

－ 初級者対象 －

品物の表面積の求め方（Ⅱ） 〔初級者対象〕

野口 駿雄 ※)

2.6 立体の表面積の求め方

2.6.1 立体の側面積と表面積

- 1) 立方体；一辺の長さを a と置く。

$$\text{立方体の側面積 (S}_1\text{)} = \text{一辺 (a)} \times \text{一辺 (a)} = a^2$$

$$\text{立方体の全表面積 (S)} = a^2 \times 6$$

(立方体は、同じ面積が6面あるので1面の面積を6倍する)

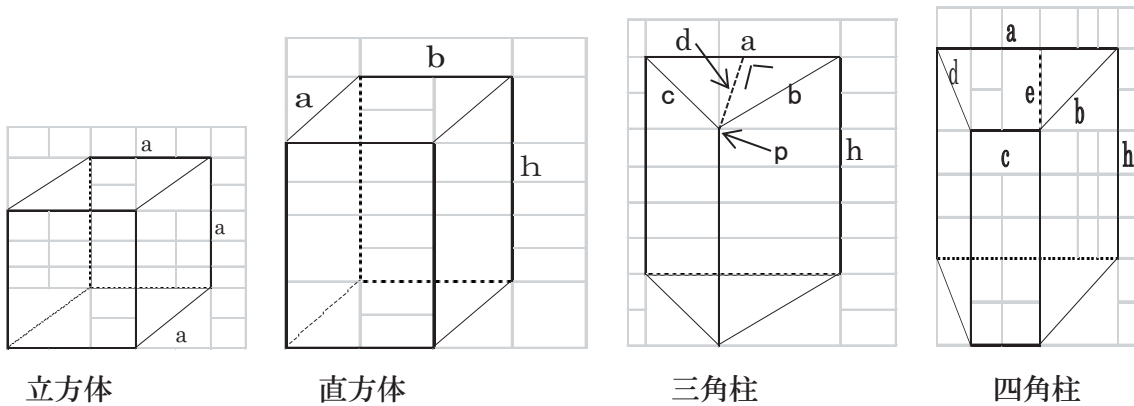


図10 立方体及び直方体

- 2) 直方体；縦の長さを a 、横の長さを b 、高さを h と置きます。(a と b の長さが異なる場合)

$$\begin{aligned} \text{側面積 (S}_1\text{)} &= [(a \times b) + (a \times h) + (b \times h)] \times 2 \\ &= (ab + ah + bh) \times 2 \end{aligned}$$

$$\text{直方体の全表面積 (S)} = [(\text{縦} \times \text{横}) + (\text{縦} \times \text{高さ}) + (\text{横} \times \text{高さ})] \times 2$$

- 3) 三角柱；底辺の一辺を a 、他の辺を b 及び c 、高さを h 、三角形の頂点 p から a に下した垂線を d 、側面積を (S_1) 、底面積を (S_2) と置きます。

$$\text{三角柱の全側面積 (S}_1\text{)} = (a \times h) + (b \times h) + (c \times h)$$

$$\text{三角柱の全底面積 (S}_2\text{)} = [(a \times d) \div 2] \times 2$$

$$\text{三角柱の全表面積 (S)} = [\text{全側面積 (S}_1\text{)} + \text{全底面積 (S}_2\text{)}]$$

- 4) 四角柱；各辺の長さを a 、 b 、 c 、 d と置き、 a 辺から c 辺の長さを e と置きます。

上底の面積 $(S_1) = [(a + c) \times e] \div 2$ 下底の面積は同じであるので上下底面積の合計は2倍します。下底の面積が異なる場合は同じように計算して加算します。

※) 本会会長・元近畿大学

－ 初級者対象 －

$$\begin{aligned} \text{全側面積 } (S_2) &= (a \times h) + (b \times h) + (c \times h) + (d \times h) \\ \text{四角柱の全表面積 } (S) &= [\text{上底面積 } (S_1) \times 2] + \text{全側面積 } (S_2) \end{aligned}$$

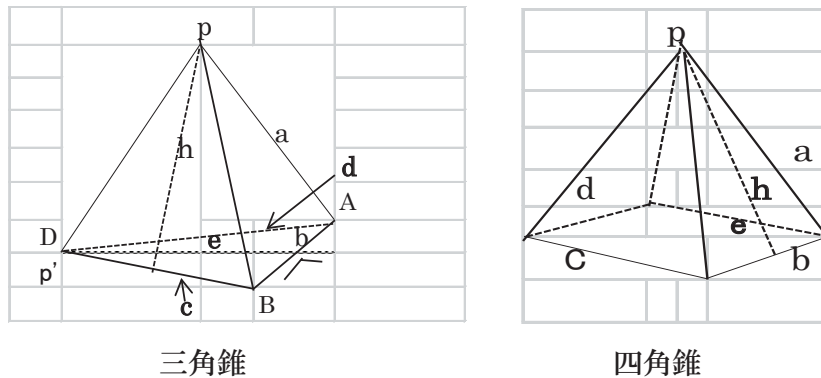


図 1 1 三角錐及び四角錐

三角錐；側面積を (S_1) 、底面積を (S_2) と置きます。(但し、側面の三角形は全て同じ大きさ。)

$$\text{側面積 } (S_1) = [(h \times c) \div 2] \times 3$$

$$\text{底面積 } (S_2) = (e \times b) \div 2$$

$$\text{三角錐の全表面積 } (S) = (S_1) + (S_2)$$

四角錐；側面積を (S_1) 、底面積を (S_2) と置きます。(但し、側面の三角形は全て同じ大きさ。)

$$\text{四角錐の側面積 } (S_1) = [(h \times b) \div 2] \times 4$$

$$\text{底面積 } (S_2) = b \times c$$

$$\text{四角錐の全表面積 } (S) = \text{側面積 } (S_1) + \text{底面積 } (S_2)$$

5) 球

球；球の半径を r 、円周率を π (3.14) と置きます。

$$\begin{aligned} \text{球の表面積 } (S) &= \text{半径 } (r) \times \text{半径 } (r) \times \text{円周率 } (\pi) \times 4 \\ &= r^2 \times 3.14 \times 4 \end{aligned}$$

6) 直円柱

円柱；側面積を S_1 、底面積を S_2 、高さを h 、と置きます。

$$\begin{aligned} [\text{円柱の側面積 } (S_1) &= \text{底面の円周 } (a) \times \text{高さ } (h)] \\ &= (2 \times 3.14 \times r) \times h \end{aligned}$$

$$\text{円柱の底面積 } (S_2) = 3.14 \times r^2,$$

$$\text{上底と下底があるため全底面積} = 3.14 \times r^2 \times 2$$

$$\begin{aligned} \text{直円柱の全表面積 } (S) &= \text{側面積 } (S_1) + [\text{底面積 } (S_2) \times 2] \\ &= [(2 \times 3.14 \times r) \times h] + [3.14 \times r^2 \times 2] \end{aligned}$$

7) 直円錐

$$\text{円錐の側面積 } (S_1) = \text{扇形の面積} = l^2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)$$

－ 初級者対象 －

円錐の底面積 (S_2) = $r^2 \times 3.14$
 直円錐の全表面積 (S) = 側面積 (S_1) + 底面積 (S_2)
 = $[(l^2 \times 3.14 \times \alpha^\circ \div 360^\circ) + (r^2 \times 3.14)]$
 (側面積は円錐の l , h , r を実測して展開図を作図し、扇形の中心角 (α°) を実測して求め、計算することが出来る。)

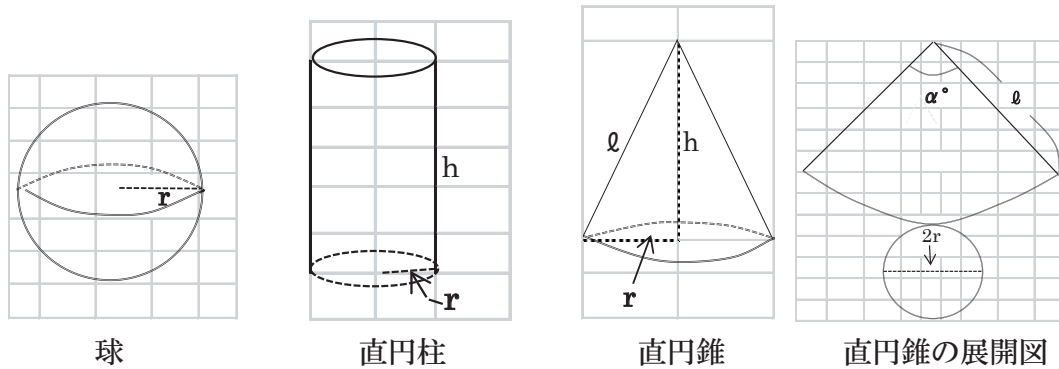


図 1 2 球体・円柱・円錐及び円錐の展開図

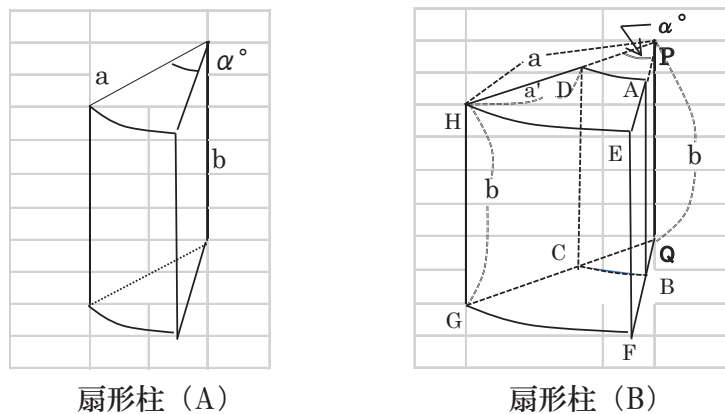


図 1 3 扇形柱

8) 扇形柱 (断面が扇形の柱)

図 1 3 に示した扇形柱 (A) については、全体の表面積の計算方法を、扇形柱 (B) については、扇子で例えると、紙の貼付してある部分を想定して、その部分の立体の表面積を計算する方法について述べます。

8.1 扇形柱 (A) : 側面積 (S_1) = (弧の長さ \times b) + ($a \times b \times 2$)

扇形の面積 (上底と下底 : S_2) = $[a^2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)] \times 2$

扇形の面積 = (半径)² \times π (3.14) \times (中心角 \div 360°)

(角度 α° は実測します。弧の長さも実測できますが、次の公式により計算できます。)

[弧の長さ = $a \times 2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)$]

扇形柱 (A) の全表面積 (AS) = 側面積 (S_1) + 扇形の面積 (S_2)

8.2 扇形柱 (B) : この場合は、扇形柱 ABCDEFGH からなる扇形柱の全表面積を求める計算方法です。

－ 初級者対象 －

① 先ず扇形の面積を求めます。

扇形 PAD 及び扇形 PEH の面積を求めます。計算には上式(扇形の面積)を用います。また、上底と下底が異なるため2倍します。

$$\text{扇形 PAD の面積 (S}_A\text{)} = [(a - a')^2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)] \times 2$$

$$\text{扇形 PEH の面積 (S}_B\text{)} = [a^2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)] \times 2$$

扇形 PEH の面積 (S_B) から扇形 PAD の面積 (S_A) を引きますと、扇形 AEHD の面積が求まります。上式でそれぞれの面積について2倍してありますので、ここでは2倍する必要はありません。

$$\text{扇形 AEHD の全面積 (S}_1\text{)} = (S_B) - (S_A)$$

② 弧 AD 及び弧 EH の長さを求めます。上式、弧の長さを求める式より計算します。

$$\text{弧 AD の長さ (}\ell\text{)} = (a - a') \times 2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)$$

$$\text{弧 EH の長さ (L)} = a \times 2 \times 3.14 \times (\alpha^\circ \div 360^\circ)$$

ABCD 及び EFGH の湾曲した四角形の面積を求めます。

$$\text{湾曲面 ABCD の面積 (S}_2\text{)} = \ell \times b$$

$$\text{湾曲面 EFGH の面積 (S}_3\text{)} = L \times b$$

$$\text{側面 ABFE 及び DCGH の面積 (S}_4\text{)} = (a' \times b) \times 2$$

$$\text{扇形柱 (B) の全表面積 (S)} = (S_1) + (S_2) + (S_3) + (S_4)$$

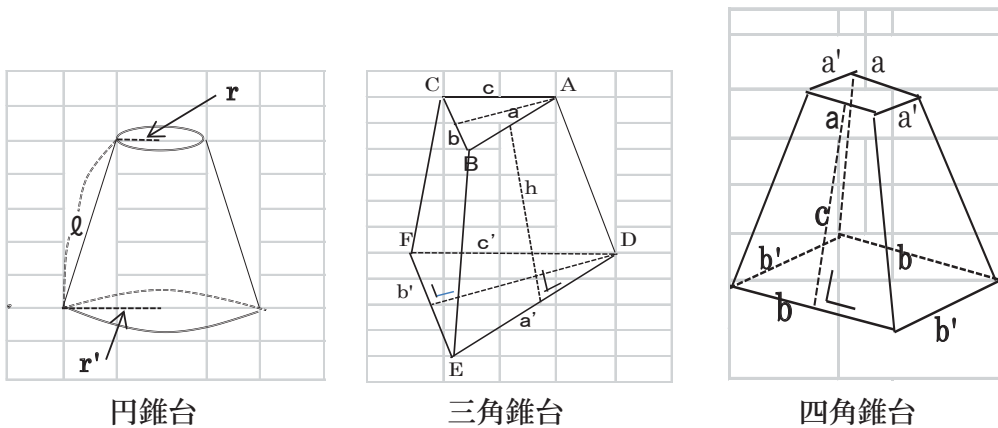


図 1 4 各錐台

図 1 4 には、各種錐台を示しました。三角錐台および四角錐台は、いずれも上底の各辺の長さ、下底の各辺の長さ、側面の長さは、いずれも、それぞれ同じ長さになりました。

9) 円錐台

$$\begin{aligned} \text{円錐台の全表面積 (S)} &= \text{上底面積} + \text{下底面積} + \text{側面積} \\ &= \pi r^2 + \pi r'^2 + [\pi \ell (r + r')] \end{aligned}$$

10) 三角錐台

$$\begin{aligned} \text{三角錐台の全表面積 (S)} &= \text{上底面積} + \text{下底面積} + (\text{台形面積} \times 3) \\ \text{上底面積} &= \text{三角形 ABC} = (Ab \times BC) \div 2 \\ \text{下底面積} &= \text{三角形 DEF} = (Db' \times EF) \div 2 \end{aligned}$$

－ 初級者対象 －

$$\text{台形面積} = \text{四角形 ADEB} = \left[\frac{(AB + DE) \times h}{2} \right] \times 3$$

(同じ台形面が3面ありますので3倍します。台形面積が異なる場合は、それぞれについて面積を計算し、合計します。)

11) 四角錐台

図11に示した正四角錐の途中で切断した形状の断面積と測面積を求める計算式を次に示します。なお、側面の台形は皆同じ大きさです。(辺の長さ、例えば a と a'、b と b' とは同じ長さですが、異なる場合を考えて、敢、記号を変えました。この場合は、側面の面積を4倍していますが、辺の長さが異なる場合は、合計します。)

$$\begin{aligned} \text{上・下底の面積 (S}_1\text{)} &: \text{上底の面積} = a \times a', \text{ 下底の面積} = b \times b' \\ \text{側面の面積} &: \text{側面の面積} = \left[\frac{(a + b) \times c}{2} \right] \times 4 \\ \text{側面の全面積 (S}_2\text{)} &= \text{側面の面積} \times 4 \\ \text{四角錐台の全表面積 (S)} &= S_1 + S_2 \end{aligned}$$

2.7 種々形状の表面積

1) おわん型

図15の湯飲み型図形は、破線より上部は斜め上より見た図で、下部は真横から見た図です。底部の角は湾曲していますが、湾曲部分は直角になっていると仮定して表面積を計算します。このような形状は小さいものでは、化粧品等の瓶のキャップ、大きいものでは柄杓(ひしゃく)や鍋があります。

$$\begin{aligned} \text{おわん型の側面積 (S}_1\text{)} &= (2\pi r \times h) \times 2 \cdots \cdots (\text{内側面と外側面の為} 2 \text{倍する}) \\ \text{底面積 (S}_2\text{)} &= \pi r^2 \times 2 \cdots \cdots (\text{内部底面積と外部底面積のため} 2 \text{倍する}) \\ \text{おわん型の全表面積 (S)} &= (S_1) + (S_2)、(\text{但し、}\pi = 3.14) \end{aligned}$$

2) 扇形1

図15に示しました APCDA の形状の品物の表面積を求めます。弧 APC 及び底辺 ADC の長さは実測します。弧 APC を延長して円を描いた場合、半径が r、B' ~ D の長さが h、A ~ C の長さが B、中心角が α° であったと仮定します。

$$\begin{aligned} \text{扇形1の全面積 (S}_1\text{)} &= r \times r \times \pi \times (\alpha \div 360) \\ \text{三角形 ADCB'A の面積 (S}_2\text{)} &= (B \times h) \div 2 \\ \text{扇形の APCDA の部分の面積 (S)} &= S_1 - S_2 = [\pi r^2 \times (\alpha \div 360)] - [(B \times h) \div 2] \\ \text{参考: 弧 APC の長さ} &= r \times 2 \times \pi \times (\alpha \div 360) \text{ により求まる。} \end{aligned}$$

3) 扇形2

この図形では、AB 間、BC 間、CD 間及び DA 間の長さを実測できますので各長さを測り、計算できます。

また、弧 AD 又は弧 BC を円の一部と考え、中心点 P 及び角度を求め(この場合 α° と仮に置きました)、計算します。

$$\text{扇形2の全面積 (APDP'A ; S}_1\text{)} = r \times r \times \pi \times (\alpha \div 360)$$

－ 初級者対象 －

扇形 2 の小さい扇形の面積 (BCP'B ; S₂) = r' × r' × π × (α ÷ 360)

扇形の ABCDA の面積 (S) = (S₁) - (S₂)

【注）上記扇形 1 及び扇形 2 の面積は、片面の面積になりますので、いずれも 2 倍して全表面積を求めなければなりません。また、厚い品物の場合、厚みも含めて計算しなければなりません。】

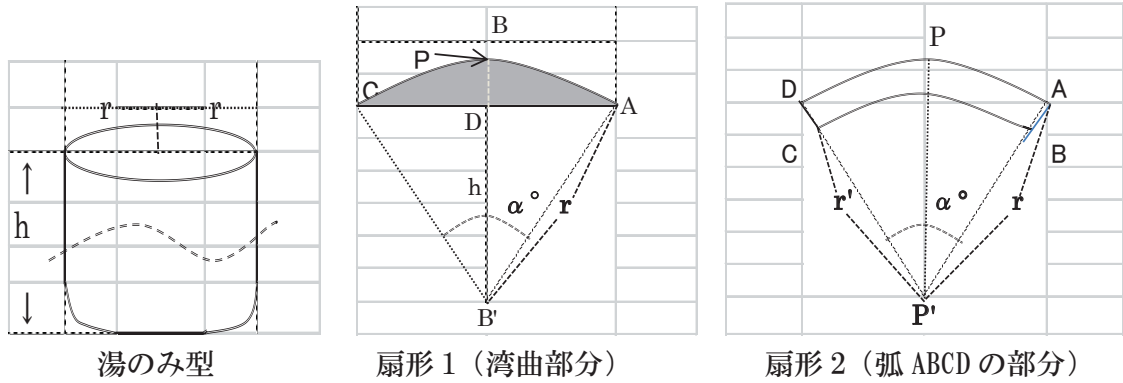


図 15 おわん型及び扇形の図形例

参考資料

- 1) 図詳 ガッケン・エリア教科事典 第 13 巻 数学 (1977), 学研 (株式会社学習研究社)
 <<訂正： No.323 会誌で図詳が図祥になっていました。また、〔 (1977)、年〕 の年は不要です。
 訂正し、お詫びいたします。>>