( $l$ ) مقسوم على حاصل ضرب الضغط الدينامي بمساحة الجناح لكل وحدة باع (والتي هي الوتر  $c$ )

$$C_l = \frac{l}{q_\infty c} \dots\dots\dots 3.7$$

البيانات في الشكل 3.9 معطاة لعدة أرقام رينولدس (من  $3 \times 10^6$  إلى  $9 \times 10^6$ ) ولرقم ماخ يساوي 0.17 . نلاحظ أن معامل رفع المقطع التجريبي - ضمن نطاق أرقام رينولدس المبينة - عبارة عن اقتران خطي لزاوية الهجوم من  $-10^\circ$  إلى  $+10^\circ$  . ميل (slope) هذا الجزء من المنحنى يسمى ميل منحنى الرفع ثنائي الأبعاد (two-dimension lift slope) ، للمقطع الايرودينامي ،

$$\frac{dC_l}{da} = C_{l,a} = 0.104 \text{ per degree}$$

(per degree : لكل درجة (درجة زاوية))

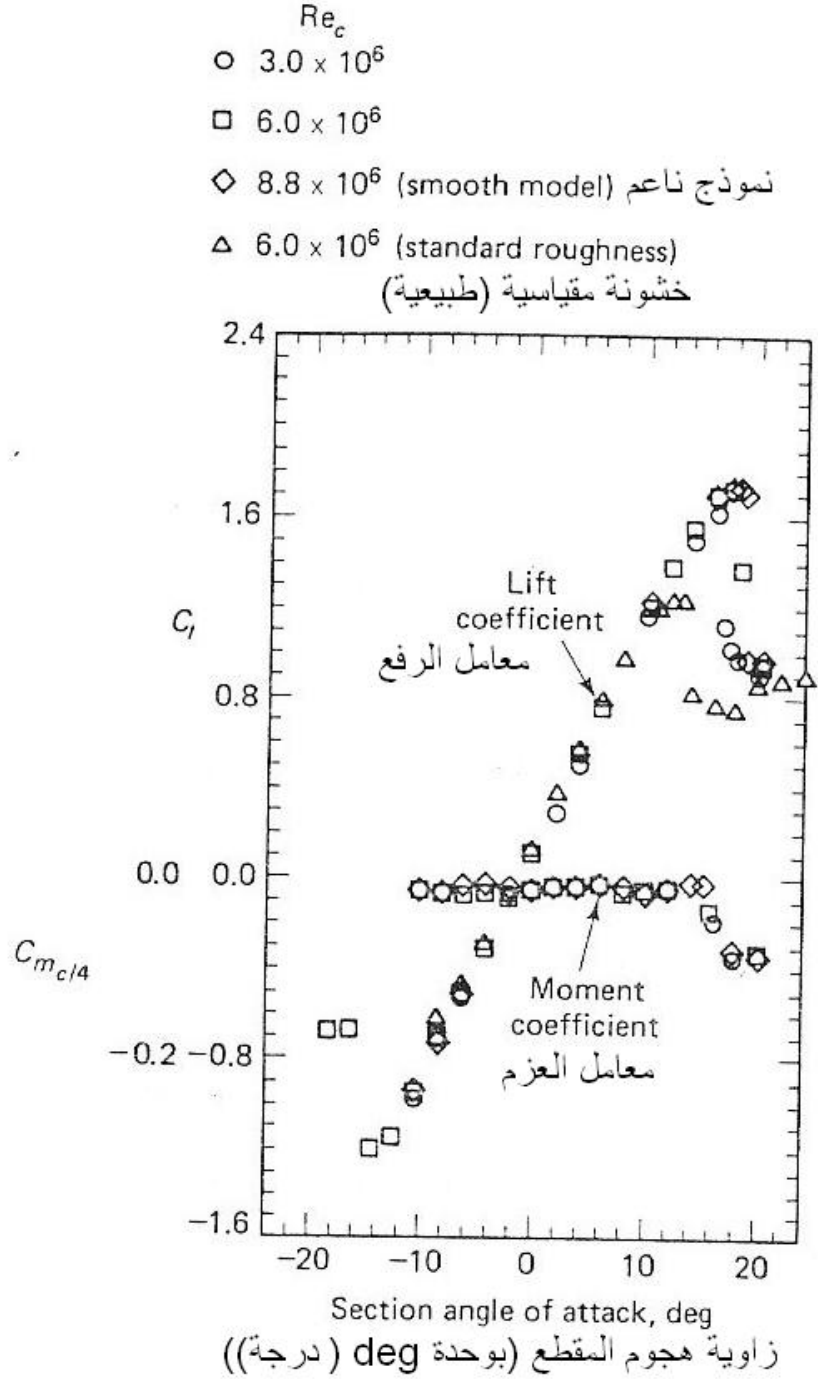


FIGURE 3-9 The section lift coefficient and the section moment coefficient (with respect to  $c/4$ ) for an NACA 23012 airfoil (data from ref. 3.1).

الشكل 3.9 معامل رفع المقطع ومعامل عزم المقطع (بالنسبة لـ  $c/4$ ) للمقطع الايرو دينامي NACA23012 .

### الشكل 3.9

بما أن المقطع الايرودينامي NACA23012 محدب (الاحدياب الأقصى هو تقريباً 2 % من طول الوتر)، فإن الرفع ينتج عند زاوية هجوم صفرية. في الحقيقة، الرفع الصفري ينتج عند الزاوية  $-1.2^\circ$  ، والتي نرسم لها بـ  $\alpha_{0l}$  ، وتسمى زاوية هجوم المقطع عند الرفع الصفري . مع ازدياد زاوية الهجوم فوق  $10^\circ$  ، فإن معامل رفع المقطع يتابع الازدياد (لكن ليس خطياً مع زاوية الهجوم) إلى حين الوصول إلى قيمة قصوى  $(C_{l,max})$  . بالرجوع إلى الشكل 3.9  $C_{l,max}$  هي 1.79 وتحصل عند زاوية  $18^\circ$  . قيمة  $C_{l,max}$  هذه المرتفعة نسبياً للمقطع NACA23012 هي أحد أسباب اختيار هذا المقطع للعديد من الطائرات.

عند تتجاوز زاوية الهجوم  $10^\circ$  ، فإن معامل رفع المقطع يصبح معتمد على رقم رينولدس. لاحظ أن ممال الضغط المعاكس - الذي تواجهه جزيئات الهواء خلال حركتها باتجاه الحافة الخلفية للسطح العلوي - يزداد بزيادة زاوية الهجوم . عند زوايا الهجوم هذه ، تكون جزيئات الهواء التي أبطأتها قوى اللزوجة غير قادرة على التغلب على ممال الضغط المعاكس الكبير نسبياً ، وبالتالي تنفصل الطبقة المتاخمة. موقع الانفصال يعتمد على نوع الطبقة المتاخمة (طبقة أم مضطربة) وعلى سمكها ، وبالتالي على رقم رينولدس. كما سنرى لاحقاً فإن انفصال الطبقة المتاخمة له تأثير مهم على المقاومة الواقعة على المقطع الايرودينامي .

### معاملات العزم (moment coefficients)

العزم الناتج من القوى الايرودينامية على الجناح (أو المقطع الايرودينامي) يتم تحديده بالنسبة لمحور مرجعي معين. المحور المرجعي يمكن أن يكون الحافة المتقدمة، أو موقع ربع الوتر (quarter chord location) ، أو المركز الايرودينامي ، وهكذا. سوف نناقش أهمية هذه المحاور المرجعية بالنسبة لمعاملات العزم للمقاطع الايرودينامية الرقيقة في الوحدات التالية. معامل عزم الخطران للجناح يعرف كالتالي

$$C_M = \frac{M}{q_\infty S \bar{c}}$$

حيث  $M$  عزم الخطران للجناح . و  $\bar{c}$  هو الطول المتوسط للوتر الايرودينامي (ويساوي  $c$  للجناح المستطيل)

معامل عزم الخطران للمقطع (section moment coefficient) يستخدم للدلالة على العزم لكل وحدة باع (m) بصورة عديمة الوحدة ، أي

$$C_m = \frac{m}{q_\infty c c}$$

معامل عزم خطر ان المقطع يعتمد على الاحدياب وعلى نسبة السمك. معاملات عزم خطر ان المقطع للمقطع الايرودينامي NACA23012 بالنسبة لربع الوتر وبالنسبة للمركز الايرودينامي مبينة في الشكلين 3.9 و 3.10 على التوالي. المركز الايرودينامي هو النقطة التي يكون حولها معامل عزم خطر ان المقطع غير معتمد على زاوية الهجوم . بنا أ، العزم حول المقطع الايرودينامي هو حاصل ضرب القوة (الرفع الذي يوتر عند نقطة مركز الضغط) بـ ذراع القوة (المسافة بين المركز الايرودينامي ومركز الضغط) ؛ فهذا يعني أن مركز الضغط يجب أن يتحرك باتجاه المركز الايرودينامي مع ازدياد الرفع. موقع ربع الوتر مهم، لأنه هو المركز الايرودينامي النظري للدفع اللاتضاغطي حول المقطع الايرودينامي ثنائي الأبعاد .



$Re_c$	a.c. المركز الايرودينامي (x/c) a.c. position (x/c)
○ $3.0 \times 10^6$	0.241
□ $6.0 \times 10^6$	0.241
◇ $8.8 \times 10^6$	0.247
△ $6.0 \times 10^6$	Standard roughness

خشونة مقياسية  
(اعتيادية)

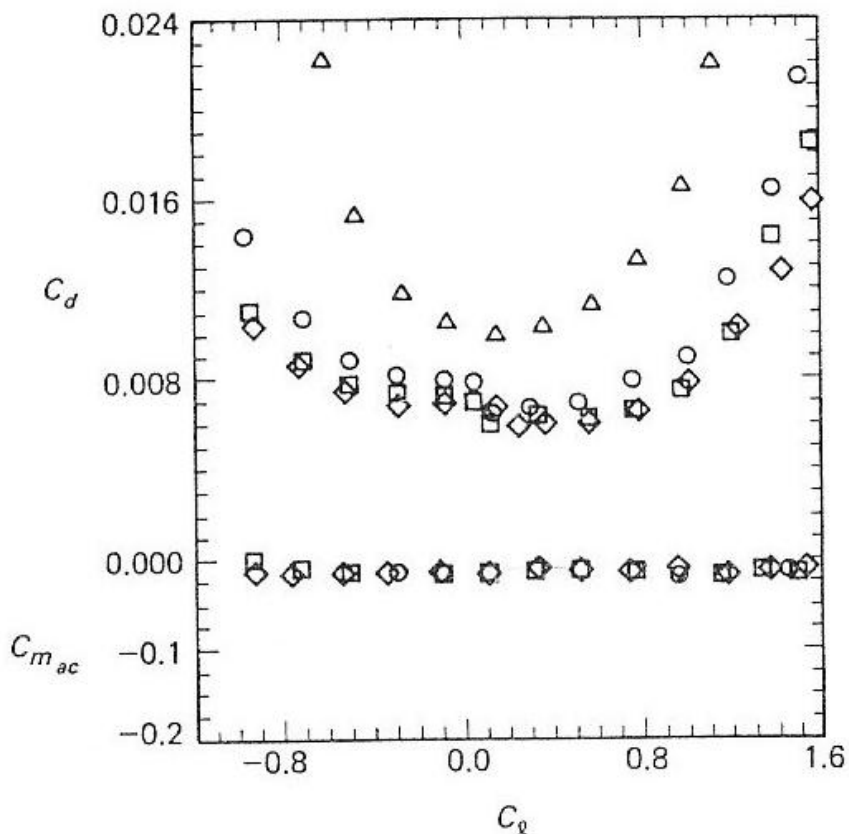
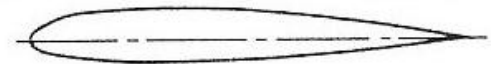


FIGURE 3-10 The section drag coefficient and the section moment coefficient (with respect to the a.c) for an NACA 23012 airfoil (data from Ref. 3.1).

الشكل 3.10 معامل مقاومة المقطع ومعامل عزم المقطع  
 (بالنسبة للمركز الايرودينامي a.c) للمقطع  
 الايرودينامي NACA23012

### الشكل 3.10

لاحظ أن معامل عزم الخطران غير معتمد على رقم رينولدس (عند تلك الزوايا التي يكون فيها معامل غير معتمد رقم رينولدس). إحدى خصائص المقطع NACA23012 هو قيمة  $C_{l,max}$  العالية نسبياً مع  $C_{m_{ac}}$  صغيرة (ac: أي aerodynamic center) (المركز الايرودينامي). .

الطول المميّز (أو ذراع العزم) لعزم العطوف وعزم الانعراج هو باع الجناح  $b$  (بدل الوتر  $c$ ) ، لذا معامل عزم العطوف هو

$$C_J = \frac{J}{q_\infty S b}$$

ومعامل عزم الانعراج هو

$$C_N = \frac{N}{q_\infty S b}$$

### معامل المقاومة (drag coefficient)

قوة المقاومة على الجناح تنتج من الاحتكاك السطحي ومن تأثيرات الضغط. للمقطع الايرودينامي (أعني جيومترية ثنائية الأبعاد) عند زوايا هجوم صغيرة نسبياً بحيث أن الطبقة المتاخمة رقيقة ولا تنفصل ، فإن القوة بالاتجاه الوتري لكل وحدة باع ( $f_x$ ) تنتج بشكل رئيسي من الاحتكاك السطحي. بالرجوع إلى الشكل 3.4 و 3.7 فإن  $s f_x$  (القوة بالاتجاه الوتري لكل وحدة باع الناتجة من الاحتكاك السطحي) يمكن تقريبها بـ

$$s f_x = \oint t dx \dots\dots\dots 3.18$$

بقسمة كلا الطرفين على  $q_\infty c$  نحصل على صيغة عديمة الوحدة لمعامل القوة

$$\frac{s f_x}{q_\infty c} = \oint C_f d\left(\frac{x}{c}\right) \dots\dots\dots 3.19$$

حيث أن  $C_f$  (معامل الاحتكاك السطحي (skin friction coefficient)) يعرف بـ :

$$C_f = \frac{t}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} \dots\dots\dots 3.20$$

كما قلنا في شرحنا العام لخصائص الطبقة المتاخمة في وحدة 1 (أنظر الشكل 1.10) ، فإن الاحتكاك السطحي للطبقة المتاخمة المضطربة أكبر بكثير منه للطبقة المتاخمة الطبقيّة ، عند

ظروف دفع معينة. سنأخذ معادلات حساب معامل الاحتكاك السطحي في وحدة 5. لكن لنأخذ الآن مقدمة في علاقات معامل الاحتكاك السطحي للدفع اللاتضاغطي حول صفيحة مسطحة ( flat plate ) لفهم معامل القوة في معادلة 3.19 . بالطبع نتائج الصفيحة المسطحة هي تقريب لنتائج المقطع الايرودينامي . معامل مقاومة المقطع ( section drag coefficient ) للمقطع الايرودينامي عند زاوية هجوم صغيرة نسبياً هو :

$$C_d = \frac{d}{q_{\infty} c} \dots\dots\dots 3.21$$

بالرجوع إلى وحدة 5 ، عندما تكون الطبقة المتاخمة طبقية :

$$C_f = \frac{0.664}{(Re_x)^{0.5}} \dots\dots\dots 3.22$$

وعندما تكون الطبقة المتاخمة مضطربة:

$$C_f = \frac{0.0583}{(Re_x)^{0.2}} \dots\dots\dots 3.23$$

للمعادلات 3.22 و 3.23 ، معامل رينولدس الموضعي يعرف كالتالي :

$$Re_x = \frac{r_{\infty} U_{\infty} x}{m_{\infty}} \dots\dots\dots 3.24$$

### مثال 3.1

احسب الاحتكاك السطحي الموضعي على مسافة 0.5m من الحافة المتقدمة لمقطع ايرودينامي على شكل صفيحة مسطحة تطير بسرعة 60m/s وعلى ارتفاع 6km .  
**الحل**

بالرجوع إلى الجدول 1.1 نحصل على خواص الهواء غير المقلقل على ارتفاع 6km:

$$r_{\infty} = 0.6601 \text{ kg / m}^3$$

$$m_{\infty} = 1.5949 \times 10^{-5} \text{ kg / s.m}$$

باستخدام معادلة 3.24 :

$$Re_x = \frac{(0.6601 \text{ kg / m}^3)(60 \text{ m / s})(0.5 \text{ m})}{1.5949 \times 10^{-5} \text{ kg / s.m}} = 1.242 \times 10^6$$

إذا كانت الطبقة المتاخمة طبقية

$$C_f = \frac{0.664}{(Re_x)^{0.5}} = 5.959 \times 10^{-4}$$

$$t = C_f \left( \frac{1}{2} r_\infty U_\infty^2 \right) = 0.708 N/m^2$$

إذا كانت الطبقة المتاخمة مضطربة

$$C_f = \frac{0.0583}{(\text{Re}_x)^{0.2}} = 3.522 \times 10^{-3}$$

$$t = C_f \left( \frac{1}{2} r_\infty U_\infty^2 \right) = 4.185 N/m^2$$

من الواضح أن معامل القوة في معادلة 3.19 يعتمد على رقم رينولدس. رقم رينولدس لا يؤثر فقط على قيمة  $C_f$  ، لكن يستخدم أيضاً كمؤشر على كون الطبقة المتاخمة طبقية أم مضطربة. بما أن حساب معامل القوة يحتاج إلى إجراء تكامل لـ  $C_f$  على طول الوتر، فيجب أن نعرف عند أي نقطة تصبح الطبقة المتاخمة مضطربة (أي أين يحصل التحول transition)

### تحول الطبقة المتاخمة (Boundary layer transition)

قرب نقطة الركود (stagnation) الأمامية للجناح أو قرب الحافة المتقدمة للصفحة المسطحة، تكون الطبقة المتاخمة طبقية . مع استمرار الدفع باتجاه أسفل التيار ، فإن الطبقة المتاخمة تصبح أسمك وقوى اللزوجة تستمر بتضييع طاقة تيار الهواء . قلقلة الدفع في الطبقة اللزجة النامية قد تنتج من تغيرات خشونة وتغيرات درجة الحرارة ونبضات الضغط، وهكذا. إذا كان رقم رينولدس صغير ، فإن القلقلات سوف تُخمد بواسطة اللزوجة وستبقى الطبقة المتاخمة طبقية . عند أرقام رينولدس أعلى ، تنمو القلقلات. في مثل هذه الحالات ، فإن الطبقة المتاخمة قد تصبح غير مستقرة ثم تصبح مضطربة (turbulent) (أي يحصل التحول) . تفاصيل عملية التحول معقدة وتعتمد على الكثير من العوامل.

المهندس -والذي يجب أن يكون لديه معيار لحصول التحول من أجل عملية التصميم - يستخدم عادةً رقم رينولدس. مثلاً ، إذا كان سطح الصفحة المسطحة ناعم وكان تيار الهواء الحر خالي من الاضطرابات؛ فإن التحول يحصل عند رقم رينولدس ( $\text{Re}_x$ ) يساوي تقريباً 500,000 . لكن ، الخبرة أثبتت أن رقم رينولدس الذي تنمو عنده الاضطرابات والقوى التي تحصل عندها عملية التحول تعتمد على قيمة الاضطرابات وعلى مجال الدفع. لنأخذ باختصار بعض العوامل التي تؤثر على التحول:

أ. خشونة السطح : بما أن التحول هو تكبير لاضطرابات الدفع ؛ فإن وجود خشونة على السطح يحفز عملية التحول ( أعني يجعل التحول يحصل عند أرقام رينولدس أصغر) .

ب. درجة حرارة السطح: سمك الطبقة المتاخمة يتناقص مع تناقص درجة الحرارة. وبالتالي تبريد السطح يؤخر التحول.

ت. ممال الضغط: ممال الضغط المفضل (favorable pressure gradient) (أي الضغط الاستاتي في اتجاه التيار يتناقص ، أي الدفع عديم الاحتكاك يتسارع) يؤخر التحول . وعلى العكس؛ ممال الضغط المعاكس يحفز التحول.

ث. رقم ماخ: رقم رينولدس للتحول عادةً أكبر عندما يكون الدفع تضاعطي (compressible) (أي عند زيادة رقم ماخ)

إذا كان الاحتكاك السطحي هو مُركبة المقاومة المسيطرة؛ فإنه يجب تأخير التحول قدر الامكان من أجل الحصول على احتكاك مقطع قليل . لتأخير التحول لمقطع ايرودينامي له سرعة منخفضة ، فإن نقطة السمك الأقصى يجب أن تكون أقرب إلى مؤخرة الجناح، بحيث تكون الطبقة المتاخمة معرضة لممال ضغط مفضل لمسافة أكبر. لنأخذ المقطع الايرودينامي NACA0009 و NACA66-009 . كلاهما متماثلان ولهما سمك أقصى مقداره 0.09c . السمك الأقصى لـ NACA66-009 يكون عند 0.45c ، بينما لـ NACA009 يكون عند 0.3c (أنظر الشكل 3.11) . وكننتيجة لهذا يكون ممال الضغط المفضل لـ NACA66-009 أطول منه لـ NACA009 ، وبالتالي يتأخر التحول لـ NACA66-009 ، وهذا ما تدل عليه النتائج المرسومة في شكل 3.12 (قرب  $C_l = 0$ )

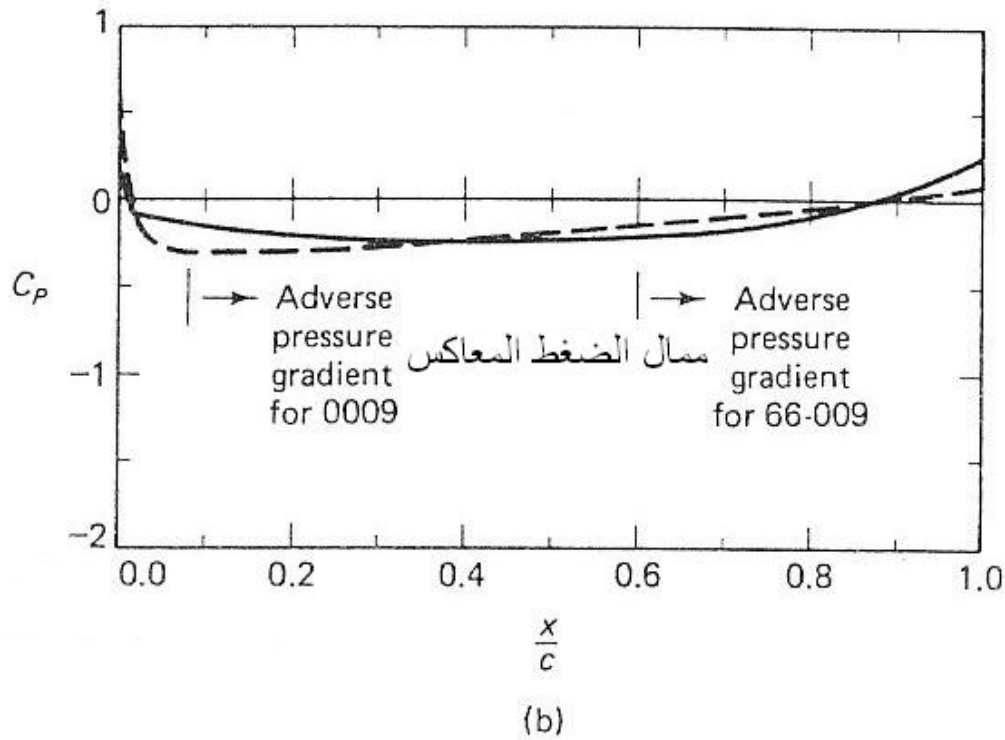
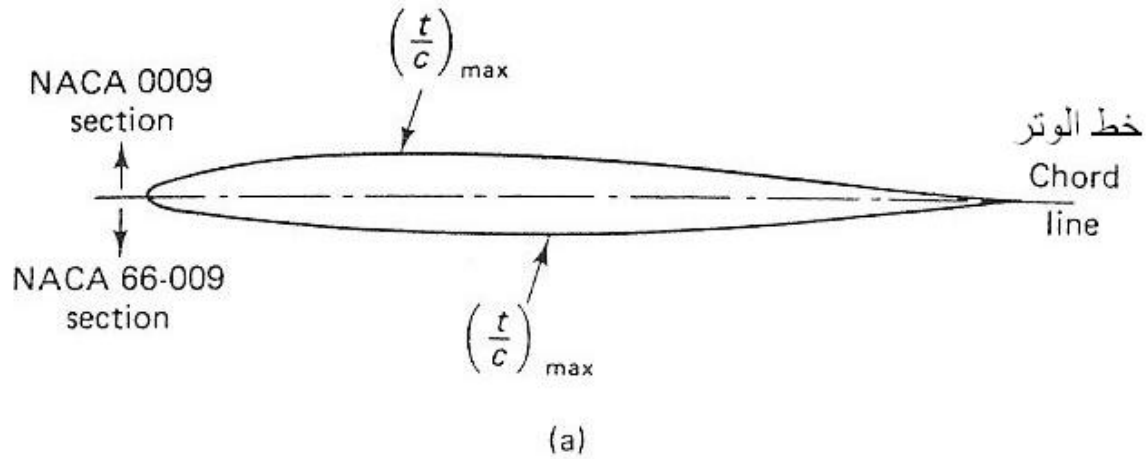


FIGURE 3-11 Comparison of geometries and resultant pressure distributions for a "standard" airfoil section (NACA 0009) and for a laminar airfoil section (NACA 66-009): (a) Comparison of cross section for an NACA 0009 airfoil with that for an NACA 66-009 airfoil; (b) Static pressure distribution.

الشكل 3.11 (a) مقارنة جيومترية المقطع NACA0009 مع NACA66-009  
 (b) مقارنة توزيع الضغط الاستاتي للمقطعين

الشكل 3.11

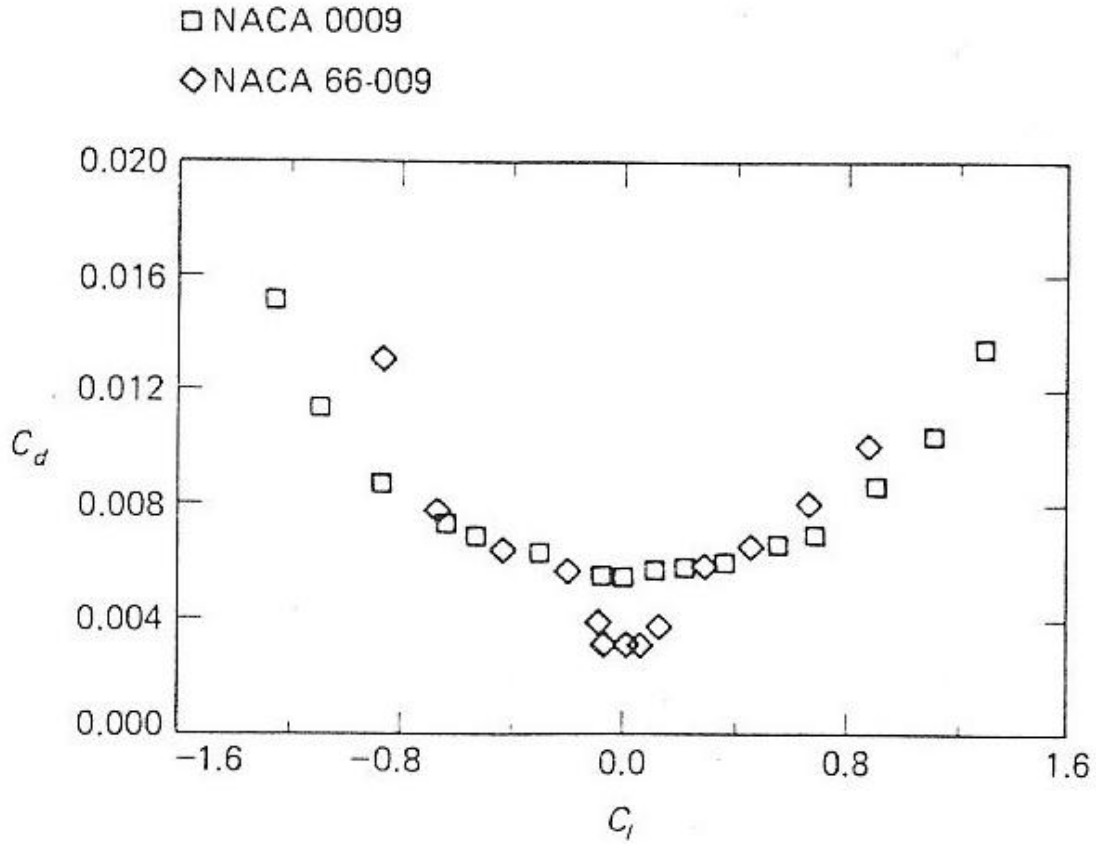


FIGURE 3-12 Section drag coefficients for NACA 0009 airfoil and for the NACA 66-009 airfoil,  $Re_c = 6 \times 10^6$  (data from Ref. 3.1).

الشكل 3.12 معامل مقاومة المقطع لـ NACA009 ولـ NACA66-009 ،  
 $Re_c = 6 \times 10^6$

الشكل 3.12

نلاحظ أيضاً من الشكل 3.12 أن المقاومة عند زوايا هجوم أكبر تصبح معتمدة على زاوية الهجوم بالإضافة إلى اعتمادها على رقم رينولدس. ونلاحظ أن المقاومة عند زوايا الهجوم الكبيرة لـ NACA0009 أكبر منه لـ NACA66-009 وهذا يحصل بسبب الانفصال (separation).

إن ، رأينا أن معامل الرفع ومعامل العزم يعتمدان فقط على جيومترية المركبة وعلى زاوية الهجوم عند السرعات المنخفضة (التي تكون فيها تأثيرات اللزوجة ثانوية) . لكن ، معامل المقاومة يعتمد أيضاً على رقم رينولدس.

معامل مقاومة المقطع لـ NACA23012 ميبين على صورة اقتتران لمعامل رفع المقطع في الشكل 3.10 . البيانات تبين الاعتماد على رقم رينولدس وعلى زاوية الهجوم . لاحظ أن البيانات كانت للخشونة الاعتيادية (standard roughness) .

أثر خشونة السطح على القوى الايرودينامية  
(مشروح في الكتاب الأصلي لمن أراد)

الأجنحة ذات المقطع المحدود (wings of finite span)

معاملات المقاومة التي أخذناها لغاية الآن هي للمقاطع الايرودينامية ثنائية الأبعاد (أعني الأشكال لا متناهية الباع) . للأجنحة ذات الباع المحدود (finite span) التي تنتج الرفع ، فإن فرق الضغط بين السطح العلوي والسفلي يسبب دفع باتجاه الباع (span wise flow) . مجال الدفع ثلاثي الأبعاد الناتج ينتج مركبة ضغط - والتي كما سنرى في وحدة 6 - تتناسب مع

$$C_{D_v} \propto \frac{C_L^2}{\rho AR^2} \dots\dots\dots 3.27$$

هذه تسمى مقاومة الدردور (vortex drag) أو المقاومة المستحثة (induced drag) أو المقاومة بسبب الرفع (drag due to lift) . لذا المقاومة الكلية للطائرة يمكن كتابتها على صورة مجموع (1) المقاومة الموجودة عند الرفع الصفري  $C_{D0}$  (2) المقاومة المرتبطة بالرفع :  $(k C_L^2)$

$$C_D = C_{D0} + k C_L^2 \dots\dots\dots 3.28$$

1. مقاومة الرفع الصفري (zero-lift coefficient) : مُركبات الاحتكاك السطحي والمقاومة

الشكلية (form drag) يمكن حسابها للجناح والذيل وجسم الطائرة وغيرها . عند حساب مقاومة الرفع الصفري ، يجب الاهتمام بالتفاعلات (interactions) مثل كيف يقلل نمو الطبقة المتاخمة على جسم الطائرة السرعات على جذر الجناح . بسبب التفاعل ، فإن الطبقة المتاخمة عند جذر الجناح تنفصل بسهولة أكبر (عند وجود ممال الضغط المعاكس) . بما أن سطح الجناح العلوي له ممالات ضغط أكثر حرجاً ؛ فإن الجناح ذو الموقع المنخفض بالنسبة لجسم الطائرة سوف يكون أكثر حساسية لهذا التفاعل . استخدام منحنيات الاتصال والتحكم بممالات الضغط الموضوعية يمكن أن يقلل تأثيرات التفاعل .



قيمة نموذجية لـ  $C_{D0}$  ستكون 0.02 حيث تكون الأجنحة مسؤولة عن 50% منها وجسم الطائرة عن 40% والذيل عن 10%. بما أن الجناح مسؤول عن نسبة كبيرة من المقاومة ؛ فإن تقليل مساحة الجناح يقلل  $C_{D0}$  (إذا لم تتغير جميع العوامل الأخرى). أيضاً يجب أن نهتم بالعوامل الأخرى. الكلام السابق يعني أن أمثل تصميم للطائرة هو الذي له أقل مساحة جناح ممكنة ، وبالتالي أعلى تحميل للجناح (wing loading)  $(N/m^2)$

2. المقاومة بسبب الرفع (drag due to lift) : المقاومة بسبب الرفع يمكن كتابتها كالتالي :

$$k C_L^2 = \frac{C_L^2}{p (AR) e}$$

حيث e هو معامل الفاعلية (efficiency factor) قيم نموذجية لمعامل الفاعلية تقع بين 0.6 إلى 0.9 . عند معاملات رفع عالية (قرب  $C_{L,max}$ ) ؛ يجب أن يتغير لناخذ بالحسبان المقاومة الشكلية (form drag) . ابتعاد المقاومة الفعلية للطائرة عن الصيغة التربيعية السابقة حيث e ثابتة يكون ذو شأن (significant) للطائرات ذات النسبة الباعية الصغيرة و الامتداد التراجعي (sweepback) .

### التضاغطية (compressibility)

معامل آخر يجب الاهتمام به هو أثر التضاغطية . عندما يكون رقم ماخ للطيران يساوي أو أكبر من 0.5 (تقريباً) ، فإن المقاومة تزداد بحددة مع السرعة، كما سنرى في الوحدة 8 . معادلة 3.28 لا تتضمن المقاومة الموجية (wave drag) (أي أثر التضاغطية) . النسب الباعية الصغيرة و الامتداد التراجعي هي معاملات تؤخر وتقلل المقاومة التضاغطية (compressibility drag) .

### نسبة الرفع/المقاومة (lift/drag ratio)

شكل وتطبيق الطائرة يعتمدان على نسبة الرفع/المقاومة . الكثير من بنود أداء الطائرة نحصل عليها عند  $(L/D)_{max}$  . ظروف الأداء التي تحصل عند  $(L/D)_{max}$  تتضمن :

أ. المدى (range) الأقصى للطائرات المدفوعة مروحياً

ب. زاوية تسلق (climb) الطائرة للطائرات النفاثة

ت. نسبة الانزلاق القصوى دون محرك (للطائرات النفاثة والمدفوعة مروحياً).

قيم نموذجية لنسبة الرفع/المقاومة للطيران دون الصوتي هي :

نوع الطائرة	$(L/D)_{\max}$
طائرة شراعية عالية الكفاءة	25-40
طائرة نقل تجارية	12-20
مقاتلة فوق صوتية	4-9

### مسائل

3.2 طائرة Cessna 172 تطير بطيران مطرد عند 3000m في يوم عادي على سرعة  $r = 0.9 \text{ kg/m}^3$  . إذا كان وزن الطائرة 10kN ، ما هي  $C_L$  التي نحتاجها للمحافظة على طيران على ارتفاع ثابت؟

3.6 طائرة وزنها 50,000N ومساحة جناحها  $21.5 \text{ m}^2$  تحط (landing) عند مطار (أ) أرسم  $C_L$  على شكل اقتران للسرعة الحقيقية خلال نطاق سرعات من 50m/s إلى 83m/s ، إذا كان المطار عند مستوى سطح البحر .  
 (ب) أعد المسألة عند مطار على ارتفاع 1600m عن سطح البحر .  
 لحل هذه المسألة افترض أن الطائرة مستقرة (steady) والطيران على ارتفاع ثابت، من أجل حساب معاملات الرفع المطلوبة.

3.10 نسبة الرفع/المقاومة لطائرة شراعية هي 30 . الطائرة الشراعية لها مساحة جناح مقدارها  $10 \text{ m}^2$  ووزنها 3150N . ما هي قيمة  $C_D$  عندما تكون الطائرة في طيران على ارتفاع ثابت عند سرعة 50m/s وعلى ارتفاع 1km ؟

### قائمة ترجمة المصطلحات

Airfoil	مقطع ايرودينامي
Leading edge	حافة متقدمة
Camber	احدياب
Trailing edge	حافة خلفية

Chord	وتر
Thickness	سمك
Radius	نصف قطر
Angle of attack	زاوية الهجوم
Undisturbed	غير مقلقل
Sweep	امتداد
Sweep angle	زاوية الامتداد
Mean aerodynamic chord	الطول المتوسط للوتر الايرودينامي
Dihedral angle	زاوية زوجية
anhedral angle	زاوية زوجية سالبة
Lift	رفع
Stall	انهيار
Gradient	ممال
Drag	مقاومة
Canard	ذيل متصدر
Planform	هيئة مستوية
Span	باع
Tip	طرف
Incident	سقوط
Average chord	معدل الوتر
Aspect ratio	النسبة الباعية
Root chord	الوتر الجذري
Tip chord	الوتر الطرفي
Taper ratio	نسبة الاستدقاق
Geometric twist	التواء جيومتري
Wash out	اجتراف إلى الخارج
Wash in	اجتراف إلى الداخل

Separation	انفصال
Side force	القوة الجانبية
Starboard	باتجاه اليمين
Skin friction	احتكاك سطحي
Moment	عزم
Pitch	خطر ان
Yaw	انعراج
Roll	عطوف
Lateral axis	المحور الجانبي
Longitudinal direction	المحور الطولاني
Vertical direction	المحور الرأسي
Dimensionless	عديمة الوحدة
Section lift coefficient	معامل رفع المقطع
Section moment coefficient	معامل عزم المقطع
Slope	ميل
Adverse pressure gradient	ممال الضغط المعاكس
Aerodynamic center	المركز الايرودينامي
Skin friction coefficient	معامل الاحتكاك السطحي
section drag coefficient	معامل مقاومة المقطع
Local	موضعي
Transition	تحول
Boundary layer transition	تحول الطبقة المتاخمة
Disturbance	قلقة
Wings of finite span	الأجنحة ذات المقطع المحدود
Tow dimensional	ثنائي الأبعاد
Vortex drag	مقاومة الدردور
Induced drag	المقاومة المستحثة

Drag due to lift	المقاومة بسبب الرفع
Form drag	المقاومة الشكلية
Zero-lift coefficient	مقاومة الرفع الصفري
Fuselage	جسم الطائرة
Efficiency factor	معامل الفاعلية
Sweepback	الامتداد التراجعي
Wave drag	المقاومة الموجية

بسم الله الرحمن الرحيم

4

## الدفق اللاتضاغطي حول ثنائي الأبعاد حول المقاطع الايرودينامية الرقيقة Tow-dimensional incompressible flows around thin airfoils

سوف نأخذ في هذه الوحدة العلاقات النظرية التي تصف الدفق اللالزج قليل السرعة حول المقطع الايرودينامي الرقيق. للحصول على المعادلات المطلوبة نفرض أن المقاطع الايرودينامية تمتد من اللانهاية في كلا الاتجاهين (أي أن المقاطع الايرودينامية هي أجنحة لها نسبة باعية لا متناهية). لذا فإن مجال الدفق حول المقطع الايرودينامي هو نفسه لأي مقطع عرضي متعامد مع الجناح والفق ثنائي الأبعاد. الدفق حول المقطع الايرودينامي ثنائي الأبعاد يمكن وصفه (مثالياً) بأنه مركب من : دفق انتقالي (translational flow) حول المقطع الايرودينامي، ومن تشويه التيار - وهو ينتج من سمك المقطع - ، ومن دفق دوراني (circulation flow) - وهو مرتبط بخصائص الرفع للمقطع الايرودينامي - . بما أن الشكل ثنائي الأبعاد فإن المقطع الايرودينامي في التيار اللاتضاغطي لا يتعرض لأي مقاومة، هذا إذا أهملنا أثر اللزوجة. لكن كما شرحنا في وحدة 3 ففوى اللزوجة تنتج ممال سرعة قرب سطح المقطع الايرودينامي ، وبالتالي هناك مقاومة ناتجة من الاحتكاك السطحي. أيضاً ، وجود الدفق اللزج قرب السطح يُعدّل مجال الدفق اللالزج وقد ينتج قوة مقاومة بسبب الأثر المدمج لمجال الضغط (أعني المقاومة الشكلية (form drag)).

للمقطع الايرودينامي ، الضغط على السطح السفلي للمقطع هو - بالمعدل - أكبر من الضغط على السطح العلوي . معادلة برنولي للدفق المستقر اللاتضاغطي تدل على أن السرعة على السطح العلوي هي - بالمعدل - أكبر منها على السطح السفلي. لذا فإن الدفق حول المقطع الايرودينامي يمكن تمثيله كمجموع دفق انتقالي من اليسار إلى اليمين ودفق دوراني باتجاه عقارب الساعة، كما هو مبين في الشكل 4.1 . نموذج الدفق هذا يفترض أن المقطع الايرودينامي رقيق بصورة كافية بحيث يمكن اهمال آثار السمك.

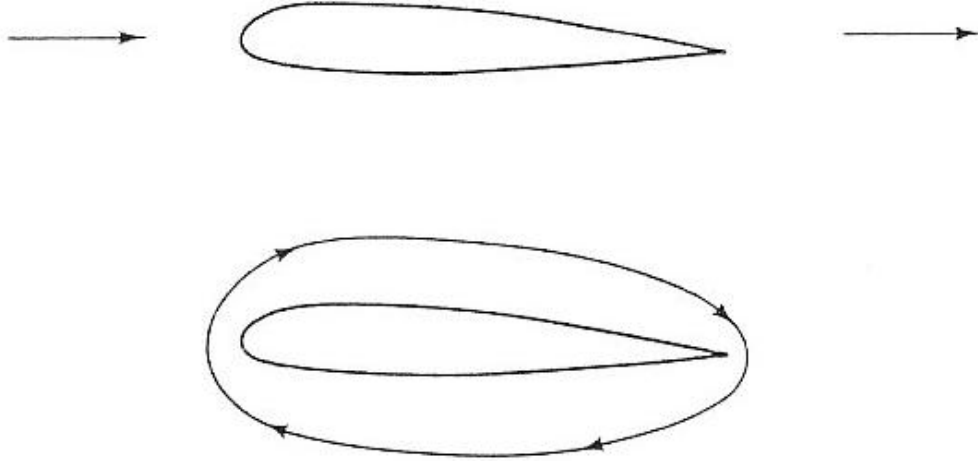


FIGURE 4-1 The flow around the lifting airfoil section, as represented by two elementary flows.

الشكل 4.1

#### 4.1 التدوير ونتاج الرفع

التدوير أو الحركة الدورانية للدفق حول المقطع الايرودينامي هو المسؤولة عن الرفع في نظريتنا.

#### 4.2 نظرية المقطع الايرودينامي الرقيق

الافتراضات الرئيسية لنظرية المقاطع الرقيقة هي: (1) أن خواص الرفع للمقطع الايرودينامي - قبل الانهيار (stall) - تتأثر بصورة مهملة باللزوجة (2) المقطع الايرودينامي يعمل عند زوايا هجوم صغيرة (3) أن محصلة قوى الضغط (القيمة والاتجاه وخط التأثير) قليلة التأثير بسمك المقطع ، لأن الاحديداب المتوسط الأقصى قليل ونسبة السمك الأقصى إلى طول الوتر قليلة. عادةً، المقاطع الايرودينامية لها سمك أقصى مقداره حوالي 12 % من طول الوتر واحديداب متوسط أقصى حوالي 2% من طول الوتر. في نظرية المقاطع الايرودينامية الرقيقة، سوف نمثل المقطع الايرودينامي بخط الاحديداب المتوسط ( mean camber line) من أجل حساب الخصائص الايرودينامية للمقطع الايرودينامي (أنظر الشكل 4.5).

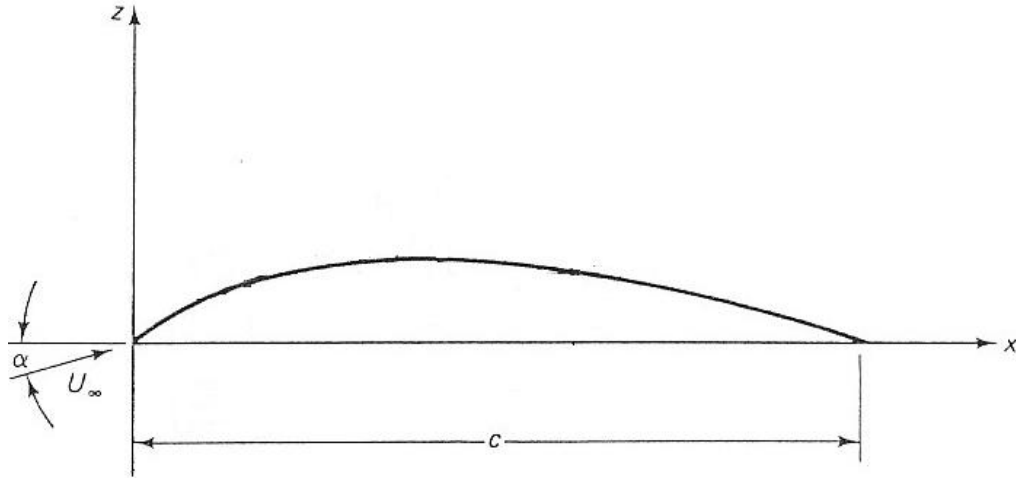


FIGURE 4-5 Thin-airfoil geometry parameters.

الشكل 4.5 الخصائص الجيومترية للمقطع الايرودينامي الرقيق

الشكل 4.5

### 4.3 المقطع الايرودينامي الرقيق المتماثل (الصفحة المسطحة)

خط الاحدياب المتوسط للمقطع الايرودينامي المتماثل يطابق خط الوتر . لذا عندما نستبدل المقطع الايرودينامي بخط الاحدياب ؛ سنحصل على صفحة مسطحة لها حافة متقدمة حادة.

#### المعاملات الايرودينامية للمقطع المتماثل

معامل الرفع  $C_l$  هو (النظرية والاثبات في الكتاب الأصلي لمن أراد) :

$$C_l = 2\pi a \dots\dots\dots 4.13$$

إن نظرية المقطع الايرودينامي الرقيق تخبر أن معامل رفع المقطع ( section lift

coefficient) للمقطع الايرودينامي المتماثل يتناسب طردياً مع زاوية الهجوم الجيومترية.

زاوية الهجوم الجيومترية هو الزاوية بين سرعة التيار الحر وخط الوتر للمقطع الايرودينامي . العلاقة النظرية لا تعتمد على سمك المقطع الايرودينامي. معامل عزم ختران المقطع حول

الحافة المتقدمة هو (الاثبات في اكتاب الأصلي)

$$C_{m0} = -\frac{\pi a}{2} = -\frac{C_l}{4} \dots\dots\dots 4.17$$

مركز الضغط (center of pressure)  $x_{cp}$  هو الاحداثي x الذي يمكن وضع

محصلة الرفع عنده لينتج عزم الختران  $m_o$  (عزم ختران لكن وحدة باع) . ويساوي

(الاثبات في الكتاب الأصلي):



$$x_{cp} = \frac{c}{4} \dots\dots\dots 4.18$$

النتيجة لا تعتمد على زاوية الهجوم ، وبالتالي لا تعتمد على معامل رفع المقطع.

#### مثال 4.1

سوف نقارن المعاملات الايرودينامية التي حسبناها بواسطة علاقات المقطع الايرودينامي الرقيق مع القيم التجريبية كما في الشكل 4.6 . القيم مبينة لمقطعين ايرودينامين مختلفين . الأول NACA0009 والذي له سمك أقصى مقداره 9% من طول الوتر وموجود عند  $x=0.3c$  . معامل الرفع النظري المحسوب بواسطة معادلة 4.13 يوافق بامتياز القيم التجريبية لـ NACA0009 إلى غاية زاوية الهجوم  $12^\circ$  . عند زوايا هجوم أعلى، فإن تأثيرات اللزوجة تؤثر بشكل معتبر على مجال الدفق وبالتالي على معاملات الرفع التجريبية . لذا فإنه لا يتوقع أن تتوافق القيم النظرية مع القيم التجريبية عند زوايا هجوم عالية. بما أن النظرية تفترض أن تأثيرات اللزوجة صغيرة، فهي متاحة فقط لزوايا هجوم دون الانهيار (stall) . تبعاً لنظرية المقطع الرقيق؛ العزم حول ربع الوتر يساوي صفر. العزوم المقاسة لـ NACA0009 ايضاً توافق بامتياز القيم النظرية قبل الانهيار . التوافق بين القيم النظرية والتجريبية ليس بنفس الامتياز في حالة المقطع الايرودينامي NACA0012-64 . والسبب هو تأثيرات اللزوجة . السمك الأقصى لـ NACA0012-64 أكبر وأقرب إلى مؤخرة المقطع. وبالتالي فإن مماسات الضغط المعاكس - والتي تسبب انفصال الطبقة المتاخمة للزجة وبالتالي تؤثر على القوى - ستكون أكبر لـ NACA0012-64

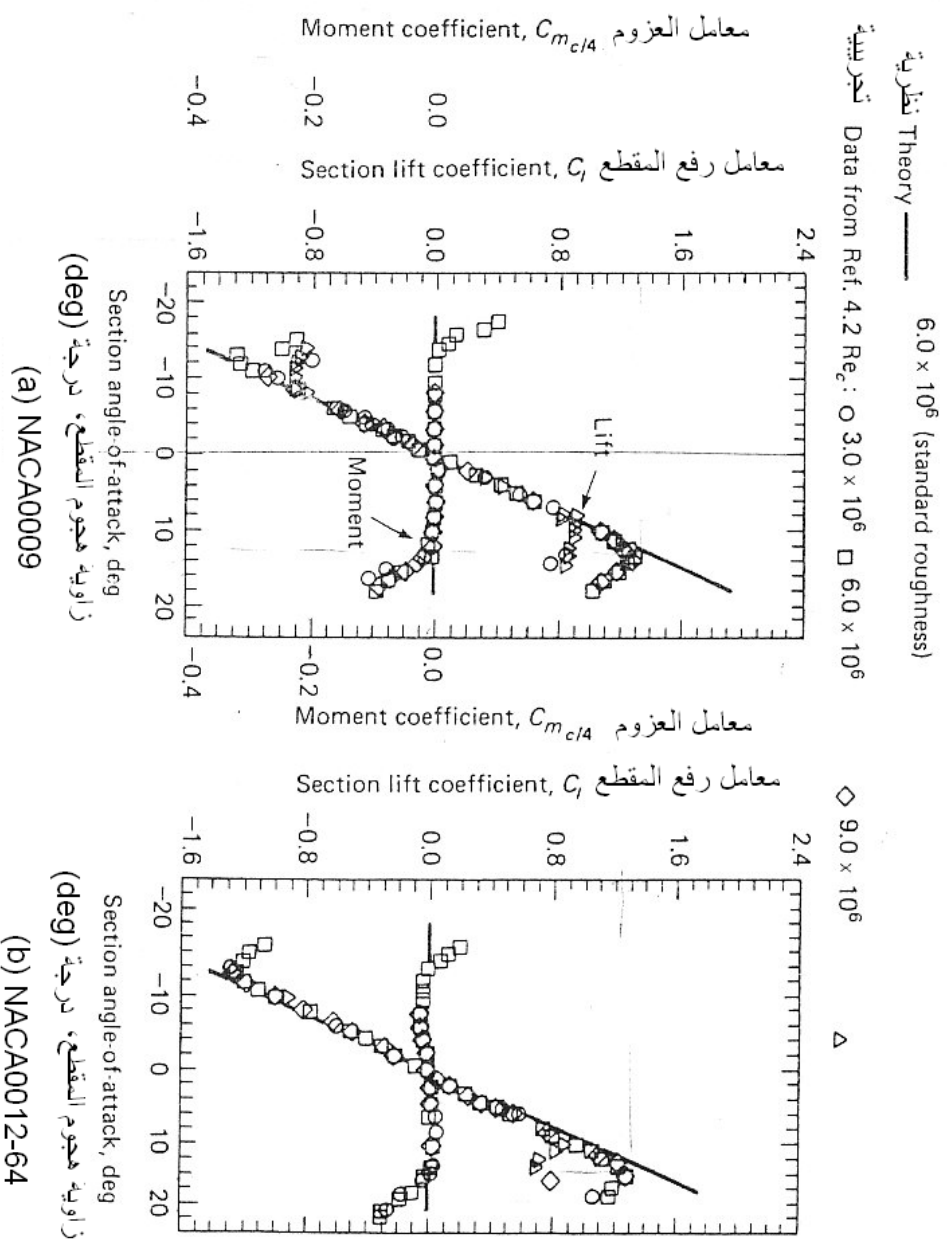


FIGURE 4-6 Comparison of the aerodynamic coefficients calculated using thin airfoil theory for symmetric airfoils with the data of Ref. 4.2: (a) NACA 0009 wing section; (b) NACA 0012-64 wing section.

الشكل 4.6

#### 4.4 المقاطع الايرودينامية المحدبة

المعاملات الايرودينامية للمقاطع الايرودينامية المحدبة

(اشتقاق العلاقات التالية موجود في الكتاب الأصلي)

معامل رفع المقطع:

$$C_l = p(2A_o + A_1) \dots\dots\dots 4.25$$

معامل عزم المقطع:

$$C_{m_0} = p \left( A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right) \dots\dots\dots 4.26$$

مركز الضغط بالنسبة للحافة المتقدمة هو (أنظر الشكل 4.7)

$$x_{cp} = \frac{-m_0}{l} = \frac{c}{4} \left[ 1 + \frac{p}{C_l} (A_1 - A_2) \right] \dots\dots\dots 4.27$$

ومعامل عزم المقطع حول نقطة ربع الوتر هو

$$C_{m_{0.25c}} = \frac{p}{4} (A_2 - A_1) \dots\dots\dots 4.29$$

حيث

$$A_0 = a - \frac{1}{p} \int_0^p \frac{dz}{dx} dq \dots\dots\dots 4.23$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2}{p} \int_0^p \frac{dz}{dx} \cos q \, dq \\ A_2 &= \frac{2}{p} \int_0^p \frac{dz}{dx} \cos 2q \, dq \end{aligned} \dots\dots\dots 4.24$$

حيث  $x$  و  $z$  مبيانات في الشكل 4.5 و  $a$  زاوية الهجوم ، و  $q$  رمز (احداثي) رياضي -  
العلاقة بينه وبين  $x$  هي :

$$x = \frac{c}{2} (1 - \cos q) \dots\dots\dots 4.7$$

نرجع إلى معادلة 4.29 ، بما أن  $A_1$  و  $A_2$  تعتمد فقط على الاحديداب ، فإن معامل عزم المقطع حول نقطة ربع الوتر لا تعتمد على زاوية الهجوم. النقطة التي يكون حولها معامل عزم المقطع غير معتمد على زاوية الهجوم تسمى المركز الايرودينامي للمقطع ( Aerodynamic center of the section ) (ac) . لذا تبعاً للعلاقات النظرية للمقاطع الايرودينامية الرفيقة ، فإن المركز الايرودينامي يكون عند نقطة ربع الوتر. إذا أدخلنا أثر اللزوجة للدفق حول المقطع الايرودينامي ، فإن الرفع الناتج من زاوية الهجوم لن يكون بالضرورة مُركَّز بالضببط عند نقطة ربع الوتر. لكن ، لزوايا هجوم دون بداية الانهيار ، يكون الموقع الفعلي للمركز الايرودينامي للمقاطع المختلفة بين نقطة 23% من طول الوتر ونقطة 27% من طول الوتر. معامل العزم حول المركز الايرودينامي ، والذي نرسم له بالرمز  $C_{m_{ac}}$  يعطى أيضا بالمعادلة 4.29 أي :

$$C_{m_{ac}} = C_{m_{0.25c}} = \frac{p}{4} (A_2 - A_1)$$

## مثال 4.2

سوف نستخدم علاقات هذا الدرس لحساب المعاملات الايرودينامية لمقطع ايرودينامي معين . وسوف نختار المقطع NACA2412 ، كما تعلمنا سابقاً الرقم الأول يعني الاحديداب الأقصى كنسبة مئوية من طول الوتر ، والرقم الثاني يعرف موقع الاحديداب الأقصى كنسبة عشرية من طول الوتر ، والرقمين الأخيرين يدلان على نسبة السمك (أعني السمك الأقصى كنسبة مئوية من طول الوتر). معادلة خط الاحديداب المتوسط تعرف بدلالة قيمة الاحديداب الأقصى وموقعه قبل (forward) موقع الاحديداب الأقصى ، فإن معادلة خط الاحديداب المتوسط هي :

$$\left(\frac{z}{c}\right)_{fore} = 0.125 \left[ 0.8 \left(\frac{x}{c}\right) - \left(\frac{x}{c}\right)^2 \right]$$

وبعد (aft) موقع الاحديداب الأقصى تكون المعادلة:

$$\left(\frac{z}{c}\right)_{aft} = 0.0555 \left[ 0.2 + 0.8 \left(\frac{x}{c}\right) - \left(\frac{x}{c}\right)^2 \right]$$

لحساب معامل رفع المقطع ومعامل عزم المقطع من الضروري حساب المعاملات  $A_2$   $A_1$   $A_0$  . لحساب هذه المعاملات من الضروري مكاملة صيغة تحتوي الاقتران الذي يعرف ميل خط الاحديداب المتوسط  $\left(\frac{dz}{dx}\right)$  . لذا يجب كتابة ميل خط الاحديداب المتوسط

بدلالة الاحداثي  $q$  ، وهو معطى بمعادلة 4.7 ( أي  $x = \frac{c}{2}(1 - \cos q)$  ) . قبل موقع

الاحديداب الأقصى ، الميل هو :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{fore} = 0.1 - 0.25 \frac{x}{c} = 0.1 - 0.25 \left[ \frac{c}{2}(1 - \cos q) \right] = 0.125 \cos q - 0.025$$

بعد موقع الاحديداب الأقصى ، الميل هو :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{aft} = 0.0444 - 0.111 \frac{x}{c} = 0.0555 \cos q - 0.0111$$

بما أن موقع الاحديداب الأقصى يعمل كحد للتكامل ، لا بد من تحويل الاحداثي  $x$  لموقع الاحديداب الأقصى (وهو  $0.4c$ ) إلى الاحداثي المقابل  $q$  . إذن نكتب

$$\frac{c}{2}(1 - \cos q) = 0.4c$$

إذن موقع الاحديداب الأقصى هو

$$q = 78.463^\circ = 1.3694 \text{ rad}$$

بالرجوع إلى المعادلة 4.23 و 4.24 المعاملات المطلوبة هي

$$A_0 = a - \frac{1}{p} \left[ \int_0^{1.3694} (0.125 \cos q - 0.025) dq + \int_{1.3694}^p (0.0555 \cos q - 0.0111) dq \right]$$

$$= a - 0.004517$$

$$A_1 = \frac{2}{p} \left[ \int_0^{1.3694} (0.125 \cos^2 q - 0.025 \cos q) dq + \int_{1.3694}^p (0.0555 \cos^2 q - 0.0111 \cos q) dq \right]$$

$$= 0.08146$$

$$A_2 = \frac{2}{p} \left[ \int_0^{1.3694} (0.125 \cos q \cos 2q - 0.025 \cos 2q) dq + \int_{1.3694}^p (0.0555 \cos q \cos 2q - 0.0111 \cos 2q) dq \right]$$

$$= 0.01387$$

معامل رفع المقطع هو إذن

$$C_l = 2p \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) = 2pa + 0.2297$$

نحل المعادلة السابقة لإيجاد زاوية الهجوم للرفع الصفري، فنحصل على :

$$a_{0l} = -\frac{0.229}{2p} \text{ rad} = -2.095^\circ$$

حسب نظرية المقطع الايرودينامي الرقيق؛ المركز الايرودينامي يكون عند نقطة ربع الوتر.

لذا فإن معامل عزم المقطع حول ربع الوتر يساوي معامل عزم المقطع حول المركز

الايرودينامي ، المعاملان هما:

$$C_{m_{ac}} = C_{m_{0.25c}} = \frac{p}{4} (A_2 - A_1) = -0.05309$$

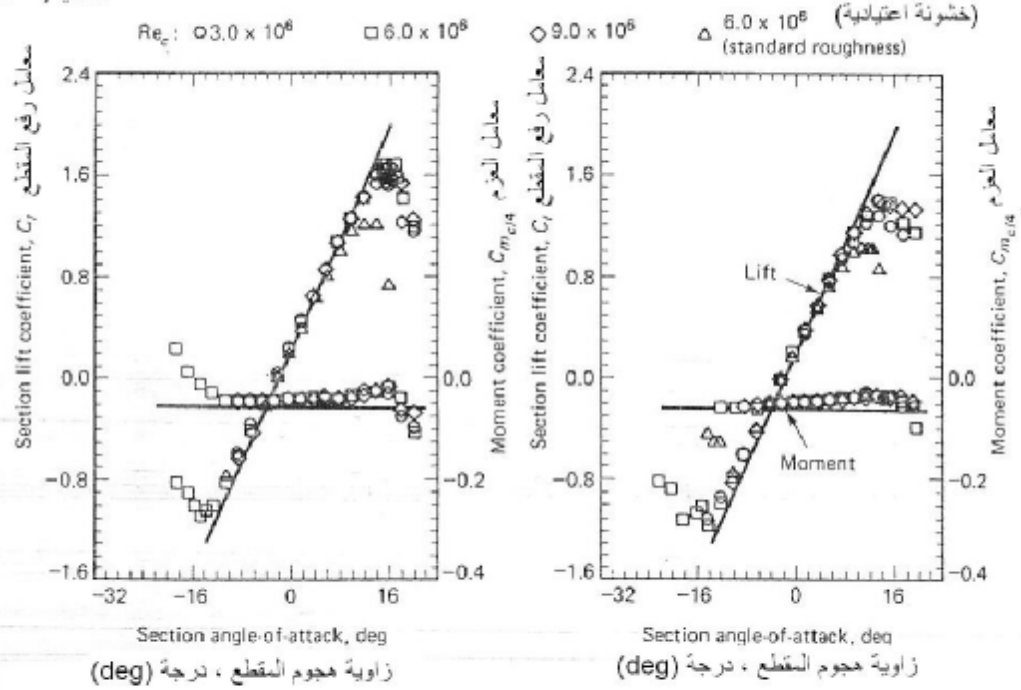
نقارن هذه القيم النظرية التي حصلنا عليها بالقيم التجريبية كما في الشكلين 4.8 و 4.9 . بما

ان المعاملات النظرية لا تعتمد على سمك المقطع العرضي، سوف نقارنها مع القيم التجريبية

لـ NACA2418 بالإضافة إلى NACA2412 .

نظري Theory —

Data from ref. 4.2 تجريبي (مقاس)



(a) NACA 2412 wing section

NACA2412 المقطع الأيرودينامي (a)

(b) NACA 2418 wing section

NACA2418 المقطع الأيرودينامي (b)

FIGURE 4-8 Comparison of the aerodynamic coefficients calculated using thin airfoil theory for cambered airfoils with the data of Ref. 4.2: (a) NACA 2412 wing section; (b) NACA 2418 wing section.

الشكل 4.8

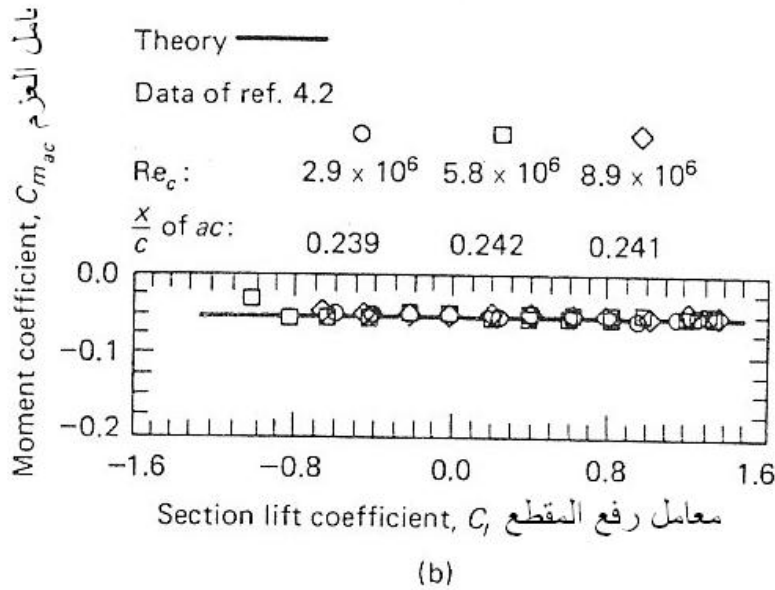
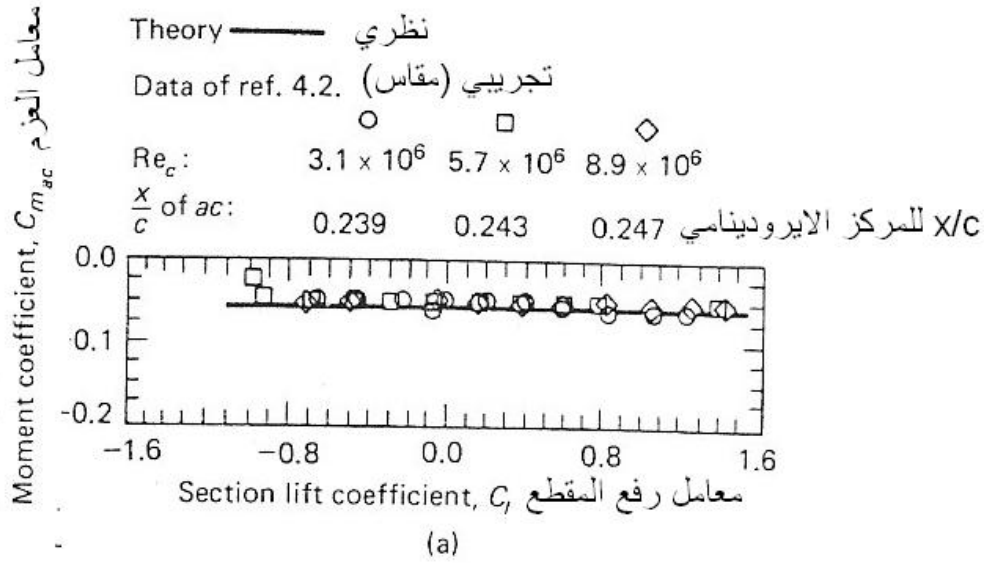


FIGURE 4-9 A comparison of the theoretical and the experimental section moment coefficient (about the aerodynamic center) for two cambered airfoils: (a) NACA 2412 wing section; (b) NACA 2418 wing section.

الشكل 4.9 مقارنة بين معاملي عزم المقطع النظري والتجريبي (حول المركز الايرودينامي) لمقطعين ايرودينامين

(a) المقطع الايرودينامي NACA2412

(b) المقطع الايرودينامي NACA2418

الشكل 4.9

للمقطعين الايروديناميين ، الاحدياب الأقصى هو 2% من طول الوتر ويقع عند  $x=0.4c$  .  
السماك الأقصى هو 12% من طول الوتر للمقطع الايرودينامي NACA2412 و 18%  
للمقطع الايرودينامي NACA2418 .

التوافق بين القيم التجريبية والنظرية للرفع جيد للمقطعين الايروديناميين (الشكل 4.8)  
إلى أن تصبح زاوية الهجوم كبيرة بحيث أن ظاهرة اللزوجة تصبح مؤثرة على مجال الدفق.  
القيمة النظرية لمعامل الرفع الصفري توافق بصورة جيدة جداً القيمة المقاسة (التجريبية)  
للمقطعين الايروديناميين. القيمة النظرية لـ  $C_{l,a}$  تساوي  $2p$  . اعتماداً على معاملات الرفع  
المقاسة لزاوية هجوم من  $0^\circ$  إلى  $10^\circ$  ، القيمة التجريبية لـ  $C_{l,a}$  هي تقريباً 6.0 لـ  
NACA2412 وتقريباً 5.9 لـ NACA2418 .

القيم التجريبية لمعامل العزم بالنسبة للمركز الايرودينامي (تقريباً  $-0.045$  - لـ  
NACA2412 و  $-0.050$  - لـ NACA2418 ) قريبة من القيمة النظرية  $-0.053$  - (أنظر  
الشكل 4.9) . التقارب بين القيم التجريبية لمعامل العزم بالنسبة لربع الوتر - والذي يتغير مع  
زاوية الهجوم - والقيم النظرية ليس بنفس الجودة السابقة. لاحظ أيضاً أن الموقع المحدد  
تجريبياً للمركز الايرودينامي لهذين المقطعين هو  $0.239c$  و  $0.247c$  . كما أشرنا سابقاً فإن  
الموقع يكون عادةً  $0.23c$  و  $0.27c$  للدفق الحقيقي، بالمقارنة بـ  $0.25$  المحسوبة باستخدام  
نظرية المقطع الايرودينامي الرقيق.

بالرغم من أن نسبة السمك للمقطع الايرودينامي لم تدخل في النظرية - باستثناء  
تحديدها لنطاق التطبيق - إلا أن البيانات في 4.8 و 4.9 تبين دور نسبة السمك. لاحظ أن  
القيمة القصوى لمعامل الرفع التجريبي لـ NACA2412 أكبر ويحصل عند زاوية هجوم  
أكبر مقارنة بـ 18 . لاحظ أيضاً، أنه مع زيادة زاوية الهجوم فوق قيمة الزاوية عند الرفع  
الأقصى ، فإن معاملات الرفع المقاسة تتناقص بصورة أحد لـ NACA2412. لذا ، نسبة  
السمك تؤثر على التفاعل بين ممال الضغط المعاكس والطبقة المتاخمة للزجة ، هذا التفاعل  
بدوره يؤثر على المعاملات الايرودينامية . في الشكل 4.10 ،  $C_{l,max}$  مرسومة كاقتران  
لنسبة السمك لسلسلة من المقاطع الايرودينامية NACA2400 . لاحظ أنه تحت نسبة سمك  
تساوي تقريباً 12% ،  $C_{l,max}$  تتناقص بحدّة مع تناقص السمك. فوق نسبة السمك 12%  
التغير في  $C_{l,max}$  يكون أطف.



Data of ref. 4.2:  $Re_c$ :  $\circ 3 \times 10^6$   $\square 6 \times 10^6$   $\diamond 9 \times 10^6$   
 Fairings of ref. 4.3.

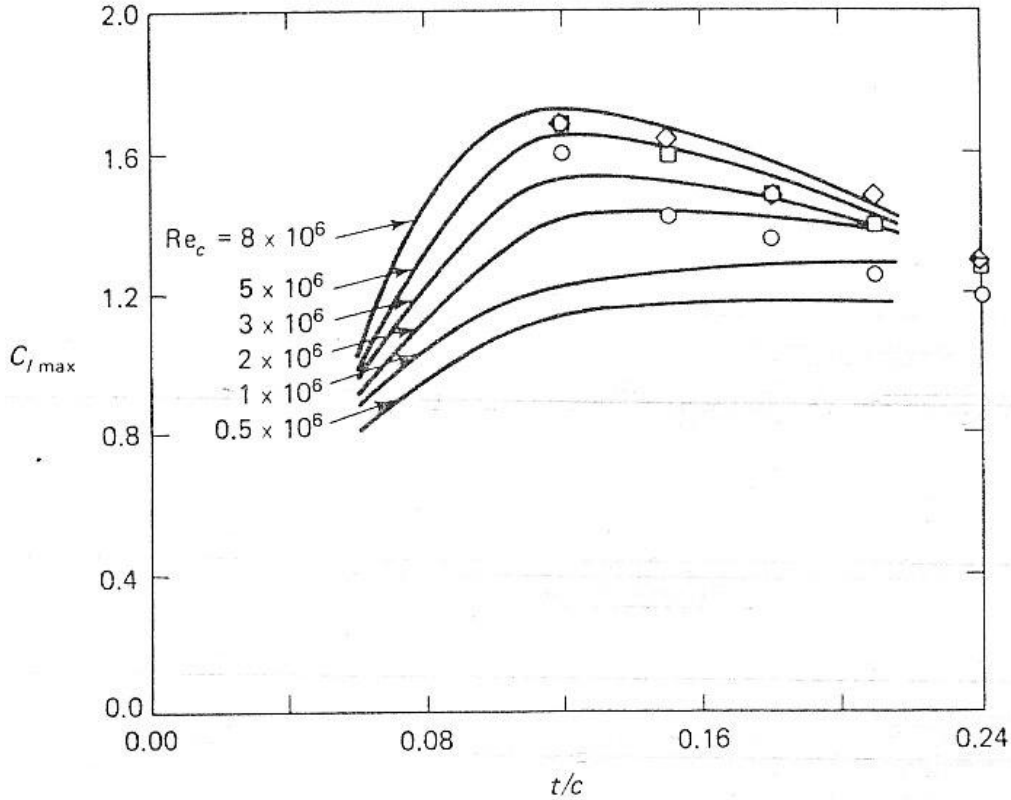


FIGURE 4-10 The effect of the thickness ratio on the maximum lift coefficient, NACA 24XX series airfoil sections.

الشكل 4.10 أثر نسبة السمك على معامل الرفع الأقصى لسلسلة المقاطع الايرودينامية NACA24XX

الشكل 4.10

مسائل

4.4 المقطع الايرودينامي NACA23012 له احديداً أقصى عند  $0.15c$  وله سمك أقصى مقداره  $0.12c$  ، معادلة خط الاحديداً المتوسط هي :

$$\frac{z}{c} = 2.6595 \left[ \left( \frac{x}{c} \right)^3 - 0.6075 \left( \frac{x}{c} \right)^2 + 0.11471 \left( \frac{x}{c} \right) \right]$$

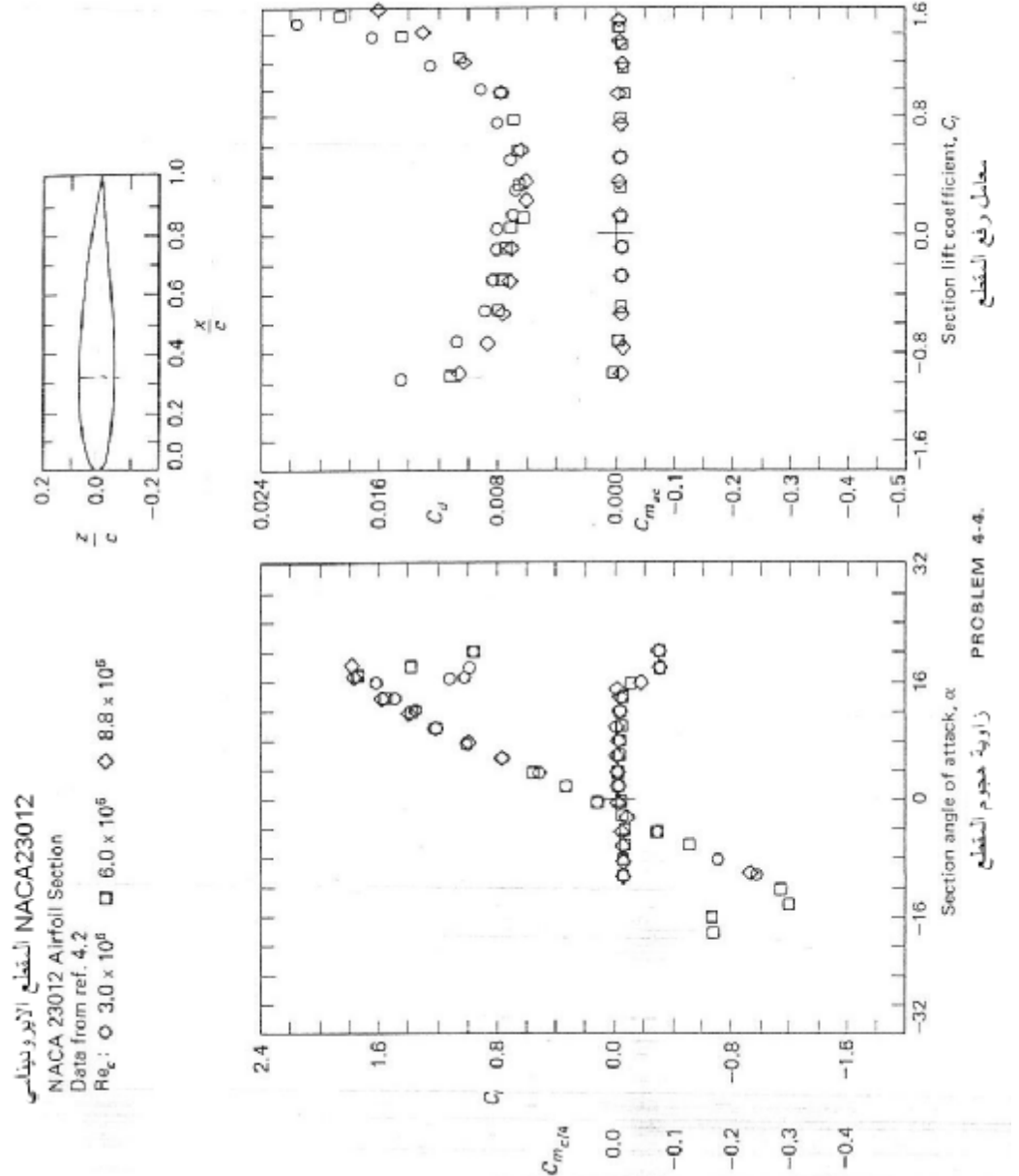
عندما  $0 \leq x \leq 0.2025c$

و

$$\frac{z}{c} = 0.022083 \left( 1 - \frac{x}{c} \right)$$

عندما  $0.2025c \leq x \leq c$

أحسب  $A_0$   $A_1$   $A_2$  للمقطع الايرودينامي . أحسب معامل رفع المقطع  $C_l$  . أحسب زاوية الهجوم للرفع الصفري  $\alpha_{0l}$  . أحسب معامل عزم المقطع حول المركز الايرودينامي النظري . قارن نتائج النظرية بالقيم التجريبية المبينة في الشكل التالي .



الشكل

قائمة ترجمة المصطلحات

Tow-dimensional	ثنائي الأبعاد
Incompressible	لاتضاغطي
Infinite	لا متناهي
Thin	رقيق
Circulation	التدوير
Symmetric	متماثل
Flat plate	صفيحة مسطحة
Mean camber line	خط الاحديداب المتوسط
Center of pressure	مركز الضغط
Stall	انهيار

بسم الله الرحمن الرحيم

6

الدفق اللاتضاغطي حول الأجنحة محدودة الباع

**Incompressible flow about wings of finite span**

ناقشنا الخصائص الايرودينامية للدفق دون الصوتي حول المقطع الايرودينامي غير الممتد (unswept) في وحدة 3 و 4 . بما أن باع المقطع الايرودينامي لا متناهي؛ فإن الدفق متمائل عند كل محطة على طول الباع (أعني أن الدفق ثنائي الأبعاد) . الرفع الناتج بسبب فرق الضغط بين السطح العلوي والسفلي للجناح، وبالتالي التدوير (circulation) لا يتغير على طول الباع. للأجنحة ذات الباع المحدود، فإن الهواء عالي الضغط يتدفق حول طرفي الجناح (wing tips) باتجاه مناطق الضغط المنخفض فوق الجناح . كنتيجة لرغبة الضغط المؤثر على السطح العلوي قرب طرف الجناح للتعاقد مع تلك عند السطح السفلي، فإن قوة الرفع لكل وحدة باع تتناقص عند الاقتراب من الأطراف. رسمة مثالية لتوزيع التحميل الايرودينامي مبينة في الشكل 6.1 . كما هو مبين في الشكل 6.1a ، هناك تغير بالاتجاه الوتري في فرق الضغط بين السطح السفلي والعلوي . نحصل على الرفع الناتج المؤثر على المقطع (أعني وحدة باع) بواسطة مكاملة توزيع الضغط على طول الوتر (أعني وحدة 4) .

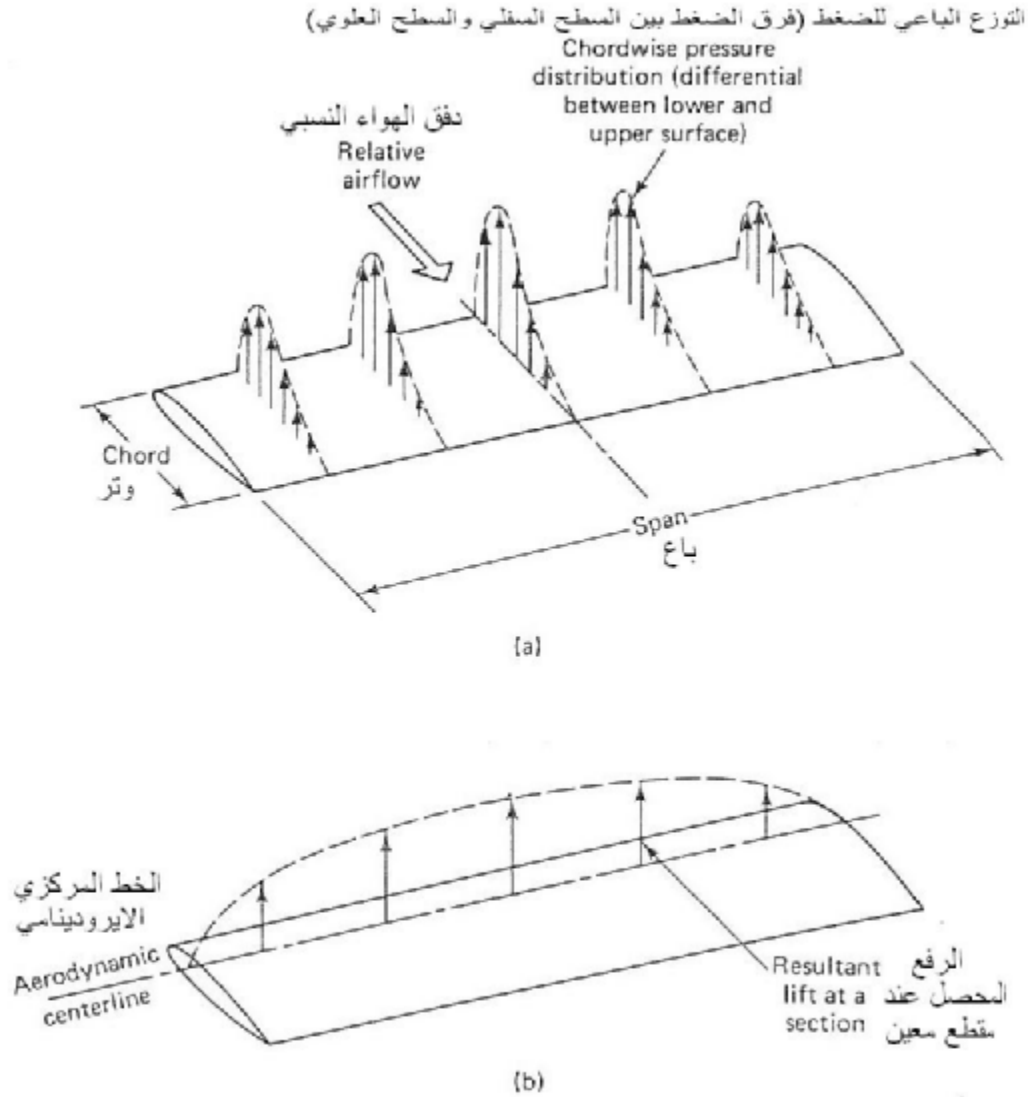


FIGURE 6-1 Aerodynamic load distribution for a rectangular wing in subsonic airstream: (a) differential pressure distribution along the chord for several spanwise stations; (b) spanwise lift distribution.

## الشكل 6.1

كما هو مبين في الشكل 6.1b ، هناك تغير في قوة الرفع بالاتجاه الباعى . كنتيجة لتغير الضغط في الاتجاه الباعى ، فإن الهواء على السطح العلوي يتدفق نحو الداخل باتجاه الجذر . أيضاً ، على السطح السفلي ، الهواء سيحاول التدفق نحو الخارج باتجاه الأطراف . الدفع الناتج حول الجناح محدود الباع يكون ثلاثي الأبعاد؛ له مركبات سرعة بالاتجاه الوترى وبالاتجاه الباعى . حيث يتلاقى دفع السطح العلوي مع دفع السطح السفلي عند الحافة الخلفية ، الاختلاف في مركبات السرعة بالاتجاه الباعى سوف يجعل الهواء يدور بصورة عدد من

الدرادير (الدوامات) باتجاه التيار، موزعة على طول الباع. هذه الدرادير الصغيرة تتراكم في دردورين كبيرين عند طرفي الجناح (أنظر الشكل 6.2).

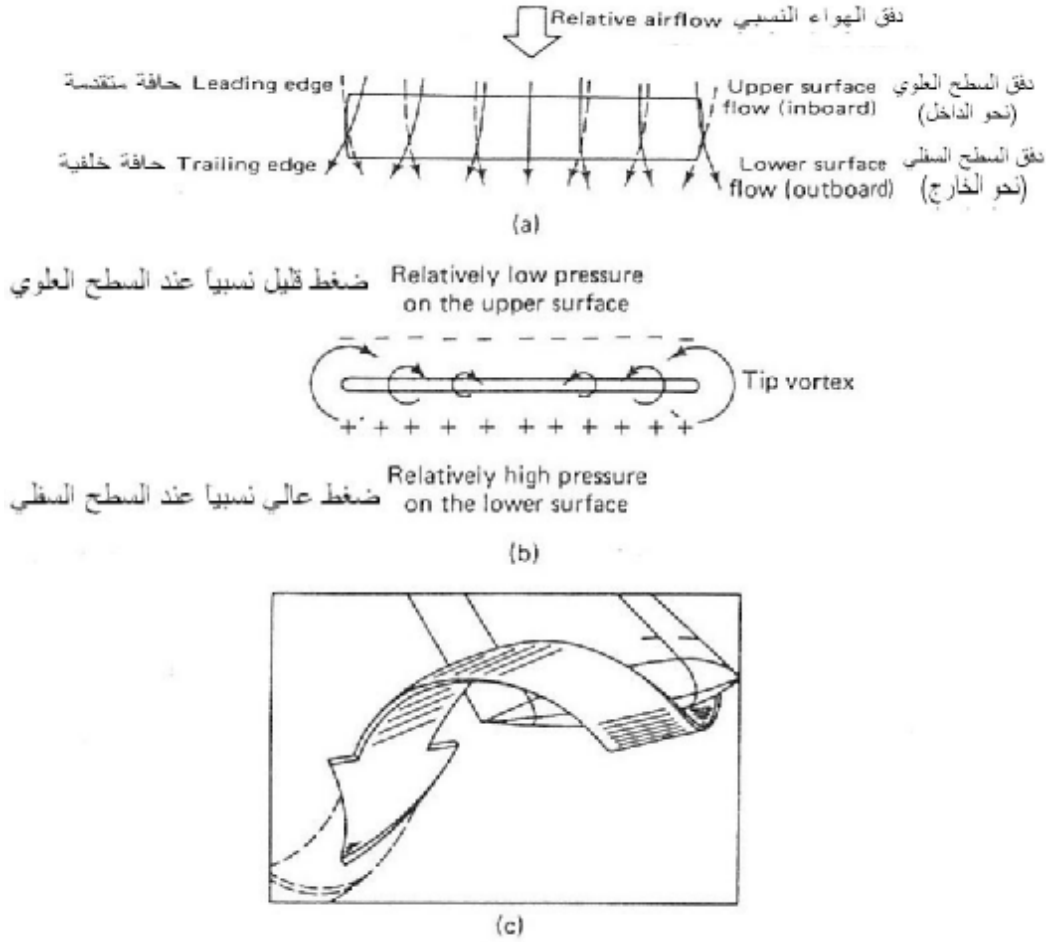


FIGURE 6-2 Generation of the trailing vortices due to the spanwise load distribution: (a) view from bottom; (b) view from trailing edge; (c) formation of the tip vortex.

الشكل 6.2 تشكل الدرادير الخلفية بسبب توزيع الحمل بالاتجاه الباعي

الشكل 6.2

لذا ، هناك فرق رئيسي لمجال الدفق ثنائي الأبعاد حول الجناح (بالمقارنة مع الدفق ثنائي الأبعاد حول المقطع الايرودينامي) وهو تغير الرفع في الاتجاه الباعي.

## 6.2 الأجنحة غير الممتدة (Unswept Wings)

إذا كان الجناح غير ممتد (أو قليل الامتداد) وله نسبة باعية أكبر من 4 ، فيمكننا تمثيل توزيع الرفع بالاتجاه الباعي بواسطة نظام دردور مقيد واحد (single bound vortex system) محوره عمودي على مستوى التماثل ويمر في المركز الايرودينامي للجناح بما أن العلاقات النظرية التي أخذناها في الوحدة 4 للدفق اللالزج حول مقطع ايرودينامي رقيق تبين

أن المركز الايرودينامي يكون عند نقطة ربع الوتر، لذا يجب أن نضع نظام الدردور المقيد عند خط ربع الوتر. الدردور الأحادي له تدوير  $\Gamma$  (circulation) والذي تتغير قوته على طول الباع (أعني اقتران  $y$  -  $y$ ). عندما يتناقص الدردور المقيد بمقدار  $\Delta\Gamma$  ينتج دردور خلفي (trailing vortex) مقداره  $\Delta\Gamma$  (كما هو مبين في الشكل 6.3).

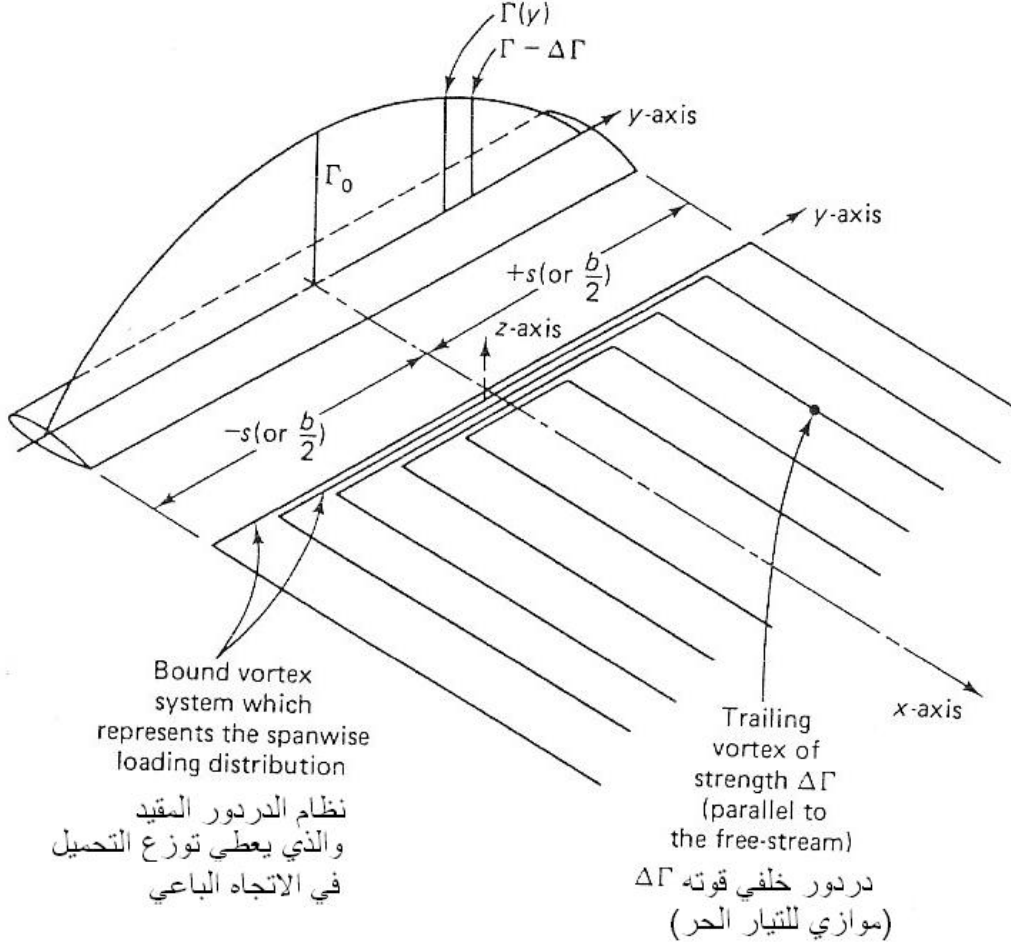


FIGURE 6-3 Sketch of the trailing vortex system.

الشكل 6.3 رسمة لنظام الدردور الخلفي

الشكل 6.3

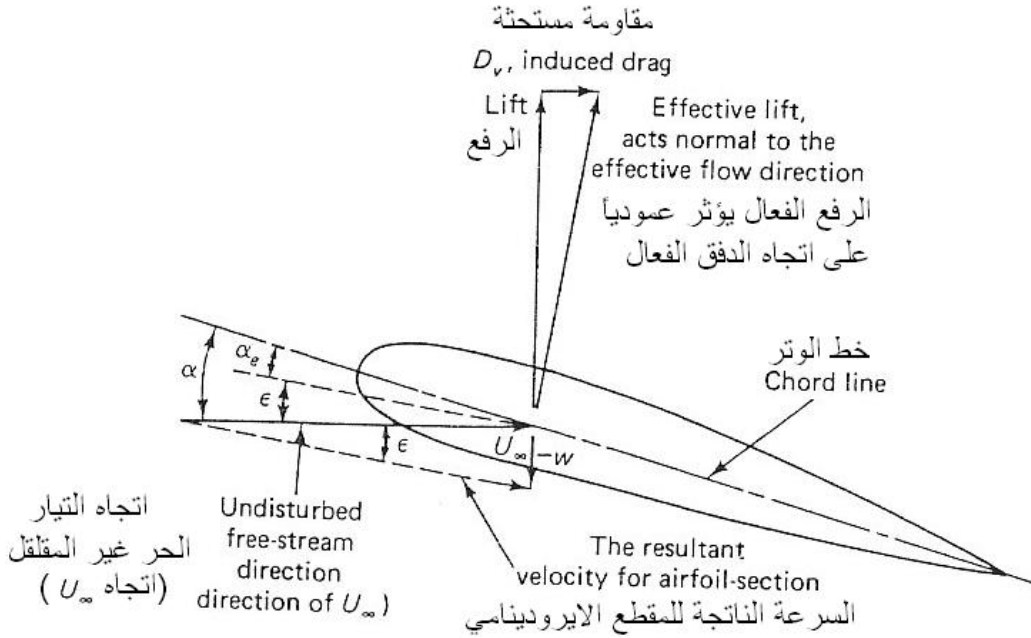
### الدراير الخلفية والاجتراف السفلي (downwash)

هذه الدراير الخلفية تنتج سرعة للرياح بالاتجاه  $z$  ويرمز لهذه السرعة بالرمز  $w$  ، وتتغير قيمتها بتغير قيمة  $y$  ، لكن على العموم تكون باتجاه الأسفل (أعني سالبة) وتسمى الاجتراف السفلي. كما هو مبين في الشكل 6.5 زاوية الاجتراف السفلي . كما هو مبين في الشكل 6.5 زاوية الاجتراف السفلي هي :

$$e = \tan^{-1}\left(\frac{-w}{U_0}\right) \approx \frac{-w}{U_0} \dots\dots\dots 6.2$$

الاجتراف السفلي له أثر "إمالة" الهواء غير المقلقل ، بحيث أن زاوية الهجوم الفعالة (effective angle of attack) عند المركز الايرودينامي (أعني ربع الوتر) هي

$$a_e = a - e \dots\dots\dots 6.3$$



- خط الوتر للمقطع الايرودينامي ----- Chord-line of the airfoil
- اتجاه الدفق الفعال - - - - - Effective flow direction
- اتجاه التيار الحر غير المقلقل ----- Undisturbed free-stream direction

FIGURE 6-5 Sketch of the induced flow.

الشكل 6.5 رسمة الدفق المستحث

### الشكل 6.5

لاحظ أنه إذا كان الجناح له التواء جيومتري (geometric twist) فإن زاوية الهجوم (a) وزاوية الاجتراف السفلي (e) تكونان اقتران للموقع الباعي. بما أن اتجاه السرعة الناتجة عند المركز الايرودينامي يميل للأسفل بالنسبة إلى اتجاه تيار الهواء غير المقلقل، فإن أثر رفع المقطع المعني يميل للخلف بنفس المقدار. لذا ، الرفع الفعال على الجناح له مركبة فوى موازية لتيار الهواء الحر غير المقلقل (أنظر الشكل 6.5) . قوة المقاومة هذه ناتجة من الرفع الناتج من الجناح محدود الباع وتسمى مقاومة الدردور (vortex drag) (أو المقاومة المستحثة (induced drag) . لذا ، للدفق دون الصوتي حول جناح محدود الباع ، يوجد



بالإضافة إلى معاومة الاحتكاك السطحي والمقاومة الشكلية (form drag أو pressure drag) ، هناك مركبة مقاومة بسبب الرفع. كنتيجة من سرعة الاجتراف السفلي المستحثة ، فإن الرفع الناتج من مقطع ايرودينامي في جناح محدود الباع عند زاوية هجوم جيومترية  $a$  يكون أقل من الرفع لنفس المقطع الايرودينامي في جناح غير متناهي الباع عند نفس زاوية الهجوم.

حالة توزع التدوير الاهليجي (في الاتجاه الباعي) :

وهي حالة بسيطة خاصة لها تطبيقات مهمة. يثبت الكتاب الأصلي نظرياً أن معامل المقاومة الدردورية (vortex drag) لهذه الحالة يساوي :

$$C_{D_v} = \frac{C_L^2}{p AR} \dots\dots\dots 6.16$$

نلاحظ أن هذا المعامل يساوي صفر للجناح ذو الباع غير المتناهي

مقارنة معامل المقاومة المستحثة (induced) المعطى بمعادلة 6.16 مع القيم

التجريبية لجناح نسبته الباعية 5 مبينة في الشكل 6.7 . القيم التجريبية لمعامل المقاومة

المستحثة يقارب القيمة النظرية إلى زاوية هجوم  $20^\circ$  . الفرق الثابت نسبياً بين القيم المقاسة

والنظرية هو بسبب أثر الاحتكاك، والذي لم نتضمنه في اشتقاق معادلة 6.16 . إذن وكما

لاحظنا في وحدة 3 ، معامل المقاومة يكتب نمذجياً بالصورة :

$$C_D = C_{D_0} + k C_L^2 \dots\dots\dots 6.17$$

حيث  $C_{D_0}$  هو معامل المقاومة عند رفع صفري و  $k C_L^2$  هو معامل المقاومة المعتمدة على

الرفع . معامل المقاومة المعتمدة على الرفع يتضمن ذلك الجزء من مقاومة اللزوجة والمقاومة

الشكلية (form drag) اللذان ي ينتجان عند زاوية الهجوم  $a_{0l}$  .

المقاومة المستحثة النظرية ، معادلة 6.16

— Theoretical induced drag, eqn. 6.16

تجريبية ○  $Re_c = 2.7 \times 10^6$ , data of ref. 6.3

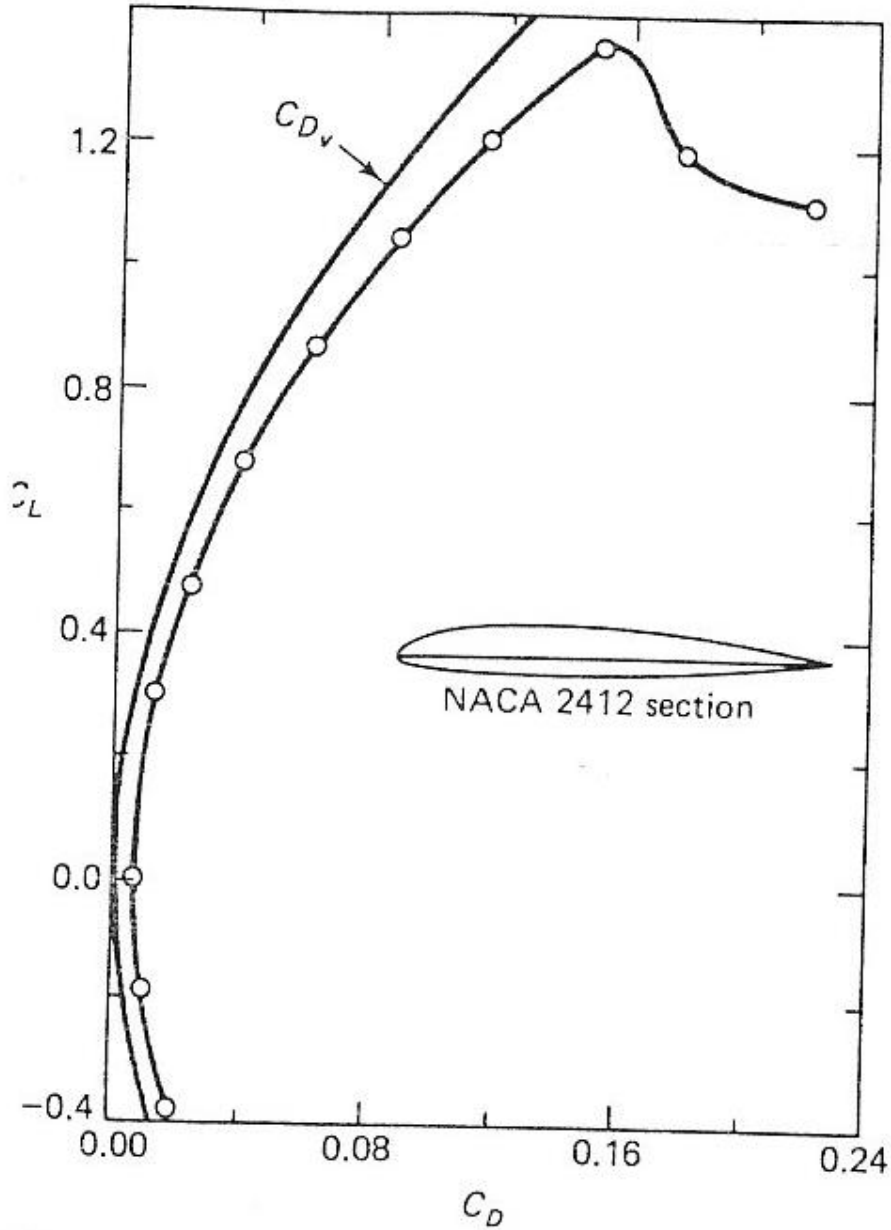


FIGURE 6-7 Experimental drag polar for a wing with an aspect ratio of 5 compared with the theoretical induced drag.

الشكل 6.7 الرسم القطبية للمقاومة التجريبية لجناح نسبه الباعية تساوي 5 مقارنة بالمقاومة المستحثة النظرية

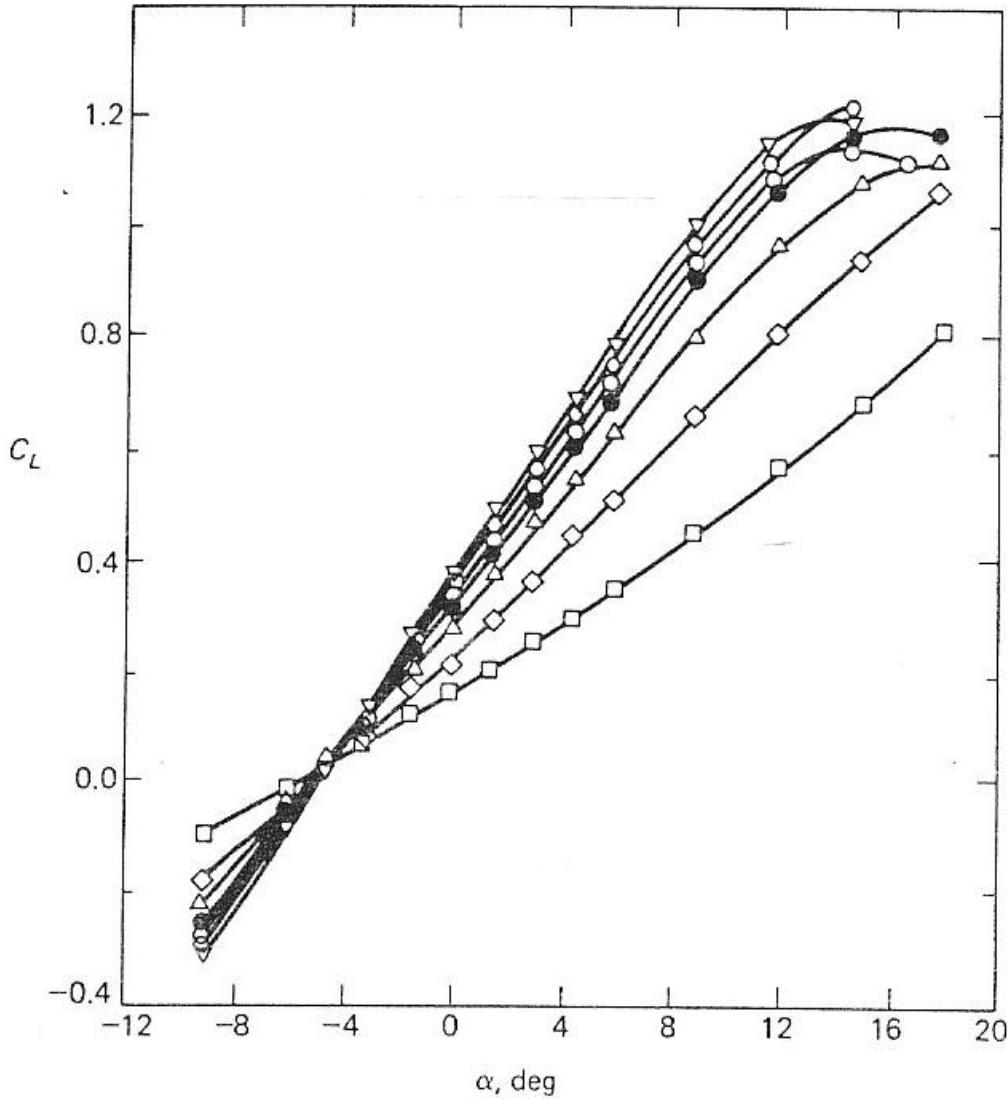
الشكل 6.7

الكتاب الأصلي يشير إلى إمكانية اثبات أن زاوية الاجتراف السفلي (e) (معادلة 6.2)  
 لتوزيع الحمل الاهليجي يعطى بالمعادلة

$$e = \frac{C_L}{p AR} \dots\dots\dots 6.19$$

مثال على تأثير معامل الرفع  $C_L$  بالنسبة الباعية AR مبينة في الشكل 6.9a  
 Data from ref. 6.4.

AR: □ 1   ◇ 2   △ 3   ● 4   ○ 5   ○ 6   ▽ 7



(a)

FIGURE 6-9 The effect of aspect ratio on the lift coefficient for rectangular wings (AR from 1 to 7): (a) measured lift correlations.

الشكل 6.9a

## طريقة توزيع التدوير الباعي العام

ويشرح الكتاب الأصلي طريقة طويلة نسبياً مباشرة لحساب  $C_L$  و  $C_{D_v}$  للحالة العامة. ولن نشرح هذه الطريقة في هذا المختصر؛ بل سنأخذ علاقة مباشرة تقريبية لاحقاً في مساق تصميم الطائرات.

### 4.3 الأجنحة الممتدة (swept wings)

يشرح الكتاب الأصلي طريقة رقمية (numerical) لحساب  $C_L$  و  $C_{D_v}$  للأجنحة الممتدة للخلف (وأجنحة دلتا أيضاً)، وهذه الطريقة تسمى طريقة شبكة الدردور (VLM) (volume lattice method). والطريقة رقمية وتصلح للبرمجة الحاسوبية، فمن أرادها يرجع للكتاب الأصلي، أو ينتظر مساق تصميم الطائرات حيث سنأخذ علاقة تقريبية مباشرة (نفس العلاقة المباشر إليها في الدرس السابق).

### 4.4 أجنحة دلتا (Delta Wings)

هناك اهتمام ايرودينامي رئيسي في تصميم الأجنحة وهو التنبأ والتحكم بانفصال الدفق. لكن، كلما زادت زاوية الامتداد وقل سمك المقطع من أجل تجنب تأثير التضاغية غير المرغوب بها - فإن منع حصول انفصال الطبقة المتاخمة يصبح أمر أكثر صعوبة. بالرغم من وجود العديد من التقنيات لتلطيف هذه المشكلة؛ إلا أنه من الضروري عادةً استخدام أدوات معقدة ومتغيرة الجيومترية من أجل تحقيق نطاق عريض من متطلبات التصميم المتعارضة والتي تنتج بسبب تغيرات مجال الدفق لغلاف الطيران (flight envelope) للطائرات عالية السرعة. بداية أجنحة دلتا كانت في الحرب العالمية الثانية، تصاميم الطائرات فوق الصوتية استخدمت عادةً أجنحة رقيقة كبيرة الامتداد ذات نسبة باعية منخفضة من أجل تقليل المقاومة الموجبة عند ظروف الطيران المطرد فوق الصوتية. من الممتع ملاحظة أنه تصميم أول طائرة مقاتلة نفاثة في العالم (طائرة Me262) كان فيه الجزء الخارجي من الأجنحة ممتد لحل الصعوبات التي تنشأ من المحركات النفاثة الكبيرة التي تحرك موقع مركز الكتلة. لذا فإن استخدام الامتداد الخلفي (sweepback) لم يكن بسبب الرغبة بتقليل آثار التضاغية. أشرنا إلى هذه الملاحظة التاريخية هنا للتذكير القارئ أن هناك العديد من العوامل التي تدخل في تصميم الطائرة، الايروديناميات هي فقط أحدها. التصميم النهائي يظهر أولويات التصميم.

عند السرعات دون الصوتية، فإن أجنحة دلتا لها خصائص ايرودينامية مختلفة بصورة أساسية عند تلك للأجنحة المستقيمة نسبياً ذات النسبة الباعية العالية المصممة للطيران

دون الصوتي. لأنها تعمل عند زوايا هجوم عالية نسبياً، فإن الطبقة المتاخمة على السطح السفلي تتدفق للخارج وتنفصل كلما اقتربت من الحافة الخلفية، منتجة طبقة خالية من القص. هذه الطبقة تنحني للأعلى وللداخل، ثم في النهاية تتراكم على شكل قلب (core) عالي الدردورية، كما في الشكل 6.30. هناك مركبة حركة محورية يمكن تمييزها، والمائع يتدفق لولبياً حول وعلى طول المحور. هناك دفق خارجي في الاتجاه الباعي مستحث على السطح العلوي تحت الطبقة الدردورية، الدفق الخارجي يعود فينفصل كلما اقترب من الحافة المتقدمة. قوة وحجم الطبقات الدردورية تزدادان بازدياد زاوية الهجوم وتصبح خاصية مهيمنة للدفق، والذي يبقى مستقراً خلال نطاق أوضاع الجناح. تكون هذه الدردوير مسؤولة عن الخصائص الايرودينامية غير الخطية الموجودة ضمن نطاق زوايا الهجوم.

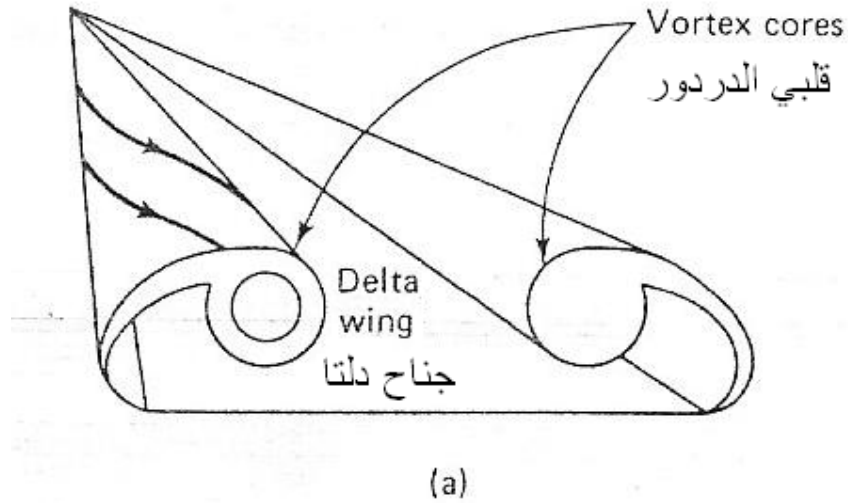


FIGURE 6-30 Illustration of the vortex core which develops for flow over a delta wing: (a) sketch.

الشكل 6.30a توضيح قلب الدردور الناشئ لدفق جناح دلتا

الشكل 6.30a



FIGURE 6-30(b) Water vapor condenses due to the pressure drop revealing the vortex core for a General Dynamics F-16 (Courtesy, General Dynamics).

الشكل 6.30b البخار المتكاثف بسبب انخفاض الضغط والذي يُظهر قلب الدردور لطائرة F-16

الشكل 6.30b

يمكن كتابة معامل الرفع الكلي للجناح دلنا بالصورة التالية:

$$C_L = K_p \sin a \cos^2 a + K_v \sin^2 a \cos a \dots\dots\dots 6.58$$

باستخدام الرموز المبينة في الشكل 6.31 ، يمكن تمثيل  $K_p$  و  $K_v$  على صورة اقتران

لمعاملات الهيئة المسطحة كما في الشكل 6.32 و 6.33

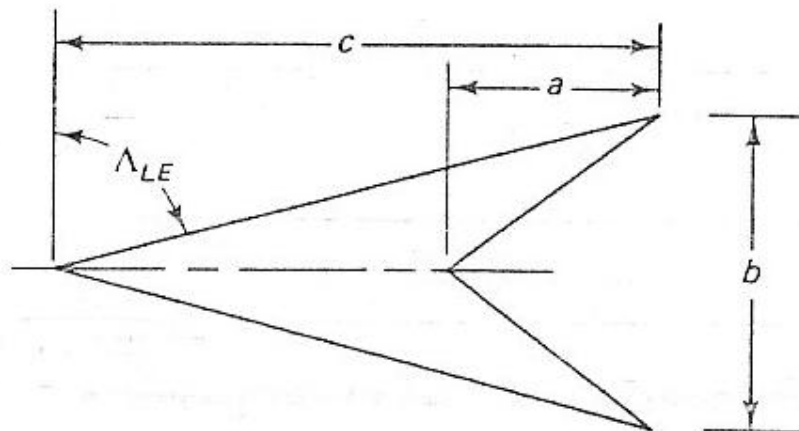


FIGURE 6-31 Sketch defining wing geometry nomenclature.

الشكل 6.31 رسمة تعرف رموز جيومترية الجناح

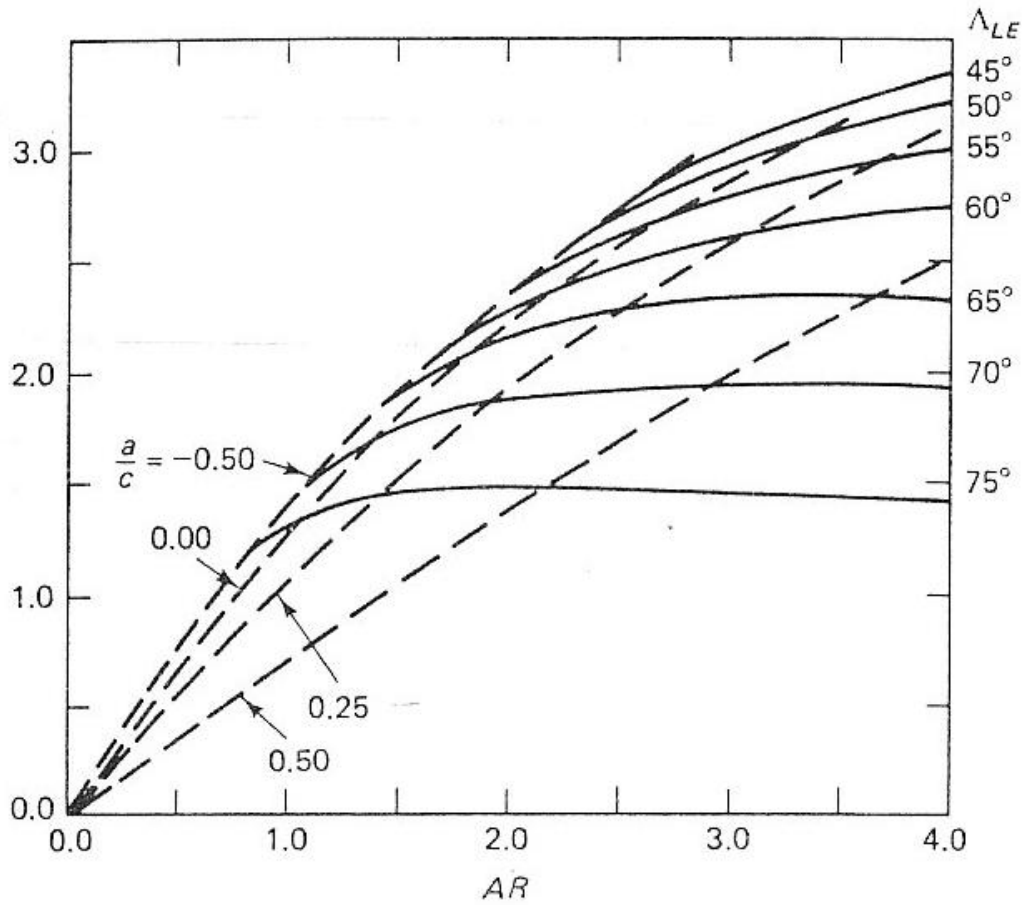


FIGURE 6-32 Variation of potential-flow lift constant with planform parameters (as taken from Ref. 6.17):

الشكل 6.32 تغير  $K_p$  مع معاملات الهيئة المستوية



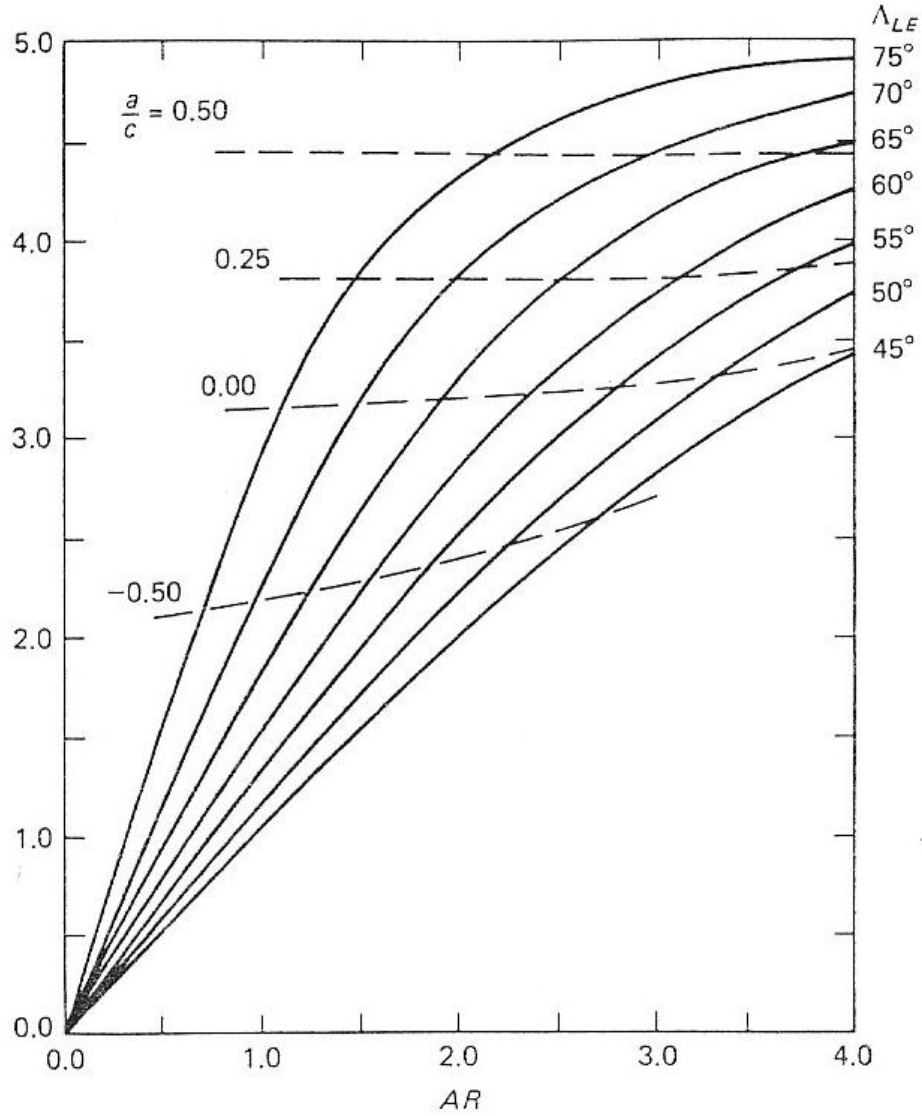


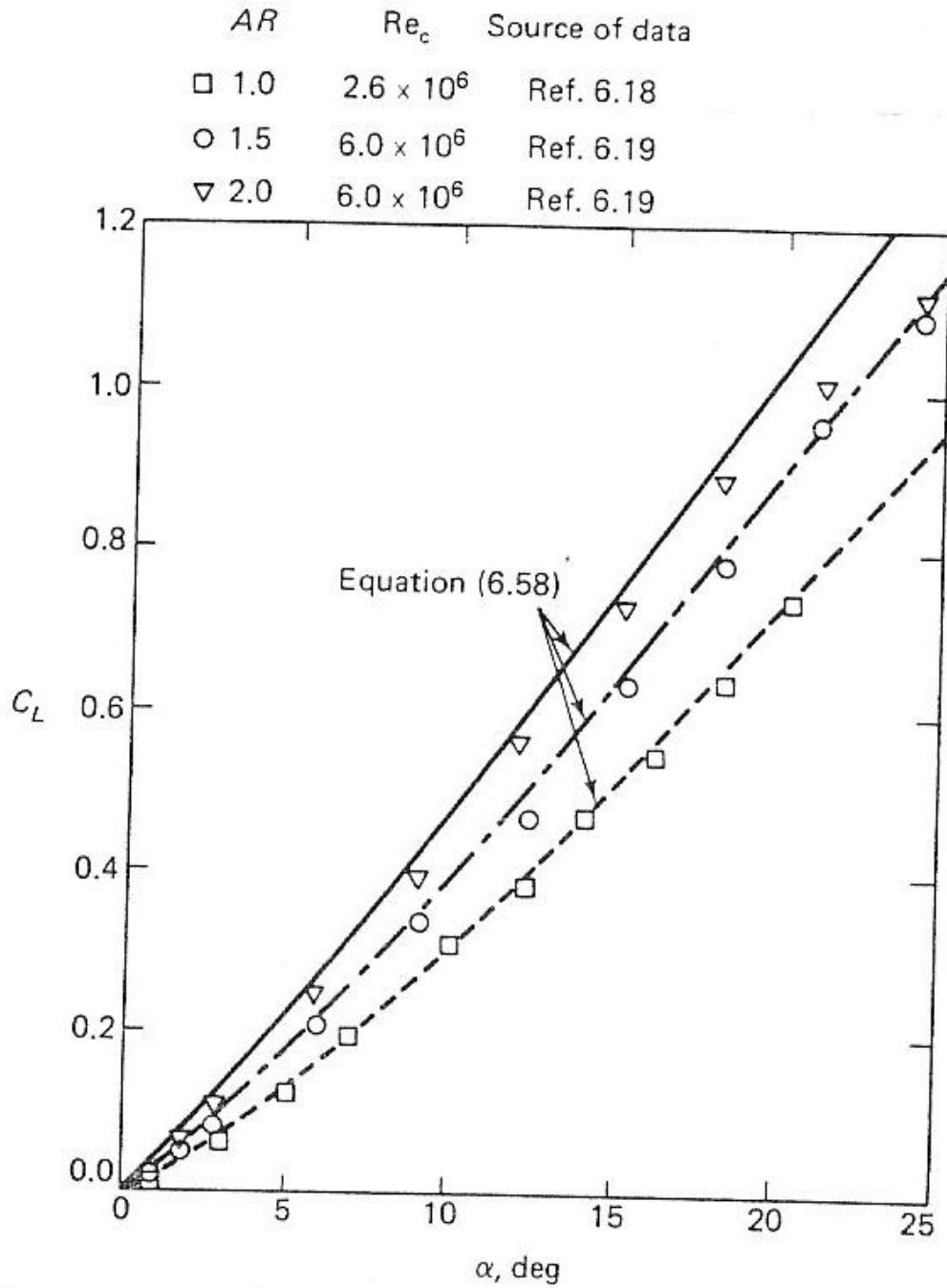
FIGURE 6-33 Variation of vortex-lift constant with planform parameters (as taken from Ref. 6.17).

الشكل 6.33 تغير  $K_v$  مع معاملات الهيئة المستوية

الشكل 6.33

مقارنة بين قيم معامل الرفع المحسوبة باستخدام معادلة 6.58 والقيم التجريبية مبينة في الشكل 6.34 لأجنحة دلتا غير المحدبة والتي لها حواف متقدمة حادة. هناك توافق جيد بين القيم النظرية والعملية لحالة النسبة الباعية 1 و 1.5 إلى حين الوصول إلى زاوية هجوم أكبر من  $20^\circ$ . لكن، لجناح دلتا ذو النسبة الباعية 2، يصبح هناك فرق ملحوظ بعد زاوية الهجوم  $15^\circ$ .





**FIGURE 6-34** A comparison of the calculated and the experimental lift coefficients for thin, flat delta wings with sharp leading-edges.

الشكل 6.34 مقارنة بين معاملات الرفع المحسوبة والتجريبية لأجنحة دلتا مسطحة رقيقة حادة الحافة المتقدمة

الشكل 6.34

نلاحظ من الشكل 6.35 أن استخدام الحافة المتقدمة الاهليجية أو المستديرة بدل الحادة وأيضاً زيادة السمك تقللان معامل الرفع وتقللان دقة معادلة 6.58 .

$t=0.05c$  حافة متقدمة حادة  $\circ$  Beveled (sharp) leading-edge,  $t = 0.050 c$   
 $t=0.075c$  حافة متقدمة اهليجية  $\diamond$  Elliptical leading-edge,  $t = 0.075 c$   
 $t=0.1c$  حافة متقدمة مستديرة  $\triangle$  Round leading-edge,  $t = 0.100 c$

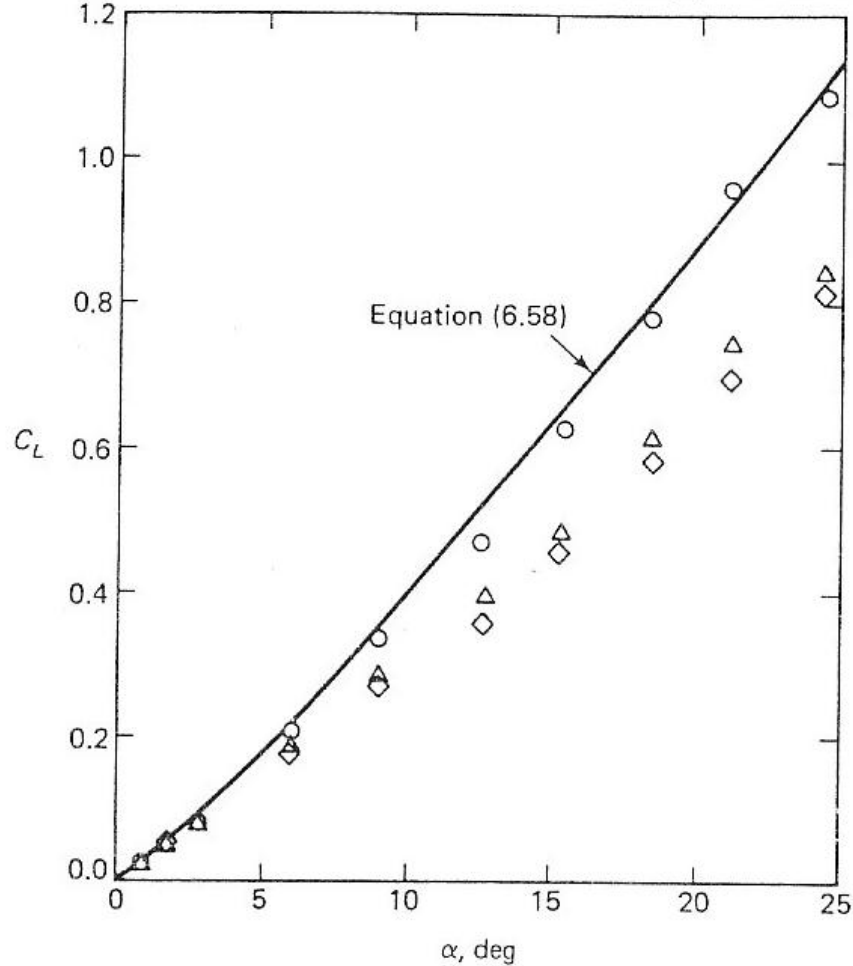


FIGURE 6-35 The effect of the leading-edge shape on the measured lift coefficient for thin, flat delta wings for which  $AR = 1.5$ ,  $Re_c = 6 \times 10^6$  (data from Ref. 6.19).

الشكل 6.35 أثر شكل الحافة المتقدمة على قيمة معامل الرفع التجريبي لأجنحة دلتا مسطحة رقيقة لها  $AR=1.5$  و  $Re_c = 6 \times 10^6$

الشكل 6.35

معاملات الرفع لسلسلة من أجنحة دلتا كاقتران بزواوية الهجوم مبينة في الشكل 6.35 . ميل معامل الرفع  $dC_L/da$  يتناقص بتناقص النسبة الباعية . أيضاً (على العموم) القيمة القصوى لمعامل الرفع وزواوية الهجوم التي تحصل عندها تزداد بتناقص النسبة الباعية .

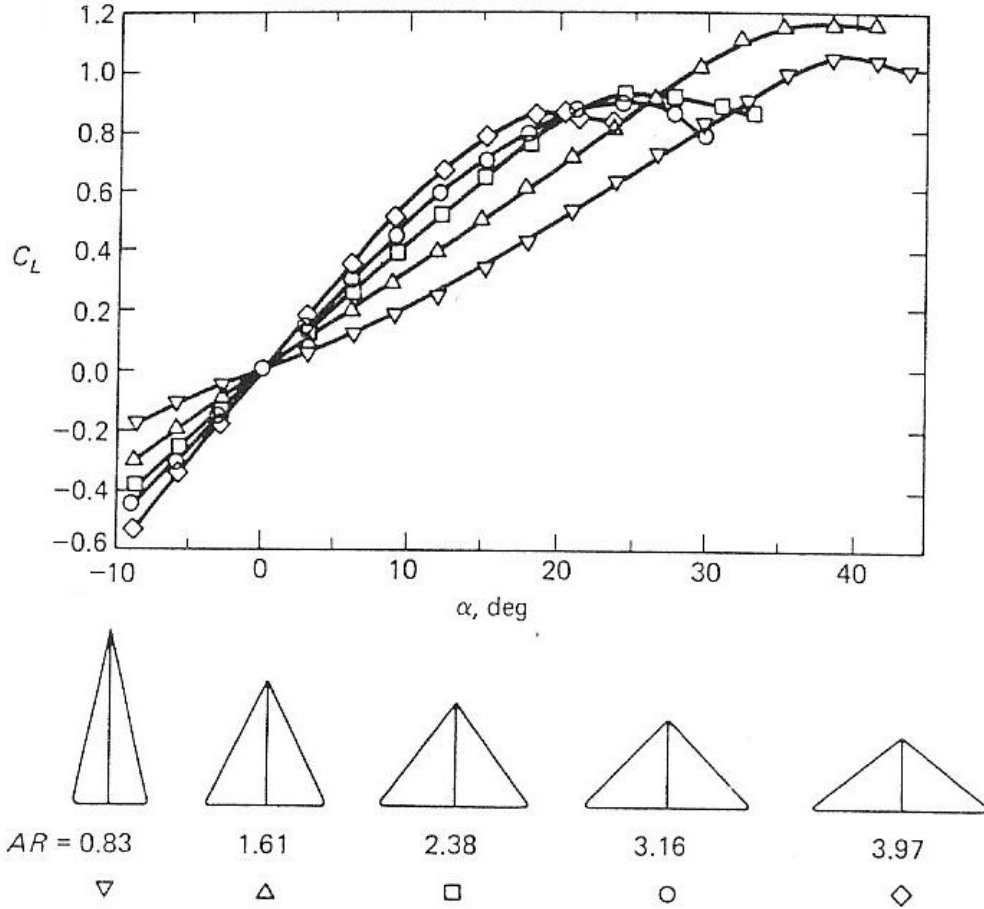


FIGURE 6-36 Lift coefficients for delta wings of various aspect ratios;  $t = 0.12c$ ,  $Re_c \approx 7 \times 10^5$ , (data from Ref. 6.3).

الشكل 6.36 معاملات الرفع لاجنحة دلتا ذات نسب باعية متنوعة  
 $Re_c \approx 7 \times 10^5$   $t = 0.12c$ ,

الشكل 6.36

لنموذج الصفيحة المسطحة، القوة المحصلة تؤثر عمودياً على السطح . لذا معامل

المقاومة المستحثة  $\Delta C_D$  للجناح الصفيحي المسطح هي :

$$\Delta C_D = C_D + K_p \sin^2 a \cos a + K_v \sin^3 a \dots\dots\dots 6.59$$

باستخدام المعادلة 6.58 نعوض  $C_L$

$$C_D = C_{D0} + K_p \sin^2 a \cos a + K_v \sin^3 a \dots\dots\dots 6.60$$

مقارنة قيم تجريبية لمعامل المقاومة مع القيم المحسوبة بمعادلة 6.59 ؛ مبينة في الشكل 6.37

. معامل المقاومة التجريبي يزداد مع زيادة زاوية الهجوم (أنظر الشكل 6.35) . القيم أكثر توافقاً عند زوايا الهجوم العالية.

- Beveled (sharp) leading-edge ( $t = 0.050 c$ )
- △ Round leading-edge ( $t = 0.100 c$ )

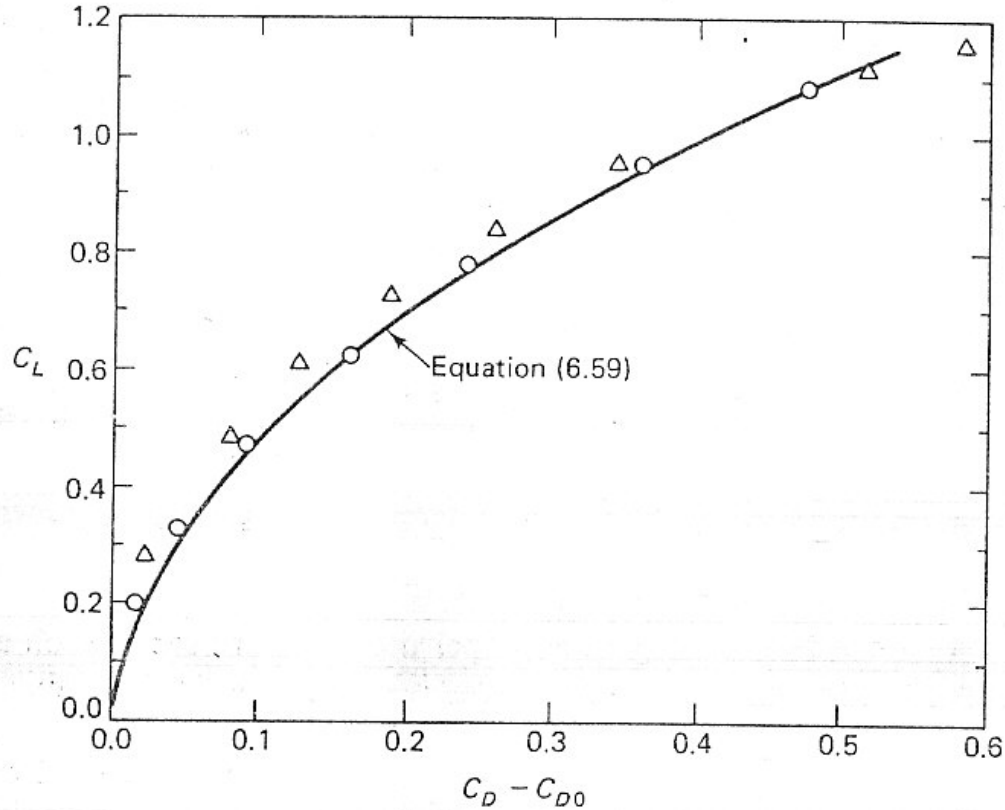


FIGURE 6-37 The drag correlation for thin, flat delta wings for which  $AR = 1.5$ ,  $Re_c = 6 \times 10^6$  (data from Ref. 6.19).

الشكل 6.37 المقاومة لأجنحة دلتا مسطحة رقيقة لها  $AR = 1.5$   $Re_c = 6 \times 10^6$

الشكل 6.37

مجال الدفع حول جناح دلتا يكون بحيث أن محصلة توزيع الضغط تنتج عزم خطران سالب (يحاول خفض مقدمة الطائرة) حول رأس الجناح، كما هو مبين في اللقيم التجريبية في الشكل 6.38. قيمة عزم الخطران السالب تزداد مع زيادة زاوية الهجوم. المعاملات الايرودينامية الناتجة تعطي مشكلة بالنسبة للأداء دون الصوتي للطائرة ذات جناح دلتا المصممة للطيران المطرد فوق الصوتي، لأن موقع المركز الأيرودينامي للدفق دون الصوتي يختلف عنه للطيران فوق الصوتي. عند السرعات المنخفضة (وبالتالي قيمة منخفضة للضغط الدينامي)؛ يجب أن تعمل أجنحة دلتا عند زوايا هجوم عالية نسبياً من أجل انتاج الرفع الكافي، لأن

$$L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 S C_L$$

لكن، إذا كان الجناح عند زاوية هجوم عالية كفاية لإنتاج  $C_L$  المناسبة ، فسينتج عزم الخطران سالب كبير. لذا فإن شكل دلتا الأساسي يكون عادةً مدعم بسطح رافع في منطقة مقدمة الطائرة (يسمى الذيل المتصدر canard) والذي يعطي عزم وزانة موجب (موجب أي يحاول رفع مقدمة الطائرة). الذيل المتصدر قد يكون ثابت (مثل الطائرة المبينة في الشكل 6.39) أو قابل للضم (السحب) .

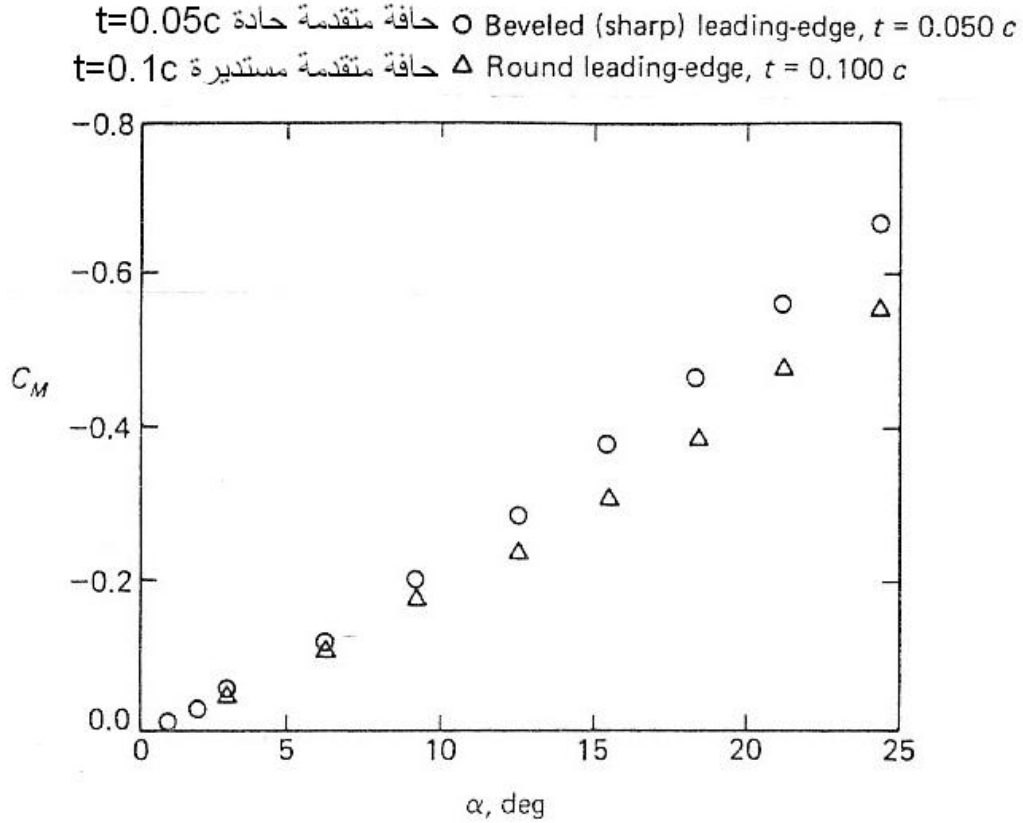


FIGURE 6-38 The moment coefficient (about the apex) for thin, flat delta wings for which  $AR = 1.5$ ,  $Re_c = 6 \times 10^6$  (data from Ref. 6.19).

الشكل 6.38 معامل العزم (حول مقدمة الجناح) لأجنحة دلتا مسطحة رقيقة حيث  $AR=1.5$  و  $Re_c = 6 \times 10^6$

الشكل 6.38

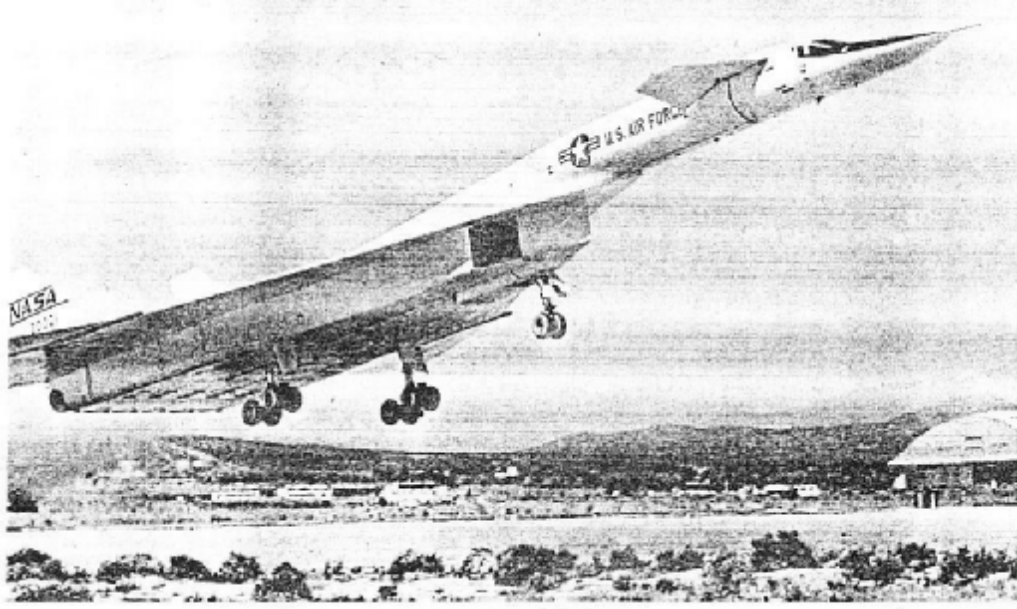


FIGURE 6-39 Photograph of the North American XB-70 illustrating the use of canards (Courtesy, NASA).

الشكل 6.39

## 6.5 الجناح/جسم الطائرة

يشير الكتاب الأصلي إلى طريقة رقمية (وخاصية ضمناً) لحساب الخصائص

الايروينامية للجناح وجسم الطائرة مجتمعين ، كما هو مبين في الشكل 6.40

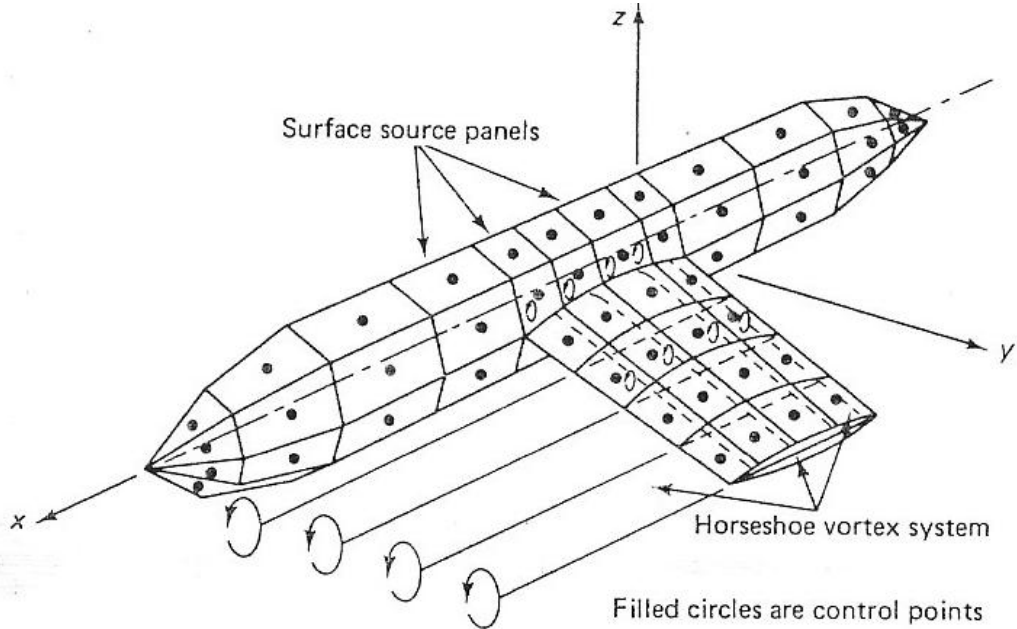


FIGURE 6-40 Source and vortex lattice panel arrangement for a wing/body configuration for zero yaw, i.e.,  $xz$  plane is a plane of symmetry.

الشكل 6.40



## مسائل

6.9 استخدم معادلة 6.58 لحساب معامل الرفع على صورة اقتران لزاوية الهجوم لجناح دلتا مسطح له حافة متقدمة حادة. وله نسبة باعية 1.5 . قارن الحل بالبيانات في الشكل 6.34

6.10 استخدم المعادلة 6.59 لحساب المقاومة المستحثة لجناح دلتا المسطح له حواف متقدمة حادة. جناح دلتا له نسبة باعية تساوي 1.5 . قارن الحل مع البيانات في الشكل 6.37

## قائمة ترجمة المصطلحات

Sweep	امتداد
Sweepback	امتداد تراجعي
Swept	ممتد
Unswept	غير ممتد
Vortex	دردور
Vortices	درادير
Finite span	باع محدود
Subsonic	دون صوتي
Supersonic	فوق صوتي
Downwash	اجتراف سفلي
Experimental	تجريبي (مُقاس)
Delta wing	جناح دلتا
Vortex drag	مقاومة دردورية
Elliptical	اهليجي

بسم الله الرحمن الرحيم

7

ديناميات مجال الدفق اللانزج اللاتضاغطي

## Dynamics of a compressible inviscid flow field

(سوف نقتصر في هذا المختصر على مقتطفات من هذه الوحدة)

لغاية الآن درسنا القوى الايرودينامية للدفق اللاتضاغطي (incompressible) ثابت

الكثافة حول المركبة. عند أرقام ماخ منخفضة (مثلاً، أقل من رقم ماخ للتيار الحر  $M_\infty$

حوالي 0.5) ؛ فإن معادلة برنولي (معادلة 2.7) تعطي العلاقة بين توزع الضغط حول

الطائرة وتغيرات السرعة الموضعية للهواء المتدفق حول الأجزاء المختلفة للمركبة. لكن، عند

زيادة رقم ماخ للطيران ، فإن التغيرات في الكثافة الموضعية تؤثر أيضاً على قيمة الضغط

الاستاتي . هذا يؤدي إلى فرق بين القوى الايرودينامية الفعلية وتلك المنتبأ بها بواسطة نظرية

الدفق اللاتضاغطي. رقم ماخ هو المعامل الذي يحدد المدى الذي تكون فيه تأثيرات

التضاغطية مهمة. هدف هذه الوحدة هو أخذ مقدمة في مواضيع الدفق اللاتضاغطي – أعني

الدفق الذي تكون فيه الكثافة غير ثابتة – التي لها تطبيقات في الايروديناميات .

$g$  تسمى نسبة الحرارة النوعية (ratio of specific heats) وتساوي للهواء تقريباً 1.4

### الموجات الصدمية (shock waves)

تنشأ الموجة الصدمية عندما يتباطئ الدفق فوق الصوتي بسبب زيادة حادة في الضغط

وعندما يواجه الدفق فوق الصوتي تغير ضاغط مفاجئ في الاتجاه . الموجة الصدمية هي

منطقة ضيقة (حوالي  $6 \times 10^{-6} m$ ) والتي يحصل خلالها تغير مفاجئ في الضغط ودرجة

الحرارة .

### قائمة ترجمة المصطلحات

Compressible	تضاغطي
Incompressible	لاتضاغطي
Density	كثافة
Shock wave	موجة صدمية



Supersonic

فوق صوتي

بسم الله الرحمن الرحيم

8

## الدفق دون الصوتي التضاعطي والدفق الصوتي الانتقالي Compressible subsonic flows & transonic flows

في الوحدات 2 إلى 6 أوجدنا حلول مجال الدفق لأشكال عديدة بافتراض أن الكثافة ثابتة في مجال الدفق . لاحظنا في مناقشة شكل 7.7 (أي في الكتاب الأصلي) أن خطأ مقداره أقل من 1% ينتج عند استخدام معادلة برنولي للدفق اللاتضاعطي (incompressible) لحساب الضغط الموضعي عندما يكون رقم ماخ الموضعي أقل أو يساوي 0.5 . لذا إذا كانت سرعات الطيران صغيرة مقارنة بسرعة الصوت وإذا كانت التغيرات في الضغط – والتي تنتج سبب حركة المركبة – صغيرة بالمقارنة بالضغط الاستاتي للتيار الحر، فإن أثر التضاعطية يمكن اهماله.

مع ازدياد سرعة الطيران، فإنه قد لا يمكن الاستمرار في افتراض الدفق لا تضاعطي. حتى عندما يكون الدفق دون صوتي، فإن الكثافة تتناقص مع تناقص الضغط (أي مع زيادة السرعة) .

مع زيادة سرعة الطيران أكثر ، نصل إلى رقم ماخ الحرج ( critical mach number ) ، هذا الاسم يُعطى لأقل (دون صوتي) رقم ماخ للتيار الحر الذي تصبح عنده القيمة القصوى للسرعة الموضعية صوتية. فوق رقم ماخ الحرج، مجال الدفق يحتوي مناطق ذات سرعات موضعية دون صوتية وأخرى ذات سرعات موضعية فوق صوتية بصورة متجاورة. مثل هذا الدفق المخلوط من دون صوتي وفوق صوتي يسمى دفق صوتي انتقالي (transonic flow).

### 8.1 الدفق التضاعطي دون الصوتي

النظرية الخطية للدفق التضاعطي دون الصوتي حول جناح رقيق عند زوايا هجوم صغيرة نسبياً

الاشتقاق في الكتاب الأصلي وما يهمننا هو النتيجة وهي :

الدفق اللاتضاعطي لشكل معين عند رقم ماخ للتيار الحر  $M_\infty$  يكافئ دفق لاتضاعطي لشكل مُعدّل (محول (transformed)) بحيث أن الإحداثي  $x$  (في الاتجاه الوترى) يصبح

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}$$

8.3 باقي الاحداثيات نفسها، أي كما في الشكل 8.3

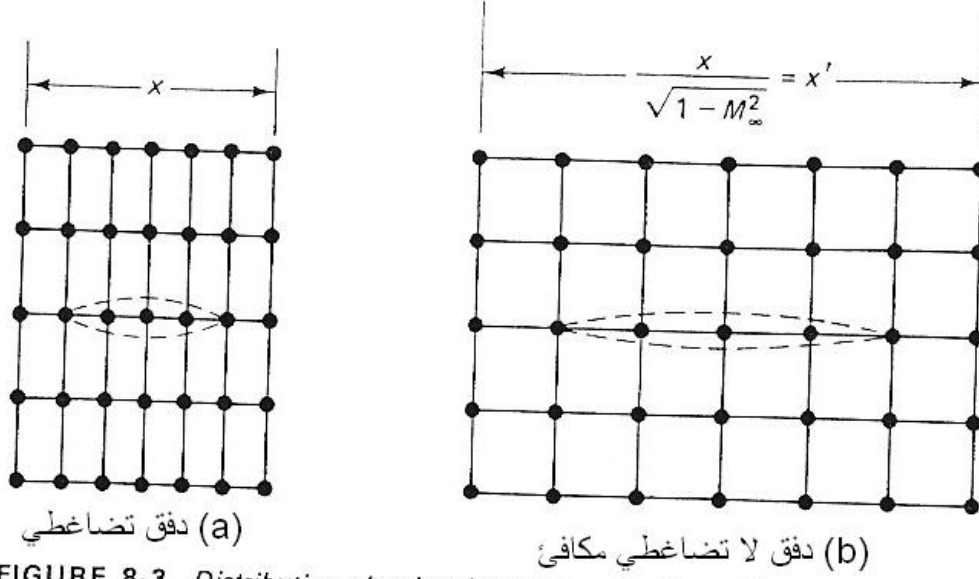


FIGURE 8-3 Distribution of points having equal values of  $\phi$  in the linearized transformation for subsonic, compressible flow: (a) compressible flow; (b) corresponding incompressible flow.

### الشكل 8.3

أي أن أثر التحويل هو تغيير نسبة البعد  $x$  بالنسبة للأبعاد  $y$  و  $z$ . بالرغم من أن الأبعاد الباعية لم تتأثر، فإن الأبعاد الوترية المكافئة (المحوّلة) تتأثر. لذا، بالرغم من أن المقاطع الايرودينامي للأجنحة المكافئة تبقى متشابهة جيومترياً، إلا أن النسبة الباعية تتغير. الدفق التضاعطي حول الجناح ذو النسبة الباعية  $AR$  عند رقم ماخ  $M_\infty$  يكافئ الدفق اللاتضاعطي حول جناح له النسبة الباعية  $AR\sqrt{1-M_\infty^2}$ . وهذا موضح في الشكل 8.4. دراسة التغيرات في مجال الدفق دون الصوتي (بالكامل) حول جناح معين مع زيادة رقم ماخ تكافئ دراسة الدفق اللاتضاعطي حول سلسلة من الأجنحة متناقصة النسبة الباعية.

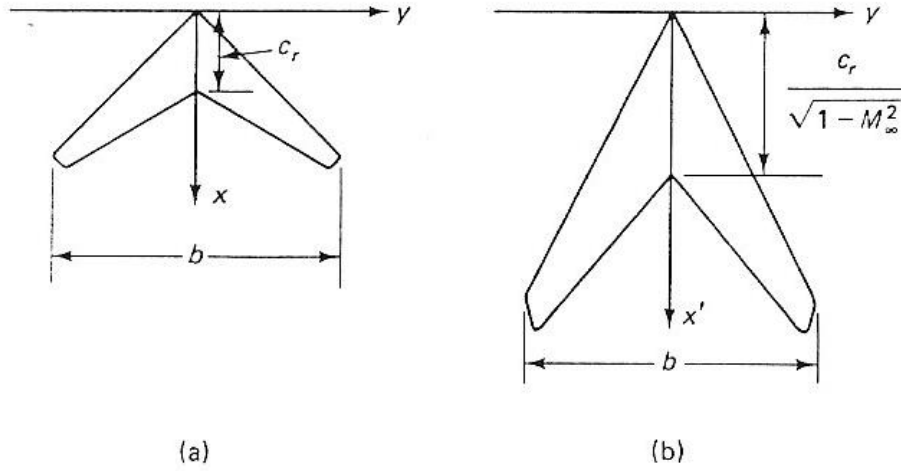


FIGURE 8-4 Wings for flows related by the linearized transformation: (a) wing for compressible flow; (b) corresponding wing for incompressible flow.

الشكل 8.4 أجنحة ذات دفق مرتبط بواسطة التحويل الخطي (a) أجنحة عند دفق تضاعفي (b) أجنحة مكافئة عند دفق لا تضاعفي

الشكل 8.4

لهذا التقريب الخطي، معامل الضغط للدفق التضاعفي  $C_p$  يساوي

$$C_p = \frac{C_p'}{\sqrt{1-M_\infty^2}} \dots\dots\dots 8.16b$$

حيث  $C_p'$  هي للنظام المكافئ

(ونفس الكلام عن باقي الخصائص الايرودينامية مثل  $C_L$ )

أثر التضاعفية على مجال دفق حول مقطع ايرودينامي هو زيادة السرعات المقفلة

الأفقية فوق سطح المقطع الايرودينامي بنسبة  $1/\sqrt{1-M_\infty^2}$ . هذا التعديل يسمى صيغة

Prantl-Glauert. التغير الناتج في ميل منحنى الرفع مع تغير رقم ماخ مبين في الشكل

8.5 لمقطع ايرودينامي ثنائي الأبعاد غير ممتد (unswept).

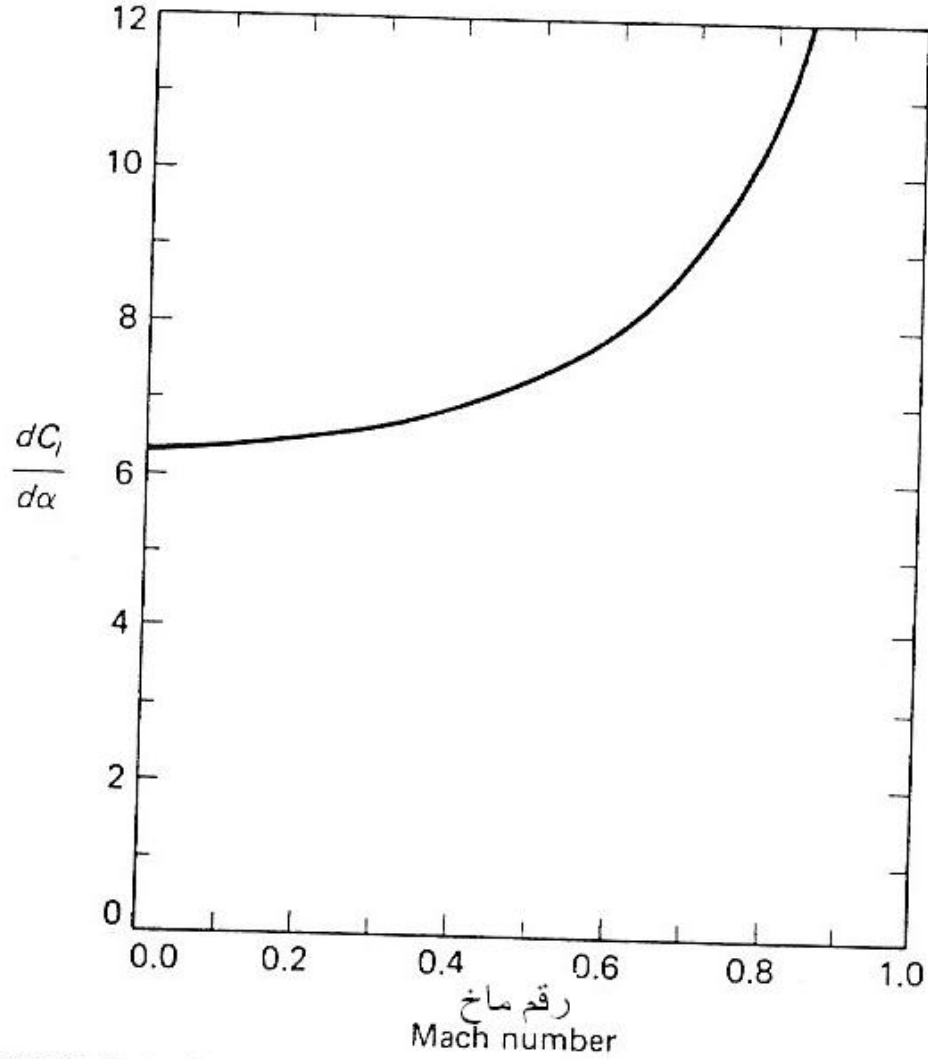


FIGURE 8-5 Variation of lift-curve slope with Mach number using Prandtl-Glauert formula.

الشكل 8.5 التغير في ميل منحنى الرفع مع رقم ماخ باستخدام صيغة Prantl-Glauert

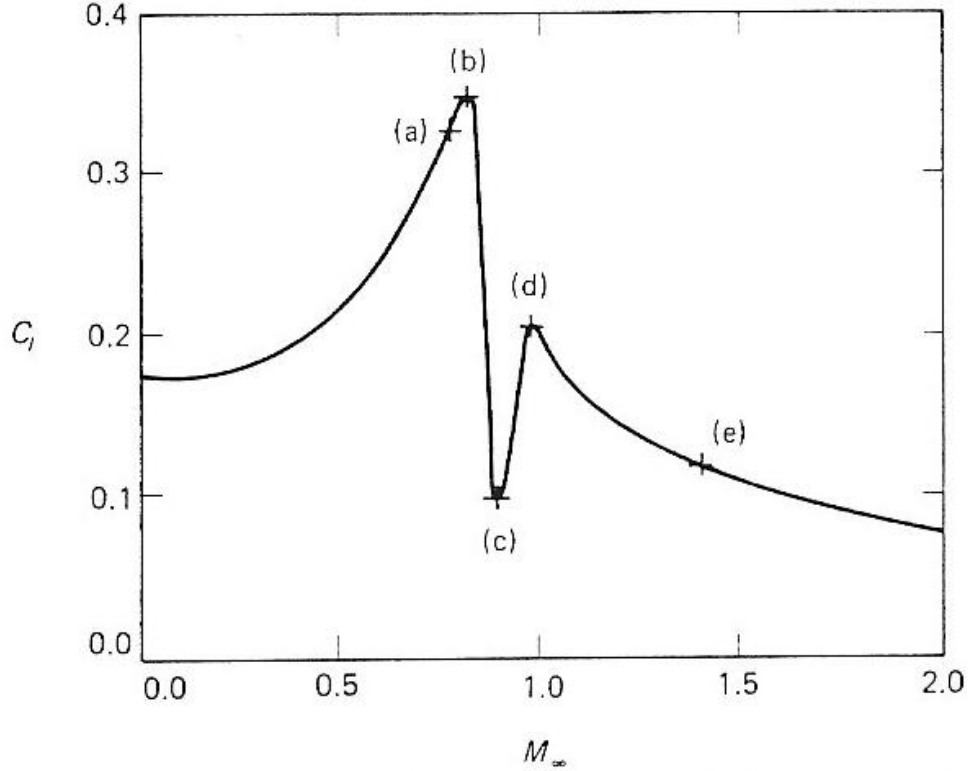
الشكل 8.5

بالرغم من أن صيغة Prantl-Glauert تعطي طريقة سهلة لحساب مجال الدفع حول مقطع ايرودينامي ، إلا أن هذه الطريقة تبخس تقدير أثر التضاغطية على قيمة القلاقل للمقاطع الايرودينامية ذات السمك المحدود (finite) (وليس الرقيقة) . كلما اقترب رقم ماخ للنتيار الحر من قيمة 1 فإن الكمية  $1/\sqrt{1-M_\infty^2}$  تقترب من اللانهاية مما يجعل العديد من العوامل تقترب من اللانهاية . أي أن صيغة Prantl-Glauert تبدأ تبتعد عن القيم الفعلية كلما اقترب

رقم ماخ من 1 . عدم الدقة النسبية عند رقم ماخ معين يعتمد على سمك المقطع وعلى زاوية الهجوم.

## 8.2 الدفق الصوتي الانتقالي (transonic) حول مقطع ايرودينامي غير ممتد (unswept)

معاملات الرفع التجريبية مبينة في الشكل 8.6 على صورة اقتران لرقم ماخ.



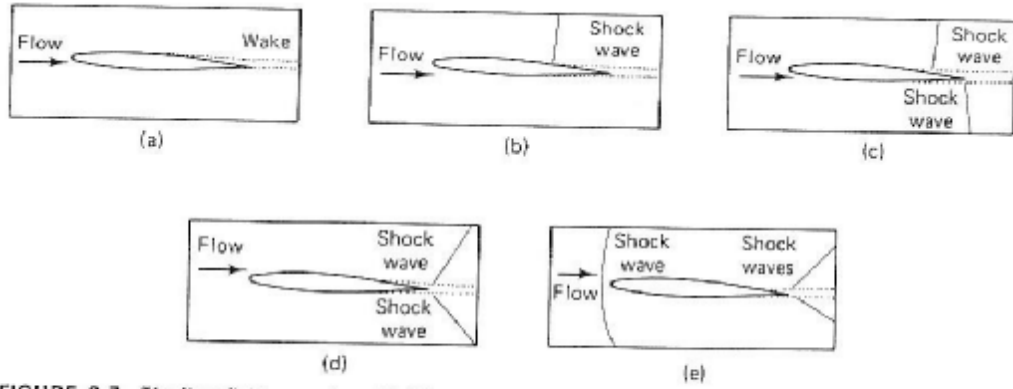
**FIGURE 8-6** The lift coefficient as a function of Mach number to illustrate the effect of compressibility (from Ref. 8.2). Refer to Fig. 8-7 for the flow fields corresponding to the lettered points on this graph.

الشكل 8.6 معامل الرفع كاقتران لرقم ماخ من أجل تبيين أثر التضاغطية . ارجع إلى الشكل 8.7 لمجالات الدفق ذات النقاط المرمزة في الشكل.

الشكل 8.6

القيم تبين أن الدفق لا يتغير (بصورة أساسية) إلى حين الوصول إلى حوالي نصف سرعة الصوت. تغيرات معامل الرفع مع رقم ماخ تبين التغيرات المعقدة في مجال الدفق خلال نطاق السرعات الصوتية الانتقالية. سنركز على معاملات الرفع عند خمس أرقام ماخ (مرمزة بالرموز a إلى e). هناك فروق ملحوظة موجودة بين مجالات الدفق عند أرقام ماخ الخمسة هذه. لتوضيح التغيرات الأساسية في الدفق نستعين بالرسومات في الشكل 8.7 .

- (a) عندما يكون رقم ماخ للتيار الحر 0.75 ، فإن الدفق فوق السطح العلوي يتباطئ من سرعات الدفق الموضعية والتي هي فوق صوتية بدون موجة صدمية (shock wave) . معالم الرفع يكون حوالي 60% أكبر منه للدفق البطيء عند نفس زاوية الهجوم.
- (b) عند  $M_{\infty} = 0.81$  معامل الرفع يصل قيمته القصوى، والتي هي تقريباً ضعفي قيمة السرعة المنخفضة . كما هو موضح في الشكل 8.8a ، فإن الدفق يكون فوق صوتي في الـ 70% الأولى من السطح العلوي ، وينتهي في موجة صدمية . الدفق على السطح السفلي دون صوتي في كل مكان . لان الدفق اللزج ينفصل بعيد الموجة الصدمية ؛ فإن المخر (wake) يكون أوسع منه في (a) .
- (c) عند  $M_{\infty} = 0.89$  الدفق يكون فوق صوتي فوق كل السطح السفلي تقريباً ويتباطئ إلى دون صوتي بسبب الموجة الصدمية عند الحافة الخلفية . كنتيجة ، ضغوط السطح السفلي عند  $M_{\infty} = 0.89$  أقل منها عند  $M_{\infty} = 0.81$  . الدفق على السطح العلوي لا يختلف كثيراً عن ذلك في الشكل 8.7b . كنتيجة فإن الرفع يتناقص بشدة. الانفصال بعيد الموجة الصدمية في السطح العلوي يكون أكثر وضوحاً والمخر المضطرب (turbulent wake) يكون أوسع. الموجة الصدمية عند الحافة الخلفية للسطح السفلي تعزل السطح العلوي عن السطح السفلي. كنتيجة فإن هبوط الضغط على السطح العلوي قرب الحافة الخلفية يكون أكبر منه عند السطح السفلي. الشكل 8.8a يبين توزيع الضغط ورقم ماخ الموضعي المعني.
- (d) عندما يكون رقم ماخ للتيار الحر يساوي 0.98 فإن الموجات الصدمية على السطح العلوي والسفلي تصل الحافة الخلفية . رقم ماخ الموضعي هو فوق صوتي لمعظم المقطع الايرودينامي (للسطحين العلوي والسفلي) .
- (e) عندما يكون رقم ماخ للتيار الحر فوق صوتي، تتكون موجة صدمية قوسية (أعني الموجة الصدمية الغير متصلة في مقدمة الحافة المتقدمة) . الدفق حول المقطع الايرودينامي هو فوق الصوتي في كل مكان باستثناء المنطقة القريبة جداً من المقدمة المستديرة للمقطع الايرودينامي. الموجات الصدمية عند الحافة الخلفية تبقى موجودة لكنها تصبح أضعف.



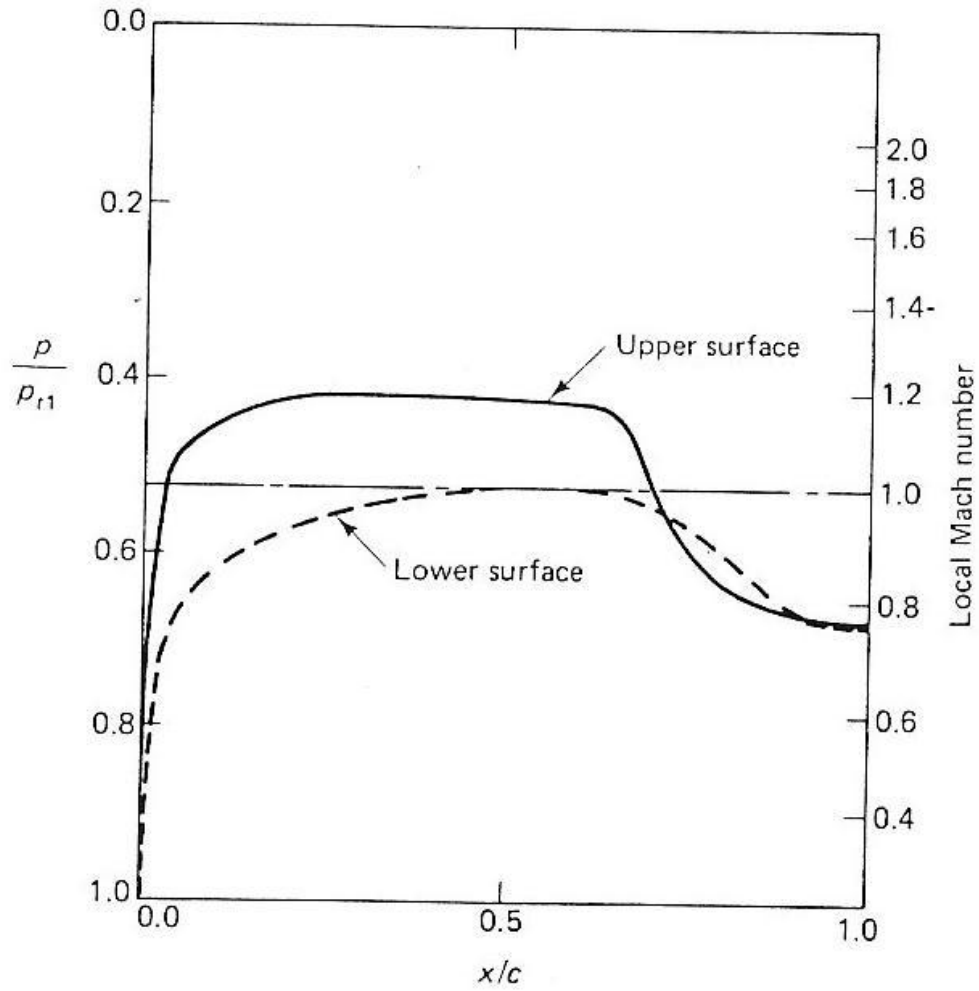
**FIGURE B-7** The flow field around an airfoil in transonic streams based on schlieren photographs (from Ref. 8.2): (a) Mach number  $M_\infty = 0.75$ ; (b) Mach number  $M_\infty = 0.81$ ; (c) Mach number  $M_\infty = 0.89$ ; (d) Mach number  $M_\infty = 0.98$ ; (e) Mach number  $M_\infty = 1.4$ .

الشكل 8.7 مجال التدفق حول المقطع ایرودینامی فی تيارات صوتية انتقالية (transonic)

(a) رقم ماخ  $M_\infty = 0.75$ ; (b)  $M_\infty = 0.81$ ; (c)  $M_\infty = 0.89$ ; (d)  $M_\infty = 0.98$ ; (e)  $M_\infty = 1.4$ .

الشكل 8.7





(a)

**FIGURE 8-8** Pressure distribution and local Mach number distribution for transonic flows around an airfoil (from Ref. 8.2): (a) flow at the trailing edge is subsonic,  $M_{\infty} = 0.81$ .

الشكل 8.8a توزيع الضغط وتوزيع رقم ماخ الموضعي للدفق فوق الصوتي حول مقطع ايرو دينامي  $M_{\infty} = 0.81$ . (a)

الشكل 8.8a

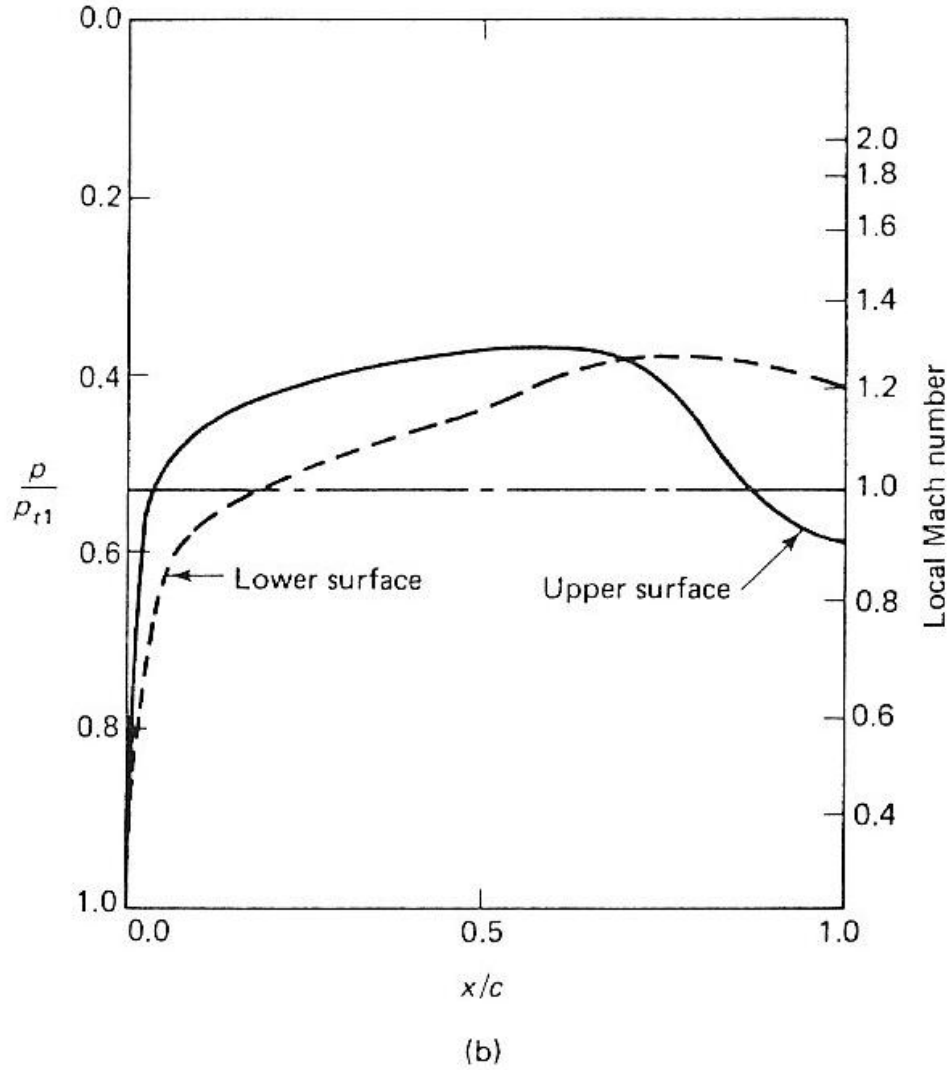


FIGURE 8-8 (b) flow at the lower surface trailing edge is supersonic  $M_{\infty} = 0.89$ .

الشكل 8.8b توزيع الضغط وتوزيع رقم ماخ الموضعي لدفق صوتي انتقالي حول مقطع إيرودينامي  $M_{\infty} = 0.89$  (b)

الشكل 8.8b

القيم المبينة في الشكل 8.6 إلى 8.8 تبين أثر رقم ماخ لمقطع إيرودينامي معين عند زاوية هجوم معينة. عوامل - مثل نسبة سمك المقطع والاحدياب ونصف قطر مقدمة المقطع - أيضاً تؤثر على قيمة تأثيرات التضاغطية. الدفق الصوتي الانتقالي حساس جداً لمنحنيات (contour) سطح الجسم؛ لأن التغيرات في ميل السطح تؤثر على موقع الموجة الصدمية وبالتالي على مجال الدفق اللالزج وأيضاً على الطبقة المتاخمة أسفل التيار.

أيضاً كما أخذنا في وحدة 7 (أي في الكتاب الأصلي) ، تفاعل الموجة الصدمية/الطبقة المتاخمة والتكون المحتمل للانفصال أسفل التيار بالنسبة للموجة الصدمية يكونان حساسان لنوع (character) الطبقة المتاخمة وعلى سمكها وعلى نمط سرعتها عند موقع الانفصال. لأن الطبقة المتاخمة المضطربة بإمكانها أن تتغلب على ممالات ضغط معاكسة أعلى منها للطبقة المتاخمة الطبقيّة؛ فإن تفاعل الموجة الصدمية/الطبقة المتاخمة يكون أصغر للطبقة المتاخمة المضطربة. لذا، فإنه يجب الاهتمام برقم رينولدس عند محاكاة الدفق في النفق الهوائي. فرق كبير في أرقام رينولدس بين الدفق الأصلي والمحاكى قد يسبب اختلافات ملحوظة في موقع الموجة الصدمية ومجال الدفق الناتج .

الشكل 8.9 يبين معاملات الرفع التجريبية - لجناح مستطيل غير ملتوي

(untwisted) له نسبة باعية 2.75 والمقطع الايرودينامي هو NACA65A005 (مقطع متمائل له  $t=0.05c$ ) - كاقتران لزاوية الهجوم. والشكل 8.10 يعطي الرسومات القطبية للمقاومة . هذه القيم مأخوذة عند أرقام رينولدس  $1 \times 10^6$  إلى  $1.8 \times 10^6$ . نلاحظ أن ميل منحنى الرفع هو اقتران لرقم ماخ للتيار الحر. أيضاً ، العلاقة الخطية بين معامل الرفع وزاوية الهجوم تبقى صحيحة لزاويا هجوم أعلى للدفق فوق الصوتي.

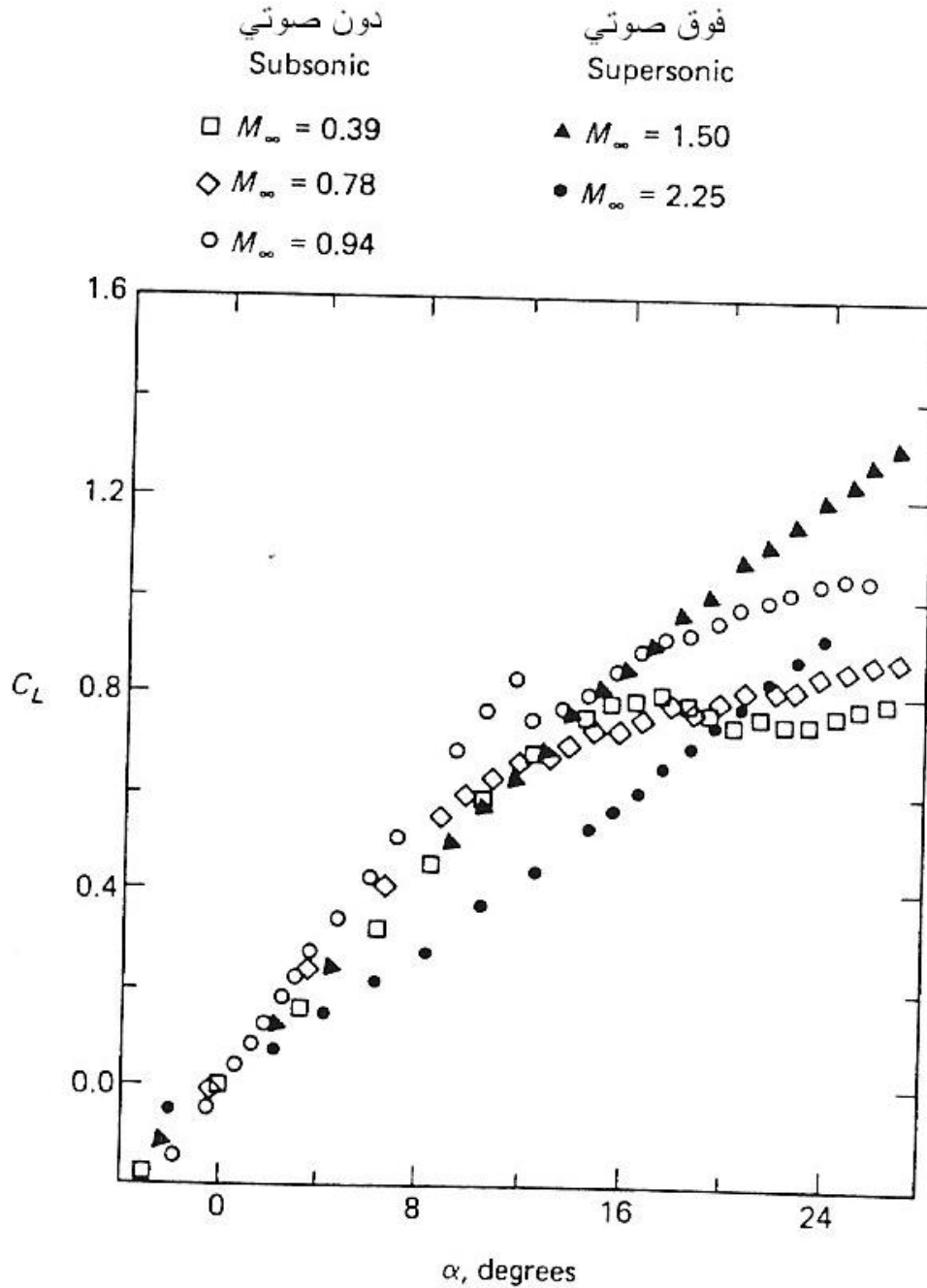


FIGURE 8-9 The effect of Mach number on the lift-coefficient/ angle-of-attack correlation for a rectangular wing,  $AR = 2.75$  (data from Ref. 8.3).

الشكل 8.9 أثر رقم ماخ على علاقة معامل الرفع مع زاوية الهجوم لجناح مستطيل له  $AR=2.75$

الشكل 8.9

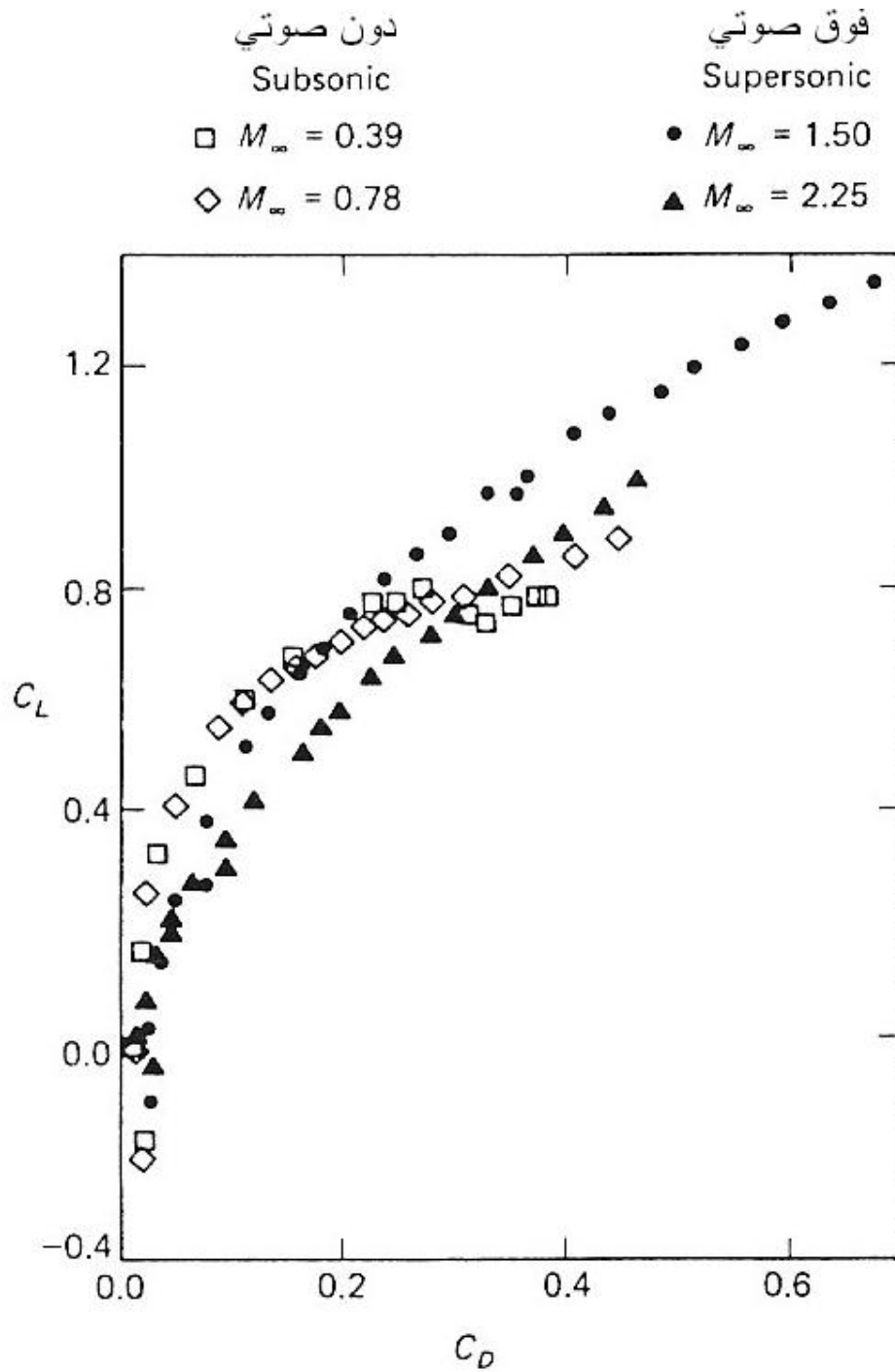


FIGURE 8-10 The effect of the Mach number on drag polars for a rectangular wing,  $AR = 2.75$  (data from Ref. 8.3).

الشكل 8.10 أثر رقم ماخ على علاقة الرسومات القطبية للمقاومة  
لجناح مستطيل له  $AR=2.75$ .

الشكل 8.10

### 8.3 الأجنحة الممتدة (swept) عند سرعات صوتية انتقالية

المقاومة عند السرعات الصوتية الانتقالية والسرعات فوق صوتية يمكن تخفيضها بصورة كبير بواسطة الامتداد التراجعي (sweepback) للأجنحة. الشكل 8.13 يثبت هذه الملاحظة المهمة .

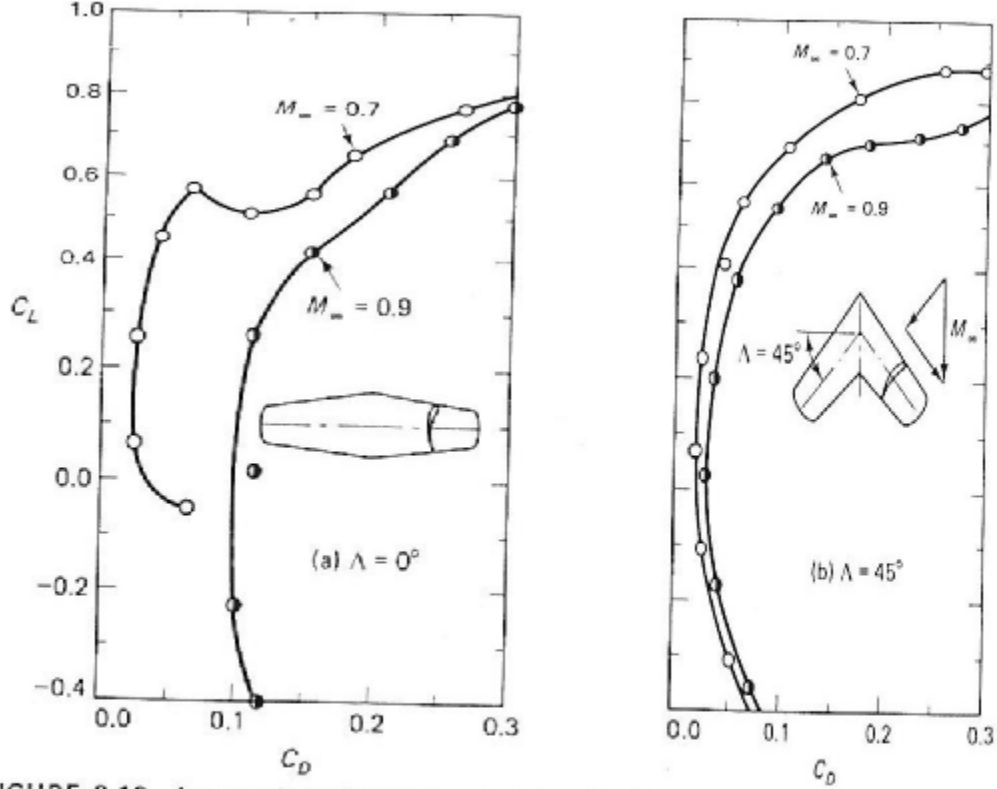


FIGURE 8-13 A comparison of the transonic drag polar for an unswept wing with that for a swept

الشكل 8.13 مقارنة بين الرسات القطبية للمقاومة للجناح غير الممتد (unswept) مع الجناح الممتد (swept) .

الشكل 8.13

معاملات الرفع التجريبية والرسات القطبية للمقاومة لجناح دلتا نسبته الباعية 2.31 ومقطعه العرضي NACA65A005 (مقطع متماثل له  $t=0.05c$ ) مبينة في الشكل 8.14 . حصلنا على هذه البيانات لأرقام رينولدس بين  $1 \times 10^6$  و  $1.8 \times 10^6$  . عند السرعات دون الصوتية، تكون بيانات معامل الرفع/زاوية الهجوم لأجنحة دلتا مختلفة كثيراً عن تلك للجناح المستطيل . حتى في السرعات دون الصوتية ، الرفع عبارة عن اقتران خطي لزاوية الهجوم حتى الوصول إلى زوايا هجوم كبيرة. لكن ، خلال نطاق زوايا الهجوم الذي يكون فيه معامل

الرفع اقتران خطي لزاوية الهجوم ، فإن ميل منحنى  $(dC_L / da)$  أكبر للأجنحة المستطيلة لجميع أرقام ماخ للتيار الحر المعنية.

نستطيع استخدام تصميم متغير الجيومترية (أي الجناح المتأرجح (swing-wing)) للحصول على ازدواج مناسب للخصائص عالية السرعة ومنخفضة السرعة. في الشكل عالي الامتداد قليل النسبة الباعية، يعطي الجناح متغير الجيومترية مقاومة موجبة قليلة. أيضا يمكن الحصول على طيران دون صوتي مطرد كَفُوً ومانورة جيدة عند السرعات المنخفضة بواسطة انقاص الامتداد وزيادة النسبة الباعية للجناح المذكور. لكن للأسف تصميم الجناح المتأرجح معقد ويقلل المساحة المتاحة للوقود ووزن المفاصل كبير. الشكل 8.15 يبين تصميم متغير الجيومترية.

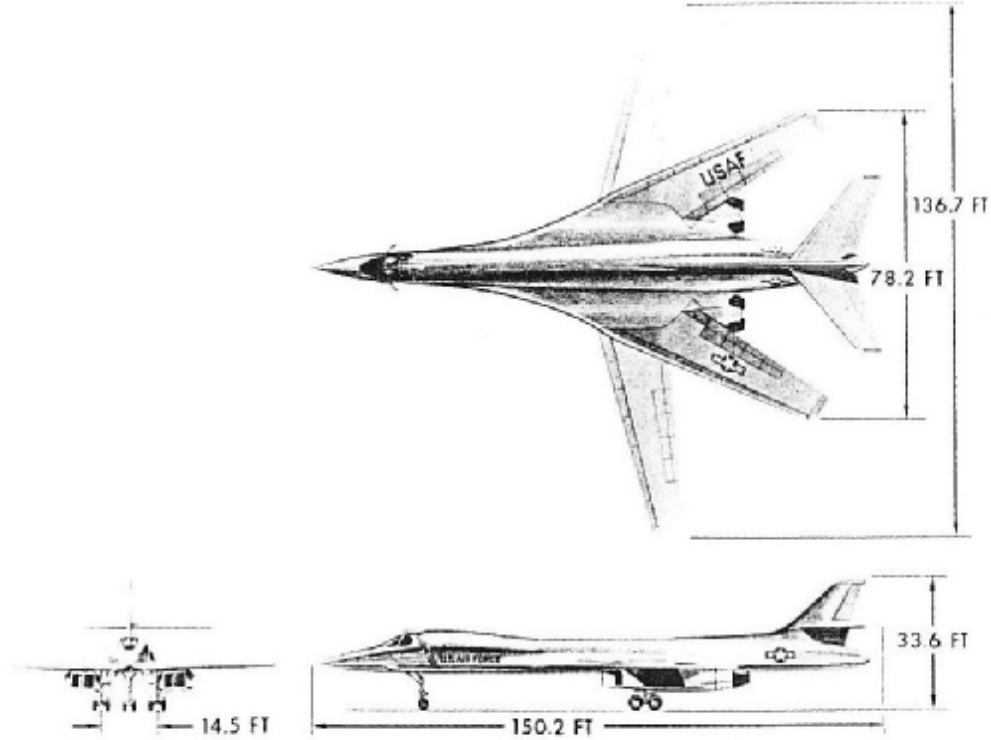


FIGURE 8-15 A variable geometry (swing-wing) aircraft, the Rockwell International B-1 (Courtesy, Rockwell International): (a) three-view sketches illustrating the variable-geometry wing.

الشكل 8.15

### تفاعلات الجناح- جسم الطائرة و "قاعدة المساحة" (Area Rule)

يتحدث الكتاب الأصلي عن تفاعلات دفع الجناح-جسم الطائرة عند السرعات الصوتية الانتقالية (transonic) ، ثم يتحدث عن طريقة لتحديد تعديل مناسب على شكل جسم الطائرة من أجل الحصول على خصائص أفضل بما فيها تقليل المقاومة؛ وهذه الطريقة تسمى قاعدة المساحة (Area Rule). بعض التفاصيل في الكتاب الأصلي لمن أراد.

#### 8.4 الطائرة الصوتية الانتقالية (transonic aircraft)

تحدث الكتاب الأصلي عن بعض الطرق الرقمية (وبالتالي الحاسوبية) لحساب مجال الدفق وبالتالي الخصائص الايرودينامية للطائرة التي تطير عند سرعات صوتية انتقالية (transonic) . فليراجعها هناك من أراد .

#### مسائل

8.2 جناح مستطيل له نسبة باعية مقدارها 3.5 ويطير عند  $M_{\infty} = 0.85$  عند ارتفاع 12km . استخدمنا مقطع ايرودينامي من نوع NACA0006 . ما هو المقطع الايرودينامي والنسبة الباعية للنظام المكافئ .

#### قائمة ترجمة المصطلحات

Transonic	صوتي انتقالي
Compressible	تضاغطي
Incompressible	لاتضاغطي
Density	كثافة
Shock wave	موجة صدمية
Wake	مخر
Drag polar	الرسمه القطبية للمقاومة
Sweep	امتداد
Sweepback	امتداد تراجع
Swept	ممتد
Unswept	غير ممتد



بسم الله الرحمن الرحيم

10 & 9

الأجنحة في الدفق فوق الصوتي

Wings in supersonic flow

في هذه الوحدة سوف نأخذ بعض المقتطفات والنتائج المفيدة من وحدة 9 و 10 في الكتاب الأصلي دون الخوض في التفاصيل والاشتقاقات.

هناك مقاومة موجية (wave drag) ملحوظة للدفق فوق صوتي .

الخبرة أثبتت أن الحافة المتقدمة والحافة الخلفية للمقاطع الايرودينامية فوق صوتية

يجب أن تكون حادة. إذا لم تكن الحافة المتقدمة حادة فستنشأ موجة صدمية أمام الحافة

المتقدمة والتي تسبب مقاومة موجية عالية نسبياً .

الجدول التالي يبين علاقات معامل الرفع  $C_L$  ومعامل المقاومة  $C_D$  ومعامل عزم

الخطران حول الحافة المتقدمة  $C_{M_0}$  ومركز الضغط  $x_{cp}$ ؛ لأجنحة مستطيلة محدودة الباع

ولامتناهيّة الباع؛ لعدة مقاطع ايرودينامية .

جدول 10.1

النوع	جناح لامتناهي الباع	جناح محدود الباع
$C_L$	$\frac{4a}{b}$	$\frac{4a}{b} \left[ 1 - \frac{1}{2ARb} (1 - C_3A') \right]$
$C_D$	$\frac{K_1 t^2}{b} + \frac{4a^2}{b} + C_{D,friction}$	$\frac{K_1 t^2}{b} + C_{D,friction} + \frac{4a^2}{b} \left[ 1 - \frac{1}{2ARb} (1 - C_3A') \right]$
$C_{M_0}$	$\frac{2a}{b} (1 - C_3A')$	$\frac{2a}{ARb^2} \left[ ARb - \frac{2}{3} - C_3A'(ARb - 1) \right]$
$x_{cp}$	$(1 - C_3A') \frac{c}{2}$	$\left[ \frac{ARb - \frac{2}{3} - C_3A'(ARb - 1)}{2ARb - 1 - C_3A'} \right] c$

$C_{D,friction}$  هو معامل الاحتكاك السطحي

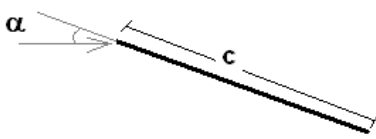
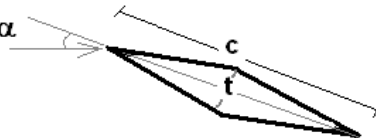
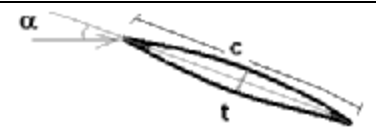
$$C_3 = \frac{g M_\infty^2 + (M_\infty^2 - 2)^2}{2(M_\infty^2 - 1)^{3/2}}$$

$$A' = \frac{\text{المساحة العرضية للمقطع الايرودينامي}}{\text{مربع الوتر}}$$

$a$  صغيرة ؛ ووحدتها هي rad

$$b = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

قيم  $A'$  و  $K_1$  :

$K_1$	$A'$	رسمة المقطع العرضي	نوع المقطع العرضي
0	0		صفحة مسطحة رقيقة
4	$\frac{t}{2}$		ثنائي الوتد (double-wedge)
6	$\frac{2t}{3}$	-	ثنائي الوتد معدل (modified double-wedge)
5.33	$\frac{2t}{3}$		ثنائي التحدب (biconvex)

في الطبعة الثانية من هذا المختصر - بإذن الله - سيكون هناك المزيد من التفاصيل والجدول لموضوع الدفق فوق الصوتي.

#### قائمة ترجمة المصطلحات

Supersonic	فوق صوتي
Wave drag	مقاومة موجية
Friction	احتكاك