

回忆我的初期数学国际交流

王 元

这一回忆仅限于个人经历的一些事与想法。

一

1978年12月中共十一届三中全会召开，会议决定把全党工作重点转移到现代化建设上来，特别是会议确定了改革与开放政策。

其实，早在1971年4月开始的“乒乓外交”，虽只是使中断了20多年的中美关系有了一丝接触，但从此以后，闭关自守的中国大门就愈开愈大了。

第一个访问北京的外国数学家是美国数学家 C. Davis，他在王府井“中国对外友好协会”的小礼堂做了一个泛函分析报告，报告会是由华罗庚主持的。

Davis 访问的意义主要不在于数学本身，而在于“文革”的当时，听演讲者包括了在“清队”中被“揪”出来的所谓“现行反革命小集团”的成员。这就是等于事实上“解放”了他们，特别地，这无疑等于把在“文革”中甚至“文革”前被“左”倾路线批判过的东西都恢复名誉了。我有幸参加了 Davis 的报告会。

接着，对中国数学发展曾做过重要贡献的陈省身访问了北京，他广泛地访问了他过去的的朋友与同事，并做了几次报告，其中的一次公众报告是在清华大学做的，题目是“数学的内容与意义”，报告会由华罗庚主持，约一千多人听讲。会上，华罗庚与陈省身互致了仰慕之情。中国数学家与陈省身举行了几次座谈会，会上陈省身公开介绍国际上纯粹数学的近年来的重大成就。这是在“反右”以后，从未有过的公开活动。陈省身、项武义、伍鸿熙与 B. Eckmann 共同送给中科院数学所一套施普林格 (Springer) 出版社出版的《数学讲义》(*Lecture Notes in Mathematics*)。

我参加了陈省身在北京的活动，但我并没有跟他打招呼，其实我父亲王懋勤于1942年任中央研究院秘书主任时就认识了陈省身。早在20世纪60年代初，他就知道我在哥德巴赫猜想方面的工作，由父亲的日记得知，父亲在60年代的“中研院”院士会上跟陈省身谈到过我。他曾夸奖说：“他是一

个有为的青年。”我不去见陈省身的原因是在“文革”中，我还戴上“反革命小集团”成员的帽子。我们一直到 1980 年在加州，陈省身与项武义联合宴请中国代表团时才第一次会面，他很不高兴地说：“想不到在这里见到你了。”我说：“您要见我很容易，随叫随到。”他立即明白了，必须他主动。

“文革”中最大的事件是 1976 年 5 月 3 日至 27 日，以数学家 S. Mac Lane 为团长的美国纯粹数学与应用数学代表团访问了中国。代表团由九位数学家与一位管理人员及一位东方语言学家组成，数学家中有一位华裔数学家伍鸿熙。代表团到中科院数学所、北京大学、清华大学、复旦大学、华东师范大学等进行了很广泛与深入的了解。中国方面向代表团做了 60 多次学术报告，代表团成员向中国数学家做了 20 次报告。

代表团返美后，写了一份长达 115 页的“报告”。其摘要发表于《美国数学会通讯》上，“报告”指出：由于“反复强调‘数学理论必须联系实际及首先应该为新中国的社会主义建设服务’，这种主张导致了只做非常实际的研究，而不做关于基本现象的较理论的研究。华罗庚关于麦场设计的数学方法的文章就是这种潮流的表现”。这种批评是对的。

关于中国数学的现状，“报告”指出：“很少几个数学家在从事分析研究，有些创造性工作是真正优秀的，当考虑到这些工作是在孤立状态下做出的时候就更令人感动了。特别，解析数论与亚纯函数的工作是优秀的。”“数学所在解析数论方面的优秀工作是华罗庚的一群学生做的。近年得到的突出结果是陈景润关于哥德巴赫猜想的最佳纪录。”“虽然没有发现有人在代数数论方面工作，但是华罗庚与王元合作的一些工作，将分圆域与解析数论的一些深刻结果用于近似分析的一个问题。”“中国数学家在复分析方面最有价值的贡献在 Nevanlinna 理论方面，这些工作是数学所的杨乐与张广厚做的。”

华罗庚本人并未向代表团做报告，而是由王元报告了一下他们合作的“数论在近似分析中的应用”（或“高维数值积分的数论方法”）。华罗庚邀请了代表团中的应用数学专家到哈尔滨及大庆参观，参观他关于统筹法与优选法的一系列应用，这使代表团深受感动。H. Pollark 当即表示邀请华罗庚为美国博克豪斯（Birkhäuser）出版社撰写一本专著来论述他在中国普及数学方法的经验。以后，Pollark 还来信提及过这件事。华罗庚由于健康问题，很难写书，他只与汤家豪合写了一篇文章。将这篇文章细节补出并加以发挥，是由王元完成的。该书于 1989 年由华罗庚与王元署名在博克豪斯出版社出版，可惜华罗庚已过世，未见到该书的出版。

二

由于美国数学家访华代表团的报告的发表，世界对中国数学的现状有所了解，所以十一届三中全会后，国外立刻邀请中国解析数论专家去美国与西欧访问就不足为奇了。其实早在“文革”前，华罗庚在数论方面的几个学生的文章已经在国外一流数论学家的论文与专著中被颇多引用，他们对中国这些学者的工作是熟悉的，但未谋面。

最早是华罗庚于 1979 年 3 月底应英国伯明翰大学 D. Livingston 的邀请去该校访问八个月，在此期间他还应邀到荷兰、法国与西德访问了一个多月。临行时，华罗庚对我说：“你的翅膀已经长硬了，可以自己飞了，你不用跟我一起出国了。”早在 1954 年，当他得知我第一次对哥德巴赫猜想做出改进时就对我说：“你已足够得博士学位了，可惜我们这里没有这个制度。”华罗庚去英国是由陈德泉、潘承烈（应用数学）、那吉生（纯粹数学）与他的儿媳妇柯小英医生陪同的。我未亲身经历他的访问，只引一段他的自述：

“这是我从美国返回祖国后第一次到西方讲学，没有料到，这次出访竟使西方学术界某些人士感到震惊。他们敏感地认为：华罗庚能到西方讲学，这一行动本身就说明新中国的政策有了变化。”（见《金坛文史资料》，1991）

我们再引一段英国数学家 H. Halberstam 在《华罗庚论文选集》序言里的一段话：

“1979 年华罗庚在欧洲突然出现，对我们许多人来说，是一个罗曼蒂克事件，它使神话变成了现实。长期以来（似乎是命运注定的）华罗庚在我们的数学编年史上，仅是一个令人崇敬的名字。但他本人意外地、端庄地出现在我们面前时：庄重而活泼，富于生气与智慧，安宁而又不停地探询新的成就。这时，我们才意识到他在国际舞台上消失了三十年将使人们蒙受多大的损失啊！从他的著作中选出的这本《选集》是无须我们再说它包含什么来论证其价值的。我希望它将可以代替我们诚恳的话：‘欢迎你回来！’我能为《选集》的出版略尽微薄之力，深感荣幸。从他堂堂的全部著作中仅选一部分自然失当。从长远看（我引用华罗庚一句诗的大意），我是以木雕来报答他赠予的翠玉。”

三

在十一届三中全会结束不到半年，华罗庚去英国才一个多月，我就收到了法国高等研究院（IHES）与波恩数学研究所的访问邀请共三个月，还有在英国达勒姆召开的“国际解析数论会议”的邀请。

准备工作很仓促，我就听了几遍“灵格风”的英语口语录音带，当时连一套像样子的衣服都没有，中科院外事局有一个库房，里面挂满了几百套西

装，我被允许进去挑，合身的借走两套，再借一只小箱子，还发了一点制装费，用来买衬衫及日用品。

我于 1979 年 4 月底即只身乘飞机去巴黎了，这对我来说是一个“探险之旅”。途中在伊斯坦布尔停了一下，我们下飞机在机场休息，见到橱窗里放满了金银首饰，大厅灯火辉煌，真富有。

到巴黎了，使馆来人接我们到使馆招待所休息，沿途看到巴黎整洁的农田与树木，进入市区，更是繁华与清洁。

第三天，使馆就将我送去 IHES 报到了，研究所给了我一个单元住房，周围很多树，很安静，研究所发给我充足的生活补贴。中午可以在食堂用餐，每餐 18 法郎，有沙拉、主菜、水果、咖啡等。全所共不到二十人用餐，餐桌上放满了纸与铅笔，大家边吃饭边讨论数学。我搞的解析数论没有同行或相近的同行，所以很感孤独，晚上则自己做一顿饭吃，买东西太方便了，出了家门就是各种商店。

这时候，有熟人来访，真如上天的赐予，与我同在 IHES 的有中科院理论物理所的吴咏时，他比我年轻多了，似更能适应。最让我高兴的是每个星期天，我可以进城去找中国出来的三个进修数学家李大潜、龙瑞麟、史树中，李大潜的法语流利，很能适应。和他们在一起，如同回家了。

当时有一位跟我年龄相当的数学家施维枢到 IHES 来找过我，他陪我去过卢浮宫及一些名胜，还去参观他自己建造了一半的家。中国台湾的数学家李学数来看了我一次，还送来一袋水果，他那时正在巴黎。

IHES 的所长 Kuiper 曾找我交谈过，并邀我到他家用晚餐，我们不是同行，无法交流。数论学家 M. Waldschmidt 到我办公室来找过我，邀我去他家用晚餐，并邀我到 Poincaré 研究所做了一个哥德巴赫猜想的报告。以后我就去 Poincaré 研究所参加了几次他们的讨论班，在那里见到苏联数学家 Chudnovsky，他亦在 IHES 访问。他们都是超越数论专家，跟我是小同行，还是可以交流的。在 IHES 访问的还有巴黎南大学的 J. Coates，他领我到他们学校去参观，这些年，他常来中国。

我把在国内写好了的一篇文章（与于坤瑞合作）A note on some metrical theorems in diophantine approximations 交给 IHES，在他们所的出版物上发表了。

在 Poincaré 研究所的讨论班上，我认识了美国宾州州立大学 Brownawell 教授，他表示愿意邀我去美国访问。Waldschmidt 还介绍我去波尔多大学访问，那里是法国经典解析数论的研究中心，我去了那里几天，并再一次做了哥德巴赫猜想的报告。

将近两个月的巴黎生活很快结束了，我乘火车去了西德的波恩。在那里，

我被安排住在波恩数学所附近的一家小的“家庭旅馆”里，中午可以在研究所的食堂吃饭，晚上在街上随便吃点东西也很简单方便。我在那里时，研究所正在举办一年一度的“工作报告会”(Arbeitstagung)，正好龚昇从国内来参加，他们欢迎中国学者做一个报告，我就又一次讲了哥德巴赫猜想。在波恩又碰到了 IHES 的 Kuiper 所长，他表示我还可以再去 IHES 访问，由于不习惯国外的环境，所以我未表态。波恩数学所的所长 Hirzebruch 邀我去他的新居访问并用晚餐。在所里我认识了 Zagier，他知道我是搞经典解析数论的，专门为我一个人做了一次长达三小时的报告，讲模函数的基本知识，以后，又应我要求，向我做了三小时的模函数应用的报告。在波恩，我参加了研究所组织的游览莱茵河的郊游。

在“工作报告会”期间，我碰到了项武忠，他请我与龚昇吃了一顿饭。

在波恩期间，我应 Richert 之邀去乌尔姆(Ulm)访问了几天。他与 Halberstam 合著的《筛法》一书我已读过，其中最后一章就是“陈氏定理”，我的名字在他们的书中出现了二十几次，他是搞经典解析数论的，我们一起度过了愉快的几天，我在那里还认识了 Wirsing，他也是搞解析数论的，他关于奇完全数的结果，我已早有所闻。

到了 7 月 20 日，我就乘飞机去了英国伦敦，然后乘汽车去达勒姆，参加在那里召开的国际解析数论会议(7 月 22 日至 8 月 1 日)。那个年代，国际数学会议似很少。这次会议，有一百多位数学家到会，上午为大会主要报告，下午分组宣读论文，达勒姆是个风景秀美的地方，我们每个人被分配住在学校的一间宿舍里。著名数学家与青年学生参会者都住一样的房子，在食堂里吃一样的饭，非常平等。

华罗庚应邀从伯明翰赶来了，由柯小英陪他来，潘承洞与楼世拓由山东大学赶来，我们在英国相聚，别说多高兴了，尤其是潘承洞，多次说：“在英国碰到你，真太棒了。”看来他比我更不适应国外的生活，每天晚饭后，我与潘承洞必定去华罗庚房里，跟他促膝谈心，这既难得又令人难忘。

大会对中国数学家非常礼遇，陈景润、潘承洞与我都被安排做全会报告，可惜陈景润因故未到会。潘承洞做了“新中值公式及其应用”的报告，讲述了中国数学家对哥德巴赫猜想的贡献特别是关于“陈氏定理”的简化证明，我则代表华罗庚共同做了“数论在近似分析中的应用”报告，过去西方不知道我们这方面的工作，所以颇感意外。

我们的两个报告均受到好评，据华罗庚回忆：“王元与潘承洞在会上做了报告，不少人用‘突出的成就’、‘很高的水平’等评语，赞扬中国数学家在研究解析数论方面所做的努力，一些白发苍苍的数学家向华罗庚教授祝贺，祝贺中国老一辈的数学家培养了这样出色的人才。”(见《光明日报》1979 年 12

月 30 日)

在会议期间，除每天晚饭后与华罗庚及潘承洞在一起外，其他时间，我则尽量硬着头皮去跟外国人交往。会上有老前辈华罗庚，Selberg, Erdős, 跟我年纪相差不多的有会议组织者 Halberstam 与 Hooley, Bombieri, Schmidt, Montgomery, Iwaniec 等，还有一些更年轻的学者，博士后与博士生，如 Hejhal, Heath-Brown, Goldfeld。还有其他方面的学者，如 Thom 与 Serre 以及华裔女数论学家李文卿与沈曼玉。

我记得跟我谈得最多的是 Hejhal，我们常常不听报告，而去图书馆闲聊；我跟 Goldfeld 也谈得较多，我问他在搞什么，他说：“Siegel 例外零点。”我虽未作声，但心里是打鼓的，未想到若干年后，他真的在这方面做出了突破，证明了著名的 Gauss 关于虚二次域类数的猜想，并得到柯尔 (Cole) 奖。真没想到当时的一些年轻人以后成了世界级的解析数论领袖并获得大奖，如 Iwaniec 亦得到柯尔奖。对我学术起到帮助与促进的是我听了 Schmidt (亦得到柯尔奖) 关于丢番图方程与不等式的报告，其中用到 Hardy-Littlewood 圆法与 Weyl 指数和方法，这和我过去的工作十分相近。我在吃饭时，还跟 Serre 交谈了一下，他说：“如果你要在施普林格出书，可以先写一个计划给他们。”后来，我听说，他是华罗庚与我的书《数论在近似分析中的应用》的审稿人之一，以后这书很顺利地出版了。

会议结束了，华罗庚继续在欧洲访问，潘承洞回国，我则飞回波恩，在法兰克福机场转机回国，中途在乌鲁木齐机场停留了几小时，机场狭小，没有饭及饮料卖，但总算到家了！

我将在欧洲挣来本应上缴的钱为所里买了一台投影仪、一台打字机、一台录音机，花了一千多美元。多年来所里将前面两件东西作为外事交流用，录音机发还给我了。

我这个最早单独出国访问的人回国自然引起各方面极为高度的关注，我在京内外做了多场出国访问的报告。

四

一年以后，作为对 1976 年美国数学家代表团访华的回访，中国组成中国数学家代表团访美，华罗庚任代表团团长，共九名数学家参加，外加中科院外事局的一位负责人苏凤林，随团还有一位汉语十分流利的美国人，时间为 1980 年 9 月 25 日至 10 月 20 日。这才一年，就有很大变化，我们得到一笔制装费，我用这笔钱定做了两套西装，买了一个皮箱及其他生活用品，在国外挣的钱亦不用上缴，可以留作改善生活。

华罗庚等一行早于 1980 年 8 月 8 日即离北京启程赴美, 他共收到 58 所大学、研究所与三家公司的访问演讲邀请, 由于健康关系, 有 22 所大学未能去, 他们于 1981 年 2 月 11 日离开旧金山, 途经香港访问一周后回京。

中国数学家代表团到达美国后, 华罗庚即与柯小英一起随团活动, 代表团成员都是他的同事与朋友, 但作为他的学生与长期共同工作者, 只有我一个人, 所以我们有更多交往。

中国代表团到达旧金山时, 华裔数学家林节玄来机场接代表团, 陪代表团到旅馆安顿, 陈省身随即到旅馆来看望代表团, 并与项武义一起宴请了代表团成员。陈省身对我有段有意思的对话, 在我离美时, 我曾去他家拜访并长谈, 当时陈省身还有个想法, 在代表团经旧金山归国时, 他来宴请代表团与在美国的华裔数学家共同庆祝华罗庚与他的七十大寿。由于华罗庚的访问日程, 他未随代表团回旧金山即离团作他的个人访问之旅, 从而使这一祝寿计划未实现。

代表团的日程很紧, 在旧金山时访问了加州大学伯克利分校与斯坦福大学, 紧接着飞往纽约访问了柯朗研究所、纽约州立大学、哥伦比亚大学、普林斯顿大学与普林斯顿高等研究院, 在华盛顿附近访问了马里兰大学, 然后是麻省理工学院、哈佛大学、耶鲁大学, 还有芝加哥大学、明尼苏达大学、西北大学与威斯康星大学、贝尔公司理论研究室等, 每个单位就停一两天, 各人找自己的同行交谈。

我也许是交谈较多的一个人, 略为回顾一下。在斯坦福大学, 我碰到了钟开莱与肖荫堂。钟开莱曾是西南联大时期华罗庚的学生与同事, 他对我在解析数论与高维数值积分方面的工作很熟悉。我又跟菲尔兹奖获得者 P. Cohen 谈了一下, 他要我向他介绍一下工作, 我就将在 Riemann 猜想下, $(1+3)$ 的证明说了一下, 并告诉他我于 1962 年即有文章指出, Riemann 猜想可以由一个中值公式代替, 这一公式于 1965 年由 Bombieri 与 A. Vinogradov 独立证明了, 他听完笑笑说: “ $(1+3)$ 你有一半功劳呀!”

在柯朗研究所, 我们听该所数论学家 Shapiro 做了一个报告, 报告开始, 他就称他是华罗庚的学生, 我们都感到很高兴。

在纽约州立大学, 我们见到杨振宁留给华罗庚的一封信, 表示对他的热烈欢迎, 但遗憾他在别处访问不能参与接待。我们参加了一次数学系报告会, 华罗庚指了一个人给我说: “他是苏联数学家 Gromov, 别人演讲时, 他常说‘这是显然的!’, 真高傲。”

在普林斯顿大学, 我们见到了项武忠。在普林斯顿高等研究院, 由 Selberg 出面给代表团做了一个报告, 讲述了高等研究院成立早年的情景。

特别令人高兴的是在午餐时碰到了丘成桐与廖明哲, 他们与代表团共进

午餐，分外亲切。丘成桐这个名字，我最早得知于陈省身在数学所的一次报告，他在黑板上写了“丘成桐”三个字，并说：“这是一个年轻人，他现在的工作比我现在的工作重要得多了。”从此我就记住这个名字了。廖明哲是香港大学来访问的，他是搞解析数论的。我还去 Bombieri 的办公室聊了一会儿，我们是同行，临别时，他还问我：“是否愿意再来访问一下？”我说：“这次计划已定，以后再来吧。”

在哈佛大学时，我跟 Mazur 谈了一下，他同样说，你介绍一下工作吧，我就将最近做的关于丢番图逼近的一篇关于“转换定理”的文章说了一下，他很高兴。这点小事，他大概不会有印象，但我却由此得知，跟外国数学家接触，一定要讲数学，特别是现在的工作。

在波士顿时，林家翘请代表团吃了一顿中国早餐，代表团还应邀去丁肇中家里作客并参加晚宴。

代表团在芝加哥时，曾去参观著名的“芝加哥科学博物馆”，华罗庚没去，他大概已经知道在“数学馆”里用不锈钢镶嵌在墙上的在世伟大数学家的名字中有他的名字，所以 he 不想去露面。代表团员在“数学馆”墙上的 88 个名字中找到了三个华人：华罗庚、陈省身与丘成桐。代表团在耶鲁大学时，Tits 正在演讲，题目就是“华氏定理”。在芝加哥大学时，Koranyi 做了“华氏算子”的演讲。这些属于矩阵几何与多复变函数论的领域，我们每到一处都见到华罗庚受到特殊的尊敬与礼遇，代表团员们为华罗庚这位优秀的炎黄子孙而深感自豪。

代表团最后回到旧金山，美国为代表团安排了两天旅游。

我送代表团离开美国后，又继续留在美国访问。在欧洲访问时，不少数学家希望我去一趟美国，我就选了三个学校：宾州州立大学（应 Brownawell 之邀），明尼苏达大学（应 Hejhal 之邀）及科罗拉多大学（应 Schmidt 之邀），各去了约两周。

在宾州州立大学时，我介绍了最近关于丢番图分析的工作，也了解了他们的工作，又一次见到李文卿，我还去听了几节大学的课，他们送了我一些美国大学的教科书。

在明尼苏达大学时，有一次跟 Hejhal 一起去参加一个小晚会，我问一个数学家：“下次谁会获菲尔兹奖呀？”他淡淡地说：“很多伟大的数学家都没有得过菲尔兹奖，像 Weyl, von Neumann, Kolmogorov。”我立刻意识我提的这个问题的幼稚可笑，一个数学家应该知道奖励并不是评价学术的好标准，其实在芝加哥“数学馆”的墙上就有不少菲尔兹奖获奖者的名字不在其中。

后来，Hejhal 应邀去马里兰大学系统讲授 Selberg 的迹公式，我去马里兰大学听讲了。

在科罗拉多大学时，大概为了照顾我少花点钱，Schmidt 安排我在他家里住，免费吃饭，我可以在他家自由看书及资料，并拿走有兴趣的单印本与预印本，这为我今后的五年在丢番图分析方面的工作打下了基础及拟订了计划，使得我在这方面写了系列论文，并写成专著 *Diophantine Equations and Inequalities in Algebraic Number Fields*, Springer, 1991。

我还引导了一批学生走上了研究丢番图分析之路，Schmidt 还专程跟我一起去玩了风景名胜落基山。

我在美国的剩余的一个多月，则是在定居于美国的弟弟与妹妹的家度过的，我还跟住在台湾的父母通了一次电话。

32 年未跟家人联系，更未尽到赡养父母之责，我将在美国挣的钱中余下的约 2000 美元都送给了父母，他们坚决不收，全退给我，这就使我可以这笔钱为我贫困之家买些日用品。

结束了对美国的访问，我乘飞机去了香港，在香港的几天中，主要是看望在香港的亲友，未跟数学家联系，然后由香港至广州，由中科院广州分院负责接待，又回到家了。

五

几个月后，我收到了香港中文大学岑嘉评的邀请，他当时是东南亚数学会的负责人之一，1981 年将在菲律宾召开东南亚数学会会议，他邀请我在大会上做一个全会报告，同时也访问一下香港。

6 月，我就只身到了香港，住在中大崇基学院中，崇基学院是一个小院子，进去就是一个餐厅，半地下室里有两间住房，窗子与地平面等齐，我住了一间，晚上整个建筑里就我一个人，周围风景很好。

我在香港比欧洲与美国更容易适应，由于文化背景不同，香港土生土长的人跟内地的人当然仍有差距，我不懂广东话，跟大部分人仍难以深入交流，但数学系有不少“华侨学生”，他们在新中国成立初期回国念大学，又返回香港，然后去英国、美国或加拿大念了博士学位，回到香港教书。这些人在内地生活过，跟我们很容易交流，例如黄友川（泛函分析）、吴恭孚（泛函分析）、廖明哲（他是跟 Littlewood 学 Fourier 分析的，后转入经典解析数论）、李文赞（分析），黄炎明（泛函分析）等，岑嘉评虽然没有在内地生活过，但他没什么城府，是特别易于接触的人，他对我的帮助最多，我听到很多同事与朋友讲，他们在香港时，都得到岑嘉评的照顾。

在香港将近一个月，我跟这些朋友交往，过得很愉快，他们除了邀我在中文大学、香港大学、浸会学院、香港理工大学做学术报告外，还几乎每天

领着我在香港旅游，并请我吃了一些美味海鲜。

离开香港，我就去了菲律宾的马尼拉，住在美丽的阿坦奈尔大学中，除东南亚本地的数学家外，也有来自发达国家的数学家，但不是名家，我从未听过他们的名字。

我在大会上做了“数论在近似分析中的应用”的报告，全面介绍了华罗庚与我合作的工作，受到好评。

有些事，我的印象颇深，我让菲律宾同行陪我参观一下数学系图书馆，图书杂志太少了，大体上相当于我们新中国成立初期浙江大学数学系图书馆的水平，只有几种数学杂志，他们居然订了美国《工业与应用数学评论》(SIAM Rev.)，我将杂志翻到 Haber 的综合性论文“Numerical evaluation of multiple integrals, SIAM Rev. 12 (1970), 481-526”，将上面引述华罗庚与我的工作处点给他们看了一下，他们惊奇地“啊”了一声。

我还送给菲律宾的、也是东南亚数学会的领导人之一 Nebres 一本在西方出版的书，我记得他曾拿到大会上摇了说一下说：“这是王元送我的！”

离开菲律宾我就应新加坡大学李秉彝之邀去新加坡待了两周，李秉彝也是东南亚数学会的领导人之一。

离开新加坡我就去泰国曼谷朱拉隆功大学访问，并继续做哥德巴赫猜想与数值积分的报告。

东南亚之行，我给他们留下了较好印象，他们还都欢迎我能再去较长一段时间访问，我于 1984 年又去了一趟马尼拉，待了一个学期，在阿坦奈尔大学与菲律宾大学分别开了“数的几何”与“初等数论”课，此外菲律宾年轻人 Lagare 曾在美国得了硕士，想攻读博士，他搞的是古典分析方面，我看了一下他的方向上的主要文献，主动说：“我可以跟你讨论。”我走后，他完成了工作并当上了教授，直到现在，每年圣诞节，我们都互赠贺卡。我告诉他们：“我岁数大了，以后就不能多出来了，中国好数学家很多，你们可以请其他人。”特别是菲律宾搞分析的人较多，我觉得杨乐去一下最好，以后杨乐也去讲过课。

Nebres 是菲律宾数学界的领袖，他曾在美国斯坦福大学学习“数理逻辑”，得到博士学位，回菲律宾后，受到重用，当了阿坦奈尔大学校长与总统科学顾问，高官厚禄，加上菲律宾学术的孤立，他个人的研究工作，并未继续发展，不过他的聪明与见识还是与众不同的。他曾来北京大学参加“校长论坛”集会，会议期间专门抽出半天来访问杨乐与我，我们让食堂做了几个菜，跟他在数学所食堂愉快地共进了午餐。

六

以上就是 1979—1981 年，中国改革开放初期，我去欧洲、美国与东南亚访问的大致经过。

从 1982 年开始，我每年都出境访问，除去过的有些地方，做旧地重游外，还去了加拿大、日本、俄罗斯及我国台湾、澳门地区等，1993 年以后我就不再去西方了，2000 年以后，港台地区也基本上不去了。2007 年，我做了心脏二尖瓣修复及搭桥大手术，就不离开北京了。

除上述参加以华罗庚为首的访美“中国数学家代表团”及苏步青为首的访日“中国数学家代表团”、以卢嘉锡为首的访美“中国科协代表团”与中国数学奥林匹克的三次率队出国或去港澳和中国数学会的两次率队去香港开会外，我都是个人出国，包括旅费的一切费用，都由邀请方付。因公出差，我都做了学术报告或其他工作，每次出国我都是按原定计划，按时回国，一天都没有多停留过，这当然是一个人的信誉问题；另一方面，我不习惯于住在外国，从第一次出国，我就认识到了这一点。

我是一个资质很普通的数学家，能在政治运动不断、知识分子饱受迫害的年代里，安心做出一些研究工作，从而能以一个数学家的身份出国交流，实在是一个奇迹，比我聪明的中国数学家有的是，由于种种原因，他们并没有得到像我一样做研究的机会，所以我的情况是比较孤立的。

很多人在“文革”前，大学刚毕业，研究工作还没有开始就遇上了“文革”，折腾了十年，十一届三中全会后，国家把相当一部分人送到美国与欧洲去进修，他们非常勤奋与努力，等于重新学习了数学，出国后眼界开阔了，回国后，起到了很大的作用。我在欧美碰到了很多这样的同事与朋友，当时国家很穷，给他们提供的经费很少，他们还要挤钱为家庭买点“指标”规定的东西，他们过着清贫的日子，工作极为勤奋，使我非常感动。这又是一个类型。

更年轻的一代，即大学毕业不久的年轻人，出国读学位，然后回国或留在国外发展，他们就相当于早一代的港台数学家那样，现在是大量的。这又是一个类型了。

我想前两种类型的人，是特定历史条件下的现象，以后应该更多的是第三类人出去交流，就像几十年前的港台一样。

七

最后，我想对国际交流的事谈几点感想，首先的问题是这样做有无必要？到底值不值？如何估计交流的价值，等等。

就以中国解析数论学派来说，过去的工作能否在历史上留下痕迹？就拿哥德巴赫猜想来说，在陈景润证明了 $(1+2)$ 之后，以前的纪录 $(2+3)$ 、 $(1+4)$ 还提不提。根据文献看，照提不误，例如：柯尔奖获得者 Pintz 的文章“Landau’s problems on primes, *Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux* 21(2) (2009), 357–404.”

$(1+2)$ 对过去的工作只是量的改进，但总有一天，哥德巴赫猜想是要解决的！解决了又如何？Fermat 大定理证明后，过去的成就照提不误，甚至还有过专著，专门谈 Faltings 与 Wiles 以前关于 Fermat 大定理的贡献。这给了我最大的鼓舞，即我们对哥德巴赫猜想的工作还不会被遗忘。

另外，我注意到华罗庚与我一起搞的高维数值积分工作及最小原根的估计在文章发表约半个世纪之后，仍未被遗忘，见：

“Н. М. Коробов, Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. Издательство: МЦНМО, Москва, 2004.”

“S. Y. Yan, Primality Testing and Integer Factorization in Public-Key Cryptography, Springer, 2009.”

这些是现在最能安慰我的，这些均完成于我 30 岁之前，往后的工作只有一点局部影响，所以国际交流对我的数学工作还扯不上有多少根本的关系。

但另一方面，我的优点是能单刀直入攻难题，关键时刻能够死拼，我的缺点则是知识面很窄，不仅不懂物理、几何、拓扑、偏微分方程等，即使数论也懂得很少，所以做研究时，就缺乏后劲，甚至有接不上气之感，除华罗庚外，中国数论学派的其他人大体上也是这个情况。

通过频繁出去交流，我的眼界开阔多了，我将数论研究拓广至丢番图分析，并学习了代数数论、模函数与计算数论，我在国内多次讲过这些东西。多少受我的影响的下一代朱尧辰、徐广善、于坤瑞走上了“超越数论”之路，冯克勤、陆洪文走上了“代数数论与密码”之路，裴定一、冯绪宁走上了“模函数与密码”之路，宗传明进入了与“数的几何”相关的领域。我还推荐张寿武、罗文致、叶扬波出国攻读博士，他们的领域也都跨出了经典解析数论范围，他们对数论与中国数学的贡献显然比大家挤在经典解析数论中要大得多，特别应该提到张寿武为首的由张伟、袁新意与田野组成的中国数论新学派，是世界级水平的。可以这样说，如果不出去交流，我就不可能起到现在我所能起的作用。

综观上述，我认为要把数学搞上去，从国家层面来说，首先还是要立足国内。从个人来说，还是要立足于个人奋斗。华罗庚在一系列介绍学习与做研究的经验的文章中再三强调自学与独立研究的重要性。陈省身多次告诉年轻人：“你们既不要依靠外国的老师，也不要依靠中国的老师。”这符合辩证

法“外因必须通过内因起作用”。所以交流若能起作用，必须有自己的努力为基础，否则就会流于形式，走过场。

其次，在中国除国家派出人员或个人自费出国攻读博士外，到底需要引进什么人才？我觉得需要的是领袖数学家。当然像华罗庚、陈省身、丘成桐这样的大师我们非常欢迎，他们除自己的专业外，对数学有全面的视野与理解。对于某一有深度的领域做过有意思的工作的少数专家我们也欢迎。一般人才，我不觉得有必要引进。

最后我觉得中国的年轻人受到一些误导，小学生的志向就是进重点中学，拿奥数金牌，再进北大清华；然后进中科院或重点大学当教授，拿国家奖，最高目标是当院士，这是典型的等级制度在青少年心灵上的烙印。我对此曾著文与口头批评过。什么时候，大家立志做大学问，做能在历史留下痕迹的工作就好了。陈省身曾语重心长地说：“不要什么奖嘛！大家都来好好做学问吧。”值得深思。