

連続橋のお話し

2017年7月

0. 始めに

東京から京都までの東海道には、幅の広い川が幾つもあります。そこには、同形式の単純桁橋を何連も連続させた構造を見ることができます。戦前までの鉄道橋・道路橋は、単純トラス橋が多く架けられていました。新幹線の橋梁は連続トラス形式も採用されています。戦後の道路橋は、幅員が広く取れ、高さ方向に横構などで制限されない上路形式の橋が主に採用されています。さらに、外から橋を見て、複数の径間を力学的に連続させたデザインが工夫されるようになりました。これを、単純橋と対比させて連続橋と言います。橋梁工学的には、解析上の分類名があって、大別して、カンチレバー桁形式と連続桁形式とがあります。桁に代えてトラスで構成する構造は、カンチレバートラス、連続トラスと言い換えることもします。なお、日本では、カンチレバーの用語よりもゲルバーと当てる方が普通です。トラスは、小支間の床組み構造を載せる橋、いわば(橋の橋)であって、大きな支間に応用されます。この特徴を積極的に応用した巨大な橋を長大橋と言います。長大吊橋や長大アーチ橋は補剛トラスを採用しています。19世紀末から20世紀にかけて、巨大なゲルバートラス構造の建設が競われました。カナダのケベック橋(1919)、イギリスのフォース鉄道橋(1890)、がそうです。日本では、大阪の港大橋(1974)が長大ゲルバー橋です。中央径間510mは日本最長、前記の2橋に次いで世界第3位の長さです。

この小文は、橋梁工学の勉強をする初心者を意識した概説(introduction)です。一般人向けに連続橋の解説をすることも目的としてまとめ、数学的な解説は省いてあります。

目次

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 0. 始めに | 3.3 桁端で起こるその他の問題 |
| 1. 支間を伸ばす工夫 | 3.4 架設工法の設計と計算 |
| 1.1 用語の説明から始めます | 3.5 応力調整を考えること |
| 1.2 カンチレバー形式の構造 | 4. 構造力学の課題としての連続梁 |
| 1.3 吊桁部分の構造で問題が起こること | 4.1 影響線 |
| 2. 連続桁構造の採用 | 4.2 曲げモーメントの理解が学習の一段階 |
| 2.1 支点の不等沈下の影響を考え過ぎていた | 4.3 弾性荷重法で変形を計算する |
| 2.2 振れ剛性を持たせるための工夫 | 4.4 床組みの設計は連続桁の設計を踏まえている |
| 2.3 曲線橋は箱断面連続桁で設計される | 4.5 連続桁の解析は自由曲線の作画にも応用されること |
| 2.4 日光の神橋は連続桁構造であること | |
| 2.5 自碇式吊橋とバランスドアーチ | |
| 3. 連続桁橋の架設 | |
| 3.1 ヒンジを使わない構造 | |
| 3.2 長手方向の伸縮変形に対応させる | |

用語索引

索引の参照番号は、章・節 です

後死荷重	3.5	支間	1.1	内部エネルギー	4.2
影響線	4.1	死荷重	1.2	日光の神橋	2.4
永代橋	2.5	自碇式吊橋	2.5	振れ剛性	2.2
応用力学	4.2	純径間	1.1	パラペット	1.1
応力調整	3.5	昭和大桥	2.1	バランスド リブ アーチ	2.5
カンチレバートラス	0	伸縮目地	2.1	バンドマトリックス	4.5
カンチレバー橋	1.2	伸縮目地構造	3.2	浜名大桥	3.3
カンチレバー桁	0	撓い定木	4.5	梁	1.1
下路トラス(1.2	スプライン	4.5	刎橋	1.2
掛け違い	1.3	セットバック	3.2	ヒンジ	1.3
飾りの弦材	1.3	セットバック	3.3	ピントラス	3.1
橋台	1.1	聖水大桥	1.3	フォース鉄道橋	0
橋長	1.1	静定基本系	4.1	不静定構造	2.1
曲線定木	4.5	静定構造	1.2	不静定構造	4.1
清洲橋	2.5	タイドアーチ	2.5	不静定次数	4.1
ケベック橋	0	単純トラス橋	0	不静定力	4.1
ゲルバー	0	単純橋	0	閉合	3.3
ゲルバートラス	0	単純桁	1.1	曲げモーメント	4.1
ゲルバー橋	1.2	単純桁橋	0	港大桥	0
ケルンドイツ橋	2.2	単純梁	1.1	モーメント	4.2
径間	1.1	弾性荷重	4.3	連続トラス	0
桁	1.1	弾性荷重法	4.3	連続トラス	0
桁長	1.1	撓み角	4.2	連続橋	0
格子桁モデル	4.4	チェーン	3.1	連続桁	0
構	1.1	長生橋	1.2	連続桁	1.1
猿橋	1.2	長大桥	0	連続梁	1.1
再現設計	3.5	デュコール鋼を	3.1	ローラー構造	3.2
三径間ゲルバー桁	1.2	トラス	1.1	ロッキング構造	3.2
三連モーメント式	4.1	トラス桁	1.1	ロングレール	3.2
三連モーメント式	4.2	撓角法	4.1		
仕事	4.2	七滝ループ橋	2.3		

参照できるリンク情報

(*1) PDF版;橋の情報と資料、中日本建設コンサルタント株式会社、技術情報
WEB サイトは、

<http://www.nakanihon.co.jp/gijyutsu/Shimada/shimadatop.html>

1. 支間を伸ばす工夫

1.1 用語の説明から始めます

一単位で固有名詞を付け「何々橋」と言うときは、幾つかの橋桁単位が連なった全体を言います。単純桁橋や単純トラス橋を連ねる場合もあり、中間を大きな支間の橋にする、なども見られます。橋は通路の一部ですので、その全長(橋長)は、橋台端の**パラペット**(壁面; parapet wall)から他端のパラペットまでの通路の長さで言います。中間に幾つかの橋脚を持つこともあります。力学的に一続きの橋桁の全長(桁長)は、橋長よりも短くなりますし、力学的な支点間の距離(**支間**; span)は、さらに短く設定されます。橋の下側に確保される空間の中、長手方向の長さを**純径間**(clear span)と言いますが、橋台や橋脚の幅がある分だけ狭まります。設計上の一単位の橋桁は、独立した一つの力学系(システム)で扱うものを指します。**単純桁**は、一つの支間だけを渡す構造を言い、**連続桁**は、一続きの橋桁で複数の支間を渡す構造を言います。個別の支点間の長さを、単に**径間**と言い、三径間連続桁のように言います。桁に代えて**トラス**を使うこともします。トラスに漢字を当てるときは**構**と使います。横構、対傾構などのように多目的に利用されますので、主構造はカタカナ語のまま使います。マクロに見て、トラスを力学的に桁として使うとき、**トラス桁**とも言います。**梁**(はり; beam)の用語は木造建築の用語として普通に使われる言葉です。意義としては、単一の材料、例えば木材、で横梁のように使うときの言い方です。構造力学で扱うとき、**単純梁**、**連続梁**のように言います。桁と言うときは、幾つかの部材を組み合わせて梁の機能を持たせた構造のときに言うのが約束になっています。なお、漢字としての梁と桁は、単独には訓読みで使います。これらは常用漢字外ですので、一般向けの文書ではひらがな書きも見ます。しかし専門書の中でも常用漢字以外の漢字を利用しないで「橋りょう」「鋼けた」のような書きかたを主張する人がいます。

1.2 カンチレバー形式の構造

橋を3径間の連続構造にすると、優美な変断面桁のデザインができることに加えて、単純橋よりも径間を伸ばすことができます。外見では連続桁形式と区別し難い**カンチレバー橋**(cantilever)形式の説明をしておきます。最初に図1の構造形式を発案したのは、1867年、オーストリア人の H. Gerber です。トラス構造の組み方を区別するときは、発案者の名前を使うのが便利です。日本は、ドイツの橋梁技術も学んだので、日本ではドイツ流に**ゲルバー橋**と言います。日本伝統の木橋として、山梨県の**猿橋**、富山県の**愛本橋**は、**刎橋**(はねばし)と言う構造ですが、原理的には両岸から張り出したカンチレバー桁形式です。標準的な三径間ゲルバー桁形式は、左右径間の単純桁部分を中央径間に張り出して、単純支間の桁を支えます(図1)。構造力学的には、**静定構造**(力の釣合条件だけで解析できる構造)です。長大支間を渡そうとすると死荷重(自重)の応力が大きくなりますので、応力分布が一意に決まらなると合理的な部材断面の提案ができません。これが、長大橋にゲルバートラス形式が採用される一つの理由です。戦前には中程度の支間に、鋼構造だけでなく、鉄筋コンクリート造のゲルバー形式橋梁が多く架けられました。しかし、**下路トラス**(通路がトラスの内側下面にある)形式は、幅員の拡張ができませんので、上路形式に架け替えられる例が多くなりました。現在(2010年)も利用されている下路ゲルバートラスの一つに、新潟県長岡市信濃川に架かる**長生橋**(1937)があります(図2)。何連ものゲルバー形式が連なって、見かけ上 13 径間の連続橋構造です。夏の花火大会の舞台になっていて、切手のデザイン(2001)にも採用されています。

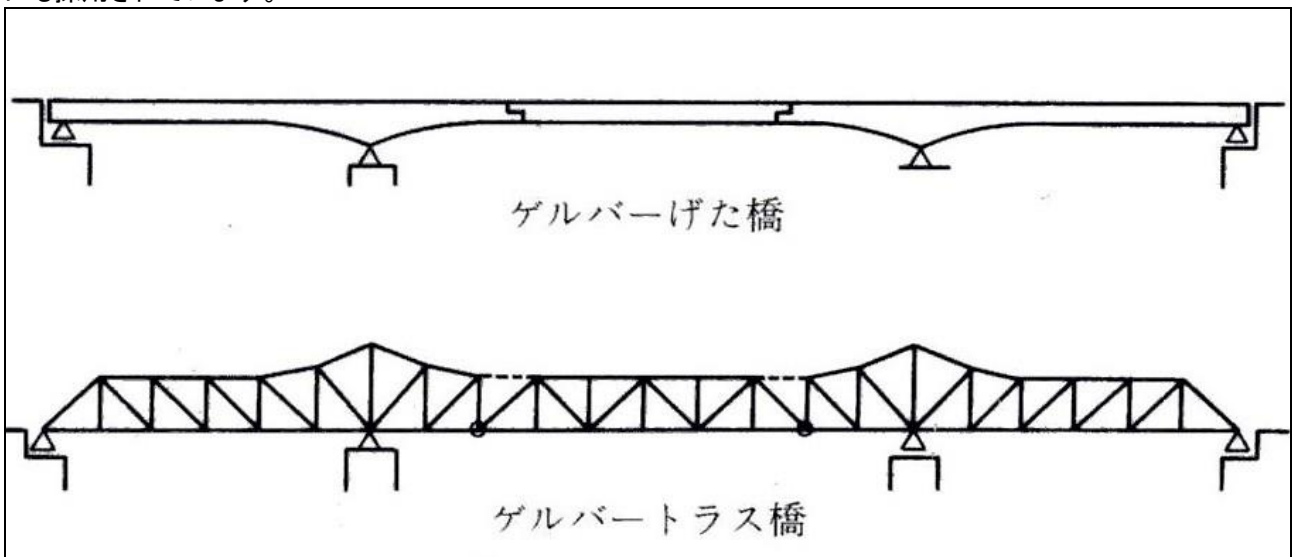


図1 標準的なカンチレバー形式で構成した三径間のゲルバー橋



図 2 長生橋(1937)、 $L=67.5+11@65+67.5$ 、 $b=7$ 、(撮影:鳥居邦夫)

1.3 吊桁部分の構造で問題が起こること

標準的な3径間ゲルバー形式の中央部は、左右から張り出した桁に受け部を設けて、その上に単純桁を載せる掛け違い構造と、ヒンジを介した吊材で吊り下げる支持方式とがあります。ゲルバートラス橋では、外形が連続構造に見えるように、飾りの弦材(ストラット)を使うことがあります。図 1 で、破線で描いた部材がそうです。コンクリートのゲルバー橋は、前者の支持方式が普通です。鋼構造、それも長大支間のトラス構造の場合には、中央径間部分を下で組み立てておいて、吊り上げる架設工法が取られます。Quebec 橋は、架設中に二度も事故を起こした橋梁としても有名になりました。韓国ソウルの聖水大橋の落橋事故(1994)は、この吊材部分の破壊の兆候を過小に評価していて、結果として突発的な崩壊になりました。米ミネソタ州ミネアポリスでミシシッピ川に架かる州間高速道路橋の崩落(2007)も衝撃的でした。一般に、静定のトラス構造は、どれかの部材が一本でも破壊されると、それが引き金になって全体構造が崩壊する性質があります。しかし、実際に建設されるトラス橋は、構造形態にかなりの不静定の性質があつて、案外耐荷力があります。2007 年、連続トラス橋の木曾川橋の斜材が腐食で破断しているのが発見されました。幸いなことに、目だった全体変形が起こりませんでしたので、大事故になりませんでした。ゲルバートラスの吊り桁部分の構造は、管理の面で問題が起こります。長生橋の上弦材のヒンジ部分は、改造され、溶接の補助部材を使っていることが分かりました。

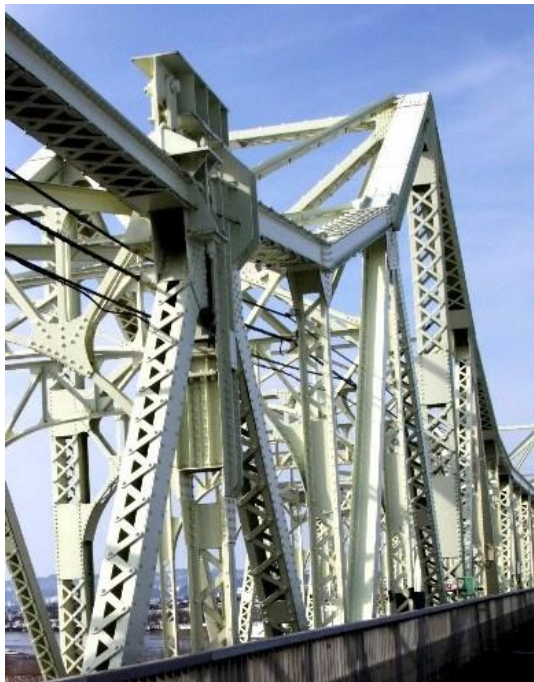


図 3 長生橋の吊り構造部の外観(改造後)



図 4 橋軸方向の変位を許す上弦材ヒンジ構造

2. 連続桁構造の採用

2.1 支点の不等沈下の影響を考え過ぎていた

ゲルバー桁は、単純橋で渡す径間をもう少し伸ばしたいとすることから考えられた静定構造です。図1で見るように、中央径間の吊り桁部分は単純橋構造ですので、左右からの張り出し部分が中央の径間長を伸ばします。左右の単純桁部分でも中間支点側によった個所にヒンジを設け、中央径間が左右に張り出し部分を設ける構造もあります。連続桁は、ゲルバー桁のヒンジの個所を一体化した構造です。鋼桁の架設のときに必要となる添接個所は、曲げモーメントが小さくなる個所にします。これは、ゲルバー桁のヒンジの位置に当たります。中間支点付近は負の曲げモーメントが大きいことと、構造が複雑になりますので、この部分を外して添接位置を決めることも合理的な構造の提案になります。桁を連続構造にすると、不静定構造です。死荷重応力は架設工法次第で変わりますので、架設時に、設計時の理論に合わせるような調整が必要です。完成後も不確かさが残ります。日本では、中小支間の橋梁に連続桁構造が敬遠されていた理由は、不静定構造の計算が面倒であることに加え、橋台や橋脚の不等沈下が珍しくありませんでしたので、部分的に応力度分布が過大になることを避けることも考えにありました。単純橋を並べるのが最も経済的です。しかし、新潟市の昭和大橋(図5)が1964年の新潟地震を受けて、ドミノ倒しのような落橋が醜態をさらしたことも教訓となって、連続桁の設計も増えてきました。特に都市部の高架橋や高速道路橋では、伸縮目地を減らし、車両の走行性を上げるために、積極的に採用されるようになりました。



図5 新潟地震時、昭和大橋の落橋,1964(撮影:倉西 茂)

2.2 振れ剛性を持たせるための工夫

簡単な橋の代表が、真っ直ぐな丸木をそのまま梁として使う丸木橋です。一本の丸木を渡したのでは幅が狭くて実用になりませんので、二本を並べ、横梁を渡して通路にします。丸木の横間隔を或る程度広げないと、左右での撓み差で生じる擬似的な振れが大きくなって、通路として不安定になります。したがって、長い支間を渡したいときは、橋幅も相対的に広くします。鋼やコンクリートを使う単純桁橋の場合であっても、この常識があって、支間と幅員との比を、約5:1よりも大きくしません。同じ幅員で、より長い支間を渡したいときは、橋桁全体として振れ剛性が大きくなるトラス構造にしています。支間と幅員との比は、約10:1程度まで大きくできます。鋼の桁橋は、鉄板を紙細工のように組み立ててI形の断面に構成します。単独の桁として使うと、振れに対する剛度のない頼りない部材です。桁を並べて、全体として振れを持たせるように骨組みを構成させます。しかし、この形式では長い支間を渡すことにも限度がある、と言うのが常識でした。この常識を破ったのは、戦後、ドイツで架設された箱断面桁のケルンドイツ橋(1948)です。この橋は、種々の点で橋梁工学に大きなインパクトを与えました。特に、大きな箱断面に構成することの製作・架設の技術と、力学的な理論解析が新しい研究課題となりました。箱桁構造はPC橋でも採用されるようになりました。

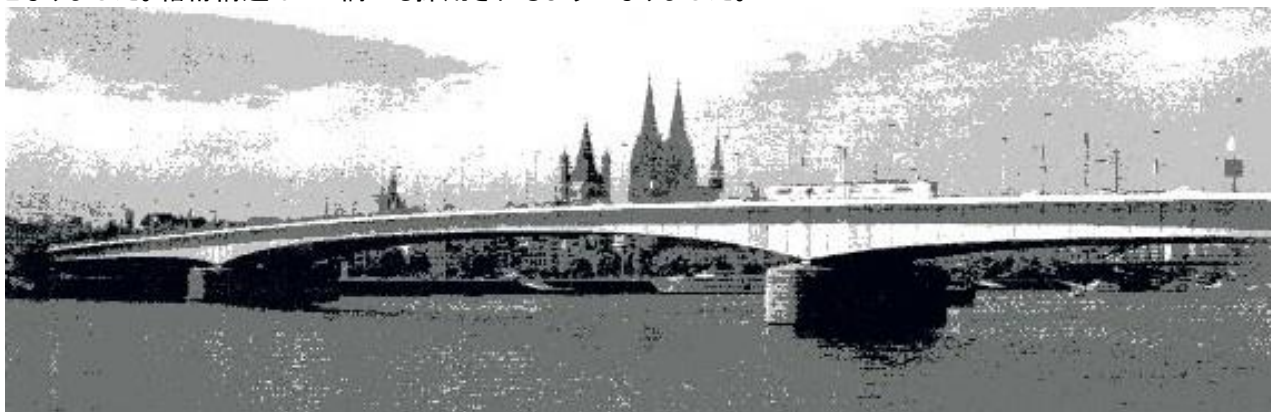


図6 三径間連続箱桁橋(ケルンドイツ橋,1948,132+184+121m)

2.3 曲線橋は箱断面連続桁で設計される

橋は真っ直ぐな線形で架設するのが基本です。しかし、都市高速道路などでは曲線に沿わせる橋桁を架設する需要が多くなりました。I断面の橋桁を並べて扇状の単純な曲線橋に構成すると、振れ剛性が大きくないことと、曲線の外側に載る荷重がトルクの作用をするだけでなく、橋全体を静力学的に転倒させるようにも働きます。これを解決する構造は、振れ剛性の大きい箱桁を使い、連続桁形式にすることです。平面的に見て、少なくとも3点で曲線桁を支えれば、静力学的な転倒のことを考えなくて済むからです。立体的な曲線形を持った梁の解析は、それまでの構造力学では扱わなかった立体的な梁の応力と変形問題です。基本的な知識として、立体幾何学的位置関係の理解がないと、部材の製作も組立てもできません。



図7 静岡県七滝(ななたる)ループ橋

2.4 日光の神橋は連続桁構造であること

現在の栃木県日光の神橋(幅6m、長さ27m)は、寛永11年(1634年)に架け替えられたそのままの形式を再現した木橋構造です。アーチ橋と解説してあるのを見ますが、橋梁工学的に言うと、三径間連続桁橋です。架設工法は、カンチレバー方式(刎橋)です。側径間の桁端が岩盤に差し込まれ、中央径間を長く渡しています。木材は長さ方向に温度による伸縮が殆んどありませんので、ヒンジを設ける必要がありません。この形式を発案したのは大工棟梁の山崎太夫長兵衛です。猿橋よりも外観がすっきりとした現代的なデザインになっているのが見事です。



図8 日光の神橋

2.5 自碇式吊橋とバランスドアーチ

清洲橋(図9)は、三径間連続桁橋を吊橋で補強したと考えることができます。吊橋部のケーブル構造は、チェーンであって、外部アンカーではなく、桁に定着してありますので、自碇式吊橋と言います。

永代橋(図10)は同じく連続桁構造ですが、中央径間はアーチリブにもなっていて、タイドアーチが主構造です。名称は、バランスド リブ アーチと言います。



図9 清洲橋 1928 (撮影 倉西 茂)



図10 永代橋 1926 (撮影 白井 裕)

3. 連続桁橋の架設

3.1 ヒンジを使わない構造

橋梁は、見かけによらず変形し易い構造であることが、建築物とは異質です。相対的に大きな変位や回転が起こる箇所は、内部的にはトラス部材の接合点、外部的には支点です。変形を拘束すると大きな応力が出ますので、それを避けるには機械構成のピンとローラーの組み合わせが使われます。初期の鋼橋ではピントラス構造が多く採用されていました。隅田川に架かる清洲橋(1928)は、当時の高強度鋼デューコール鋼をチェーン状にして主ケーブルに使った吊橋です。強度の高い大きな断面を持つ引張材を繋ぐ方法として、溶接は未だ信頼性がありませんでしたので、鍛造で両端に穴を開けた小単位の部材をピンで連結しました。ピン結合は、構造力学理論に載せ易い構造です。しかし、鉄道橋のように大きな荷重を通す構造では、ピンの個所で騒音や振動が起き易いので、この部分全体を一体に構成し、弾性的な変形に対応させる設計を採用するようになりました。中小支間の橋梁では、ゲルバー形式の構造ではなく、連続桁形式を採用し、桁中間のヒンジを省くようになってきました。このためには、適度なしなやかさを部材に持たせます。材料の強度が高ければ、同じ断面でも長さを長くできます。連続桁形式が普通に採用されるようになった背景には、不静定構造物の解析を敬遠しなくなったことと平行して、鋼橋では高張力鋼材が利用できるようになったこと、コンクリート橋では高強度のコンクリートを利用するPC技術、に負うところが大きいのです。許容応力度を高く取れなくて、結果的に変形能の低い桁で連続桁構造にすると、支点の僅かな不等沈下が大きな応力を発生する危険があるからです。

3.2 長手方向の伸縮変形に対応させる

主桁を連続構造にすることで問題になることの一つは、温度変化で橋全体が橋軸方向に伸縮することに対応させるような、支点部全体の構造です。架設段階では、長手方向にセットバックさせる余裕が必要です(図11参照)。長さの変化は、主に温度変化によって起こります。温度変化分は、膨張係数として $1.2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ を採ります。標準温度に対して $\pm 30^{\circ}\text{C}$ を見込むと、長さ10m 当たり約7mm の遊間が必要です。たいした大きさではないと思うかも知れませんが、道路の鉄筋コンクリートスラブが夏の高温で目地の個所で座屈変形のように浮き上がる例が知られています。また、鉄道のレールが、真夏時の高温で横方向に蛇行するような座屈変形を起こすこともあるのも知られています。この変形を抑えるために、普通レールでは適度な隙間を設けますが、これが列車の走行では騒音の発生と振動の元凶です。そのため、継ぎ目を無くしたロングレールの施工が工夫されたのです。桁長が長い連続桁では全変位量が大きくなります。道路橋の伸縮目地は、構造設計だけでなく、完成後の維持管理でも多くの問題を抱えています。連続桁では、どれかの支点を固定支点として長手方向の水平地震力を取らせ、他の支点でローラー構造、またはロッキング構造を採用します。許容範囲を越えて大きな変位が出ないようにすることと、この方向と直角に動くズレ(浮き上がり)と横ズレ)を拘束しなければなりませんので、全体構造が複雑になります。

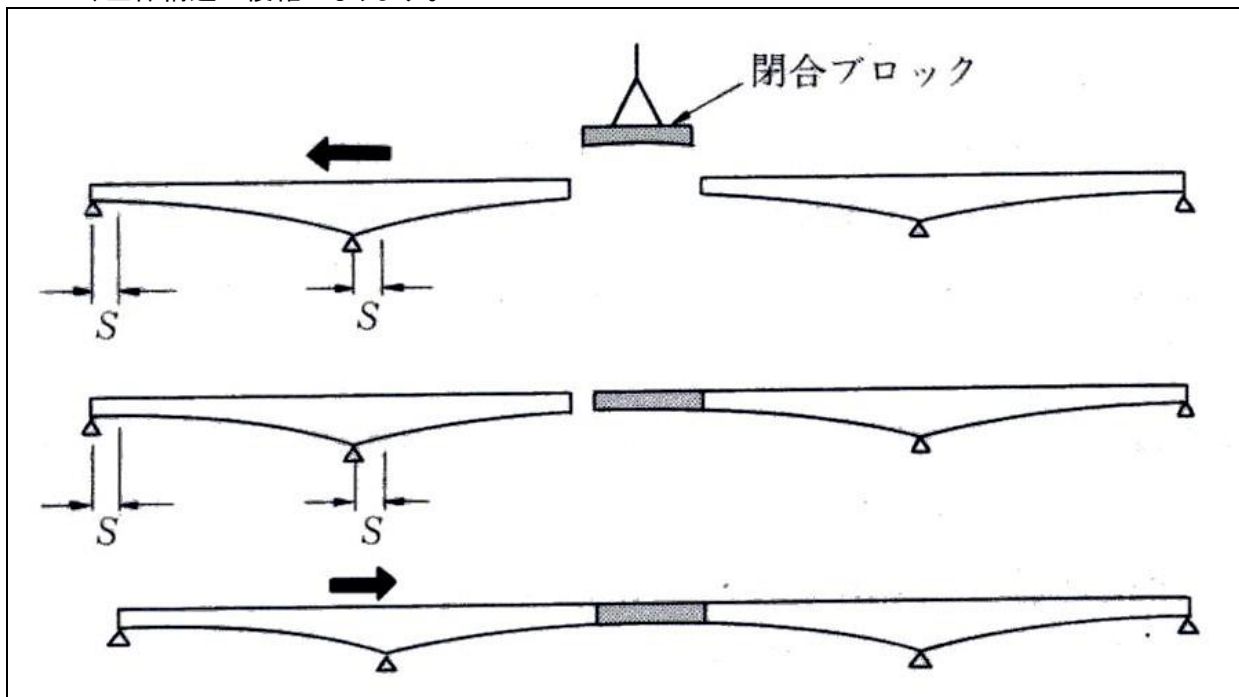


図 11 連続桁の閉合作業の例

3.3 桁端で起こるその他の問題

一般論として、橋桁の端部は、橋軸方向の変位と同時に、桁の撓み角が変化することが問題になります。鉄道橋では、レールで上下方向の勾配の急変を緩和させています。道路橋では、従来、自動車の荷重も走行速度も大きくなかったので、簡単な櫛の歯状の伸縮目地が採用されていました。橋脚の上で左右の桁端が並びそこでの力学的な支点位置間、または橋台のパラペットと桁端との間の距離が大きいことがあります。この個所でタイヤの輪荷重が、桁端の張り出し部分を越えるとき、いわば、飛び乗り・飛び降りのような衝撃的な作用が起こります。この部分は、騒音や振動の発生源になるだけでなく、路面に局部的な破壊を起こすなど、橋の管理者を悩ます問題になります。ガス管や水道管を併設するときは、ピストン状の伸縮目地ではなく、ギリシャ文字のΩのような遊び部分を見ることがあります。また、支点上で桁の撓み角や長さの変化もあります。今は昔話になりましたが、電話線のケーブルが橋の支点付近で断線する事故が頻発し、電話線の維持管理で問題になりました。細い銅線の束ですので、変形能には十分対応できると思われたのですが、僅かの撓み角変化でも、ほとんど24時間繰り返して作用しますので、疲労で断線に繋がった事故でした。橋の袂にマンホールを設けていることもあります。

3.4 架設工法の設計と計算

構造力学で連続梁の解析を扱うときの力学モデルは、重さのない、水平で真っ直ぐな梁を幾つかの支点で支え、自重も外力扱いをした荷重として作用させます。この理論仮定に合うように橋梁を架設するときは、橋全長を支える足場を作っておいて、桁構造が完成したところで足場を外します。外す前の足場には自重が作用していますので、安全に足場を外せるように前もって工夫をしておきます。この方式の架設は、主に、コンクリート構造の場合に採用されます。鋼桁構造では、工場製作と輸送とを考えた長さ単位の主桁を現場で接合し、骨格としての連続桁にしておいて、床構造などを後から組み上げます。左右の側径間を単純桁として最初に架設しますが、このときは単純橋の架設工法が採られます。この単純桁を、中央径間側に、カンチレバー状に桁を繋いで伸ばします。中央径間の中央部で、左右から伸びた桁を剛に繋いで連続構造に完成させます。この最後の段階を閉合と言います。ゲルバー構造は、中央部の或る長さの桁を、剛結合ではなく、ヒンジで支持するようにしたものです。鋼の連続桁橋の場合は、閉合ブロックを落とし込む作業のとき、作業時の隙間を持たせるように一方の橋桁全体をセットバックさせます(図11)。長大橋では桁の重量が大きく、セットバック作業が実際には不可能ですので、ゲルバー形式を採用しなければなりません。新幹線の車窓から見える浜名大橋は、デビダーグ方式で架設されたPC橋です。連続桁に見えますが、中央径間の中央は、ヒンジ構造で連結したカンチレバー橋です。

3.5 応力調整を考えること

連続橋構造は、設計時の幾何学的な連続条件を満たすように連結しなければなりません。橋梁は見かけによらず、かなりの変位が出ます。閉合直前の左右桁断面の位置合わせは、仮の重量を作用させるなどで調整します。しかし温度の影響による相対的な変形にもかなり敏感ですので、全体橋梁の温度が一定になる夜を待って作業をする、などの注意が払われます。桁の添接箇所は、作業時には曲げモーメントも剪断力も作用しない力学条件にしますが、作業後に重機や応力調整用の仮の重量などを除くと、全体の応力分布も変わります。閉合直後の死荷重応力をどのように考えるかによって、特別な施工をすることがあります。この全体を応力調整と言います。骨格としての連続桁構造になった後は、余分な足場などを除き、後から施工する自重(後死荷重)は、活荷重と同じように連続桁として応力計算をします。鋼とコンクリートの連続合成桁では、コンクリートの打ち込みは鋼主桁の架設が済んでからですが、打ち込み箇所から曲げ剛性が増加した桁として振る舞います。コンクリートの打ち込み順序次第では、路面の縦断形状が設計通りにならないことが起こります。連続合成桁橋の場合、中間支点上のコンクリート床版は、桁として負の曲げモーメントを受けて引張応力度が出るのですが、これを抑えるための施工上の工夫が幾つか試みられてきました。完成した連続桁の死荷重応力がどのようになっているかは、実際にはよく分かりません。現実に架設されている連続桁を調査するときは、活荷重による桁の挙動を測定し、それを説明することができる資料を作製することが再現設計の目的です。

4. 構造力学の課題としての連続梁

4.1 影響線

連続桁構造は、橋梁の場合だけでなく、工学的に広く応用される力学形式です。橋梁工学の参考書では解析の説明を省き、構造力学の参考書で理論式が主に扱われています。しかし、**影響線**(influence line)を求める解析は橋梁工学固有です。一般向けにはその説明が十分でないのが普通です。連続梁は不静定構造です。その不静定次数は、上下方向の力に関して言うと、連続する径間数を N として $(N-1)$ です。未知数にする応力を、中間支点での上下方向反力成分とするか、梁の曲げモーメントにするかの選択は、解析の出発にする静定な構造系(静定基本系)の考え方に関係します。中間支点を外した両端単純支持の梁を静定基本系とすると、中間支点の反力を未知数(不静定力)とにおいて、外力による中間支点の撓みを 0 に戻す弾性条件で未知数の反力を求めます。もう一つ別の仮定は、中間支点上で桁の接続がヒンジであるとし、各径間は個別に単純支持の桁になっているとする構造系です。未知数は、中間支点上の曲げモーメントとするのですが、これは左右の単純桁の接続桁端に向きが反対の端曲げモーメントの対を作用させます。ヒンジ位置で桁端の相対的な回転角度の差(撓み角の差)を計算します。外力によって桁端に生じる撓み角を打ち消す条件で支点位置での曲げモーメントを解析します。これを**撓角法**と言います。多径間の連続梁の解析では、隣接した二径間を取り出し、連続した3支点上での桁の曲げモーメントを未知数にして、中央の支点上での撓み角を 0 にする弾性方程式を立てます。これを**三連モーメント式**と言います。

4.2 曲げモーメントの理解が学習の一段階

高校までに習う力学(mechanics)は、力の釣合を扱います。**モーメント**を力の種類としても扱う力学は専門教育からです。弾性体の変形を扱う力学は**応用力学**(applied mechanics)です。さらに、力が弾性体に作用して変形することを、力のする**仕事**とし、その仕事が弾性体内部に保存されるとする、弾性体の**内部エネルギー**が理解できるようになるのは、もう一段階上の学習です。力がする仕事は、「力×変位」の単位(ディメンション)です。モーメントで生じる変形は、回転角で扱いますので、モーメントがする仕事は、「モーメント×回転角」の単位です。**三連モーメント式**は、モーメントを力の一種として扱いますので、構造力学の初学者が原理を納得するまでに悩まされる問題になっています。**撓み角**とは、梁の傾きが変化する変位ですが、そのままでは力学量としての意義はありません。その個所にモーメントが作用するような状態があるとき、モーメントと撓み角との関連を扱います。連続梁の解析のときは、支点上でヒンジ構造を仮定しておいて、そこに左右反対向きの曲げモーメントを作用させ、左右の桁の撓み角度の差を回転角とします。つまり、左右の桁の、ヒンジの位置での傾斜角度(撓み角)の差を計算します。連続梁の解析をするときの静定基本系は、径間単位で単純支持桁として、三連モーメント式を利用する方が数値計算をする場合に扱い易くなります。

4.3 弾性荷重法で変形を計算する

構造力学の公式集には、梁の支持条件の相違と荷重の種類に応じた計算式が集められています。しかし、梁の曲げモーメントの分布から撓みと撓み角(撓みの一階微分)を求める計算式は紹介されていません。実は、梁のたわみの計算に**弾性荷重法**と言う方法があります。曲げモーメントの分布を、あたかも荷重分布のように扱い、この分布荷重による単純梁の曲げモーメントを計算すると、これが梁の変形になることを利用します。このときの荷重は、曲げモーメントを梁の曲げ剛性で割った M/EI の形を使うことから、**弾性荷重**の用語が使われます。計算原理は、(撓み・曲げモーメント)(曲げモーメント・荷重)の関係を表す二階の微分方程式の形が相似になっていることに注目します。

4.4 床組みの設計は連続桁の設計を踏まえている

連続桁構造は、不静定ですので、死荷重応力の大きさは架設工法によって変化しますし、完成後も実情は良く分かりません。桁を縦横に組み合わせた格子状の構造は、床組みなどで普通に見られます。丈夫さを意図して曲げ剛性の大きな桁を組み合わせると、力学的な拘束が大きくなって、僅かな変形でも大きな応力が発生して亀裂が出る、などの不都合なことが起こります。適度なしなやかさを持たせることで、全体が馴染む実用的な構造物が実現できます。構造設計のときは、横桁を剛な断面とし縦桁をその上で単純支持させる仮定か、連続桁とするかの選択があります。鉄筋コンクリートスラブは、床桁で支えた二方向スラブとしての計算するのですが、連続桁の考え方を入れて、床桁上では負の曲げモーメントを検証します。個別の桁を考えると、交差する支持桁の個所を支点とする連続梁と仮定します。支点位置で桁の撓みを 0 とする仮定を主に使いますが、格子桁モデルは、支点個所で弾性的な撓みを考えた連続梁の解析を踏まえます。

4.5 連続桁の解析は自由曲線の作画にも応用されること

工業製図の作成作業のとき、手描きで滑らかな曲線を引くための用具に**曲線定木**を使います。弾性的な材料を使う**撓い(しない)定木**もあります。これを、英語で**スプライン**(spline)と言い、コンピュータグラフィックスで滑らかな曲線を描くときに使われるようになった専門用語です。このアルゴリズムは、連続した弾性針金で幾つかの中間点を繋ぐような式の形を扱います。構造力学、それも三連モーメントの式を扱っている技術者は、スプラインのアルゴリズムについて、すぐに納得が得られます。式の扱いについては幾つかの条件がありますが、中間点で接線と曲率とを連続させる条件が基本です。支点間での曲線の形状は三次式を使います。この解析のとき、三連モーメント式と同形の**バンドマトリックス**を扱います。スプラインの詳しい説明は「易しくない計算幾何学」を参照して下さい。

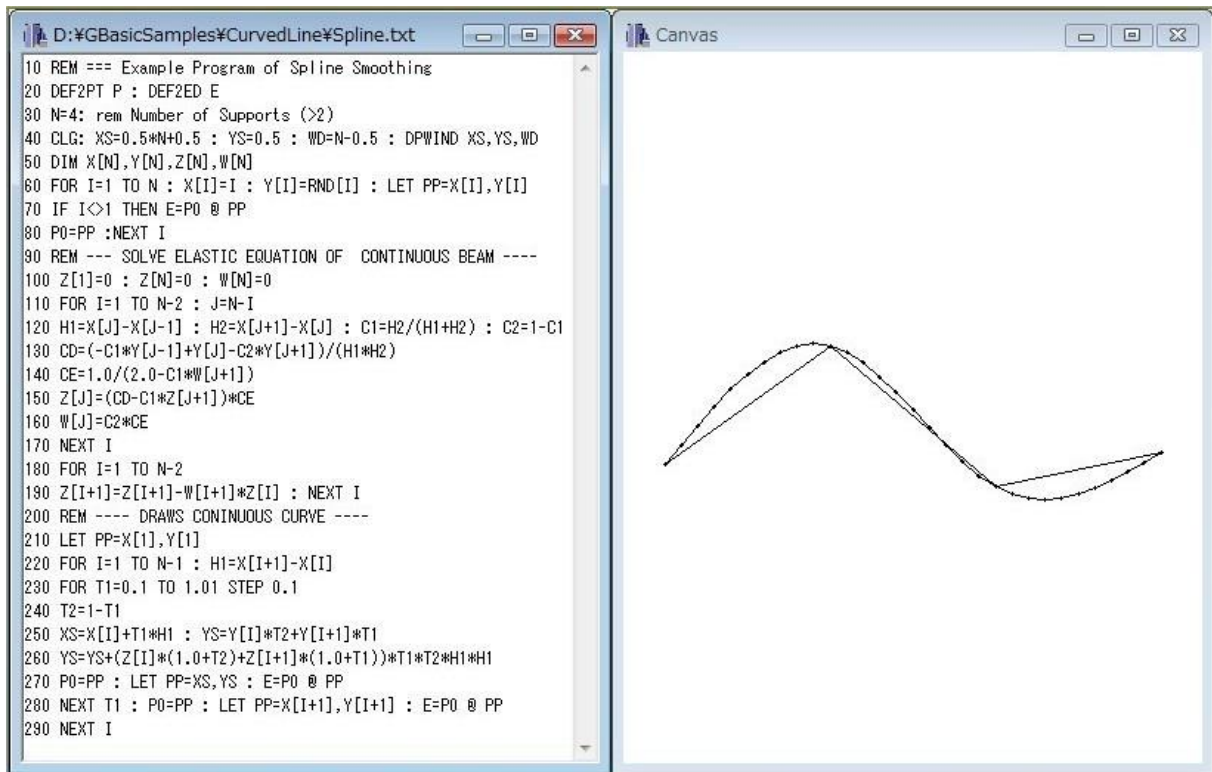


図 12 スプラインの原理で描いた連続桁の反力の影響線