УДК 164

А. Г. Пушкарский

О СУДЬБЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ФИЛОСОФСКОГО ЗАМЫСЛА СОЗДАТЕЛЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ: К 200-ЛЕТИЮ ДЖОРДЖА БУЛЯ[1]

Рассматривается история реализации главного философского замысла пионера математической логики Джорджа Буля. Замысел заключался в использовании созданных им логико-алгебраических и теоретико-вероятностных методов для моделирования процессов мышления. Несмотря на то что этот проект оказался несостоятельным, современное развитие computer science и программирования удивительным образом подтвердило идеи Буля о плодотворности применении строгих методов логических исчислений в области выражения процессов мышления.

The article considers the history of George Boole's main philosophical conception consisting in using his logical-algebraic and theoretical-probabilistic methods in modelling thought processes. Despite the project's failure, current developments in computer science and programming have surprisingly confirmed Boole's ideas on the applicability of rigorous methods of logical calculus in the explication of thought processes.

Ключевые слова: история логики, Джордж Буль, проблема психологизма в логике, моделирование процессов мышления.

Key words: history of logic, George Boole, problem of psychologism in logic, thought processes modelling.

Второго ноября 2015 г. мировое сообщество отметило 200-летие Джорджа Буля, который по праву считается создателем современной математической логики. Его пионерская работа «Математический анализ логики, являющийся опытом исчисления дедуктивного рассуждения» была опубликована в 1847 г. и действительно стала поворотным пунктом в развитии логики. Для того чтобы провести рациональную и историческую реконструкцию возникновения новой символической логики в Британии в середине XIX в. следует эксплицировать ее основные источники в виде алгебры логики. По нашему мнению, можно выделить три таких источника. Первый, собственно логический, связан с длительной и скандальной дискуссией между Августом де Морганом и сэром Уильямом Гамильтоном по проблеме квантификации предиката

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ. Проект «Проблема психологизма в логических учениях второй половины XIX — начала XX века (Англия, Германия, Россия)» №13-03-00564.

в категорических суждениях. Второй, математический, имеет непосредственное отношение к деятельности основанного в 1812 г. Аналитического общества, где и родилась концепция символической алгебры. И наконец, третий — это экстралогический источник, то есть теологические и философские идеи, повлиявшие на создание новой логики.

В связи с последним источником будет интересно остановиться на удивительной судьбе главного философского замысла Буля в области логики. Жена Буля Мэри Эверест неоднократно в своих книгах, написанных после смерти мужа, высказывала мысль, что в основе логико-математических открытий и жизненных установок ее мужа лежала психологическая теория познания, основанная на религиозном опыте [2, p. 962]. Она называет ее «методом Буля». Свой метод преподавания, обучения и научного открытия, по ее словам, Буль открыл в результате внезапной вспышки «божественного откровения», когда ему было семнадцать лет. И он верил, что Бог призвал его объяснить, как работают процессы человеческого мышления. Также она утверждала, что впервые он связал свой пересмотр психологического знания с чтением священной литературы и что «с помощью ученого еврея в Линкольне он узнал истинную природу открытия, которое угнетало его» [2, p. 951].

Что это за теория познания? Лучший способ описать ее — это процитировать версию Мэри Эверест Буль: «Сознание человека представляет собой механизм, который, кроме того что получает восприятия через ощущения, получает информацию и от некоторого источника, невидимого и неопределимого, доступ к которому открывается всякий раз, когда сознание человека после периода интенсивного напряжения, вызванного несогласованностью, контрастами и конфликтами между элементами мышления, обращается к созерцанию тех же элементов в их единстве или как частей, составляющих единое целое» [2, p. 795]. «Метод Буля» в первую очередь направлен на то, чтобы обратиться к сознанию и раскрыть способы работы этого механизма. Все это следует оценить и сопоставить для того, чтобы достичь синтеза в высшем единстве, в котором и воплощаются эти противоположности. Успех процесса последовательного объединения должен быть основан на том, что Бог, будучи Единым, так привлекает человеческий разум, что он, таким образом, чувствует инстинктивное стремление к монизму [2, p. 951—952]. Логика Буля основана на фундаментальном уравнении $x^2 = x$. Это уравнение формируется двумя противоположными элементами $(1 - x)$ и x, сумма которых дает **1**, то есть весь Универсум рассуждения. По Мэри Эверест Буль, «это было то, что де Морган и Джордж Буль открыли независимо друг от друга, и то, что Гратри (французский теолог Огюст Жозеф Альфонс Гратри) также открыл самостоятельно; что общее уравнение ***x* + не-*x* = 1** есть предельный критерий истины для человека, потому что он представляет собой арифметику человеческого мышления и ключ к человеческой психологии...» [2, p. 565]. «Мой муж показал, что даже силлогистическая логика становится несравненно более быстродействующей и мощной в своем применении, если добавить специальные посылки для силлогизма, представляющие определенную информацию, выражающие веру (faith) в единство каждой пары противоположных пар» [2, p. 628].

Насколько можно доверять Мэри Эверест Буль в оценке философской составляющей творчества ее мужа? Сама она была человеком творческим и самостоятельным и написала несколько книг, имевших большой успех в Великобритании в конце XIX в. Одна из них предназначалась для приобщения детей к науке и называлась «Философия и занимательная алгебра» [8]. Исследователь ее творчества Луис Лэйта (см.: [7]) полагает, что существуют веские доводы для того, чтобы принять ее точку зрения на источники и цели исследований Буля.

Однако обратимся к работам самого Буля и попробуем кратко охарактеризовать его главный философский замысел, который он попытался воплотить при помощи созданного им логического исчисления. Вот как Буль формулирует цели и задачи своего главного труда «Законы мышления» (*Laws of Thought*): «изучить основные законы тех операций ума, посредством которых осуществляются рассуждения; в том, чтобы дать выражение этих законов в символическом языке логического исчисления и на этом основании утвердить логику как науку и ее методы, в том, чтобы сделать эти методы базисом еще более общего метода в целях приложения его к математической теории вероятности; и наконец, в том, чтобы, объединив различные элементы истины, проложить путь к выдвижению некоторых вероятностных указаний, касающихся природы и структуры человеческого мышления» [4, p. 1—2]. Таким образом, важнейшую часть его трактата «Законы мышления» составляет именно теория вероятности, основанная на его логической алгебре и представляющая собой метод непосредственного конструирования модели человеческого мышления. Надо сказать, что эта теория не была ни понята, ни принята его современниками и последователями[2]. И только в конце XX в. появились серьезные исследования, посвященные адекватной реконструкции теории вероятности Буля, которые позволили оценить логико-математическую и философскую глубину его работ. Наиболее тщательной и основательной является «Логика Буля и вероятность» специалиста по вероятностной логике Теодора Гальперина [5]. Именно к этому труду следует обратиться для того, чтобы более тщательно разобраться в идеях Буля, касающихся логики и теории вероятности.

Тем не менее попробуем рассмотреть некоторые основные положения Булевой теории (логики) вероятности, следуя ее более «философскому» изложению и интерпретации (см.: [6]). Итак, Буль считает, что существуют два различных подхода к изучению вероятности: через «числа» и через «логику». С философской точки зрения главным образом интересна его попытка показать, что два таких явно различных способа понимания вероятности могут быть совмещены. Буль конструирует теорию вероятности как расширение своей алгебры логики, центральным пунктом которого является определение статистического вывода в рамках его системы. Уже в «Математическом анализе логики» он намекает на возможность подобного подхода к изучению вероятно-

---

[2] В своей статье [1] мы высказали предположение о том, что идея, концепция и структура «Законов мышления» ясно показывают их аналогию и параллелизм с программой метапсихологизма В.Н. Брюшинкина.

сти: «Это на самом деле возможно — развить теорию вероятности (понимаемой чисто количественно) так, чтобы прийти к системе методов и процессов для трактовки гипотетического точно так же, как мы это делаем здесь» [3, p. 82].

Глава XVI «Законов мышления» «О теории вероятности» начинается с выявления приемлемых принципов этой теории. Буль приводит определение вероятности, которое дано французским математиком Симоном Дени Пуассоном в его «Исследованиях вероятностных суждений» (*Recherches sur la Probabilité des Jugements*): «Мера вероятности события есть отношение числа случаев, благоприятствующих этому событию, к общему числу случаев благоприятных или наоборот, то есть всех возможных (которые с равной вероятностью произойдут)» [4, p. 244]. Отсюда Буль делает заключение, что так охарактеризованная вероятность должна касаться субъективных состояний знания тех, кто выполняет расчеты: «...понятие вероятности, в его математическом выражении, имеет отношение к состоянию наших знаний об обстоятельствах, при которых событие может произойти или не произойти» [4, p. 244]. По его мнению, такое определение является некорректным и вероятность должна состоять в установлении объективного критерия условий возможности или невозможности вероятного некоторого события. Свою же цель Буль видит в том, чтобы прийти к построению объективной теории вероятностей: «Давайте стремиться перейти от вышеуказанных заявлений и определений к строгой формулировке концепций обоснованных объектов и задач теории вероятностей» [4, p. 245].

Алгебраические операции, которые Буль упоминает в связи с общепринятыми принципами вероятности, являются арифметическими, а не логическими. Тем не менее в главе I «Законов мышления», посвященной «природе и замыслу данной работы», Буль говорит о возможности совмещения численных и логических методов в своей формальной теории вероятности, что отличает его подход от всех остальных. Он утверждает: «Говоря технически, мы должны иметь возможность выразить вероятность события, которую мы ищем, как функцию событий, вероятности которых нам даны. И тогда это будет явное определение, которое во всех случаях будет относиться логической дисциплине. Однако сама вероятность события в его математическом понимании допускает численные измерения. Отсюда предмет теории вероятности в равной степени принадлежит науке о числе так же, как и логике…» [4, p. 13].

Далее Буль утверждает, что нет никакой разницы, будет ли теория вероятности в своей стандартной форме выведена из прикладной арифметики или из общих формальных алгебраических отношений, интерпретируемых Булем в одних случаях как логических и в других как арифметических: «Теория вероятности состоит, как уже было замечено... в равной степени в тесной связи с логикой и арифметикой; и безразлично, насколько ее результаты имеют отношение к ним, будем ли мы рассматривать их как возникающие из арифметики или как основанные на взаимоотношениях, связывающих эти науки вместе» [4, p. 17].

Буль формулирует семь принципов вероятности Лапласа в своей алгебраической логике. К примеру, он определяет дополнительность вероятности ненаступления события, чья вероятность осуществления есть p, выраженная в первом принципе как $1 - p$. Эта алгебраическая формула имеет прямую аналогию с символическим представлением Булем предикатов дополнительности и определения условий истины и лжи для сложных суждений в логике (например, условных), которые он называл вторичными (secondary propositions). Затем Буль приступает к тому, чтобы установить сходимость численных и логических методов в теории вероятности.

Закон двойственности для теории вероятности изоморфен таковому в логике Буля. Буль утверждает, что для любого предикатного термина x выполняется условие $x(1 - x) = 0$. Это означает, что логическое произведение x и дополнения x равно 0. Другими словами, теоретико-множественное пересечение объема предиката и его дополнения не имеют ничего общего. Буль распространяет тот же логический принцип двойственности по аналогии на интуитивное обоснование перемножения вероятности осуществления и неосуществления одного и того же события. Он предлагает таблицу соответствий для вероятностей событий в рамках своей логической алгебры:

«**События**	**Вероятность**
xy, осуществление x и y	pq
$x(1 - y)$, осуществление x, но не y	$p(1 - q)$
$(1 - x)y$, осуществление y, но не x	$(1 - p)q$
$(1 - x)(1 - y)$, соединение непоявления x и y	$(1 - p)(1 - q)$

…очевидно, что это положение применимо, каково бы ни было число простых событий, вероятности которых даны и чье *совместное существование или несуществование* участвует в составном событии, вероятность которого мы стремимся определить» [4, p. 259].

Далее Буль распространяет свой метод устранения терминов из алгебраических уравнений логики на определение вероятностей для двух обширных категорий безусловных событий и, в более сложных применениях, для условных событий. Анализ вероятности для условно связанных событий интерпретируется, как объясняет Буль, «в соответствии с правилами исчисления логики» [4, p. 271]. Всеобъемлющая формальная структура для расчета значения вероятности является, таким образом, логической алгеброй Буля. После разъяснения арифметической оценки вероятностей в логическом контексте Буль переходит к объединению логического и численного подходов к теории вероятностей. Он пишет: «Было установлено, что... существуют два различных определения, или метода представления, на которых теория вероятностей может быть основана, одно из них непосредственно связано с Числом, другое напрямую с Логикой. Мы уже рассмотрели последствия, которые вытекают из численного определения вероятности, и показали, как это определение ведет нас к точке, в которой необходимость ее связи с логикой очевидно напрашивается сама собой. ...Мы увидели, в чем состоит природа этой связи; и далее, каким образом специфические процессы Логики и более привычные количественной Алгебры участвуют в общем методе решения, каждый из них так разрабатывает свой собственный объект, что эти два процесса могут рассматриваться как дополняющие друг друга» [4, p. 271].

Точную природу связи между численными и логическими аспектами теории вероятности все же можно объяснить. Буль указывает, что между этими двумя подходами есть аналогия и определенное совмещение общих принципов, которые идентичны по крайней мере в своих наиболее обобщенных математических формах, по которым они дополняют друг друга. Тем не менее он также считает, что есть различия в содержании, а также в интерпретации, которые имеют философское значение в понимании формальных законов вероятности. «Между символическим выражением исчислений Логики и Алгебры существует близкая аналогия, на которую неоднократно обращалось внимание в данном трактате. Можно даже сказать, что они обладают общностью форм и в очень значительной степени общностью законов. За одним исключением их различие состоит только в одном — интерпретации. Таким образом, одно и то же выражение допускает логическую или количественную интерпретацию в зависимости от конкретного смысла, который мы придаем символам, с ней связанным» [4, p. 271—272].

Буль пытается использовать преимущества предположения о логических отношениях между альтернативными взаимоисключающими событиями, которые он характеризует посредством логического сложения или исключающей дизъюнкции. Логическое сложение событий как исключающих альтернатив тогда имеет близкий числовой параллелизм в числовом сложении и делении вероятностей каждого из серии рассматриваемых событий, а вероятность любого из таких взаимоисключающих событий в серии рассчитывается как отношение числа альтернативных событий к общему числу возможных событий. Свой результат Буль выражает с помощью алгебры логики, интегрированной со стандартной численной интерпретацией вероятностей. Этот результат полностью согласуется с шестым принципом вероятности из теории Лапласа, к которой Буль обращается в своем исследовании. Буль сравнивает логические и численные интерпретации вероятности и их сложный синтез в своей теории: «Теперь появление любого события, которое может произойти в отдельных одинаково возможных случаях действительно эквивалентно возникновению чередования, то есть какой-то одной из множества альтернатив. Отсюда вероятность наступления события может быть выражена дробью, числитель которой представляет число случаев, благоприятных для его возникновения, а знаменатель — общее количество одинаково возможных случаев. Но это строгое численное определение меры вероятности. Это определение, следовательно, участвует в более специфическом логическом определении, последствия которого мы попытались проследить» [4, p. 274].

Демонстрация Булем сходимости логических и численных методов в теории вероятностей касается только ограниченного фрагмента расчетов, необходимых для стандартных оценок вероятности. Тем не менее предположение Буля об общем параллелизме между этими альтернативными интерпретациями вероятности имеет свое примечательное философское значение: найти на более высоком уровне взаимопроникающее единство логических и количественных подходов в теории вероятности, так же, как Буль предлагал это для альтернативных, логической и численной, интерпретаций алгебры в своем «Математическом анализе логики». В любом случае Буль считает очевидным сходимость логики и арифметики в исчислении вероятности в случае, который он рассматривает как доказательство общего тезиса: «Из наших исследований ясно, что, во-первых, выявляем ли мы вероятность события из обычного численного определения меры вероятности, или из определения, приписывающего численной мере вероятности такой закон определения ее значения, который устанавливает формальное тождество между логическим выражением событий и алгебраическим выражением их значений, мы приходим к той же системе практических результатов. Во-вторых, если вывести следствия из одного из двух упомянутых выше определений и рассмотреть их в связи с необходимо возникающими из них отношениями, это даст нам, по предположению или выводу, другое определение. Для научной точки зрения на теорию вероятности важно, что эти два принципа следует рассматривать вместе, в их взаимодействии и взаимозависимости» [4, p. 274—275].

Основная цель Буля — разработка формальной теории вероятности — состоит не только в том, чтобы обосновать высокий уровень обобщения логических и числовых отношений в вероятностных расчетах, так же, как в универсальной алгебре. Его задачей является, скорее, сформулировать и проиллюстрировать усовершенствованное и в некоторых отношениях более систематическое изложение теории вероятности, чем в работах своих предшественников. И это характерно для всех работ Буля в области математики — стремление достигнуть определенного рода простоты, единства, обобщения в любой из математических отраслей, которыми он занимался.

Хотя Буль и не достиг никаких неожиданных математических результатов в теории вероятности, усилия доказать сходимость логических и арифметических подходов к вероятности отличают его формализацию теории вероятности, индуктивных рассуждений и статистики даже от самых сложных современных изложений данной теории. Решив развивать ясно выраженную математическую теорию вероятности вместе с обобщенной алгебраической логикой в «Законах мышления», Буль, по сути, представлял свое исследование как образец единства и непрерывности математических методов. Базовые принципы рассуждений в логике и теории вероятности, таким образом, представлены у Буля как две стороны одной и той же обобщенной и универсальной алгебры, понимаемой им как метаматематика, выводимая из закономерностей механизма человеческого мышления. Символическая логика и теория вероятности приспособлены для решения разных задач, но, как считает Буль, он строго показал тесную взаимосвязь когнитивных задач, объединенных в различных интерпретациях базового основания его универсальной символической алгебры.

Однако Буль ошибался, думая, что наиболее важным вкладом будет применение его логики к теории вероятности, а затем использование ее для изучения процессов мышления. Теория вероятности с тех пор стала независимой математической теорией, не соприкасаясь с логикой в том смысле, как это задумывал Буль. Как подчеркивает американский логик и историк логики Дейл Жаке (см.: [6]), идея использования логики в качестве инструмента для систематического изучения мышления также не получила никакого существенного продолжения в годы, прошедшие после смерти Буля. Тем не менее до настоящего времени принципы алгебраической логики Буля получили неограниченно много практических воплощений. И сегодня просто впечатляет применение Булевой логики в проектировании, изготовлении, программировании и реализации бинарных цифровых вычислительных машин. Развитие алгебры Буля в этих областях, о которых он даже не мог предположить и которые в некоторых отношениях враждебны его концепции логики, является важным в качестве доказательства законности и истинности систематизации Булем логических законов мышления. Удивительным образом развитие вычислительных машин и программирования согласуется с идеями Буля в том, что мышление можно выразить с помощью строгих методов логического исчисления.

Список литературы

1. *Пушкарский А.Г.* Джордж Буль и проблема психологизма в логике // Электронное научное издание Альманах Пространство и Время. 2013. Т. 3, вып. 2. URL: http://www.j-spacetime.com/actual%20content/t3v2/3206.php (дата обращения: 15.10.2015).

2. *Boole M.E.* Collected works : in 4 vols. / ed. by E. M. Cobham. L., 1931. Vol. 2.

3. *Boole G.* The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning. Cambridge ; L., 1847.

4. *Boole G.* An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities. L. ; Cambridge, 1854.

5. *Hailperin T.* Boole's Logic and Probability. N.Y., 1986.

6. *Jacquette D.* Boole’s Logic // Handbook of the History of Logic. Vol. 4. British Logic in the Nineteenth Century. 2008. P. 331—379.

7. *Laita L.M.* Boolean algebra and its extra-logical sources: the testimony of Mary Everest Boole // History and Philosophy of Logic. 1980. №1. P. 37—60.

8. *Boole M.E.* Philosophy and Fun of Algebra. N.Y., 1891.

Об авторе

Анатолий Геннадьевич Пушкарский — ст. преподаватель, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: pushcarskiy@mail.ru

About the author

Anatoly Pushkarsky, Assistant Professor, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: pushcarskiy@mail.ru